РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

2012 ТРУДЫ ИНСТИТУТА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ им. А.М. ПРОХОРОВА Том 68

УДК 537.7, 532.5.031

С.Г. КАСОЕВ

# О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ ШУМОВ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ

**Ключевые слова:** аускультация, шумы артерий, стеноз, возникновение вихрей, отрыв вихрей, шумы сердца, акустический диполь, стетоскоп
**Keywords:** auscultation, artery bruits, stenos, vortex generation, vortex separation, heard murmurs, acoustic dipole, stethoscope

## Введение

Выслушивание или аускультация звуков сердца и сосудов является одним из важнейших методов первичного исследования пациентов. При исследовании сердечно-сосудистой системы методом аускультации диагностическое значение имеют как тоны сердца, так и шумы сердца и сосудов. Если тоны сердца слышны всегда и только отклонение их характеристик от нормы является указанием на патологию, то появление шумов в области сердца или сосудов становится сигналом нарушений нормального кровотока. Шумы сердца в большинстве случаев указывают на повреждение клапанов желудочков. Недостаточность митрального клапана и стеноз аортального клапана вызывают шум в начале систолы, диастолический шум указывает на недостаточность аортального клапана [1]. В качестве другого примера диагностической важности выявления сосудистых шумов можно назвать шумы брахиоцефальных, в частности сонных артерий. Совместно с другими признаками шумы сонных артерий указывают на угрозу ишемического инсульта головного мозга — второй после инфаркта миокарда основной причины смертности в России [2].

Звуки в организме могут возникать только вследствие механического движения. Очевидно, что звуки в системе кровотока могут возникать вследствие движения крови в системе, движения органов или частей органов. В кровеносной системе только в сердце происходит перемещение стенок желудочков, предсердий и клапанов в течение сокращений сердечной мышцы. Поэтому именно сердце является самым сильным источником звуков в кровеносной системе. Традиционно звуки сердца делят на тоны, связанные с закрытием клапанов и звучащие как короткие и сильные импульсы, и шумы, слышимые с меньшей силой в промежутках между тонами. Так же шумы в промежутках между тонами иногда могут быть слышимы и на некоторых участках артерий, например сонных. Если причиной возникновения тонов сердца является закрытие клапанов под действием кровотока [1, 3], то причиной шумов общепризнано вихревое возмущение потока крови и возникновение так называемого [4] турбулентного потока на отдельных участках кровотока. Как ранее для тонов сердца, исследованных в работе [3], сам процесс возникновения, передачи и приема (выслушивания) шумов в литературе детально не рассматривался, а признавался самоочевидным.

## 1. Причины возникновения шумов кровотока (сердца и сосудов)

Нормальным состоянием является отсутствие шумов при аускультации сердца и сосудов. Шумы возникают при изменении условий протекания крови и, по общему мнению, являются следствием завихренности или турбулизации кровотока. Оба этих термина приводятся обычно как синонимы, хотя в гидродинамике это совершенно разные по природе явления, требующие разного подхода и описания. Вопрос о характере кровотока и связи возникающих возмущений потока с выслушиваемыми шумами остается открытым. Очевидно, что наиболее заметные последствия нарушения кровотока должны наблюдаться в крупных артериях, где скорость течения наибольшая. Оценим характер течения в самом крупном сосуде — аорте. Будем считать течение подобным течению в трубе с жесткими стенками круглого сечения. Течение жидкости в трубах хорошо изучено в гидродинамике [5]. Кризис сопротивления, т.е. переход ламинарного течения в турбулентное, происходит при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 2300$, и при меньших числах Рейнольдса при любых возмущениях турбулентное течение в трубе невозможно. Скорость течения крови при систоле в аорте достигает величины 100–120 см/с в первой трети систолы, но в течение всей систолы в среднем около 70 см/с при площади поперечного сечения 3–4 см$^2$, т.е. радиусе 1–1.2 см [6]. Вязкость крови в норме больше вязкости воды примерно в 4.5 раза, следовательно число Рейнольдса по диаметру для течения в аорте достигает величины $\mathrm{Re} = 4.5\cdot 10^3$. Однако из этого не следует заключение о турбулентности потока, и оценка характера течения по числу Рейнольдса, приведенная ранее, относится к установившемуся потоку в длинной трубе. Как известно [5], турбулентность при числах Рейнольдса больше 2300 развивается от входа в трубу диаметра $d$ на расстоянии $l = 0.03d\,\mathrm{Re}$. Для рассматриваемого случая кровотока в аорте это расстояние составляет около 135 см, что в несколько раз больше длины аорты. Второе обстоятельство, препятствующее возникновению развитой турбулентности в аорте и других крупных артериях, это пульсирующий характер течения. При возникновении в трубе перепада давления жидкость начинает движение, и радиальное распределение скорости постепенно стремится к параболическому, как пока-

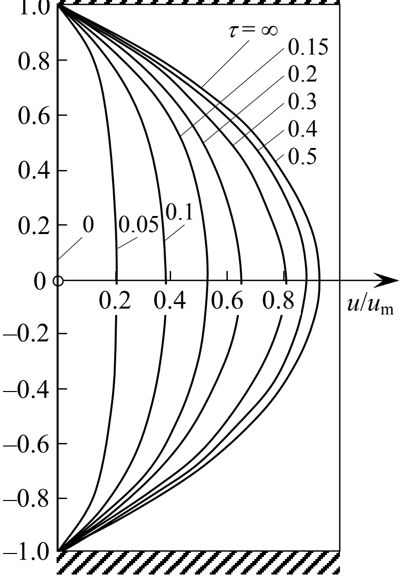


**Рис. 1.** Радиальное распределение скорости при разгонном течении в трубе ([5], рис. 5.7), здесь безразмерное время $\tau = t\nu/R^2$ — безразмерный параметр, зависящий от интервала времени $t$ с начала движения, $\nu$ — кинематическая вязкость, $R$ — радиус сечения

зано на рис. 1 ([5] рис.5.7). Для аорты при длительности систолы 0.3 с (частота пульса около 75 ударов в минуту) величина этого параметра не превосходит 0.15, т.е., радиальная зависимость скорости течения или, иными словами, профиль скорости близок к первым двум левым кривым на рисунке, и кровь движется почти с одной скоростью по всему сечению сосуда. Подобные пульсирующие течения принято теперь оценивать параметром Уомерсли (Womersley) $\mathrm{Wo} = \sqrt{2\pi\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sh}}$, где Sh — число Струхаля, хотя он получен для синусоидальной временной зависимости скорости потока в трубе, что, вообще говоря, не соответствует периодическому движению кровотока.

