

В. Ф. Пучков, Г. В. Грацинская

**МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
И ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИКИ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Монография

Москва

Креативная экономика

2011

УДК 330.4
ББК 65в6,
П 90

Пучков В.Ф., Грацинская Г.В.

П 90 Методология построения математических моделей и оценка параметров динамики экономических систем: монография. – Москва: Креативная экономика, 2011.– 240 с.

ISBN 978-5-91292-078-3

В монографии излагается методология построения и оценки параметров математических моделей экономических систем, отражающих динамические свойства этих систем, которая учитывает основные положения законов теории управления. Большое внимание уделено возможностям применения при построении моделей экономических систем типовых динамических звеньев и использованию скользящих модулирующих функций для оценки их параметров. Приведены примеры построения и оценки параметров математических моделей макроэкономики. Изложены принципы построения, этапы создания автоматизированных информационных систем как среды для построения и эффективного использования в режиме реального времени математических моделей экономических систем, а также выполняемые ими функции.

Приведенные в монографии материалы могут быть использованы разработчиками математических моделей и автоматизированных информационных систем, а также аспирантами и студентами экономических специальностей.

Монография рекомендована к печати кафедрой «Информационные технологии и высшая математика» Государственного института экономики, финансов, права и технологий (Гатчина).

© В.Ф. Пучков, 2011

© Г.В. Грацинская, 2011

ISBN 978-5-91292-078-3

© Издательство «Креативная экономика», 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	7
Введение	9
1. Построение экономико-математических моделей в режиме реального времени и оценка их параметров	14
1.1. Методология построения математических моделей экономических систем, цели и особенности их моделирования.....	14
1.2. Принципы построения систем управления экономическими объектами и математических моделей, описывающих их функционирование.....	23
1.3. Этапы экономико-математического моделирования.....	38
1.4. Особенности применения математических моделей для анализа и управления экономическими процессами.....	53
2. Применение типовых динамических звеньев для моделирования экономических систем	58
2.1. Использование передаточных функций для отражения динамических свойств элементов системы.....	58
2.2. Характеристики типовых динамических звеньев.....	60
2.2.1. Пропорциональное звено.....	60
2.2.2. Устойчивые и неустойчивые апериодические звенья.....	61
2.2.3. Устойчивые и неустойчивые звенья второго порядка.....	63
2.2.3.1. Общие положения.....	63
2.2.3.2. Характеристики устойчивых и неустойчивых апериодических звеньев второго порядка.....	66
2.2.3.3. Характеристики устойчивых и неустойчивых колебательных звеньев второго порядка.....	68
2.2.3.4. Характеристики консервативного звена второго порядка....	71
2.2.4. Интегрирующее звено.....	72

2.2.5. Дифференцирующее звено.....	74
2.2.6. Запоздывающее звено.....	75
2.2.7. Нелинейное звено.....	76
2.3. Соединение линейных типовых звеньев.....	78
2.3.1. Общие положения.....	78
2.3.2. Последовательное соединение звеньев.....	79
2.3.3. Параллельное соединение звеньев.....	80
2.3.4. Передаточная функция звена с обратной связью.....	81
2.4. Применение типовых динамических звеньев для анализа динамических свойств экономических систем... ..	82
3. Оценка динамических параметров объектов управления с использованием скользящих модулирующих функций.....	90
3.1. Основные положения метода скользящих модулирующих функций.....	90
3.2. Методы и схемы реализации непрерывного формирования и решения систем уравнений для оценки параметров объекта управления.....	98
3.3. Применение метода скользящих модулирующих функций для идентификации нестационарных объектов с запаздыванием.....	109
4. Оценка экзогенных параметров математических моделей экономических систем с использованием модулирующих функций.....	119
4.1. Оценка капиталоемкости прироста дохода в модели Харрода-Домара.....	119
4.2. Определение экзогенных параметров модели экономического роста Р. Солоу.....	125
4.3. Оценка параметров модели, отражающей взаимосвязь основных производственных фондов и валового внутреннего продукта..	132
4.4. Определение экзогенно задаваемых параметров макромодел	

делового цикла Самуэльсона-Хикса.....	137
5. Моделирование процессов развития макроэкономических систем.....	143
5.1. Математическая модель взаимосвязи макроэкономических показателей инвестиционного процесса.....	143
5.2. Определение среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в физический и человеческий капитал и их созданием.....	150
5.2.1. Оценка величины строительного лага с использованием модулирующих функций.....	150
5.2.2. Оценка величины строительного лага с использованием поисковых методов.....	152
5.2.3. Особенности оценки среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в человеческий капитал и его созданием.....	155
5.3. Метод оценки величины человеческого капитала в регионе....	157
5.4. Оценка величины лага освоения и показателя общей экономической эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал.....	161
5.5. Моделирование влияния инвестиций, спроса и предложения товаров и услуг на развитие национальной экономики.....	172
6. Информационные системы – среда для создания математических моделей в режиме реального времени.....	189
6.1. Необходимость и пути совершенствования систем управления экономическими объектами с использованием средств вычислительной техники.....	189
6.2. Теоретические основы создания автоматизированных информационных систем в экономике.....	194
6.3. Структура, состав и назначение подсистем	

автоматизированной информационной системы.....	201
6.4. Состав и назначение обеспечивающих подсистем автоматизированной информационной системы.....	211
6.4.1 Информационное обеспечение.....	211
6.4.2. Математическое обеспечение.....	215
6.4.3. Программное обеспечение.....	217
6.4.4. Техническое обеспечение.....	219
6.4.5. Организационно-правовое обеспечение.....	221
6.4.6. Кадровое обеспечение.....	222
6.4.7. Лингвистическое и эргономическое обеспечение.....	224
6.4.8. Защитное обеспечение.....	224
6.5. Стадии и этапы создания автоматизированной информационной системы.....	224
Заключение.....	230
Библиографический список.....	235

ПРЕДИСЛОВИЕ

*Дорогим внукам
Ярославу и Полине
посвящаем данную книгу.
Авторы*

Предлагаемая вашему вниманию книга может использоваться как справочное пособие для разработчиков автоматизированных систем управления экономическими объектами, широко использующих экономико-математические модели для эффективного управления этими объектами.

В условиях современной России использование моделей для поиска оптимальных управленческих решений практически невозможно и не имеет особого смысла, так как в управлении экономическими процессами преобладает волюнтаристский подход, определяемый специфическими интересами тех или иных групп или личностей.

С развитием гражданского общества в России, изменением менталитета россиян субъективные волюнтаристские подходы к управлению экономикой будут постепенно изживаться. На смену им придут эффективные способы управления, основанные на объективной оценке ситуации, широком использовании математических моделей и автоматизированных систем управления.

Идеи и методы реализации такого системного подхода к управлению экономическими объектами были разработаны еще академиком В.М. Глушковым в 60-х годах прошлого века. В Советском Союзе были получены определенные положительные результаты в этом направлении. Показателем этого был поток ученых со всего мира, изучавших опыт создания таких систем управления. Однако несовершенство технического обеспечения, засилье бюрократии, не желавших отдавать «бразды» правления, не

позволили создать стройную и эффективную систему управления экономикой страны.

В 90-е годы прошлого столетия работы по созданию автоматизированных систем управления в большинстве случаев были свернуты, а даже достигнутые результаты ликвидированы. В настоящее время в основном остались или даже развиваются автоматизированные системы сбора, передачи, обработки информации с использованием прямого счета, выдачи и отображения информации. Применение экономико-математических моделей для выработки оптимальных управленческих решений практически отсутствуют. Фактически нет и эффективных систем управления, построенных с учетом законов и основных принципов кибернетики. Все это дело будущего поколения. К ним и обращена эта книга. Мы надеемся, что будущие экономисты не будут считать математические методы решения экономических задач экзотикой, а признают, что действительно прав был известный ученый и общественный деятель, написавший: «Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений».

АВТОРЫ

ВВЕДЕНИЕ

Экономические проблемы, возникающие перед специалистами в процессе управления регионом, отраслью, страной очень сложны и зависят от множества факторов, иногда противоречащих друг другу, изменяющихся с течением времени и влияющих на другие процессы и явления. Исследование данных экономических проблем целесообразно проводить на адекватных макроэкономических математических моделях.

Математическое моделирование позволяет отразить проблему в абстрактной форме и учесть большое число разнообразных характеристик объекта моделирования. Анализ полученных результатов способствует обоснованному выбору оптимального решения задачи управления исследуемым экономическим процессом.

При этом одной из актуальнейших проблем, возникающих при построении экономико-математических моделей объектов управления, является определение динамических характеристик управляемых объектов по их входным и выходным показателям (проблема идентификации) в режиме реального времени. Несмотря на большое количество работ по идентификации объектов управления, некоторые важные, прикладные аспекты данной проблемы остаются нерешенными, что в сильной степени сдерживает практическое использование тех положительных результатов, которые были уже получены. Это свидетельствует в пользу актуальности дальнейших исследований в этой области с целью расширения пределов применимости и возможностей практического использования методов теории идентификации.

Целью данной работы является:

- формулировка методологии создания экономико-математических моделей в режиме реального времени;
- систематизация принципов, которые используются при построении математических моделей объектов управления;

- рассмотрение возможностей применения известных в технических приложениях типовых динамических звеньев для моделирования динамических процессов в экономических системах;
- использование метода скользящих модулирующих функций для определения в режиме реального времени параметров дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы в экономических системах;
- применение рассмотренных выше подходов для построения экономико-математических моделей ряда экономических процессов и систем;
- рассмотрение автоматизированных информационных систем как среды для построения в режиме реального времени математических моделей объектов управления.

Данная работа включает в себя введение, шесть разделов и список использованной при написании работы литературы.

Во введении обоснована цель и актуальность работы, приведена его структура и краткое изложение содержания.

В первом разделе рассматриваются общие вопросы методологии моделирования экономических систем в режиме реального времени. Приведены этапы экономико-математического моделирования и принципы построения математических моделей объектов управления, в том числе допускающие возможность применения принципа самоорганизации при создании модели. Кроме того рассмотрены особенности применения математических моделей для анализа и управления макроэкономическими процессами.

Раздел 2 посвящен описанию основных характеристик типовых динамических звеньев, включая вид дифференциальных уравнений, передаточных функций, уравнений, отражающих переходные процессы в звеньях и графики этих переходных процессов. Показаны различные способы соединения типовых динамических звеньев и виды передаточных функций для каждой схемы соединений. Приводится пример использования типо-

вых динамических звеньев для построения структурной схемы экономической системы.

Третий раздел включает в себя изложение сути метода определения параметров динамических процессов, описываемых с помощью линейных дифференциальных уравнений, с использованием скользящих модулирующих функций. Метод основан на обработке системой специальных функций значений входных и выходных показателей исследуемого объекта, измеренных в процессе нормальной его работы. Показаны способы применения и виды скользящих модулирующих функций, используемых для формирования коэффициентов систем алгебраических уравнений, последующее решение которых дает возможность получить оценки параметров исследуемых динамических процессов. Приведены схемы и алгоритмы непрерывного решения формируемых систем алгебраических уравнений. Предложенные алгоритмы могут быть применены в режиме реального времени для определения параметров стационарных, существенно нестационарных объектов управления, а также объектов с запаздыванием.

В четвертом разделе приводятся модели Харрода-Домара, Р. Солоу, взаимосвязи основных производственных фондов и валового внутреннего продукта, делового цикла Самуэльсона-Хикса.

. На примере данных моделей показаны методики применения модулирующих функций для оценки основных экзогенных параметров, используемых в данных моделях:

- капиталоемкости прироста дохода в модели Харрода-Домара;
- коэффициента, учитывающего распределенное запаздывание при вводе основных производственных фондов, годового темпа прироста числа занятых в экономике, доли выбывших за год основных производственных фондов в модели экономического роста Р. Солоу;
- коэффициента эффективности инвестиций, степени инерционности освоения основных производственных фондов, величины, характеризую-

щей влияние неучтенных факторов в модели взаимосвязи основных производственных фондов и валового внутреннего продукта;

– предельной склонности к потреблению и величины акселератора инвестиций в модели делового цикла Самуэльсона-Хикса.

Пятый раздел посвящен построению динамической модели взаимосвязи макроэкономических показателей, характеризующих инвестиционные процессы в экономике страны. Изложены методики оценки времени запаздывания между осуществлением инвестиций в физический и человеческий капитал и их созданием, а также оценки величины лага освоения и показателя общей экономической эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал. При оценке названных параметров используется метод модулирующих функций.

В конце раздела приведено построение комплексной модели, отражающей процессы производства, распределения и потребления в национальной экономике. Модель учитывает влияние на эти процессы инвестиций, спроса и предложения товаров и услуг. Показаны результаты расчетов с использованием данной модели.

Раздел 6 посвящен обоснованию необходимости и путям совершенствования систем управления экономическими объектами с использованием автоматизированных информационных систем. При этом показано, что автоматизированные информационные системы в экономических системах по своей сути являются естественной средой для построения в режиме реального времени экономико-математических моделей данных систем, с последующим использованием этих моделей для эффективного решения задач управления. Кроме того, рассмотрены теоретические основы создания автоматизированных информационных систем в экономике, их структура, состав и назначение. Подробно освещается состав и назначение обеспечивающих подсистем автоматизированной информационной системы, стадии и этапы создания автоматизированной информационной системы.

В Заключении обобщаются сделанные в ходе работы выводы. Подводится итог проделанной работы. На основании полученных выводов предлагаются определенные рекомендации по методике построения в режиме реального времени экономико-математических моделей, отражающих динамические процессы на уровне экономики страны, отраслей народного хозяйства и регионов Российской Федерации.

Библиографический список содержит 74 наименования источников нормативных документов, учебно-методических материалов, монографий и статей в периодических публикациях, которые послужили основой написания данной работы.

1. ПОСТРОЕНИЕ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ И ОЦЕНКА ИХ ПАРАМЕТРОВ

1.1. Методология построения математических моделей экономических систем, цели и особенности их моделирования

Под экономической системой понимается сложная вероятностная динамическая система, охватывающая процессы производства, обмена, накопления, распределения и потребления материальных ресурсов и других благ [18, 22, 37, 48]. Она относится к классу управляемых систем. Экономической системе, как и любой системе, присущи следующие признаки:

— целостность, т.е. принципиальная несводимость свойств системы к сумме свойств составляющих ее элементов;

наличие цели и критерия функционирования;

— наличие более крупной системы, внешней по отношению к данной системе, называемой «средой»;

— возможность выделения в системе ее составляющих – подсистем.

Основным методом исследования экономических систем является метод моделирования. Моделирование – это один из способов познания окружающих нас объектов и явлений. Чем больше познан изучаемый объект, тем более построенная модель адекватна объекту. При этом критерием истины может служить совпадение теоретических результатов, полученных при использовании построенной модели, и практически получаемых данных. Названное положение должно учитываться при построении эффективных как систем управления экономическими объектами, так и систем построения экономико-математических моделей.

Модель – это абстрактный образ реального объекта, описанный математическими средствами, отражающая существенные свойства моделируемого экономического объекта (процесса) и замещающая его в ходе исследования [22, 25, 38, 39, 44]. В процессе познания истины «мыш-

ление, восходя от конкретного к абстрактному, не отходит – если оно правильное ... от истины, а подходит к ней. Все научные (правильные, серьезные, не вздорные) абстракции отражают природу глубже, вернее», но «для истины нужны ещё другие стороны действительности, которые тоже лишь кажутся самостоятельными, отдельными. Лишь в их совокупности ... и в их отношении ... реализуется истина» [33]. Данная цитата еще раз подчеркивает мысль, что математическое моделирование является мощным инструментом познания объективно существующих закономерностей, включая закономерности, отражающие экономические процессы и явления, но пределы использования математических моделей ограничены определенными рамками.

Рассмотрим *методологию создания экономико-математических моделей*, позволяющую использовать эти модели для целей управления в меняющихся условиях функционирования объектов управления. В этом случае построение экономико-математических моделей должно происходить в режиме реального времени. При этом *под режимом реального времени понимается такой режим создания математических моделей объектов управления, при котором учитываются ограничения на время создания модели*. Величина времени, отводимого на создание модели, зависит от необходимой скорости реакции системы управления на изменения в состоянии управляемого объекта.

Методология (философия методики) создания экономико-математических моделей состоит из *метода* как общего подхода к построению модели и конкретной *методики* как совокупности специальных приемов, применяемых для обработки экономической информации [61].

Концептуальной основой методологии, создания в режиме реального времени экономико-математических моделей объектов управления является использование информации, получаемой с входа и выхода объекта, и нахождение автоматизированным способом математической конструк-

ции, наилучшим образом воспроизводящей их взаимосвязь, и адекватно отражающей наиболее важные свойства изучаемого объекта управления.

Реализация данной концепции возможна путем применения таких автоматизированных систем построения математических моделей, в которых используются кибернетические принципы управления. Суть и содержание этих принципов подробно изложены в подразделе 1.2.

Основные положения методики построения и определения параметров экономико-математических моделей в режиме реального времени отражены в подразделах 1.3. и 3.2. Реализация методики создания математических моделей в таком режиме возможна только в среде автоматизированных информационных систем, структура, состав и назначение которых рассматриваются в разделе 6.

Основными целями создания моделей в режиме реального времени являются:

— осуществление постоянного и своевременного анализа развития изучаемых экономических объектов и процессов;

— прогнозирование изменения возможных значений параметров данных процессов и на основе результатов прогнозирования осуществление предвидения поведения этих процессов;

— выработка и, при необходимости, своевременная, эффективная корректировка принятых управленческих решений на всех уровнях экономики.

Проведение своевременных исследований, расчет и построение модели позволяют проанализировать любую экономическую ситуацию даже в условиях неопределенности и выбрать оптимальные решения по управлению или обусловить предложенные решения. Применение математических моделей необходимо потому, что зачастую проблема сложна, зависит от большого числа факторов, по-разному влияющих на ее решение. Непродуманное или научно не обоснованное решение может привести к серьезным негативным последствиям.

Исходя из вышеизложенного, можно выделить следующие задачи исследования экономических объектов, для достижения которых необходимо сначала построить математическую модель и проанализировать ее:

- 1) принятие решений в условиях неопределенности, отбор лучших решений;
- 2) правильная постановка реально достижимых целей, оценка возможности их получения;
- 3) планирование мероприятий по достижению целей;
- 4) корректировка ранее принятых решений в связи с изменением условий;
- 5) систематический контроль состояния хозяйственной деятельности;
- 6) прогнозирование последствий принимаемых решений, своевременная реакция на ожидаемые изменения путем корректировки планов и перераспределения ресурсов [18, 31, 36, 37].

По определению любая экономическая модель абстрактна, следовательно, она неполна. Математическая модель отражает влияние наиболее существенных, с точки зрения исследователя, факторов, которые определяют основные закономерности функционирования изучаемого экономического объекта или процесса. При этом в модели не учитывается влияние других факторов. Однако в определенных ситуациях эти факторы в совокупности могут проявиться не только через отклонения в поведении изучаемого экономического объекта (процесса), но и существенным образом повлиять на его поведение. При построении модели считается, что совокупное воздействие неучтенных факторов компенсирует друг друга. В противном случае необходимо их учитывать при уточнении модели.

Важнейшим понятием при экономико-математическом моделировании, является понятие адекватности модели, т.е. соответствие модели моделируемому процессу или объекту. *Под адекватностью математической модели изучаемому экономическому объекту или процессу понимает-*

ся соответствие свойств разработанной математической конструкции тем свойствам объекта или процесса, которые изучаются исследователем. В связи с этим в принципе не может быть полного соответствия математической модели изучаемому экономическому объекту или процессу. Однако использование математической модели для решения задач анализа или прогнозирования поведения экономического объекта, а тем более для выработки управленческих решений невозможно без тщательной проверки адекватности, созданной исследователем математической модели.

При рассмотрении различных аспектов экономико-математического моделирования, начиная с выбора вида модели и заканчивая вопросами практического использования результатов моделирования, следует постоянно иметь в виду свойства, которые осложняют процесс моделирования.

Можно выделить следующие свойства:

1. Целостность экономической системы (эмерджентность), которая проявляется в том, что система имеет свойства, отсутствующие у составляющих ее элементов. Данные свойства возникают у системы благодаря соответствующим связям между элементами. Например, вуз, как система, обладает свойствами подготавливать и выпускать специалистов высшей квалификации. В то же время входящие в вуз элементы (кафедры, бухгалтерия, учебная часть, деканаты и др.) такими свойствами самостоятельно не обладают. Поэтому построение математических моделей необходимо производить не только для отражения свойств составляющих систему элементов, но и для системы в целом.

2. Проявление закономерностей экономических явлений и процессов в массовых явлениях. Причем закономерности носят более устойчивый характер, если на изучаемый процесс воздействуют множество событий, но вклад каждого события не является существенным. Однако можно выявить в каждом событии определяющую его группу факторов.

3. Изменение во времени величины параметров экономических процессов и, соответственно, изменение структуры изучаемых экономических

объектов и процессов.

4. Развитие экономических процессов под постоянным воздействием неконтролируемых факторов, что требует при разработке математических моделей применение аппарата теории вероятностей и математической статистики.

5. Невозможность проведения активного экономического эксперимента в чистом виде, без воздействия факторов окружающей среды.

6. Способность экономической системы к активной, заранее непредсказуемой реакции на изменение условий внешней среды, а также при изменении величины параметров экономической системы.

7. Уникальность каждого экономического объекта или процесса, что делает невозможным простое тиражирование однажды построенных моделей.

Полученные в результате математического моделирования экономических объектов или процессов данные обычно не используются как готовые управленческие решения. Эти данные можно рассматривать как консультирующие средства, а разработка и осуществление управленческих решений остается за лицом, принимающим решение. Следовательно, разработка и исследование экономико-математической модели является одним из этапов принятия управленческого решения в человеко-машинных системах управления экономическими объектами и процессами.

В связи с этим сами системы управления должны быть построены таким образом, чтобы могли создавать и использовать экономико-математические модели. Требования и способы построения таких систем управления рассматриваются специальной наукой – кибернетикой.

Кибернетика изучает общие закономерности процессов управления и передачи информации в машинах, живых организмах и их объединениях. Основные положения кибернетики сформулировал в 1948 г. американский ученый Н. Винер (1894 — 1964) в книге "Кибернетика, или управление и связь в животном и машине" [4]. Большой вклад в развитие кибернетики

сделали такие ученые как У.Р. Эшби (1903 – 1972) в своей работе «Введение в кибернетику» [63] и Э.С. Бир (1926 – 2002) в работе «Кибернетика и управление производством» [3]. В тоже время известно, что термин «кибернетика» впервые применил еще в 1834 г. французский физик Ампер (1775 – 1836). Так он назвал предполагаемую науку об управлении человеческим обществом (по древнегречески "кибернус" означает рулевой, кормчий).

Возникновение кибернетики обусловлено с одной стороны, потребностями практики, выдвинувшей задачи создания сложных устройств управления, и в другой стороны - развитием научных дисциплин, изучающих процессы управления в различных областях и подготовивших создание общей теории этих процессов. В отличие от наук, занимающихся конкретными процессами управления, кибернетика изучает то общее, что свойственно всем процессам управления, независимо от их природы, и ставит своей задачей создание единой теории этих процессов.

Управление – это информационный процесс, направленный на другой информационный или физический процесс, и обеспечивающий достижение поставленной цели. Другими словами управление – это целенаправленная деятельность.

Для любых процессов управления характерно:

— *наличие организованной системы, состоящей из управляющих и управляемых исполнительных органов;*

— *взаимодействие данной организованной системы с внешней средой, являющейся источником случайных или систематических возмущений;*

— *осуществление управления на основе приема и передачи информации;*

— *наличие цели и алгоритма управления.*

Понятие цели управления в кибернетике имеет широкий смысл, включающий в себя даже естественную целесообразность систем управле-

ния в живой природе, направленных на обеспечение устойчивости биологических видов и приспособление их к изменениям внешней среды.

Кибернетика изучает процессы управления с информационной стороны, отвлекаясь от энергетических или конструктивных характеристик реальных систем управления. Поэтому кибернетику можно определить как науку о способах восприятия, передачи, хранения, переработки и использования информации в машинах, социально-экономических системах, живых организмах и их объединениях.

В задачу кибернетики входит также систематическое сравнительное изучение структуры и различных принципов работы систем управления с точки зрения их способности воспринимать и перерабатывать информацию. Кибернетика по своим методам является наукой, широко использующей разнообразный математический аппарат, а также сравнительный подход при изучении различных процессов управления. В качестве основных разделов кибернетики могут быть выделены:

1. Теория информации, изучающая способы восприятия, преобразования и передачи информации.
2. Теория программирования, занимающаяся изучением и разработкой методов переработки и использования информации для управления.
3. Теория систем управления, изучающая структуру и принципы построения систем управления и их связи с управляемыми системами и внешней средой.

Отдельные разделы кибернетики образуют единую теорию процессов управления. Она исследует законы лишь тех объектов, которые представляют собой системы управления.

Кибернетика, признающая общность процессов управления и связи в технических устройствах и живых организмах, имеет большую познавательную ценность. *Она позволяет одной отрасли наук заимствовать полезные сведения о способах управления из других отраслей и, таким образом, служит взаимному их обогащению.*

Несмотря на то, что кибернетика возникла в результате опытов на цифровых вычислительных машинах, все же по принципу своего действия эти вычислительные машины относятся к старой, докибернетической, технике, к тому классу систем, которые называют обычными. Однако сейчас уже ясно, что системы обычного типа с постоянным заданием, жесткой программой или алгоритмом, не обеспечивают эффективного управления экономическими процессами. Поэтому кибернетика все дальше уходит от них, открывая перспективы развития более гибких и более универсальных систем управления с автоматическим приспособлением к изменяющимся условиям функционирования. Такие системы управления называют кибернетическими системами. Принципы создания гибких кибернетических систем разнообразны. *В настоящее время кибернетические системы можно разделить на системы, использующие упорядоченный и статистически-вероятностный поиск оптимальных показателей процесса управления.*

Преимуществом упорядоченных систем является определенность и быстрота действий. Преимуществом статистических систем является их универсальность, пригодность к решению ряда разнообразных задач. Статистические вероятностные системы в наибольшей степени обладают способностью к «обучению» т.е. легко могут учесть опыт предыдущей работы.

Значительное место в кибернетике занимает *теория оптимальных алгоритмов, обеспечивающих экстремум некоторого критерия оптимальности*. Причем в различных случаях критерии оптимальности могут быть разными. Однако существуют общие методы формулировки и решения самых разнообразных задач этого рода.

Другим важным направлением в кибернетике является *разработка теории и принципов действия систем с автоматизированным приспособлением, которое заключается в целенаправленном изменении свойств системы или её частей, обеспечивающем возрастающую успешность её действий*. В этой области имеют большое значение системы автоматической оптимизации, приводимые автоматическим поиском к оптимальному ре-

жиму функционирования и поддерживаемые вблизи этого режима при непредвиденных заранее внешних воздействиях.

Следующим направлением является *разработка теории сложных систем управления, состоящих из большого количества элементов, включающих сложные взаимосвязи отдельных частей, работающих в трудных условиях.*

Важнейшая задача кибернетики — *моделирование все более сложных форм умственной деятельности человека с целью замены человека автоматами там, где это возможно и разумно.* Поэтому в кибернетике развиваются теории и принципы построения различного рода обучающихся систем, которые путем тренировки или обучения целенаправленно изменяют свой алгоритм. Так, построены различные системы, обучающиеся распознаванию образов, которые после определенного периода обучения могут различать или узнавать определенные объекты.

Многие задачи кибернетики столь сложны, что теоретическое исследование не может привести к их решению. Это вызывает необходимость осуществления, так называемого кибернетического эксперимента, который обычно производится на разнообразных математических моделях.

1.2. Принципы построения систем управления экономическими объектами и математических моделей, описывающих их функционирование

Для того чтобы создать эффективную систему управления необходимо использовать разработанные в кибернетике законы и принципы построения систем управления. Данные законы и принципы были сформулированы в работах ученых, занимавшихся разработкой теоретических положений кибернетики [3, 4, 5, 21, 51, 63]. Однако изучение функционирующих систем управления, включая системы управления экономическими объектами, показывает, что многие известные принципы управления не используются в реальной практике. Это указывает на необходимость уве-

личения пропаганды этих законов и принципов с разъяснением, возникающих при их внедрении особенностей и сложностей. В связи с этим ниже приводится перечень и изложение сути основных законов и принципов кибернетики, использование которых существенно помогает построить эффективные системы управления экономическими объектами и системы построения экономико-математических моделей. Перечень данных законов и принципов следующий:

1. *Закон обратной связи.*
2. *Закон необходимого разнообразия.*
3. *Принцип внешнего дополнения.*
4. *Принцип эмерджентности*
5. *Принцип выбора решения.*
6. *Принцип декомпозиции.*
7. *Принцип иерархии управления.*

Каждый из законов и принципов имеет свои особенности при применении в конкретных системах управления. Рассмотрим некоторые из них:

1. Закон необходимого разнообразия. Создание эффективных систем управления требует нахождения оптимального разнообразия состояний данных систем. Данное положение нашло отражение в виде закона необходимого разнообразия Эшби, который гласит, что «разнообразие состояний системы управления должно быть не менее разнообразия состояний управляемого объекта» [38, 62].

Разнообразие сложного объекта управления требует системы управления, которая сама обладает достаточным разнообразием. Целенаправленное поведение управляемого объекта достигается за счет увеличения разнообразия органа управления. Процесс управления при этом сводится к уменьшению разнообразия состояний управляемого объекта, к уменьшению неопределенности его поведения.

2. К закону необходимого разнообразия тесно примыкает и дополняет его принцип внешнего дополнения. Согласно данному принципу всякая

система управления должна иметь "черный ящик", т.е. некоторый запас возможностей (ресурсов), с помощью которых можно обеспечить компенсацию заранее неизвестных воздействий внешней и внутренней среды.

Теоретическим подтверждением данного положения может служить теорема неполноты Геделя из математической логики. Согласно данной теореме для каждого множества аксиом можно найти такую теорему, которую нельзя ни опровергнуть, ни доказать без расширения круга исходных аксиом [19, 28]. Исходя из этого положения, Стаффорд Бир пишет: *«... в силу теоремы неполноты Геделя любой язык управления, в конечном счете, недостаточен для выполнения поставленных перед ним задач, но этот недостаток может быть устранен благодаря включению «черного ящика» в цепь управления ... чтобы формулировать решения, выраженные языком более высокого порядка ... для построения истинных кибернетических машин, предназначенных для стратегических решений, затрагивающих все производство, этот принцип необходим. Я называю его принципом внешнего дополнения»* [3].

Осуществление принципа внешнего дополнения существенно повышает эффективность функционирования системы и объекта управления. Для удержания объекта управления в диапазоне заданных значений выходных показателей необходимо наделить систему управления определенным уровнем возможностей, компенсирующих воздействие негативных факторов. При этом система управления должна иметь возможности не только использовать количественный запас ресурсов, но производить при необходимости структурные изменения, как в объекте управления, так и в самой системе управления. Сложность реального осуществления принципа внешнего дополнения состоит в трудности оценки величины и вида запаса ресурсов из-за неопределенности силы и направления воздействия заранее неизвестных факторов. Излишний запас ресурсов снижает эффективность функционирования системы управления в обычном режиме работы. Нахо-

ждение оптимального компромисса всецело зависит от искусства конструктора системы управления.

3. Закон обратной связи. Ключевой закон теории управления – закон обратной связи утверждает, что эффективное управление невозможно без наличия как прямой, так и обратной связи между объектом управления и системой управления, образуя при этом замкнутый контур [4, 22, 38]. Обратная связь – это воздействие результатов функционирования объекта управления на управление этим объектом. На основании информации, поступающей благодаря обратной связи, корректируются управляющие воздействия.

При этом основной ролью обратной связи является восстановление нормальной работы, нарушенной внешними и внутренними факторами, т. е. способности системы к саморегулированию и самоорганизации (адаптации).

Различают два вида обратной связи:

– отрицательная связь, которая уменьшает влияние входной величины на выходную величину, стремясь установить и поддержать некоторое устойчивое динамическое равновесие;

– положительная связь, увеличивающая влияние входной величины на выходную величину, тем самым, создавая неустойчивое динамическое равновесие.

Соответственно закон обратной связи может быть отражен в виде схемы, представленной на рисунке 1.1. Как видно из рисунка, суть закона состоит в том, что система управления получает информацию о выходных показателях через канал обратной связи. Если обратная связь отрицательная, то величина $\Delta X(t) = X(t) - Y(t)$. При положительной связи $\Delta X(t) = X(t) + Y(t)$.

Основное требование при создании канала обратной связи состоит в том, чтобы поступающая в систему управления информация отвечала следую-

щим свойствам: достоверность и полнота; ценность и актуальность; ясность и понятность.



Рисунок 1.1. Схема реализации закона обратной связи

Однако достаточно часто данные требования не выполняются в достаточной мере. Это происходит в том случае, когда в канале обратной связи появляются *инерционные звенья или звенья чистого запаздывания*. Появление таких звеньев нарушает работу всей системы вплоть до нарушения её устойчивости и возникновения колебательных процессов. Другой существенной причиной, снижающей качество работы канала обратной связи, является *возникновение помех в виде неконтролируемых воздействий на канал обратной связи*.

4. Принцип эмерджентности. Указывает на целостность системы, которая проявляется в том, что система имеет свойства, отсутствующие у составляющих ее элементов. Возникновение у высокоорганизованной системы *новых свойств происходит благодаря так называемым синергическим связям между элементами, обеспечивающими увеличение общего эффекта до величины, большей, чем сумма эффектов независимых элементов системы*. В связи с этим возникает необходимость анализа поведения не только отдельных частей изучаемой системы, но и в обязательном порядке системы в целом.

При создании новой системы управления необходимо производить проверку, насколько органично вписываются в систему ее отдельные части (подсистемы) и обладает ли создаваемая система новыми свойствами, необходимыми для ее успешной работы. Таким образом, фактически проверяется, является ли изучаемая или создаваемая система действительно организованной системой с синергическими связями между подсистемами или является конгломератом отдельных независимых подсистем.

5. Принцип выбора решения. Для принятия оптимального решения необходимо иметь несколько вариантов решения. Наличие многовариантных реакций в ответ на конкретную ситуацию, обеспечивает принятие оптимального решения для конкретного случая. Этот принцип учитывает взаимосвязанность и обусловленность количественных и качественных изменений.

Для практической реализации принципа выбора решений *необходимо иметь встроенные в систему управления подсистему распознавания складывающейся ситуации и подсистему поиска вариантов оптимальных решений при разных критериях оптимальности*. Реализация таких подсистем зависит от назначения объекта управления и ряда других условий. Построение на практике таких подсистем может варьироваться от экспертных систем на базе нейронных сетей, до жестких детерминированных систем.

6. Принцип декомпозиции. Управляемый объект всегда можно рассматривать как состоящий из относительно независимых друг от друга подсистем (частей). Расчленение объекта управления на относительно независимые звенья, а самой системы управления на отдельные управляющие подсистемы, обеспечивает возможность эффективного управления объектом. Успешность использования принципа декомпозиции зависит от изученности объекта и системы управления и *объективной оценки степени допустимой независимости работы отдельных управляющих подсистем в тех или иных реальных условиях функционирования объекта управления*.

7. Принцип иерархии управления. Под иерархией управления понимается многоуровневое управление объектом управления. При этом нижние уровни управления отличаются быстротой переработки поступающей информации и высокой скоростью выдачи управляющих команд. *По мере повышения уровня иерархии реакция замедляется, но выдаваемые команды отличаются большим разнообразием.* Разрабатываются они уже не в темпе поступления информации, а могут включать в себя этапы анализа, сопоставления, разработку различных вариантов команд.

Многоступенчатая схема управления обеспечивает экономичность и устойчивость системы управления. Основной проблемой при создании иерархических систем управления является определение оптимального числа уровней и количество звеньев в каждом уровне. *Критерием оптимальности в этом случае служит степень загруженности информацией каждого звена, скорость и глубина преобразования информации в звене.* Главными недостатками в работе иерархических систем управления являются *существенное снижение скорости поступления информации на верхний уровень управления и возрастание вероятности искажения передаваемой информации.* Разработка эффективных мер по снижению или исключению данных недостатков должна быть одной из первостепенных задач конструктора системы управления.

Перечисленные семь законов и принципов логично дополнить еще двумя принципами, которые были предложены академиком В.М. Глушковым (1923 – 1982) для создания автоматизированных систем управления [5, 6]. К таким принципам следует отнести:

1 Принцип системности. Цели и критерии функционирования объекта управления и управляющей системы должны быть совпадающими друг с другом. *Наличие различий в целях и критериях функционирования между объектом управления и системой управления приводят к резкому снижению эффективности управления.* Следовательно, конструктор системы управления, в первую очередь, должен определить фактические цели

и критерии функционирования, как объекта управления, так и системы управления. Затем *принять при необходимости меры по приведению их к взаимному соответствию.*

2 Принцип развития. Объект управления и управляющая им система должны иметь возможность постоянного расширения и обновления своих функций. Изменения параметров среды, окружающей объект и систему управления, а также расширение выполняемых ими функций *приводят к необходимости решать новые задачи управления.* Для того чтобы не производить при этом коренной перестройки созданной системы управления или объекта управления необходимо заранее предусматривать возможности расширения выполняемых функций основными подсистемами системы управления. Принцип развития тесно связан с принципом внешнего дополнения и в определенной степени конкретизирует его направленность, но не повторяет его, а уточняет одну из сторон данного закона.

Как уже было отмечено в предыдущем подпункте 1.1, основой эффективного управления экономическими объектами или процессами являются экономико-математической модели, адекватно отражающие реально существующие экономические закономерности. В связи этим логическим дополнением к законам и принципам построения систем управления являются методы построения самих экономико-математических моделей.

Изучение данных методов целесообразно начать с представления простейшей блок-схемы, с помощью которой наиболее отчетливо можно показать основной принцип нахождения параметров экономико-математической модели при использовании информации с входа и выхода объекта управления. Вариант такой блок-схемы представлен на рисунке 1.2. В соответствии с приведенной блок-схемой для построения модели используется имитационная модель, поисковые методы оценки параметров, а в качестве функции цели минимум квадрата рассогласования выходных показателей объекта управления и соответствующих показателей на выходе модели. Рассмотрим более подробно работу блок-схемы на рисун-

ке 1.2.

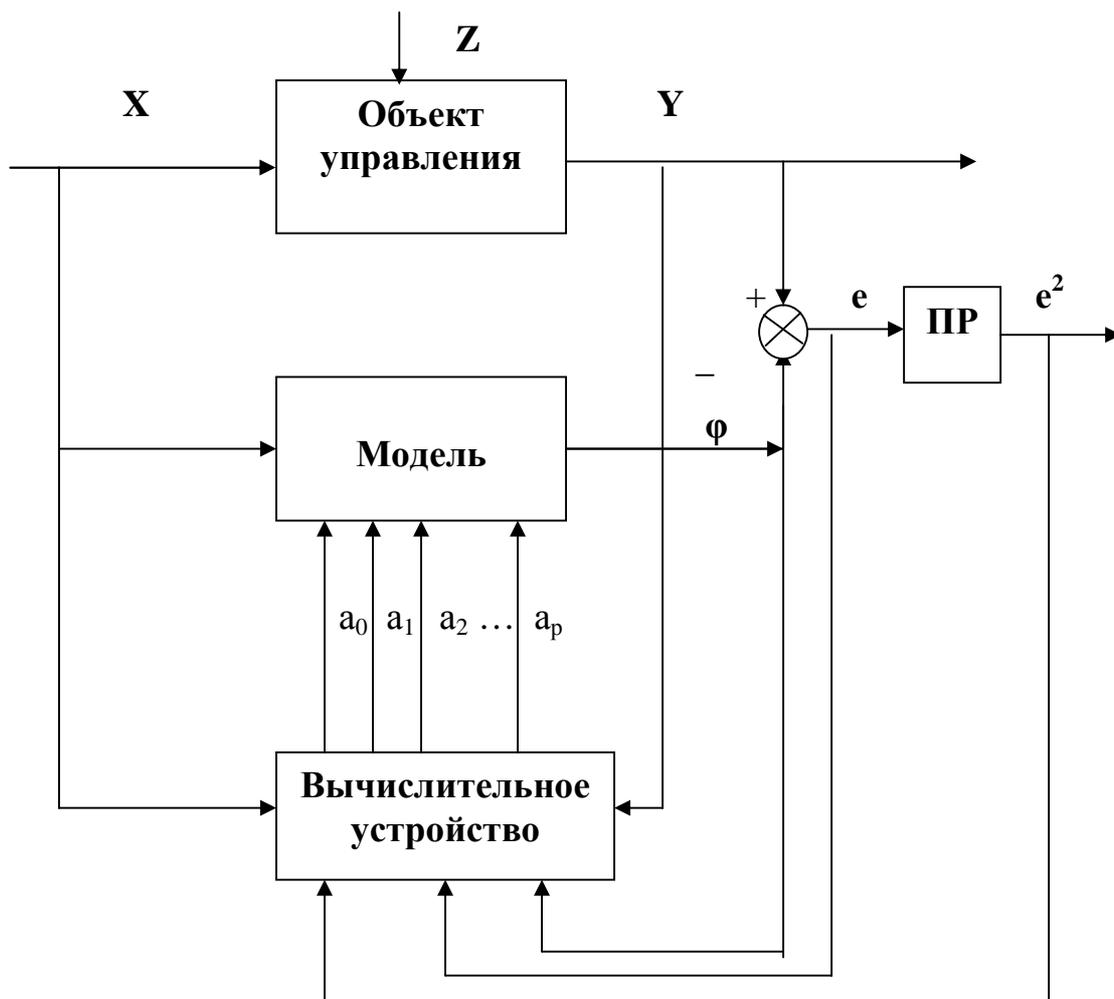


Рисунок 1.2. Блок-схема устройства для построения математической модели по информации о входных и выходных показателях объекта управления

На схеме приняты следующие обозначения:

X – вектор входных показателей объекта;

Y – вектор выходных показателей объекта;

Z – вектор неконтролируемых показателей;

φ – вектор выходных показателей модели;

e – разность между векторами выходных показателей объекта управления и модели;

a_0, a_1, \dots, a_p – параметры модели, определяющие вклад каждого показателя в величину составляющих вектора φ и меняющие структуру мо-

дели;

ПР – преобразователь, устраняющий знак в величине вектора \mathbf{e} .

В данной постановке задачи предполагается наличие зависимостей:

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = P_1(\mathbf{X}; \mathbf{Z}) \\ \Phi = P_2(\mathbf{X}), \end{cases} \quad (1.1)$$

где P_1 и P_2 – операторы преобразования.

При допущении, что вектор \mathbf{Z} незначительно влияет на вектор \mathbf{Y} и вектор $\mathbf{e}^2 \rightarrow \min$, то оператор преобразования P_2 стремится к оператору P_1 . Оператор P_2 фактически и является моделью объекта управления.

В качестве критерия близости модели объекту управления может служить не только квадратичная функция от рассогласования выходных показателей модели и объекта управления, но и другие функции, например, абсолютное значение рассогласования. Каждый подход имеет свои преимущества и недостатки.

Задача нахождения оператора P_2 по входным и выходным показателям объекта называется задачей идентификации объекта управления. В теории управления данная задача рассматривается в трех вариантах:

1. Задача «черного ящика». При рассмотрении принципа внешнего дополнения под «черным ящиком» понимается некоторая конструкция в системе или объекте управления, обладающая запасом резервов или возможностей для компенсации неблагоприятного влияния заранее неизвестных факторов. *В данном случае под «черным ящиком» представляется задача определения вида и параметров математической модели объекта управления, когда о нем нет никакой информации кроме входных и выходных показателей, т.е. оператор преобразования не известен. Модель в этом случае строить сложнее. Применяют самообучающиеся алгоритмы, используя, например, перебор различных операторов, либо используется оператор достаточно универсального вида.*

2. Задача «серого (полупрозрачного) ящика». В этом случае об объекте управления имеются априорные сведения. Обычно известна или при-

нята в качестве базовой модель в виде оператора преобразования определенной структуры. *Задача идентификации в этом случае заключается в нахождении коэффициентов этого оператора.* Для оценки величины коэффициентов оператора используется обычно метод наименьших квадратов или его модификации.

3. Задача «прозрачного ящика». В этом случае *модель строится по заданным алгоритмам, исходя из конструктивных или технологических параметров объекта.*

Первый подход к построению математической модели изучаемого объекта управления, т.е. с использованием «черного ящика», *является наиболее сложным в реализации, но и позволяющим найти наиболее приближенную к реальности математическую конструкцию.* Однако при реализации данного подхода необходимо учитывать, что зачастую исследователь привносит в программы вычислительных машин свои «личные», жесткие причинно-следственные связи, не давая ЭВМ никакой «свободы выбора» и заставляя ее слишком быстро искать «жесткое решение». В этом случае если какой-либо фактор не участвует среди аргументов модели, то ЭВМ его действительно не учитывает.

По-иному дело обстоит *в моделях, синтезируемых по методу самообучения.* «Черным ящикам» в схеме объекта управления должны соответствовать «черные ящики» в схеме системы распознавания. Данное положение отражает закон необходимого разнообразия Эшби. Сложные объекты управления требуют сложных моделей для решения задач управления. *Индетерминированный объект управления в оптимальном случае должен иметь в системе распознавания (идентификации) индетерминированные элементы.*

Система идентификации, работающая по детерминированному принципу, часто позволяет получить результаты быстрее, чем индетерминированная система. Однако эти результаты верны для объектов с детерминированной структурой и параметрами, но зачастую не дают достаточно

надежных результатов в случаях объектов с индетерминированной структурой и параметрами. Эти положения необходимо учитывать при построении эффективных систем идентификации сложных экономических объектов управления.

Определение вида и коэффициентов оператора преобразования представляет собой в большинстве случаев значительные трудности, особенно в эконометрических исследованиях. Это вызвано тем, что для определения вида и параметров оператора, т.е. коэффициентов модели, необходимо чтобы:

1. *Вектор входных показателей претерпевал достаточно большие изменения на изучаемом интервале времени или на множестве изучаемых объектов.* В этом случае по соответствующему изменению выходных показателей можно было бы судить о воздействии оператора преобразования на входные показатели. При этом уровень воздействия вектора X должен существенно превышать уровень воздействия вектора Z . Чем больше это превышение, тем точнее можно определить параметры модели. Если вектор $X=0$ или $X=const$, то определить параметры модели чаще всего невозможно.

2. *Принятый априори оператор преобразования, т.е. модель, отражала существенным образом фактические закономерности изучаемого объекта, т.е. не противоречила смыслу изучаемого объекта.* В противном случае надо заменить саму модель или задать ее в более общем виде.

3. *Принятая методика определения параметров модели была корректной с точки зрения обеспечения достоверности найденных параметров,* особенно при использовании статистических методов определения параметров модели.

4. *Имелся достаточный для нахождения математической модели объем исходной информации о входных и выходных показателях объекта управления.*

Необходимо также учитывать, что при построении математических моделей экономических процессов и объектов во многих случаях параметры моделей задаются или определяются в виде экзогенно заданных неизменных на исследуемом интервале времени величин. В реальности данные величины изменяются во времени по различным причинам.

Например, модели, отражающие экономический рост, предполагают *осуществление инвестиций в экономику в достаточно больших объемах. Однако в этом случае неизбежным является существенное изменение экономической структуры объекта и системы управления, а значит и изменение на исследуемом интервале времени экзогенно задаваемых параметров.*

Другой существенной причиной изменения параметров экономических процессов и экономических объектов, а значит и параметров математических моделей, отражающих их поведение, является *воздействие институциональных факторов. Во многих случаях данные факторы на интервале исследования резко меняют силу и направление своего воздействия на экономику, что ведет к изменению соотношений между экономическими показателями, включая параметры этих взаимоотношений.*

Поэтому методологически более верно для повышения адекватности и точности экономико-математических моделей использовать такие модели, в которых параметры, *задаются не в виде постоянных во времени величин, а в виде экзогенно заданных трендов, отражающих изменение этих параметров во времени.*

Например, производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид:

$$Y(t)=A(t)\cdot K^{\alpha_1}(t)\cdot L^{\alpha_2}(t), \quad (1.2)$$

где $Y(t)$ – валовой выпуск производственной системы;

$A(t)$ – коэффициент (параметр), отражающий влияние научно-технического прогресса на величину валового выпуска производственной системы;

$K(t)$ – величина производственного капитала;

$L(t)$ – величина участвующего в производстве человеческого ресурса;
 $\alpha_1; \alpha_2$ – коэффициенты эластичности, соответственно, по производственному капиталу и человеческому ресурсу;
 t – текущее время.

В данной функции величина параметра $A(t)$ меняется во времени и фактический график изменения этого параметра во времени обычно заменяется графиком трендового уравнения вида:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{p \cdot t}, \quad (1.3)$$

где A_0 – значение параметра $A(t)$ в начале исследуемого периода времени;

p – величина темпа увеличения влияния научно-технического прогресса на величину валового выпуска.

Аналогичным образом необходимо учитывать изменение во времени величины параметров и в других математических моделях, если это изменение достаточно существенно. Наглядно это показано на рисунке 1.3. На данном рисунке задана исходная зависимость параметра b от времени [$b = f(t)$] и показаны три варианта аппроксимации этой зависимости трендовыми уравнениями вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} b = b_{\text{cp}} = 42,1 = \text{const}; \\ b = 2,59 \cdot t + 13,58; \\ b = -0,11 \cdot t^2 + 4,97 \cdot t + 4,45. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.4) \\ (1.5) \\ (1.6) \end{array}$$

В данном примере лучшие результаты получены при использовании квадратичного степенного полинома. В этом случае коэффициент множественной детерминации $R^2 = 0,96$. Однако количество определяемых параметров резко возрастает, вместо одного параметра b_{cp} приходится находить в три раза больше параметров.

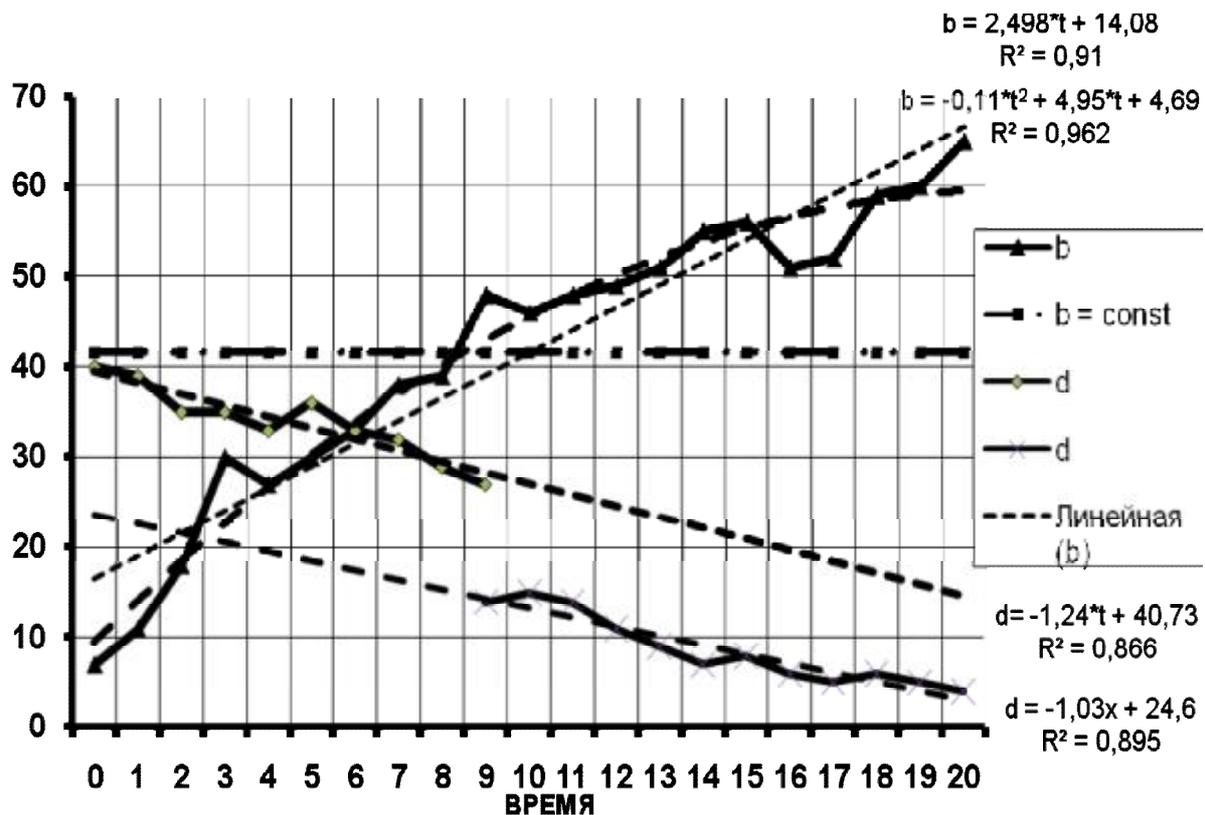


Рисунок 1.3. Графики зависимости от времени параметров b , d_1 , d_2 и аппроксимирующих эти зависимости трендовых уравнений

При построении экономико-математических моделей количество исходной информации ограничено. Поэтому исследователю всегда необходимо решать непростую задачу выбора между снижением точности модели из-за отсутствия учета изменения параметров исследуемого объекта во времени и снижением точности и статистической надежности за счет увеличения числа определяемых параметров.

В ряде случаев данную проблему удастся решить, применяя специальные полиномы, такие как полиномы Грегори, Чебышева. В тех же случаях, когда зависимость параметра от времени претерпевает разрыв первого рода вида:

$$d = \begin{cases} 1,24 \cdot t + 40,73 & \text{при } 0 \leq t < 10 \\ 1,03 \cdot t + 24,6 & \text{при } 10 \leq t \leq 20 \end{cases}, \quad (1.7)$$

возможно использование фиктивных переменных.

Таким образом, до построения математической модели, используемой для анализа, прогнозирования и управления, на этапе параметризации желательно оценить возможный диапазон изменения параметров объекта управления и при необходимости рассчитать и построить тренды изменений этих параметров. Целесообразно применять итерационную процедуру, как при оценке параметров, так и при окончательном выборе вида математической модели.

Современный уровень вычислительной техники позволяет:

- автоматизировать многие этапы сбора и обработки информации;
- прогнозировать дальнейшее развитие экономических процессов;
- моделировать и рассчитывать различные варианты решений по преодолению возникших трудностей, определять наиболее целесообразные решения, обеспечивающие эффективность производства, предпринимательства и экономики в целом. Таким образом, использование методов моделирования экономических процессов позволяет принять на основе результатов этого моделирования оптимальные решения по управлению данными процессами.

1.3. Этапы экономико-математического моделирования

При создании экономико-математических моделей в режиме реального времени в среде автоматизированных информационных систем (АИС) необходимо:

1. Изучить особенности функционирования объекта управления и определить допустимое время реакции системы управления на происходящие изменения в объекте управления, требующие построения и исследования модели объекта управления.

2. Определить принципы и методы построения экономико-математической модели, в частности решить, использовать детерминированный или индетерминированный способ создания модели.

3. Произвести разделение функций при создании математических моделей. Отдельно выделив функции, выполнение которых возлагается на специалистов АИС, и функции, выполняемые техническими средствами, включая ЭВМ.

4. Выделить в процессе построения экономико-математической модели те этапы, выполнение которых осуществляется однократно.

5. Определить допустимое время для выполнения каждого этапа построения и исследования математической модели.

Переходя непосредственно к процессу экономико-математического моделирования, т.е. описания экономических и социальных систем и процессов в виде моделей, рассмотрим этапы, выполнение которых в том или ином объеме необходимо при различных методах построения моделей.

