

Национальный исследовательский
Томский государственный университет
Кемеровский государственный университет
Кемеровский научный центр СО РАН
Институт вычислительных технологий СО РАН
Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ (ИТММ–2012)

Материалы XI Всероссийской
научно-практической конференции
с международным участием
23–24 ноября 2012 г.

Часть 2

Кемерово
ООО «Практика»
2012

УДК 519
ББК 22.17
И74

Редколлегия:

Р. Т. Якупов, доктор физ.-мат. наук, профессор;
А. А. Назаров, доктор техн. наук, профессор;
И. Р. Гарайшина, кандидат физ.-мат. наук, доцент

И74 Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2012): Материалы XI Всерос. науч.-практ. конф. с международ. участием (г. Анжеро-Судженск, 23–24 нояб. 2012 г.) / редкол.: Р. Т. Якупов, А. А. Назаров, И. Р. Гарайшина; сост. М. С. Лобова. – Кемерово : Практика, 2012. – Ч. 2. – 144 стр. 300 экз.

ISBN 978-5-86388-039-1

В часть 2 вошли материалы докладов, представленных на XI Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование» на секциях «Экономико-математическое моделирование», «Математические методы и модели в науке и технике» и «Вычислительные технологии и программирование».

УДК 519
ББК 22.17

*Конференция проводится при поддержке Российского фонда
фундаментальных исследований (проект № 12-07-06083-г)*

ISBN 978-5-86388-039-1

© Филиал Кемеровского государственного
университета в г. Анжеро-Судженске, 2012

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕЖИМЕ ФИЛАМЕНТАЦИИ ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ

А. В. Афонасенко

Институт оптики атмосферы им. В. Е. Зуева СО РАН

г. Томск

Контроль окружающей среды требует постоянного мониторинга состояния атмосферы, на основании данных мониторинга осуществляется прогнозирование состояния окружающей среды и ликвидация загрязнений. Одним из способов мониторинга является лазерное зондирование, в том числе и мощными фемтосекундными лазерными импульсами. В результате филаментации мощного фемтосекундного лазерного импульса, распространяющегося в окружающей среде, происходит генерация широкополосного излучения суперконтинуума [1]. Широкополосное излучение суперконтинуума значительно шире полосы излучения любого другого лазера, что дает возможность диагностики газовых и аэрозольных сред методом многоволнового зондирования.

Для использования излучения суперконтинуума необходима оценка основных параметров, влияющих на него, это характеристики лазерного пучка, такие как энергия, эффективный радиус, эффективная угловая расходимость, изменение профиля лазерного пучка.

Оценку указанных выше параметров можно получить путем обработки зарегистрированного изображения пучка, распространяющегося вдоль трассы, с помощью CCD камеры с высоким разрешением. Полученные изображения подвергаются предварительной обработке и поступают в блок расчета геометрических параметров пучка по полученному изображению. В качестве оцениваемых параметров геометрических характеристик выступают алгебраические моменты [2]. Далее на основании геометрических параметров идет расчет физических параметров.

В докладе рассмотрена специализированная программная система оценки параметров излучения в режиме филаментации по изображению, предназначенная для обработки и представления в наглядной форме экспериментальных данных. Результаты расчетов представляются в наглядном виде, позволяющем выполнить сопоставление между значениями параметров физической модели и результатами эксперимента.

Данная программная система позволяет просмотреть эволюцию пучка в зависимости от изменения энергии импульса, изменение поперечного профиля лазерного импульса, оценить эффективный радиус пучка.

Библиографические ссылки

1. Землянов А. А., Гейнц Ю. Э. Спектральные, энергетические и угловые характеристики суперконтинуума, формируемого фемтосекундным лазерным излучением в воздухе // Оптика атмосферы и океана. – 2007. – Т. 20. – № 1. – С. 40–47.

БАЗОВЫЕ И ПРОИЗВОДНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ЦЕЛОСТНОСТИ В ERM-МОДЕЛИ ДАННЫХ

А. М. Бабанов

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В подавляющем большинстве моделей данных каждое бизнес-правило моделируемого мира представлено в схеме БД лишь однажды в виде того или иного ограничения целостности (ОЦ). В таком случае человек сам должен заботиться о корректности и полноте задания законов предметной области (ПрО). Модель «Сущность – Связь – Отображение» или, сокращенно, ERM-модель (от английского «Entity – Relationship – Mapping») [1], позволяет проектировщику схемы работать с одними и теми же законами ПрО на разных уровнях детализации и применять в каждом случае различные их представления. Подобное положение дел даёт возможность проектировщику не следовать жестким требованиям модели, используя единственно возможные формы ОЦ и самостоятельно контролируя правильность своих действий. Вместо этого он может фиксировать все представляющие интерес понятия, взаимосвязи между ними и закономерности этих взаимосвязей в подходящий момент в любой удобной для него форме, не задумываясь о возможной противоречивости получающейся схемы. Все это возможно в ERM-модели благодаря наличию двух взаимосвязанных систем понятий – базовой и производной.

Структурные понятия ERM-модели

Базовые понятия ERM-модели – объект, класс и отображение – обеспечивают всю выразительную мощь модели. Неудивительно, что именно эти понятия составили основу синтаксиса и аксиоматики формальной системы теории семантически значимых отображений (ТСЗО), являющейся математическим фундаментом ERM-модели. Однако человек не всегда использует этот абстрактный уровень мышления.

Для простоты проектирования в модель введены более понятные человеку частные виды объектов (сущность, связь, значение), классов (множество сущностей, множество связей, множество значений) и отображений (атрибутные, реляционные), которые образуют множество производных понятий модели [2]. Таким образом, нам удалось связать фундаментальные понятия логики со структурными понятиями модели «Сущность – Связь» (ER-модели) [3]. Все вместе они составляют понятийный базис ERM-модели.

Назначение базовых и производных понятий

Подобный подход позволяет человеку при формализации ПрО оперировать в основном знакомыми понятиями (сущность, связь, значение), прибегая к использованию новых форм (отображение) лишь в случае недостаточной выразительности первых. Особенности языка ERM-модели,

ориентированные на удобства для проектировщика, неизбежно влекут за собой возможность синонимии [2]. Существование синонимичных элементов в схеме может привести к ее некорректности в случае задания противоречивых свойств у элементов-синонимов. Поэтому ТСЗО должна обеспечить соответствующие проверки на непротиворечивость схем. Также ТСЗО предоставляет правила автоматической редукции схемы, предусматривающие построение соответствующих базовых элементов (отображений) из явно указанных человеком производных элементов (множеств связей, атрибутов). Именно базовые концепции ERM-модели фигурируют в правилах проверки схемы на непротиворечивость и правилах трансформации схемы в СУБД-ориентированную модель данных.

Ограничения целостности ER-модели

Что касается ограничений целостности на значения атрибутов, то их задание в ER-модели достаточно традиционно и осуществляется в текстовой нотации. При этом для атрибутивных отображений используется функциональная форма, например:

$$\forall e \in \text{ЧЕЛОВЕК}(\text{Рост}(e) \geq 50 \text{ AND } \text{Рост}(e) \leq 300).$$

Как видим, для декларации ОЦ на значения атрибутов предлагается использовать язык исчисления предикатов первого порядка с переменными, пробегающими по множествам сущностей или связей и принимающими значения соответственно сущностей или связей.

Ключ сущности – это группа атрибутов, такая, что отношение между множеством сущностей и декартовым произведением соответствующих множеств значений есть отношение типа 1:1 или 1:М (для многозначных атрибутов). В случае, когда ключ составляет один атрибут, вместо декартова произведения рассматривается одиночное множество значений.

Бинарное множество связей, как и любое бинарное отношение, определяет пару отображений между множествами сущностей. Каждое из этих отображений может быть, а может и не быть полностью определенным и функциональным. Полная определенность отображения говорит о наличии зависимости существования (Е-зависимости), сочетания функциональных и нефункциональных свойств обоих отображений определяют тип бинарного множества связей – 1:1, 1:М, М:1, М:М.

Часто на практике используется частный случай зависимости существования – зависимость по идентификации (ID-зависимость). При этом сущности одного (зависимого) множества сущностей не просто обязаны иметь связи с сущностями другого множества сущностей (возможно, того же самого в случае рекурсивных связей), но еще и не могут быть идентифицированы без них.

Для иллюстрации ОЦ будем использовать ПрО ближайших родственников, ER-диаграмма которой в расширенной нотации представлена на рис. 1.

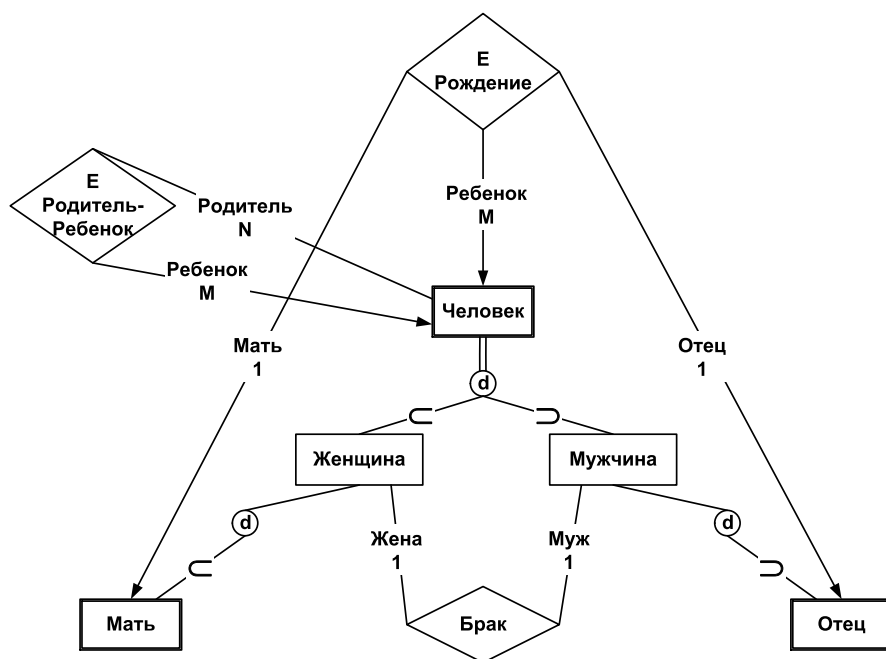


Рис.1. ER-диаграмма предметной области родственных отношений

На диаграмме представлены следующие ограничения целостности:

1. Тип множества связей БРАК – 1:1, множество регулярных связей.
2. Тип множества связей РОДИТЕЛЬ – РЕБЕНОК – $N:M$, множество слабых связей (ЧЕЛОВЕК в роли РЕБЕНОК – слабая сущность).
3. Тип множества связей РОЖДЕНИЕ (МАТЬ, ОТЕЦ, РЕБЕНОК) – $1:1:M$, множество слабых связей (сущности ЧЕЛОВЕК во всех ролях – слабые сущности).
4. Специализация множества сущностей ЧЕЛОВЕК на множества сущностей ЖЕНЩИНА и МУЖЧИНА – полная непересекающаяся.
5. Специализация множества сущностей ЖЕНЩИНА на множество сущностей МАТЬ – частичная непересекающаяся.
6. Специализация множества сущностей МУЖЧИНА на множество сущностей ОТЕЦ – частичная непересекающаяся.

Ограничения целостности ERM-модели

Поскольку ERM-модель является полной преемницей ER-модели, язык графической нотации этой модели позволяет рисовать ER-диаграммы практически без изменения. Понятно, что при этом мы ограничиваемся использованием производных понятий ERM-модели.

Покажем, как будут выглядеть приведенные ранее ОЦ с использованием базовых понятий ERM-модели – класс и отображение. Отметим, что ограничения целостности на значения атрибутов и ограничения целостности на специализации мало чем отличаются от своих аналогов в ER-модели.

На рис. 2 представлен граф классов ПрО родственных отношений. Вершины этого графа представляют классы множеств сущностей, а ребра – классы множеств связей. Пометки на концах ребер указывают роли и

минимальные, максимальные кардинальные числа отображений, определяемых и определяющих эти роли.

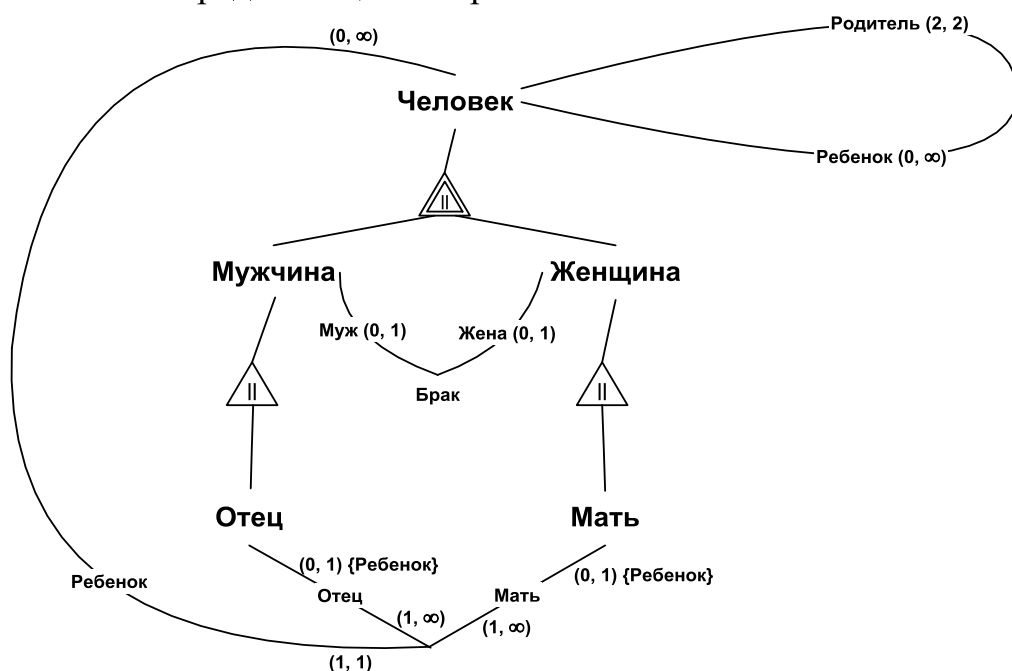


Рис. 2. Граф классов предметной области родственных отношений

На графе представлены следующие ограничения целостности:

1. Отображения, определяемые множеством связей БРАК – Муж (0,1), Жена (0,1).
2. Отображения, определяемые множеством связей РОДИТЕЛЬ – РЕБЕНОК – Родитель (2,2), Ребенок (0,∞).
3. Отображения, определяемые множеством связей РОЖДЕНИЕ (МАТЬ, ОТЕЦ, РЕБЕНОК) – Родители (1,1), Ребенок (0,∞), Отец (0,1), Мать – Ребенок (1,∞), Мать (0,1), Отец – Ребенок (1,∞).
4. Специализация класса ЧЕЛОВЕК на классы ЖЕНЩИНА и МУЖЧИНА – полная непересекающаяся.
5. Специализация класса ЖЕНЩИНА на класс МАТЬ – частичная непересекающаяся.
6. Специализация класса МУЖЧИНА на класс ОТЕЦ – частичная непересекающаяся.

Мы продемонстрировали редукцию ОЦ, представленных в производных понятиях, на язык базовых понятий ERM-модели. На самом деле на этом уровне открываются дополнительные возможности для выражения:

- ограничений целостности на отображения-характеристики и сопутствующие им отображения (рис. 3),
- ограничений целостности на другие отображения между классами объектов (рис. 4),
- ограничений целостности на взаимоотношения отображений типа следствие и эквивалентность (рис. 5),

– ограничений целостности, выраженных с использованием операций над отображениями (рис. 5).

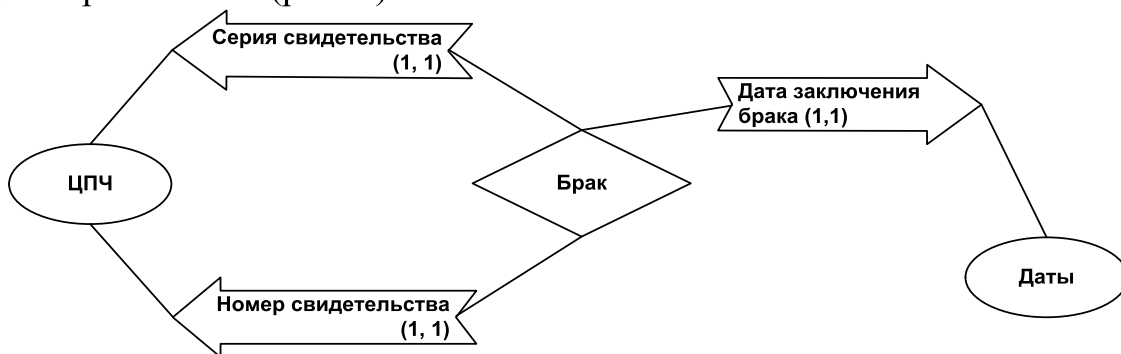


Рис. 3. Отображения-характеристики класса БРАК

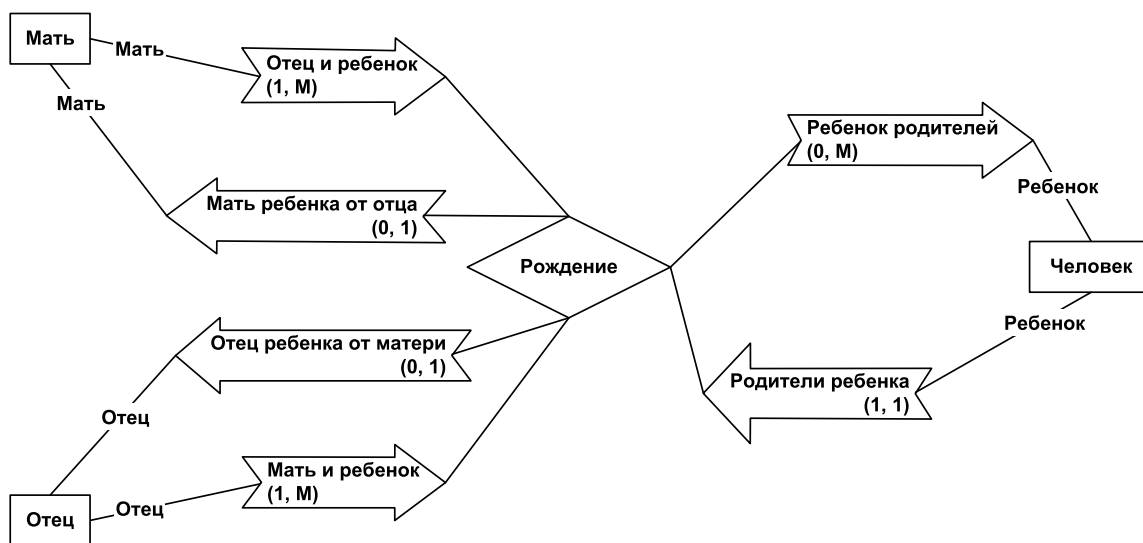


Рис. 4. Реляционные отображения, определяемые классом РОЖДЕНИЕ

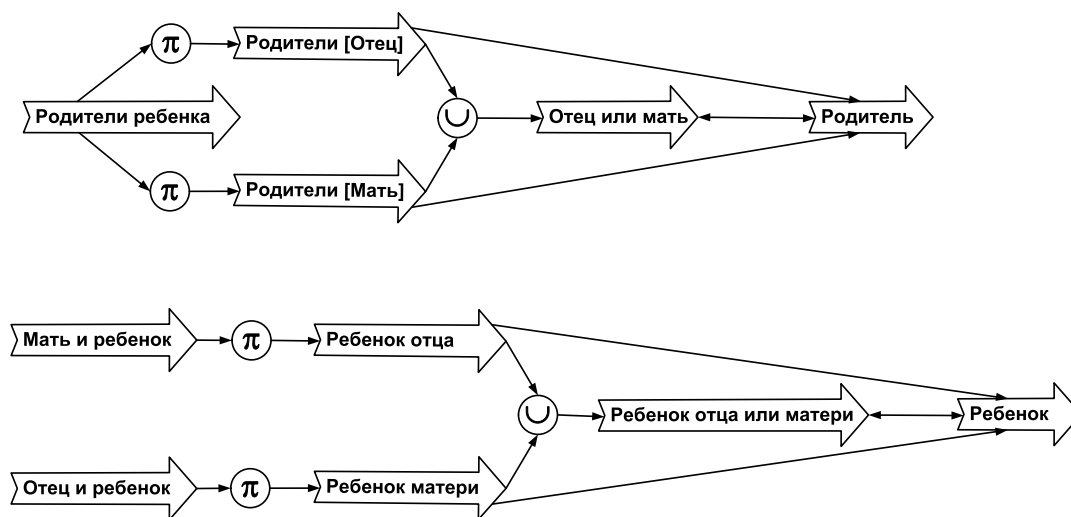


Рис. 5. Взаимоотношения отображений типа следствие и эквивалентность

Библиографические ссылки

1. Бабанов А.М. Семантическая модель «Сущность – Связь – Отображение» // Вестник ТГУ. УВТИ. – 2007. – № 1. – С. 77–91.

2. Бабанов А.М., Скачкова А.С. Синонимия в ERM-модели и проблемы обеспечения непротиворечивости и пополнения ERM-схем // Вестник ТГУ. УВТИ. – 2012. – № 3. – С. 121–128.

3. Чен П. Модель «сущность – связь» – шаг к единому представлению о данных // СУБД. – 1995. – № 3. – С. 137–158.

СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ РЕСУРСОВ ДЛЯ УРОКОВ ХИМИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ActivInspire

Е. Б. Букина, Л. А. Романенко

Средняя общеобразовательная школа № 12

г. Анжеро-Судженск

К электронным образовательным ресурсам можно отнести учебные материалы, для воспроизведения которых используются электронные устройства, в нашем случае – компьютер, проектор и интерактивная доска.

Для создания электронных ресурсов можно использовать различное программное обеспечение, мы предлагаем вашему вниманию электронные ресурсы, созданные с использованием программно-аппаратного комплекса ActivInspire.

В настоящее время имеется потребность в создании такого рода электронных пособий для уроков химии, так как в единой коллекции образовательных ресурсов они отсутствуют. Необходимость в создании такого рода ресурсов возникла еще и потому, что:

- сокращено количество часов, отводимых на преподавание дисциплины «химия» при сохранении объема программного материала;
- с помощью интерактивного оборудования можно демонстрировать опыты с участием вредных и опасных для здоровья веществ;
- применение новых компьютерных технологий усиливает наглядность, дает учителю возможность работать в содружестве с учеником, повышает степень самостоятельности учащихся, способствует развитию внимания и концентрации учебной деятельности.