Таким образом, приведенные оценки показывают, что в аорте, а следовательно, и в более мелких артериях, не может и не «успевает» возникнуть развитая турбулентность. Течение в артериях является ламинарным, что не исключает непрямолинейного относительно оси сосуда движения частиц жидкости, но хаотического мелкомасштабного движения крови в этих сосудах нельзя ожидать.

В ламинарном течении единственной формой нестационарных возмущений являются регулярные вихревые структуры, которые, как будет показано, и являются источником шумов кровотока.

## 2. Моделирование образования вихревых структур

Наличие вязкости при течении жидкости является предпосылкой образования вихрей, которая реализуется при двух условиях: наличии поперечного градиента скорости потока и наличии возмущения потока. Первое условие выполнено на границах потока, например при течении вдоль плоской границы. Следуя Прандтлю, все течение можно разбить на две области: прилегающий к границе пограничный слой, в котором из-за вязкости скорость меняется от нулевой до скорости потока, и внешний поток, вязкость которого не влияет на течение, подобное течению идеальной жидкости.

Действительно, если рассмотреть двумерную картину движения в пограничном слое и отдельный малый элемент объема в этом слое, то можно заметить, что на него, в частности, действуют сдвиговые силы трения, вызванные вязкостью, как показано на рис. 2. Продольные силы стремятся повернуть элемент объема по часовой стрелке, но соседние элементы, испытывая такие

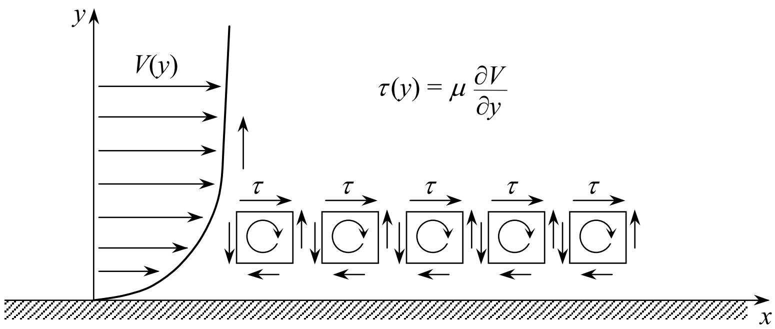


**Рис. 2.** Схематическое пояснение равновесия в однородном пограничном слое

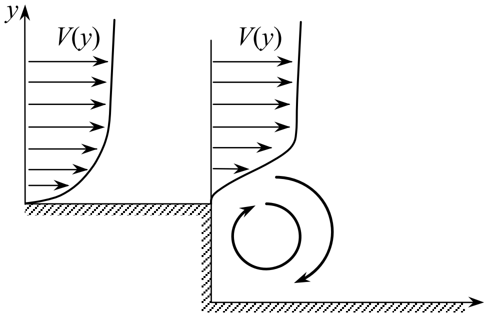


**Рис. 3.** Схема образования пограничным слоем кругового движения за уступом границы

же сдвиговые напряжения и действуя в вертикальном направлении, уравновешивают это стремление. Равновесие следует из условий однородности течения в пограничном слое. Если однородность нарушается, например, неоднородностью границы, нарушается равновесие элементарного объема и происходит закручивание течения. Пусть на границе имеется уступ (рис. 3), тогда вертикальный градиент скорости пограничного слоя образует круговое движение, заполняющее пространство за уступом. Предельный размер образовавшегося вихря определяется меньшей из двух величин: глубиной уступа или толщиной пограничного слоя. В общем случае можно говорить об образовании вихря при отрыве пограничного слоя от границы, что наблюдается в точке на границе обращения градиента скорости, поперечного потоку, в ноль. Это условие возникает при возрастании давления вдоль границы [5], в общем случае, при расширении потока и уменьшении скорости. Образовавшийся вихрь при малых числах Рейнольдса остается в месте образования. При увеличении числа Рейнольдса образовавшиеся вихри начинают отрываться и уноситься потоком, а на их месте образуются новые вихри.

Основные три вопроса вихреобразования за препятствием, а следовательно, и вихревой гидродинамической модели сосудистых шумов следующие: какие механизмы определяют условие отрыва (схода) вихря за препятствием, что определяет частоту схода вихрей, каким образом сход вихрей вызывает вибрацию препятствия? Попытаемся последовательно ответить на поставленные вопросы применительно к нашей задаче.

## 3. Условие отрыва вихря от границы

Чтобы найти условие, при котором может произойти отрыв вихря, образовавшегося на границе, будем рассматривать идеализированную задачу. Рассмотрим на комплексной плоскости $z = x + iy$ двумерную задачу движения вихревой нити с циркуляцией Г и комплексным потенциалом

$$\Omega = \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln(z - z_0)$$

в идеальной жидкости над плоской жесткой границей, совпадающей с осью $x$. При этом течение происходит так, как если бы в безграничном пространстве существовали два вихря с противоположными циркуляциями, которые симметричны относительно оси абсцисс, с потенциалом скорости $\phi$ и функцией тока $\psi$:

$$\Omega = \phi + i\psi = \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{z - \bar{z}_0}{z - z_0}. \tag{1}$$

Вихри в отсутствие внешнего потока каждый в поле скорости своего оппонента совместно движутся со скоростью

$$V_{\text{v}} = \frac{\Gamma}{4\pi y_0},$$

где $y_0$ — высота центра вихря над границей.

Комплексный потенциал (1) позволяет найти проекции скорости на ось абсцисс $u$ и ординат $v$:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\Gamma}{2\pi}2y_0\frac{y_0^2 - y^2 - (x - x_0)^2}{(y^2 - y_0^2)^2 + (x - x_0)^4 + 2(x - x_0)^2(y^2 + y_0^2)}, \\ v &= \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\Gamma}{2\pi}2y_0\frac{2y(x - x_0)}{(y^2 - y_0^2)^2 + (x - x_0)^4 + 2(x - x_0)^2(y^2 + y_0^2)}. \end{aligned} \tag{2}$$

Связь между потенциалом скорости и давлением определяется потенциалом Коши–Лагранжа

$$\Phi(t) = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{P}{\rho}, \tag{3}$$

где $\rho$ — плотность жидкости, $P$ — давление.