1 этап. На данном этапе формулируется суть проблемы, предпосылки и допущения. Затем определяются наиболее важные, с позиции проводимого исследования, свойства изучаемого объекта, его структура и связь элементов структуры между собой. Выдвигаются гипотезы, с помощью которых объясняется поведение изучаемого объекта

2 этап. Производится отбор факторов-аргументов. Основная задача, стоящая при выборе факторов, включаемых в модель, заключается в том, чтобы ввести в анализ все основные факторы, влияющие на уровень изучаемого явления так, чтобы изменение этих факторов объясняли подавляющую часть изменения результативного признака. При этом необходимо учитывать, что ввод в модель чрезмерно большого числа факторов нежелательно, правильнее отобрать только сравнительно небольшое число основных факторов, находящихся предположительно в корреляционной связи с выбранным функциональным показателем.

Чрезмерное увеличение числа факторов может не прояснить, а, наоборот, затушевать картину множественных связей. Непосредственный отбор факторов-аргументов для включения их в экономико-математическую модель должен осуществляться на основе теоретико-

экономического анализа, исходя из целей и задач исследования. Кроме факторов, непосредственно определяющих величину исследуемого резуль- тативного показателя, в анализ необходимо *вводить и так называе- мые глубинные факторы, действующие опосредованно*. При помощи ап- риорного теоретического анализа часто нельзя выявить не только меру, но даже направление влияния того или иного фактора для изучаемых эконо- мических показателей. Например, показатели структуры затрат.

Качественный теоретический анализ при первом приближении не позволяет ответить на вопрос о существенности влияния отобранных фак- торов. Поэтому, например, в практике корреляционного анализа *широкое распространение получил так называемый двух стадийный отбор*. В со- ответствии с ним в модель включаются все предварительно отобранные факторы. Затем среди них, на основе специальной количественной оценки и дополнительного качественного анализа выявляются несущественно влияющие факторы, которые постепенно отбрасываются пока не останутся те, относительно которых можно утверждать, что имеющийся статистиче- ский материал согласуется с гипотезой об их совместном существенном влиянии на зависимую переменную при выбранной форме связи.

Свое наиболее законченное выражение двух стадийный отбор полу- чил в методике так называемого *многошагового регрессионного анализа, при котором отсеиваются несущественных факторов происходит на основе по- казателей их статистической значимости, в частности, на основе вели- чины *t*-критерия Стьюдента*.

При предварительном отборе факторов, включаемых в анализ, к ним предъявляются специфические требования. Прежде всего, *показатели, вы- ражающие эти факторы, должны быть количественно измеримы*. В не- которых случаях, используя соответствующий математический аппарат, *можно учесть и качественные показатели*. Однако такой учет требует дополнительных процедур формализации этих показателей.

Факторы, включаемые в модель не должны находиться между собой в функциональной или близкой к ней связи. Наличие таких связей свидетельствует о том, что некоторые факторы характеризуют одну и ту же сторону изучаемого явления. Поэтому их одновременное включение в модель нецелесообразно, так как они в определённой степени дублируют друг друга. Такое явление носит название мультиколлинеарность факторов. Если нет особых предположений, говорящих в пользу одного из этих факторов, следует отдавать предпочтение тому из них, который характеризуется большим коэффициентом парной (или частной) корреляции или вносит в уравнение регрессии наибольший вклад, то есть даёт меньшую остаточную дисперсию.

Использование для отбора включаемых в модель факторов коэффициентов парной корреляции оправдано тем, что они служат фактически концентрированным выражением влияния на изучаемый показатель всей функционально связанной группы факторов. С этой точки зрения коэффициент парной корреляции более предпочтителен, чем коэффициент частной корреляции. С другой стороны мультиколлинеарность приводит к весьма нежелательным последствиям. В этом случае матрица системы нормальных уравнений оказывается плохо обусловленной, что ведёт за собой невозможность получения (или неустойчивость) результатов решения.

Выбор факторов, включаемых в модель, зачастую предопределяется возможностью получения исходной статистической информации. По многим важным для анализа хозяйственной деятельности факторам, в годовых отчётах предприятий нет соответствующих данных, и их получают в результате специальных обследований.

3 этап. Выбор формы связи между факторными показателями и результативным признаком. *Определение формы связи изучаемого экономического показателя с выбранными факторами-аргументами, т.е. спецификация – один из наиболее сложных и ответственных этапов построения экономико-математической модели. От правильности выбора зависит,*

насколько будет построенная экономико-математическая модель адекватна изучаемому явлению, а это в значительной степени предопределяет практическую ценность получаемых результатов. Запас кривых для выравнивания статистических данных бесконечно разнообразен. *Для выбора той из них, которая наиболее адекватна не только имеющемуся эмпирическому материалу, но и истинной зависимости между изучаемым экономическим показателем и обуславливающими его факторами, исходят из соображений теоретико-логического, графического и статистического характера.*

Предварительно необходимо определить тип выбираемой модели, изучить возможности ее применения для построения экономико-математической модели, составить перечень показателей и параметров модели, используемые формы связей. Целесообразно использовать достаточно изученные математические модели. В некоторых случаях это требуется некоторого упрощения при описании изучаемого экономического объекта, но не в ущерб описанию основных изучаемых свойств объекта. В ряде случаев оправданно применять новую, ранее неизвестную математическую модель.

Как и при отборе факторов - аргументов решающая роль принадлежит (логическому) теоретическому обоснованию формы зависимости. Существенную помощь при выборе формы связи, особенно при парной корреляции, оказывает графический анализ зависимости между функцией и ее предполагаемыми аргументами. О типе теоретической кривой в этом случае судят по внешнему виду эмпирического графика регрессии, устраняя мысленно те зигзаги, которые можно предположить вызванными случайными причинами. С увеличением числа факторов-аргументов надежность этого метода существенно снижается, тем не менее, графический анализ зависимости между функцией и каждым ее аргументом в отдельности может оказать помощь при определении формы множественной связи.

Однако ни один из этих способов не позволяет однозначно выбрать функцию наилучшим образом описывающую изучаемое явление. Поэтому

на практике приходится определять искомый вид связи эмпирическим путем сравнения ряда моделей и выбора наилучшей из них с точки зрения принятого критерия сравнения.

При прочих равных условиях предпочтение отдается модели, зависящей от меньшего числа параметров. Считается, что число наблюдений должно быть больше числа параметров уравнения регрессии, по крайней мере, в 5-7 раз. Изучаемая совокупность должна обладать достаточно большим числом степеней свободы вариации, определяемым соотношением между численностью этой совокупности и числом параметров уравнения множественной регрессии. В крайнем вырожденном случае, когда число параметров уравнения регрессии равно числу наблюдений или сравнимо с ним, даже если все критерии адекватности принимают свои предельные значения, а нормированная ошибка равна нулю; полученная модель не имеет практического смысла.

Во всех остальных случаях высокий коэффициент множественной корреляции и соответствующий ему коэффициент детерминации свидетельствуют не только о том, что в окончательно отобранную модель включены все основные факторы, но также о справедливости гипотезы о линейной форме связи.

Если выбранная линейная форма связи сильно искажает действительный нелинейный характер зависимости, то величина коэффициента множественной корреляции, вычисленная через параметры уравнения регрессии, будет значительно ниже индекса множественной корреляции, определяемого через отношение дисперсии. В том случае, если полученная в результате решения линейная модель оказывается неадекватной, с точки зрения F-критерия Фишера или других критериев, целесообразно переходить к параболической кривой, добавляя в уравнение значения неизвестных в квадрате и парные их произведения.

Действуя, таким образом, и *повышая порядок уравнения, можно подобрать модель, соответствующую любому статистическому материа-*

лу. Однако практическая ценность такой модели будет резко снижаться по мере увеличения числа ее параметров. Поэтому, если дальнейшее повышение степени полиномов наталкивается на эту границу, следует рассматривать другие нелинейные модели, например, модели мультипликативного типа.

Тем или иным способом найденную модель можно упростить, отсеяв статистически незначимые или, так называемые, лишние факторы, которые незначительно влияют на целевую функцию и в то же время сильно коррелируют с остальными факторами. Для отсева статистически незначимых факторов их следует проранжировать по величине их статистической значимости, т.е. по величине t-критерия Стьюдента.

Фактор, для которого t-критерий Стьюдента имеет наименьшее значение, признается незначимым. После этого заново решается новая модель, зависящая от меньшего числа факторов, и вся процедура повторяется. Этот процесс продолжается до тех пор, пока оставшиеся в модели факторы не окажутся статистически значимыми. Эта процедура – метод многошагового регрессионного анализа. Его недостаток – чисто формальный характер процедуры, по причине которого из модели могут быть исключены существенные факторы. Для преодоления этого недостатка необходимо использовать для ранжирования факторов, наряду с t-критерием Стьюдента, более содержательный критерий. Одним из таких критериев может быть показатель суммы рангов, приведенный в таблице 1.2.

Этот показатель вычисляется по результатам анкетного опроса широкого круга специалистов. Каждому специалисту предлагается заполнить анкету, в которой перечисляются факторы, отобранные для корреляционного анализа изучаемого показателя. Специалист должен проранжировать эти факторы по степени их важности. При этом фактору, оказывающему наибольшее влияние на данный показатель, присваивается ранг 1 и т. д. В отличие от t-критерия Стьюдента, коэффициентов парной и частной кор-

реляции показатель суммы рангов не зависит от объема выборки, её характера, вида модели и числа включенных в нее факторов.

Таблица 1.2

Значения рангов показателей

Эксперты	\mathcal{E}_1	$\mathcal{E}_{2\dots}$	\mathcal{E}_k	\mathcal{E}_m	$S_k = \sum_{j=1}^m X_{jk}$
Факторы			...		
1	X_{11}	$X_{12\dots}$	$X_{1k\dots}$	X_{1m}	$S_1 = \sum_{j=1}^m X_{1k}$
2	X_{21}	$X_{22\dots}$	$X_{2k\dots}$	X_{2m}	$S_2 = \sum_{j=1}^m X_{2k}$
j	X_{j1}	$X_{j2\dots}$	$X_{jk\dots}$	X_{jm}	$S_k = \sum_{j=1}^m X_{jk}$
...
p	X_{p1}	$X_{p2\dots}$	$X_{pk\dots}$	X_{pm}	$S_p = \sum_{j=1}^m X_{pk}$

Это делает эти показатели не только содержательными, но и наиболее объективными показателями сравнительной сущности факторов.

Получаемая в результате описываемого процесса конечная модель не является единственно возможной. Можно получить несколько моделей с несущественно отличающимися коэффициентами множественной корре-

ляции или показателями относительной ошибки. Окончательный выбор той или иной модели зависит от опыта исследователя и назначения модели.

4 этап. На данном этапе осуществляется *проверка с помощью математических приемов общих свойств модели и ее решений, включающих доказательств существования и единственности решения.* Кроме того, определяется перечень переменных, входящих в решение, и пределы их возможного изменения. Если аналитическое исследование затруднено, то обычно *используют численные методы исследования.*

5 этап. На этом этапе осуществляется сбор и подготовка исходной информации. Отбор исходных данных для анализа необходимо производить с определенной степенью осторожности, т.к. от качества и количества этих данных зависит ценность практических результатов. *Отобранная для расчетов статистическая совокупность должна быть одновременно и достаточно мощной по объему и достаточно однородной по своему составу.* Из анализа следует *исключить или подвергнуть дополнительному тщательному изучению информацию, резко отличающуюся по своим основным показателям от всей рассматриваемой совокупности.*

Например, при отборе исходных данных для корреляционного анализа хозяйственной деятельности объектов управления возможно два принципиально различных подхода:

1) сравнение работы этих объектов за какой-то один период времени, например год;

2) сравнение работы объектов управления за несколько смежных лет.

В первом случае получаем, так называемую, *пространственную выборку – выборку по множеству.* Построенная на ее основе модель будет иметь статический характер.

Во втором случае используются *«панельные данные».* Сущность такого подхода заключается в том, что данные, характеризующие деятельность объекта управления за различные годы, объединяются в единую со-

вокупность. Это значительно увеличивает объем выборки. Однако *каждый объект фигурирует в получаемой совокупности несколько раз и между его показателями, относящимися к разным годам, следует ожидать определенную корреляцию. Таким образом, исходный статистический материал не представляет собой совокупности независимых испытаний, что лежит в основе при применении теории корреляции.* Это несколько снижает дополнительный усредняющий эффект, возникающий в результате увеличения объема совокупности, но не может устранить его полностью, т.к. экономические показатели колеблются не только от предприятия к предприятию, но и от года к году внутри каждого предприятия. Достоинство этого подхода – модель, построенная на основе такой выборки, будет иметь определенный динамический характер, т.к. в ней фактически учитываются изменения экономических показателей во времени.

Основной источник получения необходимых исходных данных – это статистическая отчетность. Для корреляционного анализа хозяйственной деятельности основным видом отчетности являются годовые бухгалтерские отчеты объектов управления, а также разрабатываемые и издаваемые на базе этих отчетов ежегодные сборники технико-экономических показателей. Однако зачастую ни сами годовые отчеты, ни издаваемые сборники не содержат многих необходимых для корреляционного анализа показателей, которые приходится рассчитывать дополнительно на основе, имеющейся в отчетах и сборниках информации. Кроме того, не существует методики оценки точности показателей в самих годовых отчетах. Все это существенно снижает достоверность, как исходной информации, так и создаваемой математической модели.

При экономических исследованиях достаточно часто необходимая для построения математической модели информация отсутствует в статистических сборниках и для ее получения требуется проведение специальных обследований, осуществление расчетов с использованием методов теории вероятностей и математической статистики. В некоторых случаях

исходные данные не могут быть получены из-за невозможности численного определения величины показателя, что ведет обычно к поиску замещающих показателей.

6 этап. Этот этап предполагает выполнение количественных расчетов экономических параметров и показателей, характеризующих создаваемую математическую модель. Соответственно необходимо произвести *разработку алгоритмов решения задачи, создание рабочих программ для вычислительной техники, на которой будут реализовываться алгоритмы решения задачи и затем осуществление расчетов.* Расчеты проводятся для различных вариантов задания исходных показателей и вида модели. Это дает возможность проведения последующего комплексного анализа, как свойств самой модели, так и используемых исходных данных.

7 этап. На данном этапе проводится комплексный анализ результатов моделирования экономического объекта или процесса, включающий *оценку адекватности, точности и полноты разработанной математической модели.* Для этих целей обычно используют статистические показатели, характеризующие степень совпадения результирующих показателей модели и изучаемого экономического объекта или процесса.

В некоторых исследованиях для проверки правильности работы модели используют, так называемые, «*антимодели*», которые позволяют по конечным результатам расчетов восстанавливать исходные данные и, тем самым, проверять надежность полученной математической модели.

Возможен вариант использования части исходных данных для определения вида и параметров математической модели, а другой части исходных данных для проверки адекватности построенной математической модели. При реализации в экономических исследованиях такого подхода необходимо учитывать объем доступной информации и скорость изменения структуры изучаемого объекта управления во времени.

На основе полученных результатов комплексного анализа принимается решение о применимости разработанной математической модели для

анализа и прогнозирования поведения изучаемого экономического объекта или процесса, а затем и использования модели при выработке управляющих воздействий на них.

Разработка экономико-математической модели обычно требует повторения ряда этапов создания модели. Это вызывается тем, что после выполнения каждого этапа происходит расширение знаний исследователя как о самом объекте или процессе, так и о свойствах создаваемой модели. Эти появляющиеся знания позволяют производить совершенствование модели, расширять ее возможности. В то же время результаты, полученные на каждом этапе создания модели, а также анализ результатов, полученных для различных вариантов модели, могут иметь и самостоятельное значение.

Для современного уровня развития вычислительной техники, математического и программного обеспечения *вполне реализуема система автоматизированного построения математических моделей объектов управления в режиме реального времени. Цель этих работ – построить самоорганизующиеся системы алгоритмов в процессе решения конкретных задач по формальному их описанию и требуемой точности решения.* При этом задача адаптации математической модели к изменяющимся условиям с целью более адекватного отражения моделируемого процесса может быть сведена к задаче оптимизации. В качестве критерия оптимизации могут быть предложены различные величины: минимум среднеквадратичной ошибки или более сложные и многокритериальные функционалы.

Одним из таких способов построения экономико-математической модели изучаемого объекта управления, допускающего применение принципа самоорганизации при создании модели, является метод группового учета аргументов (МГУА). Данный метод был разработан А.Г. Ивахненко (1913 — 2007) для моделирования поведения сложных систем [21]. В связи с универсальными возможностями метода и отсутствием достаточной

информации о нем в эконометрической литературе, изложим основные идеи метода.

В основу метода группового учета аргументов положена схема массовой селекции. При этом «полное» описание объекта

$$W = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p), \quad (1.8)$$

где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ — факторы, влияющие на изучаемые процессы;

F — функция, которая достаточно точно связывает факторы с результирующим признаком W , например степенной полином.

В соответствии с МГУА функция (1.8) заменяется несколькими рядами «частных» описаний:

1-й ряд селекции: $y_1=f(x_1, x_2), y_2=f(x_1, x_3), \dots, y_s=f(x_{p-1}, x_p)$;

2-й ряд селекции: $z_1=f(y_1, y_2), z_2=f(y_1, y_3), \dots, z_q=f(y_{s-1}, y_s)$

3-й ряд селекции: $d_1=f(z_1, z_2), d_2=f(z_1, z_3), \dots, d_l=f(z_{l-1}, z_l)$ и т.д.;

где s, q, l — количество «частных» описаний на первом, втором и третьем рядах селекции.

Входные аргументы и промежуточные переменные используются попарно, сложность комбинаций на каждом ряду обработки информации возрастает, пока не будет получена модель оптимальной сложности. Исключая промежуточные переменные, находим окончательную модель изучаемого процесса. При этом каждое частное описание является функцией только двух аргументов. В связи с этим коэффициенты этих описаний можно определить с достаточной степенью статистической надежности при малом числе наблюдений. Например, по десяти наблюдениям можно получить в результате оценки коэффициентов полинома достаточно высокой степени.

Из полученного ряда селекции в другой ряд селекции пропускается только некоторое количество «лучших» частных описаний. В качестве оценки может использоваться величина среднеквадратической ошибки. Ряды селекции наращиваются до тех пор, пока уменьшается величина среднеквадратической ошибки. Как только достигается минимум ошибки, а реально ко-

гда величина ошибки начинает мало изменяться, процесс селекции прекращается.

При реализации метода группового учета аргументов в качестве базовых (опорных) функций могут использоваться различные функции, включая:

- линейные функции аддитивного типа;
- степенные полиномы;
- мультипликативные функции;
- суммы различных трендов по времени и факторам.

Важным вопросом при реализации МГУА является отбор (селекция) получаемых частных описаний. В качестве вариантов отбора частных описаний могут использоваться:

- лучшие частные описания по выбранному критерию отбора (величине среднеквадратической ошибки);
- лучшие частные описания по выбранному критерию отбора с протекцией отмеченных переменных.

При отборе факторов для построения частных описаний может применяться полный перебор всех комбинаций факторов, целенаправленный перебор по заданному алгоритму или случайный отбор комбинаций факторов. Выбор того или иного способа зависит от числа используемых факторов. Таким образом, метод группового учета аргументов является достаточно универсальным и гибким методом построения математических моделей сложных систем управления и при использовании вычислительной техники допускает использовать принцип самоорганизации для нахождения оптимального вида модели. При этом обобщенная схема реализации вычислительного устройства может иметь вид, представленный на рисунке 1.4.

На данном рисунке приняты следующие обозначения:

X, **Y** – векторы значений, соответственно, входных и выходных показателей объекта управления;

Z – вектор значений неучтенных воздействий на объект управления

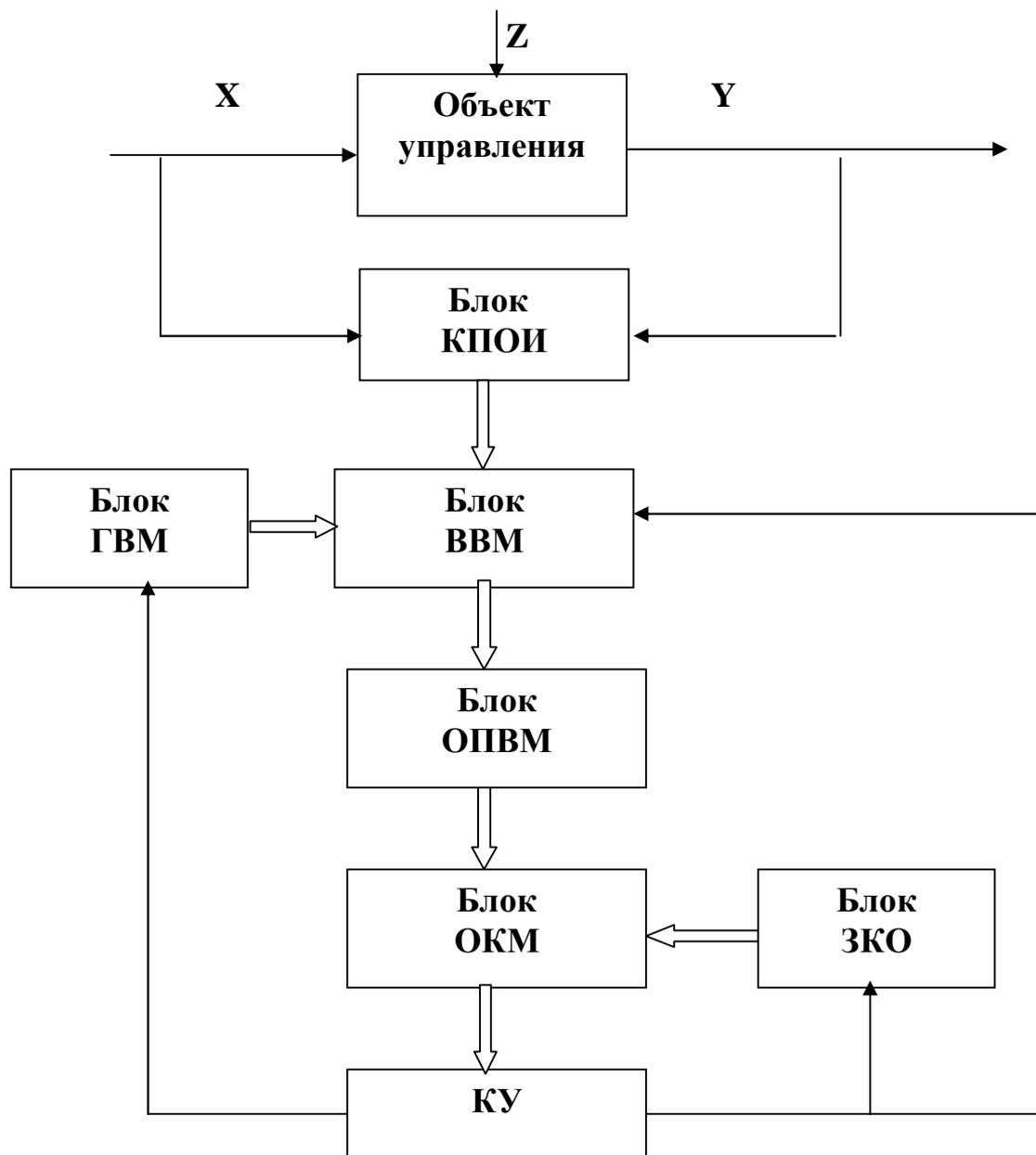


Рисунок 1.4. Обобщенная схема реализации вычислительного устройства для нахождения оптимальной математической модели

Блок КПОИ – блок контроля и предварительной обработки первичной информации;

Блок ГВМ – блок генерации математических моделей;

Блок ВВМ – блок выбора вида математической модели;

Блок ОПВМ – блок оценки параметров выбранной математической модели;

Блок ОКМ – блок оценки качества полученной математической модели;

Блок ЗКО – блок задания критериев оценки математической модели;

КУ – командное устройство, контролирующее конечный результат работы устройства и согласующее работу различных блоков.

Реализация обобщенной схемы возможна с помощью вычислительной техники, включая универсальные ЭВМ. Уровень сложности и качество работы определяется различными причинами и зависит от сложности объекта управления, количества учитываемых входных показателей, целей построения математической модели, подготовленности исследователя и ряда других факторов. Таким образом, *конкретные реализации вычислительных устройств, для нахождения оптимальной математической модели, могут существенно отличаться друг от друга, но основные функции, отраженные на рисунке 1.4., должны в том или ином виде присутствовать в каждой реализации.* В последующих разделах будут приводиться различные варианты осуществления различных функций, отраженных в обобщенной схеме нахождения оптимальной математической модели.

1.4. Особенности применения математических моделей

для анализа и управления экономическими процессами

Математические методы анализа и само моделирование в экономических исследованиях достаточно продуктивны до тех пор, пока служат удобной формой отражения экономического содержания. В связи с этим рассмотрим развитие представлений о сущности экономических процессов при функционировании экономики.

Представители классической политической экономии (Франсуа Кенэ, Уильям Петти, Адам Смит, Давид Рикардо, Джон Стюарт Миль, Жан-

Батист Сэй), несмотря на некоторые расхождения во взглядах, были сторонниками экономического либерализма, т.е. полной экономической свободы личности и свободной конкуренции, не ограниченной вмешательством государства. «Классики» рассматривают человека, прежде всего, как «человека экономического», со стремлением к максимизации своего богатства, что ведет к приумножению богатства всего общества в целом. Тем самым признается автоматический механизм самонастройки экономики с помощью «невидимой руки», т.е. *направление разрозненных действий отдельных производителей и потребителей таким образом, что вся система находится в состоянии долгосрочного экономического равновесия*. В связи с этим длительного существования в такой системе безработицы, перепроизводства и недопроизводства товаров является невозможным.

Во второй половине XIX века внимание ученых переключилось с проблем уровня макроэкономики на решение задач микроэкономики. *Качественный экономический анализ дополняется количественным, исследуются проблемы оптимизации ограниченных ресурсов, появляется аппарат предельных величин с применением математических методов*. Понятие «политическая экономия» заменяется понятием «экономическая теория». Получает развитие неоклассическое направление в экономической теории (основоположник Альфред Маршалл). Неоклассики (Артур Пигу, Карл Менгер, Евгений Бем-Баверк, Фридрих Визер, Леон Вальрас, Вильфредо Парето) в своих работах определили принципы маржинализма, или теории предельной полезности. В данных работах также нашли отражение понятия: ценность, цена, пропорции обмена, издержки, спрос и предложение. В центре внимания ученых неоклассического направления находился *анализ условий (свободной конкуренции), при которых потребители и производители максимизируют свое благосостояние, именно тогда, когда рынок приходит в состояние равновесия*. Неоклассики обосновывали саморегулирующийся характер рыночной экономики с помощью механизма свободной конкуренции, который восстанавливает нарушенное равнове-

сие, динамичное развитие экономики.

Во время «Великой депрессии» (1929–1933) произошел кризис теории неоклассического направления. Пришло новое направление научного анализа – кейнсианство, в центре внимания которого оказались проблемы макроэкономики. Основоположник учения Джон Мейнард Кейнс (1883 – 1946) отказался от учения «закона рынков Сэя», т.е. от формулы рыночного механизма как идеальной саморегулирующейся системы. *Двигателем экономики был принят спрос как решающий фактор развития производства и предложения с использованием налогово-бюджетной и кредитно-денежной политики государства.* Представители кейнсианства – американские ученые Элвин Хансен (1887 – 1975), Пол Самуэльсон (1915 – 2009), английский экономист Джон Хикс (1904 – 1989) внесли свой большой вклад в развитие кейнсианства.

Со своей стороны монетаристские концепции послужили основой кредитно-денежной политики в качестве направления государственного регулирования экономики. Затем была выдвинута гипотеза рациональных ожиданий, суть которой заключается в том, что будущие ценовые ожидания являются чрезвычайно важными мотивами поведения для тех, кто принимает экономические решения (Роберт Лукас и др.)

Экономико-математические модели, отражают реальные экономические явления не полностью, а только наиболее существенные, с точки зрения исследователя, особенности их поведения. Вследствие этого, данные модели не могут ответить на все вопросы и полностью объяснить происходящие экономические явления. Кроме того, необходимо отметить, что разные модели трактуют, например, проблему экономического роста в рыночной экономике по-разному. Неокейсианские модели Харрода–Домара, Самуэльсона–Хикса, Тевеса предполагают неустойчивость развития экономической системы. В связи с этим авторы моделей указывают на необходимость вмешательства государства для обеспечения устойчивого развития экономики.

Неоклассический подход к построению моделей экономического роста (Р. Солоу, Г. Мэнкью, Д. Ромер) рассматривает рыночную экономику как самоорганизующуюся систему, которая сама приходит в состояние устойчивого экономического роста. Следовательно, вмешательство государства в этом случае не только не нужно, но даже вредит развитию экономики.

Такие резко отличные трактовки указывают на необходимость корректного использования того или иного подхода. Очевидно, что при использовании тех или других математических моделей, необходимо использовать их при установлении очевидных, не противоречащих экономическому смыслу количественных взаимосвязей между показателями. Однако при этом более критично подходить к априорному установлению ограничений на соотношения или изменения тех или иных показателей. *Критерием «правильности» того или иного подхода должна служить экономическая практика, т.е. выводимые формулы и соотношения не должны противоречить экономической сути изучаемой реальности.* В частности, в модели Солоу и модели Мэнкью–Ромера–Уэйла представляется возможным использование выведенных соотношений до момента наложения условия выхода экономической системы на стационарную траекторию.

С учетом анализа моделей неоклассического и неокейнсианского направлений можно полагать, что более полно будет учитывать особенности поведения экономической системы на различных этапах ее развития такая модель, в которой будут учтены позитивные особенности обоих направлений. Например, в разрабатываемых моделях можно учесть достоинства неоклассического подхода к моделям экономического роста, выражающиеся в виде использования неоклассических производственных функций, обеспечивающих взаимозаменяемость ресурсов и учитывающих снижение предельной отдачи от ресурса при увеличении объемов его использования. С другой стороны, в моделях должны присутствовать регуляторы, использующие складывающиеся соотношения предложения товаров

и услуг и спроса на них, для влияния на величины валовых выпусков и объемов инвестиций в физический и человеческий капитал.

Развитие экономико-математических моделей идет по пути увеличения количества переменных в структуре производственных факторов (сначала капитал, затем труд, человеческий капитал, научно-технический прогресс) и увеличения количества секторов общественного производства, между которыми происходят структурные сдвиги. Больше внимания стало уделяться динамике экономических процессов. Это вызвано тем, что учет запаздывания в процессах превращения инвестиций в капитал, достижения проектного уровня отдачи от капитала, получения потребителем товаров и услуг от производителя, существенно изменяют характеристики переходных процессов в экономической системе.

Для удержания экономической системы на траектории устойчивого экономического роста необходимо использовать принцип инвариантности [58, 59]. В соответствии с этим принципом требуется обеспечить неизменность величины или направления изменения экономических показателей при изменении экономических условий.

Для осуществления данного подхода необходимо производить непрерывный мониторинг величины основных макроэкономических показателей, а также скорости и ускорения их изменения. Кроме того, таким же образом целесообразно контролировать изменение и характеристики этого изменения у показателей, формирующих значения основных макроэкономических показателей. Это дает возможность ускорить получение информации об ожидаемых негативных изменениях макроэкономических показателей. Учет происходящих изменений «глубинных» влияющих показателей позволяет выработать своевременные опережающие управленческие решения, устраняющие ожидаемые негативные изменения макроэкономических показателей.

При этом все большее понимание среди экономистов находит целесообразность использования для отражения динамики, происходящих в

экономических системах процессов, аппарата дифференциальных уравнений [16, 24, 25, 31,41, 43, 44, 52, 55, 61, 65, 68] и др. Таким образом, проявляется признание того, что действительно «Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений» [34]. *Это дает возможность использовать при изучении социально-экономических явлений разработанные в других областях науки приемы анализа динамических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями.* В последующих главах рассмотрим некоторые подходы в применении дифференциальных уравнений для построения экономико-математических моделей и последующего их анализа.

Однако при использовании математических моделей необходимо всегда помнить, что *экономические процессы представляют собой достаточно сложные явления и для решения задач управления данными процессами наряду с математическим моделированием целесообразно использовать и другие методы исследования.*

2. ПРИМЕНЕНИЕ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1. Использование передаточных функций для отражения динамических свойств элементов системы

Сложную экономическую систему, используя метод последовательной декомпозиции, можно представить в виде совокупности простых элементов, соединенных между собой прямыми и обратными связями. Динамика поведения каждого элемента описывается различного вида дифференциальными уравнениями. Для описания динамики элементов с сосредоточенными параметрами используются линейные дифференциальные уравнения в полных производных.

Нахождение параметров отдельных элементов системы существенно проще, чем в целом исследуемой системы. При известном виде уравнений элементов и их параметров можно синтезировать любую сложную систему [1, 55, 59].

С целью упрощения методов расчета и анализа поведения экономических систем уравнения динамики элементов системы целесообразно записывать не через оригиналы функций, а в виде изображений функций, получаемых с помощью прямого преобразования Лапласа.

Если оригинал $x(t)$ представляет собой функцию времени t , то изображение этой функции $X(p)$ является функцией комплексной переменной p и задается с помощью интеграла вида [26]:

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt. \quad (2.1)$$

В этом случае, если оригинал функции представляет собой интегро-дифференциальное уравнение вида:

$$a \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + b \cdot \frac{d y}{dt} + c \cdot y(t) + f \cdot \int_0^t y(t) dt = k \cdot x(t), \quad (2.2)$$

то ее изображение имеет вид:

$$a \cdot p^2 \cdot Y(p) + b \cdot p \cdot Y(p) + c \cdot Y(p) + \frac{f}{p} \cdot Y(p) = k \cdot X(p). \quad (2.3)$$

В справочниках по математике приводятся основные операции с оригиналами и соответствующие им операции с изображениями [26]. Например, операциям дифференцирования и интегрирования оригиналов функций соответствуют операции умножения и деления на величину комплексной переменной p изображений функций.

Если произвести деление изображения выходной функции на входную функцию, то получим так называемую *передаточную функцию*. Для выражения (2.3) она имеет вид:

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k \cdot p}{a \cdot p^3 + b \cdot p^2 + c \cdot p + f}. \quad (2.4)$$

Для унификации используемых простейших динамических элементов системы вводится понятие типовых динамических звеньев. К таким звеньям относят: пропорциональные, устойчивые и неустойчивые апериодические, устойчивые и неустойчивые колебательные, интегрирующие, дифференцирующие, чистого запаздывания и нелинейные звенья [1, 20].

При поступлении на вход этих динамических звеньев показателей, изменяющихся по одному типовому закону, на выходе данных звеньев получим выходные показатели, закономерность изменения которых будет отражать динамические свойства этих звеньев. Это позволяет сравнивать отдельные звенья между собой с точки зрения их динамических свойств, а зная реакцию системы на типовые воздействия, можно судить о том, как она будет вести себя при сложных изменениях входной величины.

Если на вход звена поступает показатель, изменение величины которого можно описать функцией вида:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0 \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases}, \quad (2.5)$$

то при нулевых начальных условиях системы, реакция на выходе системы будет называться переходной функцией (или переходной характеристикой), которую обычно обозначают как $y(t) = h(t)$ [1, 20, 59]. Функцию (2.5) обычно называют типовой единичной функцией.

Рассмотрим вид дифференциальных уравнений, передаточных функций и графики переходных процессов на выходе типовых звеньев при типовых входных воздействиях на них и особенности поведения при этом звеньев.

2.2. Характеристики типовых динамических звеньев

2.2.1. Пропорциональное звено

Для данного звена характерна пропорциональная зависимость между входной и выходной величинами:

$$y(t) = k \cdot x(t) , \quad (2.6)$$

где k - коэффициент передачи.

Элементы, для которых справедливо равенство (2.6), будем называть пропорциональным звеном. Из формулы (2.6) следует, что передаточная функция пропорционального звена численно равна коэффициенту передачи:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = k . \quad (2.7)$$

Оценим динамические свойства пропорционального звена по переходной функции $h(t)$, т. е. по реакции звена на входной показатель, изменяющийся во времени ступенчато, как единичная ступенчатая функция.

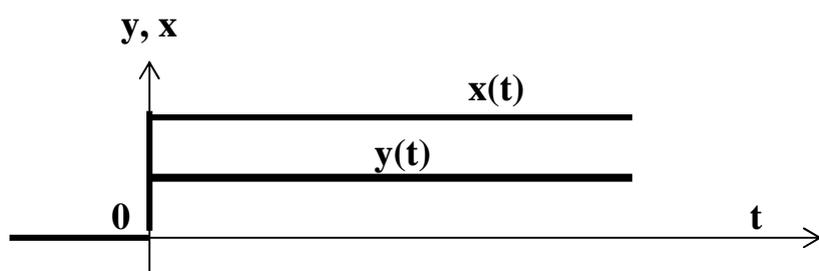


Рисунок 2.1. Вид переходного процесса в пропорциональном звене при $k=0,5$

В этом случае на выходе звена будем иметь показатель $y(t)$, величина которого будет в k раз ($k < 1$) отличаться от величины входного показателя $x(t)$, как это показано на рисунке 2.1. Таким образом, *пропорциональное звено мгновенно воспроизводит входной показатель, изменяя его величину в k раз*. При этом переходной процесс отсутствует, т.е. пропорциональное звено является безынерционным звеном.

2.2.2. Устойчивые и неустойчивые аperiodические звенья

Звено называется устойчивым аperiodическим, если переходной процесс в нем описывается дифференциальным уравнением вида:

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t), \quad (2.8)$$

где T — постоянная времени;

k — коэффициент передачи.

В этом случае передаточная функция звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{T \cdot p + 1}, \quad (2.9)$$

где $T \cdot p + 1 = 0$ является характеристическим уравнением с одним отрицательным корнем $p = -1/T$.

Переходная функция аperiodического звена $y(t) = h(t)$ достигает своего установившегося значения не сразу, а постепенно по экспоненциальному (аperiodическому) закону, из-за чего звено и получило свое наименование.

Уравнение, описывающее переходной процесс при скачкообразном изменении функции $x(t)$ и нулевых начальных условиях, имеет вид:

$$y(t) = k \cdot x \cdot (1 - e^{-t/T}). \quad (2.10)$$

График переходного процесса $y(t)$ показан на рисунке 2.2. Аperiodическое звено отражает инерционность изменения изучаемого процесса, и поэтому его иногда называют инерционным звеном. *Мерой инерционности является постоянная времени T* . Переходной процесс в основном заканчи-

вается при $t = (3 \div 4) \cdot T$. Чем меньше величина T , тем аperiodическое звено ближе по своим динамическим свойствам к пропорциональному звену.

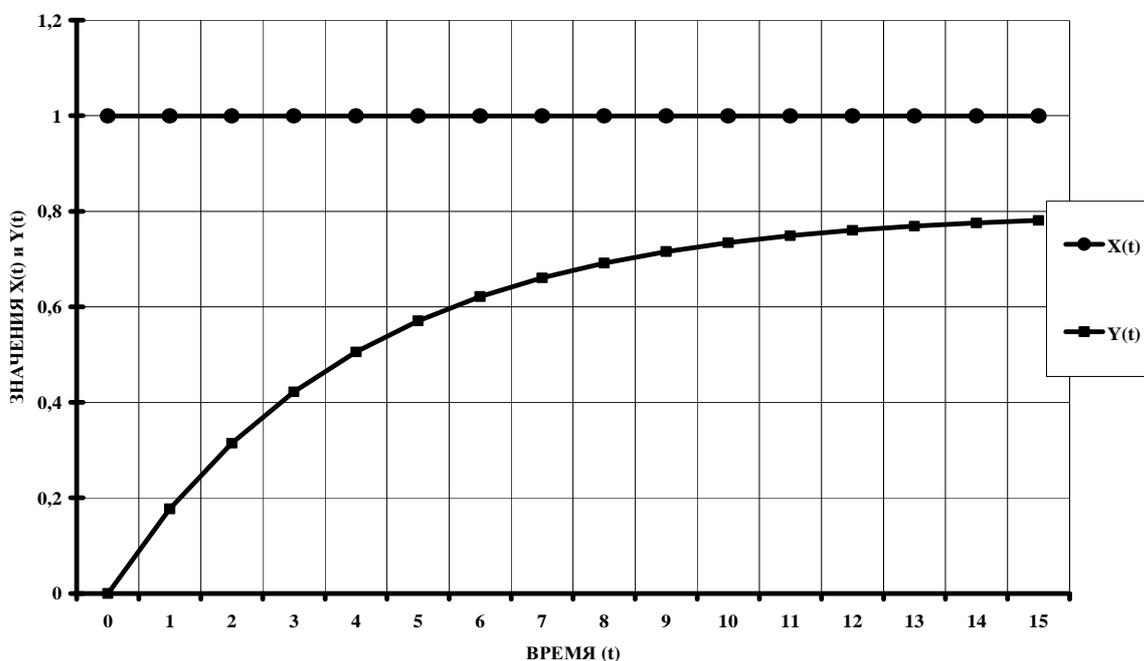


Рисунок 2.2. Вид переходного процесса в устойчивом аperiodическом звене при $k=0,8$; $T=4$

Если переходные процессы в звене описываются дифференциальным уравнением

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} - y(t) = k \cdot x(t), \quad (2.11)$$

то передаточная функция будет иметь вид:

$$W(p) = \frac{k}{T \cdot p - 1}, \quad (2.12)$$

а значит, характеристическое уравнение будет следующим:

$$T \cdot p - 1 = 0. \quad (2.13)$$

В этом случае корень характеристического уравнения будет положительным ($p = 1/T$), а переходной процесс $y(t)$ устремится по экспоненте в бесконечность:

$$y(t) = k \cdot x \cdot (1 - e^{+t/T}). \quad (2.14)$$

График переходного процесса показан на рисунке 2.3.

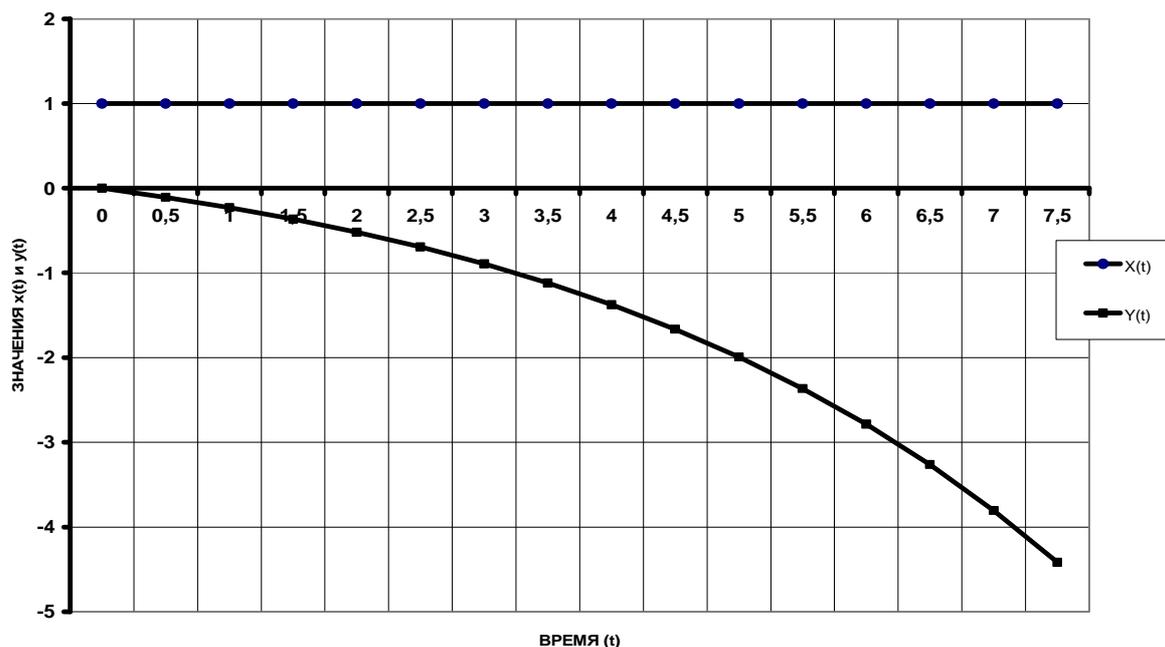


Рисунок 2.3. Вид переходного процесса в неустойчивом апериодическом звене при $k=0,8$; $T=4$

В целом можно считать, что уравнения (2.11) – (2.14) являются математическим описанием динамики неустойчивого апериодического звена.

2.2.3. Устойчивые и неустойчивые звенья второго порядка

2.2.3.1. Общие положения

Элемент экономической системы может иметь динамические процессы, имеющие ярко выраженный колебательный характер. В этом случае переходные динамические процессы могут быть отражены в виде решения дифференциального уравнения второго порядка. Звено, динамические свойства которого отражаются дифференциальным уравнением вида:

$$a_0 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \cdot \frac{dy}{dt} + a_2 \cdot y = b \cdot x(t) \quad (2.15)$$

называют колебательным звеном второго порядка.

Преобразуем по Лапласу это уравнение:

$$a_0 \cdot p^2 \cdot Y(p) + a_1 \cdot p \cdot Y(p) + a_2 \cdot Y(p) = b \cdot X(p), \quad (2.16)$$

или, иначе:

$$(a_0 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_2) \cdot Y(p) = b \cdot X(p). \quad (2.17)$$

Определим передаточную функцию звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b/a_2}{\frac{a_0}{a_2} \cdot p^2 + \frac{a_1}{a_2} \cdot p + 1} = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \eta \cdot T \cdot p + 1}. \quad (2.18)$$

Если записать уравнение (2.16) без входного воздействия (нулевые входные воздействия $X(p) = 0$) и сократить $Y(p)$, то получим:

$$T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \eta \cdot T \cdot p + 1 = 0. \quad (2.19)$$

Такое уравнение называется *характеристическим*, поскольку характеризует исключительно внутренние свойства звена. В записи звена содержатся три параметра:

$$T^2 = \frac{a_0}{a_2}; \quad 2 \cdot \eta \cdot T = \frac{a_1}{a_2}; \quad k = \frac{b}{a_2}, \quad (2.20)$$

где T — постоянная времени (в годах);

η — коэффициент затухания колебаний (безразмерная величина);

k — передаточный коэффициент.

Корни характеристического уравнения (2.19) определяются по формуле:

$$p_{1,2} = \frac{-2\eta T \pm \sqrt{(2\eta T)^2 - 4T^2}}{2T^2} = \frac{-\eta}{T} \pm \frac{\sqrt{\eta^2 - 1}}{T}. \quad (2.21)$$

Вид корней характеристического уравнения (вещественные, комплексно-сопряженные или чисто мнимые) определяется величиной дискриминанта уравнения. В данном случае он равен:

$$D = \eta^2 - 1 \quad (2.22)$$

При $D \geq 0$ переходные процессы в динамических звеньях будут носить монотонный характер, а при $D < 0$ — колебательный характер. График функции $D = f(\eta)$, приведенный на рисунке 2.4., наглядно показывает области **A** и **B** монотонных переходных процессов, расположенных над

осью абсцисс и области **B**, **C** и **E** колебательных переходных процессов, расположенных под осью абсцисс.

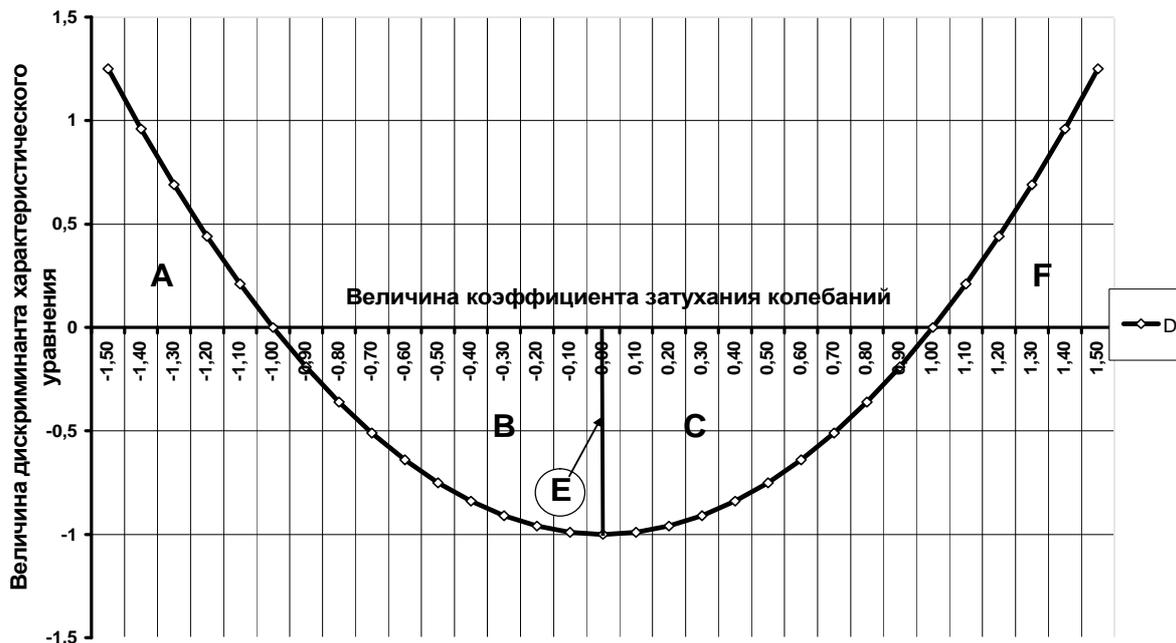


Рисунок 2.4. График зависимости величины дискриминанта характеристического уравнения от коэффициента затухания колебаний η

Такой подход носит универсальный характер. Например, для моделей делового цикла Самуэльсона-Хикса и Тевеса подобным образом построены графики для $D = 0$, в координатах: предельная склонность к потреблению и акселератор инвестиций [44, 52]. Данные графики использованы для объяснения характера переходных процессов в национальной экономике при различных сочетаниях значений акселератора инвестиций и предельной склонности к потреблению. Более подробно модель Самуэльсона-Хикса рассмотрена в подразделе 4.4.

В зависимости от величины η звенья второго порядка классифицируются по видам:

$\eta \geq 1$ — устойчивое аperiодическое звено второго порядка (область F);

$\eta \leq -1$ — неустойчивое апериодическое звено второго порядка (область А);

$0 < \eta < 1$ — устойчивое колебательное звено второго порядка (область С);

$0 > \eta > -1$ — неустойчивое колебательное звено второго порядка (область В);

$\eta = 0$ — консервативное звено второго порядка (область Е).

Рассмотрим более подробно динамические свойства каждого звена второго порядка.

2.2.3.2. Характеристики устойчивых и неустойчивых апериодических звеньев второго порядка

Характеристическое уравнение устойчивого апериодического звена имеет вид уравнения (2.19). Так как величина η больше или равна единице, то *решение характеристического уравнения имеет два действительных отрицательных корня:*

$$p_{1,2} = \frac{-\eta \pm \sqrt{\eta^2 - 1}}{T}. \quad (2.23)$$

В этом случае звено может быть представлено как два звена с разными постоянными времени, соединенные между собой последовательно. Передаточная функция звена будет иметь вид:

$$W(p) = \frac{k}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}, \quad (2.24)$$

где $T_1 \cdot T_2 = \frac{a_0}{a_2}$; $(T_1 + T_2) = \frac{a_1}{a_2}$.

При $T_1 > T_2$ переходная характеристика звена записывается в виде следующего уравнения:

$$y(t) = h(t) = k \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right). \quad (2.25)$$

График переходного процесса в устойчивом апериодическом звене второго порядка показан на рисунке 2.5. Как видно из рисунка, *график переходного процесса включает в себя две затухающие экспоненты*.

Если же величина $\eta \leq (-1)$, то получаем неустойчивое апериодическое звено второго порядка. Оба корня характеристического уравнения (2.19) положительны и определяются по формуле:

$$p_{1,2} = \frac{+h \pm \sqrt{h^2 - 1}}{T}. \quad (2.26)$$

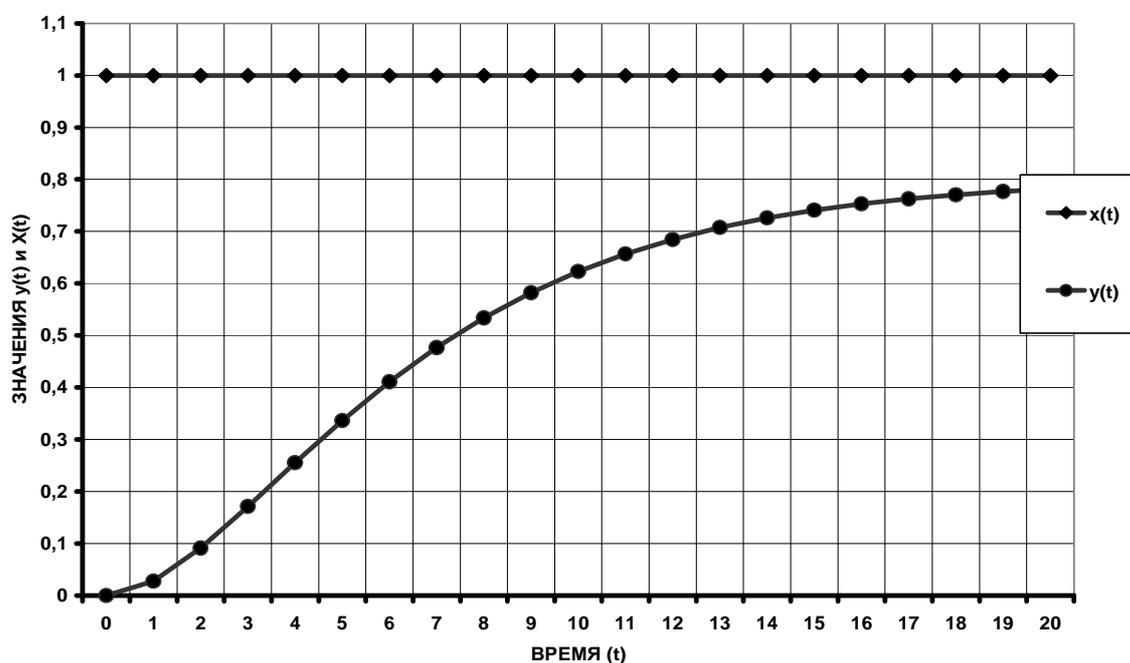


Рисунок 2.5. Вид переходного процесса в устойчивом апериодическом звене 2-го порядка ($\eta \geq 1$) при $k=0,8$; $T_1=3$; $T_2=4$

В этом случае передаточная функция будет иметь вид:

$$W(p) = \frac{k}{(T_1 \cdot p - 1) \cdot (T_2 \cdot p - 1)}. \quad (2.27)$$

Переходные процессы в таком звене *включают в себя две возрастающие экспоненты, а значения показателя $y(t)$ на выходе звена устремляются в бесконечность*. График переходного процесса в неустойчивом апериодическом звене второго порядка показан на рисунке 2.6.