В сравнении с печатным изданием электронный ресурс выгодно отличается тем, что функциональные возможности его применения шире.

Преимущества электронного варианта:

- гипертекст (возможность снабжать текст необходимыми ссылками, возможность включения в текст не только линейного текста);
- возможность включения мультимедийных файлов (это и графическая информация, и видео, и музыка, и другие способы передачи информации; это делает урок более оживлённым и запоминающимся, позволяет наглядно продемонстрировать изложенную информацию);
- моделирование изложенных в модуле явлений и процессов (особенно важно в курсе химии);
- хорошая система самопроверки (создаёт все необходимые условия для самоконтроля);

– повышает качество обучения, уменьшает время на поиск и оформление литературы (необходимый для пользования материал можно распечатать, что дает возможность и учащемуся, и педагогу иметь при себе подробный учебный материал).

При создании ресурсов были учтены следующие факторы:

- сравнительно небольшие отрезки текстового материала;
- замена текстового материала графическими объектами, видео- и аудиофайлами и другими элементами;
- разбивка модуля по урокам (время контакта ориентировано не более чем на два учебных часа);
- возможность контроля знаний после каждой темы всего материала;
- удобная навигация;
- максимальная информативность и сжатость;
- высокая информативность каждой страницы флипчарта;
- наличие в ресурсах музыкальной физкультминутки.

Программа ActivInspire даёт возможность реализовывать все идеи и задумки учителя, представлять их в виде новых технологических приемов, позволяющих усилить степень причастности и вовлеченности обучающихся во взаимодействие с учебной информацией на уроке. При этом можно наполнить свои разработки разнообразным интерактивным контентом, в котором возможны операции с его элементами: манипуляции с объектами, вмешательство в процессы, получение содержательных откликов ресурса, создание динамических и разборных моделей, смысловых групп на страницах флипчарта.

Ресурсы, созданные с помощью программы ActivInspire, не только помогают концентрировать внимание обучающихся на новых понятиях, смысловых группах, но и вовлекают ребят в активную речевую деятельность, что способствует созданию коммуникативно-речевых ситуаций на уроке.

Целенаправленная и систематическая (из урока в урок) работа по формированию устной речи с помощью создания разнообразных коммуникативно-речевых ситуаций помогает ученикам научиться выражать свои мысли для решения достаточно сложных мыслительных задач, что отвечает принципу личностно-деятельностного подхода в обучении.

За период с 2011-го по 2012 г. авторами были созданы следующие электронные ресурсы: «Химические реакции» к учебнику химии 8-го класса И. И. Новошинского, Н. С. Новошинской, дидактические материалы по темам «Основные классы неорганических соединений», «Наш мир прославили металлы», «Углеводороды», «Комплексные соединения» и др.

Предлагаемые электронные обучающие пособия с использованием интерактивной доски включают методические, дидактические и информационно-справочные материалы учебной дисциплины «Химия». В методическом сопровождении к каждому пособию описаны действия учителя и учащихся на каждом уроке.

Авторы использовали при разработке ресурса разнообразные приемы простой и сложной презентационной техники в программе ActivInspire.

Стиль оформления страниц, их многофункциональность, выбранный шрифт, наличие символов на страницах флипчартов делают наши работы индивидуальными, не похожими на работы других авторов.

При создании ресурса авторы использовали яркие, многоцветные схемы, анимацию, проверку заданий с использованием контейнеров в сопровождении звука, а также другие интерактивные элементы, которые откликаются на действия учителя или ученика. Таким образом, учитель и учащиеся имеют хорошую возможность вмешательства в учебный процесс не только на этапах закрепления и повторения учебного материала, но и при его объяснении, что оправдано методически.

Электронные ресурсы можно использовать не только для стационарного обучения, но и для самообразования, так как они обладают высокой информативностью, а также хорошим, талантливым оформлением.

Для учителя данные ресурсы – хорошее средство при подготовке обучающихся к сдаче итоговой аттестации в формате ЕГЭ и ГИА.

Данные ресурсы можно использовать без изменений, можно изменять и дорабатывать в соответствии с видением структуры урока конкретным учителем (учитель, использующий данный ресурс, вправе не всегда соглашаться с методикой подачи материала авторами работы).

Вышеперечисленные электронные пособия были апробированы авторами в 2011–2012 учебном году; опубликованы на международном сайте Promethean Planet.

Материалы данного электронного пособия доступны для скачивания, являются востребованными (о чем свидетельствует количество просмотров и зачек), ими может воспользоваться любой желающий, в том числе ученик.

Программное обеспечение для работы с данным ресурсом можно свободно скачать по ссылке на сайте Promethean Planet: <http://www.prometheanplanet.ru/server.php?show=nav.19967>.

Оборудование и материалы:

1. Презентационное сопровождение, выполненное в программе ActivInspire.

2. Мультимедиаоборудование (компьютер, мультимедиапроектор, интерактивная доска любой марки). Рекомендуются работа в полноэкранный режиме.

Минимальные системные требования для работы ActivInspire:

- операционная система Windows XP;
- процессор Pentium III 750 МГц;
- рекомендуемый объём оперативной памяти 512 Мб;
- 250 Мб свободного места на жёстком диске для минимальной установки (1Гб для полной установки с коллекцией);
- интернет-браузер Internet Explorer 6.0 или более новый;
- Adobe® Flash player 8 или более новый;
- интерфейс прикладного программного обеспечения Microsoft DirectX 8.1 или более новый.

Библиографический список

1. Минченко Т. Ю. Основы ActivInspire: Материалы мастер-класса «Activ&Smart». Части I–VIII [Электронный ресурс] // URL: http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=207439&lib_no=209782&tmpl=lib.
2. Новошинский И. И., Новошинская Н. С. Химия: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений / И. И. Новошинский, Н. С. Новошинская. – 5-е изд. – М.: ООО «ТИД «Русское слово-РС», 2010. – 224 с.: ил.
3. Новошинский И. И. Контрольные работы по химии. 8 кл. / И. И. Новошинский, Л. Ф. Федосова, Н. С. Новошинская. – М.: ООО «Издательский дом «Оникс 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2004. – 96 с.

РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ КАК ПЕРСПЕКТИВА РАЗВИТИЯ КОМПЛЕКСНОЙ САПР КОРПУСНОЙ МЕБЕЛИ

П. Ю. Бунаков, Р. А. Колесников, А. А. Плетнев

Московский государственный открытый университет

Коломенский институт (филиал)

Современные системы автоматизированного проектирования (САПР) предъявляют всё более серьёзные требования к аппаратному обеспечению. Этот процесс является следствием расширения их функциональных возможностей, уменьшения скорости и повышения удобства выполнения проектных операций, без чего пользователям довольно сложно, а подчас невозможно обойтись. Недостаточный объем ресурсов технического обеспечения САПР негативно сказывается на всём процессе проектирования. Поэтому инвестирование средств в наращивание аппаратного потенциала является для промышленных предприятий не просто веянием времени, а неотъемлемой частью автоматизации проектирования и технологической подготовки производства выпускаемой продукции. Конечно, разработчики САПР стараются оптимизировать требования к ресурсам со стороны программного обеспечения, но это возможно только в ограниченном диапазоне, поэтому без обновления материально-технической базы САПР эффективное развитие предприятий не представляется возможным.

С другой стороны, несмотря на общую тенденцию снижения стоимости аппаратных средств, затраты на регулярное обновление компьютерной техники зачастую становятся тяжелым финансовым бременем для предприятия. Для их оптимизации можно воспользоваться современными достижениями в области распределенных вычислений, которые позволяют поддерживать довольно интенсивный обмен информацией между вычислительными системами посредством связывающих их каналов.

Для решения данной задачи на конкретном предприятии необходимо определить некоторые исходные данные, а именно:

- производительность имеющихся вычислительных систем;
- возможность распределения вычислений между различными узлами вычислительной системы;

- возможность доступа системы к сторонним вычислительным ресурсам.

Количество и трудоемкость проектных операций могут меняться в широком диапазоне и зависеть от специфики предприятия. Далеко не все из них допускают распараллеливание и распределенную реализацию. Для выполнения ряда операций необходимо выделить дополнительные ресурсы производительности в пределах рабочего места. В качестве примера можно привести задачу визуализации объектов проектирования. Она не требует реализации трудоёмких расчетных задач, но степень детализации моделей и количество элементов в них постоянно возрастают, а следовательно, для нормальной работы проектировщика требуются все более и более мощные компьютеры. В противном случае, когда система не может обеспечить достаточного быстродействия, эффективность процесса проектирования резко снижается.

Однако большое количество задач автоматизированного проектирования вполне поддается разбиению на множества расчётных операций, допускающих параллельное выполнение. Примерами таких задач являются расчёты моделей на прочность или устойчивость, анализ технологичности конструкции изделия и т. п. Данный тип задач наиболее интересен, поскольку позволяет подключить к их решению дополнительные узлы вычислительной системы. Даже в том случае, если они будут не столь производительны по отдельности, в сумме можно получить ощутимый прирост производительности проектирования в целом.

Распределённые вычисления на современном этапе развития вычислительной техники представляют собой эффективный способ решения трудоёмких вычислительных задач с использованием ресурсов нескольких вычислительных машин, объединённых в параллельную вычислительную систему. Для того чтобы применить их в среде САПР, необходимо выделить подмножество ресурсоёмких задач и изменить архитектуру системы так, чтобы вынести эти задачи в отдельные модули. Когда программная система разбита на независимые логические части, решается задача наложения её архитектуры на маску системы распределённых вычислений.

Возможна организация работы распределенной САПР в рамках одного предприятия, но это автоматически накладывает ограничения на её производительность, определяемую производительностью мейнфрейма данного предприятия. Нарастание мощности такой системы при усложнении проектных операций будет сводиться к затратам на покупку дополнительного оборудования, поэтому выгода от её внедрения становится не столь очевидной. Более эффективным решением подобной задачи является создание среды, ресурсоёмкие модули которой возможно вынести на любые (или большинство) современных систем распределённых вычислений. Наиболее подходящей средой для этого в настоящее время является среда «облачных вычислений», развернуть которую можно как на кластере самого предприятия, так и приобрести доступ к ней по подписке. Подобный подход имеет как минимум три неоспоримых преимущества:

- при организации «облака» на кластере предприятия нет необходимости постоянно оплачивать ресурсы компании, предоставляющей сервисы «облачных вычислений» по подписке, если достаточно производительности собственного «облака»;

- при необходимости в любой момент времени можно задействовать дополнительные мощности, оплатив нужное их количество;

- возможности по масштабированию САПР становятся практически неограниченными и реализуемыми в очень сжатые сроки, что немаловажно в условиях сокращения времени на реализацию проектных работ.

При использовании подобной технологии на предприятии формируется среда САПР, в которой на рабочем месте пользователя реализуются относительно простые операции по визуализации изображений, хранению графической и текстовой информации и т. п. В случае же выполнения сложных ресурсоёмких задач подключаются дополнительные ресурсы, во много раз превосходящие производительность компьютера пользователя и позволяющие резко увеличить скорость процесса проектирования. В случае традиционной организации САПР решение подобных задач на рабочем месте пользователя может требовать времени до нескольких часов. Это негативным образом будет сказываться на процессе проектирования не только из-за увеличения времени выполнения проектных операций, но и в связи с увеличением вероятности возникновения субъективных ошибок в силу фрагментарности процесса проектирования. Ведь в то время, пока выполняются длительные по времени расчеты, пользователь переключается на другие работы, а подобное переключение внимания мешает концентрации. При использовании «облачных» вычислений процесс проектирования становится непрерывным во времени, что избавляет пользователя от необходимости тратить время на восстановление информации в памяти.

Немаловажным плюсом перехода к «облачным» технологиям является возможность оперативного исправления ошибок. Ведь если после многочасового расчёта выяснится, что его результаты требуют коррекции и необходимости изменения входных данных, что часто случается в процессе проектирования, то придётся вновь инициировать длительную расчётную операцию, что ещё более усложняет решение поставленной проектной задачи. В случае же распределённых вычислений пересчёт займёт небольшое количество времени, давая пользователю значительно более широкие возможности для манипулирования входными данными и выполнения более тщательного исследования проектируемого объекта. Итерационный характер процесса проектирования зачастую требует значительного количества эмпирических изменений набора входных данных и оценки полученных результатов расчётов.

При организации «облачных» вычислений в рамках разрабатываемого приложения необходимо учитывать факторы, связанные с инфраструктурой выбранной платформы «облачных» вычислений, её расположением и характером вычислительных задач, решаемых в приложении. Наиболее

распространёнными в настоящее время являются две модели «облачных» инфраструктур:

- «платформа как сервис» – модель предоставления платформы в качестве сервиса, реализующего возможность аренды платформы, которая обычно включает операционную систему и прикладные сервисы;
- «инфраструктура как сервис» – модель предоставления инфраструктуры (аппаратных ресурсов), реализующая возможность аренды таких инфраструктурных ресурсов, как серверы, устройства хранения данных и сетевое оборудование.

С точки зрения задач, стоящих перед современными САПР, рациональнее использовать модель «платформа как сервис», поскольку это облегчает разработку, тестирование, развертывание и сопровождение приложений без необходимости инвестиций в инфраструктуру и программную среду. Рассматривая характер вычислительных задач, необходимо учитывать тот факт, что «облачные» платформы предоставляют вычислительные ресурсы в виде большого количества узлов со сравнительно низкой производительностью и каналы связи между этими узлами обладают значительно большей латентностью по сравнению с локальной многопроцессорной системой. Это означает, что вычислительные алгоритмы должны, помимо высокой степени многопоточности, минимизировать количество точек синхронизации параллельно выполняемых потоков.

При выборе характера расположения «облачных» сервисов на удаленных серверах необходимо учитывать фактор невысокой скорости обмена данными с «облаком». Это требует минимизации количества входных и выходных данных «облачных» алгоритмов, или кэширования их на сервере с использованием ресурсов хранения «облака».

Таким образом, использование облачных сервисов создает немало технологических трудностей, которые сужают спектр решаемых с их помощью задач и увеличивают время их реализации. Однако многочисленные достоинства этого подхода очевидны, поэтому задача формирования распределенной среды САПР является в настоящее время исключительно актуальной. Одной из перспективных отраслей промышленности для отработки «облачных» технологий является мебельная промышленность. Это объясняется тремя основными факторами:

- большинство мебельных предприятий относится к категории малого бизнеса, что предопределяет их мобильность в плане реинжиниринга бизнес-процессов;
- мебельные предприятия активно переходят к организации территориально распределенных сетей сбыта продукции, что объективно требует создания распределенных САПР;
- перспективная стратегия построения САПР мебельных изделий, получившая название «концепция безошибочного проектирования и производства» [1], предусматривает широкое использование элементов параллельного проектирования за счет повышения уровня абстрагирования

моделей и перехода к объектным структурно-атрибутивным моделям изделий высокого уровня абстракции.

Одной из наиболее распространенных на отечественном рынке мебельных САПР является система «Базис» [2]. Она предназначена для автоматизации проектных операций, начиная от концептуального проектирования изделий в процессе приема заказов и заканчивая изготовлением деталей на современном станочном оборудовании. Опыт применения САПР «Базис» на ряде предприятий показал ее высокую эффективность, возможность организации единого информационного пространства и адаптации к специфике любого конкретного предприятия [3, 4]. Однако отсутствие среды распределенных вычислений не позволяет эффективно реализовать ряд современных технологий ведения мебельного бизнеса и выполнения инженерно-технических расчетов, объективно необходимых в условиях постоянно повышающихся требований к качеству корпусной мебели. Другие САПР, представленные на отечественном рынке программного обеспечения, также не имеют в своем составе модулей, реализующих распределенные вычисления.

В рамках дальнейшего развития САПР «Базис» предполагается проведение комплекса научно-исследовательских работ, направленных на разработку и внедрение распределенных технологий в практику автоматизации мебельных предприятий. Соответствующие направления исследований предполагают разработку ряда новых методов, моделей, алгоритмов и программных модулей, а именно:

- методов применения современных WEB-ориентированных технологий при проектировании и разработке САПР корпусной мебели;
- моделей и алгоритмов интеграции пользовательских приложений в информационное пространство САПР посредством глобальной вычислительной сети Интернет;
- принципов структуризации элементов САПР с целью выделения компонентов для переноса на платформу «облачных» вычислений;
- методики анализа объектных структурно-атрибутивных моделей корпусных мебельных изделий на корректность и технологичность изготовления;
- методов расширения объектных структурно-атрибутивных моделей корпусных мебельных изделий для реализации автоматического анализа характеристик корректности и технологичности;
- алгоритмов автоматического анализа моделей мебельных изделий с целью локализации мест некорректного сопряжения элементов;
- методов и алгоритмов оценки корректности моделей мебельных изделий с точки зрения технологии их изготовления на конкретном оборудовании;
- алгоритмов размерного анализа моделей мебельных изделий и ансамблей с целью моделирования процессов сборки;

• математического, информационного, программного и методического обеспечения комплексной САПР корпусной мебели, имеющей в своей структуре средства распределенных вычислений.

Практическая реализация результатов научно-исследовательских работ по этим направлениям позволит разработать САПР, охватывающую все этапы жизненного цикла мебельных изделий и ориентированную на широкое применение предприятиями мебельной промышленности.

Библиографические ссылки

1. Бунаков П. Ю., Стариков А. В., Старикова А. А., Харин В. Н. Новая парадигма проектирования САПР сложной корпусной мебели для позаказного промышленного производства. – М.: ГОУ ВПО МГУЛ, 2007. – 319 с.
2. Бунаков П. Ю., Стариков А. В. Автоматизация проектирования корпусной мебели: основы, инструменты, практика. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 864 с.
3. Бунаков П. Ю. Опыт применения САПР БАЗИС на предприятии «Флот-Индустрия» // САПР и графика. – 2008. – № 12 (146) – С. 101–103.
4. Бунаков П. Ю. Опыт внедрения и использования системы БАЗИС на мебельном предприятии VITALY // САПР и графика. – 2011. – № 4 (174) – С. 39–41.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА SOLIDWORKS ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ РЕЖУЩИХ ПЛАСТИН

Е. С. Веселова, Е. Г. Крылов

Волгоградский государственный технический университет

Проектирование пластин с композиционными вставками представляет собой новое направление улучшения режущих свойств инструмента. Компаниями-лидерами в этой области (Kennametal, Valentine (США), Sandvik, Stellram (Швеция), Walter, Vidia (Германия), Iscar (Израиль)) проводятся разработки вариантов композиционных пластин. Эти компании предлагают широкий ряд форм и размеров вставок, таких как стандартные треугольные, «ласточкин хвост», ротационные элементы, составляющие с пластиной неразъемные соединения [1]. В отечественной науке методы разработки и применения композиционных режущих пластин мало изучены.

Основными задачами при разработке пластин с композиционными вставками являются:

- выбор материала для вставок;
- количество вставок и их геометрическое расположение;
- геометрическая форма самой вставки;
- метод соединения вставки и основы.

Решение первой задачи обуславливается областью применения режущей пластины, в частности видом обработки, классом обрабатываемого материала, условиями стружкообразования. Решение второй и третьей задач исходит из расчетов напряженно-деформированного состояния пластины при обработке и минимизации деформаций. Решение четвертой задачи является наиболее сложным и требует выбора эффективного метода соединения разнородных материалов и устройств для его реализации.

Анализ результатов исследований, выполненных отечественными и зарубежными учеными, показывает, что преобладающая роль в сложном механизме физических процессов, происходящих при резании материалов, принадлежит тепловым явлениям. Отсюда ставятся задачи управления этими процессами с целью получения оптимальных выходных параметров металлообработки (качества, точности, производительности и экономичности). Эти задачи могут быть решены путем разработки методов улучшения теплоотвода за счет изменения конструкции режущей пластины и тела резца, с учетом протекающих тепловых процессов, что особенно важно при резании труднообрабатываемых материалов (жаропрочные, нержавеющие стали, титановые и никелевые сплавы).

Среди задач по оптимизации структуры композиционных пластин задачи эффективного отвода тепла от режущей кромки инструмента решены в малой степени. Учитывая нестационарные тепловые процессы при резании и сложность прямых методов измерения температуры, предлагается использовать программный комплекс SolidWorks для решения термических задач методом конечных элементов.

Проектирование композиционных пластин представляет собой сложную многокритериальную задачу, основным этапом которой является выбор материала для вставок с высоким коэффициентом теплопроводности. В настоящее время используются медные вставки, как наиболее простое и экономичное решение, которое, однако, не следует рассматривать как единственное.

С помощью методов компьютерного моделирования в среде SolidWorks есть возможность разработки и оптимизации геометрической формы и объема вставок из легкоплавких веществ и материалов с повышенными коэффициентами теплопроводности, построения моделей температурных полей в стандартном и композиционном режущем инструменте, проведения сравнительного анализа результатов исследований.

Метод конечных элементов позволяет выполнять дискретизацию объема, занимаемого телом, на элементарные области, в частности, для объемного тела – на тетраэдры с гранями, аппроксимируемыми линейными и параболическими функциями координат, для плоского тела – плоскими и криволинейными треугольниками. В пределах каждого элемента происходит аппроксимация линейной (элемент первого порядка) или параболической (элемент второго порядка) функцией. В результате приложения граничных условий (источника тепла) формируется модель распределения температурных полей в пластине. В качестве допущения полагается, что граничные условия не изменяются в процессе опыта ни по величине, ни по направлению [2].

Проведенное авторами моделирование в среде SolidWorks показало, что на твердосплавных пластинах, армированных медью, наблюдается существенный по величине тепловой поток, направленный из зоны резания в медный слой, который способствует отводу тепла в тело пластины и

уменьшению контактной температуры, что в итоге оказывает положительное влияние на стойкость режущей кромки инструмента.

Библиографические ссылки

1. Sandvik Coromant company [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.sandvik.coromant.com/en-gb/Pages/default.aspx> (дата обращения: 02.10.2012).

2. Алямовский А. А. SolidWorks / CosmosWorks. Инженерный анализ методом конечных элементов / А. А. Алямовский. – М.: Издательство ДМК Пресс, 2004. – 432 с.

ХРАНИТЕ ДАННЫЕ КОМПОНЕНТА «СЕРВЕР» В ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

К. Ю. Войтиков, П. Н. Тумаев

Кемеровский государственный университет

Филиал в г. Анжеро-Судженске

ODIS Drops – объектно-ориентированная система распределенных вычислений, предоставляющая необходимый каркас расширения для решения любых задач, отвечающих некоторым требованиям разделяемости и описания [1].

Как видно из диаграммы развертывания, представленной на рис. 1, ключевыми компонентами системы являются GRID-server и GRID-worker.