Производная потенциала скорости по времени, входящая в формулу (3), имеет вид

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\frac{\Gamma}{2\pi}\frac{dx_0}{dt}2y_0\frac{y_0^2 - y^2 + (x - x_0)^2}{(y^2 - y_0^2)^2 + (x - x_0)^4 + 2(x - x_0)^2(y^2 + y_0^2)}. \tag{4}$$

Если во внешнем потоке центр вихря сносится со скоростью $-V_0$, он не движется вдоль оси абсцисс и производная потенциала скорости выражения (4) равна нулю. В условиях стационарного потока потенциал Коши–Лагранжа также равен нулю и давление зависит только от квадрата скорости.

На основании выражений (2) оценим, какое давление создается на контуре радиуса $a = y_0$ в поле скорости вихря, считая, что $x^2 = a^2 - y^2$:

$$P = \rho \frac{u^2 + v^2}{2} = \frac{\rho}{2} \frac{\Gamma^2}{4\pi^2} \frac{1}{x^2}. \tag{5}$$

Такое давление создает на выбранном контуре силу по направлению к границе:

$$F_a = \int_{-a}^{a} P dx = \frac{\rho \Gamma^2}{8\pi^2} \int_{-a}^{a} \frac{dx}{x^2} = \frac{\rho \Gamma^2}{4\pi^2 a}. \tag{6}$$

Сила, описанная выражением (6), притягивает объем вихря к границе. Отрывающей от границы силой является «подъемная» сила, вызванная обтеканием вихря как кругового цилиндра потоком со скоростью $V = 2V_\infty \sin\vartheta$, где $V_\infty$ — скорость внешнего потока, $\vartheta$ — азимутальный угол. Разница давления на верхней полуокружности того же контура радиуса $a = y_0$, создаваемая согласно формуле Бернулли обтекающим потоком, дается выражением

$$\Delta p = \rho \frac{V_\infty^2}{2}(1 - 4\sin^2\vartheta), \tag{7}$$

где $V_\infty$ — модуль скорости внешнего потока на бесконечности.

Сила, отрывающая вихрь от границы, находится интегрированием по поверхности цилиндра:

$$F_u = a\int_0^{\pi} \Delta p \vartheta = -\frac{\rho V_\infty^2}{2} a\pi. \tag{8}$$

Когда эти силы сравниваются, $F_a = F_u$, возникает условие отрыва вихря от границы в зависимости от величины циркуляции вихря в сравнении со скоростью потока:

$$\Gamma = \sqrt{2\pi^3} a V_\infty, \tag{9}$$

т.е. оценка условия для скорости вихря $V_\text{v} = \sqrt{\pi/2}\, V_\infty \approx 1.25 V_\infty$.

Следовательно, отрыв вихря, возникающего за обтекаемым препятствием на границе, происходит при достижении вихрем такого размера, когда его скорость циркуляции превысит скорость потока, обтекающего препятствие. Заметим, что при обтекании препятствия скорость потока больше скорости до препятствия, т.е. условие (9) выполняется с достаточной достоверностью при достижении вихрем размера препятствия.

## 4. Оценка частоты отрыва вихрей

Для оценки периода отрыва вихрей от препятствия воспользуемся наглядными представлениями. В качестве примера рассмотрим плоскую задачу течения несжимаемой вязкой жидкости над прямолинейной границей, обрывающейся в начале координат (см. рис. 3). Профиль скорости в пограничном ламинарном слое формируется трением на границе. Когда граница кончается, исчезает сила, тормозящая слой жидкости, прилегавший до сих пор к границе, но вследствие инерции слои жидкости сохраняют распределение скоростей по оси ординат и совершают круговое движение вокруг некоторой точки, лежащей на продолжении линии границы. Таким образом, образуется вихрь на кромке границы. Когда внешний слой образовывающегося вихря завершит полный оборот, этот слой попадет во внешний поток, под действием подъемной силы образовавшийся вихрь будет вынесен в поток и, оторвавшись от кромки, продолжит движение в потоке. Такой представляется картина образования и отрыва вихрей за обтекаемым телом.

Оценим частоту отрыва вихрей для двух конфигураций границы. Пусть плоская граница обрывается уступом, тогда возможны два варианта: глубина уступа больше толщины пограничного слоя или глубина меньше пограничного слоя. Рассмотрим первый случай. Если скорость потока на верхней границе пограничного слоя равна $V$, а толщина пограничного слоя $\delta$, то образовывающийся вихрь полный оборот совершит за время $\tau = 2\pi\delta/V$. Следовательно, частота схода вихрей имеет вид

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\mathrm{Re}}\,\frac{V}{L}.$$

Коэффициент перед отношением скорости к длине называется числом Струхаля (Sh). Его величина по нашей оценке зависит от числа Рейнольдса, поскольку толщина пограничного слоя уменьшается с увеличением числа Рейнольдса (увеличением скорости потока): $\mathrm{Sh} = \sqrt{\mathrm{Re}}\big/2\pi$. Число Струхаля при отрыве вихрей за глубоким уступом границы растет пропорционально корню из числа Рейнольдса, вычисленного по длине пластины.

Если глубина уступа меньше толщины пограничного слоя, то величина вихря определяется глубиной уступа. Линейная скорость вращения вихря равна скорости в пограничном слое на горизонте, равном глубине уступа $h$, а время полного оборота $\tau = \pi h/V(h)$. Поэтому частота срыва вихрей $f = V(h)/\pi h$, частота по скорости потока $f = \mathrm{Sh}(V/h)$, т.е. число Струхаля $\mathrm{Sh} = V(h)/\pi h$. Следовательно, число Струхаля может меняться от 0.32 до нуля при уменьшении высоты уступа. На самом деле для малых перепадов границы образовавшийся вихрь, как можно ожидать, не будет отрываться потоком.

Перейдем теперь к рассмотрению поперечного обтекания кругового цилиндра. В этом случае в диапазоне чисел Рейнольдса по диаметру цилиндра от 100 до 10000 наблюдается картина периодического схода вихрей, которые образуют так называемую дорожку Кармана. Это явление очень хорошо изучено и популярно для применения различных техник визуализации потока. Имеется большой графический материал для различных условий обтекания [7]. Хорошо изучена структура вихревой дорожки и выполнено много измерений различных параметров этого явления. На кадрах киносъемки видно, что вихрь до отрыва совершает один полный оборот и размер вихря (вертикальный) примерно равен сумме радиуса цилиндра и толщины пограничного слоя: $2r = R + \delta$; кроме того, вихрь сжат по потоку (рис. 4). Таким образом, путь на-