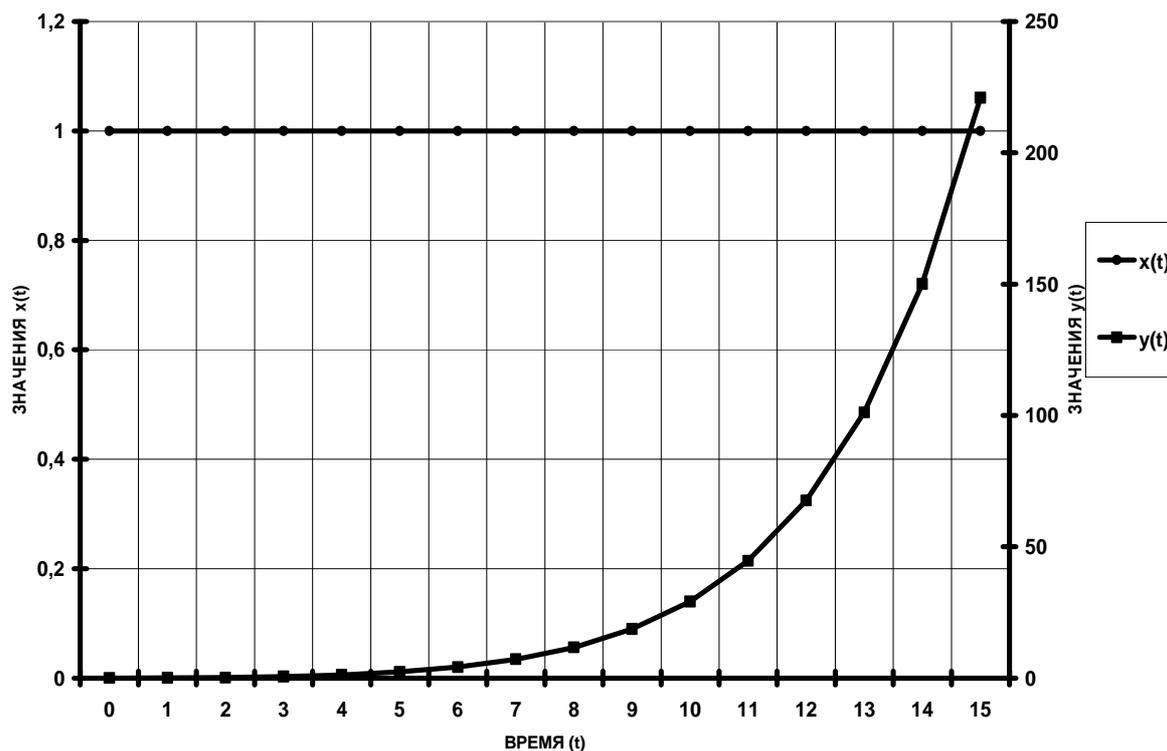


Рисунок 2.6. Вид переходного процесса в неустойчивом апериодическом звене 2-го порядка ($\eta \leq -1$) при $k=0,8$; $T_1=3$; $T_2=4$

Рассмотрим динамические свойства звена, описываемого дифференциальным уравнением второго порядка в случаях, когда величина η больше нуля, но меньше единицы, а также, когда η больше минус единицы, но меньше нуля. Это соответствует устойчивому и неустойчивому колебательным звеньям второго порядка.

2.2.3.3. Характеристики устойчивых и неустойчивых колебательных звеньев второго порядка

Характеристическое уравнение устойчивого колебательного звена также имеет вид уравнения (2.19). Однако корни характеристического уравнения в этом случае комплексно-сопряженные, с отрицательной вещественной частью:

$$p_{1,2} = \frac{-\eta \pm \sqrt{\eta^2 - 1}}{T} = \frac{-\eta \pm j \cdot \sqrt{1 - \eta^2}}{T} = \alpha \pm j \cdot \beta, \quad (2.28)$$

где $\alpha = -\eta/T$, $\beta = \sqrt{1 - \eta^2}/T$.

Так как, корни комплексно-сопряженные, то в поведении звена присутствует колебательная составляющая. Именно за эту особенность поведения звено получило название колебательного звена.

Переходная функция звена имеет вид:

$$y(t) = h(t) = k \cdot \left[1 - \frac{e^{-\eta t/T}}{\sqrt{1-\eta^2}} \cdot \sin \left(\frac{\sqrt{1-\eta^2}}{T} \cdot t + \arctg \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{\eta} \right) \right], \quad (2.29)$$

а передаточная функция будет выглядеть следующим образом:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \eta \cdot T \cdot p + 1}. \quad (2.30)$$

Графики переходных процессов $y(t)$ в колебательных звеньях при $\eta=0,4$ и $\eta=0,1$ приведены на рисунке 2.7 и рисунке 2.8, соответственно. Из графиков переходных процессов, приведенных на рисунках 2.5., 2.7. и 2.8., видно, что с ростом η амплитуда колебаний $y(t)$ на выходе звена уменьшается и при $\eta \geq 1$ колебания исчезают. Наоборот, при малых значениях η амплитуда колебаний возрастает, а степень затухания колебаний снижается. При этом величина параметров k и T определяют величину установившегося значения $y(t)$ и инерционность его изменения в переходном процессе, соответственно.

Для неустойчивого колебательного звена второго порядка справедливо неравенство: $0 > \eta > -1$. В этом случае характеристическое уравнение (2.19) будет иметь два комплексно-сопряженных корня с положительной вещественной частью:

$$p_{1,2} = \frac{+\eta \pm \sqrt{\eta^2 - 1}}{T} = \frac{+\eta \pm j \cdot \sqrt{1 - \eta^2}}{T} = \alpha \pm j \cdot \beta. \quad (2.31)$$

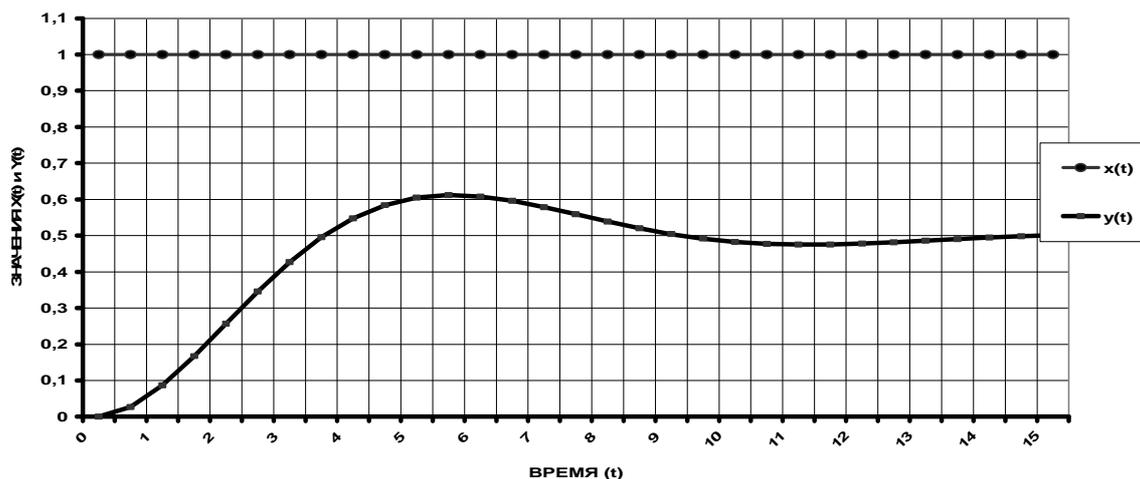


Рисунок 2.7. Вид переходного процесса в устойчивом колебательном звене 2-го порядка при $k=0,5$; $T_1=1,5$; $\eta=0,4$

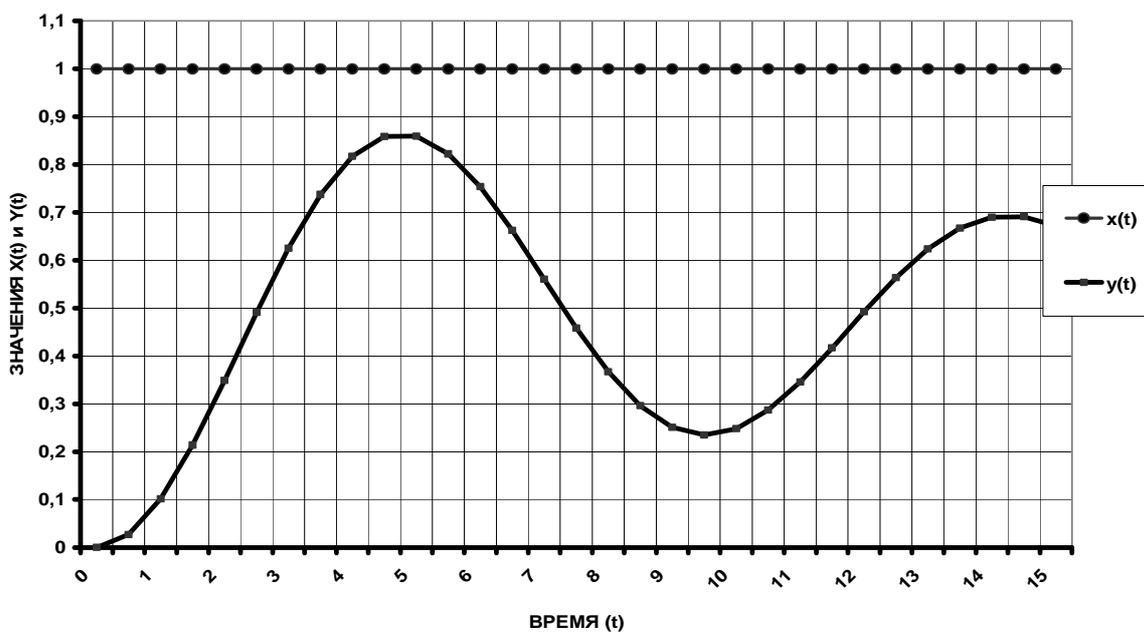


Рисунок 2.8. Вид переходного процесса в устойчивом колебательном звене 2-го порядка при $k=0,5$; $T_1=1,5$; $\eta=0,1$

Передаточная функция звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T^2 p^2 - 2 \eta T p + 1} \quad (2.32)$$

Переходной же процесс описывается уравнением:

$$y(t) = h(t) = k \cdot \left[1 - \frac{e^{+\eta \cdot t/T}}{\sqrt{1-\eta^2}} \cdot \sin \left(\frac{\sqrt{1-\eta^2}}{T} \cdot t + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{-\eta} \right) \right]. \quad (2.33)$$

График переходного процесса представлен на рисунке 2.9. Как видно из графика, функция $y(t)$ с ростом времени увеличивает амплитуду колебаний до бесконечно больших значений.

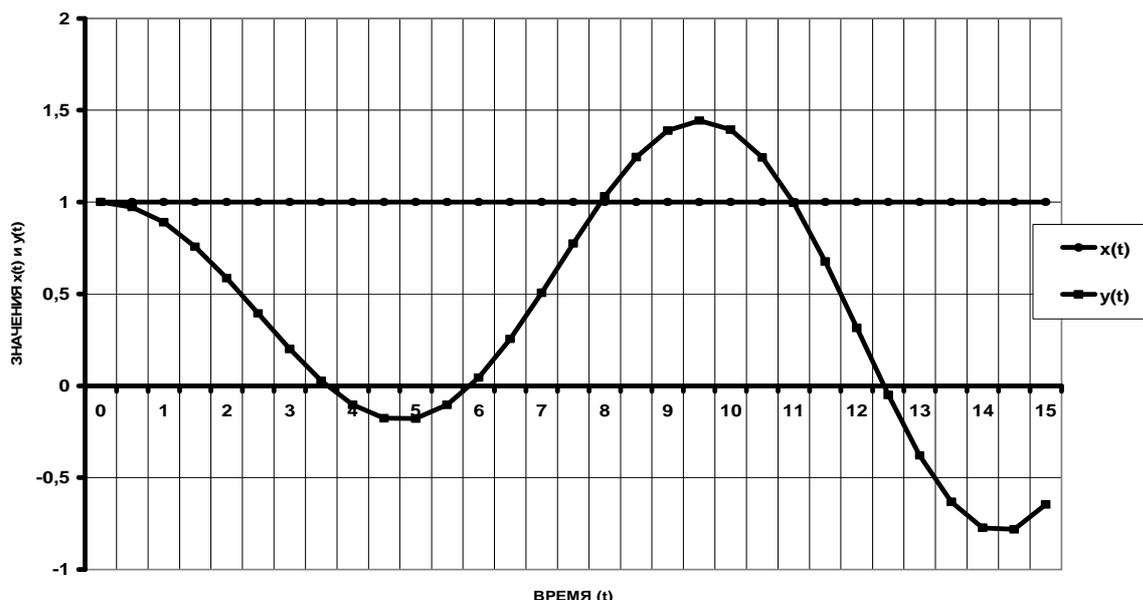


Рисунок 2.9. Вид переходного процесса в неустойчивом колебательном звене 2-го порядка при $k=0,5$; $T_1=1,5$; $\eta = -0,1$

Если значения η приближать к нулю, то колебания показателя $y(t)$ становятся постоянными. В связи с этим звено при $\eta=0$ получило название консервативного звена 2-го порядка. Для выявления ряда особенностей, характеризующих динамические свойства данного звена, рассмотрим его более подробно.

2.2.3.4. Характеристики консервативного звена второго порядка

Для консервативного звена второго порядка характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$T^2 \cdot p^2 + 1 = 0. \quad (2.34)$$

В этом случае корни уравнения одинаковые, комплексно-сопряженные, с нулевой вещественной частью:

$$p_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{-1}}{T} = 0 \pm j \cdot \frac{1}{T}. \quad (2.35)$$

Так как, корни чисто мнимые, то переходной процесс представляет собой незатухающие колебания. График переходного процесса в консервативном звене второго порядка приведен на рисунке 2.10.

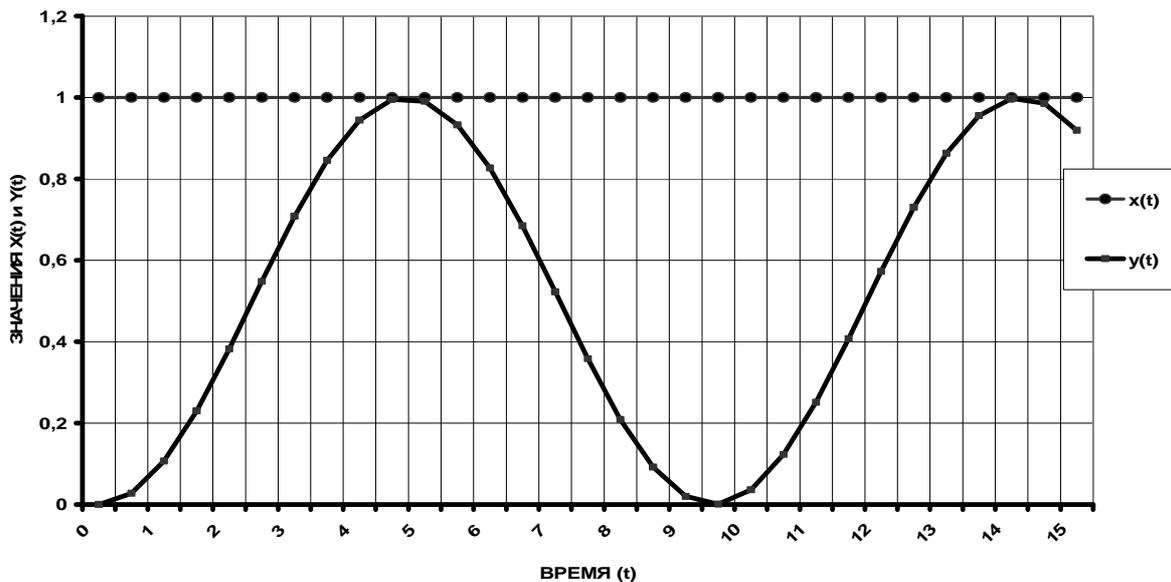


Рисунок 2.10. Вид переходного процесса в консервативном звене 2-го порядка ($\eta = 0$) при $k=0,5$; $T_1=1,5$

Переходная функция консервативного звена второго порядка имеет вид: $h(t) = y(t) = k \cdot (1 - \cos(t/T))$. Из графика переходного процесса экспериментальным путем можно определить частоту колебаний и величину передаточного коэффициента k .

2.2.4. Интегрирующее звено

Интегрирующим называется такое звено, выходная величина которого пропорциональна интегралу по времени от входной величины:

$$y(t) = k \cdot \int_0^t x(t) dt. \quad (2.36)$$

Продифференцировав левую и правую части этого уравнения, получим:

$$\frac{dy(t)}{dt} = k \cdot x(t) \quad (2.37)$$

или
$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} = x(t), \quad (2.38)$$

а передаточная функция интегрирующего звена будет иметь вид:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{p} = \frac{1}{T \cdot p}, \quad (2.39)$$

где T - постоянная времени, определяющая скорость изменения выходного показателя.

В интегрирующем звене *скорость изменения выходного показателя пропорциональна величине входного показателя и обратно пропорциональна постоянной величине времени звена T* . При неизменном входном показателе выходной показатель интегрирующего звена изменяется с постоянной скоростью, поэтому его переходная функция непрерывно возрастает по линейному закону (рисунок 2.11). Следовательно, выходная величина интегрирующего звена пропорциональна времени $y(t) = h(t) = t/T$.

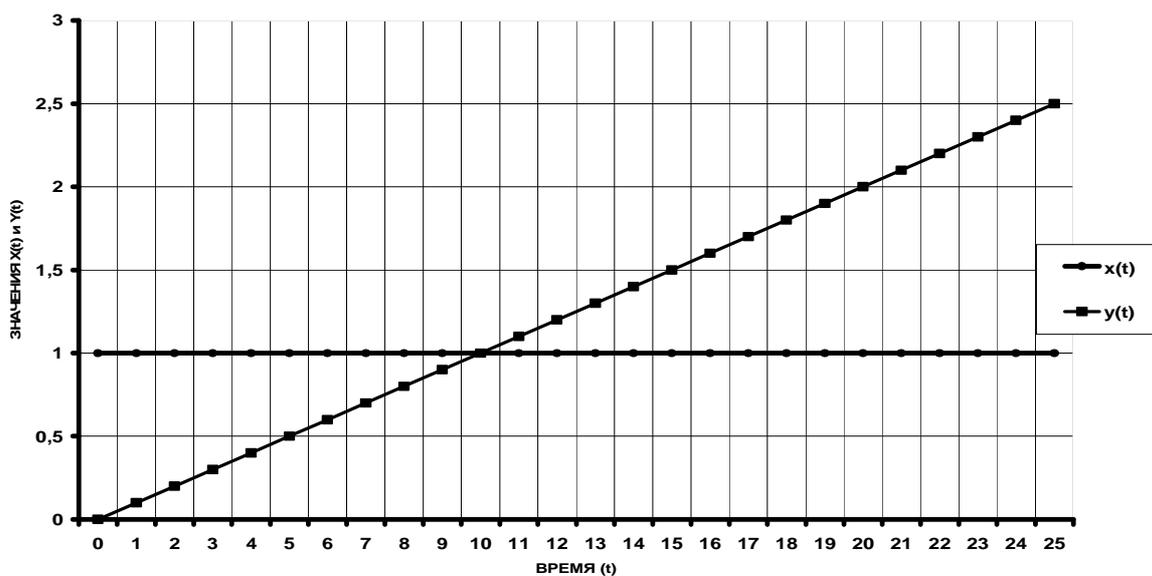


Рисунок 2.11. Вид переходного процесса в интегрирующем звене при $T=10$ ($k=0.1$)

Отличительным свойством интегрирующего звена является то, что после прекращения действия входного показателя, выходной показатель звена остается на том уровне, на котором он был в момент исчезновения входного показателя. Таким образом, интегрирующее звено обладает свойством «запоминать», т. е. удерживать последнее значение выходной величины.

2.2.5 Дифференцирующее звено

Дифференцирующим называют звено, которое описывается уравнением вида:

$$y(t) = T \cdot \frac{dx(t)}{dt}, \quad (2.40)$$

где T – постоянная времени дифференцирующего звена.

Следовательно, *величина выходного показателя дифференцирующего звена пропорциональна скорости изменения величины входного показателя*, а передаточная функция звена будет иметь вид:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = T \cdot p. \quad (2.41)$$

При подаче на вход идеального дифференцирующего звена единичного воздействия, выходная величина совершает скачок в бесконечность, что соответствует бесконечно большой скорости нарастания входной величины, так как выходная величина идеального дифференцирующего звена пропорциональна скорости изменения входной величины и при изменении входной величины переходный процесс происходит мгновенно. При этом переходная функция звена имеет вид:

$$y(t) = h(t) = T \cdot \delta(t), \quad (2.42)$$

где $\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \infty & \text{при } t = 0 \\ 0 & \text{при } t > 0 \end{cases}$ – функция Дирака.

Интеграл от функции Дирака равен единице: $\left(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \right) [26]$.

Переходный процесс $y(t)$ при подаче единичного, ступенчато изменяющегося входного показателя приведен на рисунке 2.12.

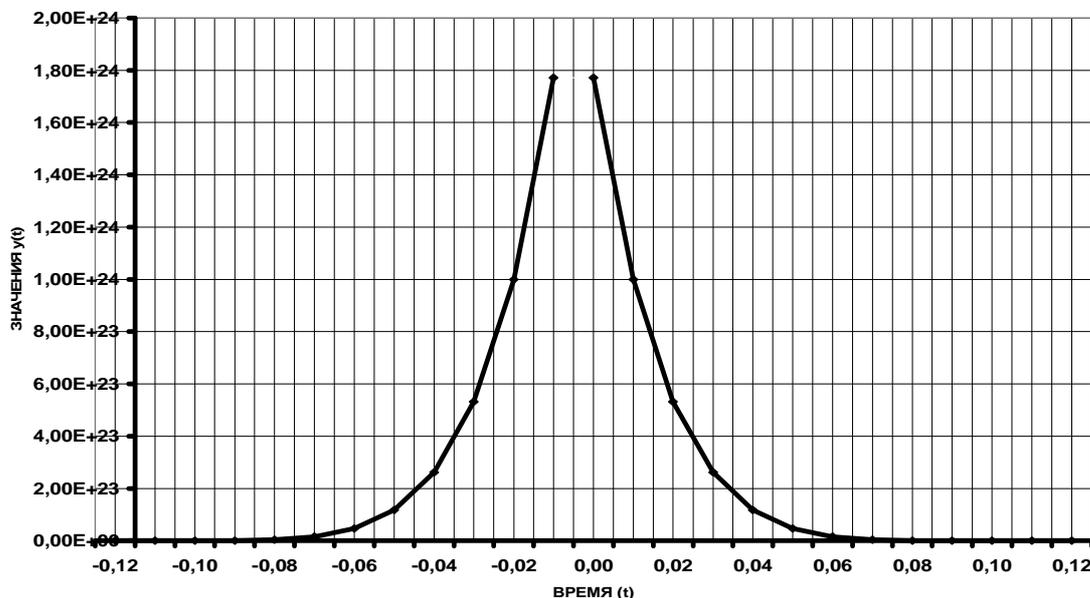


Рисунок 2.12. Примерный вид переходного процесса в реальном дифференцирующем звене при $T=10$ ($k=0.1$)

Идеальное дифференцирующее звено является физически не реализуемым. Реальное дифференцирующее звено обычно представляет собой последовательное соединение идеального дифференцирующего звена и апериодического звена.

2.2.6. Запаздывающее звено

Звено, которое воспроизводит на выходе звена входной показатель без искажения или, изменяя его в k раз, но с запаздыванием во времени на постоянную величину τ называется запаздывающим звеном. Уравнение запаздывающего звена в последнем случае имеет вид:

$$y(t) = k \cdot x(t - \tau); \quad (2.43)$$

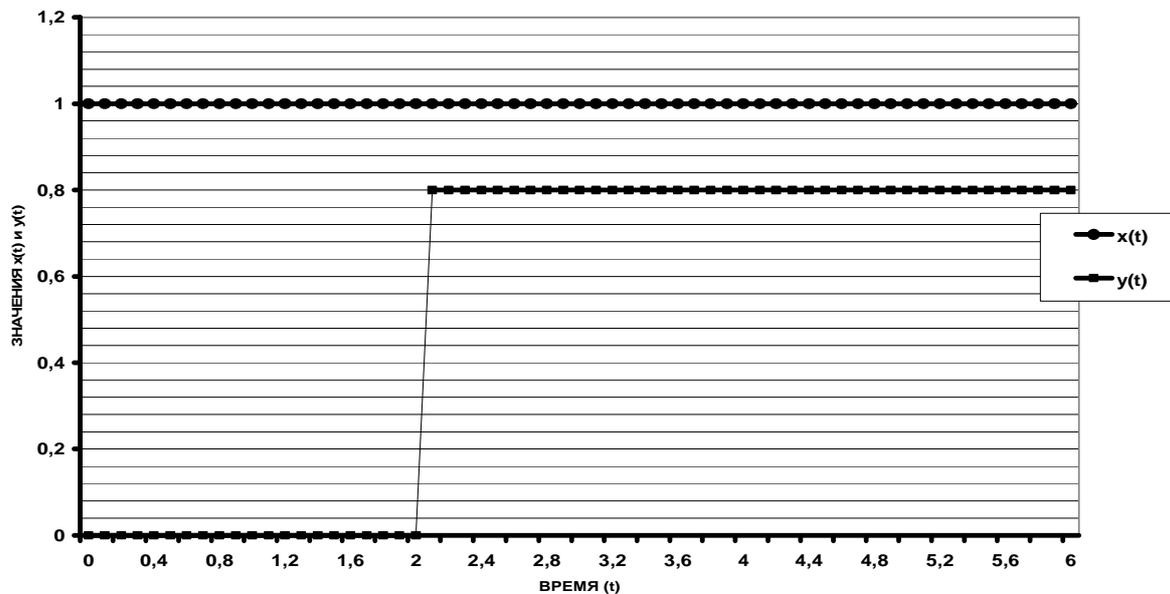
где τ – время запаздывания;

k – коэффициент передачи.

Соответственно, его передаточная функция представляется выражением:

$$W(p) = k \cdot e^{-p \cdot \tau} \quad (2.44)$$

График переходной функции звена $y(t) = h(t) = 1(t-\tau)$ представлен на рисунке 2.13.



**Рисунок 2.13. Примерный вид переходного процесса
в запаздывающем звене при $k=0.8$ и $t=2$**

Переходная функция запаздывающего звена аналогична переходной функции пропорционального звена, но смещена по времени на величину τ .

2.2.7. Нелинейное звено

Важную роль при математическом описании динамических свойств экономических систем выполняют нелинейные звенья. Они *отражают особенности влияния на выходные показатели тех или иных свойств изучаемых элементов экономической системы*. Известно достаточно большое количество различных видов нелинейных звеньев [1, 20]. Например, если величина входного показателя звена изменяется в неограниченном диапазоне, а величина выходного показателя ограничена верхним и нижним предельными значениями, то используют функцию $y = f(x)$ вида:

$$y = \begin{cases} k \cdot a & \text{при } x \geq a \\ k \cdot x & \text{при } b < x < a \\ k \cdot b & \text{при } x \leq b \end{cases}, \quad (2.45)$$

где $x(t)$ – величина показателя на входе нелинейного звена;

k - коэффициент передачи.

На рисунке 2.14. приведен график изменения во времени величины $y(t)$ при изменении во времени величины показателя $x(t)$. Сам же график нелинейной функции $y = f(x)$ вида (2.45) показан на рисунке 2.15.

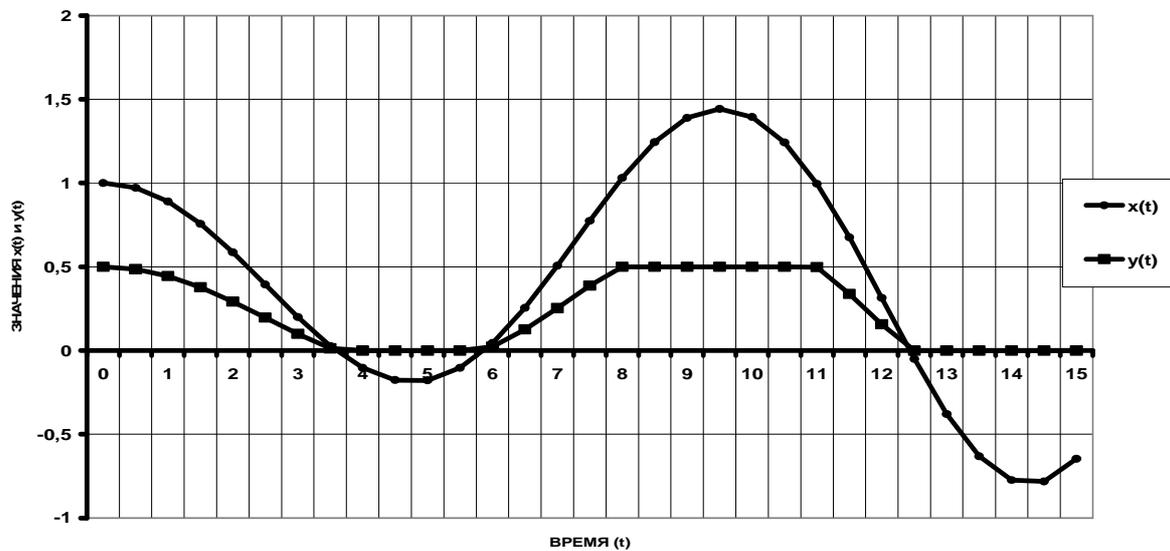


Рисунок 2.14. Вид переходного процесса в нелинейном звене при $k=0,5$; $a=1$; $b=0$

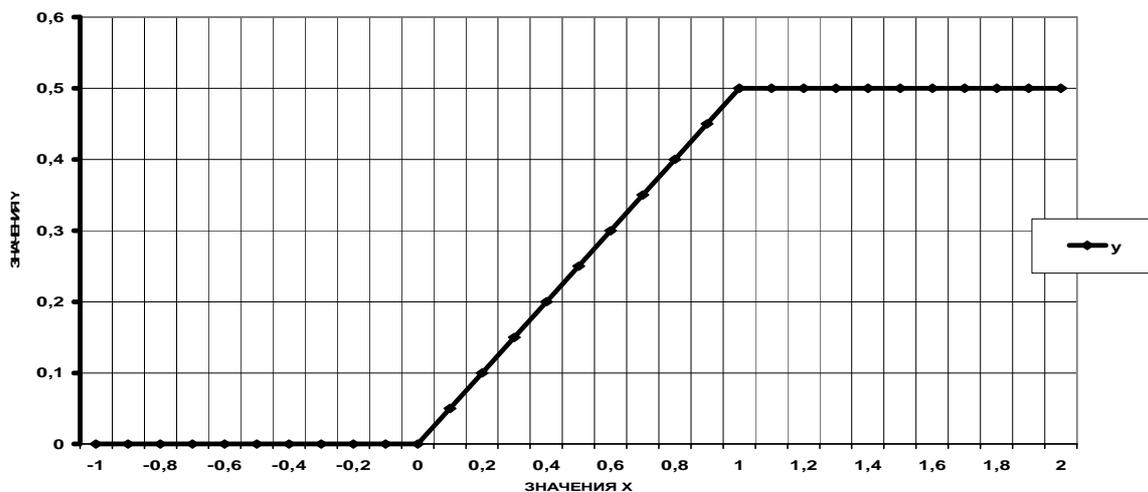


Рисунок 2.15. График нелинейной функции $y = f(x)$ при $k=0,5$; $a=1,0$; $b=0,0$

Как уже было отмечено ранее, нелинейные звенья могут отражать различные нелинейные зависимости $y = f(x)$, например: параболическую, гиперболическую, степенную, кусочно-линейную и т.д. Это позволяет отразить с помощью типовых звеньев достаточно большое количество известных элементов экономических систем.

2.3. Соединения линейных типовых звеньев

2.3.1. Общие положения

Изучение динамики системы обычно начинается с составления ее структурной схемы. Графическое изображение, показывающее, из каких динамических звеньев состоит система и как они соединены между собой, называется структурной схемой данной системы.

Структурная схема, в отличие от функциональной и принципиальной схем отображает динамические свойства системы. Она является графическим условным отображением системы дифференциальных уравнений линейной стационарной системы, отражающих динамику и записанных в операторной форме по Лапласу при нулевых начальных условиях. Структурную схему можно получить из функциональной схемы, если известны передаточные функции и параметры отдельных элементов, образующих систему.

Исключением переменных можно разрешить систему уравнений относительно любой переменной и обратным переходом получить передаточную функцию. Решение данной задачи будет гораздо проще, если применить непосредственно к структурной схеме *правила образования передаточных функций типовых соединений звеньев, которые составляют основу структурного анализа [1,20, 59].*

Основными типами соединений звеньев в автоматических системах являются последовательное соединение, параллельное соединение и схема с обратной связью. Очевидно, что при любых видах соединений линейных

звеньев, полученная в результате соединений система, будет линейной. При наличии нелинейных звеньев задача существенно усложняется и приводит к необходимости использовать численные методы анализа. Рассмотрим вначале синтез передаточной функции системы при наличии различных соединений линейных звеньев.

2.3.2. Последовательное соединение звеньев

При последовательном соединении звеньев выход предыдущего звена связан с входом последующего звена однонаправленной связью. В такой однонаправленной разомкнутой цепи воздействия передаются последовательно от одного звена к другому (рисунок 2.16).

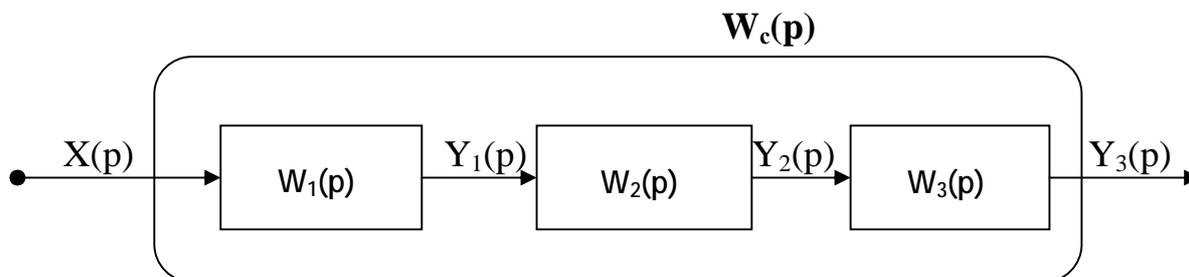


Рисунок 2.16. Структурная схема последовательного соединения звеньев

Для нахождения передаточной функции системы из трех последовательно соединенных звеньев запишем систему уравнений, используя соотношения в операторной форме для каждого звена:

$$\begin{cases} Y_1(p) = W_1(p) \cdot X(p); \\ Y_2(p) = W_2(p) \cdot Y_1(p); \\ Y_3(p) = W_3(p) \cdot Y_2(p). \end{cases} \quad (2.46)$$

Если последовательно исключить переменные $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$, то получим уравнение:

$$Y_3(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot X(p), \quad (2.47)$$

т.е. передаточная функция системы из трех последовательно соединенных звеньев будет равна:

$$W_c(p) = \frac{Y_3(p)}{X(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) = \prod_{i=1}^3 W_i(p) \quad (2.48)$$

или в общем случае, *передаточная функция системы из n последовательно соединенных звеньев будет равна произведению передаточных функций звеньев, включенных в систему.*

Последовательно соединенные устойчивые звенья образуют устойчивую систему. Если хотя бы одно из последовательно соединенных звеньев будет неустойчивым, то *вся разомкнутая система будет неустойчивой.*

2.3.3. Параллельное соединение звеньев

При параллельном соединении звеньев входные показатели, поступающие на вход звеньев одинаковы, а выходные показатели суммируются. Такое соединение звеньев показано на рисунке 2.17.

Для данной схемы можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} Y_1(p) = W_1(p) \cdot X(p); \\ Y_2(p) = W_2(p) \cdot X(p); \\ Y_3(p) = W_3(p) \cdot X(p). \end{cases} \quad (2.49)$$

С другой стороны, можно записать, что

$$Y_4(p) = Y_1(p) + Y_2(p) + Y_3(p). \quad (2.50)$$

Если подставить в (2.50) значения Y_i из системы уравнений (2.49), то получим:

$$Y_4(p) = [W_1(p) + W_2(p) + W_3(p)] \cdot X(p), \quad (2.51)$$

Значит, передаточная функция для параллельно включенных n звеньев будет равна:

$$W_c(p) = \frac{Y_4(p)}{X(p)} = \sum_{i=1}^n W_i(p). \quad (2.52)$$

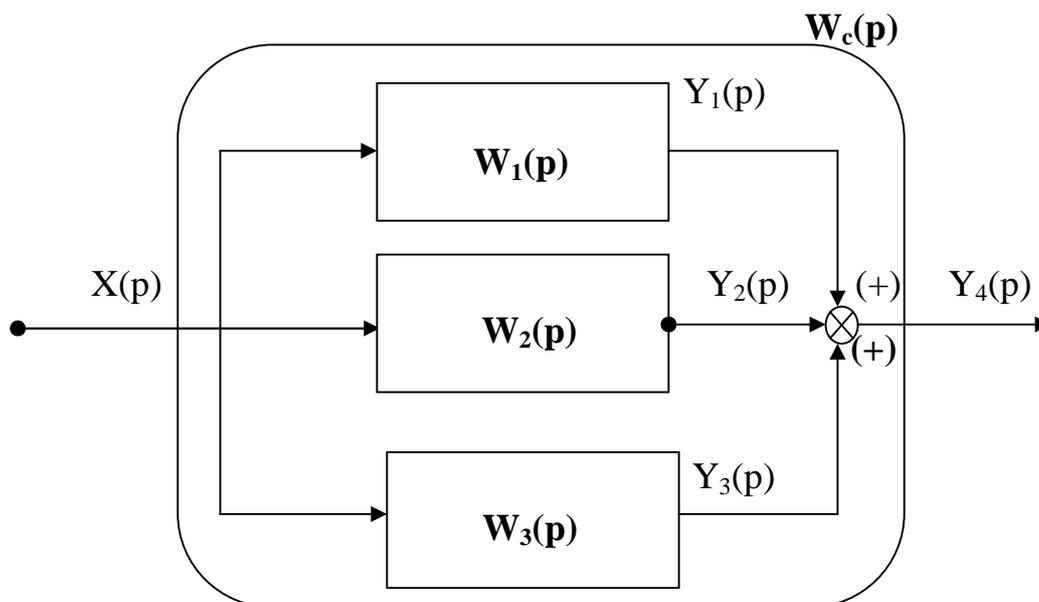


Рисунок 2.17. Структурная схема параллельного соединения звеньев

Следовательно, *передаточная функция системы из n , параллельно включенных звеньев, равна сумме их передаточных функций.*

2.3.4. Передаточная функция звена с обратной связью

Любая система управления, работающая по принципу отклонения, имеет отрицательную обратную связь. При этом *обратной связью называют цепь передачи информации с выхода звена (системы) на его вход.* Кроме основной обратной связи система может иметь дополнительные обратные связи, используемые обычно для коррекции динамических свойств отдельных звеньев или системы в целом. *Обратная связь может быть отрицательной и положительной.* В первом случае, величина выходного показателя звена (системы) вычитается из величины показателя на входе звена (системы). Во втором случае, величина выходного показателя звена (системы) складывается с входным показателем, а затем эта сумма подается непосредственно на вход звена (системы). На рисунке 2.18. показана структурная схема системы с обратной связью.

В соответствии со структурной схемой, приведенной на рис. 2.18., можно записать следующие уравнения:

$$\begin{cases} \Delta X(p) = X(p) \mp Y_{oc}(p); \\ Y_1(p) = W_1(p) \cdot \Delta X(p); \\ Y_{oc}(p) = W_{oc}(p) \cdot Y_1(p). \end{cases} \quad (2.53)$$

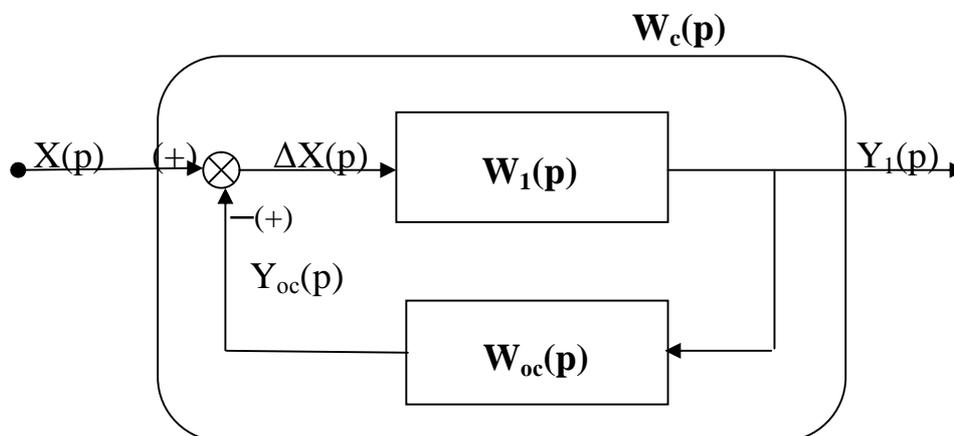


Рисунок 2.18. Структурная схема звена с обратной связью

Путем исключения переменных из системы уравнений (2.53) получаем следующее соотношение:

$$Y_1(p) \cdot [1 \pm W_{oc}(p) \cdot W_1(p)] = X(p) \cdot W_1(p). \quad (2.54)$$

Из данного уравнения получаем передаточную функцию звена, охваченного обратной связью:

$$W_c(p) = \frac{Y_1(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) \cdot W_{oc}(p)}, \quad (2.55)$$

где знак «+» в знаменателе соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» соответствует положительной обратной связи. *Использование обратных связей дает широкие возможности для синтеза систем с различными динамическими свойствами.*

2.4. Применение типовых динамических звеньев для анализа динамических свойств экономических систем

Рассмотрим возможности использования типовых динамических звеньев и их соединений для более четкого представления динамических

свойств элементов экономических систем, синтеза экономической системы, с точки зрения, проходящих динамических процессов, и последующего анализа поведения системы в динамике. Для этого рассмотрим построение структурной схемы экономической системы, функциональная схема которой приведена на рисунке 2.19.

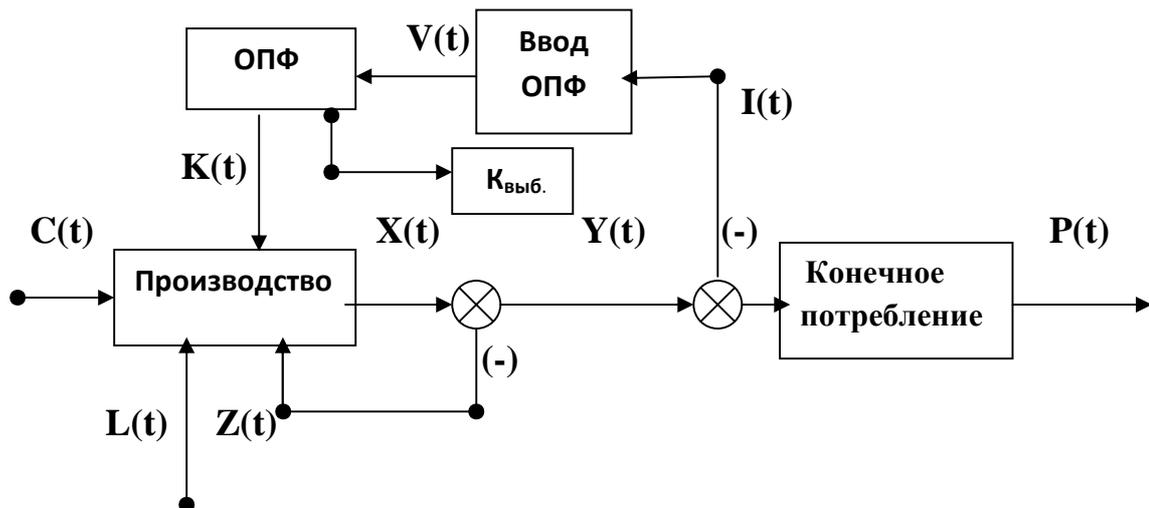


Рисунок 2.19. Функциональная схема экономической системы

На схеме, приведенной на рисунке 2.19. приняты следующие обозначения:

ОПФ – основные производственные фонды;

$X(t)$ – стоимость валового выпуска;

$Y(t)$ – величина валового внутреннего продукта;

$K(t)$ – капитал (стоимость основных производственных фондов);

$V(t)$ – стоимость вновь вводимых основных производственных фондов;

$K_{\text{выб.}}(t)$ – стоимость выбывших за год основных производственных фондов;

$I(t)$ – объем ежегодных валовых инвестиций;

$L(t)$ – количество вовлеченных в производство трудовых ресурсов;

$Z(t)$ – стоимость промежуточного продукта;

$C(t)$ – стоимость дополнительных факторов, влияющих на валовой выпуск;

$P(t)$ – стоимость продукции, предлагаемой для конечного потребления.

Все показатели экономической системы являются функциями от времени (t). Время изменяется непрерывно, а значения показателей известны прерывно с интервалом в один год.

Основой математической модели рассматриваемой экономической системы составляет производственная функция, связывающая ресурсные показатели (K, L, C) с валовым выпуском X . В первом приближении в качестве производственной функции возьмем линейную функцию вида:

$$X(t) = \alpha \cdot K(t) + \beta \cdot L(t) + C(t), \quad (2.56)$$

где α, β – постоянные коэффициенты, характеризующие уровень эффективности влияния ресурсов на валовой выпуск.

Примем, что на изучаемом интервале времени в экономической системе сохраняется постоянная величина фондовооруженности труда, т.е.

$$k_{\phi} = K(t)/L(t) = \text{const}, \quad (2.57)$$

а значит, $L(t) = K(t)/k_{\phi}$. В этом случае производственную функцию (2.56) можно записать в следующем виде:

$$X(t) = \gamma \cdot K(t) + C(t), \quad (2.58)$$

где $\gamma = \alpha + \beta / k_{\phi}$.

Для остальных показателей используем формулы, примененные для описания модели Р. Солоу [24, 25, 44]:

$$K(t) = \int_0^t [V(t) - m \cdot K(t)] dt \quad \text{при} \quad K(0) = K_0 \quad ; \quad (2.59)$$

$$T_1 \cdot \frac{dV(t)}{dt} + V(t) = I(t) \quad ; \quad (2.60)$$

$$Y(t) = (1-a) \cdot X(t); \quad (2.61)$$

$$I(t) = \phi \cdot Y(t); \quad (2.62)$$

$$P(t) = (1 - \varphi) \cdot Y(t). \quad (2.63)$$

В формулах (2.59) – (2.63) участвуют экзогенные показатели:

m – доля основных производственных фондов, выбывших за один год;

T_1 – постоянная времени, характеризующая скорость превращения валовых инвестиций в основные производственные фонды;

a – доля промежуточного продукта в стоимости валового выпуска;

φ – доля валовых инвестиций в валовом внутреннем продукте.

Учитывая уравнения (2.58)–(2.63) функциональной схемы, приведенной на рисунке 2.19, и, используя типовые структурные звенья, составим структурную схему, отражающую динамические свойства изучаемой экономической системы. Вид данной схемы приведен на рисунке 2.20. В соответствии со структурной схемой передаточная функция $W_2(p)$ имеет следующий вид:

$$W_2(p) = \frac{K(p)}{V(p)} = \frac{\frac{1}{p}}{1 + m \cdot \frac{1}{p}} = \frac{T_2}{T_2 \cdot p + 1}, \quad (2.64)$$

Для формулы (2.64) величина $T_2 = 1/m$. Эта величина является коэффициентом, характеризующим инерционность выбытия основных производственных фондов в системе.

Передаточная функция всей цепи обратной связи $W_3(p)$ будет равна:

$$W_3(p) = \frac{X^*(p)}{Y(p)} = \frac{\varphi \cdot T_2 \cdot \gamma}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}. \quad (2.65)$$

В этом случае, с учетом положительного характера обратной связи, вид передаточной функции всей системы будет следующим:

$$W_{\text{сист}}(p) = \frac{P(p)}{C(p)} = \frac{(1 - a) \cdot (1 - \varphi)}{1 - \frac{(1 - a) \cdot \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}} =$$

$$= \frac{(1 - a - \varphi + a \cdot \varphi) \cdot [T_1 \cdot T_2 \cdot p^2 + (T_1 + T_2) \cdot p + 1]}{[T_1 \cdot T_2 \cdot p^2 + (T_1 + T_2) \cdot p + 1] + a \cdot \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma - \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma} \quad (2.66)$$

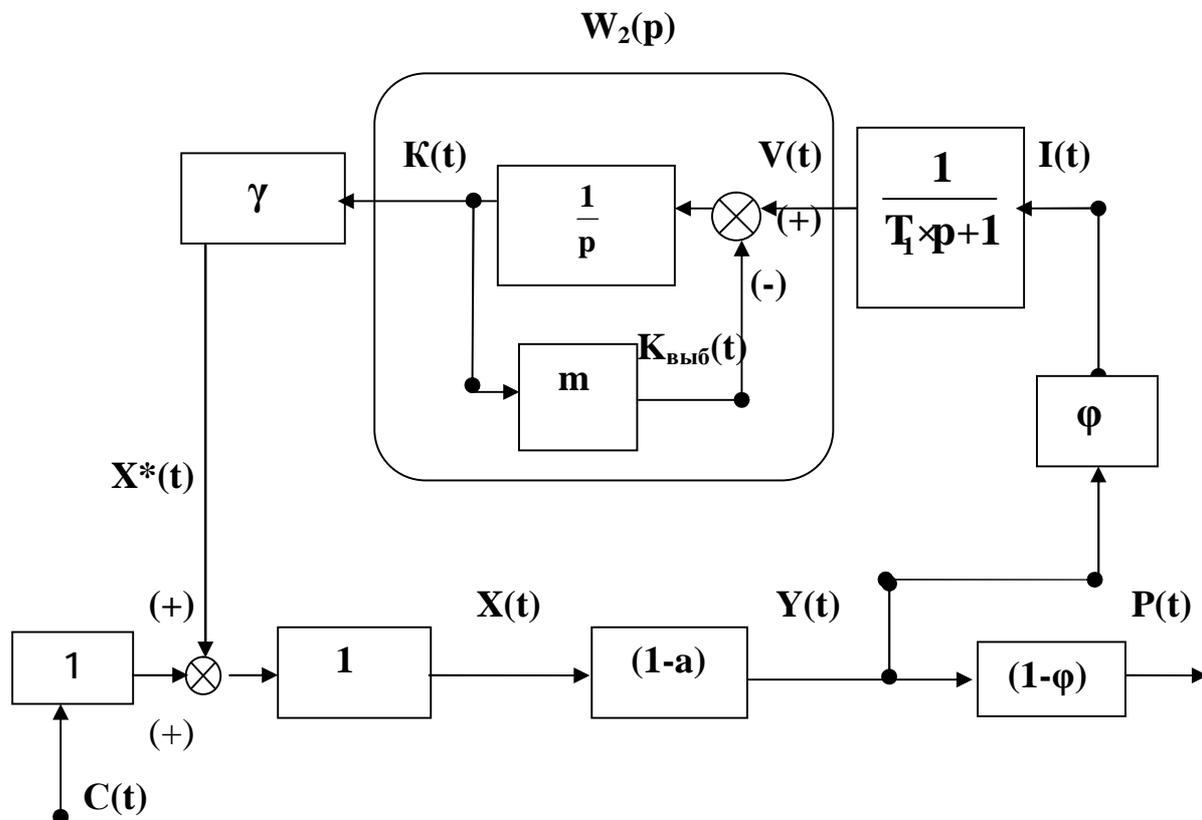


Рисунок 2.20. Структурная схема экономической системы

Для удобства анализа переходных процессов в экономической системе введем обозначения:

$$k_1^* = 1 - a - \varphi + a \cdot \varphi, \quad (2.67)$$

$$k_2^* = 1 + a \cdot \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma, \quad (2.68)$$

$$k_3^* = \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma. \quad (2.69)$$

С учетом введенных обозначений, динамические свойства экономической системы, показанной на рисунке 2.19., отражаются дифференциальным уравнением вида:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 P(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dP(t)}{dt} + [k_2^* - k_3^*] \cdot P(t) =$$

$$= k_1^* \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 C(t)}{dt^2} + k_1^* \cdot (T_1 + T_2) \cdot \frac{dC(t)}{dt} + k_1^* \cdot C(t) \quad (2.70)$$

Одной из важнейших характеристик динамики экономических систем является ее устойчивость. *Под устойчивостью системы понимают способность системы возвращаться в исходное или новое стационарное положение после снятия возмущающего воздействия [1, 20, 59].* Математически устойчивость динамической системы, описываемой линейным дифференциальным уравнением, определяется свободным движением системы. В рассматриваемом случае при нулевых начальных условиях свободное движение системы характеризуется однородным дифференциальным уравнением вида:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 P(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dP(t)}{dt} + [k_2^* - k_3^*] \cdot P(t) = 0 \quad (2.71)$$

Вид переходных процессов в динамических системах, описываемых линейными однородными дифференциальными уравнениями, определяется корнями характеристического уравнения. Необходимым и достаточным условием устойчивости в этом случае является отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения [26, 59].

Для уравнения (2.71) характеристическое уравнение имеет вид:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \lambda^2 + (T_1 + T_2) \cdot \lambda + [k_2^* - k_3^*] = 0, \quad (2.72)$$

где λ – корни характеристического уравнения.

Значения корней характеристического уравнения в данном случае определяются по формуле:

$$\lambda_{1,2} = \frac{(T_1 + T_2) \pm \sqrt{(T_1 + T_2)^2 - 4 \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot [k_2^* - k_3^*]}}{2 \cdot T_1 \cdot T_2} \quad (2.73)$$

Следовательно, если $k_3^* > k_2^*$, то в уравнении (2.73) второе слагаемое дискриминанта будет положительным, а сам дискриминант $D > (T_1 + T_2)^2$. Таким образом, один из корней характеристического уравнения будет иметь положительную вещественную часть и значение показателя $P(t)$ уст-

ремится в бесконечность, т.е. экономическая система будет неустойчивой. Из этого следует, что устойчивость экономической системы, представленной на рисунке 2.19, определяется значениями экзогенно задаваемых параметров a , φ , γ , T_2 .

Например, если $a = 0,1$, $\varphi = 0,2$, $\gamma = 0,35$, $T_2 = 20$, то величина $k_2^* = 1,14$, а $k_3^* = 1,4$. В этом случае $k_3^* > k_2^*$ и экономическая система будет неустойчивой. В тоже время при $a = 0,1$, $\varphi = 0,1$, $\gamma = 0,35$, $T_2 = 20$, величина $k_2^* = 1,07$, а величина $k_3^* = 0,7$. Следовательно, при таких значениях экзогенно задаваемых параметров a , φ , γ , T_2 экономическая система устойчива. Могут быть предложены и другие сочетания экзогенных параметров, при которых экономическая система также будет устойчива. Для данной экономической системы, чем больше величина коэффициента передачи цепи обратной связи $k_{oc} = k_3^* = \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma$, тем ближе она к зоне неустойчивого состояния. Экономическая система находится на границе устойчивого состояния при выполнении равенства:

$$k_2^* = k_3^* \quad \text{или} \quad (1 - a) \cdot \varphi \cdot T_2 \cdot \gamma = 1 \quad (2.74)$$

Формула (2.74) может быть использована для выбора значений экзогенных параметров, обеспечивающих заданный уровень устойчивости экономической системы, структура которой приведена на рисунке 2.20.

Таким образом, построение структурной схемы экономической системы позволяет найти не только вид дифференциального уравнения, связывающего выходной показатель системы с входным показателем, но и оценить важнейшую характеристику линейной экономической системы: ее устойчивость. Реальные экономические системы могут быть нелинейными и только приближенно их динамику можно описать линеаризованными уравнениями. Однако и в этом случае, согласно теоремам об устойчивости А.М. Ляпунова, если линеаризованная система устойчива, то устойчива и исходная нелинейная система. Если линеаризованная система неустойчива, то неустойчива и исходная нелинейная система [1, 20, 59].

Для определения устойчивости экономической системы необходимо определить знаки вещественных частей корней характеристического уравнения, а следовательно, определить устойчивость системы, не определяя корней характеристического уравнения. Решение этой проблемы осуществляется путем использования алгебраических критериев устойчивости [1, 20, 59]:

— для уравнений первого и второго порядка необходимым и достаточным условием является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения;

— для уравнения третьего порядка, согласно критерию устойчивости И.А. Вышнеградского, дополнительно необходимо, чтобы произведение средних коэффициентов характеристического уравнения вида:

$$a_3 \cdot \lambda^3 + a_2 \cdot \lambda^2 + a_1 \cdot \lambda + a_0 = 0 \quad (2.75)$$

было больше произведения крайних, т.е. $a_2 \cdot a_1 > a_3 \cdot a_0$;

— для характеристических уравнений более высокого порядка используют критерий Гурвица, согласно которому система с характеристическим уравнением $a_n \cdot \lambda^n + a_{n-1} \cdot \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \cdot \lambda + a_0 = 0$ будет устойчивой, если определитель Гурвица и все его диагональные миноры положительны.

В коэффициенты характеристического уравнения входят лишь значения параметров экономической системы, поэтому устойчивость системы определяется только ее параметрами и не зависит от ее состояния.