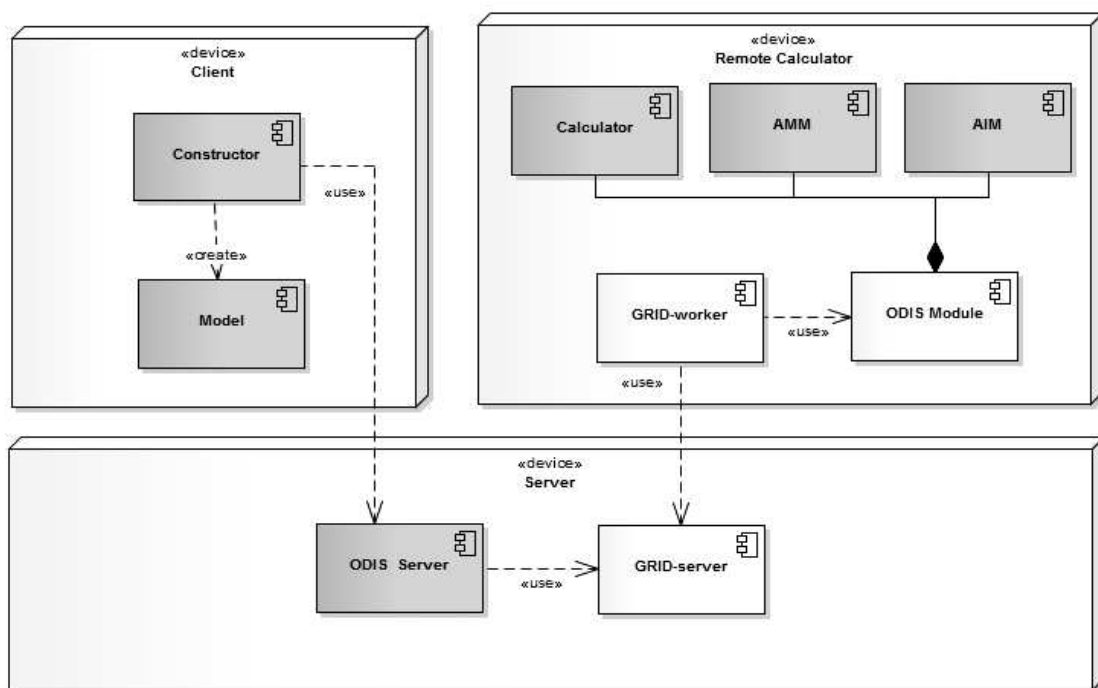


Рис. 1. Основные компоненты системы

Компонент GRID-worker устанавливается на компьютеры, используемые в качестве ресурса, и отвечает непосредственно за сам процесс расчетов, получение новых заданий и отправку результатов на сервер. Компонент GRID-server устанавливается на сервер сети распределенных вычислений и отвечает за координацию работы объектов GRID-worker,

получение заданий от пользователей системы, разделение заданий на подзадания для конкретных объектов GRID-worker и итоговую обработку результатов всех подзаданий для получения конечного результата, необходимого пользователю.

Очевидно, что при этом компонент GRID-server отвечает за хранение наибольшего количества данных, т.к. содержит все исходные данные, необходимые для решения всех задач в рамках системы, а самое главное, аккумулирует данные, полученные в результате вычислений, выполненных на всех вычислительных узлах. Соответственно в зависимости от размеров вычислительной сети, характера решаемых задач и требуемой статистической точности результатов объем таких данных может достигать очень больших величин.

Для обеспечения гибкости системы в плане хранения накопленных данных было решено реализовать возможность использования различных способов хранения данных, в зависимости от контекста и условий использования системы.

Так, на ранних этапах разработки системы в качестве основного способа хранения этих данных была выбрана сериализация всего графа объектов предметной области в один XML-файл. С одной стороны, этого было достаточно для хранения небольшого объема тестовых данных, с другой – позволяло легко разворачивать серверные компоненты системы на любом компьютере, не устанавливая дополнительных сторонних продуктов, таких как СУБД. Это также позволяло без затруднений анализировать сериализованные данные в «чистом» виде в целях отладки механизмов работы системы. Такой способ хранения данных на сервере все еще может пригодиться в ряде случаев использования системы в будущем.

Однако очевидно, что со значительным ростом объема хранимых данных использование прямой сериализации в XML будет недостаточно из-за низкой производительности операций чтения/записи, отсутствия транзакционности, управления параллельным доступом и т.д. Таким требованиям удовлетворяют современные СУБД. Использование СУБД лишает систему гибкости в переносе и непосредственной работе с данными, которую дает хранение данных в XML, однако такой подход позволяет отлично справиться с большим ростом данных.

Явное отделение слоя обращения к данным и использование архитектурных решений, изолирующих представление данных внутри системы от способа их фактического хранения, позволяет создать механизм для подключения к системе большого количества хранилищ данных различного типа. Например, хранение данных при помощи СУБД позволяет справиться со значительным объемом данных и частыми обращениями к ним. Однако также возможны случаи, когда объем данных настолько велик, что одного физического сервера для их хранения может оказаться недостаточно. Если при этом характер решаемых задач не требует частого обращения к таким данным, то имеет смысл рассматривать в качестве еще одного способа хранения «облачные» и GRID-хранилища. Стоит отметить,

что выбранный подход к построению архитектуры системы также позволит справиться и с вопросом неоднородности интерфейсов и парадигм представления данных в таких хранилищах в целом.

Таким образом, система приобретает еще одну точку расширения – расширение в направлении использования различных способов хранения данных.

Библиографические ссылки

1. Войтиков К. Ю., Моисеев А. Н., Тумаев П. Н. Компонентная модель распределенной объектно-ориентированной системы имитационного моделирования. // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 1. – С. 78–83.

ДИАГНОСТИКА ИЗМЕНЕНИЙ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ РАЙОНА УГЛЕДОБЫЧИ ПО ДАННЫМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

О. Л. Гиниятуллина, Н. В. Андреева

Институт вычислительных технологий СО РАН

Кемеровский филиал

В настоящее время к угледобывающим предприятиям предъявляются требования проведения экологического мониторинга окружающей среды вблизи объектов угледобычи, так как загрязнение окружающей среды является глобальной проблемой. На угледобывающих предприятиях ежегодно образуются миллионы тонн загрязняющих веществ, которые наносят ущерб как населению, так и экосистемам регионов.

На сегодняшний день, несмотря на активное развитие геоинформационных технологий, экологический мониторинг проводится, как правило, традиционными методами (это полевые исследования, точечные сборы, построение моделей развития процессов и т. п.).

Современные методы геоинформатики и космические технологии позволяют применять новые методы удаленного мониторинга больших территорий, основанные на применении данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), в частности, применение снимков высокого разрешения [1].

В работе рассматривается опыт применения разновременных снимков среднего (Spot, Landsat) и высокого разрешения (RapidEye) при решении задач геоэкологического мониторинга на примере Бунгурского геологоэкономического района Кузбасса.

На начальном этапе было произведено разграничение объектов с использованием алгоритма выделения текстурных признаков по методу Харалика (построение матрицы взаимной встречаемости) и метода построения классификации с обучением на основе алгоритма параллелепипеда для определения границ различных объектов.

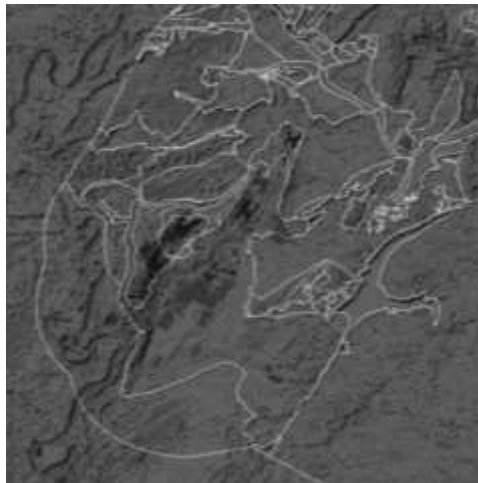
Далее был выделен класс задач, таких как обнаружение загрязнений водных объектов, выделение зон антропогенного влияния и т. п., для решения которых используется анализ спектральной отражательной

способности объектов на снимке [2]. Получен ряд спектральных кривых, как по каждому каналу, так и синтезированных на 6 зон интереса. После чего произведено сравнение полученных спектральных кривых с эталонами спектральной библиотеки NASA. Также определены основные классы загрязнений водной среды, которые фиксируются на снимках. Полученные данные о загрязнениях были подтверждены методами точечного отбора проб с последующим анализом в лаборатории.

На основе предыдущих результатов построена карта различий для объектов между 2011 г. и 2012 г., с использованием алгоритмов предварительной обработки, таких как нормализация и стандартизация.



а)



б)

*Карта различий: а) предварительная обработка – нормализация,
б) предварительная обработка – стандартизация*

Таким образом, ДДЗ позволяют получать актуальную информацию о различных объектах, выделять зоны распространения загрязнения и отслеживать их состояния во времени, а обработка разновременных снимков позволяет определить динамику и характер изменения объектов.

Библиографические ссылки

1. Лабутина И. А. Дешифрирование аэрокосмических снимков. – М.: Аспект Пресс, 2004. – 184 с.
2. Freek D. van der Meer, Steven M. de Jong. IMAGING SPECTROMETRY Basic Principles and Prospective Applications. – Dordrecht, 2001.

ГЕОИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ОБРАБОТКИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ КАК SaaS-СЕРВИС

О. Л. Гиниятуллина, И. Е. Харлампенков

*Институт вычислительных технологий СО РАН
Кемеровский филиал*

Для любого горнодобывающего региона большое значение имеет оценка текущего состояния сейсмической обстановки. Традиционно усилия в этой области направлены на получение и анализ сейсмограмм,

представляющих собой запись сейсмических колебаний посредством сейсмографа и построение карт сейсмического районирования. Стоит отметить, что сведения о сейсмособытиях, собранные в виде сейсмологических бюллетеней, можно рассматривать как разновидность геопространственных данных, и, следовательно, для их анализа могут быть использованы современные геоинформационные системы и методы геовычислений. При таком подходе становится возможным выяснение закономерностей взаимного расположения групп событий по различным регионам. Тем не менее в настоящее время наблюдается отсутствие информационных систем, содержащих инструменты, пригодные для сбора, хранения и комплексной обработки сейсмологических бюллетеней, полученных из распределённых источников. Таким образом, становится актуальной задача разработки геоинформационной системы обработки массивов сейсмических событий на основе комбинации современных методов обработки пространственных данных с использованием Веб- и ГИС-технологий в среде «облачных» вычислений.

В рамках создания подобной системы наиболее важным является вопрос тесной интеграции регулярно обновляющихся удалённых источников данных, вычислительных модулей и средств визуализации. При этом такое взаимодействие должно быть максимально прозрачно для пользователя. В такой ситуации наиболее подходящим решением является использование подхода, основанного на «облачных» вычислениях.

В настоящее время существует несколько определений данного термина, поэтому приведем один из распространенных вариантов: «Облачные» вычисления представляют собой динамически масштабируемый способ доступа к внешним вычислительным ресурсам в виде сервиса, предоставляемого посредством Интернета, при этом пользователю не требуется никаких особых знаний об инфраструктуре «облака» или навыков управления этой «облачной» технологией». При этом «облачный» сервис должен обладать следующими характеристиками:

- самообслуживание по требованию, то есть потребитель самостоятельно определяет и изменяет вычислительные потребности;
- универсальный доступ по сети Интернет/Инtranет;
- объединение ресурсов в единый пул для динамического перераспределения мощностей между потребителями в условиях постоянно изменяющегося спроса;
- эластичность, услуги могут быть предоставлены, расширены и сужены в любой момент времени, как правило, в автоматическом режиме;
- автоматический учёт потребления услуг.

В рамках «облачных» технологий выделяют следующие модели обслуживания клиентов:

- программное обеспечение как услуга (SaaS, англ. Software-as-a-Service) — модель, в которой потребителю предоставляется возможность использования прикладного программного обеспечения провайдера, а контроль и управление осуществляются «облачным» провайдером;

– платформа как услуга (PaaS, англ. Platform-as-a-Service) — модель, когда потребителю предоставляется возможность использования «облачной» инфраструктуры для размещения базового программного обеспечения для последующего размещения на нём новых или существующих приложений;

– инфраструктура как услуга (IaaS, англ. IaaS or Infrastructure-as-a-Service) предоставляется как возможность использования «облачной» инфраструктуры для самостоятельного управления ресурсами обработки, хранения, сетей и другими фундаментальными вычислительными ресурсами, за исключением основной физической и виртуальной инфраструктуры «облака».

С учетом особенностей создаваемой геоинформационной системы была выбрана модель SaaS, позволяющая пользователю решать интересующие его задачи, общаясь исключительно с web-интерфейсом и не вникая в особенности реализации вычислительного ресурса и пространственное распределение его элементов. Разработанная архитектура программного обеспечения представлена на рисунке 1.

В процессе разработки была использована СУБД PostgreSQL с расширением PostGIS, картографический сервер GeoServer для публикации геоданных в сети Интернет по протоколам WMS и WFS и сервер приложений Microsoft Internet Information Services в связке с технологией создания веб-приложений ASP.NET. Клиент построен на основе комбинации HTML и JavaScript библиотеки jQuery.

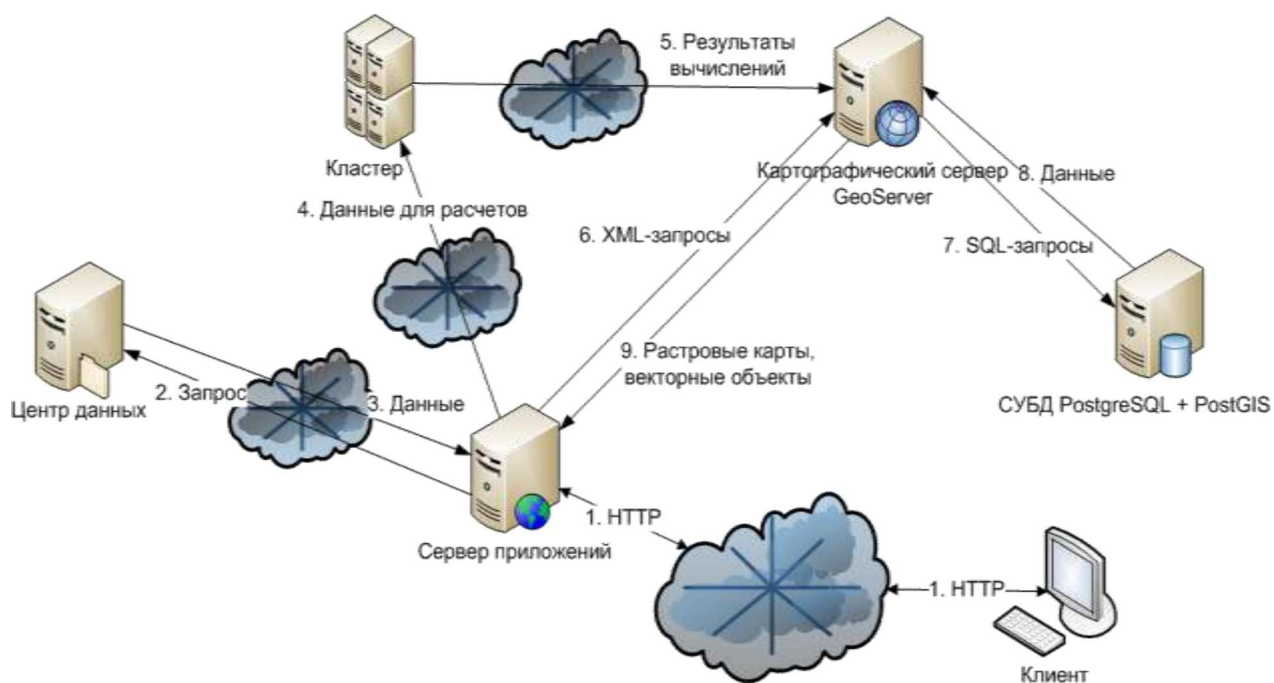


Рис. 1. Архитектура геоинформационной системы

В качестве средства отображения электронных карт используется OpenLayers. Для получения информации об отдельных элементах векторных слоев используется технология AJAX. Взаимодействие с вычислительной подсистемой осуществляется через JavaScript библиотеку, реализующую

протокол SOAP. Интерфейс пользователя представлен на рисунке

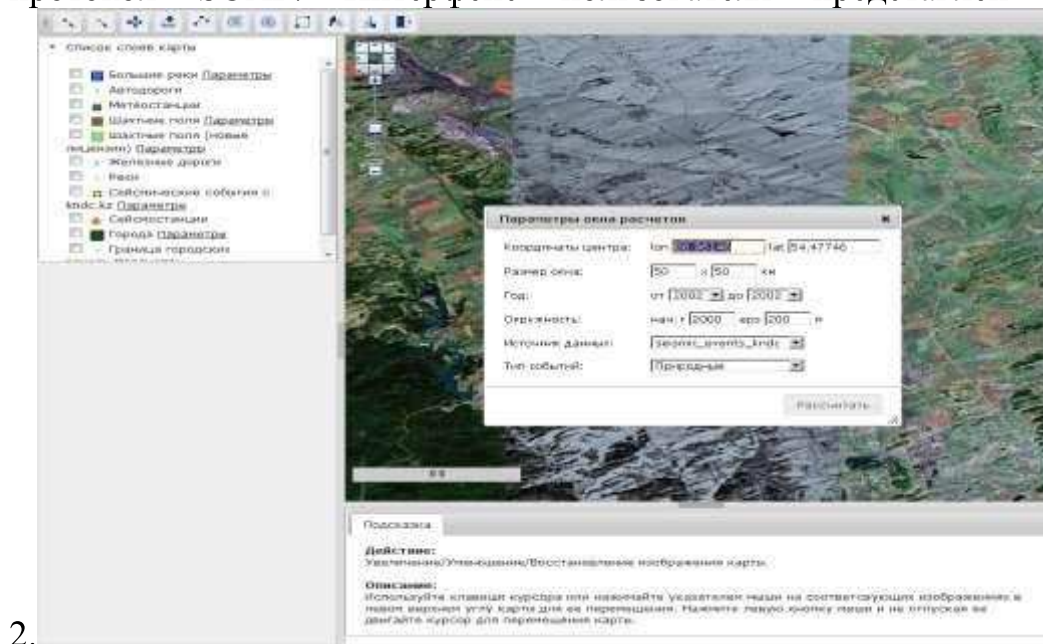


Рис. 2. Интерфейс геоинформационной системы

В рамках системы функционирует несколько вычислительных модулей для анализа сейсмологических бюллетеней. В частности, блок расчета траекторий миграции центров сейсмоэнерговыведения, компонент для вычисления фрактальных размерностей, проведения спектрального анализа. Для начала взаимодействия с сервисом пользователю достаточно выбрать соответствующую иконку на панели инструментов. Далее ввести параметры обработки в специальном окне и нажать кнопку «Рассчитать». Результаты работы выбранных алгоритмов будут автоматически переданы на уровень Веб-интерфейса, где происходит отрисовка траектории перемещения центров сейсмоэнерговыведения, формируется итоговая таблица результатов вычислений.

Таким образом, в рамках концепции «облачных» вычислений была разработана геоинформационная система, обеспечивающая сбор пространственных данных, в частности сейсмологических бюллетеней, из распределенных источников и их обработку различными методами. На ее основе было выполнено сравнение траекторий миграции центров сейсмоэнерговыведения ряда регионов Сибири. Выявлено, что Кузбасс выделяется на общем фоне, что, в свою очередь, обусловлено высоким уровнем техногенных землетрясений.

Библиографический список

1. Опарин В. Н., Потапов В. П., Попов С. Е. [и другие]. Разработка распределенных ГИС-средств мониторинга миграций сейсмических проявлений // ФТПРПИ. – 2010. – № 6.
2. Опарин В. Н., Сашурин А. Д., Кулаков Г. И. [и другие]. Современная геодинамика массива горных пород верхней части литосферы: истоки, параметры, воздействие на объекты недропользования. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. – 449 с.
3. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

4. 3DNews – Daily Digital Digest – Аналитика – Облачные вычисления на каждый день. URL: http://m.3dnews.ru/editorial/cloud_computing (07.06.2012).

5. Черняк Л. Облака: три источника и три составных части // Открытые системы. – 2010. – № 1.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ВЫДЕЛЕНИЕ МЕТАДААННЫХ ИЗ НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ ДОКУМЕНТОВ

А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, С. С. Балдин

Кемеровский государственный университет

В вузах, как и в большинстве крупных организаций, каждый день производится тысячи операций с электронными документами, существенная часть которых представляет собой действия, направленные на организацию документопотоков. С целью автоматизации работы с документами и бизнес-процессами, обеспечения совместной работы с данными, обеспечения безопасности и надежности хранения информации в КемГУ внедрена система электронного документооборота (СЭД) [1]. Одной из важных задач СЭД является интеграция с другими информационными системами, что, в частности, подразумевает занесение в СЭД документов, полученных из этих систем. Особую сложность вызывает задача регистрации в СЭД неструктурированных документов, что предполагает заполнение метаданных (свойств документов) вручную. Это приводит к существенным временным и стоимостным затратам за счет необходимости выделения одного или нескольких сотрудников на выполнение указанной задачи. Решить указанные проблемы позволит разработка системы, осуществляющей автоматическое выделение метаданных из неструктурированных документов.

Был проведен обзор методов, позволяющих выделять метаданные из неструктурированного документа. В обзор вошли следующие методы: классификация с помощью деревьев решений; байесовская (наивная) классификация; классификация с помощью нейронных сетей (НС) Кохонена; классификация при помощи генетических алгоритмов. По результатам обзора для реализации информационной системы выбран метод классификации при помощи НС Кохонена [2]. Данный метод ранее уже использовался для выделения метаданных [3]. Однако результаты тестирования прототипа системы выделения метаданных из документа, построенной на основе метода классификации с помощью НС Кохонена, выявили ряд недостатков, что потребовало модификации метода.

Метод классификации при помощи НС Кохонена стал основой для алгоритма выделения метаданных из неструктурированного документа. В общем случае алгоритм выделения метаданных состоит из следующих этапов:

1. Выделение зон документа. Зону документа можно выделить, опираясь на несколько признаков: зона представляет собой абзац документа, состоящий из одного слова, зона представляет собой абзац документа, расположенный между нулевыми строками, зона представляет собой абзац документа, расположенный между другими зонами.