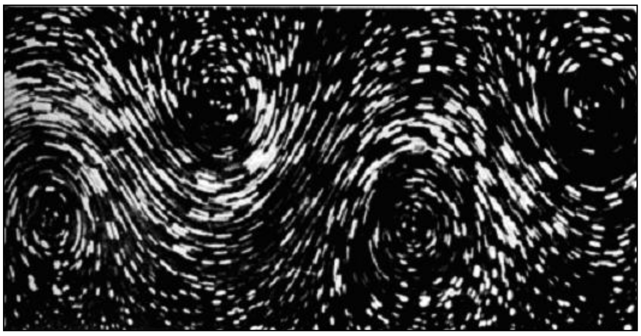

**Рис. 4.** Визуализация дорожки Кармана ([7], рис. 98)

чальной точки закрученного течения от начала до замыкания вихря, по-видимому, меньше длины окружности, и время оборота вихря перед отрывом равно $\tau = \beta 2\pi r/V = \beta 2\pi (R+\delta)/V$, где $\beta$ — некий коэффициент (меньше единицы), учитывающий деформацию формы вихря по сравнению с окружностью. Приравнивая полученную частоту отрыва вихрей к классической формуле частоты, определенной по радиусу цилиндра с числом Струхаля, получим следующую зависимость числа Струхаля от толщины пограничного слоя: $\mathrm{Sh}(V/2R) = V/\beta 2\pi (R+\delta)$ или для числа Струхаля $\mathrm{Sh} = 2R/\beta 2\pi (R+\delta)$.

Для ламинарного поперечного обтекания цилиндра (по Блазиусу) (рис. 5) толщина пограничного слоя в точке отрыва $\delta \approx 2.5R/\sqrt{\mathrm{Re}}$. Следовательно, зависимость числа Струхаля от числа Рейнольдса при поперечном обтекании круглого цилиндра имеет вид

$$\mathrm{Sh} \approx \frac{1}{\beta 2\pi} \frac{1}{1 + 2.5/\sqrt{\mathrm{Re}}}.$$

График зависимости числа Струхаля от числа Рейнольдса приведен на рис. 6. На экспериментальную кривую Sh1 [5] нанесена расчетная кривая Sh2 приведенной выше зависимости числа Струхаля при коэффициенте деформации вихря $\beta = 3/4$. Полученное качественное совпадение поведения кривых подтверждает применимость приведенного здесь описания процесса образования и отрыва вихрей за цилиндром. Можно предположить, что подобные процессы характерны для образования «дорожки» вихрей за любым плохо обтекаемым препятствием.

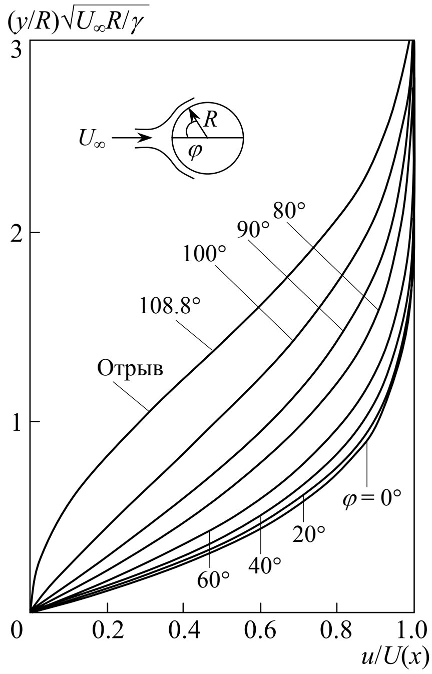


**Рис. 5.** Распределение скоростей в ламинарном пограничном слое на круглом цилиндре по Блазиусу ([5], рис. 9.6)

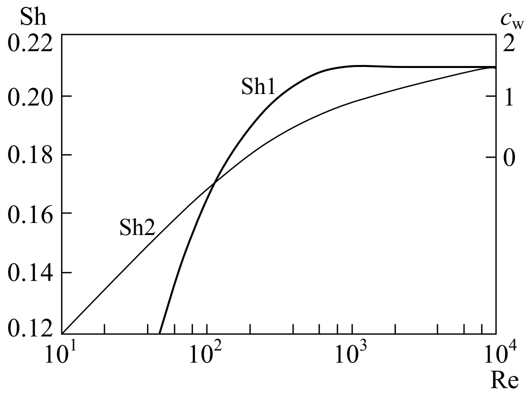


**Рис. 6.** Зависимость числа Струхаля Sh1 от числа Рейнольдса для круглого цилиндра по измерениям А. Рошко (кривая $S$ [5], рис. 2.9), на график нанесена кривая Sh2 по сделанной оценке

## 5. Силы, действующие на препятствие при отрыве вихря

По нашему предположению отрыв вихря приводит к появлению источника шума. Рассмотрим это явление подробнее. В качестве модели стеноза артерии рассмотрим течение в трубе радиуса $R$ с участком меньшего радиуса $r$. За участком сужения в соответствии с предложенной картиной образуется тороидальный вихрь, который отрывается при достижении размеров сужения, т.е. радиус вихря по оси сечения тора $R_T = (R + r)/2$, а радиус сечения $r_T = (R - r)/2$. Масса жидкости в этом вихре равна

$$m = \rho 2\pi^2 R_T r_T^2 = \rho \frac{\pi^2}{4} R^3 (1 - r^2)(1 - r). \tag{10}$$

Как было показано, вихрь размером с препятствие после полного оборота отрывается и уносится потоком со скоростью $V$, унося с собой импульс скорости, который равен импульсу силы, воздействующей на препятствие:

$$F\tau = mV. \tag{11}$$

Для нахождения силы, вызывающей вибрацию препятствия, нужно оценить интервал отрыва вихря. Разумно предположить, что отрыв вихря от препятствия происходит за время перемещения вихря потоком на длину собственного размера, т.е. $\tau = 2r_T/V$.

Тогда искомая сила воздействия на препятствие равна

$$F = \frac{mV}{\tau} = \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi^2}{4} R^2 (1 - \eta^2), \tag{12}$$

где $\eta = r/R$.