Как видно из вышеизложенного материала, для всестороннего анализа и последующего синтеза экономической системы необходимо произвести оценку ее параметров. Эффективное решение этой задачи возможно путем декомпозиции системы на типовые динамические звенья и последующее использование интегральных методов оценки параметров этих типовых звеньев. В последующей главе рассмотрим применение одного из эффективных интегральных методов оценки параметров динамических систем – метод скользящих модулирующих функций.

3. ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКОЛЬЗЯЩИХ МОДУЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

3.1. Основные положения метода скользящих модулирующих функций

Интенсификация процессов, которая наблюдается во всех прикладных областях науки и производства, немыслима без внедрения высокосоввершенных систем управления. Необходимость создания таких систем обусловила дальнейшее развитие теории управления. Одной из актуальнейших проблем, возникающих при управлении объектами, является определение динамических характеристик управляемых объектов по их входным и выходным показателям (проблема идентификации).

На рисунке 3.1. приведена классификация наиболее часто используемых методов определения динамических характеристик объектов управления по их входным и выходным показателям, каждая из которых обладает своими особенностями, областью применения и способами реализации. Однако в целом проблема идентификации динамических свойств объектов управления остаётся по-прежнему открытой, так как, несмотря на идейную ясность вопроса, практический аспект эффективного определения параметров недостаточно определён. Обычно эта задача для стационарных объектов, динамика которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, решается методом французского математика Д. Лоеба [68]. В данном методе параметры зависимости выходного показателя объекта управления от входного показателя определяются с помощью системы специально подобранных стационарных модулирующих функций и их производных. На основе этого метода разработан метод скользящих модулирующих функций, позволяющий эффективно осуществлять непрерывную оценку динамических параметров объектов управления [45, 47, 50, 56, 57, 58].

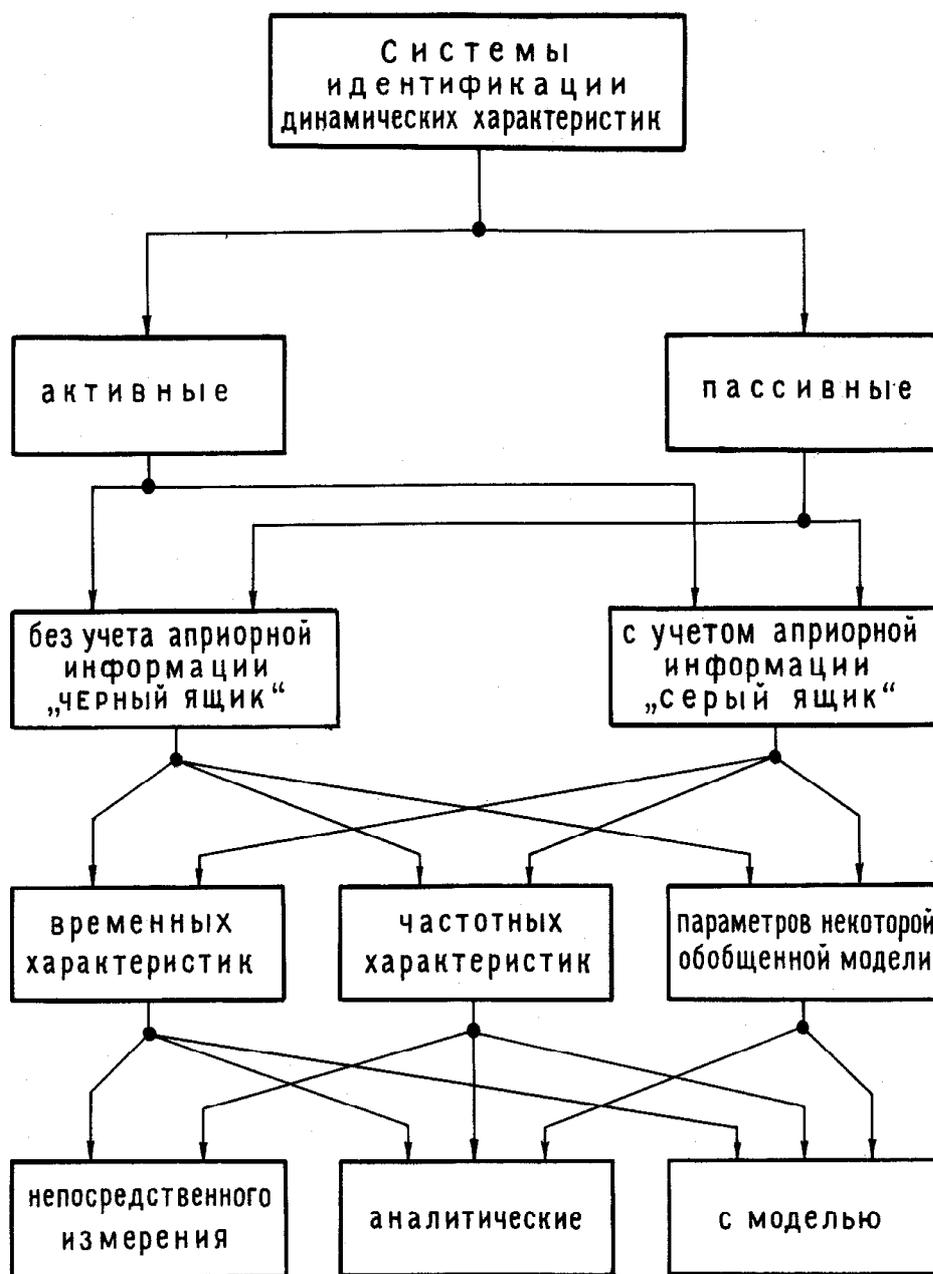


Рисунок 3.1. Укрупненная классификация систем идентификации динамических характеристик объектов управления

Метод основан на обработке значений входных и выходных показателей исследуемого объекта, измеренных в процессе нормальной его рабо-

ты, системой специальных функций. Данный метод, сохраняя все преимущества метода модулирующих функций, имеет значительно более простую реализацию.

Суть метода скользящих модулирующих функций покажем на примере определения динамических параметров объекта, поведение которого можно описать линейным дифференциальным уравнением вида:

$$\sum_{i=0}^p a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^q b_j \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \quad p \geq q \quad (3.1)$$

где $y(t)$, $x(t)$ – функции изменения выходного и входного показателей объекта управления;

i, j – номер производной от функции изменения выходного и входного показателей объекта управления;

a_i, b_j – коэффициенты дифференциального уравнения, являющиеся по существу обобщенными параметрами объекта управления.

Для определения параметров a_i, b_j из уравнения (3.1) можно произвести дифференцирование p – раз функции $y(t)$ и q – раз функции $x(t)$. Затем, либо подбирать оценочные значения параметров a_i^* и b_j^* так, чтобы минимизировать невязку правой и левой частей уравнения (3.1) для некоторого промежутка времени $0 \div t$, либо, записав уравнение (3.1) в стандартной форме (при $a_0 = 1$), определить значения производных для $p+q+1$ различных моментов времени функционирования объекта, составить полную систему алгебраических уравнений относительно искомых параметров и, решив ее, определить эти параметры.

Однако данный способ, как известно, дает смещенные оценки параметров объекта и дисперсия разности между оценками и истинными значениями параметров объекта управления значительна. В большой степени это обусловлено свойствами, присущими оператору дифференцирования, который при воздействии на контролируемые показатели объекта управления завышает роль неконтролируемых воздействий в формировании выходного показателя объекта управления.

Для того чтобы обойти эти трудности предлагается несколько другой подход для определения параметров объекта из уравнения (3.1).

Запишем данное уравнение в интегральной форме:

$$\sum_{i=0}^p a_i \int_{-\infty}^{\infty} y^{(i)}(\theta) \cdot \delta(t - \theta) d\theta = \sum_{j=0}^q b_j \int_{-\infty}^{\infty} x^{(j)}(\theta) \delta(t - \theta) d\theta, \quad (3.2)$$

где $\delta(t - \theta)$ - дельта - функция Дирака;

θ - вспомогательная переменная интегрирования.

Преобразуем (3.2) с помощью линейного оператора A_t . В таком случае, учитывая принцип суперпозиции в интегральной форме, будем иметь:

$$\sum_{i=0}^p a_i \int_{-\infty}^{\infty} y^{(i)}(\theta) \cdot A_t \cdot \delta(t - \theta) d\theta = \sum_{j=0}^q b_j \int_{-\infty}^{\infty} x^{(j)}(\theta) \cdot A_t \cdot \delta(t - \theta) d\theta, \quad (3.3)$$

где A_t - линейный оператор, действующий над функциями аргумента t , при фиксированном значении аргумента θ .

Функцию двух аргументов, определяемую формулой:

$$\Phi(t, \theta) = A_t \cdot \delta(t - \theta), \quad (3.4)$$

будем называть скользящей модулирующей функцией.

Произведем интегрирование по частям членов уравнения (3.3) содержащих производные от контролируемых показателей объекта, до тех пор, пока эти производные не выйдут за знак интеграла. В результате после группировки будем иметь:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^p (-1)^i a_i \int_{-\infty}^{\infty} y(\theta) \cdot \Phi^{(i)}(t, \theta) d\theta + \sum_{i=1}^p a_i \sum_{r=0}^{i-1} (-1)^r \left[y^{(i-r-1)}(\theta) \cdot \Phi^{(r)}(t, \theta) \right]_{-\infty}^{+\infty} = \\ & = \sum_{j=0}^q (-1)^j b_j \int_{-\infty}^{\infty} x(\theta) \cdot \Phi^{(j)}(t, \theta) d\theta + \sum_{j=1}^q b_j \sum_{\lambda=0}^{j-1} (-1)^\lambda \left[x^{(j-\lambda-1)}(\theta) \cdot \Phi^{(\lambda)}(t, \theta) \right]_{-\infty}^{+\infty} \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $\Phi^{(i)}(t, \theta)$, $\Phi^{(j)}(t, \theta)$, $\Phi^{(r)}(t, \theta)$, $\Phi^{(\lambda)}(t, \theta)$ - соответственно i , j , r , λ - частные производные по аргументу θ от скользящей модулирующей функции.

Потребуем, чтобы скользящая модулирующая функция и ее $(p - 1)$ производные отвечали условию:

$$\Phi^{(i)}(t, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{при } t-T \geq \theta \geq t \\ \Phi^{(i)}(t, \theta) & \text{при } t-T < \theta < t \end{cases} \quad (3.6)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, (p-1)$;

$0 < T \leq \infty$ — длина интервала интегрирования.

В этом случае пределы интегрирования в уравнении (3.5) можно положить равными $(t-T)$ и t . Соответственно, члены уравнения, включающие показатели объекта и их производные на концах интервала интегрирования, обращаются в нуль. Таким образом, уравнение (3.5) можно записать в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^p a_i C_i(t) = \sum_{j=0}^q b_j U_j(t), \quad (3.7)$$

$$\text{где } C_i(t) = (-1)^i \int_{t-T}^t y(\theta) \Phi^{(i)}(t, \theta) d\theta, \quad (3.8)$$

$$U_j(t) = (-1)^j \int_{t-T}^t x(\theta) \cdot \Phi^{(j)}(t, \theta) d\theta, \quad (3.9)$$

Выражение (3.7) при известных коэффициентах $C_i(t)$ и $U_j(t)$ можно рассматривать как алгебраическое уравнение относительно параметров объекта a_i и b_j . В целях упрощения выкладок дальнейшие теоретические построения производятся для объектов управления, динамику которых можно описать дифференциальным уравнением вида:

$$\sum_{i=0}^p a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = x(t). \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) помощью метода скользящих модулирующих функций приводится к виду:

$$\sum_{i=0}^p a_i C_i(t) = U_o(t). \quad (3.11)$$

Определение параметров a_i может быть осуществлено путём решения системы уравнений:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{z} = \bar{\mathbf{b}} \quad (3.12)$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} c_{10}(t) \dots c_{1i}(t) \dots c_{1p}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{v0}(t) \dots c_{vi}(t) \dots c_{vp}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{p+1,0}(t) \dots c_{p+1,i}(t) \dots c_{p+1,p}(t) \end{pmatrix} \quad \bar{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} a_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_v \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_p \end{pmatrix} \quad \bar{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} U_{10}(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_{v0}(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_{p+1,0}(t) \end{pmatrix}$$

Вопросы способов формирования коэффициентов $C_{vi}(t)$, $U_{v0}(t)$, методов решения системы уравнений (3.12) и влияния помех на точность определения параметров объекта управления рассматриваются в п.3.3. и в последующих разделах на конкретных примерах. Необходимо отметить то обстоятельство, что коэффициенты $C_{vi}(t)$, $U_{v0}(t)$ могут быть непрерывными во времени, следовательно, и непрерывно может выдаваться информация о динамических параметрах объекта управления.

Метод скользящих модулирующих функций применим для определения параметров не только стационарных объектов управления, но и квазистационарных и нестационарных объектов, описываемых дифференциальным уравнением вида (3.10).

В первом случае уравнение (3.10) преобразуется к уравнению (3.11), а во втором случае предлагается аппроксимировать на скользящем интервале идентификации действительную функцию изменения параметров объекта скользящим интерполяционным многочленом Грегори [26, 46, 47, 57]:

$$\begin{aligned}
a_i(\theta) = & a_i(t) + \frac{n(\theta-t)}{1!T} \Delta a_{i,n-1}(t) + \frac{n^2(\theta-t) \left(\theta + \frac{T}{n} - t \right)}{2!T^2} \Delta^2 a_{i,n-2}(t) + \dots \\
& + \frac{n^n(\theta-t) \left(\theta + \frac{T}{n} - t \right) \dots \left[\theta + \frac{(n-1)T}{n} - t \right]}{2!T^2} \Delta^n a_{i,0}(t)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

где $a_i(t)$ – значения параметров на конце скользящего интервала интегрирования;

$\Delta a_{i,n-1}(t), \Delta^2 a_{i,n-2}(t) \dots \Delta^n a_{i,0}(t)$ – конечные разности первого, второго и n – го порядков параметра $a_i(\theta)$ на интервале $(t-T) \div t$;

$n+1$ – число узлов интегрирования.

Это дает возможность свести нахождение переменных внутри скользящего интервала идентификации параметров объекта к определению постоянных на каждом отдельном интервале коэффициентов $a_i(t)$, $\Delta a_{i,n+1}(t)$ и т.п. Такой подход позволяет, кроме значений параметров на конце скользящего интервала идентификации, оценивать значения, осредненных на некотором участке, скорости, ускорения и т.д., изменения параметров объекта, что особенно важно при прогнозировании величины параметров объектов управления.

Для практического использования достаточно ограничиваться только первыми членами разложения (3.13), так как рост числа членов разложения ведет к сильному усложнению процедуры идентификации и, в конечном счете, к потере точности определения параметров.

На рисунке 3.2. приведены графики, отражающие процесс определения параметров нестационарного объекта по первому и по второму (пунктирные линии) способам. При этом динамика объекта управления описывается дифференциальным уравнением вида:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = b_0(t)x(t) \tag{3.14}$$

где $a_1 = 4$ ед., а величина b_0 меняется в пределах от 0,5 до 1,0, затем от 1,0 до 0 и на третьем участке от 0 до 1,0.

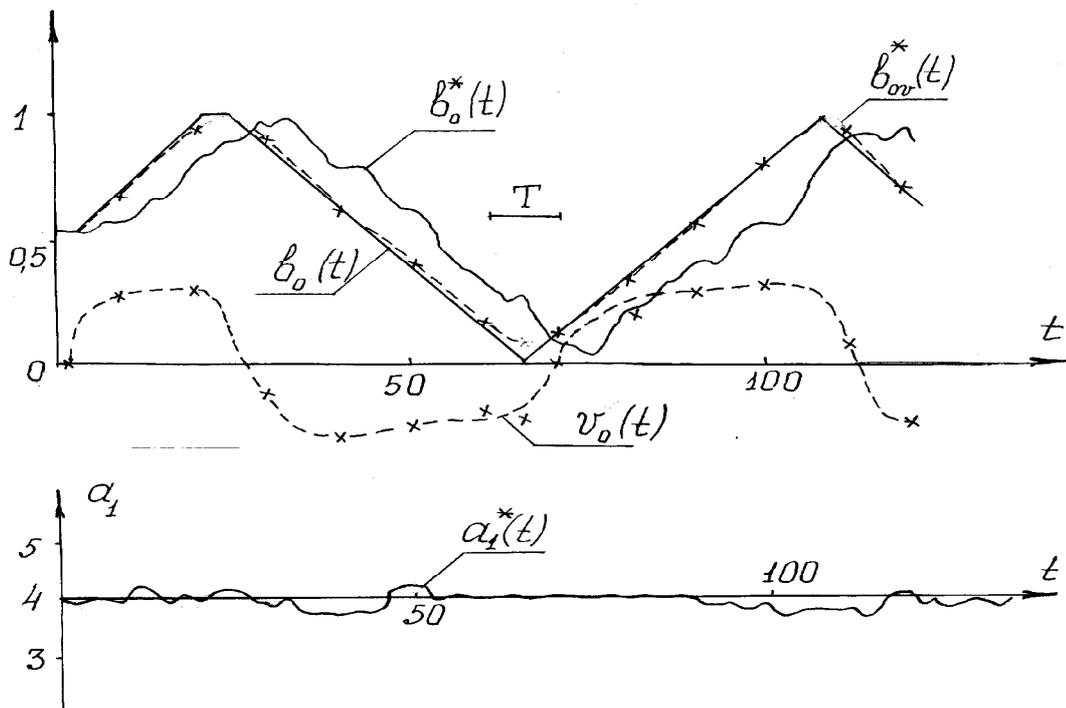


Рисунок 3.2. Графики изменения во времени параметров $a_1(t)$, $b_0(t)$ и их оценок $a_1^*(t)$, $b_0^*(t)$, $b_{0v}^*(t)$ и $v_0(t) = db_{0v}^*(t)/dt$

Как видно из графиков, второй способ определения параметров, когда находится не только величина параметра $b_0(t)$, но и скорость изменения данного параметра $v_0(t)$, существенно точнее, чем первый способ. Однако в этом случае увеличивается число определяемых параметров, что ведет к усложнению блока формирования уравнений относительно параметров объекта управления. Рассмотрим подробнее способы формирования и решения этих уравнений.

3.2. Методы и схемы реализации непрерывного формирования и решения систем уравнений для оценки параметров объекта управления

Для определения параметров объекта управления по его контролируемым показателям входа и выхода с помощью метода скользящих модулирующих функций формируется система уравнений вида (3.12). При этом возможно параллельное и последовательное формирование системы уравнений (3.12). Если использовать модулирующие функции, представляющие ряд производных друг от друга, то матрица A будет иметь диагонально одинаковые члены, что значительно упрощает процедуру идентификации параметров.

Реализация блока формирования коэффициентов (БФК) определяется условиями решаемой задачи и может быть выполнена с использованием различных средств вычислительной техники. Алгоритм расчетов во многом определяется видом используемых скользящих модулируемых функций. Более простая реализация может быть выполнена при применении функций, имеющих вид:

$$\Phi(t, \theta) = Z(t, \theta) \sin^\alpha \omega(t, \theta), \quad \alpha \geq p \quad (3.15)$$

где $Z(t, \theta)$ - любая наперед заданная, ограниченная по модулю функция.

При использовании специальных алгоритмов вид скользящих модулирующих функций может быть изменен непосредственно в процессе идентификации с целью приближения функции к оптимальному виду. Причем, точность формирования коэффициентов $C_{vi}(t)$, $U_{v0}(t)$ при изменениях модулирующей функции не нарушается.

При использовании стационарных модулирующих функций между коэффициентами $C_i(t)$, $U_j(t)$ соблюдается следующее соотношение:

$$\int_0^t C_i(t) dt = C_{i-1}(t); \quad (3.16)$$

$$\int_0^t U_j(t) dt = U_{j-1}(t). \quad (3.17)$$

Для обеспечения большей независимости формируемых для системы (3.12) уравнений рекомендуется использовать скользящие модулирующие функции, подчиняющиеся условию:

$$\int_{t-T}^t \Phi_n(t, \theta) \cdot \Phi_m(t, \theta) d\theta = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ A & \text{при } m = n \end{cases} \quad (3.18)$$

В частности, условию (3.18) отвечают скользящие модулирующие функции и любая нечетная производная от них. С учетом формул (3.16) – (3.18) в качестве рекомендуемых к применению для идентификации объектов, описываемых дифференциальными уравнениями различного порядка, могут быть использованы скользящие модулирующие функции вида (3.15).

В разделах 4 и 5 приведены примеры использования различных модулирующих функций для оценки параметров объектов, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями.

Решение системы (3.12) имеет вид:

$$\bar{Z} = A^{-1} \bar{b} \quad (3.19)$$

где A^{-1} – матрица обратная матрице A .

Обратная матрица существует, если детерминант матрицы A не равен нулю. Однако элементы матрицы A заданы обычно с некоторой степенью неточности, поэтому для получения достаточно точных значений параметров объекта дополнительно требуется, чтобы матрица имела хорошую обусловленность. Критерием обусловленности может служить величина нормированного определителя.

Для системы невысокого порядка обусловленность матрицы может контролироваться по выполнению некоторых достаточно простых логических условий. Например, матрица

$$A = \begin{pmatrix} C_{10}(t) & C_{11}(t) \\ C_{20}(t) & C_{21}(t) \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

при $C_{11}(t) = C_{20}(t)$ имеет хорошую обусловленность, в том случае, если $C_{21}(t) \times C_{10}(t) < 0$.

С точки зрения реализации блока непрерывного решения системы алгебраических уравнений (БРАУ) необходимо дополнительно наложить условия, чтобы элементы матрицы A были по абсолютной величине больше некоторой предельно допустимой величины ϵ .

Известны различные способы решения формируемой системы алгебраических уравнений на цифровых вычислительных машинах и устройствах. Из имеющихся способов решения системы (3.12) рекомендуется модифицированный способ минимизации суммы квадратов отклонений [46, 47]. Сущность способа заключается в том, что создаётся математическая модель системы (3.12). На выходах модели формируются показатели, характеризующие рассогласование между выходом объекта и выходом модели:

$$e_{v,M}(t) = \sum_{i=0}^p a_{i,M} C_{v,i}(t) - U_{v0}(t). \quad (3.21)$$

Формула (3.21) отражает степень расхождения коэффициентов модели a_{iM} по сравнению с искомыми параметрами объекта a_i .

Настройка коэффициентов модели производится с помощью многоканального дифференциального экстремального регулятора. В нём формируются экстремальная зависимость вида:

$$e_M^2(t) = \sum_{v=1}^{p+1} e_{vM}^2(t) \quad (3.22)$$

и одновременно экстремальные зависимости с приращениями по коэффициентам модели

$$e_{M+\delta i}^2(t) = \sum_{v=1}^{p+1} [e_{vM}(t) + \delta C_{vi}(t)]^2. \quad (3.23)$$

Использование указанных экстремальных зависимостей позволяет осуществить непрерывный замер частных производных квадрата ошибки по коэффициентам модели согласно выражению:

$$\frac{\partial e_M^2(t)}{\partial a_{iM}} = \frac{e_{M+\delta_i}^2(t) - e_M^2(t)}{\delta_i}. \quad (3.24)$$

Величины этих частных производных используются для непрерывного изменения коэффициентов модели a_{iM} в направлении приближения их к значениям параметров объекта управления. Минимум квадрата ошибки модели достигается при равенстве $a_{iM}(t) = a_i(t)$.

При повышении обусловленности матрицы A быстрота и точность сходимости процесса оценки параметров $a_i(t)$ увеличивается. В свою очередь, обусловленность матрицы зависит от вида входных показателей, поступающих на объект управления и от вида используемых скользящих модулирующих функций. С увеличением скорости изменения входного показателя, сходимость процесса определения параметров объекта улучшается. С другой стороны, чем в большей степени отличаются друг от друга используемые для идентификации скользящие модулирующие функции (условия ортогональности), тем также лучше сходимость процесса.

При выборе оптимальных скользящих модулирующих функций необходимо, чтобы они как можно меньше искажали входные и выходные показатели, а, с другой стороны, как можно больше подавляли влияние неконтролируемых воздействий на эти показатели. Причём, соответствующим выбором вида скользящей модулирующей функции можно существенно снизить влияние неконтролируемых факторов.

Для иллюстрации приведенных положений рассмотрим пример, показывающий влияние эффективной длительности скользящей модулирующей функции на точность определения параметров объекта управления, описываемого дифференциальным уравнением вида (3.25), т.е. являющимся апериодическим звеном первого порядка [49]:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \quad (3.25)$$

Примем, что функция, отражающая изменение входного показателя, имеет спектральную плотность $S(w)=N$. На выходной показатель объекта наложено (рисунок 3.3) влияние стационарного неконтролируемого воздействия $n(t)$ с корреляционной функцией $R_{nn}(\tau) = \delta(t)$. Неконтролируемое воздействие $n(t)$ и показатели $x(t)$, $y(t)$ объекта не коррелируют друг с другом. Математическое ожидание неконтролируемого воздействия $M[n(t)] = 0$. Для идентификации объекта выбрана скользящая модулирующая функция:

$$\Phi(t, \theta) = \text{Sign} \sin \omega(t, \theta), \quad (3.26)$$

где $0 \leq \omega(t, \theta) \leq \pi$.

В таком случае, зависимости дисперсий оценок параметров объекта от эффективной длительности скользящей модулирующей функции, при разных соотношениях B уровней неконтролируемых воздействий $n(t)$ и входного показателя $x(t)$, приведены на рисунках 3.3, 3.4., 3.5.

Как видно из рисунка 3.4, для повышения точности определения коэффициента передачи $k = 1/a_0$ необходимо использовать модулирующую функцию с эффективной длительностью $T \approx (2 \div 3) \cdot a_1/a_0$. Дальнейшее увеличение длительности модулирующей функции мало влияет на точность определения коэффициента передачи $k = 1/a_0$. В тоже время для определения параметра $L = a_1/a_0$, отражающего инерционность изменения выходного показателя $y(t)$, эффективная длительность модулирующей функции должна равняться $T = a_1/a_0$. Это наглядно видно из рисунка 3.5.

Кроме того, из графиков на рисунках 3.4 и 3.5 следует, что чем меньше превышение уровня входного показателя объекта управления $x(t)$ над неконтролируемым воздействием $n(t)$, тем больше дисперсия оценок параметров объекта управления, а значит меньше точность определения этих параметров.

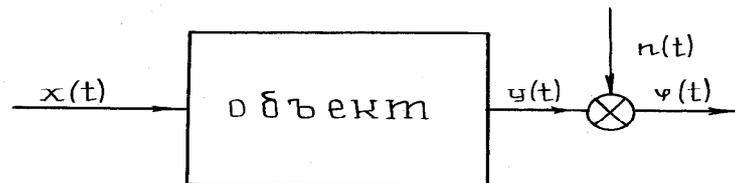


Рисунок 3.3. Расчетная схема для определения влияния неконтролируемых воздействий

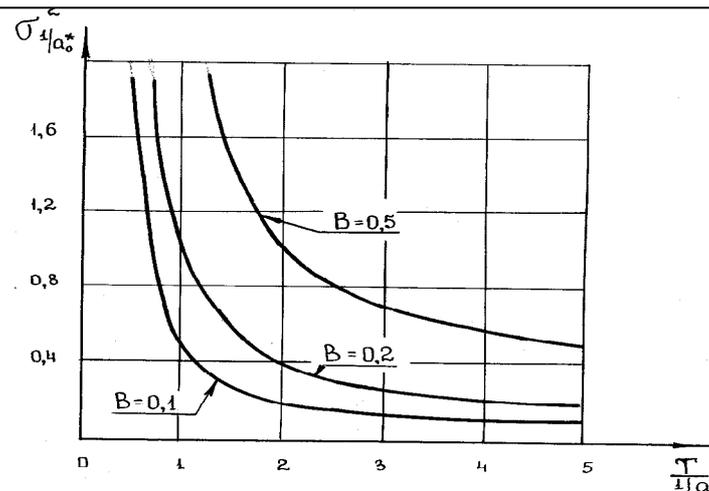


Рисунок 3.4. Графики зависимости дисперсии оценок коэффициента передачи объекта управления $k = 1/a_0$ от эффективной длительности скользящей модулирующей функции

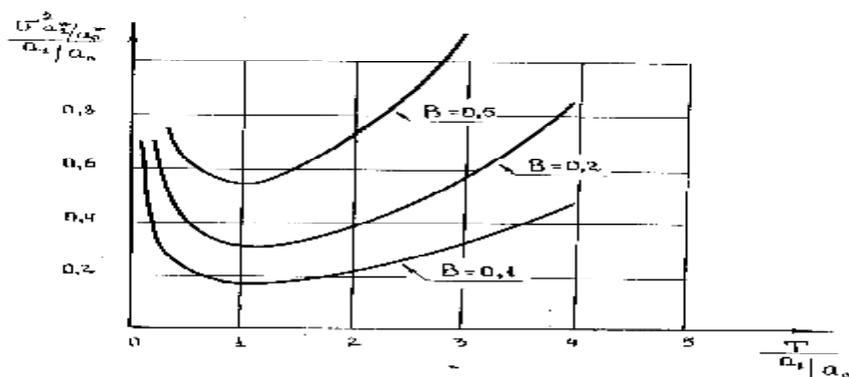


Рисунок 3.5. Графики зависимости дисперсии оценок постоянной времени объекта управления $L = a_1/a_0$ от эффективной длительности скользящей модулирующей функции

Величиной, отражающей превышение уровня входного показателя объекта управления $x(t)$ над неконтролируемым воздействием $p(t)$, является значение $1/V$. Таким образом, нижние кривые на рисунках 3.4 и 3.5 соответствуют десятикратному превышению уровня входного показателя над уровнем неконтролируемого воздействия, а верхние кривые только двукратному превышению.

При неизвестных параметрах объекта и статистических характеристиках функций, характеризующих изменение входного показателя и неконтролируемого воздействия, процесс выбора оптимальных модулирующих функций должен быть итерационным и производиться непосредственно при идентификации объекта.

Рассмотрим в целом блок-схему, в соответствии с которой реализуются алгоритмы генерации скользящих модулирующих функций, получение с их участием коэффициентов алгебраических уравнений вида (3.8), (3.9), а затем последующее решение, создаваемой системы алгебраических уравнений, с целью оценки параметров принятой математической модели. Такие алгоритмы построения математической модели объекта управления позволяют получать и применять для целей управления данные модели в режиме реального времени. Блок-схема осуществления алгоритмов непрерывного построения моделей приведена на рисунке 3.6.

Как видно из блок-схемы, она включает в себя:

БФК – блок формирования коэффициентов $C_{vi}(t)$, $U_{v0}(t)$, который реализует алгоритм создания данных коэффициентов в соответствии с формулами (3.8), (3.9);

БКО – блок контроля отклонений создаваемых коэффициентов при изменении модулирующих функций;

БРАУ – блок решения систем алгебраических уравнений;

БКИ – блок контроля входной и выходной информации объекта управления;

Для экономических систем обычно используется однократное формирование системы алгебраических уравнений и ее последующее решение. Учет информации на всем исследуемом интервале достигается за счет использования операции интегрирования при расчете коэффициентов системы алгебраических уравнений. Возможно многократное решение систем алгебраических уравнений при использовании различных модулирующих функций.

При непрерывном решении систем алгебраических уравнений функции, выполняемые БРАУ, могут быть реализованы в виде схемы, приведенной на рисунке 3.7.

В данной схеме использован алгоритм нахождения искомым параметров объекта управления, выраженный в виде уравнений 3.22 – 3.24. При этом блок формирования коэффициентов $C_{vi}(t)$, $U_{v0}(t)$ может быть реализован как на дискретных цифровых устройствах, так и на непрерывных устройствах [46, 47]. Принципиальная схема реализации показана на рисунке 3.8.

Если блок формирования коэффициентов алгебраических уравнений выполнен с использованием непрерывных устройств, то коэффициенты $C_i(t)$, $U_j(t)$ формируются непрерывно. В случае использования дискретных цифровых устройств или ЦВМ значения коэффициентов $C_i(t)$, $U_j(t)$ выдаются дискретно. Графики таких коэффициентов алгебраических уравнений при проведении активного эксперимента на объекте управления, динамика которого описывается дифференциальным уравнением вида (3.25), показаны на рисунке 3.9.

Алгоритмы, обеспечивающие работу адаптивной системы идентификации, показанной на рисунке 3.6., могут быть реализованы на различных вычислительных устройствах, начиная от специализированных устройств до достаточно мощных универсальных ЭВМ. Выбор варианта технической реализации зависит от сложности задачи (порядка дифференциального

уравнения), объема исходной информации, способов сбора информации, способов отражения результирующей информации.

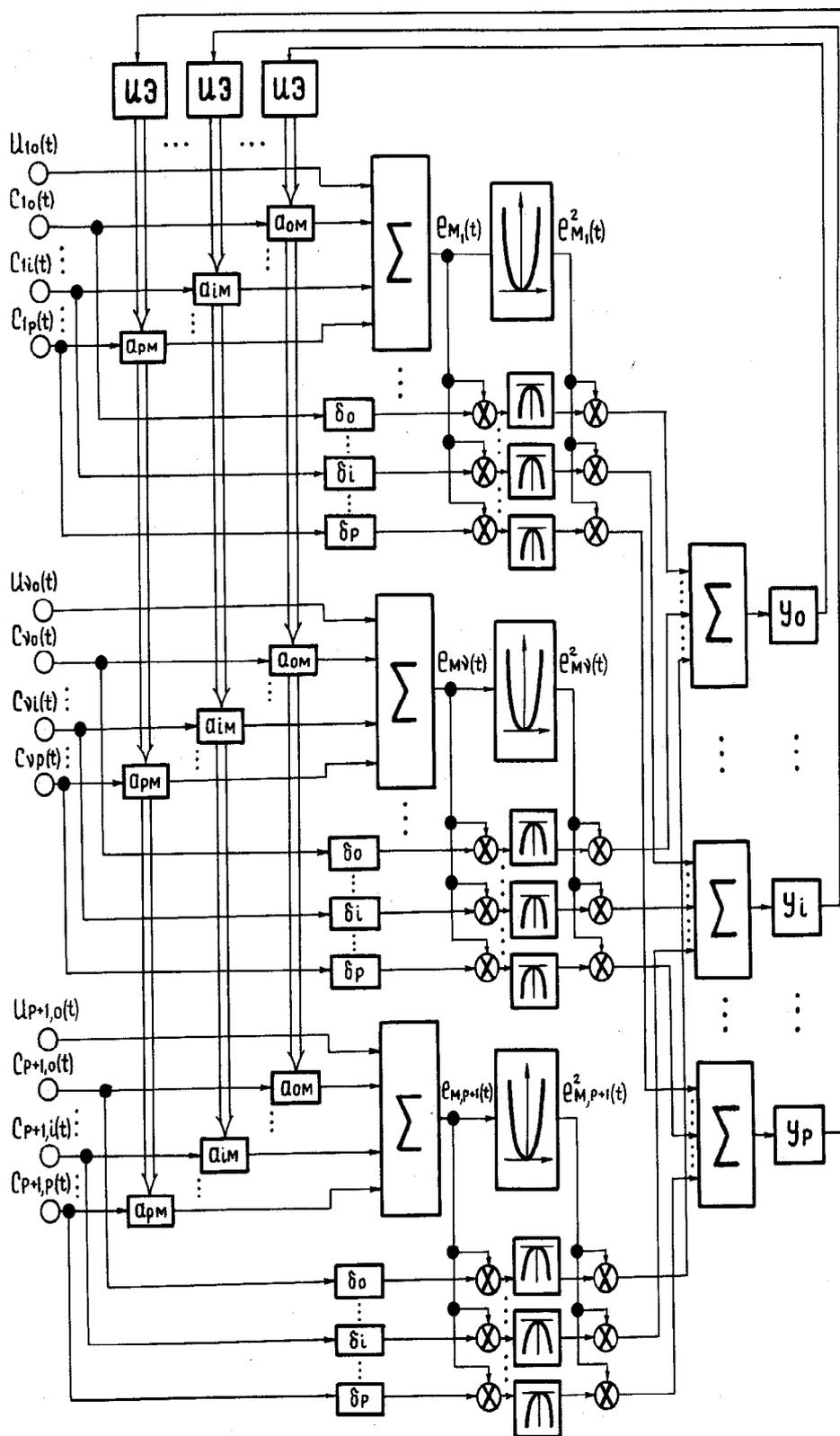


Рисунок 3.7. Схема, выполняющая функции блока непрерывного решения системы алгебраических уравнений

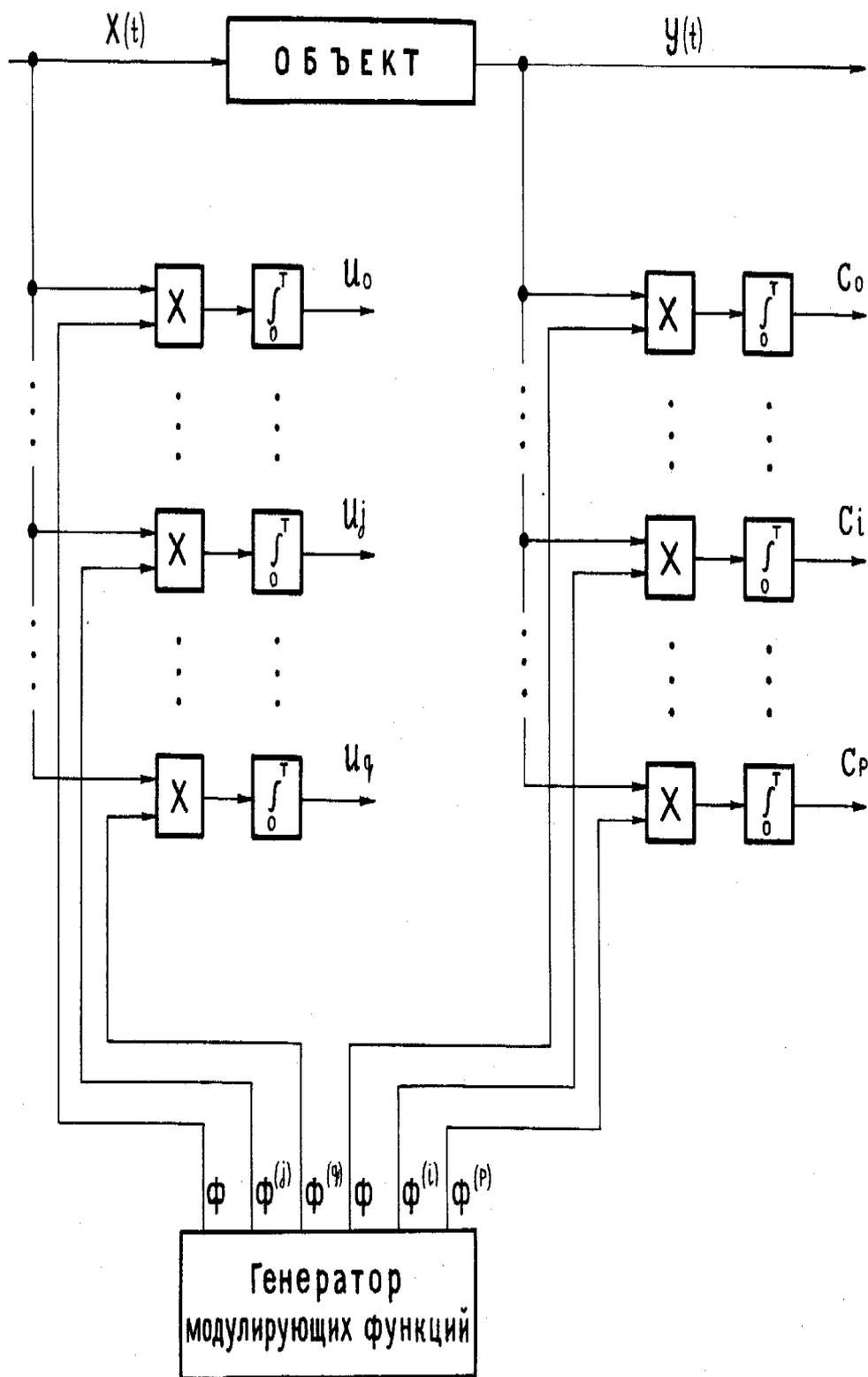


Рисунок 3.8. Принципиальная схема, реализующая функции блока формирования коэффициентов алгебраических уравнений

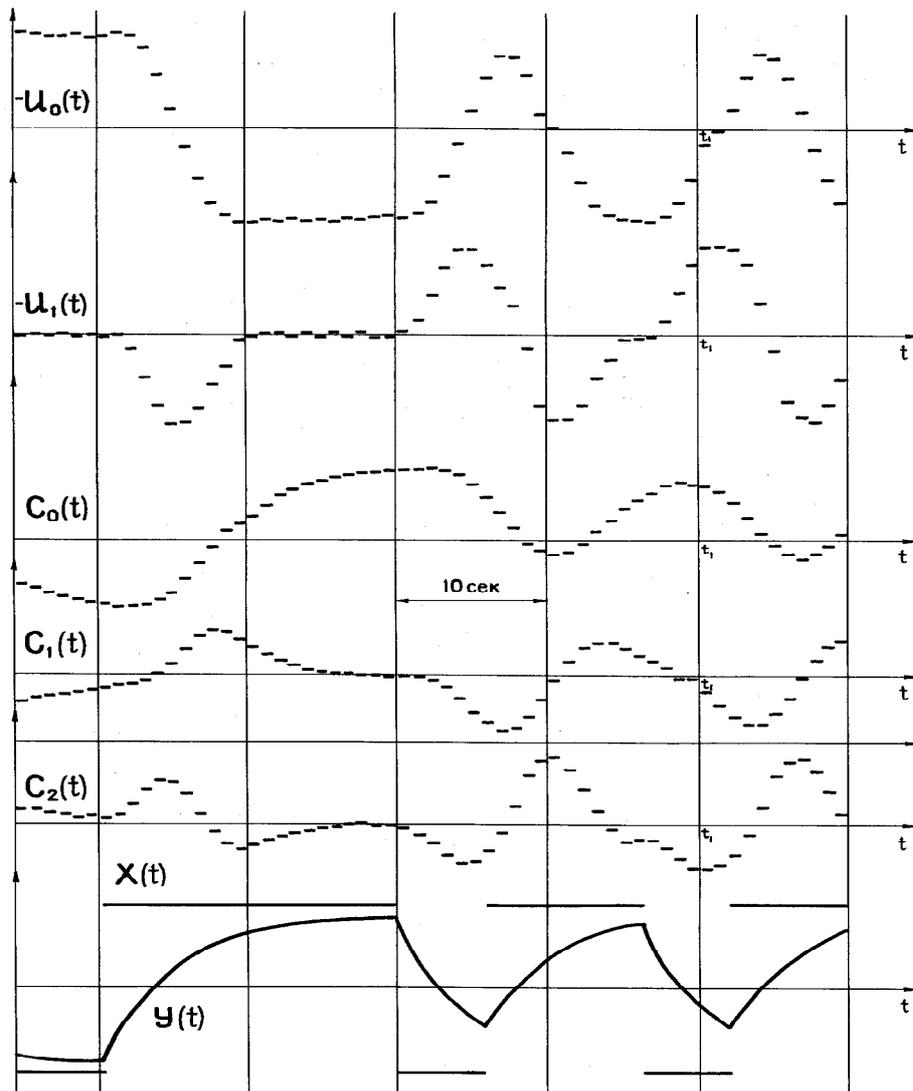


Рисунок 3.9. Графики коэффициентов $C_i(t)$, $U_j(t)$

Примеры определения коэффициентов дифференциальных уравнений для некоторых объектов приведены в последующих разделах.

3.3. Применение метода скользящих модулирующих функций для идентификации нестационарных объектов с запаздыванием

Исследование объектов с нестационарными параметрами потребовало введения в механизм идентификации элементов адаптации. В этом случае, модулирующая функция также должна быть нестационарной и скользящей с переменным интервалом опроса. Выбор скорости и интервалов

скольжения создаёт определённые предпосылки гибкости формулы, компенсирующей переменность входных показателей и параметров объекта.

Наличие запаздывания, как известно, вносит новые трудности. Они переносятся из решений уравнений с запаздывающим аргументом, когда вместо начальных условий необходимо задавать функцию на начальном участке. Не разбивая задачу на части, сформулируем и решим её в общем виде [50, 57, 59].

Пусть поведение объекта управления описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot y^{(i)}(t) + y(t - \tau) = \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot x^{(j)}(t) \quad (n \geq m), \quad (3.27)$$

где τ – величина времени запаздывания;

$a_i(t)$, $b_j(t)$ – изменяющиеся во времени коэффициенты дифференциального уравнения.

В пределах практического применения функцию с запаздывающим аргументом $y(t - \tau)$ можно рассматривать как преобразование функции $y(t)$ с помощью передаточных функций различных динамических звеньев:

$$\text{а) } e^{-p\tau} \quad (3.28)$$

$$\text{б) } 1 - \tau \cdot p; \quad (3.29)$$

$$\text{в) } \frac{\left(1 - \frac{t}{2\mathbf{1}} p\right)^e}{\left(1 + \frac{t}{2\mathbf{1}} p\right)^e}; \quad (3.30)$$

и, наконец,

$$\text{г) } \frac{\left(1 - \frac{\alpha \cdot \tau}{m_1} p\right)^{m_1}}{\left(1 + \frac{(1 - \alpha) \cdot \tau}{m_2} p\right)^{m_2}} \quad (3.31)$$

Последние три формулы являются приближенным разложением e^{-pt} . Ограничимся третьим наиболее точным разложением:

$$y(t - \tau) = \frac{\left(1 - \frac{\alpha \cdot \tau}{m_1} D\right)^{m_1} \cdot y(t)}{\left(1 + \frac{(1 - \alpha) \cdot \tau}{m_2} D\right)^{m_2}}, \quad (3.32)$$

где D – оператор дифференцирования.

Смысл введенных коэффициентов α , m_1 , m_2 отражен на рисунке 3.10, а подробное изложение данного подхода приведено в [59]. Из рисунка 3.10 видно, что интервал $[(t_1 - \tau) \div (t_1 - \tau + \alpha \cdot \tau)]$ разбивается на m_1 участков, а интервал $[(t_1 - \tau + \alpha \cdot \tau) \div t_1]$ разбивается на m_2 участка. Количество участков на каждом интервале зависит от принимаемой точности приближения аппроксимирующей ломаной линии ОСВ к дуге ОВ. Выбор величины α определяется пересечением касательной ОСА с ломаной линией ОСВ. Оправдано для пологих участков дуги ОВ выбирать меньшее число участков дробления, а для крутых участков дуги большее число участков дробления. Однако необходимо также учитывать, что точность определения коэффициентов в формуле (3.34) существенно снижается при увеличении их числа. Поэтому целесообразно ограничиваться одним или двумя участками дробления интервалов $[(t_1 - \tau) \div (t_1 - \tau + \alpha \cdot \tau)]$ и $[(t_1 - \tau + \alpha \cdot \tau) \div t_1]$. Тем более, что точность исходной экономической информации зачастую невысока и обычно не представляется возможным объективно оценить эту точность. В итоге вместо уравнения (3.27) можно рассматривать уравнение вида:

$$\sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot y^{(i)}(t) + \frac{\left(1 - \frac{\alpha \cdot \tau}{m_1} \cdot \frac{d}{dt}\right)^{m_1}}{\left(1 + \frac{(1 - \alpha) \cdot \tau}{m_2} \cdot \frac{d}{dt}\right)^{m_2}} \cdot y(t) = \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot x(t), \quad (3.33)$$

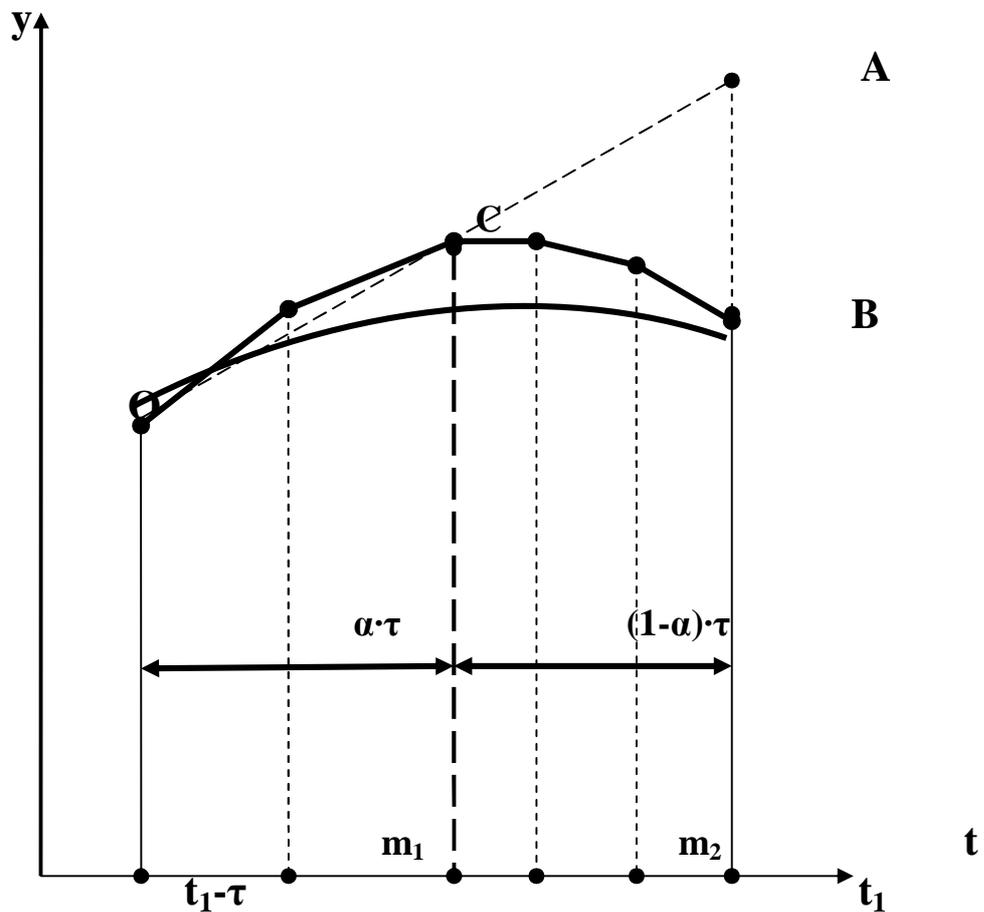


Рисунок 3.10. Выбор параметров m_1 и m_2 при замене передаточной функции звена с чистым запаздыванием на передаточную функцию звена, описываемого неоднородным дифференциальным уравнением

Данное уравнение (3.33) перепишем в более удобном для исследования виде:

$$(1 + \beta D)^{m_2} \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot y^{(i)}(t) + (1 - \gamma D)^{m_1} y(t) = (1 + \beta D)^{m_2} \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot x^{(j)}(t), \quad (3.34)$$

где $\beta = \frac{(1 - \alpha) \cdot \tau}{m_2}$; $\gamma = \frac{\alpha \cdot \tau}{m_1}$.

Подстановкой (3.32) в класс обыкновенных уравнений находится

приемлемая модель для трансцендентного уравнения. Затем, прежде чем перейти к решению нестационарной задачи, необходимо найти более точную модель путем использования адаптивных свойств формулы. Задав-шись для интервала квазистационарности параметров определенными значениями m_1, m_2, α , находим первое решение и по нему уточняем формулу аппроксимации. В дальнейшем модель сохраняет силу.

Пусть ограничимся значениями $m_1 = m_2 = 2$. При этом уравнение (3.34) приводится к виду:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot y^{(i)}(t) + 2\beta \cdot \left[\sum_{i=1}^n a_i^{(1)}(t) \cdot y^{(i)}(t) + \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot y^{(i+1)}(t) \right] + y(t) - 2 \cdot \gamma \cdot y^{(1)}(t) + \\ & + \gamma^2 \cdot y^{(2)}(t) + \beta^2 \cdot \left[\sum_{i=1}^n a_i^{(2)}(t) \cdot y^{(i)}(t) + 2 \sum_{i=1}^n a_i^{(1)}(t) \cdot y^{(i+1)}(t) + \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot y^{(i+2)}(t) \right] = \\ & = \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot x^{(j)}(t) + 2\beta \cdot \left[\sum_{j=0}^m b_j^{(1)}(t) \cdot x^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot x^{(j+1)}(t) \right] + \\ & \beta^2 \cdot \left[\sum_{j=0}^m b_j^{(2)}(t) \cdot x^{(j)}(t) + 2 \sum_{j=0}^m b_j^{(1)}(t) \cdot x^{(j+1)}(t) + \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot x^{(j+2)}(t) \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

При первичной обработке может потребоваться несколько итераций. В дальнейшем будем считать, что этап определения модели для объекта с запаздыванием решен.

Изменение во времени параметров объекта управления вносит дополнительные сложности в решение задачи идентификации. В этом случае необходимо различать две ситуации:

1. Скорость изменения параметров $a_i(t)$ и $b_j(t)$ незначительна на конечном интервале $[0; T]$.
2. Объект имеет параметры, существенно изменяющиеся на конечном интервале.

При медленных изменениях параметров их производные без большой погрешности можно считать равными нулю. В таком случае уравнение (3.35) приводится к виду, представленным уравнением (3.36):

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot [y^{(i)}(t) + 2\beta \cdot y^{(i+1)}(t) + \beta^2 \cdot y^{(i+2)}(t)] + y(t) - 2\gamma \cdot y^{(1)}(t) + \gamma^2 \cdot y^{(2)}(t) = \\ & = \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot [x^{(j)}(t) + 2\beta \cdot x^{(j+1)}(t) + \beta^2 \cdot x^{(j+2)}(t)] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Умножим уравнение (3.36) на систему известных скользящих нестационарных функций и проинтегрируем по частям на участке $t - T$ до t . Интегрирование по частям будем производить до тех пор, пока производные от контролируемых показателей не выйдут из под знака интеграла. В результате преобразований получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot [C_{v,i}(t) + 2\beta \cdot C_{v,i+1}(t) + \beta^2 \cdot C_{v,i+2}(t)] + C_{v,0}(t) - 2\gamma \cdot C_{v,1}(t) + \gamma^2 \cdot C_{v,2}(t) = \\ & \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot [U_{v,j}(t) + 2\beta \cdot U_{v,j+1}(t) + \beta^2 \cdot U_{v,j+2}(t)] \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\text{где } C_{v,i}(t) = (-1)^i \int_{t-T}^t y(\theta) \cdot \Phi_v^{(i)}(t, \theta) d\theta, \quad T > \tau \quad (3.38)$$

$$U_{v,j}(t) = (-1)^j \int_{t-T}^t x(\theta) \cdot \Phi_v^{(j)}(t, \theta) d\theta, \quad T > \tau \quad (3.39)$$

v – число используемых скользящих модулирующих функций.

В конкретных приложениях при известных значениях m_1 , m_2 , α выражение (3.37) упрощается путём раскрытия выражений для β и γ и приведения подобных членов. Однако, если сохранить свободу выбора α , то можно всё время дополнительно уточнять решения.

После определения значений коэффициентов $C_{v,i}(t)$ и $U_{v,j}(t)$ система алгебраических уравнений (3.37) может быть решена относительно искомого неизвестных параметров обычными способами. Значения величин $C_{v,i}(t)$ и $U_{v,j}(t)$ вычисляются путём обработки графиков $y(t)$ и $x(t)$ показателей объекта системой скользящих модулирующих функций и последующим интегрированием. Количество необходимых для идентификации

скользящих модулирующих функций определяется числом определяемых неизвестных параметров.