2. Определение типа зоны. Было выделено несколько типов зон документа: «заголовок», «тело документа», «таблица», «рисунок». Чтобы отнести абзац документа к конкретному типу зоны, необходимо определить следующий вектор:

$$p = \begin{pmatrix} \left[\begin{array}{l} \text{присутствует выравнивание по левому краю} \\ \text{присутствует выравнивание по центру} \\ \text{присутствует выравнивание по правому краю} \\ \text{присутствует выравнивание по ширине} \\ \text{все буквы прописные} \end{array} \right] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{pmatrix},$$

где $[]$ – переход от логической величины к цифровой, по правилу: если утверждение в скобках истинно, тогда все выражение равно «1», если ложно – то «0».

3. Отнесение документа к шаблону. После определения типа зон составляется матрица документа. Матрица документа представляет собой список зон, где зоны одинакового типа, следующие друг за другом, объединяются в одну (нулевые строки в матрицу не входят). Шаблон документа формируется аналогичным способом, что и матрица документа, и имеет аналогичную структуру. Для одного класса документа может существовать множество шаблонов, описанных указанным методом. Они могут различаться по расположению и типу зон [2]. Матрица документа подается на вход нейронной сети. В качестве ядра (наиболее типичного представителя) класса для нейронной сети используется шаблон документа. Для определения степени близости двух матриц определяется вектор $d(A, C) = (d_1, d_2, d_3, d_4)$, здесь

$$d_1 = m = n,$$

где m – количество строк шаблона документа, а n – количество строк матрицы документа;

$$\begin{cases} d_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^4 [a_{ij} = c_{ij}] \text{ при } n = m, \\ d_2 = 0 \text{ при } n \neq m, \end{cases}$$

где a_{ij} – значение элемента шаблона документа, c_{ij} – значение элемента матрицы документа;

$$d_3 = \sum_{i=1}^n [k = x_i],$$

где n – количество слов в документе, k – определяющий признак шаблона документа, x_i – слово документа;

$$d_4 = (-1)^{\chi} |i = r|, \chi = \begin{cases} 1, d_1 = 0, \\ 0, d_1 \neq 0, \end{cases}$$

где i – позиция определяющего признака в документе, r – позиция определяющего признака в шаблоне документа.

Слой нейронов сети генерирует сигналы, которые рассчитываются следующим образом:

$$\|d(A, C)\| = d_1 q_1 + d_2 q_2 + d_3 q_3 + d_4 q_4,$$

где q_i – весовые коэффициенты, выполняющие условие:

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 1.$$

Сигнал, генерируемый НС Кохонена, характеризует степень близости матрицы документа к шаблону документа.

Далее определяется шаблон, для которого данная степень близости максимальна:

$$\|d(A, C)\| \rightarrow \max.$$

В случае, если установить соответствие между матрицей документа и шаблоном не удалось, создается новый шаблон документа, представляющий собой матрицу, предъявленную на входе.

4. Выделение метаданных в зоне. Для определения метаданных важно хранить некоторую информацию об их возможном расположении в документе. Эту функцию выполняет меташаблон. В общем случае меташаблон представляет собой следующее выражение:

$$\mathbf{M}_j^i = \left\{ z_1 : \begin{pmatrix} m_1 & m_n \\ c_{11} & \dots c_{n1} \\ \dots & \dots \\ c_{1n} & c_{nn} \end{pmatrix} ; z_2 : \begin{pmatrix} m_{n+1} & m_p \\ c_{11} & \dots c_{n1} \\ \dots & \dots \\ c_{1n} & c_{nn} \end{pmatrix} ; \dots ; z_n : \begin{pmatrix} m_{p+1} & m_q \\ c_{11} & \dots c_{n1} \\ \dots & \dots \\ c_{1n} & c_{nn} \end{pmatrix} \right\},$$

где z_i – обозначение зоны; m_i – коды метаданных, которые должны определяться в зоне z_i ; c_{ij} – ядра метаданных, которые характерны для данного метаданного.

Для каждого класса метаданного существует свое ядро (наиболее типичный представитель класса):

$$c_a = (k, r, \{s_1, \dots, s_v\}, \{f_1, \dots, f_u\}, \{R_1, \dots, R_n\}),$$

где a – код класса, k – определяющий признак класса, r – позиция признака в тексте, S_i – ключевые слова, f_i – фразы, часто встречающиеся в документах; R_i – регулярные выражения.

Вектор входных параметров, подаваемый на слой нейронов:

$$x^p = (x_1, \dots, x_n),$$

где x_i – слова той или иной зоны документа.

Вектор, необходимый для определения расстояния от экземпляра документа, представляемого вектором d , до ядра класса:

$$d(x^p, c_a) = (d_1, d_2, d_3, d_4, d_5),$$

где

$$d_1 = \sum_{i=1}^n [k = x_i],$$

d_1 – величина, равная 1, если определяющий признак присутствует в документе, и равная 0, если не присутствует;

$$d_2 = (-1)^{\chi|i=r|}, \chi = \begin{cases} 1, d_1 = 0, \\ 0, d_1 \neq 0, \end{cases}$$

d_2 – расстояние между позицией определяющего признака в документе и позицией определяющего признака из ядра класса;

$$d_3 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^v [s_k = x_i],$$

d_3 – количество слов документа, совпавших со словами из ядра класса;

$$d_4 = \sum_{i=1}^u \sum_{k=1}^{n-m} [f_i = \bigcup_{j=k}^{k+m} x_j],$$

d_4 – количество слов документа, совпавших со словами из ядра класса;

$$d_5 = \sum_{i=1}^u \sum_{k=1}^{n-m} \left[R_i = \bigcup_{j=k}^{k+m} x_i \right],$$

d_5 – количество слов документа, совпавших с шаблонами регулярных выражений из ядра класса.

Сигнал, генерируемый нейронами слоя Кохонена, характеризует расстояние от экземпляра документа до ядра класса:

$$\|d(x^p, c_a)\| = q_1 d_1 + d_2 q_2 + d_3 q_3 + d_4 q_4 + d_5 q_5,$$

где q_i – весовые коэффициенты, удовлетворяющие условию

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 = 1.$$

Задача выделения метаданного состоит в нахождении максимального из сигналов:

$$\|d(x^p, c_a)\| \rightarrow \max.$$

На основе анализа предметной области и алгоритма «автоматического выделения метаданных из неструктурированного документа» были определены требования, в соответствии с которыми построен ряд моделей информационной системы: функциональные модели в нотациях IDEF0 и IDEF3, ER-модель в нотации Баркера, диаграммы пакетов и классов в нотации UML.

Так как компонент должен быть интегрирован в систему электронного документооборота КемГУ, то наиболее оптимально использовать те же технологии, что и при реализации СЭД КемГУ:

- 1) СУБД ORACLE;
- 2) процедурный язык PL/SQL;
- 3) сервер приложений TomCat;
- 4) фреймворк KemSUWEB;
- 5) язык Java.

Фреймворк KemSUWEB располагается на сервере приложений и обеспечивает единую среду для создания приложений, основанных на трехуровневой архитектуре в среде Internet за счет адаптеров, которые

удовлетворяют различные потребности разработчика: в операциях с Oracle, в защите информации, в управлении ходом приложения. Фреймворк разработан в ЦНИТе КемГУ.

В соответствии с моделями реализован прототип информационной системы, на данный момент находящийся на стадии тестирования.

Готовая информационная система позволит уменьшить временные затраты на выделение метаданных из неструктурированного документа, а также увеличить скорость импорта большого числа документов в систему документооборота.

Библиографические ссылки

1. Гудов А. М., Завозкин С. Ю. Система электронного документооборота вуза // Труды VI Всероссийской научно-практической конференции «Системы автоматизации в образовании, науке и производстве». – Новокузнецк: СибГИУ, 2007.

2. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001.

3. Гудов А. М., Завозкин С. Ю., Меньшиков А. С. Метаданные документа системы электронного документооборота вуза // Труды IV Всероссийской научно-практической конференции «Информационные недр Кузбасса». – Кемерово: ИНТ, 2005.

СТеК – СИСТЕМА ТЕСТИРОВАНИЯ КЕМЕРОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, Е. В. Сидорова

Кемеровский государственный университет

На современном этапе развития образования все больше внимания уделяется внедрению эффективных форм контроля знаний. Одной из таких форм является компьютерное тестирование. Основные преимущества тестирования [1]:

- оперативность обработки результатов тестирования;
- индивидуальность процесса проверки знаний;
- освобождение преподавателя от рутинной работы;
- соответствие тенденции перехода к дистанционному образованию.

Однако традиционное компьютерное тестирование имеет ряд проблем [2], таких как:

- примитивность расчета итоговой оценки, который сводится либо к определению отношения количества правильных ответов к количеству заданных вопросов, либо к суммированию баллов, назначаемых за каждый правильный ответ;
- недостоверность тестирования, так как возможно быстрое изучение банка заданий;
- необъективность оценки знаний – студентам с разными уровнями подготовки задаются вопросы одного уровня сложности.

Решением перечисленных проблем может служить применение компьютерного тестирования на основе адаптивного алгоритма.

В настоящее время существует множество различных систем тестирования. После проведения анализа предметной области были составлены критерии анализа для действующих систем тестирования на предмет поиска удовлетворяющей им системы. Основными критериями при анализе систем являлись:

- использование в качестве клиентского приложения Web-браузера;
- наличие различных видов тестирования (например, самостоятельное, групповое и т. п.);
- возможность выбора дисциплин; возможность ограничения теста по времени; возможность использования иллюстраций в качестве формулировок и ответов на тестовое задание;
- присутствие различных типов тестовых заданий (как минимум: последовательность, соответствие, один из многих, многие из многих, с открытой формой вопроса);
- наличие элементов для удобства прохождения тестирования (например, кнопок завершения тестирования, перехода между тестовыми заданиями и т. п.);
- наличие анализа результатов и вид его представления;
- соответствие тестовых заданий при экспорте – импорте стандарту QTI [3];
- возможность просмотра заданий, на которые был дан неверный ответ.

По представленным выше критериям было рассмотрено 12 систем тестирования, широко представленных на рынке ПО и используемых в крупнейших вузах России. В результате анализа этих систем был сделан вывод о том, что ни одна из рассмотренных систем не соответствует предъявленным критериям полностью.

В КемГУ для контроля знаний студентов уже используется система тестирования RealTests [4], которая успела себя хорошо зарекомендовать. Кроме того, была закуплена система АСТ, в которой было накоплено около 30 000 тестовых заданий. Однако обе системы не полностью соответствуют предъявленным критериям, поэтому было принято решение о создании системы тестирования СТеК на базе RealTests, удовлетворяющей требованиям, сформулированным в соответствии с определенными ранее критериями.

Тестирование в системе СТеК будет проводиться двумя способами: традиционным и адаптивным. Адаптивное тестирование осуществляется в соответствии с алгоритмом, разработанным в КемГУ. Далее представлены основные идеи, заложенные в алгоритме адаптивного тестирования:

- 1) количество заданий и уровень сложности определяются преподавателем в зависимости от структуры плана и курса (базовый набор);
- 2) если студент отвечает на задания базового набора по текущему уровню сложности, то сложность увеличивается и студент имеет возможность досрочно завершить тестирование и получить оценку;

3) если студент не отвечает на вопросы заданного уровня сложности из базового набора, то для него подбираются дополнительные тестовые задания из базы тестовых заданий;

4) если студент не отвечает на дополнительные вопросы текущего уровня, то уровень понижается и подбираются дополнительные вопросы из базы тестовых заданий этого уровня;

5) если студент отвечает на дополнительные вопросы заданного уровня, то уровень увеличивается и студент может завершить тест быстрее.

На рисунке представлен алгоритм адаптивного тестирования, где t – количество тем, L – количество уровней сложности; l_i^j – количество заданий

i -ой темы j -го уровня сложности; $l_j = \sum_{i=1}^t l_i^j$ – количество заданий j -го уровня сложности; $l^i = \sum_{j=1}^L l_i^j$ – количество заданий i -ой темы.

В блоке формирования переменных определяются следующие значения:

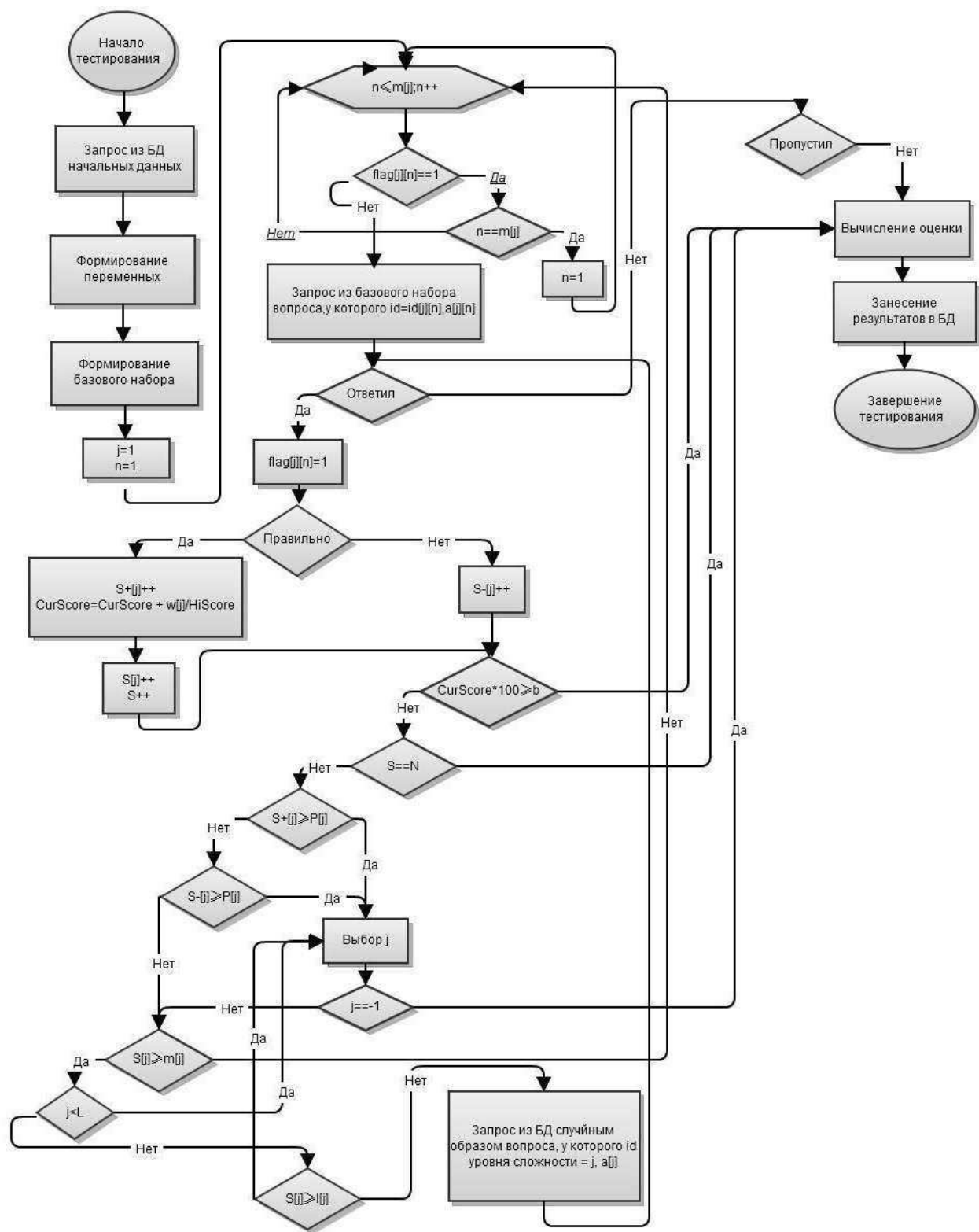
$S[j] = 0$ – количество заданий j -го уровня сложности, на которые студент ответил;

$S_+[j] = 0$ – количество заданий j -го уровня сложности, на которые студент ответил правильно;

$S_-[j] = 0$ – количество заданий j -го уровня сложности, на которые студент ответил неправильно;

$flag[j][n] = 0$ – флаг того, что на задание j -го уровня сложности под номером n студент не ответил.

Перед началом тестирования преподаватель должен определить базовый набор тестовых заданий. Базовый набор – набор заданий, который формируется непосредственно перед началом тестирования. Количество заданий в базовом наборе определяется преподавателем. Определение базового набора осуществляется путем задания количества тестовых заданий в каждой теме по каждому уровню сложности (m_i^j) и процента правильных ответов по каждой теме для каждого уровня сложности, необходимого для успешного прохождения данного уровня (p_i^j). В случае проведения зачета преподаватель может задать минимальное количество баллов, набрав которое студент завершит тестирование (b). Для каждого тестового задания назначается уровень сложности w^j .



Алгоритм тестирования

После начала тестирования высчитываются следующие значения:

$$HiScore = \sum_{j=1}^L m^j w^j \text{ – максимально возможный балл;}$$

$$N = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^L m_i^j \text{ – общее кол-во заданий в базовом наборе.}$$

Затем система начинает формировать базовый набор. Порядок, в котором будут выдаваться задания, определяется «важностью» темы. «Важность» прямо пропорционально зависит от количества заданий в теме. Задания будут выдаваться из разных тем по очереди, начиная с темы с большим значением «важности». После каждого ответа на задание пересчитывается текущий балл студента:
$$CurScore = CurScore + \frac{w^j}{HiScore}.$$

В соответствии с требованиями к системе и алгоритмом адаптивного тестирования был разработан комплекс моделей: информационная модель; функциональные модели в нотациях IDEF0 и IDEF3; ER – модель; модель вариантов использования в нотации UML.

В КемГУ для построения единого информационного пространства внедрена интегрированная аналитическая информационная система (ИАИС) [5]. Система СТеК взаимодействует с рядом подсистем, входящих в ИАИС: ИС «Деканат», ИС «Единая система защиты» и ИС «Глоссарий».

Для реализации системы тестирования СТеК были выбраны те же программные средства реализации, что и для ИАИС, что позволит наиболее эффективно интегрироваться с ИАИС. Программные средства реализации: СУБД ORACLE; процедурный язык PL/SQL; сервер приложений Apache Tomcat 5.4.4; пакет KemsuWeb.

На данный момент идет реализация системы тестирования СТеК. Разработана подсистема администрирования. В текущем году планируется реализация подсистем тестирования и анализа данных, интеграция системы СТеК с ИАИС и внедрение в эксплуатацию в КемГУ.

При внедрении системы тестирования СТеК предполагается достичь таких результатов, как:

- повышение объективности оценки знаний;
- повышение уровня достоверности системы;
- удобство использования системы тестирования в качестве способа оценки знаний студентов, за счет интеграции системы с ИАИС.

Инновационными преимуществами системы являются:

- доступность тестирования через Интернет, как для студента, так и для преподавателя, вызов данного программного средства осуществляется через любое средство управления содержимым;
- открытость обучения, за счет возможности просмотреть ошибки, допущенные при тестировании, и комментарии к ним; защищенность системы;
- фиксация траектории ответов студента и расчет итоговой оценки в зависимости от нее;
- мобильность;
- разработка в соответствии с сервис-ориентированной архитектурой;
- выполнение экспорта – импорта тестовых заданий в соответствии со стандартом QTI.

По окончании реализации и проведении тестирования система СТеК будет внедрена в КемГУ. В дальнейшем возможно коммерческое использование системы путем предоставления сторонним организациям системы тестирования СТеК в аренду, что возможно как за счет гибкости логики, так и за счет выбранной архитектуры.

Библиографические ссылки

1. Вергазов Р. И. Система компьютерного тестирования знаний: дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.10 / Р.И. Вергазов; Пензенский государственный университет. – Пенза, 2006.
2. Рудинский И. Д. Формально-структурные основы повышения эффективности педагогического тестирования знаний // Ученые записки / под ред. И. В. Роберт – М.: ИИО РАО, 2004. – Вып. 14.
3. Спецификация IMS Question & Test Interoperability. – Vol. 1.2 [Электронный ресурс]/ IMS Global Learning Consortium, Inc. // <http://www.imsglobal.org/question/>. – 2001–2012.
4. Гудов А. М., Ростовцев Е. А. Система компьютерного контроля успеваемости студентов // Материалы региональной научно-практической конференции «Информационные недр Кузбасса». КемГУ. – Кемерово: Изд-во «Фирма Полиграф», 2001. – Ч. 2. – С. 194–198.
5. Афанасьев К. Е., Гудов А. М., Завозкин С. Ю. Интегрированная аналитическая информационная система управления университетом: основные элементы. – Кемерово: Изд-во ООО «ИНТ», 2009.

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ САЙТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ В ВИДЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ КОРПОРАТИВНОЙ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ

Д. О. Змеев, О. А. Змеев

*Национальный исследовательский
Томский государственный университет*

На текущий момент трудно представить себе некоторое образовательное учреждение, которое не обладало бы собственным web-сайтом. Для образовательного учреждения его сайт выполняет задачи, аналогичные корпоративным порталным решениям в классическом бизнес сообществе. Ориентация образовательных сайтов прежде всего на поддержку бизнес-правил процесса обучения долгое время определяла и подходы к их разработке и сопровождению, основанные на применении так называемых порталных технологий. В большинстве случаев такой сайт представляет собой набор предопределенных сервисов, соответствующих определенным функциональным блокам, непосредственно связанным с реализацией бизнес-правил образовательного учреждения. Появившись в конце 90-х годов прошлого века и активно эволюционируя по настоящий момент, сайты, основанные на порталных технологиях, показали себя как великолепное средство организации корпоративной среды образовательных учреждений, предоставляя своим пользователям достаточно комфортные средства для

работы с необходимой информацией. К сожалению, на взгляд авторов, на современном этапе развития Internet технологий такой подход к разработке сайтов образовательных учреждений должен уступить своё место новому, в основе которого лежат не бизнес-процессы, а социальная активность пользователей.

Web-приложения, основанные на активности пользователей, широко известны под названием социальных сетей. Появившись в середине 90-х [1] годов прошлого века в качестве среды для организации свободных Internet сообществ, социальные сети достаточно быстро приобрели значительную популярность в корпоративном мире. Ведущие производители программного обеспечения в настоящий момент предлагают на рынке программные продукты для разработки корпоративных социальных сетей. Достаточно большие компании, в том числе и в Российской Федерации, вкладывают значительные средства для реализации проектов по разработке своих корпоративных сетей (примеры таких внедрений можно найти в [2]). Установлено, что такой подход к организации бизнеса позволяет значительно повысить активность сотрудников целевого предприятия, повысить корпоративную культуру и т. д. и т. п. К сожалению, в области образования в настоящий момент эта технология, на наш взгляд, не нашла достойного применения.