Время отрыва вихря $\tau$ относится к интервалу между сходом вихрей $T = 2\pi r_T/V$ как

$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{2\pi} \approx 0.159. \tag{13}$$

Поскольку скорость кровотока имеет импульсный характер [6] и возникает только во время систолы, будем считать, что во время систолы (около 300 мс) скорость нарастает, падает до нуля и остается нулевой во время диастолы (около 500 мс). Для удобства оценок будем считать зависимость скорости от времени в интервале систолы синусоидальной: $V = V_0\sin(\pi t/T_0)$, где $T_0$ — длительность систолы. Тогда за время систолы можно ожидать последовательность отрывов вихрей за препятствием через интервалы времен, необходимые для полного оборота вихря за препятствием:

$$\frac{\pi(1-\eta)R}{V_0} = \int_{t_n}^{t_{n=1}} \sin\frac{\pi t}{T_0}dt = \frac{T_0}{\pi}\left(\cos\frac{\pi t_n}{T_0} - \cos\frac{\pi t_{n+1}}{T_0}\right), \tag{14}$$

в моменты времени

$$\begin{gathered} t_1 = \frac{T_0}{\pi}\arccos\left[-\frac{\pi^2(1-\eta)R}{V_0T_0}\right], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ t_{n+1} = \frac{T_0}{\pi}\arccos\left[\cos\frac{\pi t_n}{T_0} - \frac{\pi^2(1-\eta)R}{V_0T_0}\right], \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{gathered} \tag{15}$$

В эти моменты в течение систолы возникают импульсы силы вдоль потока:

$$\begin{gathered} F_1 = \frac{\rho V^2(t_1)}{2}\pi R^2\frac{\pi}{4}(1-\eta^2), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ F_n = \frac{\rho V^2(t_n)}{2}\pi R^2\frac{\pi}{4}(1-\eta^2), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{gathered} \tag{16}$$

Длительность этих импульсов силы мы приняли как

$$\begin{gathered} \tau_1 = \frac{R(1-\eta)}{V(t_1)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \tau_n = \frac{R(1-\eta)}{V(t_n)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{gathered} \tag{17}$$

Таким образом, через изменяющиеся по длительности промежутки времени на препятствие со стороны потока действуют импульсы силы тем большие по величине и короче по длительности, чем ближе это событие к середине систолы.

Можно оценить число этих событий, если упростить рассмотрение и сделать оценки для средней скорости кровотока в период систолы. Для синусоидальной модели средняя скорость в систоле $V_{av} = V_0 2/\pi$. Количество импульсов за систолу равно целому отношения длительности систолы к периоду полного оборота вихря за препятствием:

$$N = \frac{T_0}{T} = \frac{T_0 V_{av}}{\pi R(1-\eta)}. \tag{18}$$

Для аорты можно получить оценку $N \approx 6/(1-\eta)$. При изменении отношения высоты препятствия к радиусу сосуда от 0 до 0.3 последнее значение соответствует перекрытию сечения сосуда на 50 %, т.е. получим число импульсов за систолу приблизительно от 6 до 9.

## 6. Нормальная скорость колебаний поверхности тела при отрыве вихря

По результатам предыдущих оценок можно ответить на три вопроса о вихреобразовании за препятствием, поставленных в разд. 2: отрыв вихря за препятствием происходит при достижении вихрем размера препятствия, период срывов вихрей определяется временем их полного оборота за препятствием и импульс силы, действующей при отрыве вихря, равен импульсу скорости, приобретаемому массой оторвавшегося вихря. Импульс силы и вектор силы распространяются в направлении, противоположном потоку в сосуде. На основании этих представлений об источнике шумов артерий нужно найти, как этот импульс силы в артерии создает звук, воспринимаемый стетоскопом или другим приемником на поверхности тела. Будем рассматривать человеческое тело в первом приближении как однородную водоподобную среду, имеющую плоскую свободную границу, на которой и регистрируются колебания от источника. Тогда в этой среде по нашим представлениям существует локальный источник внешней силы, приложенной к среде, что соответствует акустическому источнику — диполю с осью, совпадающей с вектором силы, и силой диполя, равной величине сторонней силы [8]. Излучение такого диполя равно скалярному произведению вектора силы на градиент поля монополя:

$$p = \mathbf{F}\nabla\left[\frac{\exp(ikr)}{4\pi r}\right], \tag{19}$$

где $p$ — акустическое давление, $\mathbf{F}$ — вектор сторонней силы, $k$ — волновое число, $r$ — модуль радиуса вектора точки наблюдения, $\nabla$ — оператор Гамильтона.

Таким образом, как источник звука любой участок стеноза артерии можно представить диполем, располагающимся на малом по сравнению с длиной излучаемой им волны расстоянии под границей тела с воздухом. Следовательно, задача об излучении звука участком стеноза артерии сводится к нахождению поля нормальной скорости на абсолютно мягкой границе полупространства, лежащей в ближнем поле диполя. Эта задача для тонов сердца, порождаемых захлопыванием клапанов, была ранее решена в работе [3]. Воспользуемся результатом этого решения, кратко изложенного далее.

В первом приближении границу тела с воздухом можно считать плоской. Тогда поле диполя вблизи такой границы представляется суперпозицией полей двух диполей: заданного и зеркально отраженного с противоположно направленной осью [8]. Выберем систему прямоугольных координат (рис. 7) так, что граница совпадает с плоскостью $XY$, а ось диполя лежит в плоскости $XZ$ и наклонена к оси $Z$ под углом $\alpha$.

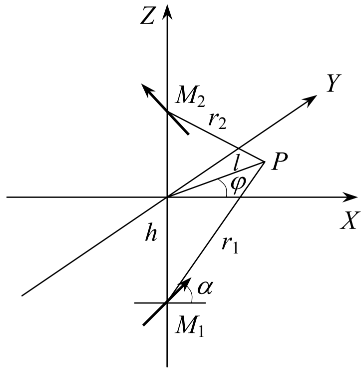


**Рис. 7.** Пространственное расположение реального диполя $M_1$ и его отражения $M_2$ относительно границы $XY$ с точкой наблюдения $P$

Нормальную скорость границы найдем из уравнения Эйлера по полю давления двух диполей — реального и отраженного:

$$V_\text{n} = \frac{\partial}{\partial z}\left\{\mathbf{M}_1\nabla\left[\frac{\exp(ikr_1)}{4\pi r_1}\right] + \mathbf{M}_2\nabla\left[\frac{\exp(ikr_2)}{4\pi r_2}\right]\right\}, \tag{20}$$

где $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$ — моменты диполей, связанные с силой диполя общим выражением $\mathbf{M} = (\rho\int\mathbf{F}\,dt)^{-1}$; $r_1$, $r_2$ — радиусы из центров диполей в точку наблюдения (см. рис. 7), $\rho$ — плотность среды.

В ближнем поле, т.е. на расстоянии до диполя малым по сравнению с длинной волны звука, получили [3] для нормальной скорости границы выражение

$$V_\text{n} = \frac{M}{2\pi}\exp(ikR)\frac{h^2}{R^5}\left\{(3 - 3ikR - k^2R^2)(\xi\cos\alpha\cos\phi + \sin\alpha) + \frac{R^2}{h^2}\left[\sin\alpha(ikR - 1)\right]\right\}, \tag{21}$$

где $R = (r^2 + h^2)^{1/2}$, $\xi = r/h$.