Решение задачи идентификации для случая существенного изменения параметров объекта управления на интервале интегрирования произведём следующим образом. Аппроксимируем функцию изменения параметров объектов $a_i(t)$ и $b_j(t)$ на интервале $(t - T) \div t$ интерполяционным многочленом Грегори в соответствии с формулой (3.13):

Эффективность формулы (3.13) состоит в том, что величины $a_i(t)$ и $b_j(t)$ и их конечные разности постоянны на фиксированном интервале интегрирования. Это позволяет вынести их за знак интегрирования. В то же время сам интервал скользит и, следовательно, значения $a_i(t)$, $b_j(t)$ и их конечные разности меняются во времени. Это дает возможность проследить действительное изменение параметров во времени. Точность этого отслеживания зависит от точности интерполяции на интервале интегрирования. В практических приложениях достаточно часто ускорение изменения параметров объекта управления на интервале конечной длительности постоянно. Для этого случая уравнение (3.35), после умножения на скользящую модулирующую функцию, интегрирования на участке $t - T$ до t и с учетом аппроксимации изменения параметров $a_i(t)$, $b_j(t)$ на интервале интегрирования интерполяционным многочленом, примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n a_i(t) \cdot [C_{v,i}(t) + 2\beta \cdot C_{v,i+1}(t) + \beta^2 \cdot C_{v,i+2}(t)] + \sum_{i=1}^n V_i^a(t) \cdot [C_{v,i,v}(t) + 2\beta \cdot C_{v,i+1,v}(t) + \beta^2 \cdot C_{v,i+2,v}(t)] \\
& + \sum_{i=1}^n W_i^a(t) \cdot [C_{v,i,w}(t) + 2\beta \cdot C_{v,i+1,w}(t) + \beta^2 \cdot C_{v,i+2,w}(t)] + 2\beta \cdot \sum_{i=1}^n V_i^a(t) \cdot [C_{v,i}(t) + \beta \cdot C_{v,i+1}(t)] + \\
& 2\beta \cdot \sum_{i=1}^n W_i^a(t) \cdot [C_{v,i,v}(t) + \beta \cdot C_{v,i+1,v}(t)] + \beta^2 \cdot \sum_{i=1}^n W_i^a(t) \cdot C_{v,i}(t) + C_{v,0}(t) - 2\gamma C_{v,1}(t) + \gamma^2 C_{v,2}(t) = \\
& \sum_{j=0}^m b_j(t) \cdot [U_{v,j}(t) + 2\beta \cdot U_{v,j+1}(t) + \beta^2 \cdot U_{v,j+2}(t)] + \sum_{j=0}^m V_j^b(t) \cdot [U_{v,j,v}(t) + 2\beta \cdot U_{v,j+1,v}(t) + \beta^2 \cdot U_{v,j+2,v}(t)] + \\
& + \sum_{j=0}^m W_j^b(t) \cdot [U_{v,j,w}(t) + 2\beta \cdot U_{v,j+1,w}(t) + \beta^2 \cdot U_{v,j+2,w}(t)] + 2\beta \cdot \sum_{j=0}^m V_j^b(t) \cdot [U_{v,j}(t) + \beta \cdot U_{v,j+1}(t)] + \\
& + 2\beta \cdot \sum_{j=0}^m W_j^b(t) \cdot [U_{v,j,v}(t) + \beta \cdot U_{v,j+1,v}(t)] + \beta^2 \cdot \sum_{j=0}^m W_j^b(t) \cdot U_{v,j}(t). \tag{3.40}
\end{aligned}$$

Здесь принято, что:

$$V_i^a(t) = a_i^{(1)}(t); W_i^a(t) = a_i^{(2)}(t); V_j^b(t) = b_j^{(1)}(t); W_j^b(t) = b_j^{(2)}(t);$$

$V_i^a(t), V_j^b(t)$ – средние на интервале $(t - T) \div t$ скорости изменения параметров $a_i(t), b_j(t)$;

$W_i^a(t), W_j^b(t)$ – среднее на интервале $(t - T) \div t$ ускорение изменения параметров $a_i(t), b_j(t)$;

$$C_{v,i,v}(t) = (-1)^i \int_{t-T}^t y(\theta) \left[i \frac{\partial^{i-1} \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^{i-1}} + (\theta - t) \frac{\partial^i \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^i} \right] d\theta; \tag{3.41}$$

$$U_{v,j,v} = (-1)^j \int_{t-T}^t x(\theta) \left[j \frac{\partial^{j-1} \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^{j-1}} + (\theta - t) \frac{\partial^j \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^j} \right] d\theta; \tag{3.42}$$

$$C_{v,i,w}(t) = (-1)^i \int_{t-T}^t y(\theta) \left[i(i-1) \frac{\partial^{i-2} \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^{i-2}} + 2i(\theta + \frac{T}{4} - t) \frac{\partial^{i-1} \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^{i-1}} + (\theta - t)(\theta + \frac{T}{2} - t) \frac{\partial^i \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^i} \right] d\theta; \tag{3.43}$$

$$U_{v,j,w}(t) = (-1)^j \int_{t-T}^t x(\theta) \left[\begin{aligned} & j(j-1) \frac{\partial^{j-2} \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^{j-2}} + 2j(\theta + \frac{T}{4} - t) \frac{\partial^{j-1} \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^{j-1}} + \\ & + (\theta - t)(\theta + \frac{T}{2} - t) \frac{\partial^j \Phi_v(t, \theta)}{\partial \theta^j} \end{aligned} \right] d\theta. \quad (3.44)$$

Рассмотрим определение параметров объекта управления на конкретном примере. В целях упрощения изложения разделим задачу определения параметров нестационарного объекта управления с запаздыванием на две отдельные задачи: определение динамических параметров объекта с запаздыванием и определение динамических параметров нестационарного объекта.

Пример 1. Пусть динамика объекта управления описывается дифференцированным уравнением вида:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t - \tau) = b_0 x(t) \quad (3.45)$$

В ходе предварительных экспериментов было установлено, что в этом случае для $\tau \leq a_1$ аппроксимирующая формула (3.32) обеспечивает достаточную точность уже при $m_1 = m_2 = 1$. Причем величина α для большинства случаев лежит в пределах от 0,4 до 0,6.

Приняв $\alpha = 0,5$ и, подставив (3.32) в (3.45), будем иметь:

$$0,5 \cdot \tau \cdot a_1 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (a_1 - 0,5 \cdot \tau) \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0,5 \cdot \tau \cdot b_0 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \quad (3.46)$$

Умножим уравнение (3.46) на скользящую модулирующую функцию. После преобразований получим:

$$0,5 \cdot \tau \cdot a_1 \cdot C_2(t) + (a_1 - 0,5 \cdot \tau) \cdot C_1(t) + C_0(t) = 0,5 \cdot \tau \cdot b_0 \cdot U_1(t) + b_0 \cdot U_0(t), \quad (3.47)$$

где $C_i(t)$ и $U_j(t)$ определяются по формулам (3.38), (3.39).

Возьмем в качестве модулирующей функцию вида:

$$\Phi(t, \theta) = \frac{(t - \theta)^4}{24 \cdot \lambda^5} \cdot e^{-\frac{(t-\theta)}{\lambda}} \quad (3.48)$$

для определения коэффициентов $C_0(t)$ и $U_0(t)$. Первая и вторая производные от модулирующей функции используются с целью нахождения, соот-

ветственно, $C_1(t)$, $U_1(t)$ и $C_2(t)$. В этом случае, взяв значения коэффициентов $C_i(t)$ и $U_j(t)$ для различных моментов времени t_i , получим систему алгебраических уравнений. В результате решения данной системы алгебраических уравнений и с учетом соотношений между коэффициентами алгебраических уравнений и искомыми параметрами дифференциального уравнения находим оценки a_1 , b_0 и τ .

Пример 2. Динамика объекта управления описывается дифференциальным уравнением:

$$a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = b_0(t) \cdot x(t) \quad (3.49)$$

Применим для определения параметров a_1 и $b_0(t)$ метод скользящих модулирующих функций, а для аппроксимации закона изменения $b_0(t)$ используем два первых члена формулы Грегори, в результате будем иметь:

$$a_1 C_{v1}(t) + C_{v0}(t) = b_0(t) U_{v0} + V_{b0}(t) U_{v0v}(t) \quad (3.50)$$

Выбрав в качестве скользящих модулирующих функций

$$\begin{cases} \Phi_1(t, \theta) = \sin^2 \omega(t - \theta) \\ \Phi_2(t, \theta) = -\omega \sin 2\omega(t - \theta) \\ \Phi_3(t, \theta) = \sin 4\omega(t - \theta) \end{cases}, \quad (3.51)$$

получим систему из трёх уравнений вида (3.50). Значения коэффициентов $C_{v,1}(t)$, $C_{v,0}(t)$, $U_{v,0}(t)$ и $U_{v,0,v}(t)$, при $n = 1, 2, 3$, находятся по формулам (3.41) – (3.44). Затем, произведя решение получаемых систем алгебраических уравнений, определим a_1 ; $b_0(t)$; $V_{b,0}(t)$.

Таким образом, предложен метод, позволяющий осуществить идентификацию нестационарных объектов с запаздыванием путём чередования процессов итерации в этапах моделирования системы исходных трансцендентных уравнений системой обыкновенных уравнений с последующим их уточнением, и собственно идентификации найденной модели.

Обобщая представленные в данной главе результаты, можно отметить, что метод скользящих модулирующих функций позволяет непрерыв-

но в текущем режиме получать информацию о коэффициентах дифференциального уравнения, описывающего динамику исследуемого объекта управления. Метод основан на обработке контролируемых показателей входа и выхода объекта системой специальных функций. Он не требует дифференцирования функций этих показателей и учёта начальных условий объекта управления, обладая при этом способностью уменьшать влияние неконтролируемых воздействий на точность определения параметров объекта. Реализация метода достаточно проста и осуществляется с помощью различных вычислительных устройств или с использованием универсальных электронно-вычислительных машин.

Рассмотрим возможности использования метода модулирующих функций для оценки параметров динамических процессов в экономических системах на примере определения величины экзогенных параметров.

4. ОЦЕНКА ЭКЗОГЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДУЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

4.1. Оценка капиталоемкости прироста дохода в модели Харрода-Домара

Модель макроэкономической динамики Харрода-Домара описывает динамику взаимосвязанных между собой основных макроэкономических показателей закрытой экономики [24, 25, 41, 44]. При этом доход $Y(t)$ равен сумме объема потребления $C(t)$ и инвестиций $I(t)$:

$$Y(t) = C(t) + I(t) . \quad (4.1)$$

Так как экономика считается закрытой, поэтому чистый экспорт равен нулю и государственные расходы в модели не выделяются. Основное соотношение в модели Харрода-Домара - это взаимосвязь между инвестициями и скоростью роста дохода. Предполагается, что скорость роста дохода пропорциональна инвестициям:

$$B \cdot \frac{dY(t)}{dt} = I(t) , \quad (4.2)$$

где B – коэффициент приростной капиталоемкости, или капиталоемкости прироста дохода.

Соответственно, обратная величина: $b = \frac{1}{B}$ является приростной капиталоотдачей. Таким образом модель может быть представлена интегрирующим звеном с передаточной функцией $W(p) = \frac{Y(p)}{I(p)} = \frac{1}{B \cdot p}$.

При построении модели приняты следующие допущения:

1. Инвестиционный лаг равен нулю и, следовательно, инвестиции мгновенно переходят в прирост капитала:

$$\Delta K(t) = I(t) , \quad (4.3)$$

где $\Delta K(t)$ - непрерывная функция прироста капитала во времени.

2. Выбытие капитала отсутствует.

3. Производственная функция в модели линейна. Это вытекает из пропорциональности прироста дохода приросту капитала, так как

$$dY(t) = b \cdot I(t)dt, \quad (4.4)$$

а значит:

$$dY(t) = b \cdot d(K(t)) \cdot dt. \quad (4.5)$$

В этом случае линейная производственная функция вида:

$$Y(t) = a \cdot L(t) + b \cdot K(t) + c, \quad (4.6)$$

будет обладать свойством (4.5), если либо $a = 0$, либо $L(t) = \text{const}$. Из данных положений вытекают следующие допущения модели:

3.1. Затраты труда постоянны во времени либо выпуск не зависит от затрат труда, поскольку труд не является дефицитным ресурсом;

3.2. Модель не учитывает влияния на объем выпуска продукции научно-технического прогресса.

Предпосылки (1-3) существенно ограничивают описание динамики реальных макроэкономических процессов, делают затруднительным применение модели Харрода-Домара, например, для расчета или прогноза величины совокупного выпуска или дохода. Однако данная модель и не предназначена для этого. Относительная простота модели позволяет более глубоко изучить взаимосвязь динамики инвестиций и роста выпуска, получить точные формулы траекторий рассматриваемых параметров при сделанных предпосылках.

Зависимость, связывающая между собой во времени показатели инвестиций, определяемый ими объем основного капитала и уровень выпуска (дохода), является базовой во всех моделях макроэкономической динамики. Кроме того, в этих моделях необходимо определить принципы формирования структуры выпуска (дохода), распределение его между составляющими, прежде всего – между потреблением и накоплением, определить динамику дохода в зависимости от динамики потребления.

В модели Харрода-Домара предполагается, что динамика объёма потребления $C(t)$ задаётся экзогенно. Этот показатель может считаться постоянным во времени, расти с заданным постоянным темпом или иметь какую-либо другую динамику (в первых двух случаях более просто получить решение модели).

Простейший вариант модели получается, если считать $C(t) = 0$. В этом случае все ресурсы экономики направляются на инвестиции, в результате чего могут быть определены максимально возможные темпы роста дохода. При этом модель, учитывая (4.1), (4.2), принимает следующий вид, т.е. является неустойчивым аperiodическим звеном:

$$-B \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = 0. \quad (4.7)$$

Выражение (4.7) – однородное линейное дифференциальное уравнение, решение которого имеет вид:

$$Y(t) = Y(0) \cdot e^{\frac{t}{B}}. \quad (4.8)$$

В этом случае темп прироста дохода равен b . Это максимально возможный (технологический) темп прироста дохода в рассматриваемой экономической системе.

Рассмотрим вариант модели с показателем потребления $C(t)$, растущим с постоянным темпом r , т.е.:

$$C(t) = C(0) \cdot e^{r \cdot t} \quad (4.9)$$

В этом случае дифференциальное уравнение модели примет вид:

$$-B \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = C(0) \cdot e^{r \cdot t}. \quad (4.10)$$

Это неоднородное линейное дифференциальное уравнение. Решение данного уравнения имеет вид:

$$Y(t) = \left[Y(0) - \frac{C(0)}{1 - B \cdot r} \right] \cdot e^{\frac{t}{B}} + \left[\frac{C(0)}{1 - B \cdot r} \right] \cdot e^{r \cdot t}. \quad (4.11)$$

Согласно экономическому смыслу ясно, что темп прироста потребления g не должен быть больше максимально возможного общего темпа прироста дохода $b = \frac{1}{B}$. Иначе потребление будет занимать всё большую часть дохода, что сведёт к нулю сначала инвестиции, а затем и доход.

При $g < b$ вид решения в рассматриваемой модели во многом зависит от соотношения между показателями g и $\rho_0 = b \cdot \alpha_0$. Величина α_0 - это норма накопления в начальный момент времени ($t = 0$). Значение α_0 определяется по формуле:

$$\alpha_0 = 1 - \frac{C(0)}{Y(0)}, \quad (4.12)$$

Темп прироста дохода пропорционален этой величине, как и показателю приростной капиталотдачи b .

Если $g = \rho_0$, то темп прироста дохода равен темпу прироста потребления. Норма накопления $\alpha(t)$ в этом случае постоянна во времени и равна α_0 , а темп прироста дохода пропорционален норме накопления и обратно пропорционален приростной капиталоемкости. Именно эта модификация модели экономического роста, в которой постоянна норма накопления, называется моделью Харрода-Домара [24, 25].

Необходимо рассмотреть отдельно случай, когда $Y(0) = C(0)$. При этом, согласно формуле (4.12), величина $\alpha_0 = 0$. Следовательно, для модели Харрода-Домара g также будет равно нулю. В формуле (11) первое слагаемое станет равным нулю, а второе слагаемое будет равно $Y(0)$ для всех значений t , т.е. $Y(t) = Y(0) = \text{const}$.

Таким образом, для получения самоподдерживающегося роста дохода в модели Харрода-Домара необходимо в первоначальный момент иметь превышение дохода над потреблением, и чем выше это превышение, тем

выше темп прироста дохода, на чём и основывается теория «большого толчка» [41].

Используя модель Харрода-Домара, определим величину капиталоемкости прироста дохода B для экономики России в период 1996–2002 г.г.

В качестве исходных данных, используем:

- валовой внутренний продукт (ВВП) (в сопоставимых ценах);
- инвестиции в основной капитал (в сопоставимых ценах).

Основное соотношение модели (4.2) отражает взаимосвязь между инвестициями и скоростью роста дохода. Предполагается, что скорость роста дохода пропорциональна инвестициям, отсюда необходимо рассчитать среднюю на исследуемом интервале времени $t_0, (t_0+T)$ величину B . Для этого используем следующий подход:

1. Умножаем уравнение (4.2) на модулирующую функцию вида $\sin \omega t$, где $\omega T = \pi$. Данная функция непрерывно дифференцируема на интервале от $t_0 = 0$ до $(t_0+T=\pi/\omega)$ и равна нулю на концах исследуемого интервала времени. В результате получаем:

$$B \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \sin \omega t = I(t) \cdot \sin \omega t \quad (4.13)$$

2. Производим интегрирование уравнения (4.13) на интервале $t_0, (t_0+T)$:

$$B \int_{t_0}^{t_0+T} y'(t) \cdot \sin \omega t \, dt = \int_{t_0}^{t_0+T} I(t) \cdot \sin \omega t \, dt \quad (4.14)$$

3. Используя формулу интегрирования по частям и учитывая, что функция $\sin \omega t$ в точках t_0 и (t_0+T) равна нулю, получим:

$$-B \cdot \omega \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \cdot \cos \omega t \, dt = \int_{t_0}^{t_0+T} I(t) \cdot \sin \omega t \, dt \quad (4.15)$$

Окончательно будем иметь:

$$B = \frac{- \int_{t_0}^{t_0+T} I(t) \cdot \sin w t dt}{w \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \cdot \cos w t dt} . \quad (4.16)$$

Значения определённых интегралов находятся путём численного интегрирования, например, с использованием метода трапеций. В этом случае получаем:

$$B = - \frac{\frac{1}{2} [I(t_0) \cdot \sin \omega t_0 + I(t_0 + T) \cdot \sin \omega(t_0 + T)] + \sum_{t=t_0+1}^{T-1} I(t) \cdot \sin \omega t}{\omega \left\{ \frac{1}{2} [y(t_0) \cdot \cos \omega t_0 + y(t_0 + T) \cdot \cos \omega(t_0 + T)] + \sum_{t=t_0+1}^{T-1} y(t) \cdot \cos \omega t \right\}} . \quad (4.17)$$

Подставляя исходные данные, получаем, что для экономики России в период 1996-2002 г.г. коэффициент приростной капиталоемкости $B = 1,3$.

Для определения максимально возможного роста доходов в исследуемом периоде необходимо предположить, что все ресурсы экономики направляются на инвестиции, а потребление при этом равно нулю. Объемы дохода в этом случае оцениваются по формуле (4.8).

При росте потребления с постоянным темпом модель принимает вид уравнения (4.10). Рассчитаем темп прироста потребления равный темпу прироста дохода:

$$r = \frac{1}{B} \cdot \left[1 - \frac{C(0)}{Y(0)} \right] ; \quad (4.18)$$

где $C(0)$ – расходы на конечное потребление в начальный период;

$Y(0)$ – валовой внутренний продукт в начальный период.

В рассматриваемом случае $r = 0,22$. В результате получаем модель:

$$Y(t) = \left[Y(0) - \frac{C(0)}{1 - 1,3 \cdot 0,22} \right] \cdot e^{\frac{t}{1,3}} + \left[\frac{C(0)}{1 - 1,3 \cdot 0,221} \right] \cdot e^{0,22 \cdot t} . \quad (4.19)$$

Используя полученные расчётные зависимости $Y(t)$; $C(t)$ и фактические данные об $Y(t)$ и $C(t)$ на исследуемом интервале времени, можно построить соответствующие графики. На основании сопоставления этих графиков появляется возможность объективной оценки эффективности управления экономикой России на исследуемом интервале времени. Это дает возможность последующего определения факторов, от которых непосредственно зависит темп прироста ВВП, и используя эту информацию, предлагать пути повышения темпов роста экономики.

4.2. Определение экзогенных параметров модели экономического роста Р. Солоу

В 50-60-е годы прошлого столетия Роберт Мертон Солоу сформулировал концепцию неоклассической теории экономического роста и предложил модель, которая достаточно адекватно отражает важнейшие макроэкономические аспекты процесса воспроизводства [24, 41,73]. Исходная модель Солоу является односекторной моделью экономического роста. В этой модели экономическая система рассматривается как единое целое, производит один универсальный продукт, который может, как потребляться, так и инвестироваться. Экспорт-импорт в явном виде не учитывается.

Рассмотрим математическое представление модели Солоу в интерпретации изложенной в [24, 25, 44]. Состояние экономики в модели Солоу задается следующими шестью эндогенными переменными: Y – валовой внутренний продукт, C – фонд непроемленного потребления, I – объем инвестиции, L – число занятых, K – основные производственные фонды, V – объем ежегодно вводимых фондов. Кроме того, в модели используются следующие экзогенные (заданные вне системы) показатели: g – годовой темп прироста числа занятых, m – доля выбывших за год основных производственных фондов, γ – коэффициент учёта распределенного запаздывания, ϕ – норма накопления (доля валовых инвестиций в конечном

продукте). Экзогенные параметры находятся в следующих границах: -
 $1 < g < 1$,

$0 < m < 1$, $0 < \gamma < +\infty$, $0 < \phi < 1$. Методика оценки величины данных параметров и будет показана в данном пункте.

Предполагается, что эндогенные переменные изменяются во времени. Экзогенные переменные считаются постоянными во времени, причем норма накопления является управляющим параметром, т.е. в начальный момент времени может устанавливаться управляющим органом системы на любом уровне из области допустимых значений.

Модель Солоу в абсолютных показателях (с учётом запаздывания при вводе фондов) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y(t) = I(t) + C(t); \\ Y(t) = F[K(t), L(t)]; \\ \frac{dV(t)}{dt} = g \cdot I(t) - g \cdot V(t); \\ \frac{dK(t)}{dt} = V(t) - m \cdot K(t) \quad , \quad K(0) = K_0; \\ \frac{dL(t)}{dt} = g \cdot L(t); \\ I(t) = j \cdot Y(t); \\ C(t) = (1 - j) \cdot Y(t). \end{array} \right. \quad (4.20)$$

При выполнении определённых условий экономическая система, поведение которой описывается моделью Солоу, может иметь, так называемую, стационарную траекторию. На данной траектории относительные показатели экономической системы не изменяются во времени. Чтобы определить условия, выполнение которых приводит к неизменности относительных показателей экономической системы, описываемой моделью Солоу, запишем рассматриваемую модель в удельных показателях. Для этого примем следующие обозначения:

а) $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$ - фондовооруженность труда;

б) $y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)}$ - производительность труда;

в) $i(t) = \frac{I(t)}{L(t)}$ - удельные инвестиции;

г) $c(t) = \frac{C(t)}{L(t)}$ - среднедушевое потребление (на одного занятого);

д) $v(t) = \frac{V(t)}{L(t)}$ - удельный ввод фондов.

С учётом введённых относительных показателей можно записать:

$$y(t) = \frac{F[K(t), L(t)]}{L(t)} = F \frac{K(t)}{L(t)}, 1 = f[k(t)], \quad (4.21)$$

отсюда

$$i(t) = j \cdot f[k(t)], \quad (4.22)$$

$$c(t) = (1 - j) \cdot f[k(t)]. \quad (4.23)$$

Изменение объема вводимых фондов записывается следующим образом:

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[v(t) \cdot L(t)] = \frac{dv(t)}{dt} \cdot L(t) + v(t) \cdot g \cdot L(t), \quad (4.24)$$

или используя третье уравнение системы (4.20), получим:

$$\frac{dv(t)}{dt} \cdot L(t) + v(t) \cdot g \cdot L(t) = g \cdot I(t) - g \cdot V(t). \quad (4.25)$$

Разделим данное уравнение на $L(t)$ и разрешим его относительно $\frac{dv(t)}{dt}$. В этом случае будем иметь:

$$\frac{dv(t)}{dt} = g \cdot i(t) - g \cdot v(t) - v(t) \cdot g \quad (4.26)$$

или

$$\frac{dv(t)}{dt} = g \cdot j \cdot f[k(t)] - u \cdot v(t), \quad u = \gamma + g. \quad (4.27)$$

Для записи изменения величины основных фондов используем аналогичный подход:

$$\frac{dK(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [k(t) \cdot L(t)] = \frac{dk(t)}{dt} \cdot L(t) + k(t) \cdot g \cdot L(t). \quad (4.28)$$

Приравняв четвертое уравнение системы (4.20) к уравнению (4.28) и, разделив полученное равенство на показатель $L(t)$, будем иметь:

$$\frac{dk(t)}{dt} = v(t) - I \cdot k(t), \quad I = m + g. \quad (4.29)$$

Используя выведенные уравнения (4.21) – (4.23), (4.27), (4.29), модель Солоу в относительных показателях с учётом запаздывания при вводе фондов можно записать в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} y(t) = f[k(t)]; \\ \frac{dk(t)}{dt} = v(t) - I \cdot k(t), \quad I = g + m; \\ \frac{dv(t)}{dt} = g \cdot j \cdot f[k(t)] - u \cdot v(t), \quad u = g + g; \\ i(t) = j \cdot f[k(t)]; \\ c(t) = (1 - j) \cdot f[k(t)]. \end{cases} \quad (4.30)$$

Как видно из формул системы уравнений (4.30), нахождение стационарной траектории поведения экономической системы и определение оптимальной нормы накопления фактически определяется экзогенными параметрами. Действительно, $k = k^E = \text{const}$ и $v = v^E = \text{const}$ при $\frac{dk^E}{dt} = 0$ и $\frac{dv^E}{dt} = 0$. Таким образом, стационарная точка дифференциальных уравнений системы (4.30) задаётся следующими алгебраическими уравнениями:

$$\begin{cases} v^E - \lambda \cdot k^E = 0, \\ \gamma \cdot \varphi \cdot f(k^E) - u \cdot v^E = 0. \end{cases} \quad (4.31)$$

Определив из первого уравнения системы (4.31) величину v^E и, подставив ее во второе уравнение, получим:

$$\gamma \cdot \varphi \cdot f(k^E) - u \cdot \lambda \cdot k^E = 0. \quad (4.32)$$

или

$$\gamma \cdot \varphi \cdot f(k^E) = u \cdot \lambda \cdot k^E. \quad (4.33)$$

Следовательно, как для тестирования самой модели, так и для прогнозирования изменений основных макроэкономических показателей экономики необходимо знание экзогенных переменных на интервале исследования. Используя систему уравнений (4.20), возможно осуществить определение средних значений данных показателей. Например, из третьего уравнения системы (4.20) можно определить коэффициент учёта распределённого запаздывания γ .

Однако для нахождения параметра γ необходимо при известных значениях функций $I(t)$ и $V(t)$ осуществить операцию дифференцирования функции $V(t)$, то есть найти значение $\frac{dV(t)}{dt}$. Так как исходная информация задаётся в виде статистических данных, закон изменения которых не может быть описан аналитической функцией, то невозможно произвести прямое дифференцирование функции $V(t)$. Переход же к конечным приращениям вносит определённую погрешность в саму модель. Учитывая, что сама исходная информация имеет погрешности, то переход к конечным приращениям многократно увеличивает влияние этих погрешностей.

В связи с вышесказанным, предлагается следующий метод определения параметра γ :

1. Третье уравнение системы (4.20):

$$\frac{dV(t)}{dt} = \gamma \cdot I(t) - \gamma \cdot V(t) \quad (4.34)$$

умножается на модулирующую функцию $\Phi(t)$, отвечающую следующим условиям:

— данная функция непрерывно дифференцируема на исследуемом интервале $0 \div T$;

— функция равна нулю на концах интервала $0 \div T$.

В результате получаем уравнение вида:

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dV(t)}{dt} \cdot \Phi(t) = I(t) \cdot \Phi(t) - V(t) \cdot \Phi(t). \quad (4.35)$$

2. С целью осреднения расчетных значений искомых параметров произведём интегрирование уравнения (4.35) на интервале $0 \div T$:

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \int_0^T \frac{dV(t)}{dt} \cdot \Phi(t) dt = \int_0^T I(t) \cdot \Phi(t) dt - \int_0^T V(t) \cdot \Phi(t) dt. \quad (4.36)$$

3. Для устранения операции дифференцирования произведем интегрирование по частям левой части уравнения (4.36):

$$\frac{1}{g} \int_0^T \frac{dV(t)}{dt} \cdot \Phi(t) dt = \frac{1}{g} \cdot V(t) \cdot \Phi(t) \Big|_0^T - \frac{1}{g} \int_0^T V(t) \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} dt. \quad (4.37)$$

Учитывая, что $\Phi(t)$ в точках 0 и T обращается в нуль, получим:

$$\frac{1}{g} \int_0^T \frac{dV(t)}{dt} \cdot \Phi(t) dt = -\frac{1}{g} \int_0^T V(t) \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} dt \quad (4.38)$$

3. Возьмём в качестве модулирующей функции $\Phi(t) = \sin(\omega \cdot t)$ на интервале $0 \div \pi$. В этом случае из равенства $\omega T = \pi$ величина ω будет равна $\frac{\pi}{T}$. При этом функция $\sin(\omega \cdot t)$ обращается в нуль как при $t=0$, так и при $t=T$.

С учётом этого и уравнения (4.38) выражение (4.36) приобретает вид:

$$-\frac{w}{g} \cdot \int_0^T V(t) \cdot \cos(w \cdot t) dt = \int_0^T I(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt - \int_0^T V(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt. \quad (4.39)$$

Для уравнения (4.39) справедливо равенство:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = w \cdot \cos(w \cdot t). \quad (4.40)$$

Из выражения (4.39) достаточно просто находится величина γ :

$$g = \frac{-w \cdot \int_0^T V(t) \cdot \cos(w \cdot t) dt}{\int_0^T I(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt - \int_0^T V(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt}. \quad (4.41)$$

Использование в качестве модулирующей функции $\sin(\omega \cdot t)$ имеет достаточно большие преимущества:

- функция довольно проста и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к модулирующим функциям;
- кратно изменяя величину ω можно придавать больший или меньший вес тем или другим исходным данным.

Для того чтобы найти значения определённых интегралов в выражении (4.41) необходимо использовать численные методы их нахождения. В частности, может быть использован известный метод трапеций. При этом формула для определения значения γ примет следующий вид:

$$\gamma = \frac{-\omega \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (V(t_0) \cdot \cos(\omega \cdot t_0) + V(T) \cdot \cos(\omega \cdot T)) + \sum_{t=t_1}^{T-1} V(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \right]}{W_1 - W_2}; \quad (4.42)$$

$$\text{где } W_1 = \left[\frac{1}{2} \cdot (I(t_0) \cdot \sin(\omega \cdot t_0) + I(T) \cdot \sin(\omega \cdot T)) + \sum_{t=t_1}^{T-1} I(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \right];$$

$$W_2 = \left[\frac{1}{2} \cdot (V(t_0) \cdot \sin(\omega \cdot t_0) + V(T) \cdot \sin(\omega \cdot T)) + \sum_{t=t_1}^{T-1} V(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \right];$$

$$t_0 = 0.$$

Аналогичным образом можно определить показатели годового темпа прироста числа занятых в производственной деятельности g и долю основных производственных фондов, выбывших за один год m , соответственно, из равенств четыре и пять той же системы уравнений (4.20). Они будут равны:

$$g = \frac{-w \cdot \int_0^T L(t) \cdot \cos(w \cdot t) dt}{\int_0^T L(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt} . \quad (4.43)$$

$$m = \frac{\int_0^T V(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt + w \cdot \int_0^T K(t) \cdot \cos(w \cdot t) dt}{\int_0^T K(t) \cdot \sin(w \cdot t) dt} . \quad (4.44)$$

Таким образом, метод оценки параметров, отраженный в п.п. 1-3 и формулах (4.41), (4.43), (4.44), может быть применён для нахождения экзогенных параметров модели Р.Солоу. Это дает возможность проведения тестирования модели на известных данных и использования её для выработки рекомендаций по управлению макроэкономическими показателями экономической системы.

4.3. Оценка параметров модели, отражающей взаимосвязь основных производственных фондов и валового внутреннего продукта

Экономика страны является сложной системой, состоящей из производственных и непроизводственных ячеек или хозяйственных единиц, находящихся в производственно-технологических и (или) организационно-хозяйственных связях друг с другом. При освоении введенных в действие основных производственных фондов наблюдается прирост валового внутреннего продукта (ВВП) в экономике. Если считать, что прирост валового внутреннего продукта $Y(t)$ происходит только за счет освоения за промежуток Δt введенных основных производственных фондов (ОПФ), т. е. пренебречь на данном этапе анализа приростом продукта, привлеченного из других отраслей, а также за счет организационно-технических мероприятий и т.п., можно записать [11 – 16, 44]:

$$\Delta Y(t) = \rho \cdot \text{Косв}(t) \cdot \Delta t \quad (4.45)$$

где $\Delta Y(t)$ - прирост валового внутреннего продукта;

$K_{осв}(t)$ - освоенные за время Δt фонды;

ρ - коэффициент пропорциональности связи.

Величина фондов, освоенных за время Δt , находится как разность между значением фондов $K(t)$ и величиной ранее освоенных фондов $K_{осв}(t)$. При этом значение валового внутреннего продукта на начало изучаемого периода принимаем равным нулю. Следовательно, уравнение выводится при нулевых начальных условиях с соответствующим переносом начала координат. В этом случае имеем:

$$K_{осв}(t) = K(t) - K_{росв}(t) \quad (4.46)$$

$$K(t) = K_1(t) - K_{выб}(t); \quad (4.47)$$

где $K_{выб}(t)$ — выбывшие фонды;

$K_1(t)$ — введенные нарастающим итогом основные фонды.

При незначительном изменении структуры фондов и соотношении между основными и оборотными фондами можно записать:

$$Y(t) = a \cdot K_{росв}(t) + A(t), \quad (4.48)$$

где a — коэффициент пропорциональности;

$A(t)$ — показатель, характеризующий влияние на ВВП неучтенных факторов.

В этом случае, с учетом предыдущих формул, получим:

$$\Delta Y(t) = r \cdot \left[K(t) - \frac{Y(t) - A(t)}{a} \right] \cdot \Delta t, \quad (4.49)$$

$$\frac{\Delta Y(t)}{\Delta t} = \frac{r}{a} \cdot [a \cdot K(t) - Y(t) + A(t)]. \quad (4.50)$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ получим:

$$L \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = a \cdot K(t) + A(t), \quad (4.51)$$

где $L = \frac{\alpha}{\rho}$ — постоянная времени, характеризующая инерционность изменения показателя $Y(t)$.

С учетом формулы (4.47) выражение (4.51) преобразуем к следующему виду:

$$L \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = \alpha \cdot K_1(t) + B(t), \quad (4.52)$$

где $B(t) = A(t) - \alpha \cdot K_{\text{выб}}(t)$.

Таким образом, уравнение (4.52) описывает во времени процесс изменения величины ВВП при изменении ОПФ и неучтенных факторов. В операторной форме данное уравнение можно записать в следующем виде:

$$L \cdot p \cdot Y(p) + Y(p) = \alpha \cdot K_1(p) + B(p). \quad (4.53)$$

Если правую часть уравнения (4.53) обозначить через показатель $C(p)$:

$$C(p) = \alpha \cdot K_1(p) + B(p), \quad (4.54)$$

то передаточную функцию исследуемой системы можно представить в виде трех динамических звеньев, соединенных между собой согласно структурной схеме, приведенной на рисунке 4.1.

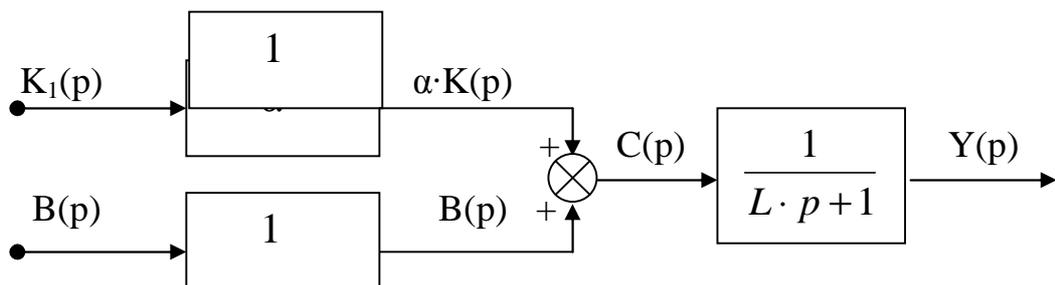


Рисунок 4.1. Структурная схема исследуемой экономической системы

При известных значениях показателей $Y(t)$ и $K_1(t)$ возможно определение параметров α , L , B . Однако исходные данные $Y(t)$ и $K_1(t)$ пред-

ставляют собой ежегодные статистические данные в виде некоторых числовых рядов. Обычно эти данные невозможно отобразить аналитической функцией. Следовательно, практически нельзя найти производную от функции $Y(t)$. В этом случае необходимо переходить от дифференциального уравнения (4.52) к уравнению в конечных разностях вида:

$$L \cdot \frac{\Delta Y(t)}{\Delta t} + Y(t) = \alpha \cdot K_1(t) + B(t). \quad (4.55)$$

Такой переход приводит к значительному снижению точности определения параметров уравнения. Это вызвано следующими причинами:

— снижением точности самой модели за счет перехода к конечно-разностному уравнению;

— возрастанием ошибок в вычислении параметров из-за существенного увеличения влияния на оценки параметров ошибок измерения исходной информации.

Для преодоления данных трудностей предлагается следующий подход:

1. Умножим уравнение (4.52) на модулирующую функцию $\Phi(t)$ и проинтегрируем его на исследуемом интервале $0-T$.

$$L \cdot \int_0^T \frac{dY(t)}{dt} \cdot \Phi(t) dt + \int_0^T Y(t) \cdot \Phi(t) dt = a \cdot \int_0^T K_1(t) \cdot \Phi(t) dt + \int_0^T B(t) \cdot \Phi(t) dt. \quad (4.56)$$

2. Используя формулу интегрирования по частям, первое слагаемое уравнения (4.56) представим в следующем виде:

$$L \cdot \int_0^T \frac{dY(t)}{dt} \cdot \Phi(t) dt = L \cdot \left[Y(t) \cdot \Phi(t) \Big|_0^T - \int_0^T Y(t) \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} dt \right]. \quad (4.57)$$

3. Выберем модулирующую функцию $\Phi(t)$ такую, чтобы она являлась непрерывно дифференцируемой функцией, а в точках $t=0$, $t=T$ обращалась в ноль. В этом случае получим:

$$L \cdot \int_0^T \frac{dY(t)}{dt} \cdot \Phi(t) dt = -L \cdot \int_0^T Y(t) \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} dt. \quad (4.58)$$

$$\begin{cases} C_{10} = \omega \cdot L \cdot C_{11} + \alpha \cdot U_{10} + B \cdot U_{11}; \\ C_{20} = 2 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{21} + \alpha \cdot U_{20} + B \cdot U_{21}; \\ C_{30} = 3 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{31} + \alpha \cdot U_{30} + B \cdot U_{31}, \end{cases} \quad (4.62)$$

где

$$C_{10} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) dt; \quad C_{11} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt;$$

$$U_{10} = \int_0^T K_1(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) dt; \quad U_{11} = \int_0^T \sin(\omega \cdot t) dt;$$

$$C_{20} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad C_{21} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$U_{20} = \int_0^T K_1(t) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad U_{21} = \int_0^T \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{30} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad C_{31} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(3 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$U_{30} = \int_0^T K_1(t) \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad U_{31} = \int_0^T \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt.$$

После решения системы уравнений (4.62) получаем искомые значения величин a , L , B . Подставив эти значения в уравнение (4.52), можно осуществить прогнозирование изменения ВВП, а также определить, как влияет ввод основных фондов на рост валового внутреннего продукта, затем предложить управленческие решения по достижению того или иного уровня ВВП.

4.4. Определение экзогенно задаваемых параметров макромоделей делового цикла Самуэльсона-Хикса

Описание модели делового цикла Самуэльсона – Хикса приводится согласно [44, 52]. В данной модели рассматривается только рынок благ. При этом уровень цен, относительные цены благ и ставка процента предполагаются неизменными. Согласно кейнсианской кон-

цепции также предполагается, что объём предложения совершенно эластичен. В связи с тем, что модель динамическая, все переменные являются функциями времени.

В модели принимается, что объём потребления $C(t)$ в текущем периоде определяется величиной дохода в предшествующем периоде $Y(t-1)$, т.е.:

$$C(t) = A(t) + \alpha \cdot Y(t-1), \quad (4.63)$$

где $A(t)$ – величина автономного спроса;

α – предельная склонность к потреблению.

Предполагается, что предприниматели осуществляют индуцированные инвестиции после того, как убедились в том, что приращение совокупного спроса устойчиво. Поэтому, принимая решение об объёме индуцированных инвестиций, они ориентируются на приращение национального дохода не в текущем, а в предшествующем периоде:

$$I(t) = \chi \cdot [Y(t-1) - Y(t-2)]. \quad (4.64)$$

При принятых предположениях экономика будет находиться в состоянии равновесия, если

$$Y(t) = \alpha \cdot Y(t-1) + \chi \cdot [Y(t-1) - Y(t-2)] + A_t. \quad (4.65)$$

Объединив члены уравнения (4.65), содержащие показатель $Y(t-1)$, получим:

$$Y(t) = (\alpha + \chi) \cdot Y(t-1) - \chi \cdot Y(t-2) + A_t, \quad (4.66)$$

где A_t – экзогенная величина автономного спроса.

Уравнение (4.66) является неоднородным конечно-разностным уравнением второго порядка, характеризующим динамику национального дохода во времени. Эту динамику можно отразить при фиксированной величине автономного спроса во времени $A(t)=A = \text{const}$ в

виде неоднородного дифференциального уравнения второго порядка вида:

$$\chi \cdot \frac{d^2 Y(t)}{dt} - (\alpha + \chi) \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = A. \quad (4.67)$$

Для нахождения экзогенно задаваемых параметров χ , $(\alpha + \chi)$ и функции A используем метод модулирующих функций. В качестве модулирующих функций возьмем систему функций:

$$\begin{cases} \Phi_1(t) = \sin^2(\omega \cdot t); \\ \Phi_2(t) = \sin^2(2 \cdot \omega \cdot t); \\ \Phi_3(t) = \sin^2(3 \cdot \omega \cdot t). \end{cases} \quad (4.68)$$

В системе уравнений (4.68) параметр ω зависит от величины исследуемого интервала наблюдений и равна $\omega = \pi/T$, где T – длина интервала наблюдений. Графики модулирующих функций и их первых и вторых производных для интервала наблюдений $t_0 \div t_{12}$ приведены на рисунках 4.2., 4.3., 4.4.

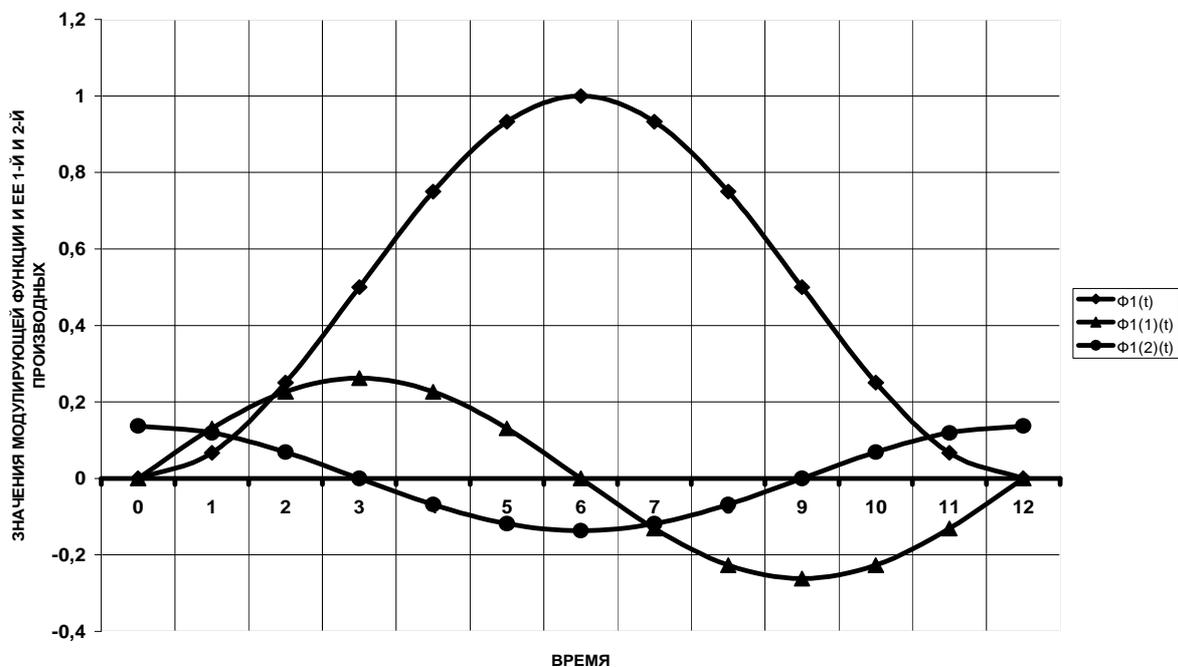


Рисунок 4.2. Графики модулирующей функции $\Phi_1(t) = \sin^2 \omega t$ и ее первой $\Phi_1^{(1)}(t)$ и второй $\Phi_1^{(2)}(t)$ производных

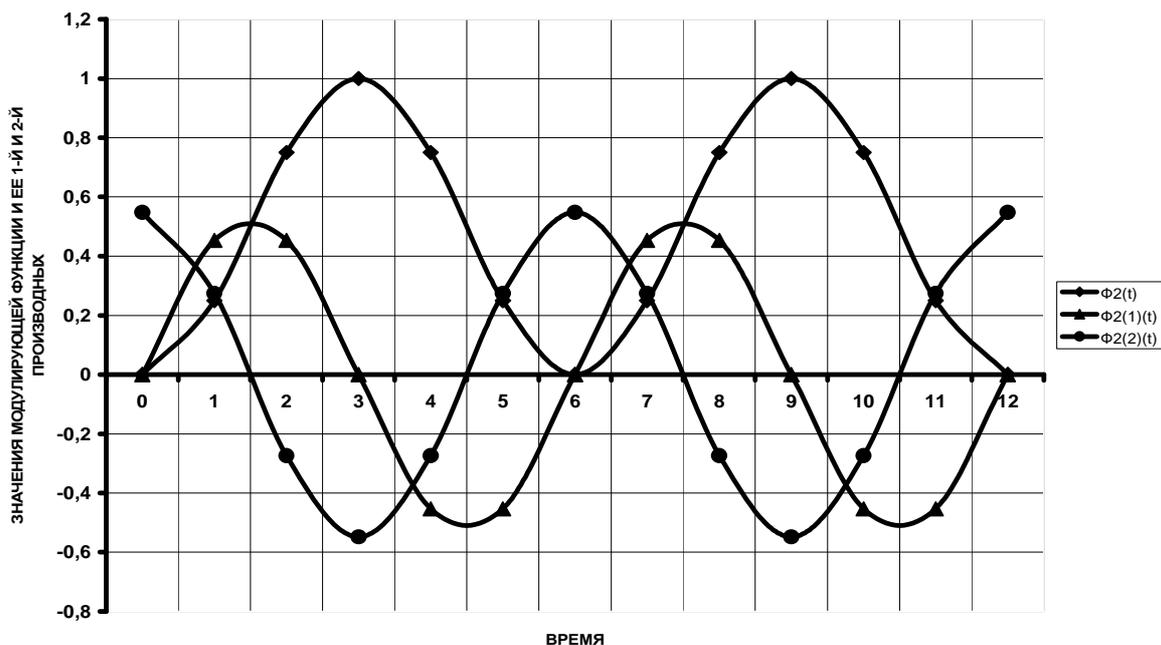


Рисунок 4.3. Графики модулирующей функции $\Phi_2(t) = \sin^2 2\omega t$ и ее первой $\Phi_2^{(1)}(t)$ и второй $\Phi_2^{(2)}(t)$ производных

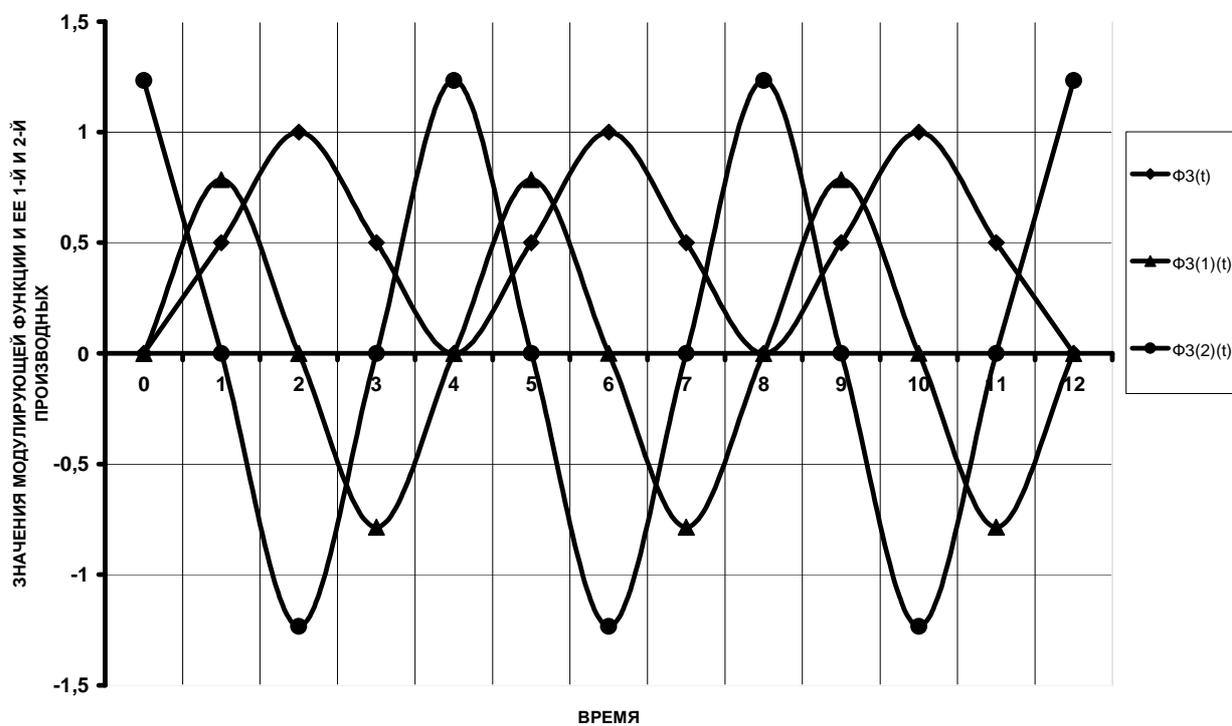


Рисунок 4.2. Графики модулирующей функции $\Phi_3(t) = \sin^2 3\omega t$ и ее первой $\Phi_3^{(1)}(t)$ и второй $\Phi_3^{(2)}(t)$ производных

В окончательном виде формулы модулирующих функций и их

производных имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \Phi_1(t) = \sin^2(\omega \cdot t); \\ \Phi_1^{(1)}(t) = \omega \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t); \\ \Phi_1^{(2)}(t) = 2 \cdot \omega^2 \cos(2 \cdot \omega \cdot t). \end{cases} \quad (4.69)$$

$$\begin{cases} \Phi_2(t) = \sin^2(2 \cdot \omega \cdot t); \\ \Phi_2^{(1)}(t) = 2 \cdot \omega \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t); \\ \Phi_2^{(2)}(t) = 8 \cdot \omega^2 \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t). \end{cases} \quad (4.70)$$

$$\begin{cases} \Phi_3(t) = \sin^2(3 \cdot \omega \cdot t); \\ \Phi_3^{(1)}(t) = 3 \cdot \omega \cdot \sin(6 \cdot \omega \cdot t); \\ \Phi_3^{(2)}(t) = 18 \cdot \omega^2 \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t). \end{cases} \quad (4.71)$$

Используя процедуры метода модулирующих функций, получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} C_{10} = -2 \cdot \omega^2 \cdot \chi \cdot C_{12} - \omega \cdot (\alpha + \chi) \cdot C_{11} + A \cdot U_{10}; \\ C_{20} = -8 \cdot \omega^2 \cdot \chi \cdot C_{22} - 2 \cdot \omega \cdot (\alpha + \chi) \cdot C_{21} + A \cdot U_{20}; \\ C_{30} = -18 \cdot \omega^2 \cdot \chi \cdot C_{32} - 3 \cdot \omega \cdot (\alpha + \chi) \cdot C_{31} + A \cdot U_{30}, \end{cases} \quad (4.72)$$

$$\text{где } C_{10} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt; \quad C_{12} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{11} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad U_{10} = \int_0^T \sin^2(\omega \cdot t) dt;$$

$$C_{20} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin^2(2 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad C_{22} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(4 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{21} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad U_{20} = \int_0^T \sin^2(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{30} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin^2(3 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad C_{32} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(6 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{31} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt \quad U_{30} = \int_0^T \sin^2(3 \cdot \omega \cdot t) dt.$$

При известных значениях интервала наблюдений и величин национального дохода по годам $Y(t)$ определяются значения $C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{20}, C_{21}, C_{22}, C_{30}, C_{31}, C_{32}, U_{10}, U_{20}, U_{30}$. Затем составляется система линейных алгебраических уравнений (4.72), решая её, находим коэффициенты при неизвестных $\chi, (\alpha + \chi), A$.

Используя рассчитанные величины коэффициентов α, χ , можно оценить теоретический вид переходных процессов в экономической системе. Для этих целей составляем характеристическое уравнение для дифференциального уравнения (4.67) вида:

$$\chi \cdot p^2 - (\alpha + \chi) \cdot p + 1 = 0. \quad (4.73)$$

Затем находим корни характеристического уравнения (4.73):

$$p_{1,2} = \frac{(\alpha + \chi) \pm \sqrt{(\alpha + \chi)^2 - 4 \cdot \chi}}{2 \cdot \chi}. \quad (4.74)$$

В зависимости от вида корней характеристического уравнения (4.73) меняется вид переходных процессов в изучаемой экономической системе [44, 52]. Подробно возможные варианты уравнений, описывающих переходные процессы и их графики, рассмотрены ранее в п. 2.2.3.

Представленные в данном разделе методики оценки величин экзогенных параметров могут быть применены и для других аналогичных экономико-математических моделей, динамические процессы в которых описываются линейными дифференциальными уравнениями. В следующем разделе рассмотрим возможности использования положений, изложенных в разделах 1, 2, 3 и 4, применительно к построению математической модели экономической системы страны и определению параметров, характеризующих динамические свойства данной системы.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

5.1. Математическая модель взаимосвязи макроэкономических показателей инвестиционного процесса

Особенность инвестиций, воплощенных в затратах на расширенное воспроизводство физического и человеческого капитала, состоит в длительном и глубоком воздействии их на экономику предприятий, отраслей и экономику всей страны. Под влиянием инвестиций происходят сдвиги в темпах и пропорциях развития, техническом уровне производства. Из текущего оборота отвлекаются огромные материальные, финансовые и трудовые ресурсы, экономическая отдача от которых, как правило, наступает с большим запаздыванием. Определение величины эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал, а также времени запаздывания (инвестиционного лага) для национальной экономики и ее отраслей, с целью учета данных показателей при планировании инвестиций и выработке мероприятий для сокращения периода времени, когда от осуществленных инвестиций нет отдачи, является актуальной задачей.

Рассмотрим решение этой задачи вначале для физического капитала. Нахождение значений строительного лага, лага освоения и показателя общей экономической эффективности для национальной экономики и ее отраслей является достаточно сложной задачей. Обусловлено это тем, что как само капитальное строительство, так и получение эффекта от инвестиций (капитальных вложений) в разрезе отраслей экономики или промышленности относится к динамическим и стохастическим явлениям [14]. Вследствие этого, действительно, трудно выявить строго определенное соответствие во времени капитальных вложений и обусловленного ими эффекта. Такое соответствие можно найти при рассмотрении отдельного строящегося объекта, когда объект сдается в эксплуатацию или вводится

производственная мощность полностью. В разрезе отраслей о таком соответствии можно говорить как о некоторой средней величине исследуемой статистической совокупности капитальных вложений и эффекта от них. Поэтому величины строительного лага, лага освоения и показателя общей экономической эффективности можно представлять как средние значения, характеризующие исследуемую совокупность данных.