Принципиальным различием между классическими порталами и социальными сетями, на взгляд авторов, является принцип формирования контента такого сайта. Если в случае использования классической портальной технологии контент формируется за счёт предопределённых сервисов, а права доступа к нему жёстко задаются системой администрирования пользователей, то в рамках социальных сетей основным источником формирования контента являются сами пользователи портала, а доступ к нему определяется на основе их социальных предпочтений. Или несколько иначе: в случае применения портальной технологии пользователь обязан принимать участие в некотором предопределённом разработчиками бизнес-процессе, в социальной сети пользователь сам принимает решения относительно использования тех или иных предоставляемых системой сервисов.

На основании сказанного можно сформулировать контекстную диаграмму вариантов использования для практически любого web-решения, реализующего принцип социальной сети (рис. 1).

На контекстной диаграмме абстрактный вариант использования «сервис» фактически определяет набор функциональных возможностей, которые предоставляются пользователю. Реализация конкретных сервисов в рамках конкретных порталов определяет их функциональность как с точки зрения поддержки соответствующих бизнес-процессов, так и с точки зрения реализации социальных потребностей пользователей. Остальные три

варианта использования носят служебный характер и предназначены для решения проблем, связанных с управлением правами пользователей.

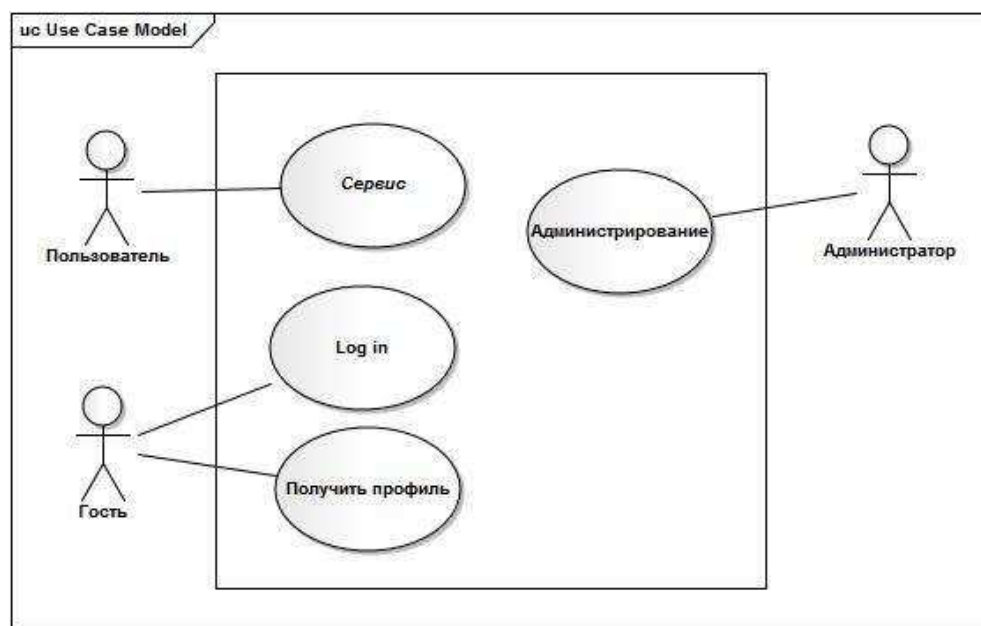


Рис. 1. Контекстная диаграмма вариантов использования для web-сайта, основанного на принципах социальной сети

Опишем некоторые моменты перехода от портальной технологии к организации образовательного портала в виде специализированной образовательной социальной сети. Такой переход, на наш взгляд, возможен по следующей методике. В отличие от классических корпоративных бизнес-процессов образовательный процесс достаточно жёстко структурирован и регламентирован. В случае реализации образовательной социальной сети это приводит к достаточно жёсткому разделению сайта на две части – собственно корпоративную, предназначенную для работы с классическим образовательным контентом, и социальную, которая и призвана обеспечить пользователей новыми функциональными возможностями для реализации их текущих потребностей. Явными преимуществами такого подхода является скорость обновления информации на корпоративном сайте, социальная ориентированность такой информации и её персонализация. Отметим тот факт, что если у образовательного учреждения существует классический образовательный портал, то эту часть можно просто интегрировать в состав новой системы.

Нетрудно заметить, что в рамках предлагаемой методики существует две основные проблемы. Во-первых, технология реализации корпоративной и социальной части портала должна быть в достаточной степени унифицированной, чтобы не возникало потребности поддерживать фактически две параллельные системы. Во-вторых, в рамках этой технологии необходимо организовать регламент управления пользователями таким образом, чтобы, с одной стороны, соблюдались все регламентные операции,

свойственные бизнес-процессам образовательного учреждения, а с другой стороны, на социальную часть портала должен быть наложен минимум ограничений.

Для решения этих проблем предлагается использовать механизм групп пользователей с принципиальным разделением их по двум разным типам. Объединение пользователей в группы на портале предлагается осуществлять по двум различным сценариям. В первую очередь для реализации бизнес-функционала рассмотрим группы, которые авторы назвали корпоративными. Участие пользователей в этих группах является обязательным, а предоставляемая группами функциональность определяется и регламентируется текущим бизнес-процессом. С другой стороны, на портале организуется второй тип групп, которые авторы называют социальным и в рамках которых регламентные ограничения отсутствуют. Стандартные базовые функциональные возможности портала ставятся в соответствие тем группам, которые их используют в текущий момент времени. При этом корпоративные группы эволюционируют согласно графику учебного процесса, а социальные – в том режиме, который определяется их создателями.

Соответствующие проектные решения можно проиллюстрировать двумя диаграммами. На рис. 2 приведена диаграмма, предназначенная для организации работы с пользователями системы.

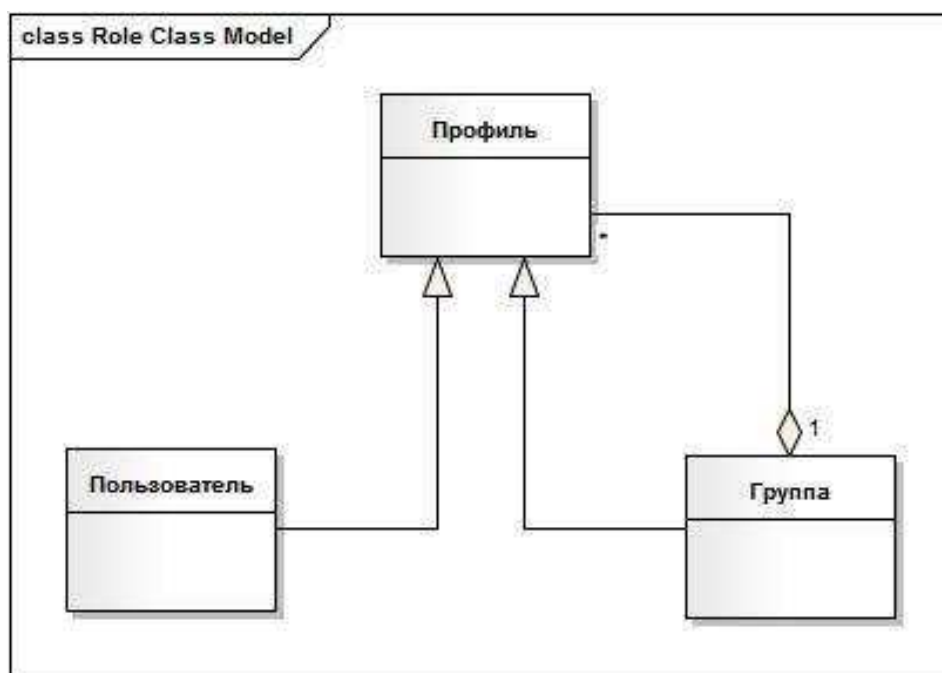


Рис. 2. Структурная организация пользователей и групп

Для того чтобы обеспечить единый интерфейс как для работы с отдельными пользователями, так и с группами, в рамках этого решения использовано типовое решение проектирования Компонент [3]. Класс «профиль» задает единый интерфейс для работы с пользователями и группами, конкретные операции этого класса уточняются на этапе

проектирования конкретного образовательного портала. Назначение остальных классов следует из их названия.

Вторая диаграмма классов (рис. 3) иллюстрирует взаимосвязи между профилями и сервисами системы. На этой диаграмме показан класс «роль», который определяет отношение конкретного профиля к конкретному системному сервису.

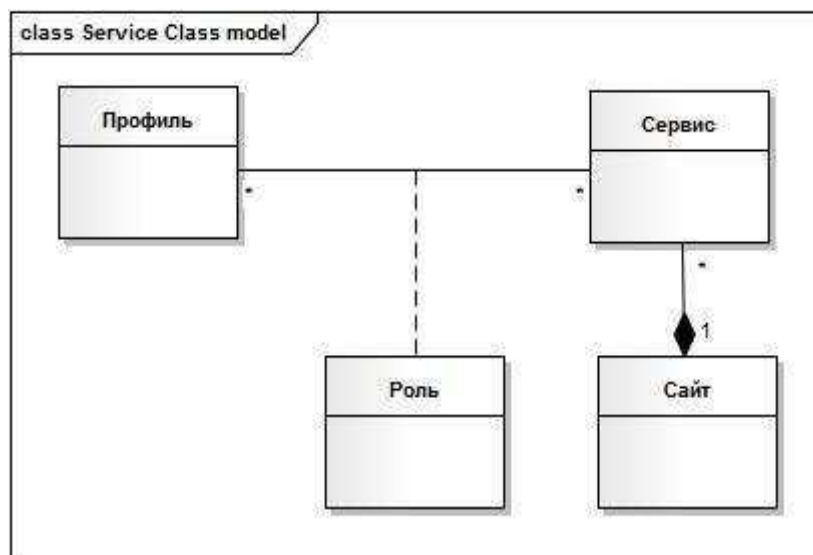


Рис. 3. Структурная организация профилей и сервисов

В заключение хотелось бы заметить, что в рамках настоящей работы основное внимание акцентировано на основных принципах организации корпоративных образовательных социальных сетей, а не на технологиях, на которых такого рода сайты можно реализовать. На наш взгляд, этот подход можно применять с использованием большого спектра IT-технологий. В текущий момент на факультете информатики авторы пытаются реализовать изложенные в представленной работе идеи в разных проектах, основанных на различных технологиях и платформах.

Библиографические ссылки

1. Социальные сети: азбука социальных сетей [Электронный ресурс]. URL: <http://www.social-networking.ru/history/> (дата обращения 10.10.2012).
2. 1c-битрикс [Электронный ресурс]. URL: <http://www.1c-bitrix.ru/products/intranet/projects/cases/cases/202830/> (дата обращения 10.10.2012).
3. Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р. [и другие]. Приёмы объектно-ориентированного проектирования. – Санкт-Петербург: Изд-во Питер, 2001. – 368 с.

КОНЦЕПЦИЯ УНИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ВАРИАНТОВ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

О. А. Змеев, А. М. Политов, Я. М. Чайка

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В современном мире в рамках любого процесса разработки программного обеспечения одним из ключевых моментов является процесс

определения требований к программной системе. Наиболее распространенным способом представлений требований в процессах разработки программного обеспечения, основанных на использовании объектно-ориентированного подхода, являются варианты использования [1].

Варианты использования можно представить по-разному. Существует несколько различных способов записи вариантов использования, например, такие как:

- варианты использования в текстовой нотации А. Коберна [2];
- варианты использования в нотации UML (диаграммы вариантов использования, диаграммы деятельности, диаграммы состояний и т. д.) [3];
- варианты использования в текстовой двухколоночной нотации Вирфс-Брок [4].

В процессе разработки программного обеспечения варианты использования могут применяться для фиксации функциональных требований к разрабатываемой системе. При этом зачастую возникает необходимость ознакомить заказчика (или другое заинтересованное лицо) с функциональными требованиями, оформленными в виде вариантов использования. Однако заинтересованное лицо не всегда обладает достаточными знаниями нотаций, используемых для записи вариантов использования. Потому единственным способом представления функциональных требований для заказчика является текстовое описание на естественном языке, для понимания которого не требуется знаний специализированных нотаций.

С другой стороны, на основании вариантов использования происходят дальнейшие этапы разработки программного обеспечения (анализ, проектирование, тестирование). В таком случае для возможности автоматизированной обработки вариантов использования необходима формальная модель, которая, как правило, отсутствует у текстовых представлений, но присутствует у графических.

При этом возникает проблема – отсутствие механизма автоматического преобразования между различными способами записи. Таким образом, спецификатору «Варианты использования» необходимо проделывать фактически одну и ту же работу (спецификацию одного и того же варианта использования) несколько раз. В случае необходимости внесения изменений в вариант использования такие изменения должны быть отражены во всех представлениях, что также добавляет работы и может являться причиной возникновения ошибок (из-за расхождений между представлениями).

Существует несколько способов решения данной проблемы.

Одним из способов решения проблемы является разработка механизма преобразования из одного представления в другое. Данное решение применяется в некоторых CASE-инструментах, например в Visual Paradigm [5]. Такие преобразования зачастую не являются взаимно-однозначными. И, во избежание проблем с потерей информации при последовательных преобразованиях, необходима реализация преобразования

между всеми необходимыми представлениями, что может быть затруднительно, поскольку существует много различных представлений.

Для решения указанной проблемы предлагается следующий подход: создание унифицированной модели вариантов использования, которая бы поддерживала необходимые форматы представления вариантов использования в объеме, позволяющем специфицировать варианты использования. Таким образом, решается проблема необходимости реализации большого количества преобразований.

В процессе анализа различных представлений вариантов использования были выделены следующие особенности:

- вариант использования имеет множество сценариев, завершающихся успешно или неудачно;
- каждый такой сценарий представляет собой последовательность действий;
- каждое действие выполняется определенным актером (например, пользователем, системой).

Множество таких сценариев может быть бесконечно (из-за возможности образования циклов) и, в результате, неприменимо в чистом виде на практике. Для решения данной проблемы выделим основной сценарий варианта использования (сценарий, все действия которого успешно выполняются), а остальное множество сценариев определим через расширения к отдельным действиям основного сценария (в том числе через расширения к множеству действий и, возможно, ко всему сценарию).

Предлагаемая модель представляет собой расширение к OMG UML (версии 2.4.1, стандартизованной ISO) [3]. Модель основана на пакетах `Classes::Kernel` и `CommonBehaviors::BasicBehaviors`. На рис. 1 показана диаграмма пакетов предлагаемой модели.

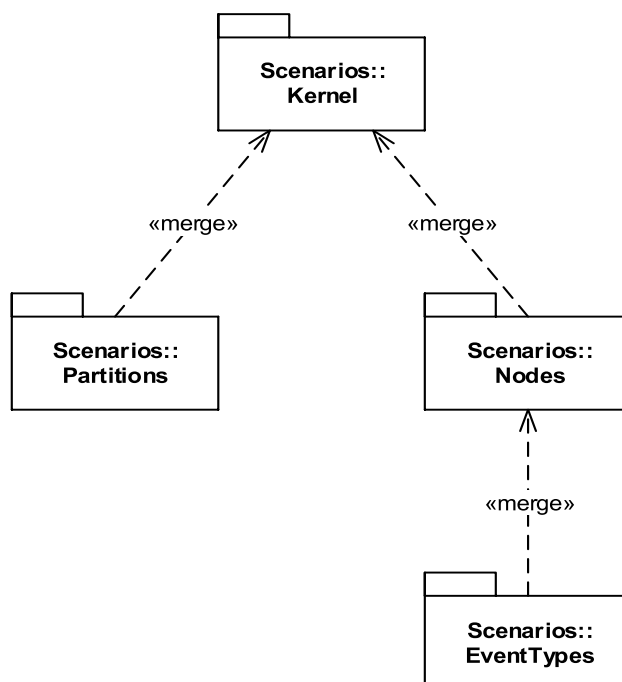


Рис. 1. Диаграмма пакетов предлагаемой модели

Модель состоит из следующих пакетов:

- Scenarios::Kernel – ядро модели, определяет базовые элементы сценария и потоки управления для перехода между элементами (рис. 2);
- Scenarios::Nodes – содержит конкретные элементы сценария (например, действия, обработчики событий и т. д.);
- Scenarios::Partitions – содержит разделы, используемые для группировки элементов сценария;
- Scenarios::EventTypes – содержит типы событий.

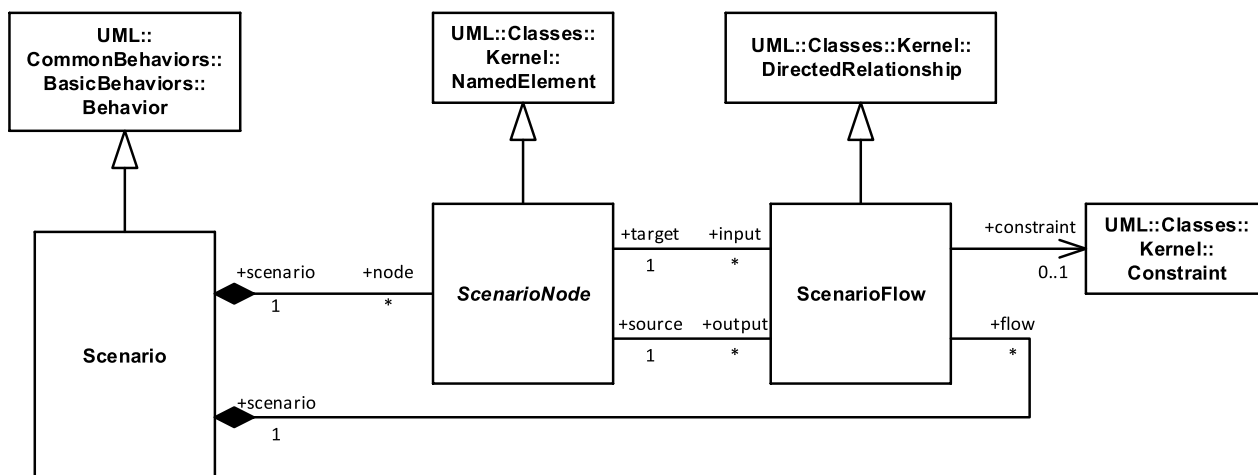


Рис. 2. Диаграмма классов пакета Scenarios::Kernel

Для оценки эффективности предложенной модели разрабатывается прототип клиента, который должен обладать следующей функциональностью:

- возможность работы с графическим представлением вариантов использования;
- возможность работы с текстовым представлением вариантов использования;
- возможность трансляции одного представления в другое.

В дальнейшем планируется:

- расширить список поддерживаемых представлений;
- разработать расширение для коммерческих CASE-инструментов.

Библиографические ссылки

1. Jacobson I. Object-oriented software engineering: a use case driven approach / I. Jacobson. – 1 edition. – Addison-Wesley Professional, 1992. – 552 p.
2. Cockburn A. Writing Effective Use Cases / A. Cockburn. – 1 edition. – Addison-Wesley Professional, 2000. – 304 p.
3. ISO/IEC 19505-2:2012(E). Information technology – Object Management Group Unified Modeling Language (OMG UML). – Part 2: Superstructure. – April 2012. – International Organization for Standardization, 2012. – 740 p.

4. Wirfs-Brock R. Designing Scenarios: Making the Case for a Use Case Framework // The Smalltalk Report. – 1993. – November-December. – Vol. 3. – №3.
5. Use Cases Flow of Events [Electronic resource] / Visual Paradigm. – Electronic data. – 2012. – URL: <http://www.visual-paradigm.com/product/ag/provides/usecasedetails.jsp> (access date: 01.10.2012).

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОММЕРЧЕСКИХ ИМПЛЕМЕНТАЦИЙ ПРОТОКОЛА FIX

В. В. Кравченко

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Во всем мире ценные бумаги являются одним из самых привлекательных способов вложений свободных денежных средств. Фондовый рынок – это механизм, который объединяет лиц, имеющих свободные средства, с лицами, нуждающимися в средствах. Фондовый рынок позволяет гражданам через акции участвовать в распределении прибыли наиболее успешных предприятий. То есть лицо, вложившее деньги в какое-либо производство посредством приобретения ценных бумаг, может вернуть их (полностью или частично), продав бумаги, в то время как сами денежные средства не изымаются из процесса производства и предприятие продолжает функционировать.

С развитием Интернета доступ к торговле на фондовом рынке получили практически все желающие благодаря тому, что торги переместились в онлайн-пространство. В начале этого перемещения в 1992 г. был создан протокол обмена финансовой информацией **Financial Information eXchange (FIX) protocol**, являющийся в настоящее время международным стандартом для обмена данными между участниками биржевых торгов в режиме реального времени. Протокол FIX поддерживается большинством крупнейших банков и электронными трейдинговыми системами, а также крупнейшими биржами мира. XML-представление сообщений FIX называется FIXML. FIX – протокол сессионного уровня поверх TCP. Он определяет порядок передачи данных как набора сообщений. Сообщения делятся на два уровня: управления и приложения. Уровень управления определяет базовые параметры FIX-сессии: устанавливает соединение, закрывает его, восстанавливает пропавшие сообщения. Уровень приложения связан с отправкой и получением данных: сделок, их исполнений, запросом информации о текущем состоянии и пр.

Протокол FIX является платформонезависимым и представляет собой спецификацию в чистом виде, на основе которой разработчики могут создавать программное обеспечение. На сегодняшний день имеется множество вариантов реализаций этого протокола. Однако подавляющее большинство программного обеспечения, реализующего FIX - протокол, существует на коммерческой основе. Задача выбора оптимального варианта среди некоммерческих реализаций протокола представляется довольно сложной. Всё это делает весьма актуальным сравнительный анализ наиболее

широко используемых некоммерческих имплементаций: **HadesFIX**, **UL FIX**, **QuickFIX/J**. Для сравнения были использованы следующие критерии:

1) возможности:

- поддержка версий протокола,
- поддержка классов активов, кроме акций,
- скорость, надежность и масштабируемость,
- варианты шифрования,
- возможность изменения бизнес-логики для конкретного соединения;

2) используемые технологии:

- поддержка платформ,
- гибкость архитектуры.

Проведенный сравнительный анализ показал, что все три рассматриваемых продукта предоставляют примерно равные возможности для пользователя и разработчика, обеспечивая поддержку всех версий протокола. Достоинством **HadesFIX** является то, что FIXML-схемы уже включены в поставку и не требуется дополнительной настройки для производства или декодирования FIXML-сообщений.

Недостаточность предоставленной информации не позволяет провести корректное сравнение анализируемых продуктов по критерию поддержки классов активов.

Сопоставление скорости, надёжности и масштабируемости рассматриваемых продуктов позволяет говорить о некотором преимуществе **QuickFIX/J**, который использует для обеспечения масштабируемости Java NIO асинхронные сети связи (с использованием Apache MINA). Вместе с тем **HadesFIX** имеет очень хорошую производительность – по результатам последних тестов на одноядерном Intel Xenon X3440 2.53 GHz процессоре движок обрабатывал около 22000 сообщений в секунду.