В рассматриваемом случае ближнего поля $kR \ll 1$ выражение (21) существенно упрощается:

$$V_\text{n} \approx \frac{M}{2\pi h^3\left(\sqrt{1+\xi^2}\right)^5}\left(3\xi\cos\alpha\cos\phi + 2\sin\alpha - \xi^2\sin\alpha\right). \tag{22}$$

Формула (22) является исходной для дальнейших оценок. Графики распределения по поверхности границы амплитуды нормальной скорости $V_\text{n}$ представлены на рис. 8 для двух углов наклона оси диполя к границе: ось диполя направлена вдоль границы и ось нормальна к границе.

Рассмотрим диполь, ориентированный нормально к границе; для него величина амплитуды нормальной скорости на границе не зависит от угла и равномерно спадает от точки проекции диполя на границу пропорционально кубу расстояния от этой точки (рис. 8*а*):

$$V_\text{n} \approx \frac{M}{2\pi h^3}\frac{2 - \xi^2}{\left(\sqrt{1+\xi^2}\right)^5}. \tag{23}$$

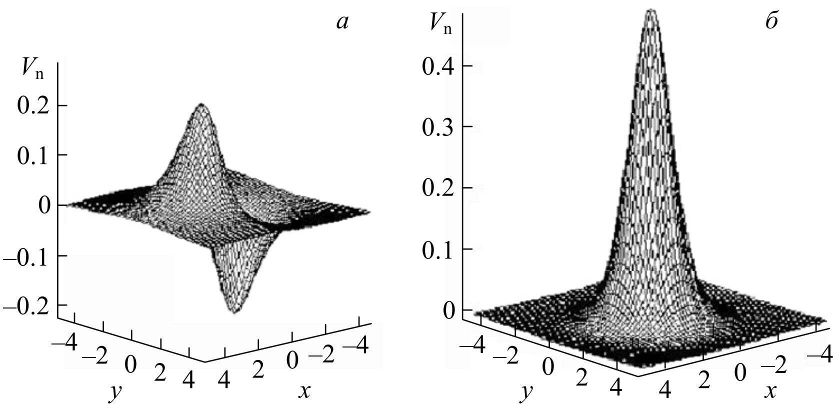


**Рис. 8.** Распределение амплитуды нормальной скорости границы при углах наклона диполя $\alpha = 0°$ (*а*) и 90° (*б*)

Этот случай не соответствует реальному расположению артерий в теле, оси которых почти параллельны поверхности тела.

Рассмотрим случай диполя с осью параллельной границе. Нормальная скорость на границе имеет косинусоидальное распределение:

$$V_n \approx \frac{3M}{2\pi h^3} \frac{\xi}{\left(\sqrt{1+\xi^2}\right)^5} \cos\phi. \tag{24}$$

Нормальная скорость над диполем равна нулю и максимальна вдоль оси диполя в двух симметричных точках (см. рис. 8), удаленных от точки проекции диполя на расстояние $l \approx h/2$. Амплитуда нормальной скорости убывает при удалении от максимумов как четвертая степень расстояния от точки проекции диполя на границу, т.е. максимумы очень резко выражены.

Таким образом, формула (24) качественно демонстрирует 1) ярко выраженную локализацию мест хорошей слышимости шумов сосудов на поверхности тела, 2) несовпадение этих мест с местами проекцией соответствующих стенозных участков на поверхность тела и 3) увеличение разнесения этих мест вдоль оси сосуда при увеличении глубины стенозного участка под поверхностью тела.

## 7. Физическая модель стетоскопа

Для правильного сравнения результатов проведенного модельного описания следует учесть передаточные свойства приемников колебаний поверхности тела, поскольку результат (24) относятся к точечному приемнику скорости на поверхности грудной клетки. Реально приемниками шумов являются либо стетоскоп, либо фонендоскоп. Фонендоскоп отличается наличием мембраны, закрывающей чашечку. Для стетоскопа роль мембраны выполняет поверхность кожи, к которой прижата чашечка. Оба эти приемники имеют конечную площадь соприкосновения с грудной клеткой, т.е. «собирают» сигнал с площади чашечки стетоскопа.

Стетоскоп имеет воздушную чашечку, прикладываемую в поверхности грудной клетки, что создает вместе с трубками замкнутую воздушную полость. Нормальные перемещения поверхности грудной клетки относительно уровня краев чашечки вызывают в этой полости колебания давления, которые регистрируются ухом. Рассмотрим стетоскоп с заданными размерами: площадью сечения отверстия чашечки и общим внутренним объемом стетоскопа, куда входят внутренний объем чашечки и всех проводящих трубок. Считая процесс сжатия воздуха во внутреннем объеме стетоскопа под действием малого смещения поверхности грудной клетки адиабатическим, получим в первом приближении выражение для звукового давления $P_s$ в стетоскопе

$$P_{\mathrm{s}} = \gamma \frac{P_{\mathrm{a}}}{U} \int_{-\infty}^{t} \iint_{S} V_n \, dx\, dy\, dt, \tag{25}$$

где $\gamma$ — показатель адиабаты, $U$ — внутренний объем стетоскопа, $S$ — площадь чашечки стетоскопа, $P_{\mathrm{a}}$ — атмосферное давление.

Подставляя в формулу (16) интеграл по времени от нормальной скорости (14), получим выражение звукового давления в стетоскопе в зависимости от величины сторонней силы, действующей на стенозный участок артерии,

$$P_{\mathrm{s}} = \frac{3\gamma}{2\pi} \frac{P_{\mathrm{a}}}{Uh} \int_{-\infty}^{t} M(t)dt \int_{0}^{S}\!\!\int \frac{\xi \cos\phi}{\left(\sqrt{1+\xi^2}\right)^5} d\chi \, d\sigma, \tag{26}$$

где $\chi = x/h$, $\sigma = y/h$ — безразмерные координаты на плоскости.