Базируясь на этих предпосылках, построим экономико-математическую модель, отражающую взаимосвязь прироста национального дохода или ВВП с капитальными вложениями, вызвавшими этот прирост. Основой моделей, представленных в разделе 5, являются результаты исследований авторов, отраженных в [11 – 16, 44]. В дальнейшем будем рассматривать только прирост ВВП как показателя, наиболее используемого при характеристике отдельных частей экономики страны.

Так как данная связь, как было сказано ранее, является динамической, т.е. изучаемый процесс «развернут» по времени, то для его описания целесообразно использовать аппарат дифференциальных уравнений. При этом в первом приближении можно считать, что прирост основных производственных фондов ΔK_1 за счет ввода новых фондов определяется величиной производственных капитальных вложений за промежуток времени Δt , осуществленных τ_ϕ лет назад, где τ_ϕ величина строительного лага. Другими словами, выразим математически понятие «производственные капитальные вложения» как затраты на воспроизводство основных фондов. Эту взаимосвязь можно выразить следующим образом:

$$\Delta K_1(t) = I_\phi(t - \tau_\phi) \cdot \Delta t, \quad (5.1)$$

где $I_\phi(t)$ – годовой объем инвестиций в физический капитал, т.е. ежегодные производственные капитальные вложения (в дальнейшем просто капитальные вложения), осуществленные к моменту времени t ;

t – текущее время;

$\Delta K_1(t)$ – прирост основных производственных фондов (в дальнейшем

просто основных фондов), полученных в результате ввода новых основных фондов (введенные фонды).

Разделив обе части уравнения (5.1) на Δt и устремив Δt к нулю, перейдем от уравнения в конечных приращениях к дифференциальному уравнению:

$$\frac{dK_1(t)}{dt} = I_\phi(t - \tau_\phi). \quad (5.2)$$

В операторной форме уравнение (5.2) можно записать в следующем виде:

$$K_1(p) \cdot p = I_\phi(p) \cdot e^{-p \cdot \tau_\phi}. \quad (5.3)$$

Структурно данное уравнение можно отразить в виде последовательного соединения звена запаздывания и типового интегрирующего звена, как представлено рисунке 5.1.

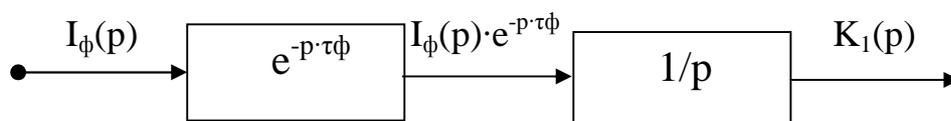


Рисунок 5.1. Структурная схема процесса преобразования инвестиций в основные производственные фонды

Анализ решения уравнения (5.2) показывает, что при непрерывном осуществлении постоянных по величине инвестиций стоимость основных фондов будет возрастать по линейному закону (без учета выбытия фондов). Это вполне согласуется с экономическим анализом подобного явления при условии равномерного ввода основных фондов.

Аналогично, подобное уравнение может быть записано для связи скорости изменения величины человеческого капитала $\frac{dH_1(t)}{dt}$ с величиной инвестиций в человеческий капитал:

$$\frac{dH_1(t)}{dt} = I_q(t - \tau_q), \quad (5.4)$$

где $H_1(t)$ – величина человеческого капитала, полученная к моменту времени t только за счет ввода в производственную деятельность нового человеческого капитала;

$I_q(t)$ – ежегодные инвестиции в человеческий капитал;

τ_q – среднее время запаздывания между осуществлением инвестиций в человеческий капитал и его созданием.

При освоении введенных основных производственных фондов наблюдается прирост ВВП в экономике страны. Если считать, что прирост ВВП происходит только за счет освоения за промежуток времени Δt введенных основных фондов, т.е. пренебречь на данном этапе анализа приростом ВВП за счет других факторов, в том числе и за счет прироста человеческого капитала, то можно записать следующее уравнение:

$$\Delta Y_\phi(t) = \rho \cdot K_{\text{осв}}(t) \cdot \Delta t, \quad (5.5)$$

где $\Delta Y_\phi(t)$ – прирост ВВП к моменту времени t за счет вновь освоенных основных фондов;

$K_{\text{осв}}(t)$ – освоенные за время Δt основные производственные фонды;

ρ – коэффициент пропорциональной связи между приростом ВВП и осваиваемыми производственными фондами.

Величину освоенных за Δt основных фондов можно найти как разность между величиной, имеющихся к моменту времени t , основных фондов $K(t)$ и величиной $(t-\Delta t)$ ранее освоенных фондов $K_{\text{р.осв}}(t)$, т.е.

$$K_{\text{осв}}(t) = K(t) - K_{\text{р.осв}}(t). \quad (5.6)$$

В свою очередь,

$$K(t) = K_1(t) - K_{\text{выб}}(t), \quad (5.7)$$

где $K_{\text{выб}}(t)$ – выбывшие основные фонды;

$K_1(t)$ – введенные нарастающим итогом основные фонды.

При этом величина основных фондов на начало изучаемого периода равна нулю, т.к. уравнение выводится для нулевых начальных условий, т.е. с переносом начала координат в начало исследуемого периода времени.

При незначительных изменениях структуры основных производственных фондов и соотношения между основными и оборотными фондами можно записать:

$$Y_{\phi}(t) = a \cdot K_{p.осв}(t), \quad (5.8)$$

где a – коэффициент пропорциональности;

$Y_{\phi}(t) = Y_{0\phi}(t) - Y_{\phi}(t_0)$ – величина ВВП на исследуемом интервале времени, полученная за счет физического капитала, с вычетом ВВП, имеющегося на начало исследуемого интервала времени;

$Y_{0\phi}(t)$ – фактическая величина ВВП, обусловленная физическим капиталом.

В этом случае уравнение (5.5), принимая во внимание уравнения (5.6) – (5.8), можно записать:

$$\frac{\Delta Y_{\phi}(t)}{\Delta t} = \frac{\rho}{a} \cdot [a \cdot K_1(t) - a \cdot K_{выб}(t) - Y_{\phi}(t)]. \quad (5.9)$$

При Δt , стремящимся к нулю, получим:

$$L \cdot \frac{dY_{\phi}(t)}{dt} + Y_{\phi}(t) = a \cdot [K_1(t) - K_{выб}(t)], \quad (5.10)$$

где $L = a/\rho$ – постоянная времени, характеризующая инерционность изменения во времени показателя $Y_{\phi}(t)$.

Для человеческого капитала процесс освоения нового капитала может быть описан аналогичным уравнением вида:

$$M \cdot \frac{dY_q(t)}{dt} + Y_q(t) = b \cdot [H_1(t) - H_{выб}(t)], \quad (5.11)$$

где M – постоянная времени, характеризующая инерционность изменения во времени показателя $Y_q(t)$;

$Y_q(t)$ – величина ВВП на исследуемом интервале времени, полученная за счет участия в производстве нового человеческого капитала;

b – коэффициент пропорциональности;

$H_{выб}(t)$ – выбытие человеческого капитала.

Влияние прочих неучтенных факторов на изменение ВВП можно

также выразить в виде уравнения:

$$N \cdot \frac{dY_{\text{пр}}(t)}{dt} + Y_{\text{пр}}(t) = A(t), \quad (5.12)$$

где $A(t)$ – некоторая функция, отражающая влияние на изменение ВВП неучтенных факторов;

N – постоянная времени, характеризующая инерционность изменения во времени показателя $Y_{\text{пр}}(t)$;

$Y_{\text{пр}}(t)$ – величина ВВП на исследуемом интервале времени, полученная за счет прочих неучтенных факторов.

Примем, что физический и человеческий капитал, а также прочие факторы аддитивно воздействуют на процесс создания ВВП. В этом случае данный процесс можно выразить в виде математической модели, представленной на рисунке 5.2.

На данном рисунке представлена математическая модель, отражающая взаимосвязь изменения физического и человеческого капитала, а также прочих неучтенных факторов с показателем валового внутреннего продукта. Схема включает в себя три параллельно соединенных типовых инерционных звена и суммирующее звено.

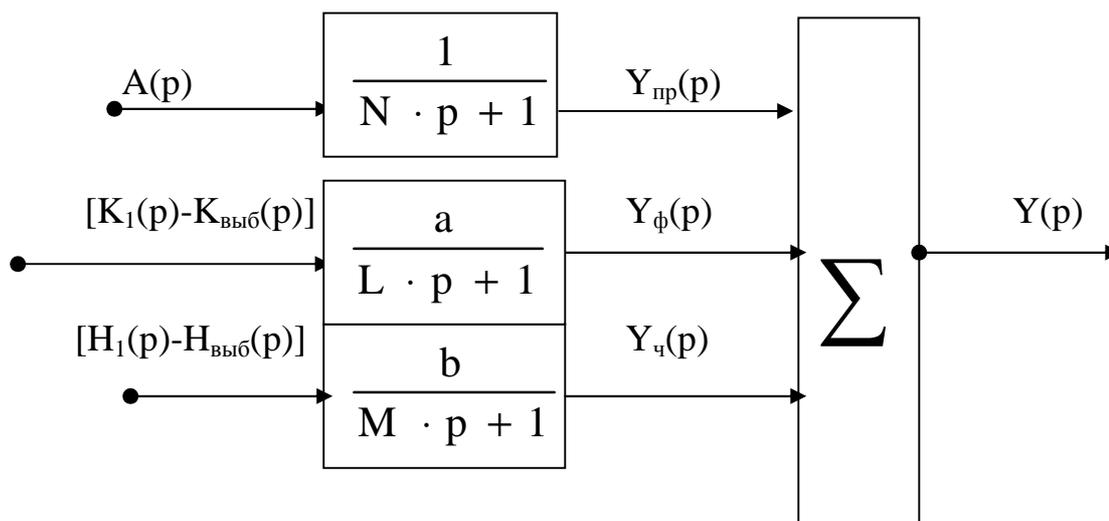


Рисунок 5.2. Структурная схема, отражающая взаимосвязь валового внутреннего продукта и факторов на него влияющих

Таким образом, уравнения (5.10), (5.11), (5.12) описывают во времени процессы изменения величины валового внутреннего продукта, соответственно, только за счет изменения: физического капитала, человеческого капитала, прочих факторов.

В том случае, когда изменение того или иного капитала происходит в основном за счет поступления нового капитала, данный процесс совпадает с процессом освоения этого капитала. При скачкообразном изменении величины физического капитала процесс изменения величины ВВП, в случае, когда он описывается уравнением (5.10), практически заканчивается за время:

$$t_a \approx (3 \div 4) \cdot L. \quad (5.13)$$

Соответственно, при таком же изменении величины человеческого капитала процесс изменения величины ВВП практически заканчивается за время:

$$t_b \approx (3 \div 4) \cdot M. \quad (5.14)$$

Следовательно, величины t_a и t_b по существу характеризуют время освоения физического капитала и человеческого капитала, т.е. являются лагами освоения в пределах исследуемого периода времени. Аналогично, можно записать:

$$t_c \approx (3 \div 4) \cdot N, \quad (5.15)$$

т.е. t_c является лагом освоения прочих неучтенных факторов.

Таким образом, выведенные уравнения (5.2) и (5.4) отражают взаимосвязь между инвестициями в физический и человеческий капитал и их скоростью роста, а уравнения (5.10 – 5.12) между наличием физического и человеческого капитала, их выбытием и величиной получаемого ВВП. Данные уравнения учитывают строительный лаг и лаг освоения. Следовательно, при известных входных и выходных показателях, используемых в

вышеназванных уравнениях, становится возможным определение как строительного лага и лага освоения, так и показателя общей экономической эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал. Рассмотрим методы нахождения значений этих параметров.

5.2. Определение среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в физический и человеческий капитал и их созданием

5.2.1. Оценка величины строительного лага с использованием модулирующих функций

Величины τ_ϕ и τ_ψ , характеризующие среднее время запаздывания от осуществления инвестиций, соответственно, в физический и человеческий капитал и получения их новых значений, входят в дифференциальные уравнения (5.2) и (5.4) как неизвестные параметры. Для их определения при известных зависимостях $I_\phi(t)$, $I_\psi(t)$, $K_1(t)$, $H_1(t)$ используем методы, изложенные в разделе 3.

Так, для нахождения величины строительного лага τ_ϕ , применим подходы, изложенные в п. 3.3. для определения величины запаздывания τ в примере 1. Согласно данному примеру между показателями $I_\phi(t - \tau_\phi)$ и $I_\phi(t)$ имеется следующая зависимость:

$$I_\phi(t - \tau_\phi) = \frac{1 - 0,5 \cdot \tau_\phi \cdot D}{1 + 0,5 \cdot \tau_\phi \cdot D} \cdot I_\phi(t). \quad (5.16)$$

После подстановки (5.16) в уравнение (5.2) будем иметь:

$$0,5 \cdot \tau_\phi \cdot \frac{d^2 K(t)}{dt^2} + \frac{dK(t)}{dt} = -0,5 \cdot \tau_\phi \cdot \frac{dI_\phi(t)}{dt} + I_\phi(t). \quad (5.17)$$

Используя метод скользящих модулирующих функций, уравнение (5.17) преобразуем в уравнение:

$$0,5 \cdot \tau_\phi \cdot C_{2,\phi}(t) + C_{1,\phi}(t) = -0,5 \cdot \tau_\phi \cdot U_{1,\phi}(t) + U_{0,\phi}(t), \quad (5.18)$$

а из данного уравнения величина τ_ϕ находится по формуле:

$$\tau_\phi = \frac{U_{0,\phi}(t) - C_{1,\phi}(t)}{0,5 \cdot [C_{2,\phi}(t) + U_{1,\phi}(t)]}, \quad (5.19)$$

где величины $C_{2,\phi}(t)$, $C_{1,\phi}(t)$, $U_{1,\phi}(t)$, $U_{0,\phi}(t)$ определяются по формулам (3.38), (3.39), при замене показателей $x(t)$ и $y(t)$ на соответственно показатели $I_\phi(t)$ и $K_1(t)$.

Аналогичную операцию можно произвести с уравнением (5.4) и получить значения τ_ψ , т.е. величину среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в человеческий капитал и его созданием, используя формулу:

$$\tau_\psi = \frac{U_{0,\psi}(t) - C_{1,\psi}(t)}{0,5 \cdot [C_{2,\psi}(t) + U_{1,\psi}(t)]}, \quad (5.20)$$

где величины $C_{2,\psi}(t)$, $C_{1,\psi}(t)$, $U_{1,\psi}(t)$, $U_{0,\psi}(t)$ также определяются по формулам (3.38), (3.39), при замене показателей $x(t)$ и $y(t)$ на соответственно показатели $I_\psi(t)$ и $H_1(t)$. Если формула (5.1) позволяет производить поиск значения строительного лага путем сопоставления (при $\Delta t=1$ году) ежегодных капитальных вложений с ежегодным вводом в действие основных фондов, то формула (5.19) дает возможность находить значения строительного лага путем сопоставления за интервал времени суммированных капитальных вложений с суммированной величиной введенных основных фондов.

На практике обычно освоенные за ряд лет капитальные вложения затем в некоторый момент времени превращаются в основные производственные фонды, и сравнительно редко ежегодный объем капитальных вложений преобразуется в такой же ежегодный объем вводимых основных фондов. Поэтому осуществлять поиск соответствия между введенными основными фондами и капитальными вложениями с целью нахождения среднего значения строительного лага необходимо только путем сопоставления суммированных за определенные периоды времени значений этих показателей. Поиск же соответствия между ежегодными капитальными

ми вложениями и ежегодным вводом основных фондов или ежегодным приростом валового внутреннего продукта часто дает отрицательные результаты, так как такое бывает сравнительно редко.

5.2.2. Оценка величины строительного лага с использованием поисковых методов

Величина строительного лага входит в дифференциальное уравнение (5.2) как неизвестный параметр. Для определения его среднего значения на исследуемом промежутке времени $t_0 \div (t_0 + T)$, при известных зависимостях $I_\phi(t)$, $K_1(t)$, используем следующий подход. Произведем интегрирование данного уравнения на интервале времени $t_0 \div (t_0 + T)$:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{dK_1(t)}{dt} dt = \int_{t_0}^{t_0+T} I_\phi(t - \tau) dt, \quad (5.21)$$

где t_0 – начало исследуемого интервала времени.

После интегрирования получим:

$$K_1(t_0 + T) - K_1(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} I_\phi(t - \tau) dt. \quad (5.22)$$

Левая часть выражения (5.23) является изменением основных производственных фондов за счет ввода новых основных производственных фондов $K_B(t)$ за интервал $t_0 \div (t_0 + T)$ и может быть найдена как интегральная сумма ежегодно вводимых основных производственных фондов:

$$K(t_0 + T) - K(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} K_B(t) dt. \quad (5.23)$$

Из (5.22) и (5.23) следует:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} K_B(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} I(t - \tau) dt. \quad (5.24)$$

Для нахождения величины τ (строительного лага) из формулы (5.24) используем поисковые методы решения этого уравнения, в частности, метод минимизации. Это вызвано тем, что величина τ входит в аргумент вы-

ражения (5.24). С целью получения среднего значения строительного лага за исследуемый период составим избыточную систему уравнений, используя различные интервалы интегрирования переменных $K_B(t)$ и $I_\Phi(t-\tau)$, придавая при этом больший вес последним данным.

В общем виде уравнение будет иметь вид:

$$\int_{t_0}^{t_0+T_j} K_B(t)dt - \int_{t_0}^{t_0+T_j} I_\Phi(t-\tau^*)dt = e_j, \quad (5.25)$$

где T_j – длина j -го интервала интегрирования;

$j=1,2,3,\dots,n$;

τ^* – оценка величины строительного лага;

e_j – j -ая ошибка, вызванная несовпадением оценки величины строительного лага с его истинным значением.

В качестве минимизируемой функции цели выберем функцию вида:

$$\mu = \sum_{j=1}^n e_j^2 \rightarrow \min. \quad (5.26)$$

В этом случае в качестве искомой величины строительного лага (τ) принимается такая его оценка (τ^*), которая минимизирует функцию $\mu(\tau^*)$. Поиск ведется по одной переменной τ , а интервал изменения τ для отраслей народного хозяйства и отраслей промышленности примерно известен. В связи с этим, для упрощения расчетов, связанных с поиском глобального минимума, может быть использовано сканирование, то есть перебор всех целочисленных значений τ . Это позволит наглядно оценивать зависимость функции $\mu=f(\tau^*)$ и, следовательно, более точно определить искомое значение строительного лага.

Если подставить в выражение (5.26) вместо e_j его значение из (5.25) и произвести численное интегрирование методом трапеций, то получим следующее уравнение:

$$\mu = \sum_{j=1}^n \left\{ \left[\frac{КВ(t_0) + КВ(t_0 + T_j)}{2} + \sum_{t=t_j+1}^{t_j+T_j-1} КВ(t) \right] - \left[\frac{I(t_0 - \tau^*) + I(t_0 + T_j - \tau^*)}{2} + \sum_{t=t_j+1}^{t_j+T_j-1} I(t - \tau^*) \right] \right\}^2. \quad (5.27)$$

Формула (5.27) справедлива при Δt равном одному году. Таким образом, формула (5.27) позволяет производить поиск значения строительного лага, используя приводимые в ежегодной статистической отчетности значения освоенных объемов капитальных вложений и введенных основных фондов.

Другим поисковым методом определения величины инвестиционного лага при осуществлении инвестиций в физический капитал может быть использовано изменение величины коэффициента парной корреляции между инвестициями в физический капитал и вводом в действие основных производственных фондов или валовым внутренним продуктом при различном сдвиге интервала наблюдения относительно этих инвестиций. В этих целях рассчитывается выборочный коэффициент парной корреляции [17] с использованием формулы:

$$r_{I,K} = \frac{\text{Cov}(I, K_1)}{\sqrt{\text{Var}(I) \cdot \text{Var}(K_1)}}. \quad (5.28)$$

При расчете очередного показателя парной корреляции период, за который берутся инвестиции, сдвигается на 1 год назад. Сдвиг по времени, при котором коэффициент парной корреляции будет максимальным, свидетельствуя о наибольшем совпадении между изменением инвестиций и изменением ВРП, и является средней величиной запаздывания отдачи от инвестиций, т.е. инвестиционным лагом ($\tau_{ф,j}$).

5.2.3. Особенности оценки среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в человеческий капитал и его созданием

При рассмотрении процесса изменения во времени человеческого капитала полученная формула (5.20) дает возможность найти на исследуемом интервале времени среднее значение запаздывания между осуществлением инвестиций в человеческий капитал и его созданием. Однако, если в качестве человеческого капитала брать только затраты на образование, то можно предложить другой способ определения $\tau_{\text{ч}}$. Для примера будем считать, что подавляющее число работников начинают свою производственную деятельность после окончания:

- общеобразовательного учреждения со сроком обучения 11–12 лет;
- среднего специального учебного заведения со сроком обучения 11–13 лет;
- высшего учебного заведения со сроком обучения 17 лет.

В этом случае затраты на образование будут составлять для лиц, закончивших:

- общеобразовательное учреждение:

$$H_{\text{общ}}(t) = C_{\text{общ}} \cdot k_{\text{общ}}(t); \quad (5.29)$$

- среднее специальное учебное заведение:

$$H_{\text{сс}}(t) = C_{\text{сс}} \cdot k_{\text{сс}}(t); \quad (5.30)$$

- высшее учебное заведение:

$$H_{\text{вуз}}(t) = C_{\text{вуз}} \cdot k_{\text{вуз}}(t), \quad (5.31)$$

где $C_{\text{общ}}$, $C_{\text{сс}}$, $C_{\text{вуз}}$ – общие расходы на обучение, соответственно, работника, закончившего общеобразовательное учреждение, среднее специальное учебное заведение, высшее учебное заведение;

$k_{\text{общ}}(t)$, $k_{\text{сс}}(t)$, $k_{\text{вуз}}(t)$ – соответственно, количество работников закончивших и приступивших к производственной деятельности в году t .

В этом случае среднее значение параметра $\tau_{\text{ч}}$ для исследуемого интервала времени $[t_0 \div (t_0+T)]$ можно найти, используя формулу:

$$\tau_{\text{ч}} = \frac{5,75 \cdot C_{\text{общ}} \cdot \sum_{t=t_0}^T k_{\text{общ}}(t) + 6 \cdot C_{\text{сц}} \cdot \sum_{t=t_0}^T k_{\text{сц}}(t) + 8,5 \cdot C_{\text{выз}} \cdot \sum_{t=t_0}^T k_{\text{выз}}(t)}{C_{\text{общ}} \cdot \sum_{t=t_0}^T k_{\text{общ}}(t) + C_{\text{сц}} \cdot \sum_{t=t_0}^T k_{\text{сц}}(t) + C_{\text{выз}} \cdot \sum_{t=t_0}^T k_{\text{выз}}(t)}. \quad (5.32)$$

При таком подходе значение $\tau_{\text{ч}}$ будет находиться примерно в пределах от 6 до 8 лет. В формуле (5.32) заложено равномерное распределение инвестиций по годам подготовки работника того или иного уровня. Для более точного определения среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций и получением человеческого капитала в виде работника, обладающего определенными знаниями и навыками, необходимо иметь информацию о распределении инвестиций по годам обучения. В этом случае среднее время запаздывания для каждой группы работников определяется по формуле:

$$\tau_{\text{чи}} = \frac{\sum_{t=t_{\text{об}0}}^{T_{\text{оби}}} c_i(t) \cdot (T_{\text{оби}} - t + 1)}{\sum_{t=t_{\text{об}0}}^{T_{\text{оби}}} c_i(t)}, \quad (5.33)$$

где $c_i(t)$ – расходы на обучение работника в году t ;

$(t_{\text{об}0} \div T_{\text{оби}})$ – общий период обучения i -ой группы работников;

i – номер группы работников с разным временем обучения (в вышеприведенном примере $i = 1, 2, 3$).

Найденные значения $\tau_{\text{чи}}$ необходимо подставить в формулу (5.32) вместо соответствующих численных значений 5,75; 6; 8,5. После этого можно получить более точное значение $\tau_{\text{ч}}$. Оно будет меньше, чем полученное при равномерном распределении инвестиций, так как расходы на обучение обычно растут с каждым годом обучения, следовательно, средневзвешенный период времени превращения инвестиций в человеческий капитал уменьшается.

Каждый из рассмотренных подходов к определению среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в физический ка-

питал (τ_{ϕ}) и человеческий капитал (τ_{ψ}) и их созданием обладает своими достоинствами и недостатками. Выбор того или иного способа нахождения τ_{ϕ} и τ_{ψ} зависит от требуемой точности модели, наличия исходной информации и целей исследования.

В связи с тем, что в вышерассмотренных формулах участвует величина человеческого капитала, то необходимо выбрать метод определения его величины. Человеческий капитал представляет собой способность человека осуществлять общественно полезную работу, в частности, создавать товары и услуги. Однако вопрос измерения величины человеческого капитала остается до конца не решенным. В связи с этим рассмотрим один из методов оценки величины человеческого капитала на уровнях экономики страны, региона и муниципалитетов.

5.3. Метод оценки величины человеческого капитала в регионе

Для оценки величины человеческого капитала будем исходить из следующего определения этого понятия: *человеческий капитал – это экономически активное население (рабочая сила), обладающее физическим развитием, умственными способностями и знаниями, необходимыми для осуществления полезной трудовой деятельности в народном хозяйстве.* При этом в структуре инвестиций в человеческий капитал можно выделить следующие виды затрат:

1. Затраты на образование и профессиональную подготовку, которые повышают уровень знаний и тем самым увеличивают объем «человеческого капитала».

2. Вложения в охрану здоровья людей, включая затраты на обеспечение безопасности труда, (такие затраты, сокращая заболеваемость и смертность, продлевают срок службы капитала).

3. Затраты на воспитание детей (форма воспроизводства «человеческого капитала» в следующем поколении).

4. Затраты на социальное обеспечение.
5. Затраты на поиск работы и улучшение мобильности рабочей силы.
6. Затраты на поиск информации о ценах и доходах, позволяющие снизить фактор неопределенности и риска при вложениях в «человеческий капитал».

Из вышеперечисленных составляющих, именно образование является одной из приоритетных сфер вложения инвестиций в человека, основной, хотя и не единственной, компонентой человеческого капитала. Образование – это процесс обучения и воспитания человека, направленный на достижение обучающимися установленных государством образовательных уровней (образовательных стандартов, цензов). При этом достигнутый гражданином определенный образовательный уровень удостоверяется соответствующим документом. Другие составляющие инвестиций в человека носят менее четко и индивидуально выраженный характер. По этим инвестициям не ведется адресной статистики и их сложно относить к конкретной группе экономически активного населения. В первом приближении их можно считать равномерно распределенными между всеми группами. Учитывая все это, примем в качестве определяющей оценки величины человеческого капитала затраты на образование, выраженные через человеко-годы обучения всего экономически активного населения соответствующего региона, так как оценить фактические затраты на образование каждого человека не представляется возможным. В этом случае для оценки величины человеческого капитала региона предлагается осуществлять следующие этапы расчетов:

1. Определяется численность экономически активного населения региона (возраст 15 – 72 года, согласно методологическим пояснениям Госкомстата РФ) по годам исследуемого периода.

2. Находится численность экономически активного населения по

группам в соответствии с образовательными уровнями согласно градации, закрепленной Законом РФ от 13.01.1996 г. № 12-ФЗ «Об образовании». Средний уровень образования (средняя образованность) при этом характеризуется числом лет обучения.

3. Принимается, что общие затраты на образование пропорциональны числу лет обучения.

4. Оценивается величина человеческого капитала $H_i(t)$ в регионе с использованием формулы:

$$H(t) = \gamma_1 \cdot L_{\text{во}}(t) + \gamma_2 \cdot L_{\text{нво}}(t) + \gamma_3 \cdot L_{\text{спро}}(t) + \gamma_4 \cdot L_{\text{нпро}}(t) + \gamma_5 \cdot L_{\text{спо}}(t) + \gamma_6 \cdot L_{\text{ооо}}(t) + \gamma_7 \cdot L_{\text{но}}(t), \quad (5.34)$$

где $L_{\text{во}}(t)$ – численность работников с высшим профессиональным образованием;

$L_{\text{нво}}(t)$ – численность работников с неполным высшим профессиональным образованием;

$L_{\text{спро}}(t)$ – численность работников со средним профессиональным образованием;

$L_{\text{нпро}}(t)$ – численность работников с начальным профессиональным образованием;

$L_{\text{спо}}(t)$ – численность работников со средним полным образованием;

$L_{\text{ооо}}(t)$ – численность работников с основным общим образованием;

$L_{\text{но}}(t)$ – численность работников с начальным образованием;

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \gamma_7$ – число лет обучения одного человека из соответствующей группы экономически активного населения региона, согласно образовательным уровням, определенным законом «Об образовании»;

t – текущее время, измеряемое в годах;

В общем виде формулу (5.34) можно представить в следующем виде:

$$H(t) = \sum_{i=1}^m \gamma_i \cdot L_i(t), \quad (5.35)$$

где $i = 1, 2, 3 \dots m$ – номер группы населения с определенным образованием.

Данная оценка отражает только часть величины человеческого капитала, но корреляционная связь этой оценки с полной оценкой человеческого капитала достаточно высока, так как затраты на образование являются определяющей составляющей во всем человеческом капитале, и динамика изменения этого показателя адекватно отражает динамику изменения показателя, характеризующего человеческий капитал в целом.

Участие человека в производственном процессе в настоящее время требует получения длительного по времени и большого по объему и качеству образования. Капитал образования, который призвана сформировать система образования, по всем своим параметрам должен отвечать потребностям современного инновационного производства. Только в этом случае средства, вложенные в человека, начнут давать отдачу в виде роста производительности труда, повышения качества и количества производимых инноваций, товаров и услуг, роста доходов носителя капитала и обеспечивать экономический рост в масштабах всего общества.

Воспроизводство человеческого капитала осуществляется неравномерно: как на суженной, так и на расширенной основе. Другими словами, следует выделять простое и расширенное воспроизводство человеческого капитала. Совокупные расходы государства на поддержание в стабильном состоянии функционирующего человеческого капитала фактически представляют собой «амортизацию человеческого капитала». Эти расходы обеспечивают простое воспроизводство.

Чистые инвестиции в человеческий капитал ведут не к простому, а к расширенному воспроизводству человеческого капитала. То есть, чистые инвестиции – это расходы сверх величины, обеспечивающей простое воспроизводство человеческого капитала. Они могут быть осуществлены в виде прямых или дополнительных вложений в человеческий капитал (от

простого увеличения расходов на образование, здравоохранение, социальное обеспечение до осуществления различных национальных проектов).

«Амортизация» и чистые инвестиции образуют валовые инвестиции в человеческий капитал. Они обеспечивают не только простое воспроизводство (восполнение выбывающего капитала), но расширенное воспроизводство (рост величины человеческого капитала сверх имеющегося капитала).

5.4. Оценка величины лага освоения и показателя общей экономической эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал

Для нахождения величины лага освоения при вводе в действие нового физического капитала необходимо определить из уравнения (5.10) величину L , характеризующую инерционность изменения ВВП. В связи с тем, что значения показателя $Y_{\phi}(t)$ для различных моментов времени t неизвестны, необходимо использовать дополнительную информацию об изучаемом процессе и внести определенные изменения в разработанную модель, отображенную на рисунке 5.2.

Процессы освоения физического и человеческого капитала тесно связаны между собой. Действительно, новому работнику необходимо определенное время для освоения производственного процесса, но также новое производство (в широком понимании данного термина) требует определенного времени как для его освоения работниками, так и для налаживания самого производства. Обычно эти процессы освоения для нового производства идут параллельно и заканчиваются примерно в одно и то же время. Можно предположить, что новый работник осваивает *новое для него* производство за такое же время, за какое происходит его полное освоение, и оно начинает давать отдачу на уровне проекта.

Исходя из данных предпосылок, с определенной погрешностью

можно предположить, что инерционность изменения показателей $Y_{\phi}(t)$, $Y_{\psi}(t)$, $Y_{\text{пр}}(t)$ примерно одинаковая, а следовательно параметры L , M , N в уравнениях (5.10 – 5.12) примерно равны друг другу.

Уравнения (5.10 – 5.12) являются линейными неоднородными дифференциальными уравнениями первого порядка с постоянными коэффициентами. В этом случае, если входные показатели при $t \leq 0$ равны нулю, а при $t > 0$ их значения равны постоянной величине, то есть:

$$\begin{cases} [K_1(t) - K_{\text{выб}}(t)] = B1 = \text{const}, \\ H_1(t) - H_{\text{выб}}(t) = B2 = \text{const}, \\ A(t) = B3 = \text{const}, \end{cases} \quad (5.36)$$

то решения уравнений (5.10 – 5.12) имеют вид:

$$\begin{cases} Y_{\phi}(t) = a \cdot [K_1(t) - K_{\text{выб}}(t)] \cdot [1 - e^{-\frac{t}{L}}] \\ Y_{\psi}(t) = b \cdot [H_1(t) - H_{\text{выб}}(t)] \cdot [1 - e^{-\frac{t}{M}}] \\ Y_{\text{пр}}(t) = A(t) \cdot [1 - e^{-\frac{t}{N}}] \end{cases} \quad (5.37)$$

При выполнении условия $L = M = N$ значения показателя $Y(t)$ определяются по формуле:

$$\begin{aligned} Y(t) &= Y_{\phi}(t) + Y_{\psi}(t) + Y_{\text{пр}}(t) = \\ &= \{a \cdot [K_1(t) - K_{\text{выб}}(t)] + b \cdot [H_1(t) - H_{\text{выб}}(t)] + A(t)\} \cdot [1 - e^{-\frac{t}{L}}]. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Таким образом, модель, представленную на рисунке 5.2, можно с определенной степенью точности заменить моделью, представленной на рисунке. 5.3:

На данном рисунке величина $Z(p)$ определяется по формуле:

$$Z(p) = a \cdot [K_1(p) - K_{\text{выб}}(p)] + b \cdot [H_1(p) - H_{\text{выб}}(p)] + A(p) \quad (5.39)$$

В этом случае входные показатели модели, представленной на рисунке.5.3, будут связаны с выходным показателем (ВВП) с помощью неоднородного линейного дифференциального уравнения вида:

$$L \cdot \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = a \cdot [K_1(t) - K_{\text{выб}}(t)] + b \cdot [H_1(t) - H_{\text{выб}}(t)] + A(t). \quad (5.40)$$

На основе статистической отчетности и другой имеющейся информации можно найти значения $Y(t)$, $K_1(t)$, $K_{\text{выб}}(t)$, $H_1(t)$, $H_{\text{выб}}(t)$ для дискретных моментов времени t_j , совпадающих с концом календарного года.

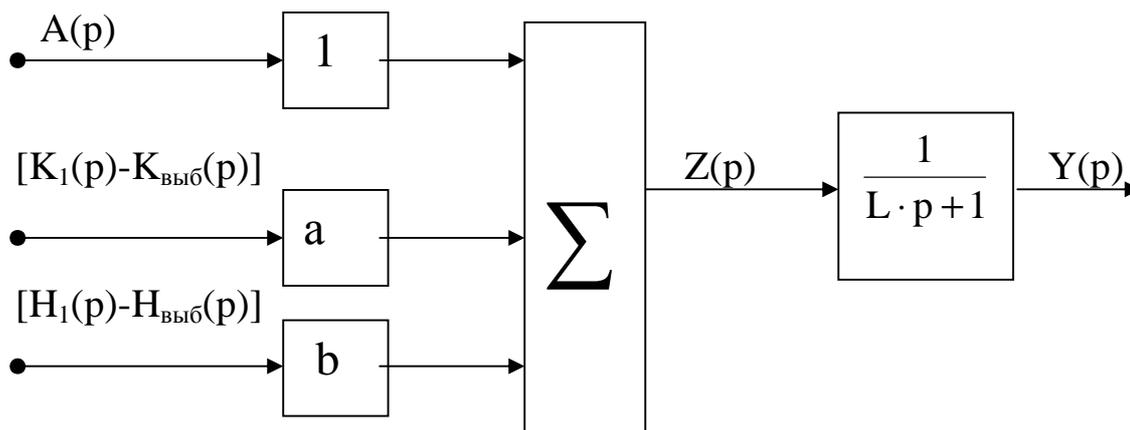


Рисунок 5.3. Структурная схема взаимосвязи валового внутреннего продукта с влияющими на него факторами при одинаковом лаге освоения

После определения значений вышеназванных показателей и, задаваясь аналитическим видом функции $A(t)$, например $A(t) = A = \text{const}$, можно определить значения величин: L , a , b и A . Если же в качестве функции $A(t)$ взять более сложную функцию, допустим $A(t) = A_0 + m \cdot t$, то это увеличит число определяемых параметров и снизит статистическую надежность получаемых оценок. Если в этом случае величина m несущественно отличается от нуля, то не имеет практического смысла усложнять вид функции $A(t)$.

Для оценки параметров уравнения (5.40) используем метод скользящих модулирующих функций, подробно изложенный в разделах 3 и 4. При этом в качестве модулирующих функций возьмем функции вида:

$$\begin{cases} \Phi_1(t) = \sin(w \cdot t) \\ \Phi_2(t) = \sin(2 \cdot w \cdot t) \\ \Phi_3(t) = \sin(3 \cdot w \cdot t) \\ \Phi_4(t) = \sin^2(w \cdot t) \end{cases} \quad (5.41)$$

Графики данных функций приведены на рисунке 5.4. Как видно из данных графиков, выбранные модулирующие функции придают разные веса информации, относящейся к различным отрезкам времени на исследуемом интервале наблюдения. При необходимости это можно использовать для придания большего веса информации, расположенной на том или ином участке интервала наблюдения, например, на конце интервала.

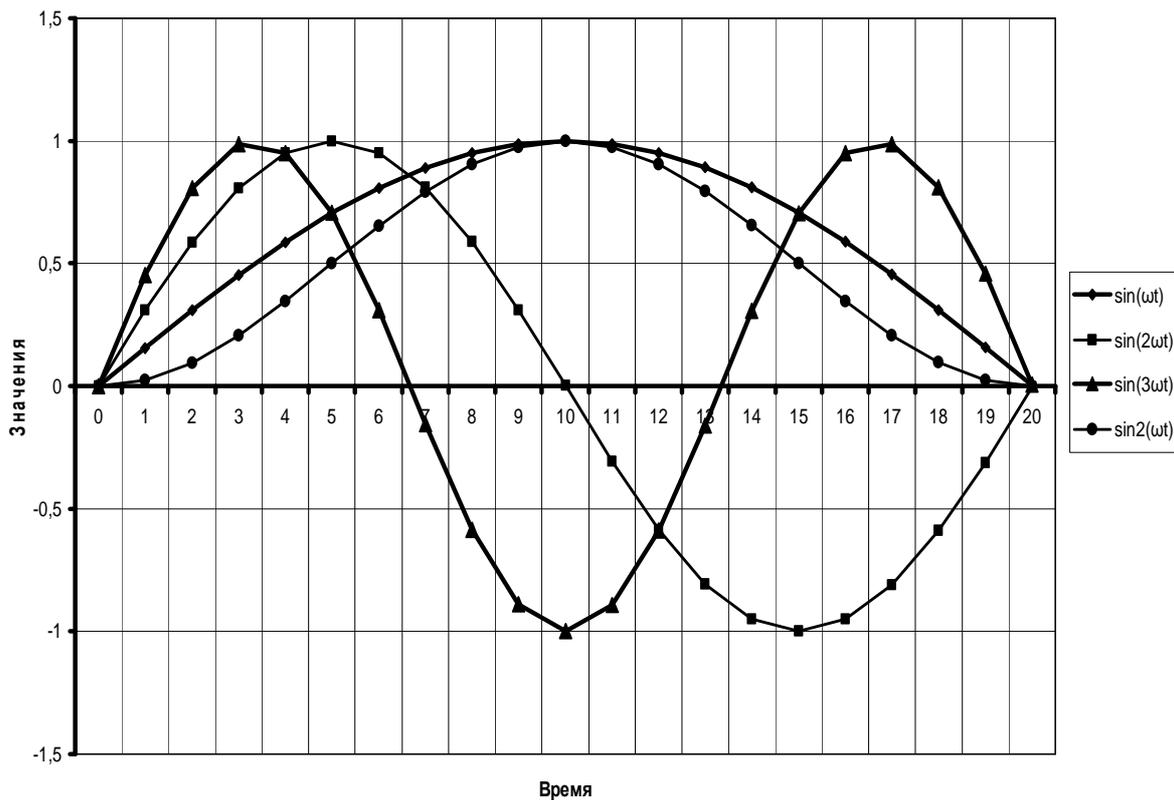


Рисунок 5.4. Графики выбранных модулирующих функций

В результате применения метода модулирующих функций получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} C_{10} = \omega \cdot L \cdot C_{11} + a \cdot U_{10} + b \cdot U_{11} + A \cdot U_{12}; \\ C_{20} = 2 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{21} + a \cdot U_{20} + b \cdot U_{21} + A \cdot U_{22}; \\ C_{30} = 3 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{31} + a \cdot U_{30} + b \cdot U_{31} + A \cdot U_{32}; \\ C_{40} = \omega \cdot L \cdot C_{41} + a \cdot U_{40} + b \cdot U_{41} + A \cdot U_{42}, \end{cases} \quad (5.42)$$

$$\text{где } C_{10} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) dt; \quad C_{11} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt;$$

$$U_{12} = \int_0^T \sin(\omega \cdot t) dt; \quad U_{10} = \int_0^T [K_1(t) - K_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin(\omega \cdot t) dt;$$

$$U_{11} = \int_0^T [H_1(t) - H_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin(\omega \cdot t) dt;$$

$$C_{20} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin 2 \cdot \omega \cdot t dt; \quad C_{21} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos 2 \cdot \omega \cdot t dt;$$

$$U_{22} = \int_0^T \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad U_{20} = \int_0^T [K_1(t) - K_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$U_{21} = \int_0^T [H_1(t) - H_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{30} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin \beta \cdot \omega \cdot t dt; \quad C_{31} = \int_0^T Y(t) \cdot \cos \beta \cdot \omega \cdot t dt;$$

$$U_{32} = \int_0^T \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt; \quad U_{30} = \int_0^T [K_1(t) - K_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$U_{31} = \int_0^T [H_1(t) - H_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{40} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt; \quad C_{41} = \int_0^T Y(t) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$U_{42} = \int_0^T \sin^2(\omega \cdot t) dt; \quad U_{40} = \int_0^T [K_1(t) - K_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt;$$

$$U_{41} = \int_0^T [H_1(t) - H_{\text{БЫГ}}(t)] \cdot \sin^2(\omega \cdot t) dt;$$

Рассмотрим выбор интервала времени, на котором формируется система уравнений (5.42). Коэффициенты L , a , b и функция $A(t)$ в общем случае нестационарны. Следовательно, чем больше изучаемый интервал времени, тем больше ошибка, вносимая нестационарностью данных величин. С другой стороны, уменьшение интервала времени повышает ошибку вычислений из-за возрастающего влияния случайных отклонений в исходных данных, вызванных воздействием на них неучтенных факторов.

В связи с этим целесообразно выбирать такой интервал наблюдений, внутри которого в изучаемой отрасли экономики не происходило резкого изменения направления инвестиций, так как это ведет к большим изменениям параметров L , a , b и функции $A(t)$. Одновременно на данном интервале должны отражаться изменения во времени показателей, входящих в систему уравнений (5.42).

После выбора интервала наблюдений производится расчет значений $C_{10} - C_{40}$; $C_{11} - C_{41}$; $U_{10} - U_{40}$; $U_{11} - U_{41}$; $U_{12} - U_{42}$. Затем производится решение системы алгебраических уравнений (5.42) и находятся величины L , a , b , A . Это дает возможность произвести оценку величины лагов освоения, используя известное положение о том, что переходные процессы в системе, описываемой линейным дифференциальным уравнением первого порядка вида (5.40) имеют эффективную длительность $(3 - 4) \cdot L$ [26]. Следовательно, величину лага освоения, введенного в действие капитала, можно оценить, используя формулу:

$$t_a \approx t_b \approx t_c \approx 3,5 \cdot L . \quad (5.43)$$

Эти величины лагов освоения физического, человеческого капитала и прочих факторов являются средними величинами на исследуемом интервале времени.

Определение значений среднего времени запаздывания между осуществлением инвестиций в физический капитал и человеческий капитал и их созданием, а также лагов освоения позволяет перейти к нахождению

значений непосредственно показателя общей экономической эффективности инвестиций. При этом основной трудностью проведения практических расчетов является определение величины инвестиций, вызывающих тот или иной прирост национального дохода, ВВП или прибыли. Для решения данных вопросов определим значение капитальных вложений, вызывающих прирост ВВП в изучаемый момент времени, используя соотношения между показателями в уравнениях (5.2) и (5.10). В соответствии с определением строительного лага и лага освоения прирост ВВП может быть вызван капитальными вложениями, осуществленными τ_ϕ и более лет назад, т.е. рассмотрению подлежат только капитальные вложения в период времени $(t-\tau_\phi) \div (t-\tau_\phi-t_a)$. При этом воздействие капитальных вложений, осуществленных в разные моменты времени на величину прироста ВВП неодинаково, так как степень их освоения различна. Поэтому для определения искомым капитальных вложений необходимо суммировать капитальные вложения, осуществленные за период времени $(t-\tau_\phi) \div (t-\tau_\phi-t_a)$, с некоторыми весами.

Для нахождения функции изменения веса капитальных вложений, вызвавших прирост ВВП, обратимся к уравнению (5.38), описывающему процесс изменения во времени величины показателя ВВП при изменении физического, человеческого капитала и ряда других факторов. При уже найденных значениях L , a , b и $A(t)$ можно определить, как влияет ввод новых основных производственных фондов на изменение показателя ВВП. Для этих целей положим в уравнении (5.40) $K_{\text{выб.}}(t) = 0$, $H_1(t) = 0$, $H_{\text{выб.}}(t) = 0$, $A(t)=0$. В этом случае данное уравнение примет вид:

$$L \cdot \frac{d\bar{Y}_\phi(t)}{dt} + \bar{Y}_\phi(t) = a \cdot K_1(t), \quad (5.44)$$

где $\bar{Y}_\phi(t)$ – теоретические значения величины показателя ВВП, обусловленные изменением только основных производственных фондов за счет ввода новых основных производственных фондов.

Произведем дифференцирование уравнения (5.44):

$$L \cdot \frac{d^2 \bar{Y}_\phi(t)}{dt^2} + \frac{d\bar{Y}_\phi(t)}{dt} = a \cdot \frac{dK_1(t)}{dt}. \quad (5.45)$$

Учитывая формулу (5.2), получим

$$L \cdot \frac{d^2 \bar{Y}_\phi(t)}{dt^2} + \frac{d\bar{Y}_\phi(t)}{dt} = a \cdot I_\phi(t - \tau_\phi). \quad (5.46)$$

Обозначим скорость изменения ВВП через $V(t)$, т.е.

$$V_\phi(t) = \frac{d\bar{Y}_\phi(t)}{dt}. \quad (5.47)$$

В этом случае вместо (5.46) можно записать:

$$L \cdot \frac{dV_\phi(t)}{dt} + V_\phi(t) = a \cdot I_\phi(t - \tau_\phi). \quad (5.48)$$

Решение уравнения (5.48) имеет вид:

$$V_\phi(t) = \int_{-\infty}^t a \cdot I_\phi(\lambda - \tau_\phi) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+\lambda}{L}} d\lambda, \quad (5.49)$$

где λ – вспомогательная переменная интегрирования.

Вынесем за знак интеграла коэффициент пропорциональности a . В этом случае будем иметь:

$$V_\phi(t) = a \cdot \int_{-\infty}^t I_\phi(\lambda - \tau_\phi) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+\lambda}{L}} d\lambda. \quad (5.50)$$

При этом функция

$$W_\phi(t) = \frac{1}{L} \cdot e^{\frac{-t+\lambda}{L}} \quad (5.51)$$

в выражении (5.50) является «весовой» функцией. Эта функция определяет «вес» величины капитальных вложений, осуществленных в разные моменты времени, в образовании значения скорости изменения ВВП.

Прирост ВВП за промежуток времени Δt равен интегралу по времени от скорости изменения ВВП:

$$\Delta \overline{Y}_\phi(t) = \int_t^{t+\Delta t} V_\phi(t) dt. \quad (5.52)$$

Для сравнительно малого промежутка времени Δt , например, равного одному году, функция $V_\phi(t) \approx \text{const}$. В этом случае:

$$\Delta \overline{Y}_\phi(t) = V_\phi \cdot \Delta t = \Delta t \cdot a \cdot \int_\infty^t I_\phi(\lambda - \tau_\phi) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{-\frac{t+\lambda}{L}} d\lambda, \quad (5.53)$$

т.е. выражение под интегралом отражает величину эквивалентных капитальных вложений, вызвавших за время Δt прирост ВВП, т.е. величину $\Delta Y_\phi(t)$. Так как эффективная длительность «весовой» функции (5.51) равна примерно t_a , то в интеграле выражения (5.53) можно заменить пределы интегрирования:

$$I_{\text{эф}}(t) = \int_{t-t_a}^t \frac{1}{L} \cdot I_\phi(\lambda - \tau_\phi) \cdot e^{-\frac{t+\lambda}{L}} d\lambda, \quad (5.54)$$

где $I_{\text{эф}}(t)$ – эквивалентные капитальные вложения, вызвавшие прирост ВВП;

$t_a \approx 3,5 \cdot L$ – лаг освоения капитальных вложений.

Переходя к численным методам определения значения интеграла (5.54), например, методом трапеций, получим:

$$I_{\text{эф}}(t) = \frac{t_a}{n \cdot L} \cdot \left\{ \sum_{i=t-t_\beta+1}^{t_n-1} I_\phi(t_i - \tau_\phi) e^{-\frac{t+t_i}{L}} + \frac{1}{2} \cdot \left[I_\phi(t_0 - \tau_\phi) \cdot e^{-\frac{t+t_0}{L}} + I_\phi(t_n - \tau_\phi) \cdot e^{-\frac{t+t_n}{L}} \right] \right\}, \quad (5.55)$$

где $t_0 = t - t_\beta$; $t_n = t$;

n – число делений на равные промежутки времени интервала $(t-t_\beta) \div t$.

Если, например, $L = 1$ год; $n = 4$; $\tau_\phi = 5$ лет; $t_a = 3,5$ года, то эквивалентные капитальные вложения определяются по формуле:

$$I_{\text{эф}}(t) \approx \frac{3,5}{4 \cdot 1} \cdot \left\{ I_\phi(t-3-5) \cdot 0,05 + I_\phi(t-2-5) \cdot 0,14 + I_\phi(t-1-5) \cdot 0,37 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[I_\phi(t-4-5) \cdot 0,02 + I_\phi(t-5) \cdot 1 \right] \right\}. \quad (5.56)$$

Формула трапеции имеет определенную погрешность. Чтобы повы-

ситель точность расчетов, необходимо взять большее число делений на равные интервалы изучаемого промежутка времени или использовать другой метод численного интегрирования, например, метод Симпсона. Возможно также пропорциональное уменьшение всех коэффициентов выражения (5.56) так, чтобы сумма их была равна единице. В этом случае, при расположении «взвешенных» капитальных вложений с учетом возрастания номера года, выражение (5.56) примет вид:

$$I_{\text{эф}}(t) \approx 0,01 \cdot I_{\text{ф}}(t-9) + 0,05 \cdot I_{\text{ф}}(t-8) + 0,12 \cdot I_{\text{ф}}(t-7) + 0,35 \cdot I_{\text{ф}}(t-6) + 0,47 \cdot I_{\text{ф}}(t-5). \quad (5.57)$$

Следовательно, при строительном лаге равном пяти годам и лаге освоения равном 3,5 года, прирост ВВП рассматриваемого года был вызван:

- 1% капитальных вложений, осуществленные девять лет назад;
- 5% капитальных вложений, осуществленные восемь лет назад;
- 12% капитальных вложений, осуществленные семь лет назад;
- 35% капитальных вложений, осуществленные шесть лет назад;
- 47% капитальных вложений, осуществленные пять лет назад.

Исходя из вышеприведенных формул, показатель общей экономической эффективности капитальных вложений при $\Delta t=1$ году, находится по формуле:

$$\text{Э}_{\text{ф}}(t) = \frac{\Delta \bar{Y}_{\text{ф}}(t)}{I_{\text{эф}}(t)} = a. \quad (5.58)$$

Таким образом, величина коэффициента **a** приобретает экономический смысл. — это средний на изучаемом интервале времени показатель эффективности физического капитала, т.е. капитальных вложений.

Аналогичным образом, определим показатель эффективности человеческого капитала. Для этого положим в уравнении (5.40) $H_{\text{выб.}}(t) = 0$, $K_1(t) = 0$, $K_{\text{выб.}}(t) = 0$, $A(t)=0$ и получим:

$$L \frac{d\bar{Y}_{\text{ч}}(t)}{dt} + \bar{Y}_{\text{ч}}(t) = b \cdot H_1(t), \quad (5.59)$$

где $\bar{Y}_q(t)$ – теоретические значения величины показателя ВВП, обусловленные изменением только человеческого капитала за счет поступления нового капитала.

Осуществив дифференцирование данного уравнения по переменной t , получим:

$$L \cdot \frac{d^2 \bar{Y}_q(t)}{dt^2} + \frac{d \bar{Y}_q(t)}{dt} = b \cdot \frac{dH_1(t)}{dt}. \quad (5.60)$$

С учетом уравнения (5.4) выражение (5.60) приобретает вид:

$$L \cdot \frac{d^2 \bar{Y}_q(t)}{dt^2} + \frac{d \bar{Y}_q(t)}{dt} = b \cdot I_q(t - \tau_q). \quad (5.61)$$

Проведя преобразования, аналогичные (5.45) – (5.51), получим:

$$\Delta \bar{Y}_q(t) = \Delta t \cdot b \cdot \int_{-\infty}^t I_q(\lambda - \tau_q) \cdot \frac{1}{L} \cdot e^{-\frac{t+\lambda}{L}} d\lambda, \quad (5.62)$$

где

$$I_{\Delta q}(t) = \int_{t-t_b}^t \frac{1}{L} \cdot I_q(\lambda - \tau_q) \cdot e^{-\frac{t+\lambda}{L}} d\lambda. \quad (5.63)$$

Это эквивалентные инвестиции в человеческий капитал, вызвавшие прирост ВВП. Следовательно, показатель общей экономической эффективности инвестиций в человеческий капитал при $\Delta t=1$ году вычисляется по формуле:

$$\mathfrak{E}_q(t) = \frac{\Delta \bar{Y}_q(t)}{I_{\Delta q}(t)} = b. \quad (5.64)$$

Значит, величина коэффициента b – это средний на изучаемом интервале времени показатель эффективности инвестиций в человеческий капитал. Значение $I_{\Delta q}(t)$ может быть найдено по формуле, аналогичной (5.55).

Таким образом, используя вышеприведенные формулы, можно найти средние на исследуемом интервале времени значения лагов освоения физического и человеческого капитала, а также показатели общей экономи-

ческой эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал.

Анализ экономических процессов с использованием математических моделей имеет определенную погрешность. Эта погрешность вызвана, с одной стороны, тем, что всякая модель отражает только основные функциональные особенности изучаемого процесса, не принимая во внимание ряд других особенностей данного процесса, с другой стороны, методы определения структуры и параметров модели также имеют свои погрешности.

Оценкой точности полученных математических моделей служит совпадение результирующих показателей, полученных расчетным путем, с фактически имеющимися показателями. Однако при этом необходимо не забывать о точности самих исходных данных. Трудностью использования моделей при исследовании экономических процессов является отсутствие оценок точности исходной информации, приведенной в статистической отчетности. Критериями совпадения теоретически полученных результатов с имеющейся информацией могут служить статистические критерии, такие как коэффициент детерминации, относительная ошибка аппроксимации и др.