Шифрование обеспечивает установление безопасного соединения между клиентом и сервером, а следовательно, конфиденциальность передаваемой информации. Сведения о наличии средств шифрования имеются только для **QuickFIX/J**, который содержит встроенный SSL начиная с версии Java 5.

Возможность применять специфическую бизнес - логику для каждого конкретного контрагента является очень важным преимуществом в связи с тем, что пропадает необходимость менять конструктивные детали самого программного обеспечения. Все три продукта позволяют выполнять несколько сложных сценариев соединения, выбирая стратегию обработки сообщений потоками.

Безусловным преимуществом всех трёх продуктов является то, что они написаны на языке Java, что даёт возможность запускать их на любой платформе, которая поддерживает технологию JVM.

По поводу преимущества гибкости архитектуры программного обеспечения не существует единого мнения, так как некоторые разработчики полагают, что излишняя гибкость является врагом архитектуры и отнимает слишком много времени и усилий по её поддержанию. Вместе с тем многие

эксперты придерживаются другого мнения, обоснованно считая, что гибкость архитектуры позволяет значительно сократить будущие трудозатраты. Все три рассматриваемых продукта обладают достаточно гибкой архитектурой, но каждый из них отличается следующими характерными особенностями:

HadesFIX – это простой в установке и легко настраиваемый с помощью обработчиков сообщений движок, использующий один конфигурационный XML-файл на каждый экземпляр. Библиотека модели HadesFIXM.jar - это отдельный компонент, не имеющий зависимостей от других библиотек. Все атрибуты классов модели (тэги сообщения) с аннотацией их FIX-версии, введение которой делает жизнь программиста намного легче. Также не требуется описание FIX - сообщений и компонентов/групп, так как в качестве объекта сообщения представлено само сообщение;

UL FIX имеет неограниченный размер сообщения и поддерживает множественную валидацию. Он автоматически конструирует заголовок и окончание сообщения, а также способен обнаруживать бесконечные циклы повторяющихся групп;

QuickFIX/J является реализацией для Java популярного движка QuickFIX, написанного для C++. Для управления движком предоставлены стандартные JMX MBeans. Движок легко встроить в существующие приложения на Java. Доступны парсинг, валидация, а также генерация кода типизированных классов, основанных на FIX-сообщениях, управляемых метаданными. Движок поддерживает протокол подстройки (новые сообщения, поля, ограничения), а также множество плагинов для логирования и хранения сессионного состояния в памяти.

Таким образом, проведенный анализ показал, что все три продукта имеют примерно равный список возможностей, но **QuickFIX/J** имеет наилучшую документацию, максимальную гибкость, полностью открытый код и широкое сообщество пользователей.

«СТИЛЕАНАЛИЗАТОР 2.0 WEB» – СИСТЕМА КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА ТЕКСТОВ НА ЕСТЕСТВЕННОМ ЯЗЫКЕ¹

А. И. Кубарев, В. В. Поддубный

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Введение

В 2006 г. на факультете информатики Томского государственного университета был разработан программный комплекс «СтилеАнализатор» [1], предоставляющий пользователю необходимый инструментарий для автоматического анализа текстов статистическими методами, в том числе, методами классификации текстов на основе деревьев решений. В последующие годы функциональные возможности системы «СтилеАнализатор» наращивались совместными усилиями факультета информатики ТГУ и лаборатории общей и компьютерной лексикологии и

лексикографии филологического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Поскольку «СтилеАнализатор» является классическим десктопным приложением, это накладывает соответствующие ограничения на его использование: необходимость установки на каждый компьютер, «ручной» перенос данных и результатов с одного компьютера на другой, зависимость от производительности компьютера и т. п.

В связи с указанными причинами командой разработчиков было принято решение о разработке интернет-версии «СтилеАнализатора».

1. Анализ некоторых существующих систем

В настоящее время существует множество программ анализа и лингвистической обработки текстов (см., например, обзоры в [1–3]). Функциональность этих систем различна – от узконаправленных систем-лемматизаторов до крупных пакетов с многосторонними методами анализа текстов. Большинство упомянутых систем – тоже десктопные. Из веб-систем можно упомянуть «ЛингвоАнализатор», разработанный Д. В. Хмелёвым в МГУ им. М. В. Ломоносова, и «ТАCTWeb», разработанную Library Electronic Text Resource Service Indiana University, USA. Последний пакет включает программы для автоматизированной разметки текста, построения упорядоченных списков слов, анализа распределения слов в тексте по длине и частоте, построения конкорданса и другие.

Также различен и интерфейс систем анализа текстов – от DOS-приложений до сложнейших интерактивных графических интерфейсов. Наиболее интересным и ярким примером последнего является система «TextArc» [4], разработанная W. Bradford Paley, Digital Image Design, Inc. Текст воспроизводится на экране компьютера в виде галактики, в которой слова играют роль звёзд (рис. 1).

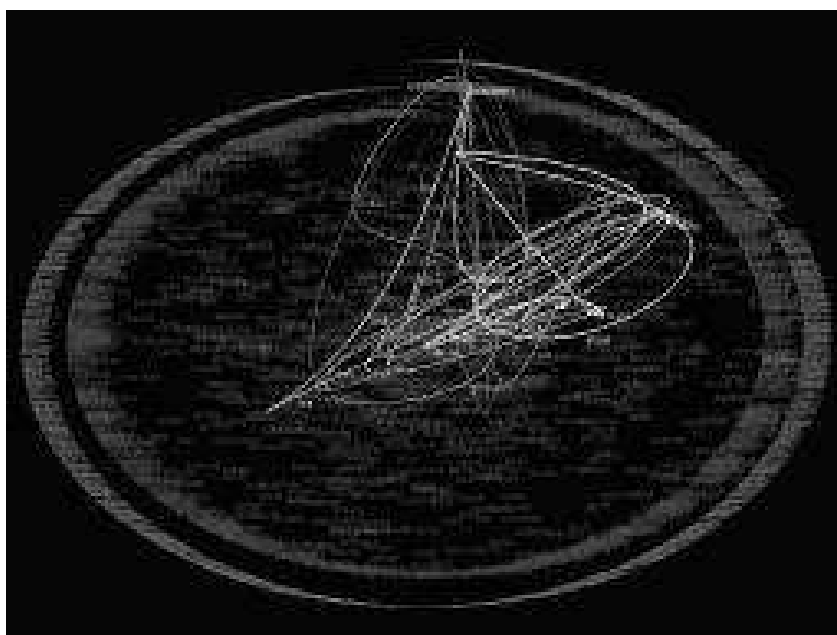


Рис. 1. Графический интерфейс TextArc

Часто встречающиеся слова светятся ярко, а редкие – вовсе не видны. Строки текста выводятся в виде закручивающейся спирали по границе «галактики». При движении курсора по «галактике» слова вспыхивают и загораются лучами (указателями на контекст), сопровождаясь звуками разной тональности.

2. Платформа и средства разработки

Разработка «СтилеАнализатора 2.0 Web» ведется на платформе ASP.NET, включенной в .NET Framework 4.0 [5], на языке C# в среде разработки Microsoft Visual Studio 2008. Для трудоемких вычислений используется технология NVIDIA CUDA [6].

Перенос вычислений с CPU на GPU позволяет увеличить скорость работы алгоритмов анализа текстов, вплоть до получения комфортного времени отклика для пользователя, уменьшить стоимость аппаратной части (в сравнении с кластерными решениями) и снизить до минимума нагрузку на клиентские компьютеры (в отличие от «облачных» вычислений).

При выборе используемого языка программирования между Java и C# решение в пользу последнего было принято из следующих соображений:

- программный продукт «СтилеАнализатор» написан на языке C#, и использование другого языка программирования для написания кода «СтилеАнализатора 2.0 Web» осложнило бы его разработку и увеличивало бы трудозатраты по переносу функциональности «СтилеАнализатора» в «СтилеАнализатор 2.0 Web»;

- использование Windows Presentation Foundation устраняет многие ограничения на проектирование графического интерфейса разрабатываемого продукта;

- .NET Framework включает в себя большое количество готовых решений, использование которых позволяет сократить время разработки, например, передачу объектов по сети между программными модулями «СтилеАнализатора 2.0 Web».

Экономия трудозатрат компенсирует расходы на использование платных среды разработки и операционной системы.

В области использования графических процессоров для параллельных вычислений общего назначения существуют четыре наиболее распространенные технологии. Две из них аппаратно независимы: OpenCL [7] и DirectCompute [8], и две – аппаратно зависимы: NVIDIA CUDA и AMD APP (ATI Stream) [9].

Аппаратно независимые решения, при их огромном плюсе в виде отсутствия привязки к компонентам сервера, имеют существенные недостатки: у них очень сложные диалекты языка C и они трудно оптимизируемы под конечную конфигурацию сервера.

В выборе между технологиями от NVIDIA и AMD предпочтение первой было отдано по следующим причинам:

- возможность использования двух разных API: CUDA Runtime API и CUDA Device API. Первый обладает очень простым диалектом, второй позволяет хорошо оптимизировать алгоритм под архитектуру GPU;

– возможность использования NVIDIA NSight – плагина для среды разработки, облегчающего настройку среды и предоставляющего возможность отладки;

– большой набор реализованных функций.

Использование данной технологии в «СтилеАнализаторе 2.0 Web» позволяет легко решать такие задачи, как оценка возможности применения нового метода анализа текстов. С минимальными трудозатратами создается тестовый вариант метода, и в случае положительной оценки его результатов он включается в продукт окончательно и максимально оптимизируется.

3. Принципы построения

При проектировании к «СтилеАнализатору 2.0 Web» предъявлялись следующие требования:

– использование со стороны клиента только браузера;

– модульность системы, позволяющая, например, разместить корпус текстов и систему их обработки («СтилеАнализатор 2.0 Web») на разных серверах;

– максимальное сходство графического интерфейса с интерфейсом первоначального «СтилеАнализатора»;

– увеличение исходного набора методов анализа текстов «СтилеАнализатора» с включением блока дескриптивного статистического анализа и блока потоковых методов с возможностью последующего добавления методов с минимальными трудозатратами;

– возможность работы с корпусами текстов, обладающими различной паспортизацией, словарями и т. д.

В результате была разработана архитектура, включающая в себя следующие модули:

1) Main-модуль. Отвечает за взаимодействие с остальными модулями системы, регистрацию пользователей, вход в систему, формирование запросов пользователей и конечных страниц, отображающихся на стороне клиента;

2) DB-модуль, отвечающий за хранение корпусов текстов пользователей, результатов анализа текстов и т. д.;

3) Math-модуль, отвечающий за выполнение методов анализа текстов, в том числе статистических и других методов, и взаимодействующий по мере необходимости с CUDA-модулем;

4) CUDA-модуль, отвечающий за выполнение трудоёмких, хорошо распараллеливаемых математических вычислений Math-модуля.

Все модули системы могут быть установлены на одном сервере, а также разнесены по разным серверам, объединённым как локальной, так и глобальной сетью (рис. 2).

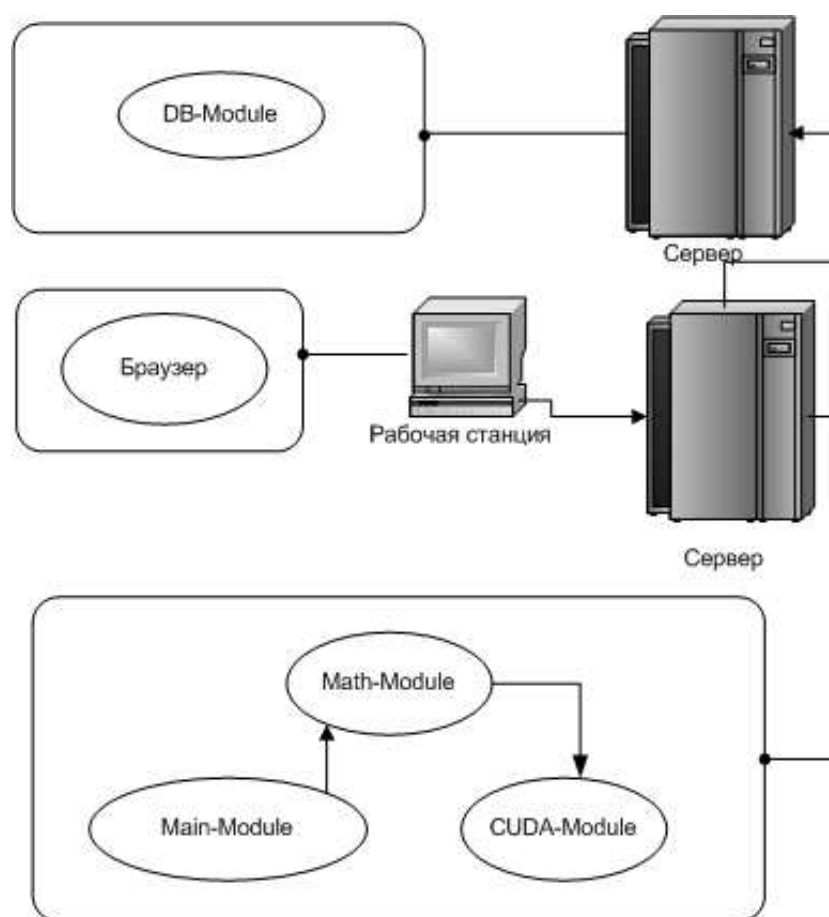


Рис. 2. Модульная схема «СтилеАнализатора 2.0 Web»

Заключение

Система «СтилеАнализатор 2.0 Web» находится в стадии разработки. В настоящее время реализована большая часть серверного математического обеспечения системы (Main-модуль реализован в части обеспечения управления другими модулями и взаимодействия с ними; DB-модуль реализован полностью; Math-модуль реализован в функциональности десктопной версии «СтилеАнализатора», в дальнейшем предполагается внедрение новых перспективных методов анализа текстов; CUDA-модуль пока находится в начальной стадии реализации).

Естественно, в системе «СтилеАнализатор 2.0 Web» должен быть спроектирован и реализован блок клиентской безопасности, отвечающей требованиям максимальной защищенности данных, являющихся объектом интеллектуальной собственности клиентов.

Библиографические ссылки

1. Шевелев О. Г. Разработка и исследование алгоритмов сравнения стилей текстовых произведений: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Том. гос. ун-т. – Томск, 2006. – 19 с.
2. Программы анализа и лингвистической обработки текстов [Электронный ресурс] // URL: <http://www.rvb.ru/soft/catalogue/c01.html> (дата обращения 09.10.2012).
3. Романов А. С. Методика и программный комплекс для идентификации автора неизвестного текста: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники. – Томск, 2010. – 26 с.

4. TextArc [Электронный ресурс] // URL: <http://www.textarc.org/> (дата обращения 09.10.2012).
5. .NET Framework Class Library [Электронный ресурс] // URL: <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/gg145045.aspx> (дата обращения 09.10.2012).
6. NVIDIA Developer Zone [Электронный ресурс] // URL: <http://developer.nvidia.com/category/zone/cuda-zone> (дата обращения 09.10.2012).
7. OpenCL [Электронный ресурс] // URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/OpenCL> (дата обращения 09.10.2012).
8. DirectCompute [Электронный ресурс] // URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/DirectCompute> (дата обращения 09.10.2012).
9. AMD App Acceleration [Электронный ресурс] // URL: <http://www.amd.com/ru/products/technologies/amd-app/Pages/eyespeed.aspx> (дата обращения 09.10.2012).

¹ Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-07-00776-а)

РАЗРАБОТКА WEB-КЛИЕНТА ДЛЯ СИСТЕМЫ РЕДАКТИРОВАНИЯ ДИАГРАММ С СИНХРОНИЗАЦИЕЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

А. В. Лапов

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В настоящее время команда разработчиков может состоять из множества специалистов, и так как при формировании команды большее внимание уделяется способностям того или иного специалиста, нежели его географическому расположению, то группа высококвалифицированных разработчиков может быть разбросана по всему миру, что напрямую влияет на работу команды в целом. Исходя из вышесказанного, можно утверждать, что необходима система, с помощью которой команда разработчиков достаточно просто могла бы взаимодействовать друг с другом при разработке проектов, а именно предоставляла максимум интерактивности при работе с артефактами проектов. Такая система уже находится в разработке [1].

Целью настоящей работы является разработка web-клиента для данной системы. Исходя из особенностей системы, необходимо реализовать следующие задачи:

- 1) шлюз к системе, в котором реализован интерфейс взаимодействия клиента с сервером;
- 2) разбор данных (о состоянии или изменениях в состоянии артефактов проектов), поступающих от сервера;
- 3) визуальное представление работы с проектами, артефактами проектов.

Для реализации взаимодействия с сервером, как для работы с пользователями (аутентификация, регистрация и пр.), так и для работы с проектами и артефактами проектов, было решено использовать технологию Microsoft ASP.NET [2]. Для асинхронной работы с сервером,

непосредственно для передачи данных между браузером и Web-сервером, было принято использовать технологию WebSockets [3].

Для достижения кроссплатформенности клиентских приложений все данные о состоянии или изменении состояния того или иного артефакта проекта, получаемые от сервера, описываются специальным языком описания логики представления. Поэтому необходимо разобрать полученные данные и представить их в виде, удобном для дальнейшей работы (в виде некоторой объектной модели), и корректно обработать. Задача реализована с помощью скриптового языка JavaScript и библиотеки jQuery [4].

На основе сформированных данных об артефакте проекта (состоящих из набора примитивов, их свойств, правил взаимодействия и пр.) необходимо реализовать визуальное отображение этого артефакта (или элемента артефакта). Задача реализована с помощью скриптового языка JavaScript, библиотеки jQuery и библиотеки Raphael [5] (непосредственно для отображения артефактов).

В настоящее время реализован разбор данных, приходящих от сервера, отображение артефактов проекта. Ведется работа по клиент-серверному взаимодействию. В дальнейшем планируется реализовать кэширование всех необходимых данных как на стороне клиента, используя JavaScript, так и на стороне web-сервера, используя ASP.NET.

Библиографические ссылки

1. Моисеев А. Н., Политов А. М., Хомич М. О. Концепция системы поддержки командной разработки программного обеспечения с синхронизацией в режиме реального времени // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2011): Материалы X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (25–26 ноября 2011 г.). – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2011. – Ч. 1. – С. 69–71.
2. Сайт Microsoft ASP.NET [Электронный ресурс] // URL: <http://www.asp.net/> (дата обращения: 16.02.2012).
3. Сайт сообщества поддержки технологии Websocket [Электронный ресурс] // URL: <http://websocket.org/> (дата обращения: 25.03.2012).
4. Сайт библиотеки jQuery [Электронный ресурс] // URL: <http://jquery.com/> (дата обращения: 20.02.2012).
5. Сайт библиотеки Raphael [Электронный ресурс] // URL: <http://dmitrybaranovskiy.github.io/raphael/> (дата обращения: 20.02.2012).

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В РЕОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

И. А. Литвинова

Кемеровский технологический институт пищевой промышленности

Основные технологические свойства перерабатываемого сырья, их зависимость от состава и химического строения веществ, входящих в систему, а также внешних факторов могут быть комплексно выражены в виде реологических характеристик пищевых продуктов [1].

Практическое применение реологических исследований связано:

- 1) с возможностью сопоставлять различные материалы по форме реологических уравнений состояния и значениям входящих в них констант;
- 2) с использованием реологических уравнений состояния для решения технических задач механики сплошных сред.

Первое направление используется для стандартизации технологических материалов, контроля и регулирования технологических процессов практически во всех областях современной техники. В рамках второго направления рассматривают прикладные гидродинамические задачи – транспортировку неньютоновских жидкостей по трубопроводам, течение полимеров, пищевых продуктов в перерабатывающем оборудовании и т. д.

В результате реологических исследований любого пищевого продукта получают таблицу экспериментальных данных скорости сдвига $\dot{\gamma}$ и напряжения сдвига τ , на основе которых нужно получить эмпирическую формулу. Эти зависимости дают хорошее представление о реологических свойствах моделей сред и являются своего рода возможными классами системы (исследуемой среды), так как позволяют вычислить вязкостные и прочностные характеристики.

Выбор модели, адекватно описывающей поведение аномальных жидкостей (неньютоновских сред), зачастую приводит к ситуации, в которой трудно отдать предпочтение одной из нескольких возможных моделей. Очевидно, что существует некоторая область значений экспериментальных условий, в которой можно установить различие между предлагаемыми моделями. В связи с этим целесообразна постановка задачи о выборе плана эксперимента и определенного критерия, позволяющих с наибольшей достоверностью принять конкретную модель для описания реологического поведения исследуемой жидкости и, в конечном счете, управления технологическим процессом, целью которого является получение на выходе готовой продукции требуемого качества.

В настоящее время в арсенале исследователей, занимающихся математической обработкой экспериментальных данных на современных компьютерах, имеется большое разнообразие стандартных пакетов математических программ, например, Excel, MathCad, Maple, Statistica и др. Все они позволяют не только аппроксимировать экспериментальные данные и получать регрессионные уравнения, но и строить кривые течения и вязкости. Однако полученные модели не всегда отражают реальную картину поведения исследуемого продукта при его переработке, так как часто не удастся всю кривую течения описать одним уравнением. В этом случае рекомендуется вычислять реологические характеристики для определенных интервалов напряжений или деформаций, разбивать кривую течения на участки и аппроксимировать каждый из них в отдельности. Все стандартные пакеты математических программ либо не позволяют осуществить вышеперечисленные действия, либо для этого требуется написание соответствующих программных блоков, что, в свою очередь, требует от исследователя знаний программирования. Как правило, и сама обработка

экспериментальных данных требует трудоемкого ручного пересчета. В связи с этим становится актуальной проблема точности обработки и представления результатов реологического эксперимента, что, в свою очередь, требует разработки специальных компьютерных программ [2].

Цель данной работы – разработка компьютерной программы для обработки результатов реологических исследований и распознавания реологических моделей переработанных продуктов.

Определение реологических свойств (вязкость, напряжение сдвига, пластичность, упругость, плотность и др.) пищевых продуктов связано с необходимостью непрерывного контроля на каждой операции технологического процесса производства любого продукта [3].