Влияние стетоскопа выражено интегралом по поверхности, накрытой чашечкой. Можно ввести обозначение для интеграла в безразмерных переменных относительно глубины $h$ стенозной артерии под поверхностью: $\delta = d/h$ — безразмерный диаметр чашечки стетоскопа, $\lambda = l/h$ — безразмерный сдвиг центра чашечки вдоль оси диполя от точки проекции стенозного участка, $\chi = x/h$, $\sigma = y/h$ — безразмерные координаты на плоскости,

$$\mathrm{Int}(\delta, \lambda) = \iint_{S} \frac{\xi \cos\phi}{\left(\sqrt{1+\xi^2}\right)^5} d\chi \, d\sigma = \iint_{S} \frac{\chi}{\left[\sqrt{1+\sigma^2+(\chi-\lambda)^2}\right]^5} d\chi \, d\sigma. \tag{27}$$

Изменение отношения интеграла по поверхности формулы (27) к площади чашечки стетоскопа при удалении центра чашечки стетоскопа от точки проекции диполя на границу вдоль оси диполя (расстояние отнесено к «глубине» диполя) приведено на рис. 9 для пяти значений отношения радиуса отверстия чашечки к глубине диполя.

Как видно на графике, выраженный максимум слышимости смещен вдоль его оси и сдвинут относительно точки проекции диполя тем больше, чем больше радиус чашечки. При диаметре чашечки, меньшем глубины диполя, звуковое давление наибольшее и его величина быстро спадает при увеличении диаметра чашечки сверх этой величины, поскольку при относительном радиусе чашечки более 0.5 влияние симметричного участка с противоположной фазой колебаний (см. рис. 9) исчезает только при сдвиге на радиус чашечки.

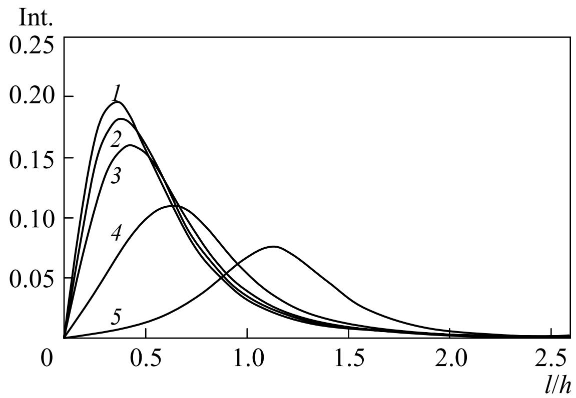


**Рис. 9.** Изменение отношения интеграла по поверхности формулы (27) при удалении чашечки стетоскопа от точки проекции клапана на границу вдоль оси диполя для пяти значений отношения радиуса отверстия чашечки к «глубине» клапана: 0.1 (*1*), 0.3 (*2*), 0.5 (*3*), 1.0 (*4*), 2.0 (*5*)

На рис. 9 видно, что максимальный сигнал достигается для заданной глубины диполя и заданного внутреннего объема стетоскопа при вполне определенном радиусе отверстия чашечки (не более 0.5 от глубины диполя) и что дальнейшее увеличение размера чашечки приводит к уменьшению аускультационного сигнала. Поэтому в реальных конструкциях стетоскопов для достижения наибольшей громкости тонов эмпирически выбран диаметр чашечки 2–3 см, что, как следует из описанной физической модели, соответствует реальным значениям 1–6 см глубины диполя. Для акушерских стетоскопов, как известно, диаметр чашечки делается больше, а именно 5–6 см, поскольку клапаны сердца плода находятся дальше от поверхности тела матери.

Сделаем оценки величины шумов артерий, исходя из результатов нашего рассмотрения. Подставим в формулу (24) полученные ранее выражения для момента диполя, заменяя импульс силы импульсом движения вихря

$$M = \frac{1}{\rho}\int F(t)dt = \frac{1}{\rho}F(t_n)\tau_n = V(t_n)\frac{\pi}{4}R^3(1-\eta^2)(1-\eta). \qquad (28)$$

Для звукового давления, воспринимаемого стетоскопом, при стенозе артерии получим выражение

$$P_{\mathrm{s}} = \frac{3}{8}\frac{R^3}{h}\gamma\frac{P_{\mathrm{a}}}{U}V(t_n)\tau_n(1-\eta^2)(1-\eta)\,\mathrm{Int}(\delta,\lambda). \qquad (29)$$

Поскольку произведение скорости потока на время отрыва вихря по нашим представлениям равно «толщине» тороидального вихря, $V(t_n)\tau_n = R - r$, то полученное выражение (29) можно представить для анализа в следующем виде:

$$P_{\mathrm{s}} = \frac{3}{8}\gamma P_{\mathrm{a}}\frac{R^4}{hU}(1-\eta^2)(1-\eta)^2\,\mathrm{Int}(\delta,\lambda). \qquad (30)$$

Звуковое давление пропорционально атмосферному, и коэффициент пропорциональности зависит от куба радиуса артерии, глубины ее залегания, от

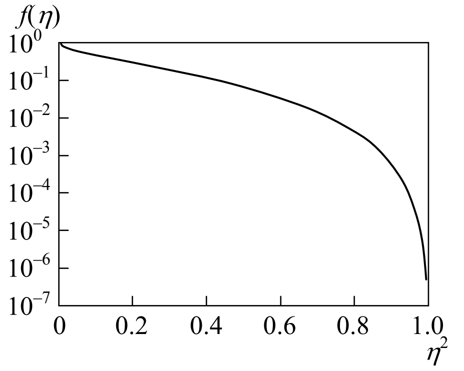


**Рис. 10.** Зависимость функции $f(\eta) = (1-\eta^2)(1-\eta)^2$ от относительной площади просвета стенозного участка артерии

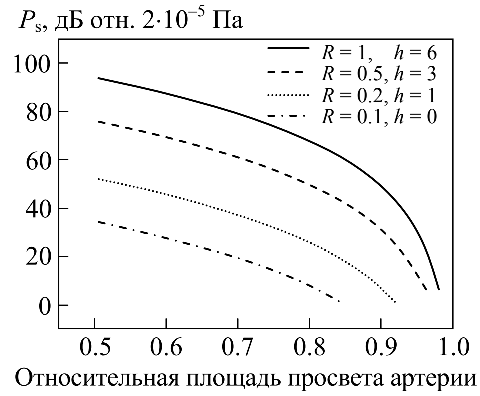


**Рис. 11.** Оценка амплитуды звукового давления в стетоскопе по формуле (29) для разных радиусов артерий $R$ и глубины артерий $h$ (в см)

величины сужения артерии и параметров стетоскопа. Интеграл, зависящий от расположения стетоскопа относительно стенозного участка, был представлен графически на рис. 9, и при оценках можно воспользоваться этим результатом. Факторы, обусловленные величиной стеноза, а именно отношением площади просвета к площади поперечного сечения артерии до участка стеноза, представлены в виде функциональной зависимости на рис. 10.