5.5. Моделирование влияния инвестиций, спроса и предложения товаров и услуг на развитие национальной экономики

Экономический рост в национальной экономике – это количественное и качественное совершенствование общественного продукта за определенный период времени. Стратегическая переменная, с помощью которой можно управлять экономическим ростом национальной экономики, являются инвестиции. В национальной экономике действуют устойчивые количественные закономерности, поэтому возможно их строго формулированное математическое описание. Для оценки воздействия инвестиций на изменение макроэкономических показателей внутри экономической

системы без учета внешних факторов рассмотрим закрытую национальную экономику страны.

Необходимым условием стабильного развития экономической системы является равенство совокупного спроса и предложения. Предприниматели планируют объем собственного производства таким образом: если спрос в экономике оказался выше предложения, то они увеличивают темпы расширения производства. Равновесный экономический рост предполагает равенство совокупного спроса и предложения. Таким образом, фактический спрос и предложение являются основными индикаторами в модели экономического развития национальной экономики.

При построении данной модели в качестве основных факторов учитываем физический и человеческий капитал. В этом случае физический и человеческий капиталы по экономической сути рассматриваются не как отдельные элементы, участвующие в производственном процессе, а как совместно действующие. Поэтому на величину валового выпуска будет оказывать совокупное влияние как физический, так и человеческий капитал.

Построение модели экономического развития экономики начнем с создания модели основного элемента экономической системы – производства. Для этих целей можно использовать производственные функции достаточно сложного вида. Однако, «продвинутые» в аналитическом отношении производственные функции, параметры которых определены с использованием реальных данных, не удовлетворяющих высоким требованиям, обычно дают менее точные результаты расчетов, чем более простые в аналитическом отношении производственные функции [16, 39]. Имеющаяся в настоящее время в статистических сборниках информация о физическом и человеческом капитале не является достаточно полной и точной. Поэтому окончательный выбор производственной функции целесообразно производить на основании результатов этапа параметризации уравнения

регрессии, отдавая предпочтение более точной модели.

В рассматриваемом случае оправдано использование известной, дающей сравнительно точные результаты производственной функции Кобба–Дугласа, в которой дополнительно учтено влияние на валовой выпуск научно-технического прогресса и инерционность процесса освоения физического и человеческого капитала (лаг освоения):

$$L \cdot \frac{dX(t)}{dt} + X(t) = A_0 \cdot e^{p \cdot t} \cdot [\mu \cdot K_1(t)]^{\alpha_1} \cdot [\mu \cdot H_1(t)]^{\alpha_2}, \quad (5.65)$$

где $K_1(t)$ – используемый физический капитал;

$H_1(t)$ – применяемая величина человеческого капитала;

$X(t)$ – валовой объем выпускаемой продукции;

A_0 – коэффициент нейтрального научно-технического прогресса;

$L = a/\rho$ – постоянная времени, характеризующая инерционность изменения во времени показателя $Y_\phi(t)$.

$\alpha_1; \alpha_2$ – коэффициенты эластичности, соответственно, для физического и человеческого капитала;

μ – коэффициент, учитывающий влияние соотношения спроса и предложения товаров и услуг на их производство;

p – темп изменения влияния научно-технического прогресса;

t – текущий момент времени.

В процессе создания ВВП производственная часть экономической системы производит валовой выпуск продукции, и часть его потребляет в виде промежуточного продукта – $Z(t)$. Следовательно, величина ВВП может быть найдена по формуле:

$$Y(t) = X(t) - Z(t), \quad (5.66)$$

где $Y(t)$ – валовой внутренний продукт, распадающийся для закрытой экономики на конечное потребление $P(t)$ и валовые инвестиции $I(t)$;

$Z(t) = a \cdot X(t)$ – промежуточный продукт;

a – технологический коэффициент или коэффициент прямых затрат.

В дальнейшем при функционировании экономической системы часть ВВП используется в виде предложения товаров и услуг для конечного потребления $P(t)$, а часть идет на государственные расходы $G(t)$ и на накопление $I(t)$, представляющие собой валовые инвестиции.

Доля ВВП, направляемая в качестве предложения товаров и услуг для конечного потребления, определяется из выражения:

$$P(t) = Y(t) - I(t) - G(t) . \quad (5.67)$$

Часть ВВП, участвующая в дальнейшем процессе в качестве валовых инвестиций, находится по формуле:

$$I(t) = \mu \cdot \phi \cdot Y(t) \quad (5.68)$$

где ϕ – доля ВВП, направляемая на простое и расширенное воспроизводство физического капитала;

μ – коэффициент, учитывающий влияние соотношения спроса и предложения товаров и услуг на объемы инвестиций.

Согласно «золотому правилу» накопления капитала Э. Фелпса, экономика выходит на оптимальный режим потребления в долгосрочной перспективе, если отдача от физического капитала равна затратам на его воспроизводство [52]. В модели Р. Солоу при расширенном воспроизводстве физического капитала, оптимальный режим потребления достигается при равенстве доли накопления ϕ коэффициенту эластичности по физическому капиталу – α_1 [24, 25, 44].

При определении прироста основных производственных фондов $\Delta K_1(t)$ за счет инвестиций необходимо учитывать запаздывание (инвестиционный лаг) во времени между осуществлением инвестиций и вводом капитала:

$$\Delta K_1(t) = I(t-\tau)\Delta t, \quad (5.69)$$

где t – текущий момент времени;

τ – величина инвестиционного лага.

В следующем годовом цикле величина физического капитала будет

состоять из имевшегося на начало года капитала $K_1(t)$ плюс прирост капитала за год $\Delta K_1(t)$ и минус выбытие устаревшего физического капитала $K_{\text{выб}}(t)$. В таком случае формула для определения величины физического капитала в следующем году будет иметь вид:

$$K_1(t+1) = K_1(t) + \Delta K_1(t) - K_{\text{выб}}(t) \quad (5.70)$$

где $K_{\text{выб}}(t) = K_1(t) \cdot m$;

m – доля основных производственных фондов, выбывших за один год.

Для человеческого капитала также характерен аналогичный оборот капитала. В качестве валовых инвестиций в этом случае выступают государственные и негосударственные расходы на образование, здравоохранение, социальное обеспечение и др.

Так как в процессе производства товаров и услуг физический и человеческий капитал тесно взаимосвязаны друг с другом, то рост физического капитала вызывает дополнительную потребность в человеческом капитале. Величина и качество дополнительного человеческого капитала зависит от величины и качества нового физического капитала, т.е. от его инновационного уровня.

В свою очередь, качество привлеченного человеческого капитала определяющим образом влияет на эффективность использования в процессе производства физического капитала. Для проведения расчетов величины дополнительно привлекаемого человеческого капитала будем исходить из условия сохранения средней фондовооруженности человеческого капитала. При выполнении данного условия т.е.

$$k_{\phi} = \frac{K_1(t)}{H_1(t)} = \text{const} \quad (5.71)$$

и, следовательно, величину привлекаемого к производству человеческого капитала в следующем годовом цикле, можно найти по формуле:

$$H_1(t+1) = \frac{K_1(t+1)}{k_\phi}. \quad (5.72)$$

Соответственно, объем валового выпуска находится из выражения:

$$L \cdot \frac{dX(t+1)}{dt} + X(t+1) = A_0 \cdot e^{p(t+1)} \cdot [\mu \cdot K_1(t+1)]^{\alpha_1} \cdot [\mu \cdot H_1(t+1)]^{\alpha_2} \quad (5.73)$$

или с учетом (5.72) уравнение (5.73) можно записать в следующем виде:

$$L \cdot \frac{dX(t+1)}{dt} + X(t+1) = A_0 \cdot e^{p(t+1)} \cdot \frac{\mu^{\alpha_1 + \alpha_2}}{k_\phi^{\alpha_2}} \cdot K_1^{\alpha_1 + \alpha_2}(t+1), \quad (5.74)$$

Таким образом, в предложенной модели рост макроэкономических показателей системы происходит за счет инвестиций в физический и человеческий капитал (при условии их превышения над выбытием капитала), а также под влиянием научно-технического прогресса. Одним из условий равновесного экономического роста системы является равенство совокупного спроса и предложения. В соответствии с кейнсианской теорией, предприниматели планируют объемы инвестиций в соответствии с рациональными ожиданиями развития экономики. В то же время предприниматели организуют собственное производство таким образом, что, если спрос в экономике $C(t)$ оказался ниже предложения товаров и услуг, то они сокращают производство. Для отражения данного положения в формулах (5.65), (5.68) и (5.73) модели введен коэффициент μ . Данный коэффициент находится из выражения:

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{при } P(t) \leq C_\phi(t) \\ 1 - \frac{\Delta C(t)}{C_\phi(t)} & \text{при } P(t) > C_\phi(t) \end{cases}, \quad (5.75)$$

где $\Delta C(t) = P(t) - C_\phi(t)$.

Фактический спрос на товары и услуги может быть оценен с использованием первого уравнения из системы уравнений Клейна [44]:

$$C_{\phi}(t) = a_0 + a_1 \cdot Pr(t) + a_2 \cdot Pr(t-1) + a_3 \cdot [W^P(t) + W^G(t)] + \varepsilon_1(t), \quad (5.76)$$

где $C_{\phi}(t)$ — фактический объем потребления;

$W^P(t)$ — заработная плата в частном секторе;

$W^G(t)$ — заработная плата в государственном секторе;

$Pr(t)$ — общая прибыль;

a_0, a_1, a_2, a_3 — определяемые параметры управления;

$\varepsilon_1(t)$ — случайная составляющая.

Рассмотренные выше взаимосвязи основных макроэкономических показателей в национальной экономике, отображены на рисунке 5.5. Как видно из данного рисунка, при превышении предложения товаров и услуг над спросом в модели, согласно формулам (5.65), (5.68) и (5.73) уменьшается выпуск продукции, а это ведет к уменьшению величины физического и человеческого капитала, принимающих участие в создании валового выпуска продукции. Кроме того, в такой же пропорции снижается величина накопления, идущая на инвестиции. Уменьшение производится пропорционально доле превышения предложения товаров и услуг для конечного потребления над реальным конечным спросом.

В свою очередь, сокращение производства и инвестиций неминуемо приведет к снижению фактического объема потребления товаров и услуг за счет уменьшения прибыли в экономической системе, заработной платы в частном секторе и в государственном секторе. Причинами сокращения производства могут также служить не только превышение предложения над спросом, но и смена технологий производства, а также снижение объемов производства вследствие использования устаревшего оборудования и неэффективных технологий.

Запаздывание в принятии своевременных мер по восстановлению утраченного равновесия в экономике может привести к дальнейшему развитию негативных тенденций и к колебательным процессам в экономиче-

ской системе. В качестве наиболее эффективных мер по повышению совокупного спроса является увеличение платежеспособного спроса населения страны и государственных расходов, в том числе в виде инвестиций на создание производственной инфраструктуры экономики, наукоемких и высокотехнологичных отраслей экономики, активной мобилизации средств населения и организаций.

Разработанная модель для закрытой национальной экономики учитывает достоинства неоклассического подхода к моделям экономического роста, выражающиеся в виде использования производственных функций, обеспечивающих взаимозаменяемость ресурсов и учитывающих снижение предельной отдачи от ресурса при увеличении объемов его использования. В тоже время в модели присутствуют регуляторы, использующие складывающиеся соотношения предложения товаров и услуг и спроса на них для регулирования величин физического и человеческого капиталов, используемых в производстве, валовых выпусков и объемов инвестиций в физический капитал.

Исследование переходных процессов в экономической системе, функциональная схема взаимосвязей макроэкономических показателей которой приведена на рисунке 5.5, возможно только с использованием численных методов. Это вызвано тем, что закономерности изменения исходных показателей не являются аналитическими функциями и, кроме того, в функциональной схеме экономической системы присутствует производственная функция смешанного типа, не приводимая к линейному виду.

Для проведения расчетов необходимо вначале произвести оценку экзогенно задаваемых параметров. Для этих целей умножим уравнение (5.65) на модулирующие функции вида (5.41), но в качестве четвертой функции для упрощения расчетов возьмем функцию $\Phi_4(t)=\sin(4\omega t)$, а затем проинтегрируем полученные выражения на интервале $(0 - T)$.

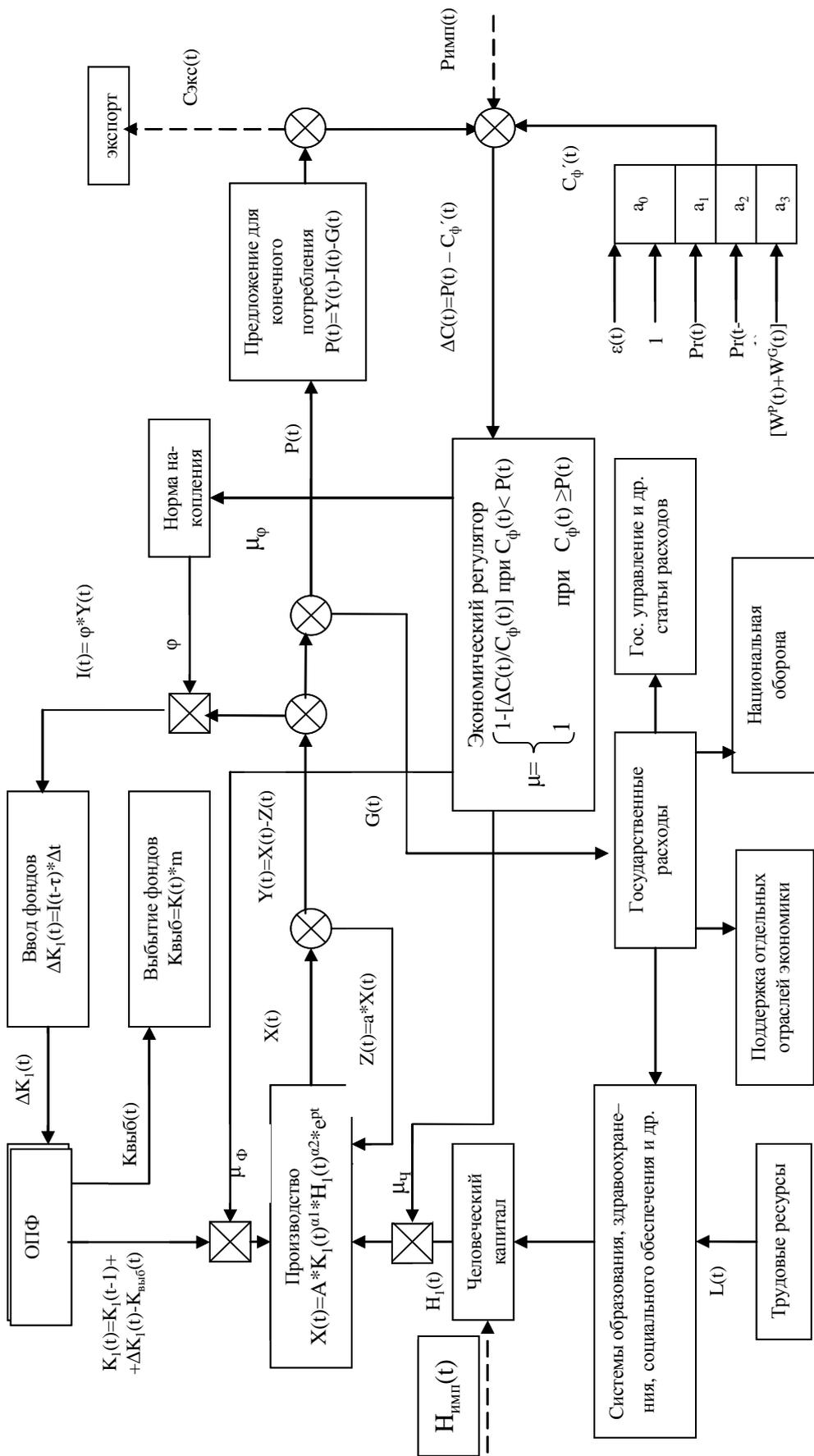


Рисунок 5.5. Функциональная схема взаимосвязей макроэкономических показателей в национальной экономике

В результате будем иметь систему уравнений вида:

$$\begin{cases} C_{10} = 1 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{11} + A_0 \cdot U_{10}; \\ C_{20} = 2 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{21} + A_0 \cdot U_{20}; \\ C_{30} = 3 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{31} + A_0 \cdot U_{30}; \\ C_{40} = 4 \cdot \omega \cdot L \cdot C_{41} + A_0 \cdot U_{40}, \end{cases} \quad (5.77)$$

где $C_{10} = \int_0^T X(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) dt;$ $C_{11} = \int_0^T X(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt;$

$$U_{10} = \int_0^T [e^{p \cdot t} \cdot K_1^{\alpha 1}(t) \cdot H_1^{\alpha 2}(t)] \cdot \sin(\omega \cdot t) dt;$$

$$C_{20} = \int_0^T X(t) \cdot \sin 2 \cdot \omega \cdot t dt; \quad C_{21} = \int_0^T X(t) \cdot \cos 2 \cdot \omega \cdot t dt;$$

$$U_{20} = \int_0^T [e^{p \cdot t} \cdot K_1^{\alpha 1}(t) \cdot H_1^{\alpha 2}(t)] \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{30} = \int_0^T X(t) \cdot \sin 3 \cdot \omega \cdot t dt; \quad C_{31} = \int_0^T X(t) \cdot \cos 3 \cdot \omega \cdot t dt;$$

$$U_{30} = \int_0^T [e^{p \cdot t} \cdot K_1^{\alpha 1}(t) \cdot H_1^{\alpha 2}(t)] \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t) dt;$$

$$C_{40} = \int_0^T X(t) \cdot \sin 4 \cdot \omega \cdot t dt; \quad C_{41} = \int_0^T X(t) \cdot \cos 4 \cdot \omega \cdot t dt;$$

$$U_{40} = \int_0^T [e^{p \cdot t} \cdot K_1^{\alpha 1}(t) \cdot H_1^{\alpha 2}(t)] \cdot \sin(4 \cdot \omega \cdot t) dt.$$

В связи с тем, что неизвестные параметры p , $\alpha 1$, $\alpha 2$ входят под знак интеграла, решение системы уравнений (5.77) возможно только поисковыми методами. Для этих целей сформируем функцию цели вида:

$$\chi = \sum_{i=1}^4 [C_{i,0} - i \cdot \omega \cdot L \cdot C_{i1} - A_0 \cdot U_{i0}]^2. \quad (5.78)$$

Применив метод Гаусса-Зейделя, найдем минимум функции (5.78) изменяя поочередно параметры A_0 , L , p , α_1 , α_2 [44, 46, 47]. Для ускорения процесса поиска необходимо использовать априорную информацию о диапазоне возможных значений искомых параметров. Величина определенных интегралов находятся одним из численных методов, например, методом трапеций (формулы 5.27, 5.55).

Для определения значения τ необходимо использовать методики, которые подробно изложены в пунктах 5.2.1. и 5.2.2. В свою очередь, для оценки величины φ можно применить формулу:

$$\varphi = \frac{\int_0^T I(t) dt}{\int_0^T Y(t) dt} \quad (5.79)$$

Величины определенных интегралов в формуле (5.79) находятся численными методами, в качестве которых с приемлемой точностью расчетов можно использовать метод трапеций или Симпсона [26].

Используя полученные значения параметров модели (5.65) и формулы (5.66) – (5.75), не учитывая влияние лага освоения, были произведены расчеты величин макроэкономических показателей и построены графики их изменения. Все расчеты показателей произведены в виде отклонений от показателей базового года. При этом приняты следующие обозначения показателей:

$K(t)$ – превышение объемов основных производственных фондов относительно базового года;

$H(t)$ – превышение используемой величины человеческого капитала относительно базового года;

$X(t)$ – превышение валового объема выпускаемой продукции относительно базового года;

$Y(t)$ – расчетные значения валового внутреннего продукта;

$I(t)$ – расчетные объемы валовых инвестиций;

$P(t)$ – расчетные объемы предложения товаров и услуг для конечного потребления;

$S_f(t)$ – прогнозируемые объемы спроса на товары и услуги;

$\Delta C(t)$ – разница между расчетным объемом предложения товаров и услуг для конечного потребления и прогнозируемым объемом спроса на товары и услуги;

t – текущее время для годовых значений используемых показателей.

Расчеты показали, что система развивается устойчиво за счет увеличения объемов инвестиций, используемых для расширенного воспроизводства физического и, связанного с ним, человеческого капитала, до того момента времени, пока конечный спрос на товары и услуги равен или превышает предложение для конечного потребления. При превышении предложения товаров и услуг над конечным спросом в экономической системе происходит достаточно резкое снижение объемов производства и инвестиций. Это приводит к резким колебаниям всех макроэкономических показателей, что указывает на нестабильность работы экономической системы и возникновение в ней кризисных явлений. Графически это отчетливо видно на рисунках 5.6. и 5.7.

Одним из эффективных способов обеспечения устойчивого развития экономики является существенное повышение объема и темпов роста конечного спроса таким образом, чтобы фактический платежеспособный спрос превысил объемы производимых товаров и услуг. В этом случае происходит стимулирование расширения производства товаров и услуг, что способствует стабильному развитию экономической системы в достаточно долговременной перспективе.

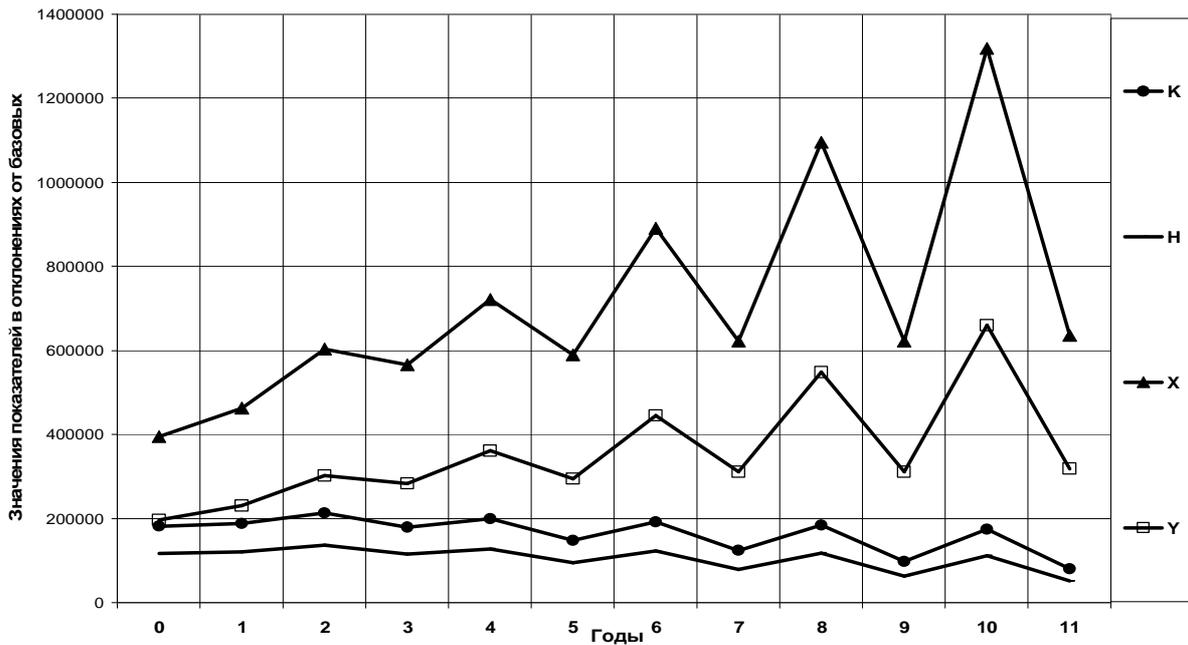


Рисунок 5.6. Графики показателей $X(t)$, $Y(t)$, $K(t)$ и $H(t)$ при фактически достигнутой норме накопления для расширенного воспроизводства физического капитала (0,14) и существующих темпах роста объемов потребления

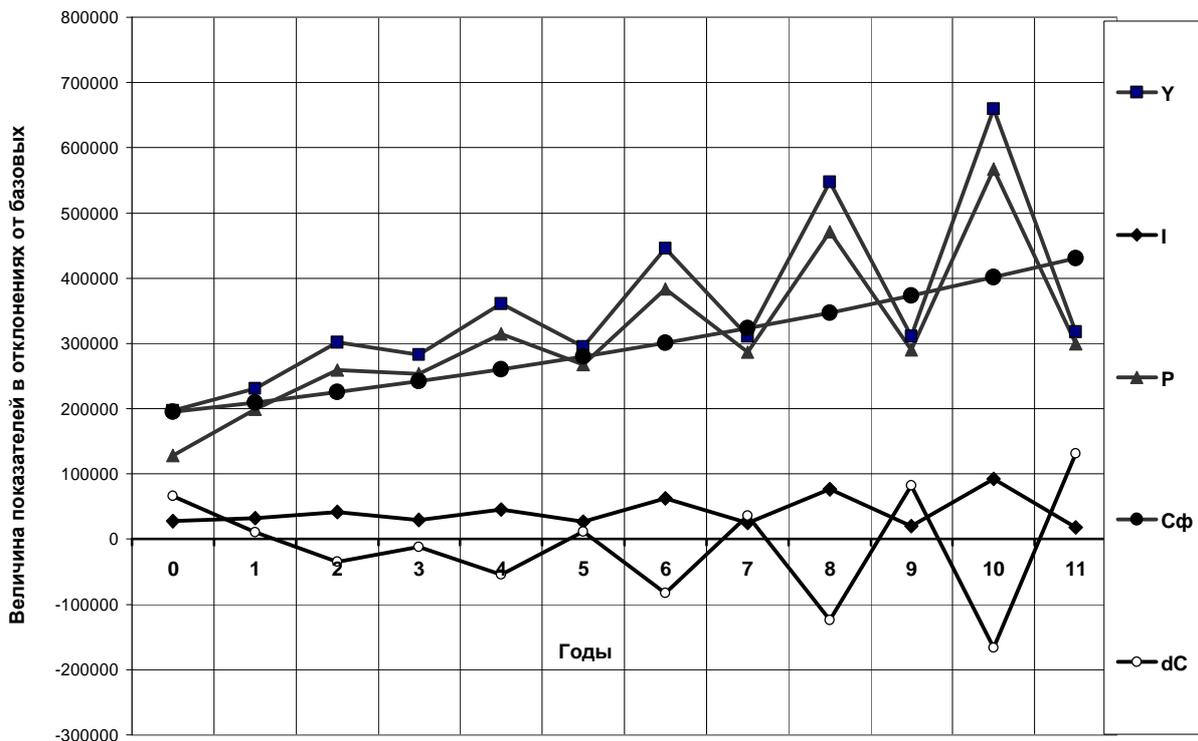


Рисунок 5.7. Графики показателей $Y(t)$, $I(t)$, $P(t)$, $Cф(t)$ и $dC(t)$ при фактически достигнутой норме накопления для расширенного воспроизводства физического капитала (0,14) и существующих темпах роста объемов потребления

Для рассматриваемой экономической системы при сохранении достигнутой доли ВВП, направляемой на увеличение величины физического капитала, только увеличение в 3,5 раза темпов роста платежеспособного спроса позволяет добиться стабильного, но недостаточно устойчивого экономического роста. Это отражено на графиках рисунков 5.8. и 5.9.

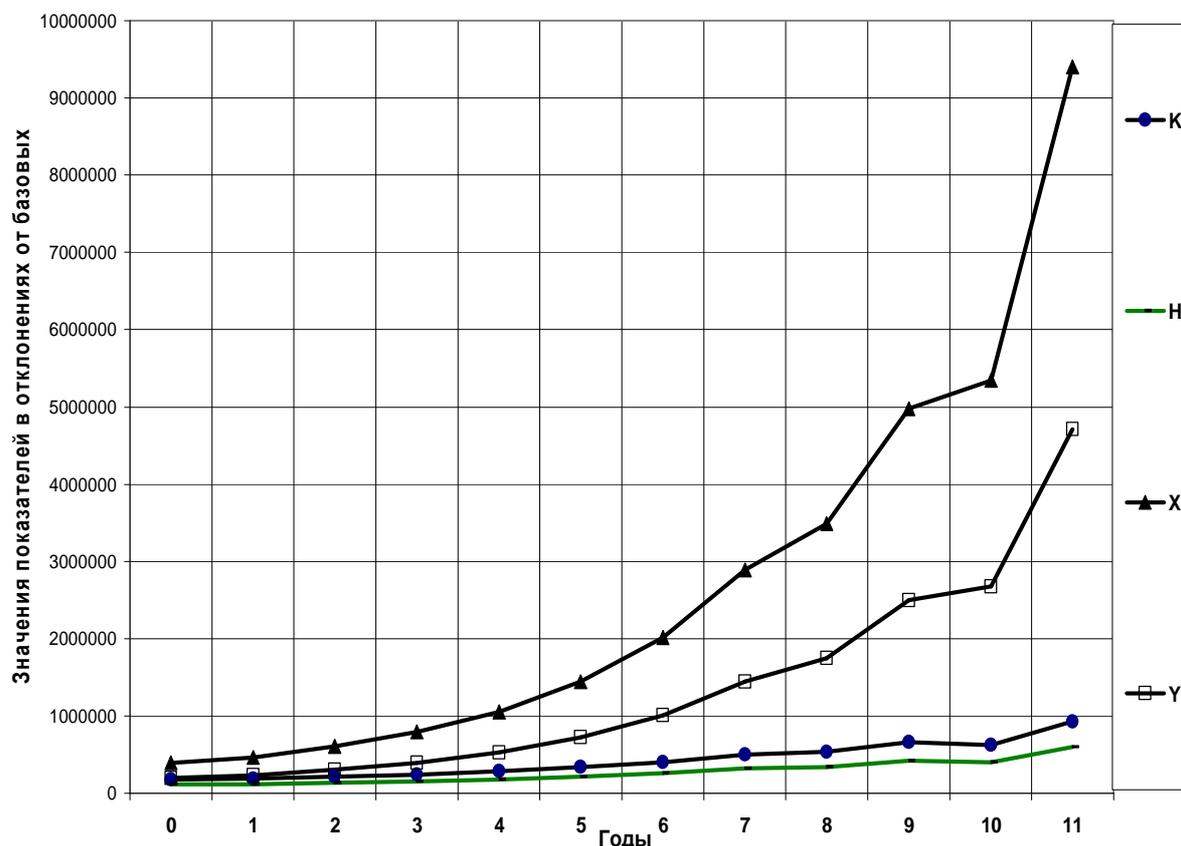


Рисунок 5.8. Графики показателей $X(t)$, $Y(t)$, $K(t)$ и $H(t)$ при фактически достигнутой норме накопления для расширенного воспроизводства физического капитала (0,14) и увеличении существующих темпов роста объемов потребления в 3,5 раза

Увеличение доли накопления, направляемой для расширенного воспроизводства основных производственных фондов, при сохранении темпов роста конечного спроса ведет к превышению объемов предложения товаров и услуг над объемом конечного спроса и, соответственно, к появлению нестабильности в развитии экономики. В этом случае графики переходных процессов приобретают вид, показанный на рисунках 5.6., 5.7.

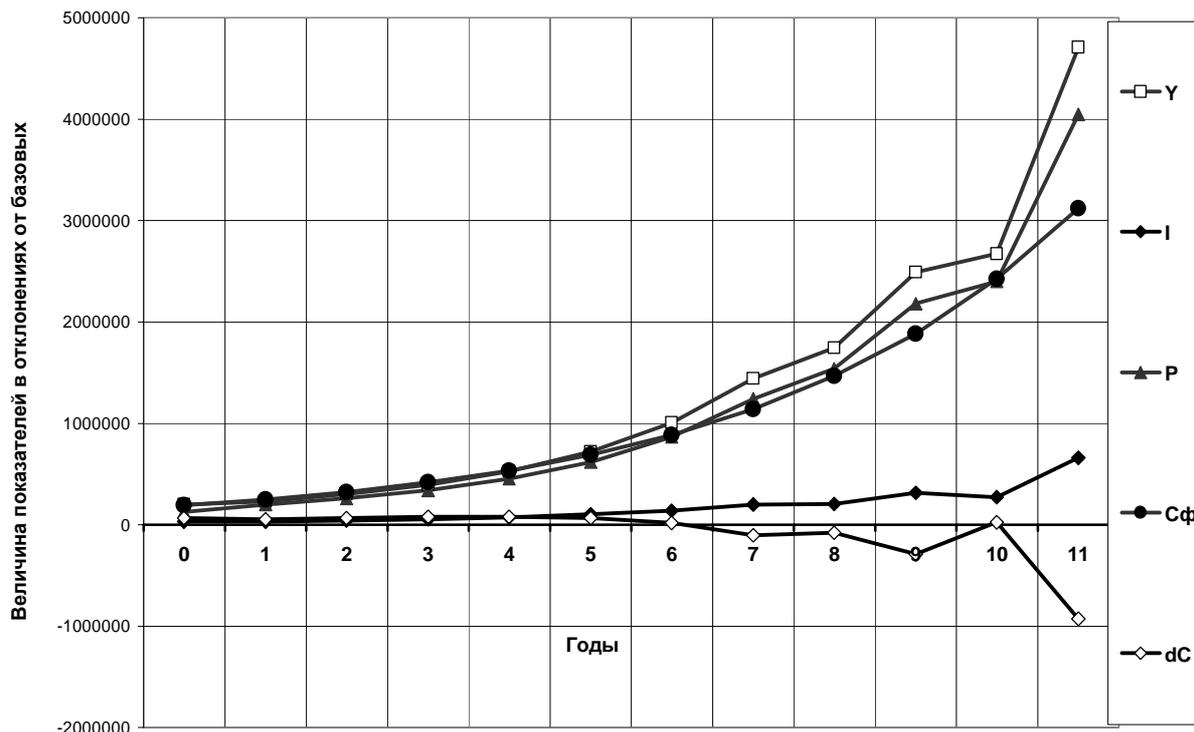


Рисунок 5.9. Графики показателей $Y(t)$, $I(t)$, $P(t)$, $Cф(t)$ и $dC(t)=DC(t)$ при фактически достигнутой норме накопления для расширенного воспроизводства физического капитала (0,14) и увеличении существующих темпов роста объемов потребления в 3,5 раза

Однако дальнейшее увеличение темпов роста объемов потребительского спроса ведет к стабилизации процесса развития экономики. На рисунках 5.10 и 5.11 приведены графики макроэкономических показателей изучаемой экономической системы при увеличении темпов роста объемов конечного потребления в пять раз, при фактически достигнутой норме накопления физического капитала. Как видно из графиков, в этом случае рост макроэкономических показателей приобретает устойчивый характер. Достижение данных условий должно обеспечиваться мерами государственного регулирования. Проведенное моделирование показало не только решающее влияние инвестиций на развитие экономики, но и зависимость объемов производства, востребованных обществом товаров и услуг, от общего уровня и качества жизни населения, характеризуемых, в частности, платежеспособным спросом.

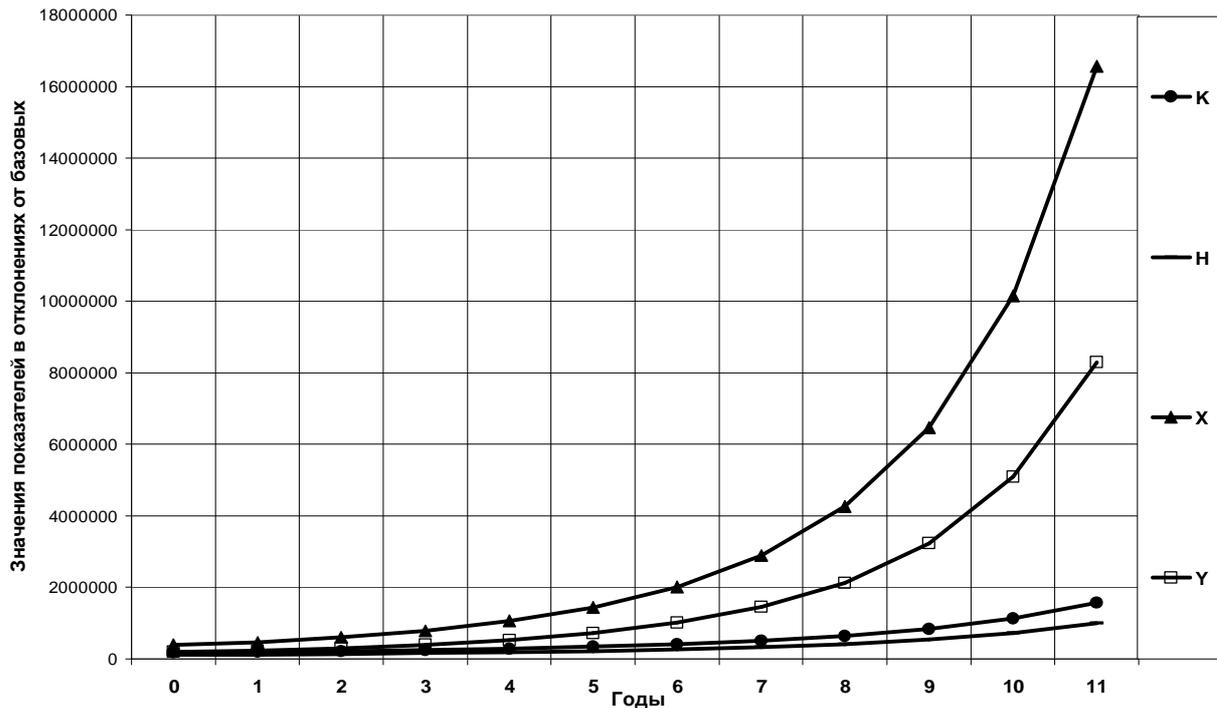


Рисунок 5.10. Графики показателей $X(t)$, $Y(t)$, $K(t)$ и $H(t)$ при фактически достигнутой норме накопления для расширенного воспроизводства физического капитала (0,14) и увеличении темпов роста объемов потребления в 5 раз

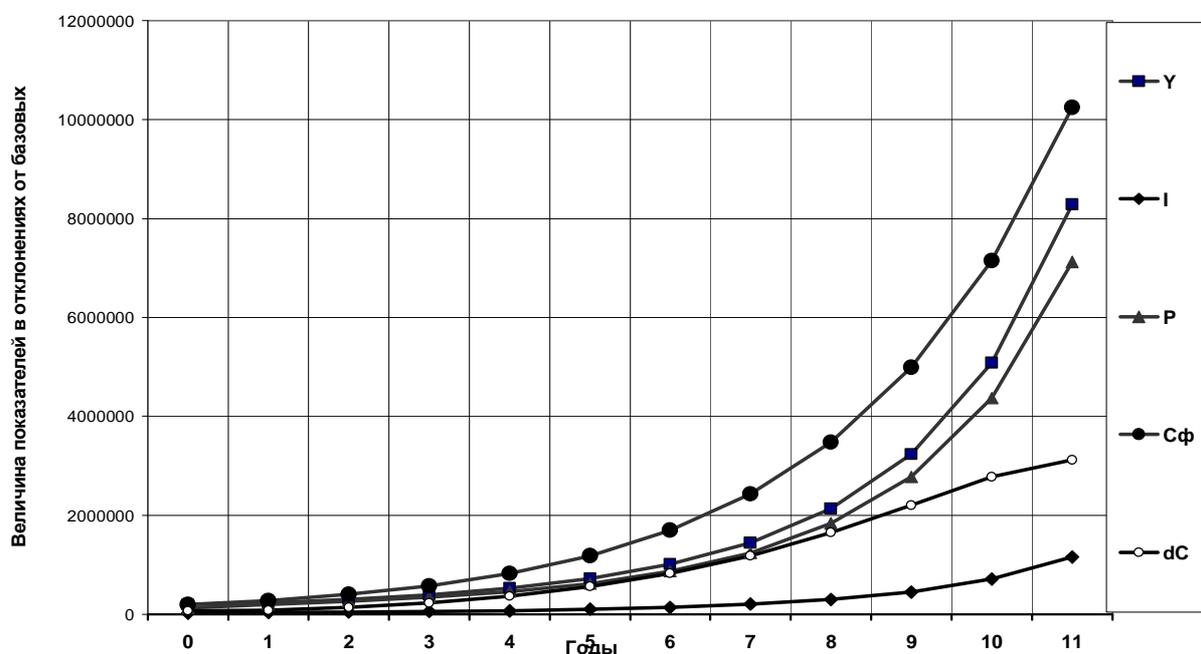


Рисунок 5.11. Графики показателей $Y(t)$, $I(t)$, $P(t)$, $Cф(t)$ и $dC(t)=DC(t)$ при фактически достигнутой норме накопления для расширенного воспроизводства физического капитала (0,14) и увеличении темпов роста объемов потребления в 5 раз

Следовательно, востребованные объемы инвестиций во многом зависят от социально-экономической политики, проводимой государственными органами на различных уровнях управления, включая региональные органы.

При рассмотрении открытой экономической системы необходимо учесть влияние экспорта и импорта товаров и услуг, иностранных инвестиций и рабочей силы, которые своим присутствием будут оказывать давление на внутренние рынки. В этих условиях роль государства в формировании социально-экономической политики существенно возрастает, в связи с чем, необходима взвешенная государственная политика протекционизма по всем этим факторам.

Эффективность функционирования экономической системы напрямую обусловлена своевременными экономически обоснованными решениями, принимаемыми работниками системы управления. Уровень их работы в современных условиях неразрывно связан с повышением эффективности обработки, используемой в процессе управления информации. Это может достигаться только за счет применения соответствующих экономико-математических методов и моделей, а также оптимально организованного использования средств сбора, передачи, хранения и обработки информации. В связи с этим, рассмотрим основные требования и этапы создания таких систем, получивших название автоматизированных информационных систем.

6. ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ – СРЕДА ДЛЯ СОЗДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

6.1. Необходимость и пути совершенствования систем управления экономическими объектами с использованием средств вычислительной техники

Одним из важнейших направлений развития системы прогнозирования, программирования и управления экономическими объектами является внедрение современных методов научного подхода с использованием экономико-математических методов и средств вычислительной техники. Ведущее место в этом комплексе мероприятий занимает разработка и внедрение информационных систем, как базовых элементов организационно-управленческой структуры на различных хозяйственных уровнях. Реализация информационных систем с использованием новейших технических, технологических, программных средств осуществляется в виде автоматизированных информационных систем (АИС). *АИС экономических объектов представляет собой совокупность информации, экономико-математических методов и моделей, технических, программных, технологических средств и специалистов, предназначенную для обработки информации и принятия управленческих решений [22, 37, 38, 48].*

Первоначально (60-е – 70-е годы прошлого века) АИС предполагалось реализовывать в виде автоматизированных систем управления (АСУ). Родоначальником работ по созданию АСУ в Советском Союзе был академик В.Н. Глушков (1923 — 1982 г.г.). Однако недостаточно высокий уровень технических средств, неготовность существовавшего аппарата управления в государстве к восприятию и использованию математических методов и средств вычислительной техники препятствовали реализации функций управления в рамках АСУ. Реально создаваемые АСУ фактически представляли собой автоматизированные системы обработки информации.

В настоящее время отношение государственных работников аппарата управления на всех уровнях управления к АСУ мало изменилось. В связи с этим в реальной экономике можно рассматривать только автоматизированные информационные системы (АИС). Однако основные теоретические разработки, полученные при попытках создания АСУ, могут с успехом использоваться при создании АИС, которые можно считать первым этапом создания в будущем полноценных АСУ. Поэтому в дальнейшем изложении данной работы будут рассматриваться только автоматизированные информационные системы.

Как известно, появление АИС стало возможным только благодаря созданию цифровых высокопроизводительных электронно-вычислительных машин (ЭВМ). Вместе с изменением возможностей ЭВМ изменялись и системы обработки информации в АИС. На первом этапе использовался принцип: одна ЭВМ — один пользователь. С увеличением производительности центральной ЭВМ стал применяться принцип группового использования ЭВМ. При этом вначале ЭВМ использовалась в режиме пакетной обработки информации, когда запускалось по очереди несколько заданий, из которых часть заданий обрабатывал процессор, часть вводилась и часть становилась в очередь на вывод.

Следующим этапом развития стало использование выносных терминалов. В этом случае сразу много пользователей, используя вынесенные пульты с экранами мониторов, могли заносить свою информацию в ЭВМ. ЭВМ обрабатывала информацию, выделяя свои ресурсы по очереди порциями каждому пользователю, либо по приоритетам. Так как время ввода — вывода информации обычно превышает время обработки, создается впечатление, что пользователь всё время имеет доступ к ЭВМ.

При дальнейшем развитии вычислительной техники в качестве терминалов стали использовать, так называемые, интеллектуальные терминалы, которые могли производить несложную обработку информации непосредственно на месте.

С появлением персональных ЭВМ снова стала преобладать схема обработки информации: один пользователь — одна персональная ЭВМ. Однако дальнейшее развитие систем обработки информации потребовало объединение этих персональных ЭВМ, вначале в локальную сеть с выделением центральной ЭВМ – сервера, который имеет большие ресурсы (ёмкость ВЗУ, быстродействие процессора, мощное печатающее устройство и т.д.), а затем и в глобальную сеть с соответствующим увеличением возможностей получения и обработки информации.

В связи с изменением технологий и структур систем обработки информации, во многом изменялись конкретные требования к АИС. Однако общие принципы построения АИС и основные выполняемые ими функции сохранялись, несмотря на эволюцию систем обработки информации.

Современный этап развития общественного производства характеризуется неуклонно возрастающей ролью и значением факторов организации и управления, интеграцией науки и производства, превращением науки в непосредственную производительную силу. Усложнение производственной структуры народного хозяйства и его межотраслевых связей, увеличение числа факторов, влияющих на темпы развития и эффективность, — все это вместе взятое порождает объективные и все возрастающие трудности управления производством. Преодоление этих трудностей, приведение в соответствие системы управления с объективными потребностями народного хозяйства возможно только на основе методологии системного подхода, реализуемого в рамках АИС.

Основная цель создания АИС заключается в обеспечении динамического и пропорционального развития объекта управления, неуклонного повышения эффективности его функционирования на основе активного применения научных достижений, широкого использования математических методов и технических средств в управленческой работе.

Система управления должна успевать перерабатывать информацию,

характеризующую процессы производства, распределения и потребления в темпе, определяемом этими процессами, их скоростью и объемом.

АИС подготавливают все необходимое (информационную базу, программное и техническое обеспечение) для создания экономико-математических моделей в режиме реального времени. Это позволяет использовать данные модели для решения возникающих задач управления и выработки эффективных управленческих решений.

Системный подход определяет комплексный характер мероприятий, направленных на постоянное совершенствование системы управления для своевременного решения проблем, выдвигаемых жизнью. При разработке и осуществлении комплекса этих мероприятий важнейшими целевыми установками являются:

- обеспечение единой политики в работе всех звеньев управления;
- четкое распределение функций, прав и ответственности между звеньями и работниками в системе управления;
- органическое сочетание централизованного руководства с самой широкой инициативой на местах;
- приближение системы управления к объекту управления;
- использование в процессе управления всех достижений научно-технического прогресса.

Наличие многовариантности способов производства и капиталовложений породило требование учета оптимальности прогнозных расчетов. От непосредственного контроля над текущими производственными процессами центр тяжести управления переместился в область прогнозирования и перспективного планирования. Стоимость управления и цена информации стали важными факторами рентабельности самого производства. В связи этим в настоящее время возрастает внимание к созданию различных автоматизированных информационных систем в экономике.

Процесс создания АИС – это последовательное и постепенное внедрение более совершенных, научно—обоснованных методов управления и

средств вычислительной техники с целью увеличения эффективности производства и повышения производительности труда. *Экономико-математические методы оптимального планирования и управления, средства автоматизированной обработки больших объемов информации в условиях функционирования АИС становятся неотъемлемой составной частью структуры управления, способом их функционирования.*

Целью научного управления является обеспечение такого руководства развитием предприятия, объединения или отрасли народного хозяйства страны, при котором достигается наилучшее выполнение задач производства с точки зрения удовлетворения его потребностей и оптимального использования всех видов ресурсов.

Качество управления определяется возможностью выбора правильного или лучшего решения, возможностью принятия своевременного решения и степенью реализации этого решения. Для высокого качества управления необходимо вовремя получать информацию о фактическом состоянии экономического процесса, а также уметь ее переработать и своевременно реализовать принятое решение. Для достижения эффективности автоматизации обработки информации необходимо выполнять следующие условия:

- точное определение целей, а также критериев развития и функционирования системы управления в соответствии с ее положением в общем комплексе;
- соответствие модели системы управления особенностям развития и функционирования управляемого объекта;
- возможность выбора действенных и своевременных решений, обеспечивающих оптимальное ведение производственно-хозяйственной деятельности;
- диалектическая взаимосвязь в развитии и совершенствовании модели системы управления и управляемого объекта;

- соответствие организационной структуры системы управления особенностям принятой модели системы управления;
- адаптация, самоорганизация системы управления согласно изменениям внутренних и внешних условий функционирования объекта управления;
- экономичность функционирования и развития системы управления.

Эти общие для функционирования систем управления условия должны использоваться и при автоматизации управления конкретным объектом. Таким образом, при создании конкретной АИС необходимо учитывать особенности каждого объекта управления, как сферы человеческой деятельности, а также достигнутый уровень автоматизации управленческой работы.

6.2. Теоретические основы создания автоматизированных информационных систем в экономике

Система управления экономическим объектом постоянно развивается, изменяется, увеличивается объем перерабатываемой информации, отражающей различные стороны происходящих экономических процессов. Используемая в этом случае АИС — это современная форма организации управления, при которой осуществление функций аппаратом управления происходит в условиях развитого применения рекомендации науки, математических методов, ЭВМ и других технических средств регистрации, передачи и обработки информации, обеспечивающих целесообразное и эффективное управление экономическим объектом.

Главные задачи АИС [5, 37]:

- совершенствование научно—методического уровня управленческой работы;
- выработка и реализация оптимальных управленческих решений с использованием экономико—математических моделей, обеспечивающих

повышение эффективности экономических процессов путем проведения комплексных многовариантных и прогнозных расчетов по развитию объекта управления;

— экономический анализ тенденций, закономерностей развития объекта управления и своевременность принятия оперативных управленческих решений;

— накопление и хранение больших объемов информации для использования ее при выполнении управленческих функций;

— обеспечение надежной информационной связи между объектами в рамках АИС.

Создание АИС включает обоснование теоретических и методологических основ этой системы, проектирование, внедрение, эксплуатацию и дальнейшее развитие ее отдельных частей. Применение современных технологических средств и методов обработки информации непосредственно влияет не только на качество управленческих решений, но вызывает рационализацию структуры аппарата управления, изменение его функций, повышение его роли и значения. *АИС следует рассматривать как интегрированную систему, осуществляющую оптимальное управление экономическими процессами и включающую технические, математические, организационные средства и методы сбора, передачи, обработки и хранения информации, а также комплекс технических средств управления.*

Научно-теоретический фундамент работ по использованию АИС формируется как совокупность знаний в области:

- социально-экономических дисциплин;
- региональной и отраслевой экономики, организации и технологии производства;
- кибернетики, математики, теории управления.

Экономическая теория дает знания об экономических законах развития производственных отношений, об экономических категориях, которые используются в процессе управления народным хозяйством. Понимание

сущности и механизмов действия основных экономических законов позволяет разработать такой экономический механизм регулирования экономическими процессами, без которого невозможно эффективное управление вообще, и особенно, в эпоху научно-технического прогресса. Создание автоматизированных систем обработки информации с особой очевидностью показывает необходимость согласованного учета требований всей системы законов по соблюдению межотраслевых пропорций, темпов развития и достижения поставленных целей экономики.

Социология и психология, изучая закономерности общественного развития и особенности человеческой психики, дают правильное объяснение новым тенденциям и явлениям социальной жизни. Создание человеко-машинных автоматизированных систем обработки информации глубоко затрагивает как социальную, так и психологическую стороны жизни членов общества, коллектива и отдельных людей. В частности, существенно меняются привычные формы организации труда у большой социальной группы людей — работников управления. Увеличение в их работе доли творческих функций, связанных с анализом ситуаций и принятием решений, предъявляет дополнительные требования к уровню их профессиональной подготовки. С созданием АИС в сфере управления в ней появляются специалисты совершенно нового профиля: математики, инженеры по вычислительной технике и средствам связи. Проблема совместимости этих новых категорий работников с традиционными категориями работников аппарата управления — одна из сложных проблем, решение которой не может быть достигнуто без знания законов экономики, социологии и психологии.

Правоведение и юриспруденция формируют научные основы законодательства, в частности, в тех его разделах, которые связаны с правовым регламентированием работы органов управления предприятий. Разработка и функционирование АИС, опирающиеся на действующее законодательство, приводит к необходимости появления новых законодательских актов

или к уточнению существующих, определению правовых норм, регламентирующих взаимодействие работников аппарата управления в условиях функционирования АИС.

Экономическая кибернетика в совокупности знаний, используемых в качестве теоретической основы АИС, составляет наиболее конструктивное звено. Это объясняется тем, что объектом исследования выступают сложные экономические системы и, в первую очередь, системы управления экономикой, а ее предметом служат информационные процессы в этих системах.

Экономическая кибернетика, оперируя общими законами управления в природе, обществе, живом организме и машине, использует их применительно к особенностям и специфике экономических систем. Она разрабатывает методы системного подхода в изучении существующих и проектировании новых систем управления, а также методы моделирования, которые служат основой для постановки и решения аналитических и прогнозных задач в рамках АИС.

Теория информации, являясь разделом кибернетики, имеет самостоятельное значение для наилучшего решения вопросов организации информации в АИС. Теория информации вооружает разработчиков АИС методами оценки объемов информации, расчета необходимой скорости ее передачи, способами оптимального кодирования и декодирования информации, методами рациональной организации автоматизированных банков данных.

Математическое программирование – обширная область математики, занимающаяся разработкой теории и методов решения оптимальных задач. В рамках математического программирования развиваются линейное, нелинейное, дискретное, динамическое, параметрическое программирование, которые находят применение в постановке и решении экономических задач.

Математическая статистика и теория вероятностей изучает закономерности развития случайных процессов. Их теоретические положения и численные методы используются для оценки взаимосвязей экономических показателей.

Современные достижения в области технической кибернетики, в том числе, в теории электронно-вычислительных машин, теории связи, теории автоматического регулирования и в других научных направлениях обеспечивают теоретически обоснованное и практически эффективное решение проблем технического обеспечения АИС.

Создание эффективных автоматизированных информационных систем предполагает выполнение ряда принципов. В первую очередь это общие законы и принципы, используемые при построении любых эффективных систем управления. Суть и содержание этих законов и принципов нашли отражение в разделе 1 (подраздел 1.2.). При построении АИС необходимо использовать принципы, расширяющие и уточняющие требования непосредственно к автоматизированным информационным системам.[5, 6].

К таким принципам относятся:

1. Принцип системного подхода.
2. Принцип непрерывного развития системы.
3. Принцип первого руководителя.
4. Принцип новых задач.
5. Принцип согласованности.
6. Принцип типизации.
7. Принцип автоматизации документооборота.
8. Принцип единой информационной базы.
9. Принцип повышенной живучести.
10. Принцип совместимости.

Первый и второй принципы уже рассмотрены в подразделе 1.2. Дополнительно можно отметить, что *разработка АИС должна основываться на системном анализе как объекта управления, так и системы управления*

этим объектом. Это означает, в частности, что должны быть определены цели и критерии для функционирования объекта управления (вместе с системой управления) и проведена структуризация, вскрывающая весь комплекс вопросов, которые необходимо решить для того, чтобы проектируемая система наилучшим образом соответствовала установленным целям и критериям.