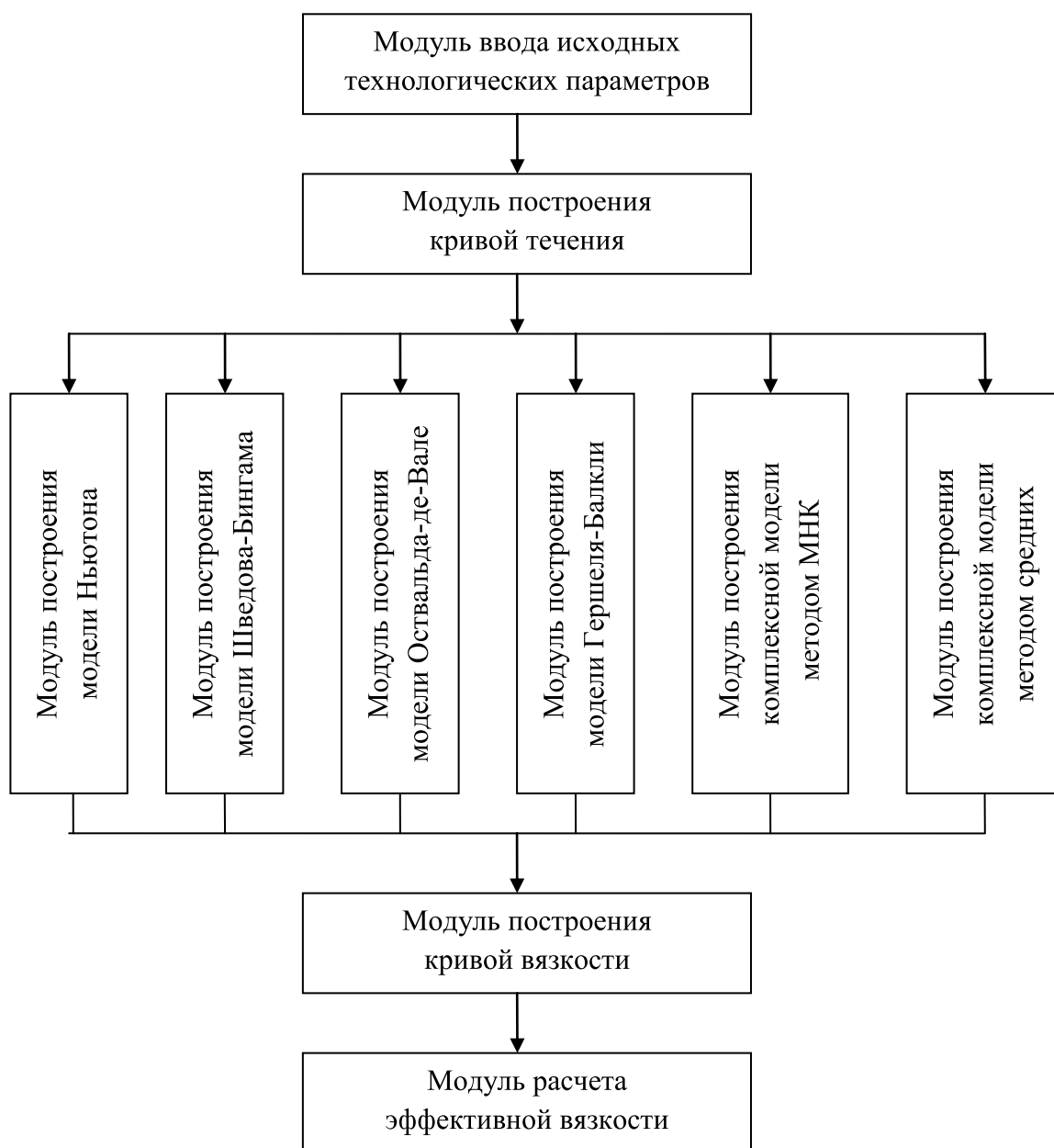


Рис.1. Схема взаимодействия между модулями программы

В результате выполненных реологических исследований различных пищевых материалов в КемТИППе была создана программа «Виртуальная модель кривых течения» [4], состоящая из нескольких взаимосвязанных

модулей (рис. 1) с возможностью учета технологических параметров обработки исследованных пищевых материалов.

Данная программа позволяет:

1) строить кривые течения в координатах «скорость сдвига γ – напряжение сдвига τ » и реограммы зависимости эффективной вязкости η с повышением скорости сдвига в координатах « γ – η ». При этом ввод массива опытных данных может осуществляться пользователем самостоятельно, а также из базы данных программы по ранее проведенным опытам;

2) моделировать различные пищевые среды, а также производить выбор на основе различных статистических характеристик наиболее адекватную реальной среде исследования реологическую модель;

3) автоматически выполнять разбиение области течения исследуемого продукта на требуемое программой количество зон, в зависимости от соответствующих значений скоростей сдвига γ и напряжений сдвига τ с последующим моделированием этих зон. В зависимости от выбранной реологической модели для каждой зоны моделирования программа позволяет рассчитать: динамическую вязкость η ньютоновских жидкостей; минимальную η_0 и максимальную $\eta_{\max}$ вязкости структурированных жидкостей; пластическую (бингамовскую) вязкость $\eta_{\text{пл}}$ и предельное динамическое напряжение сдвига τ_0 (в рабочем окне программы – ПНС) вязкопластичных жидкостей.

На рис. 2 – 4 представлены отдельные модули программы.

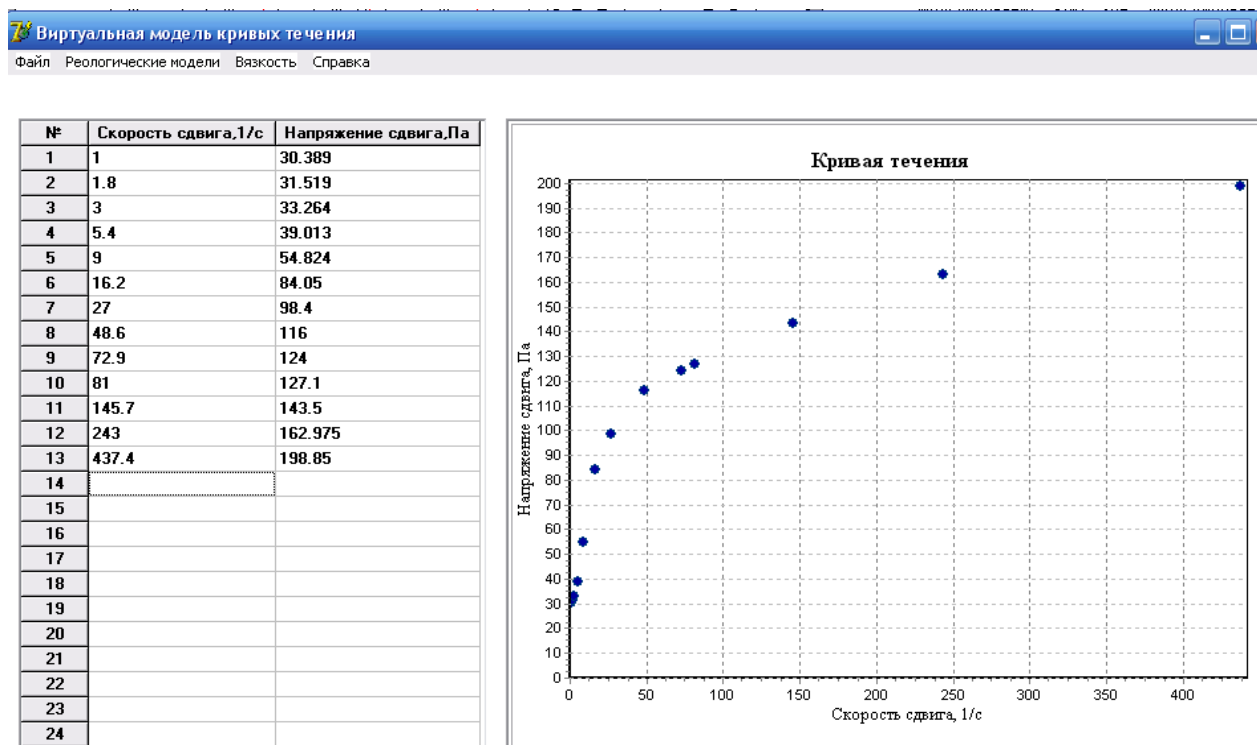


Рис.2. Окно построения кривой течения в режиме «реального времени»

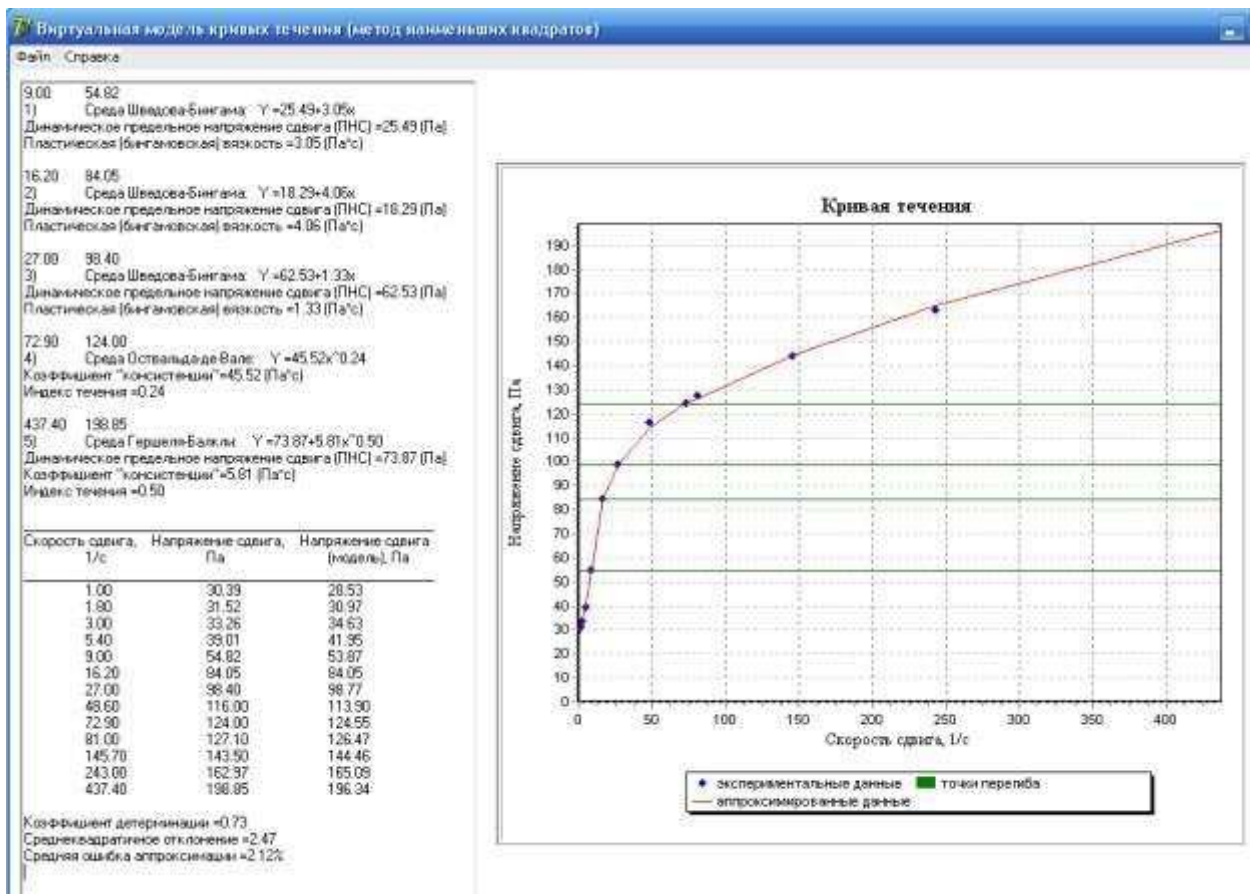


Рис.3. Окно построения комплексной реологической модели с указанием точек перегиба зон моделирования (метод наименьших квадратов)

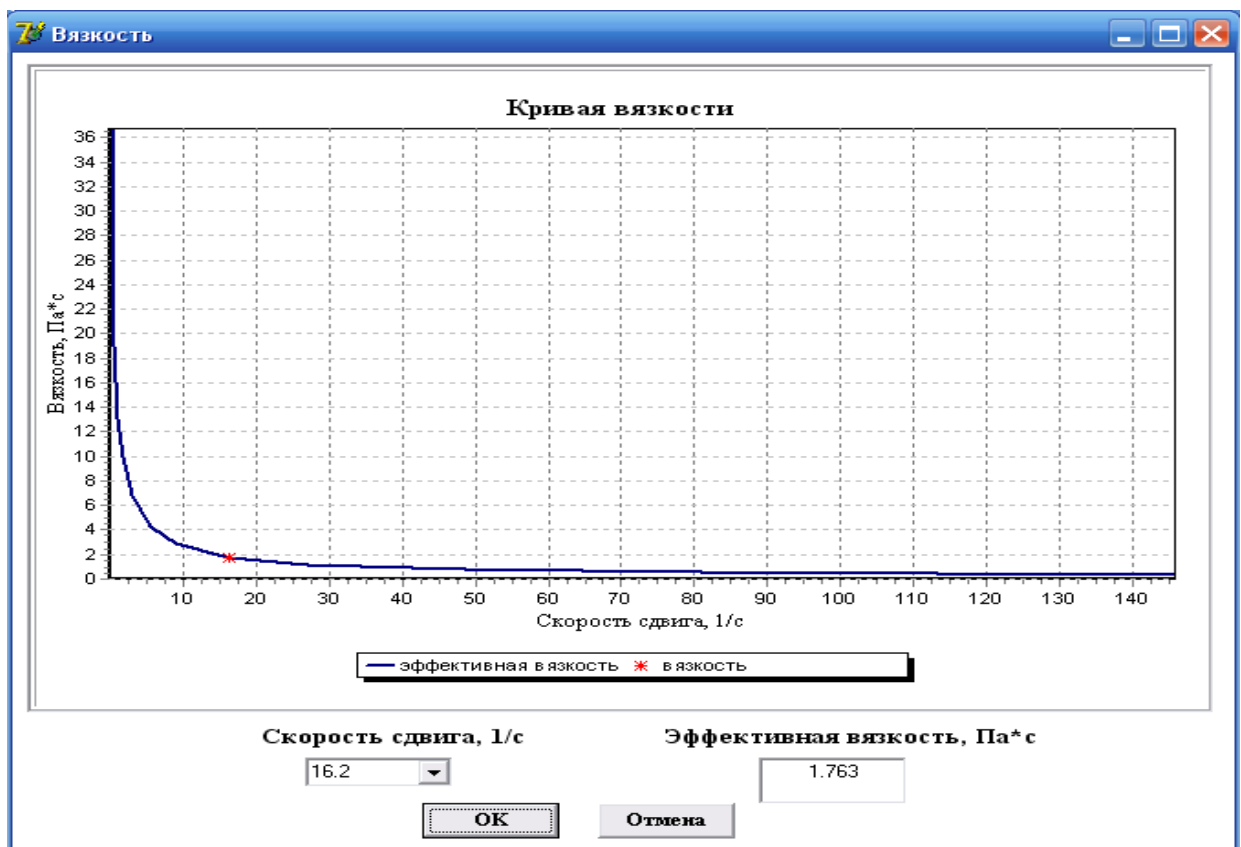


Рис.4. Окно построения кривой вязкости

Разработанная программа является лабораторным этапом компьютеризации реологических измерений, их обработки и представления и может быть использована непосредственно в реометрическом комплексе при обработке данных, для модернизации и оптимизации технологических процессов в системах АСУ на предприятиях различных отраслей промышленности, в частности, на предприятиях молочной промышленности. Кроме того, компьютерная модель может применяться не только в исследовательских целях, но и в образовательном процессе.

Библиографические ссылки

1. Мачихин Ю. А., Мачихин С. А. Инженерная реология пищевых материалов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 216 с.
2. Шрам Г. Основы практической реологии и реометрии / пер. с англ. И.А. Лавыгина; под ред. В.Г. Куличихина. – М.: КолосС, 2003. – 312 с.
3. Панфилов В. А., Остроумов Л. А., Щетинин М. П. Диагностика технологии при разработке системы оборудования для производства твердых сыров // Хранение и переработка сельхозсырья. – 1997. – № 10. – С. 6–9.
4. Литвинова И. А., Пирогов А. Н. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ «Виртуальная модель кривых течения». Зарегистрировано 29.05.2008 г. Регистрационный номер №2008612695.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА «ПОДРЯДЧИКИ»

В. С. Морозова, В. А. Вавилов

Кемеровский государственный университет

Филиал в г. Анжеро-Судженске

Большие масштабы строительства, в частности, предприятий нефтеперерабатывающей промышленности, предполагают взаимодействие с множеством подрядных и субподрядных организаций.

В перечень видов деятельности этих организаций входят:

- общестроительные работы;
- строительно-монтажные работы по строительству, ремонту, демонтажу и реконструкции сооружений, оборудования, включая резервуары и резервуарные парки, установки электрохимической защиты и энергообеспечения, линии электропередачи и электроснабжения, системы автоматики, телемеханики и связи, технологические системы; узлы учета нефти, системы водоснабжения, канализации, теплоснабжения, вентиляции, инженерные и технические средства охраны;
- работы по строительству, ремонту, реконструкции вспомогательных объектов, включая: противоэрозионные и защитные сооружения, монтаж средств обеспечения пожарной безопасности зданий и сооружений;
- технический надзор и контроль качества строительства объектов;
- техническая диагностика, оценка технического состояния и экспертиза промышленной безопасности объектов;
- поставка продукции для строительства, включая ее хранение и транспортировку и другие.

Важнейшей задачей является систематизация и автоматизация процессов обработки документации, в том числе и по подрядным организациям. Проведенный обзор рынка информационных систем, связанных со строительством, показал отсутствие программного обеспечения, полностью удовлетворяющего требуемым критериям, в результате чего возникла необходимость разработки собственной системы.

На стадии проектирования программных средств были сформулированы требования к системе:

- ввод, редактирование и удаление данных о подрядных организациях, ответственных лицах, привлекаемой технике, объектах, строительно-монтажных работах в разрезах: строек, объектов строительства, статей затрат на строительство, технологической структуры затрат;
- ведение справочника договоров, заключённых с подрядными организациями, справочника актов, справочника строительно-монтажных работ, справочника техники и услуг, справочника объектов;
- подготовка и вывод на печать договоров, актов выполненных работ, отчётов;
- разделение доступа пользователя и администратора;
- поиск и сортировка необходимых данных за требуемый период времени;
- наличие простого интерфейса, не требующего от пользователя специальных навыков работы.

В соответствии с выделенными требованиями и на основании изучения предметной области разработана структура базы данных и выполнено проектирование системы.

Для реализации данной информационной системы было решено использовать Microsoft Visual Studio 2010, а также SQL Server 2005 Developer Edition.

Интерфейс приложения состоит из главного окна, предоставляющего доступ к основным формам и инструментам.

Таким образом, создана информационная система «Подрядчики» с простым и удобным интерфейсом, предназначенная для систематизации данных о подрядных организациях, заключаемых договорах, объектах строительства, привлекаемой технике, строительно-монтажных работах, а также автоматизации обработки этих данных и осуществления контроля выполнения строительно-монтажных работ.

РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ УЧЁТА ПОСТАВЩИКОВ

Н. А. Никишина, В. А. Вавилов

Кемеровский государственный университет

Филиал в г. Анжеро-Судженске

В настоящее время важную часть инфраструктуры российской экономики составляют торговые компании, главная функция которых

заключается в своевременной и эффективной реализации товаров через торговые организации и подразделения.

Базовыми бизнес-процессами службы логистики в торговой компании являются:

- планирование передвижения товара;
- доставка товара от поставщиков;
- складской учет товара;
- транспортировка товара в магазины, мелкооптовые точки и представительства;
- контроль передвижения товара.

Отсюда можно выделить следующие функции служб логистики:

- согласование сроков получения и отправки партий товара;
- заключение договоров со службами доставки;
- определение оптимальных маршрутов доставки товара и расчет транспортных расходов;
- прием и хранение товаров на складе;
- мониторинг и фиксация заявок магазинов и мелких торговых точек;
- регистрация накладных по доставке товара;
- учет случаев возврата товаров и некоторые другие.

Каждый этап данной деятельности сопровождается подготовкой соответствующего информационного обеспечения в виде входных и выходных документов, информационных баз и т. п. Использование баз данных и информационных систем становится неотъемлемой частью в деятельности современных предприятий и организаций. В целом основными структурными элементами такого рода баз данных являются:

- продукт (полная характеристика всех продуктов, поступающих в компанию и реализуемых потребителям);
- договор (характеристика основных положений договора в части стоимости, объемов, скидок и условий оплаты);
- поставщик (наименования и адреса всех поставщиков продуктов);
- потребитель (наименования и адреса всех торговых организаций – потребителей продукции);
- склад (обобщенная характеристика товара, учтенного на складе);
- возврат продукта (даты и суммы, на которые возвращается товар);
- накладная (обобщенная характеристика приходных и расходных накладных);
- перевозчик (обобщенные данные по сотрудничеству с транспортными предприятиями).

В данной работе решается задача разработки информационной системы для сети торговых точек. Зачастую на стадии формирования такого рода торговых структур возникает проблема отсутствия единого подхода в плане систематизации и автоматизации обработки документации, главным образом касающейся поставщиков. Актуальностью является объединение в единую базу наиболее полной информации о поставщиках торговой сети.