Полученная простая формула (30) позволяет оценить амплитуду давления шума артерий при аускультации в зависимости от размера артерии и величины стеноза. Результаты расчета для четырех наборов соотношений размеров артерий и глубины их под поверхностью приведены на рис. 11. Объем стетоскопа принят 16 см$^3$, атмосферное давление $10^5$ Па. Приведенные ранее рассуждения не принимали во внимание влияние стеноза на скорость кровотока, что, по-видимому, верно только для слабого стеноза. Поэтому на графике зависимости уровня звукового давления от просвета артерии не приводится расчет для просветов артерий, меньших 50 % сечения артерии.

Интересно, что амплитуда давления в стетоскопе оказалась не зависящей от скорости кровотока. Это следствие того, что в оценке не учитывается влияние длительности импульса сторонней силы на спектр шума, а только вызываемое им смещение поверхности тела под чашечкой стетоскопа. Можно сказать, что оценка (30) в этом смысле «квазистатическая». Частотную зависимость звука в стетоскопе можно получить, находя спектры импульсов силы (16) длительности (17) в моменты (15) по смоделированной форме временной зависимости. Подробное модельное рассмотрение спектральных характеристик шумов артерий требует специального исследования в объеме отдельной статьи.

Расчеты по полученной формуле (30) можно сравнить с известными измеренными величинами для сердечно-сосудистой системы [1]. Если считать оценку для самой крупной артерии на рис. 11 оценкой для аорты, то можно сравнить полученные уровни шума с уровнями тонов на фонокардиограммах.

Уровни шума в систоле, когда через трикуспидальный клапан из желудочка в аорту изгоняется поток крови, при графической записи могут быть сравнимы с уровнями тонов, но обычно имеют меньший уровень [9, 10]. Уровни тонов в общей полосе частот по данным литературы [1] достигают величины 2–3 Па. Поэтому полученный уровень шума около 1 Па для стеноза по площади 20 % представляется реальным и вполне согласуется с наблюдаемыми на фонокардиограммах величинами для шумов сердца [9, 10].

## 8. Результаты и выводы

В статье последовательно проведено рассмотрение всего процесса аускультации сосудистых шумов от возникновения источников шума артерий, передачи колебаний от источника до поверхности тела и восприятия этих шумов человеческим ухом через стетоскоп. Обосновано утверждение, что в артериях (даже крупных) не может развиться турбулентное течение в терминах гидродинамики, пульсирующее течение является ламинарным, и возмущения этого течения представляют собой отдельные вихри. Определены условия, при которых возникшие за препятствием вихри могут отрываться потоком. Показано, что периодически отрывающиеся вихри вследствие сохранения импульса являются источником сторонней силы, импульсы которой направлены вдоль потока и определяются массой оторвавшегося вихря и его скоростью. На основании ранее полученных результатов [3] при рассмотрении сторонней силы как дипольного источника получено выражение для нормальной скорости на поверхности тела над стенозной артерией. Нормальная скорость оказывается локализованной в двух участках разнесенных вдоль стенозной артерии на расстояние глубины стенозной артерии. Вследствие сильной локализации колебаний поверхности тела возникает вопрос об оптимизации размера чашечки стетоскопа. Показано, что чашечка стетоскопа должна быть меньше половины глубины источника шума. Получена формула для звукового давления, создаваемого в стетоскопе стенозной артерией, во всей частотной полосе. Оценки уровней находятся в хорошем соответствии с наблюдаемыми величинами. Это подтверждает правильность изложенных представлений и позволяет применять предложенную гидродинамическую модель для расчета шумов артерий.

В заключение можно сделать вывод, что в органах сердечно-сосудистой системы не существуют акустические источники монопольного типа, т.е. нет объемных источников, в области которых локально осциллирует замкнутый объем (иными словами, периодически изменяется количество или плотность среды). В то же время очевидны источники дипольного типа, а именно импульсы силы, первоначально вызванные сердечными сокращениями и обусловленные захлопыванием клапанов и нарушением нормального течения крови в сосудах, т.е. без отрыва образовавшихся вихрей. Принципиально нет оснований для того, чтобы отрицать наличие источников более высокого порядка, например квадруполей, но эффективность акустических источников падает с увеличением порядка мультиполя, поэтому их вкладом, по-видимому, можно пренебречь в присутствии дипольных источников.

## ABSTRACT

In the framework of the dipole theory developed by author for heart sounds, artery bruits are associated with impulses of force acting on the obstacle narrowing vessel walls at the vortex flow. The full process from origination of a vortex behind the obstacle up to its separation and streaming with the flow is considered. Some additional suggestions are made to describe these complex hydrodynamic phenomena. The conditions of vortex separation and the frequency of this process are described. A model represents the force impulse generated at vortex separation as an acoustic dipole near field of which creates a normal velocity field on the breast surface. The simple model of stethoscope is used to get the dependence of sound pressure of artery bruits on the artery and stenos size. The optimum size of the stethoscope bell for this dipole velocity field is found. The estimates of sound pressure in the stethoscope bell are compared with the known data. The developed theory and fulfilled estimates are in satisfactory agreement with phenomena observed and make it possible to explain the phenomena under consideration.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Stein P.D.* A Physical and Physiological Basis for the Interpretation of Cardiac Auscultation. N.Y.: Future Publ. Co., 1981. 288 p.
2. *Покровский А.В., Кияшко В.А.* Ишемический инсульт можно предупредить // Русский медицинский журнал. 2003. Т. 11, № 12. С. 75–78.
3. *Касоев С.Г.* Тоны сердца как результат акустического дипольного излучения клапанов // Акустический журнал. 2005. Т. 51, № 5. С. 674–681.
4. *Рашмер Р.Ф.* Динамика сердечно-сосудистой системы. М.: Медицина, 1981. 600 с. (*Rushmer R.F.* Cardiovascular Dynamics. Philadelphia: Saunders, 1961. 503 p.).
5. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 713 с.
6. *Антони Х., Вицлеб Э., Вутке В., Вайс Х., Гроте Й., Елькман В., Ениг В., Тевс Г., Циммерман М.* Физиология человека. Т. 2. М.: Мир, 2004. 314 с.
7. *Ван-Дайк М.* Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986. 181 с.
8. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 502 с.
9. *Фитилева Л.М.* Краткое руководство по фонокардиографии. М.: МЕДГИЗ, 1962. 128 с.
10. *Хольдак К., Вольф Д.* Атлас и руководство по фонокардиографии и смежным механографическим методам исследования. М.: Медицина, 1964. 260 с.