Принцип непрерывного развития системы указывает на необходимость предусматривать возможность ввода новых и совершенствования решаемых задач, т.е. *АИС должна иметь возможность адаптации к изменениям во внешней среде.*

Принцип первого руководителя подчеркивает *необходимость управления созданием и внедрением АИС основным руководителем соответствующего объекта, в котором создается АИС.*

Принцип новых задач указывает на *необходимость решения в рамках АИС задач, которые ранее в рамках традиционных систем управления не решались.* Сюда можно отнести решение задач по оптимизации бизнес-планов работы предприятий, фирм и отраслей, быстрой выработке оперативных решений, четком маневрировании трудовыми, материальными и финансовыми ресурсами и т.п. Применение данного принципа *предусматривает широкое использование экономико-математических методов и моделей.* В конечном итоге это дает возможности:

- увеличить объемы производства за счет более эффективного использования ресурсов;
- сократить риски и потери на производстве за счет принятия своевременных и обоснованных решений;
- сократить время обработки информации, устранить рутинную ручную обработку информации.

Принцип согласованности предполагает, что при разработке АИС следует *обеспечивать согласованность работы взаимосвязанных подсистем АИС.*

Принцип типизации проектных решений. Данный принцип предусматривает *разработку системного, математического, программного, технического обеспечения, таким образом, чтобы предлагаемые решения подходили бы возможно широкому кругу пользователей.* Основная проблема, с которой сталкивается разработчик системы, используя этот принцип, то, что различные элементы системы имеют различный уровень типизации. Так, наиболее высокий уровень типизации у технических комплексов и системного программного обеспечения, наиболее низкий – у рабочих программ.

Принцип автоматизации документооборота указывает на необходимость того, чтобы часть, а в перспективе *весь документооборот, должен осуществляться по технологии обработки информации без бумажных носителей.*

Принцип единой информационной базы – это принцип однократного ввода информации. Он означает, что независимо от числа задач, в которых используются эта информация, количества обращений к ней, *ввод данной информации в ЭВМ должен осуществляться однократно с последующей выдачей её по мере необходимости из памяти машины.*

Принцип повышенной живучести, то есть *способности АИС выполнять основные функции при выходе из строя некоторых звеньев системы.* При этом допускается снижение эффективности работы системы в целом. Один из путей реализации повышенной живучести системы заключается в возможности перехода к автономной работе ее подсистем. Другим способом является резервирование наиболее ответственных звеньев АИС.

Принцип совместимости. Данный принцип заключается в *обеспечении взаимодействия АИС различных видов и уровней в процессе совместного функционирования.* Это позволяет своевременно обмениваться информацией между различными системами управления.

Кроме перечисленных принципов могут существовать частные принципы, детализирующие общие принципы. Реализация вышеназванных

принципов осуществляется путем создания соответствующих структуры и состава АИС, которые будут рассмотрены в следующем подразделе.

6.3. Структура, состав и назначение подсистем автоматизированной информационной системы

Структура автоматизированной информационной системы состоит из совокупности отдельных частей, так называемых, подсистем. В качестве подсистемы при этом понимается *выделенное из системы по определенному правилу (принципу) целенаправленное подмножество взаимосвязанных элементов*. Данные подсистемы можно подразделить по функциональным и обеспечивающим признакам. Функциональные подсистемы включают в себя решение отдельных задач и комплексов задач, непосредственно связанных с управлением различных сфер деятельности объекта управления. Обеспечивающие подсистемы предназначены для создания среды, которая дает возможность осуществлять решение задач управления.

Состав и назначение функциональных подсистем определяется видом объекта управления и для разных по своей сущности объектов они различны. В тоже время *состав и назначение обеспечивающих подсистем для разных объектов управления в принципе примерно одинаковы*. Это не исключает различий в конкретном исполнении обеспечивающих подсистем для различных объектов управления. В качестве примера рассмотрим состав и назначение функциональных подсистем для объектов управления в сельском хозяйстве и в промышленности.

Сельское хозяйство является важнейшей отраслью экономики, обеспечивающей потребности населения в продуктах питания, а промышленность в сырье. В свою очередь, промышленность определяет уровень производства в сельском хозяйстве. Таким образом, данные отрасли народного хозяйства являются взаимосвязанными.

В соответствии с техническим заданием на разработку автоматизированной системы управления сельским хозяйством (АСУ—сельхоз) струк-

тура АИС и состав подсистем отрасли «Сельское хозяйство» может быть представлены в виде блок-схемы отраженной на рисунке 6.1.

В данной блок-схеме показаны функциональные и обеспечивающие подсистемы [54]. При этом функциональные подсистемы включают в себя основные комплексы задач, решение которых связано с управлением отраслью. В обеспечивающих подсистемах решаются задачи создания среды для эффективной работы функциональных подсистем. Структура данной автоматизированной системы является типовой для АИС различных объектов управления в сельском хозяйстве.



Рисунок 6.1. Структура автоматизированной информационной системы отрасли «Сельское хозяйство»

Принятые обозначения на рисунке 6.1.:

а) для функциональных подсистем:

1 – подсистема управления общим развитием сельского хозяйства;

2 – подсистема управления растениеводством;

3 – подсистема управления животноводством;

- 4 – подсистема управления ветеринарной службой;
- 5 – подсистема управления механизацией и электрификацией сельского хозяйства;
- 6 – подсистема управления капитальными вложениями и капитальным строительством;
- 7 – подсистема управления материально—техническим обеспечением и комплектацией;
- 8 – подсистема управления агрохимическим обслуживанием;
- 9 – подсистема управления трудом и кадрами;
- 10 – подсистема управления развитием АИС, систем связи и диспетчерских систем;

б) для обеспечивающих подсистем:

- 1¹ – подсистема информационного обеспечения;
- 2¹ – подсистема лингвистического обеспечения;
- 3¹ – подсистема математического обеспечения;
- 4¹ – подсистема программного обеспечения;
- 5¹ – подсистема технического обеспечения;
- 6¹ – подсистема защитного обеспечения.

В данной АИС функции подсистем организационно-правового обеспечения, кадрового обеспечения и эргономического обеспечения осуществляются в рамках функциональной подсистемы управления развитием АИС, систем связи и диспетчерских систем.

Основной состав комплексов задач функциональных подсистем АИС отрасли «Сельское хозяйство» следующий [54]:

1. Подсистема управления общим развитием сельского хозяйства:
 - система автоматизации расчетов по сельскому хозяйству;
 - бизнес—планирование развития и размещение отрасли;
 - бизнес—планирование экономических показателей;
 - ценообразование;
 - бухгалтерский учет, анализ, аудит и отчетность;

- общеэкономический анализ сельского хозяйства;
- оперативное управление;
- планирование и анализ научно-исследовательских работ;
- научно-техническая информация.

2. Подсистема управления растениеводством:

- землепользование и землеустройство;
- мелиорация и водное хозяйство;
- селекция, семеноводство и сортоиспытания сельскохозяйствен-

ных культур;

- защита растений;
- производство и распределение продукции.

3. Подсистема управления животноводством:

- скотоводство;
- свиноводство;
- овцеводство и козоводство;
- птицеводство;
- коневодство, звероводство и др.;
- корма и кормление;
- производство и распределение продукции.

4. Подсистема управления ветеринарной службой:

- прогнозирование и планирование ветеринарных мероприятий;
- оперативное управление;
- учет, анализ, отчетность и ветеринарные мероприятия.

5. Подсистема управления механизацией и электрификацией сельского хозяйства:

- сельскохозяйственная техника и оборудование;
- транспорт.

6. Подсистема управления капитальными вложениями и капитальным строительством:

- основные фонды;

- капитальные вложения;
- освоение капитальных вложений;
- капитальный ремонт;
- оценка технического прогресса;
- нормативы потребности капитальных вложений.

7. Подсистема управления материально-техническим обеспечением и комплектацией:

- материально-техническое обеспечение;
- материально-техническое снабжение.

8. Подсистема управления агрохимическим обслуживанием:

- применение удобрений и химических средств в сельском хозяйстве;
- мелиорация кислых и солонцовых почв;
- обработка результатов анализов;
- экономический анализ использования удобрений;
- качество кормов.

9. Подсистема управления трудом и кадрами:

- затраты труда;
- руководящие кадры.

10. Подсистема управления развитием АИС, систем связи и диспетчерских систем:

- создание и обеспечение работы сети информационно-вычислительных центров;
- развитие системы связи для АИС и диспетчерских систем;
- создание и обеспечение работы диспетчерских систем;
- развитие производства и обеспечение поставок оргтехники и оборудования для управления сельскохозяйственным производством.

Каждая из вышеперечисленных функциональных подсистем АИС отрасли «Сельское хозяйство» включает комплексы задач, связанных с реализацией функций планирования, учета, отчетности, экономического

анализа и оперативного управления производством. Назначение и состав обеспечивающих подсистем рассмотрим в подразделе 6.4.

Перейдем к рассмотрению типовой структуры АИС среднего по размерам машиностроительного предприятия [37, 48]. Блок-схема такой структуры приведена на рисунке 6.2.



Рис. 6.2. Структура автоматизированной информационной системы машиностроительного предприятия

На рисунке 6.2. приняты следующие обозначения:

а) для функциональных подсистем:

1 – подсистема управления маркетингом и сбытом готовой продукции;

2 – подсистема технико-экономического планирования;

3 – подсистема управления технической подготовкой производства;

4 – подсистема оперативного планирования и управления основным производством;

5 – подсистема управления материально-техническим обеспечением;

- 6 – подсистема управления вспомогательными производствами;
- 7 – подсистема управления кадрами;
- 8 – подсистема бухгалтерского учёта и статистической отчётности;
- б) для обеспечивающих подсистем:
 - 1¹ – подсистема информационного обеспечения;
 - 2¹ – подсистема математического обеспечения;
 - 3¹ – подсистема программного обеспечения;
 - 4¹ – подсистема технического обеспечения;
 - 5¹ – подсистема организационно-правового обеспечения;
 - 6¹ – подсистема лингвистического обеспечения;
 - 7¹ – подсистема кадрового обеспечения;
 - 8¹ – подсистема эргономического обеспечения;
 - 9¹ – подсистема защитного обеспечения.

Рассмотрим основной состав решаемых задач в каждой из функциональных подсистем АИС машиностроительного предприятия [48].

1. Подсистема управления маркетингом и сбытом готовой продукции включает следующие задачи:

- изучение спроса на продукцию, определение наличия конкурентных товаров и потенциальных потребителей;
- формирование рынка сбыта готовой продукции (реклама товаров, проведение выставок, конференций, семинаров, ярмарок и т. п.);
- прогнозирование спроса на готовую продукцию;
- учет готовой продукции;
- формирование «портфеля» заказов;
- составление планов реализации и отгрузки готовой продукции;
- нормирование и регулирование запасов готовой продукции;
- контроль и анализ реализации готовой продукции по номенклатуре и потребителям.

2. Подсистема технико-экономического планирования включает задачи:

- перспективное прогнозирование развития производства;
- годовое планирование развития производства;
- составление годового плана с разбивкой по кварталам:
 - выпуска и реализации продукции;
 - загрузки мощностей;
 - расчетов по труду и заработной плате;
 - образования себестоимости продукции;
 - формирования сметы затрат;
 - образования различных фондов;
 - получения прибыли и рентабельности;
 - цен на готовую продукцию;
 - величины оборотных средств;
 - получения и распределения финансов;
 - организационных и технических мероприятий, обеспечивающих выполнение годового плана;
- отчет и анализ выполнения показателей годового плана.

3. В подсистему управления технической подготовкой производства входят задачи:

- планирование и учет технической подготовки производства;
- проектирование и конструирование новых изделий (продукции);
- проектирование технологических процессов изготовления новых изделий;
- разработка сетевых графиков подготовки производства новых изделий;
- планирование и учет обеспечения производства технической оснасткой;
- расчет экономической эффективности новых изделий;
- инженерные расчеты;
- расчеты нормативов затрат и трудоемкости новых изделий.

4. Подсистема оперативного планирования и управления основным производством включает в себя следующие задачи:

- оперативное планирование производства по подразделениям и предприятию в целом;
- планирование и учет загрузки оборудования;
- расчет сетевых графиков изготовления изделий;
- оперативный контроль выполнения планов по подразделениям и предприятию в целом;
- диспетчеризация.

5. В подсистему управления материально-техническим обеспечением входят задачи:

- расчет потребности в оборудовании, сырье, материалах и комплектующих изделиях в целом по году и в разрезе кварталов;
- расчет нормативных запасов сырья, материалов и комплектующих изделий;
- оперативный учет поступления оборудования, сырья, материалов и комплектующих изделий;
- учет движения материалов, сырья и комплектующих изделий на складах;
- анализ использования материальных ресурсов.

6. Подсистема управления вспомогательными производствами состоит из следующих задач:

- планирование, учет, отчетность и анализ работы вспомогательных служб:
 - а) первичной обработки сырья;
 - б) подготовки инструмента и оснастки;
 - в) водоснабжения и энергоснабжения;
 - г) транспорта.

7. Подсистема управления кадрами включает задачи:

- расчет потребности в кадрах;

– составление и контроль планов подготовки и переподготовки кадров;

– учет движения кадров;

– отчет и анализ движения кадров;

– выдача справочной информации по кадрам.

8. В подсистему бухгалтерского учета и отчетности включены следующие задачи:

– расчет фактической прибыли и рентабельности;

– учет основных средств;

– учет движения материальных ценностей;

– учет труда и заработной платы;

– учет затрат на производство;

– учет готовой продукции и ее реализации;

– составление отчетных калькуляций себестоимости;

– учет незавершенного производства;

– учет брака;

– учет транспортных затрат;

– учет денежных, расчетных и кредитных операций;

– составление сводного баланса;

– составление отчетности о работе предприятия.

Перечисленные в п.п. 1-8 задачи в зависимости от специфики работы предприятия и глубины проработки *могут представлять собой либо сравнительно небольшие по объему и простые по алгоритму задачи, либо являться достаточно сложными комплексами задач.* Необходимо отметить также, что АИС является человеко–машинной системой обработки информации и *степень автоматизации решения задач во многом зависит от разработчиков АИС, подготовленности работников служб предприятия, состава и уровня разработки обеспечивающих подсистем АИС.*

Обеспечивающие подсистемы АИС, разработанные для разных объектов управления, несмотря на различия конкретных реализаций, имеют

много общего по назначению, составу решаемых задач и по исполнению. Поэтому при их рассмотрении нецелесообразно разделять эти подсистемы по виду объектов управления, для которых они используются.

6.4. Состав и назначение обеспечивающих подсистем автоматизированной информационной системы

6.4.1 Информационное обеспечение

Информационное обеспечение представляет собой совокупность единой системы технико-экономических показателей, формализованных языков описания, унифицированных систем документации (УСД), единой системы классификации и кодирования технико-экономической информации (ЕСККТЭИ), а также массивы внутримашинной информации, используемой в АИС, включая методы сбора, контроля, передачи, хранения, поиска и выдачи [37, 48]. Цель информационного обеспечения состоит в том, чтобы обеспечить эффективное функционирование АИС путём предоставления работникам управления необходимой для принятия решений информации.

С учетом общих принципов создания АИС при построении информационного обеспечения необходимо соблюдать следующие основные требования:

1. Обеспечение возможности развития и адаптации информационного обеспечения к новым условиям путем включения в него новых элементов без нарушения принятой структуры построения.
2. Обеспечение информационной совместимости внутри АИС, между АИС различных уровней управления.
3. Обеспечение возможности построения и использования на базе основных массивов информации необходимого количества постоянных или временных рабочих массивов.
4. Построение единой информационной базы, в которой хранится и постоянно обновляется информация, необходимая для решения большин-

ства задач управления, как основы создания интегрированной системы обработки данных.

5. Однократный ввод информации и многократное ее использование.

6. Исключение неоправданного дублирования информации в информационных массивах.

7. Простота общения потребителя с системой.

Важным средством удовлетворения требований, предъявляемых к информационному обеспечению, является хранение информации на машинных носителях и их использование для накопления и хранения необходимой для решения задач информации. *Информационное обеспечение может быть представлено совокупностью различных по содержанию и организованных по задачам массивов информации.*

Однако решающим средством удовлетворения потребностей в информации является банк данных АИС. Хранение информации в нем осуществляется с минимальной избыточностью, включая определенные логические связи данных между собой, что существенно облегчает обновление и поиск данных. Банк данных дает возможность более эффективно применять экономико-математические методы для построения математических моделей. Функциями банка данных АИС являются:

а) ввод и накопление данных на машинных носителях;

б) хранение и поддержание в рабочем состоянии необходимых объемов информации в течение установленного периода;

в) контроль и защита информации при генерировании баз данных и в процессе функционирования банка данных;

г) ведение каталога хранимых в банке данных технико-экономических показателей;

д) произвольная и упорядоченная выборка, преобразование и выдача в режиме обработки запросов с выдачей информации, как на печатающее устройство, так и на экран дисплея.

Банк данных АИС должен обеспечить:

- а) доступ к хранимым данным с учетом приоритетности использования информации;
- б) генерирование баз данных с минимальной избыточностью информации;
- в) перевод хранимой информации из одной структуры хранения в другую;
- г) восстановление баз данных при их разрушении;
- д) поиск и выборка совокупностей и отдельных технико-экономических показателей из нескольких баз данных с формированием рабочих файлов данных;
- е) независимость форм выдачи хранимых данных от программ обработки;
- ж) минимизацию времени доступа к конкретной информации;
- з) инвариантность к изменению форм входной документации;
- и) обеспечение возможности совершенствования и расширения баз данных и программного обеспечения банка данных.

В банке данных хранятся основные массивы с фактическими данными (годовые отчеты, текущие отчеты), плановыми показателями (включая прогнозные), нормативами и параметрами и с оперативной информацией, которые используются различными функциональными подсистемами, а также специальные массивы, которые требуются отдельным функциональным подсистемам. Важным аспектом функционирования банка данных и взаимодействия его с пользователями является наличие развитого словарного фонда. В простейшем случае эти средства могут быть сведены к разработке тезаурусов на каждую проблему. Непроцедурный формализованный язык общения пользователей с банком должен быть по возможности приближен к естественной терминологии в профессиональной деятельности пользователя и может быть реализован набором стандартных запросов.

Составной частью работ по созданию и внедрению АИС является рационализация и совершенствование документации, циркулирующей в

системе. Унифицированная система документации (УСД) представляет собой рационально организованный комплекс взаимосвязанных документов, отвечающих единым правилам построения и содержащих информацию, необходимую для управления производством на основе применения экономико-математических методов и вычислительной техники.

Работы по унификации документов касаются как формы, так и содержания. Принципиально необходимо исходить из того, что:

- каждый акт хозяйственной деятельности фиксируется только один раз, т. е. только в одном документе. Эту однократно зафиксированную информацию можно потом многократно и комплексно использовать для решения различных задач управления;

- целесообразно исключать нормативную и справочную информацию из документов;

- не осуществляется повторный перенос содержащейся в документах нормативной и справочной информации на машинные носители, так как она может храниться в банке данных, т.е. уже имеется на машинных носителях.

УСД включает унифицированные системы документации по планированию, бухгалтерской и статистической отчетности, первичной учетной документации.

В УСД должны входить отраслевые стандарты, устанавливающие основные требования к содержанию и формам унифицированных документов. В УСД используется единая система технико-экономических показателей и классификаторов, применяемых в АИС. Система показателей представляется не только как простой перечень показателей, но и отражает место каждого конкретного показателя в системе и взаимосвязи между показателями. Для получения сопоставимой и сравнимой информации, необходимо, чтобы выделение показателей осуществлялось по единой методике. Единая система технико-экономических показателей по производству включает совокупность показателей планирования, учета, отчетности, от-

ражающих различные стороны процесса производства и используемых для решения задач управления.

Возрастающий объем информации и применение вычислительной техники для обработки информации требуют создания системы классификации и кодирования, на базе единой системы технико-экономических показателей и УСД. Система классификации и кодирования АИС состоит из отраслевых классификаторов, используемых при решении задач на всех уровнях управления отраслью, локальных классификаторов, применяемых при решении специфических задач определенного уровня или сферы управления и общероссийских классификаторов, которые обеспечивают классификацию и кодирование информации при межведомственном обмене информацией. К системе классификации и кодирования технико-экономической информации предъявляются следующие требования:

- единый принцип выделения классификаторов;
- однозначность кодирования информации;
- полнота охвата информации;
- минимальное количество знаков в коде;
- стабильность системы классификации и кодирования в течение длительного периода времени;
- обеспечение расширения системы классификации и кодирования за счет введения новых позиций и включения новых классификаторов.

В настоящее время в информационном обеспечении АИС при создании массивов информации сочетается как принцип отдельных массивов, так и принцип банка данных.

6.4.2. Математическое обеспечение

В состав математического обеспечения АИС входят: методы, экономико-математические модели, алгоритмы решения задач системы [37, 48].

Экономико-математические методы, модели и алгоритмы разрабатываемые и применяемые в АИС составляют единую систему и обеспечивают группировку, обработку и анализ информации с целью обоснования управленческих решений на всех уровнях управления единым и взаимосвязанным образом.

В АИС решаются задачи учетного, аналитического и расчетного типов. По методу математической реализации задачи могут быть разделены на информационно-логические и оптимизационные.

Информационно-логические задачи – это задачи учетного и аналитического типов. Результатами решения этих задач являются отчетные и аналитические таблицы. Для данных задач характерными математическими операциями являются сортировка по различным признакам, группировка показателей, выполнение несложных, логических и арифметических операций.

Основными методами решения оптимизационных задач являются:

1. Методы, модели и алгоритмы *математической статистики*, которые могут быть использованы в основном для определения нормативов и технических коэффициентов, применяемых в оптимизационных методах и моделях.

2. Методы, модели и алгоритмы *имитации экономических процессов*, которые позволяют получить исходную базу для построения моделей оптимизации и оперативного планирования.

3. Методы, модели и алгоритмы для определения *оптимальных решений (линейное, нелинейное, стохастическое программирование, управление запасами, календарные и сетевые методы и модели и т. д.)*, с помощью которых разрабатывается система моделей для годового и перспективного прогнозирования и планирования.

4. Методы, модели и алгоритмы *матричного моделирования* (балансы межотраслевые и межпродуктовые), используемые в качестве инструмента анализа и обоснования технических коэффициентов и необходимых

нормативов, а также пропорций и темпов развития экономических процессов.

Каждому уровню управления (отрасль, территория, предприятие) должна соответствовать своя система экономико-математических моделей. Главной задачей математического обеспечения функциональных подсистем АИС на первом этапе является построение моделей для всех уровней управления, пригодных к использованию для прогнозирования и планирования с соблюдением принципа оптимальности.

6.4.3. Программное обеспечение

Программное обеспечение представляет собой совокупность программ для реализации задач АИС на базе применения средств вычислительной техники [37, 48]. В зависимости от функций выполняемых программным обеспечением его можно разделить на базовое (системное) и прикладное программное обеспечение.

Базовое программное обеспечение организует процесс обработки информации в ЭВМ и обеспечивает нормальную рабочую среду для прикладных программ. Прикладное программное обеспечение предназначено для решения конкретных задач пользователя и организации вычислительного процесса АИС в целом.

В состав базового программного обеспечения входят:

- операционные системы;
- сервисные программы;
- трансляторы языков программирования;
- программы технического обслуживания.

Операционные системы (ОС) – это совокупность программных средств, обеспечивающих управление процессом обработки информации и взаимодействие между аппаратными средствами и пользователем.

Сервисные программы – это совокупность программных средств, предоставляющих пользователю дополнительные услуги в работе с ком-

пьютером и расширяющие возможность операционных систем. По способу организации они делятся на оболочки, утилиты и автономные средства.

Трансляторы языков программирования осуществляют перевод текста программы с языка программирования в машинный код. Трансляторы обычно подразделяют на компиляторы и интерпретаторы. В первом случае, оттранслированная программа сохраняется в ЭВМ и может многократно использоваться, а во втором случае, производится пошаговая трансляция и выполнение команд. Программа в машинном коде не сохраняется. Отдельно выделяются ассемблеры. При их использовании программист составляет программу в машинном коде, но записанную mnemonicскими символами.

Программы технического обслуживания – это специальные программы и средства диагностики, используемые для контроля правильности работы ЭВМ и ее отдельных устройств.

Реализация задач пользователя на ЭВМ производится с использованием прикладного программного обеспечения, которое работает под управлением операционных систем. *Прикладное программное обеспечение делится на пакеты прикладных программ (ППП) различного назначения и рабочие программы пользователя и АИС в целом.*

Различают ППП: общего назначения, методоориентированные, проблемно-ориентированные, глобальных сетей ЭВМ, организации вычислительного процесса.

ППП общего назначения можно подразделить на: редакторы текстовые и графические, электронные таблицы, системы управления базами данных, интегрированные пакеты, case- технологии, экспертные системы и системы искусственного интеллекта.

В методоориентированных ППП в основу работы пакета положен какой-либо экономико-математический метод решения задач.

Имеются ППП:

— математического программирования (линейного, динамического, целочисленного, статистического и т.д.);

— сетевого планирования и управления;

— теории массового обслуживания;

— математической статистики и др.

Проблемно-ориентированными ППП называются программные продукты, предназначенные для решения какой-либо задачи в конкретной функциональной области.

ППП глобальных сетей ЭВМ предназначены для обеспечения доступа пользователя к территориально распределённым общесетевым ресурсам, базам данных, передаче сообщений. Они используются для организации электронной почты, телеконференций, электронной доски объявлений обеспечения секретности передаваемой информации и т.д. Обычно все эти возможности предусматриваются в стандартных пакетах, предназначенных для работ в глобальных сетях.

6.4.4. Техническое обеспечение

Техническое обеспечение АИС – это совокупность средств сбора, регистрации, первичной обработки, передачи, комплексной обработки и накопления информации, а также мероприятий по обоснованию комплекса технических средств, их размещения и организации, оптимального использования [48]. Комплекс технических средств АИС прямо связан с системой организации производства и зависит от концепции организации информационных потоков и системы управления.

Достаточно сложным вопросом является организация информационных потоков из производственных подразделений, являющихся основными источниками первичных документов. С этой целью организуются диспетчерские службы различных уровней.

Технологический процесс обработки данных АИС должен обеспечивать:

— автоматизированный сбор, первичную обработку и накопление для дальнейшей обработки информации;

— выдачу информации по запросам пользователей — работников различных уровней управления на основе взаимодействия в режиме диалога;

— подготовку и эксплуатацию в режиме телекоммуникационного доступа банка данных;

— формирование, ведение и эксплуатацию библиотеки программ системного и прикладного программного обеспечения;

— выполнение заданного регламента проведения расчётов;

— своевременное и качественное оформление и размножение документов и выходных форм;

— надёжное хранение печатных документов и машинных носителей, контроль сохранности информации на магнитных носителях, её корректировку и перезапись с целью обновления массивов;

— автоматизированное управление основными процессорами обработки данных в вычислительном центре;

— надёжную работу технических средств системы посредством организации профилактического обслуживания и постоянного диагностирования оборудования;

— обмен информацией с другими АИС;

Комплекс технических средств должен обеспечивать выполнение функций технологического процесса обработки данных. Он должен быть построен на базе следующих функциональных групп и комплексов:

— комплекс обработки данных;

— функциональная группа телеобработки данных;

— функциональная группа средств оргтехники и множительной техники.

Комплекс обработки данных должен осуществлять:

— обработку данных с использованием мультипрограммных возможностей ЭВМ в условиях заданного регламента проведения расчётов;

— функционирование банка данных.

Комплекс оперативной обработки данных должен осуществлять:

— автоматизированный ввод и первичную обработку данных, поступающих от удаленных абонентов;

— функционирование банка данных системы в оперативном режиме.

Функциональная группа телеобработки должна обеспечивать:

— автоматическую связь с абонентами;

— прием достоверной информации и ввод ее в ЭВМ;

— формальный и логический контроль принятой информации;

— диспетчеризацию функций контроля и управления процессом автоматизированного сбора и обработки оперативной информации;

— выдачу информации пользователям по запросу;

— представление оперативной информации пользователям с помощью видеотерминалов;

— диалоговый режим работы пользователя.

Функциональная группа средств оргтехники и множительной техники обеспечивает размножение в требуемом количестве экземпляров выходных форм, получаемых на ЭВМ.

Комплекс технических средств должен иметь возможность расширения за счет дополнительных устройств в соответствии с составом выбранных ЭВМ, по мере наращивания мощности АИС.

6.4.5. Организационно-правовое обеспечение

Организационно-правовое обеспечение АИС представляет собой упорядоченную совокупность нормативных актов регламентирующих [48]:

а) общие вопросы создания и внедрения АИС;

б) определение и классификацию АИС;

в) организацию работ по созданию АИС (организация работ у заказчика, организация работ у разработчика, права и обязанности, а также

ответственность согласно договорным отношениям заказчиков и разработчиков, финансирование работ по созданию АИС и т. д.);

г) методiku оценки экономической эффективности АИС;

д) правовое положение вычислительного центра;

е) порядок разработки, сбора и использования программ, комплектов документации к ним, алгоритмов, информационных материалов по программному обеспечению;

ж) использование средств связи в АИС;

з) создание информационной базы, организацию работ по созданию и ведению УСД, классификаторов и т.д.;

и) правовое регулирование труда работников АИС.

В общую часть правового обеспечения АИС входят акты, относящиеся к общим вопросам создания и функционирования АИС.

Основным инструментом, обеспечивающим высокий научно-технический уровень в методическом единстве АИС, служит комплекс методических материалов, регламентирующих процесс создания АИС. Данные материалы определяют организацию работ по созданию АИС у разработчика и заказчика, регламентируют порядок разработки, согласования и утверждения документов проекта. Применение комплекса единых методических материалов создает условия для успешного решения многих проблем проектирования АИС.

6.4.6. Кадровое обеспечение

Кадровое обеспечение является составной частью структуры автоматизированной информационной системы .и представляет собой человеческий фактор в процессе управления, т.е. объединяет в себе [48]:

- человека, как создателя АИС;

- человека, использующего отдельные части системы управления;

- человека, как участника и исполнителя отдельных участков технологии управления.

Человек является активным звеном во всей системе. Его способности и инициатива являются основой дальнейшего развития системы, ее совершенствования и целенаправленного функционирования. Кадровое обеспечение включает также методы взаимного сотрудничества, способы повышения квалификации, установления профиля квалификации.

С точки зрения отношения к процессу управления и функционирования АИС можно выделить следующие группы работников:

1. Работники органов управления. В эту группу включаются специалисты системы управления, которые участвуют в разработке и эксплуатации функциональных подсистем АИС.

2. Работники вычислительных центров. Эта группа специалистов обеспечивает функционирование АИС (вычислительной техники, информационного и программного обеспечения и т.д.).

3. Исследовательские кадры и проектировщики АИС.

Эта группа включает в себя высококвалифицированных научных работников различного профиля, проектировщиков АИС. Данная группа работников осуществляет совершенствование всех частей АИС, обеспечивает контакт с работниками системы управления, апробацию и проведение в жизнь новых методов управления.

Подготовка кадров для АИС ведется путем:

а) привлечения к работам по АИС выпускников соответствующих вузов;

б) повышения квалификации работников на соответствующих курсах;

в) проведения специальных инструктажей, разовых семинаров и т.п.

По мере разработки и внедрения отдельных частей подсистем АИС проводится подготовка представителей заказчика, направленная на ознакомление с конкретными возможностями внедряемых задач и обучение необходимым действиям для обеспечения промышленной эксплуатации задач АИС.

6.4.7. Лингвистическое и эргономическое обеспечение

Лингвистическое обеспечение - это совокупность языковых средств, используемых на разных этапах создания АИС в целях повышения эффективности разработки и облегчения общения человека с ЭВМ [48].

Сюда относятся языковые средства облегчающие проектирование АИС, алгоритмические языки и языковые средства общения человека с ЭВМ.

Эргономическое обеспечение - это методы и средства создания оптимальных условий работы человека в АИС. В данное обеспечение входят как защитные устройства, уменьшающие вредное воздействие ЭВМ на человека, так и методы и средства, облегчающие работу человека в АИС, снижающие его утомляемость.

6.4.8. Защитное обеспечение

Защитное обеспечение – это совокупность средств защиты информации в АИС от несанкционированного доступа и преднамеренного ее искажения [48]. Средства защиты информации включают в себя комплекс средств, которые подразделяются на:

- организационно-административные;
- технические;
- программные;
- технологические;
- правовые и морально-этические.

Совокупность этих средств обеспечивают надежную защиту информации в АИС.

6.5. Стадии и этапы создания автоматизированной информационной системы

Согласно стандартам на создание автоматизированных систем все работы разбиты на определенные стадии и этапы [7 –10]. Учитывая положения данных документов, составим логически обоснованный укрупнен-

ный порядок разработки и создания АИС. При этом рассмотрим содержание основных стадий и этапов работ.

1. Предпроектная стадия. Данная стадия фактически включает три этапа:

1 этап. Обследование объекта и системы управления. В результате обследования разрабатывается отчет об обследовании. В данный отчет должны быть включены:

- характеристика объекта и системы управления им;
- обоснование цели создания АИС;
- выбор и обоснование комплекса автоматизируемых задач и функциональных подсистем;
- альбомы входных и выходных документов;
- перечень необходимых организационно-технических мероприятий по созданию АИС;
- выводы и предложения по созданию АИС.

2 этап. Разработка технико-экономического обоснования на создание АИС. На данном этапе осуществляются:

- анализ результатов обследования объекта и системы управления;
- разработка, согласование и утверждение технико-экономического обоснования (ТЭО) на создание АИС.

3 этап. Разработка технического задания (ТЗ) на создание АИС. В данный документ должны входить:

- состав оснований для разработки АИС;
- назначение и основные требования к АИС;
- перечень материалов, используемых для разработки АИС;
- перечень и организация работ на различных стадиях создания АИС;
- оценка экономической эффективности и научно-технического уровня создаваемой системы;

В состав работ 3-го этапа также входит согласование и утверждение ТЗ.

2. Стадия «Разработка проектов» включает три этапа. Рассмотрим перечень основных работ на каждом этапе.

На 1-м этапе осуществляется разработка технического проекта. В него входят:

- разработанные и принятые общесистемные решения по АИС в целом;
- разработка функциональных подсистем АИС и, в первую очередь, постановок задач, комплексов задач и их взаимосвязей;
- разработка решений по обеспечивающим подсистемам АИС, в частности, по информационному, программному, организационно-правовому, техническому и другим видам обеспечений.

В конце выполнения работ на данном этапе производится оформление, согласование и утверждение технического проекта АИС.

На 2-м этапе производится разработка рабочего проекта АИС. В состав работ включаются:

- организация работ по созданию рабочего проекта;
- разработка общесистемных решений по рабочему проекту;
- разработка решений и при необходимости программ, их реализующих, по обеспечивающим подсистемам: информационному, техническому, организационно-правовому и по другим видам обеспечений;
- разработка программ для решения задач и комплексов задач функциональных подсистем.

По завершению проектных работ производится оформление, согласование и утверждение рабочего проекта АИС. Затем осуществляется сдача рабочих программ в опытную эксплуатацию.

3-й этап включает в себя подготовку объекта и системы управления к вводу АИС в эксплуатацию. При этом выполняются следующие работы:

- разработка, согласование и утверждение документации для заявки комплекса технических средств (КТС);
- строительство или реконструкция специальных помещений для размещения КТС;
- монтаж и наладка КТС АИС;
- ввод в эксплуатацию КТС;
- оформление необходимой проектной документации на объекте в соответствии с требованиями в целом проекта АИС;
- подготовка и запись на машинные носители нормативно-справочной и оперативной информации, формирование информационной базы;
- проверка программ и инструкций на контрольных примерах.

3. Стадия «Ввод в эксплуатацию АИС». На данной стадии осуществляются работы в рамках нескольких этапов.

На первом этапе производятся:

- окончание строительно-монтажных и пуско-наладочных работ;
- создание, согласование и утверждение документации фиксирующей завершение строительно-монтажных и пуско-наладочных работ.

Второй этап включает в себя:

- завершение обучения персонала объекта и системы управления правилам эксплуатации и применения средств АИС для решения задач обработки информации и использования её в новых методах получения управленческих решений;
- оформление документации, подтверждающей завершение подготовки объекта и системы управления к вводу АИС.

Третий этап состоит из:

- проведения опытной эксплуатации задач, комплексов задач и всей системы в целом;
- оформления документации по проведению опытной эксплуатации АИС и сдаче её в промышленную эксплуатацию;

— осуществления приемо-сдаточных испытаний АИС в промышленном режиме работы;

— оформления, согласования и утверждения документации, фиксирующей завершение приемо-сдаточных испытаний АИС и сдачу её в промышленную эксплуатацию.

4. Стадия сопровождения. Данная стадия состоит из двух этапов.

Первый этап включает в себя работы, выполняемые в соответствии с гарантийными обязательствами. При этом осуществляются работы по устранению недостатков, выявленных при эксплуатации АИС в течение установленных гарантийных сроков, вносятся необходимые изменения в документацию по АИС.

На втором этапе в рамках договора на послегарантийное обслуживание осуществляют работы по:

- анализу функционирования системы;
- выявлению отклонений фактических эксплуатационных характеристик АИС от проектных значений;
- установлению причин этих отклонений;
- устранению выявленных недостатков и обеспечению стабильности эксплуатационных характеристик АИС;
- внесению необходимых изменений в документацию на АИС.

С целью ускорения работ по созданию АИС целесообразно осуществлять многие вышеперечисленные работы параллельно. Например, вместо технического и рабочего проекта выполнять технорабочий проект. Это потребует более слаженной работы постановщиков функциональных задач, системных специалистов и программистов, разрабатывающих рабочие программы. Одновременно могут производиться:

- работы по созданию необходимых помещений для АИС;
- заказ КТС и его монтаж.
- проверка на технических средствах ,создаваемой АИС, работоспособности программ.

Объемы проектных работ по созданию АИС во многом определяются видом объекта управления, уровнем подготовленности работников аппарата управления, составом решаемых задач управления и назначением АИС.

Изложенные в данной главе положения о назначении, структуре и возможностях функционирования автоматизированных информационных систем, позволяют сделать следующие выводы:

1. Данные системы кардинально упорядочивают и повышают эффективность процессов выделения, сбора, передачи, переработки и выдачи технико-экономической информации на различных объектах управления.

2. Регламентация процессов переработки информации приводит к существенному повышению требований к принимаемым управленческим решениям с позиций их своевременности, точности, понятности и эффективности.

3. Автоматизированные информационные системы, с позиций информационного, математического, программного и технического обеспечения, создают благоприятные условия для построения качественных экономико-математических моделей в режиме реального времени.

4. Использование построенных экономико-математических моделей дает возможность найти оптимальные управленческие решения в создавшихся конкретных условиях работы объекта управления, что позволяет, в конечном итоге, резко повысить эффективность его функционирования.

Таким образом, широкое внедрение автоматизированных информационных систем на всех уровнях государственной власти и их объединение с АИС других экономических объектов в единую систему позволит существенно поднять эффективность функционирования народного хозяйства страны в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Протекающие в экономике процессы могут быть отражены в виде математических моделей, а варианты наиболее целесообразных решений по управлению данными процессами могут быть получены из анализа результатов моделирования. Модели позволяют вскрыть закономерности формирования исследуемых макроэкономических показателей под влиянием основных факторов, что дает не только возможность количественного анализа изменения этих показателей, но и возможность осуществления прогнозирования их развития в будущем. Это, в свою очередь, предоставляет возможность осознанного влияния на протекающие экономические процессы.

Однако, при построении как систем распознавания и построения экономико-математических моделей, так и систем управления самими экономическими процессами зачастую, не в достаточной мере, используются известные принципы теории управления. Кроме того, не учитывается необходимость, для своевременного решения задач управления, осуществлять построение математических моделей в режиме реального времени. Это существенно снижает эффективность функционирования и использования систем распознавания и построения экономико-математических моделей, а также и систем управления самими экономическими процессами.

Определение путей решения данных проблем и явилось основной задачей настоящей работы. В этих целях в работе в рамках предложенной *методологии создания экономико-математических моделей в режиме реального времени сформулирована концептуальная основа этой методологии*, Затем произведена достаточно полная *систематизация принципов теории управления, показана возможность и необходимость их использования для создания эффективных систем построения экономико-математических моделей и систем управления*

экономическими объектами. Использование такой информации позволяет исследователям при создании систем построения экономико-математических моделей повысить эффективность функционирования таких систем. Кроме того, данная информация предоставляет возможность *по новому подойти к анализу работы существующих систем управления экономическими объектами, выявить насколько полно в них учтены рекомендации теории управления и что необходимо сделать для повышения эффективности их работы.*

Построение адекватных экономико-математических моделей во многом зависит от корректного выполнения этапов спецификации и параметризации. Однако достаточно часто при построении моделей мало внимания уделяется учету динамики переходных процессов в исследуемом экономическом процессе или системе в целом. В тоже время *в реальных экономических системах достаточно много звеньев, характеризующихся инерционной реакцией на изменение входных показателей или достаточно большим запаздыванием такой реакции.* Отсутствие учета в экономико-математических моделях влияния таких звеньев ведет к существенному искажению отражения этими моделями реальных переходных процессов. В связи с этим в работе *дана подробная характеристика типовых динамических звеньев, что позволяет произвести сопоставление их динамических свойств с динамическими свойствами отдельных реальных элементов экономической системы.* Такое сопоставление дает возможность *подобрать для создаваемой модели наиболее оптимальный вариант выбора динамического звена или набора звеньев, отражающих динамические свойства элементов экономической системы.*

Использование типовых динамических звеньев значительно упрощает построение структурной схемы изучаемой экономической системы и анализ ее динамики. Это обусловлено тем, что динамические свойства звеньев хорошо изучены, следовательно, облегчается оценка и сопоставление их динамических свойств с динамическими процессами как

в отдельных элементах, так и в экономической системе в целом. Существенно упрощается само построение математической модели экономического процесса или системы и последующий анализ этой модели.

Методы оценки параметров математических моделей, в которых используются дифференциальные уравнения, имеют свою специфику, связанную с переходом от конечных разностей к непрерывному дифференцированию. В связи с этим в работе *предложен эффективный метод оценки параметров дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в изучаемых экономических системах, основанный на использовании скользящих модулирующих функций*. Данный метод достаточно хорошо разработан и может быть применен для оценки параметров объектов, динамика которых описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными и переменными во времени коэффициентами, а также для объектов у которых входные или выходные показатели изменяются с чистым запаздыванием во времени. *Применение метода скользящих модулирующих функций позволяет осуществлять создание экономико-математических моделей в режиме реального времени*.

Эффективность использования типовых динамических звеньев показана на примерах описания динамических свойств различных экономических систем. Для этих же примеров *приведены алгоритмы, используемые для оценки параметров различных моделей*. Причем данные алгоритмы пригодны как для моделей, в которых применен аппарат дифференциальных уравнений, так и для моделей, представленных обычными аналитическими формулами.

В работе показано построение динамической модели взаимосвязи макроэкономических показателей, характеризующих инвестиционные процессы в экономике страны. Изложены методики, использующие метод модулирующих функций, для оценки времени запаздывания между

осуществлением инвестиций в физический и человеческий капитал и их созданием. Кроме того, показаны способы оценки величины лага освоения и показателя общей экономической эффективности инвестиций в физический и человеческий капитал.

Затем дана последовательная методика построения комплексной модели, отражающей процессы производства, распределения и потребления в национальной экономике. В построенной модели отражено влияние на экономические процессы в национальной экономике объемов осуществляемых инвестиций, величин спроса и предложения товаров и услуг. На примере данной модели показана взаимосвязь этих показателей и возможность влияния на их величину и характер изменения.

В конце работы рассмотрены принципы построения, состав, назначение и внутреннее содержание функциональных и обеспечивающих подсистем автоматизированных информационных систем, создаваемых в различных экономических объектах управления, а также стадии и этапы их разработки и внедрения. Это обусловлено тем, что автоматизированные информационные системы являются необходимой средой, в которой возможно построение в режиме реального времени экономико-математических моделей, адекватно отражающих экономические процессы, происходящие в объектах управления.

Обобщая выполненные исследования, можно отметить, что для существенного повышения эффективности функционирования экономических объектов управления необходимо:

1. Создавать системы управления экономическими объектами с учетом требований, отраженных в основных законах и принципах теории управления, четко и однозначно определяя элементы в системе управления, реализующие эти требования.

2. На всех экономических объектах широко внедрять автоматизированные информационные системы, увязывая работу этих систем между собой.

3. Используя возможности автоматизированных информационных систем, разрабатывать и создавать автоматизированные системы построения в режиме реального времени экономико-математических моделей объектов управления.

4. При построении математических моделей целесообразно шире применять детерминированные и индетерминированные модели, типовые динамические элементы, методы непрерывного определения структуры и параметров экономико-математических моделей

5. Осуществлять использование построенных экономико-математических моделей для анализа и прогнозирования экономических процессов, а затем и поиска эффективных управленческих решений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизированное проектирование систем автоматического управления. / Под ред. В.В. Солодовникова. – М.: Машиностроение, 1990. – 332 с.
2. Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования: Учебное пособие. Изд. 4-е. – М.: КомКнига, 2010. – 432 с.
3. Бир Ст. Кибернетика и управление производством. /Пер. с англ. – М.: Гос. изд. физ.- мат. лит., 1963. – 274 с.
4. Винер Н. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. – 2-е изд-е. – М.: Наука, 1983. – 344 с.
5. Глушков В.М. Введение в АСУ. – 2-е изд., испр. и доп. – К. «Техника», 1974. – 320 с.
6. Глушков В.М. Макроэкономические модели и принципы построения ОГАС. – М.: «Статистика», 1975. – 160 с.
7. ГОСТ 20914-80. Автоматизированные системы управления. Стадии создания. – Введ.1981-01-01. – М. : Изд-во стандартов, 1980. – 4 с.
8. ГОСТ 24.601-86. Автоматизированные системы. Стадии создания– Введ.1987-07-01. – М. : Изд-во стандартов, 1986.
9. ГОСТ 24.602-86. Автоматизированные системы управления. Состав и содержание работ по стадиям создания – Введ.1988-01-01. – М. : Изд-во стандартов, 1986.
10. ГОСТ 34.601-90. Автоматизированные системы. Стадии создания– Введ.1992-01-01. – М. : Изд-во стандартов, 1990.
11. Грацинская Г.В. Управление эффективностью и моделирование инвестиционных процессов. – Гатчина: Изд-во Ленинградского областного института экономики и финансов, 2006. – 121 с.
12. Грацинская Г.В., Пучков В.Ф. Оценка потерь от «замораживания» инвестиций с использованием математической модели // Инновационные процессы в образовании, экономике и управлении социальной сферой:

Сборник научных трудов / Под общ. ред. Р.Н. Авербуха; Ленинградский областной институт экономики и финансов.- Гатчина, 2004.

13. Грацинская Г.В., Пучков В.Ф. Влияние инвестиций, спроса и предложения товаров и услуг на развитие национальной экономики // Регионоведение: Труды Международного форума по проблемам науки, техники и образования / Под ред. В.А. Малинникова, В.В. Вишневого, Н.А. Садовского. – М.: Изд-во АНЗ, 2008.

14. Грацинская Г.В., Пучков В.Ф. Эффективность инвестиций. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2002. - 186 с.

15. Грацинская Г.В., Пучков В.Ф. Определение экономической эффективности инвестиционного процесса в регионе с учётом физического и человеческого капитала // Экономика и финансы: Материалы Международного форума по проблемам науки, техники и образования / Под ред. В.П. Савиных, В.В. Вишневого. – М.: Изд-во АНЗ, 2006. С. 105–111.

16. Грацинская Г.В., Пучков В.Ф. Методология оценки инвестиционного климата в регионах .- СПб: Изд-во СПбГУТД, 2008. –299 с.

17. Доугерти К. Введение в эконометрику: Учебник. 3-е изд. / Пер. с англ.. – М.: ИНФРА-М, 2010. –XIV, 465 с. – (Университетский учебник).

18. Дубров Я.А., Штелик В.Г., Маслова Н.В. Системное моделирование и оптимизация в экономике. – Киев: «Наукова думка», 1976. - 255 с.

19. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. - 336с.

20. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. Изд. 3-е, перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1973. - 606 с.

21. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – Киев, : «Техніка», 1975. - 312 с.

22. Исаев В.В., Немчин А.М. Общая теория социально-экономических систем: Учеб. Пособие. – СПб.: Изд. дом «Бизнес-пресса», 2002. – 176 с.

23. Кейнс Дж. М. Общая теория занятости, процента и денег.– М.: Гелиос АРВ, 2002. – 352 с.
24. Колемаев В.А. Математическая экономика: Учебник для вузов – 2-е изд., перераб. и доп. - М: «ЮНИТИ-ДАНА». 2002.- 399 с.
25. Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 061800 «Математические методы в экономике»/ В.А. Колемаев – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2005. – 295 с.
26. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1968. - 720 с.
27. Корнилова И.Л., Пучков В.Ф. Решение управленческих задач средствами экономико-математического моделирования: учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. / И.Л. Корнилова, В.Ф. Пучков. Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ. 2004. - 184 с.
28. Коул К. С. Математическая логика. — М.: «Мир», 1973. — 480 с.
29. Красильников Ю.Ю. Отражение структурных сдвигов в теориях экономического роста // Экономика: проблемы теории. Саратов: Изд-во «Научная книга». 2001. С. 15-23.
30. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учеб.-справоч. пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. М.: Высшее образование, 2009. 646 с.
31. Кундышева Е.С. Математическое моделирование в экономике: Учебное пособие / Под науч. ред. проф. Е.А. Сулакова. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К⁰», 2004. – 352 с.
32. Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения: Учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. / Б.А. Лагоша, Т.Г. Апалькова. – М.: Финансы и статистика. 2008. – 224 с.
33. Ленин В.И. Философские тетради – М.: Политиздат, 1973. 752 с.
34. Ленин В.И. Материализм и эмпириокритицизм. Критические заметки об одной реакционной философии. М.: Политиздат 1989. 507 с.

35. Леонтьев В.В. Межотраслевая экономика / В.В. Леонтьев; пер. с англ. М.: ОАО «Издательство "Экономика"», 1997. - 479 с.
36. Малиновская Е.В. Использование системного анализа в экономике (на примере совершенствования расчетов экономической эффективности мероприятий технического прогресса), М.: «Экономика», 1974. - 151 с.
37. Мамиконов А.Г. Основы построения АСУ. М.: «Высшая школа», 1981, 248 с.
38. Математика и кибернетика в экономике: словарь-справочник. – М.: Экономика, 1975. – С. 464-465.
39. Моделирование экономических процессов: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Под ред. М.В. Грачевой, Л.Н. Федосеевой, Ю.Н. Черемных. – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2005. – 351 с.
40. Николаев В.И., Брук В.М. Системотехника: методы и приложения. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 199 с.
41. Нуреев Р.М. Экономика развития: модели становления рыночной экономики: учебник / Р.М. Нуреев. – 2-е изд. перераб. и доп.– М.: Норма, 2008. – 640 с.
42. Орехов Н.А., Левин А.Г., Горбунов Е.А. Математические методы и модели в экономике: Учебное пособие для вузов / Под ред. проф. Н.А. Орехова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 302 с.
43. Прасолов А.В. Математические модели динамики в экономике. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2000. – 247 с.
44. Пучков В.Ф. Математические модели макроэкономики: Учебное пособие. – 3-е изд. перераб. и доп. - Гатчина: Изд-во ГИЭФПТ, 2010. – 199 с.
45. Пучков В.Ф. Определение динамических параметров объектов управления с использованием метода модулирующих функций. Доклад на Международном совещании "Перспективы применения электронно-вычислительной техники в управлении сельским хозяйством в странах СЭВ". Agrodát oborovú podnik. Praha (Mlada Boleslav), сент. 1987.

46. Пучков В. Ф. К вопросу реализации исполнительного узла самонастраивающейся математической модели // Известия АН Таджикской ССР. Отд. физ.-мат. и геол.-хим. наук. – 1969. – № 2 (32). – С. 14–19.

47. Пучков В. Ф. Поисковые системы идентификации с применением модулирующих функций // Материалы III юбилейной конференции молодых учёных Таджикской ССР, посвящённой 100-летию со дня рождения В. И. Ленина. – Душанбе: Дониш, 1970. – С. 180–181.

48. Пучков В. Ф. Информационные системы в экономике: учеб. пособие для студентов экономических вузов. – Гатчина: Изд-во ЛОИЭФ, 2005 – 50 с.

49. Пучков В. Ф., Тимошенков Ю. А. Оценка неопределённости опознавания параметров объекта интегральным методом // Труды Таджикского политехнического института – Вып. 4: Энергофак. – Душанбе, 1969. – С. 34–45.

50. Пучков В. Ф., Чекалин В. Г. Определение динамических параметров объектов с запаздыванием // Доклады АН Таджикской ССР. – Т. XII. – № 12. – 1969. – С. 63–66.

51. Сейдж Э. П., Мелса Дж. Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука. – 1974. – 248 с.

52. Тарасевич Л. С., Гальперин В. М., Гребенников П. И., Леусский А. И. Макроэкономика: учебник / Под общ. ред. Л. С. Тарасевича. – 3-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1999. – 656 с.

53. Теория капитала и экономического роста: Учеб. пособие / Под ред. С. С. Дзарасова. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – 400 с.

54. Техническое задание на разработку автоматизированной системы управления сельским хозяйством (АСУ-сельхоз) / Всесоюз. науч.-исслед. ин-т кибернетики. – М., 1977. – 65 с.

55. Царьков В. А. Динамические модели экономики. – М.: 2007. – 213 с.

56. Чекалин В. Г., Пучков В. Ф., Тимошенко Ю. А. Скользящие модулирующие функции и их применение в задачах идентификации // Доклады АН Таджикской ССР. – 1971. – Т. XIV. – № 1. – С. 79–82.

57. Чекалин В. Г., Пучков В. Ф., Тимошенко Ю. А. Идентификация одного класса нестационарных объектов с использованием малого исследовательского комплекса // VI Всесоюзное научно-техническое совещание по созданию и внедрению систем управления с применением вычислительной техники. Тезисы докладов. – М., 1970. – С. 88–89.

58. Чекалин В. Г., Тимошенко Ю. А., Пучков В. Ф., Лукьянов Г. Л. Применение метода модулирующих функций для построения инвариантных систем // Теория инвариантности и теория чувствительности автоматических систем. Материалы 4-го Всесоюзного совещания в 3-х частях. – Ч. II. – Киев: Изд-во ИК АН УССР, 1971. – С. 132–143.

59. Чинаев П. И. Методы анализа и синтеза многомерных автоматических систем. – Киев: Техника, 1969. – С. 223–225.

60. Шараев Ю. В. Теория экономического роста: учеб. пособие для вузов / Ю. В. Шараев; Государственный университет – «Высшая школа экономики». – М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2006. – 254 с.

61. Шеремет А. Д. Теория экономического анализа: учебник. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 333 с.

62. Эшби У. Р. Введение в кибернетику / У. Р. Эшби. – М.: Изд-во иностр. лит., 1959.

63. Arrow K. J. Application of control theory to economic growth // Lectures of Mathematics: the decision science / Amer. Math. Society. – Wash. (D.C.), 1968.

64. Becker G. S., Murphy K. M., Tamura R. Human capital, fertility and economic growth // Journal of Political Economy. – 1990. – Vol. 98. – № 5.

65. Domar E. Expansion and employment // – American economical review - 1947. – Vol. 37. – P. 34–55.

66. Grossman G., Helpman H. Quality ladders in the theory of growth //– Review Economical Student– Vol. 59. – № 1.
67. Kaldor N. A new model of economic growth // – Review Economical Student - 1962. Vol. 29. – P. 174–190.
68. Loeb J. New method for analysis of process dynamics // Control. – 1964. – April. – P. 209–210.
69. Lucas R. E. On the mechanics of economic development //– Journal Monetary Economical - 1988. – Vol. 22. – P. 3–42.
70. Mankiw G., Romer D., Weil D. A Contribution to the Empirics of Economics Growth // Quarterly Journal of Economics. – 1992. – Vol. 107. – № 2. – P. 407–437.
71. Romer P. M. The origins of endogenous growth //. – Journal Economical Perspective - 1994. – Vol. 8. – P. 3–22.
72. Schulz T. Capital Formation by Education // Journal of Political Economy. – 1960. – Vol. 68.
73. Solow R. Growth theory: An exposition. – Oxford: Oxford Univ. press, 1970.
74. Uzawa H. Optimal growth in a two-sector model of capital accumulation // Review Economical Student - 1964. Vol. 31. – P. 1–24.