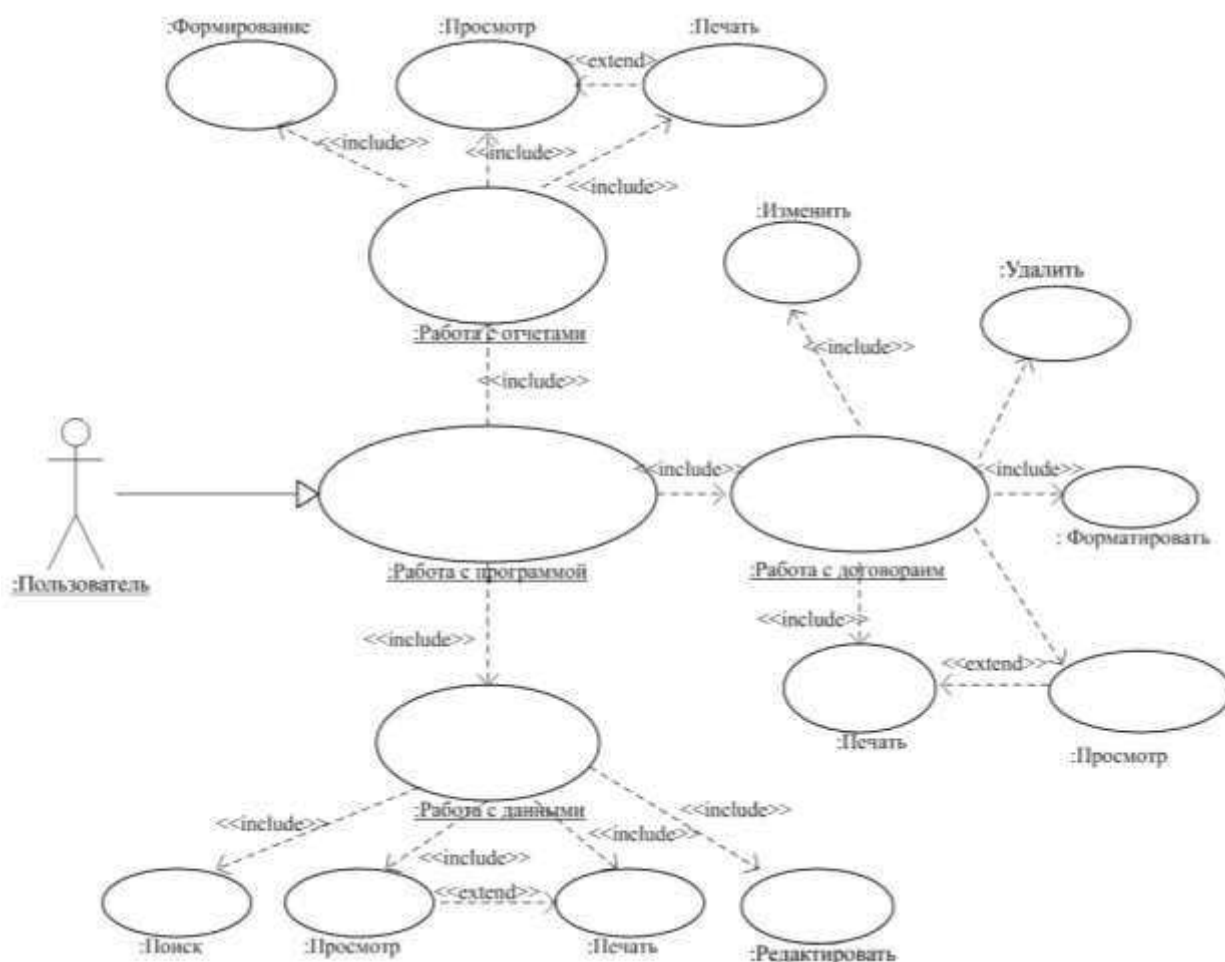


Диаграмма вариантов использования

На основании анализа предметной области были выдвинуты требования к системе:

- поддержка нескольких типов пользователей и разграничение доступа;
- возможность занесения, просмотра, изменения, удаления объектов системы поставок;
- возможность составления, просмотра и модификации отчетов, главным образом по поставщикам и поставкам товара, по состоянию доставки товаров подразделениям.

На основе требований выделены варианты использования системы, которые представлены на диаграмме (рис. 1).

База данных реализуется в двух вариантах: на основе Paradox и на основе Access. Приложение для работы с базами данных разработано в интегрированной среде разработки Borland Delphi 2010. Отчёты экспортируются в формат Microsoft Word.

ПРОТОТИП СИСТЕМЫ СОВМЕСТНОГО РЕДАКТИРОВАНИЯ ДИАГРАММ

А. М. Политов, В. В. Рахимов, М. О. Хомич

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В [1, 2] была представлена концепция системы совместного редактирования диаграмм с синхронизацией в режиме реального времени. Основные требования, которые предъявлялись к данной системе:

- многопользовательская работа с диаграммами;
- синхронизация открытых диаграмм в режиме реального времени;
- расширяемость – возможность добавления функционала к системе без переработки самой системы;
- кроссплатформенность – возможность реализации клиентского приложения под любую платформу;
- устойчивость клиентского приложения к расширению функционала.

Достичь выполнения всех этих требований удалось принятием следующего решения (рис. 1): объектная модель, в которой работают клиентские приложения (*Client Object Model*), должна опираться не непосредственно на серверную объектную модель (*Object Model*), а на некоторую промежуточную модель описания представления (*Presentation Description Model*).

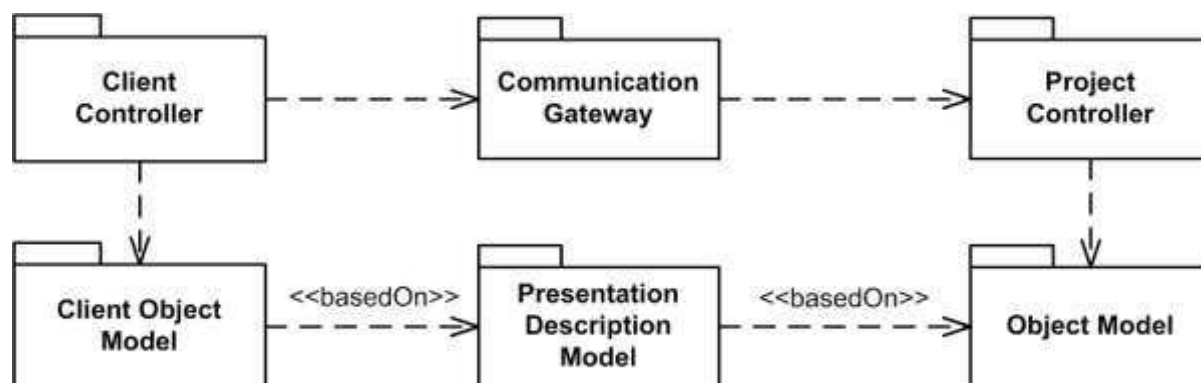


Рис. 1. Базовая концепция клиент-серверного взаимодействия

На рисунке 2 представлена модель предметной области. Обмен информацией между клиентом и сервером (*Client Controller* и *Project Controller* через *Communication Gateway*, рис. 1) происходит в терминах этой модели, причем обмен информацией о самих элементах основывается на понятиях свойств модели данных и визуальной модели, которые определяются в серверной объектной модели и, соответственно, присутствуют и в остальных основанных на ней моделях. В понятиях модели на рис. 2 эти свойства будут определяться в наследниках классов *ModelItem* (свойства модели данных) и *ViewItem* (свойства визуальной модели).

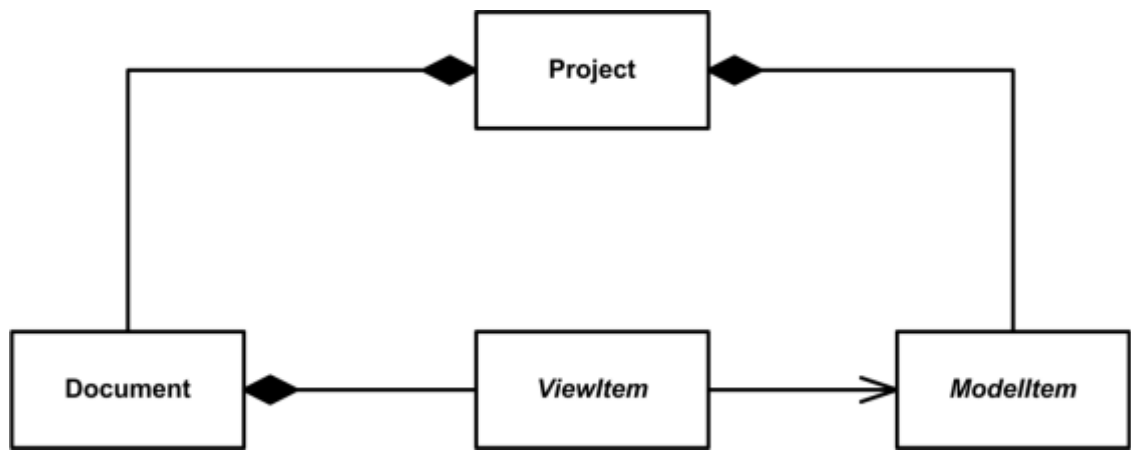


Рис. 2. Модель предметной области

В понятиях модели описания представления элемент диаграммы представляется следующим образом (рис. 3): он содержит два набора свойств (*DataProperty*), представляющих свойства модели данных и визуальной модели. Только эти свойства используются для синхронизации данных с сервером, вся остальная информация, содержащаяся в описании, влияет исключительно на представление элемента и используется только клиентским приложением.

Кроме свойств, у каждого элемента есть его графическое представление (*Presentation*), которое имеет свой набор свойств (*PresentationProperty*, свойства представления) и состоит из атомарных графических элементов (линий, прямоугольников, текстовых меток и т. д.), представленных наследниками класса *PresentationElement*. Эти графические элементы также могут быть вложены друг в друга, а их атрибуты (координаты, размеры и т. д.) также задаются с помощью *PresentationProperty*.

Взаимодействие между модельными свойствами и свойствами представления организуется с помощью задания у свойств представления функций *get* и *set*. Функция *get* не обладает побочными эффектами и должна в любой момент времени возвращать актуальные значения свойства. Функция *set* необходима для установки нового значения для свойства (в результате действий пользователя) и может быть опущена, если свойство не должно редактироваться через пользовательский интерфейс (например, значение свойства является функцией от других свойств элемента и/или свойств других элементов). Для задания функций в модели описания представления предусмотрен специальный алгоритмический язык.

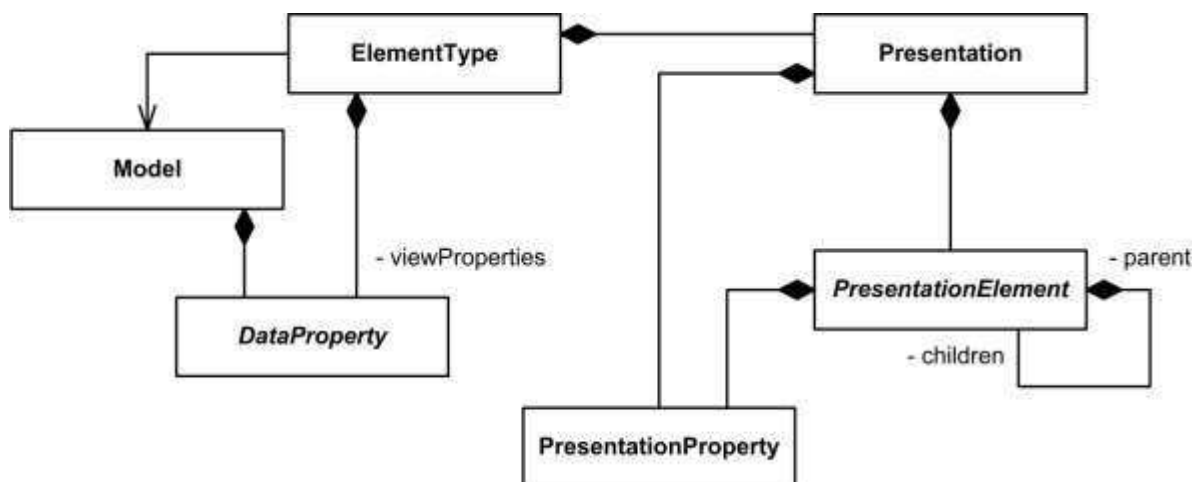


Рис. 3. Модель описания представления элемента

Таким образом, в рамках реализации прототипа системы совместного редактирования диаграмм были достигнуты следующие результаты:

- реализована серверная логика в достаточном объеме для многопользовательского редактирования диаграмм с синхронизацией в режиме реального времени;
- реализована система расширения функционала (добавления новых диаграмм и элементов) путем подключения к серверу дополнительных модулей;
- разработана объектная модель описания представления элементов и ее текстовая реализация на базе языка xml;
- спроектирована структура клиентского приложения; реализовано два клиентских приложения на тестовых платформах: Windows (.NET) и Web (html+js).

Библиографические ссылки

1. Моисеев А. Н., Политов А. М., Хомич М. О. Концепция системы поддержки командной разработки программного обеспечения с синхронизацией в режиме реального времени // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2011): Материалы X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (25–26 ноября 2011 г.). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. – Ч. 1. – С. 69–71.
2. Политов А. М., Рахимов В. В., Хомич М. О. Клиент-серверное взаимодействие в системе поддержки командной разработки с синхронизацией в реальном времени // Материалы 50-й Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Информационные технологии. – Новосибирск, 2012. – С. 42.

Е. В. Румянцева

Технологии в области микроэлектроники постоянно развиваются, что приводит к возникновению новых проблем, которые постоянно усложняются. Одной из главных тенденций современности является увеличение скорости работы устройств. Поэтому важна непрерывная работа без сбоев и ошибок различных систем.

ЭНФ, представляющая булеву функцию, например, ЭНФ Армстронга [1], оказывается чрезвычайно громоздкой для реальных схем. Используется представление этой функции в виде И-ИЛИ дерева [2]. Для сложных схем предлагается задавать дерево системой И-ИЛИ деревьев [3]. Каждой точке ветвления сопоставляется корень дерева системы. Применяется представление системы И-ИЛИ деревьев в виде И-ИЛИ графа.

В отличие от системы И-ИЛИ деревьев И-ИЛИ граф обладает следующими особенностями:

- На рис. 2 приведен пример И-ИЛИ графа, построенного из комбинационной схемы, представленной на рис. 1.

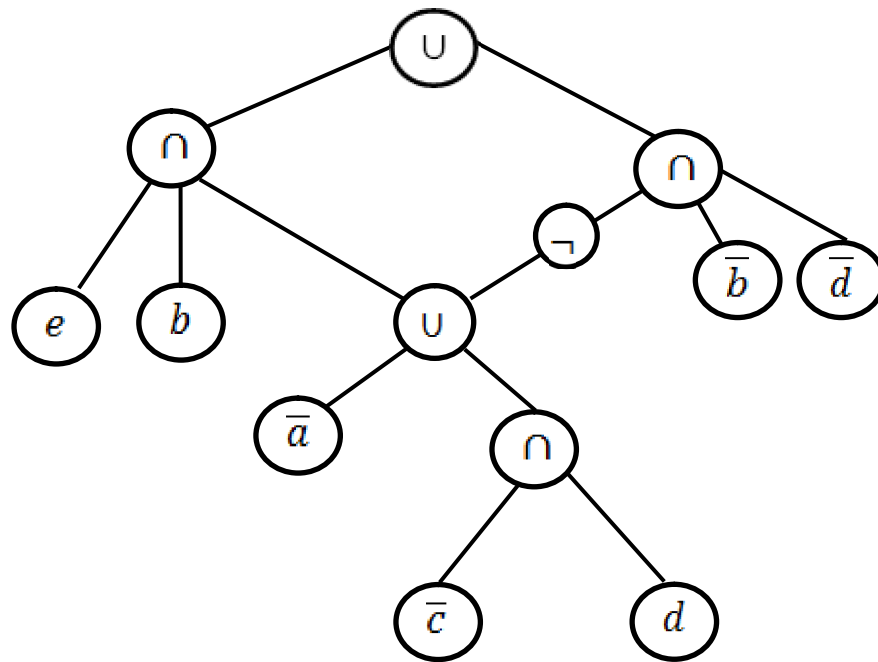


Рис. 2. Пример И-ИЛИ графа

Для обнаружения неисправностей задержек путей с помощью тестовой пары булевых векторов необходимо находить корни логического уравнения $F=0$, где F – булева функция, реализуемая комбинационной схемой.

Для сокращения перебора при решении логического уравнения используется свойство однородности булевой функции F по переменной.

Алгоритм проверки монотонности И-ИЛИ графа

Дан И-ИЛИ граф. Требуется проверить И-ИЛИ граф на монотонность по переменной. Переменная задается номером num .

В построенном И-ИЛИ графе может оказаться, что его фрагмент, соответствующий точке ветвления, встречается при обходе графа несколько раз. Это означает, что нет необходимости заходить в него повторно и проверять на монотонность: достаточно зайти в этот фрагмент только один раз и пользоваться результатом его анализа в дальнейшем.

Идея алгоритма: в И-ИЛИ графе присутствуют повторяющиеся поддеревья. Их корни обозначены $u_1, u_2, \dots$. Поддеревья могут встречаться в графе как в прямом, так и в инверсном виде. При проверке графа на монотонность достаточно посетить одно из поддеревьев, сопоставляемых точке ветвления схемы.

Для каждой вершины введем дополнительный признак, который показывает наличие одной из двух литер (x_{num} или $\overline{x_{num}}$) в данном поддереве с корнем в этой вершине.

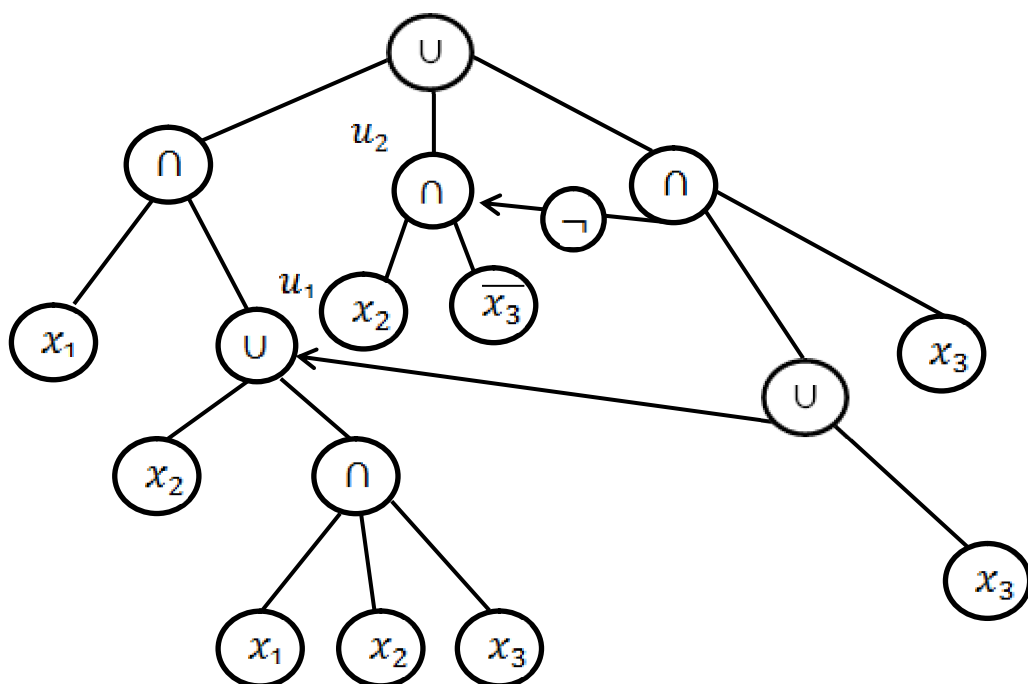


Рис. 3. И-ИЛИ граф с повторяющимися поддеревьями u_1, u_2

Вспомогательные вершины НЕ, расположенные перед внутренней вершиной u_i , означают, что на данном пути поддерево с корнем в вершине u_i присутствует в инверсном виде.

Будем отслеживать текущую инверсность, то есть четное или нечетное количество инверсных вершин пройдено от корня по направлению к листу.

Для каждой внутренней вершины u_i введем монотонность по переменной x_{num} , которой будем пользоваться при повторном заходе в эту вершину.

Совершаем левый обход И-ИЛИ графа в глубину, начиная с корня. Причем заходим в повторяющиеся поддеревья только один раз. Соблюдаем следующие правила:

1. Отслеживаем текущую инверсность. Дойдя до очередного листа – переменной x_{num} , знаем тип монотонности (x_{num} или $\overline{x_{num}}$) пройденного фрагмента графа по этой переменной или установим немонотонность.

2. Как только встречаем переменную x_{num} , проверяем и корректируем при необходимости тип монотонности графа, отмечаем у ближайшей сверху вершины признак монотонности поддерева по x_{num} .

3. Поднимаясь вверх по графу, по-прежнему отслеживаем текущую инверсность, отмечаем монотонность вершин по переменной, переносим значение, отвечающее за присутствие переменной x_{num} в данном поддереве, к следующей вершине вверх по графу.

4. На выходе из поддерева u_i отмечаем признак монотонности данного поддерева и переменную x_{num} , если она имеется. Встретив вершину u_i снова, мы можем сделать вывод о монотонности графа, не заходя в это поддерево повторно.

Обойдя все дерево и вернувшись в корень, выясним тип монотонности И-ИЛИ графа по переменной x_{num} .

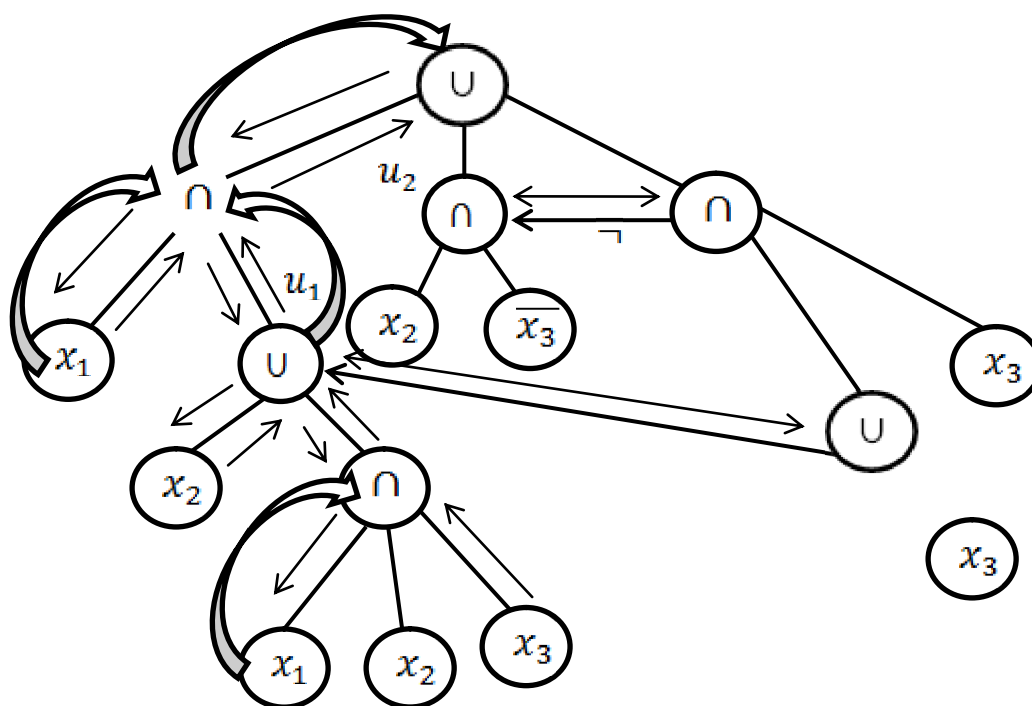


Рис. 4. Работа алгоритма

При работе с И-ИЛИ графом алгоритм усложняется. Однако в сложных логических схемах с большим количеством ветвлений время проверки на монотонность И-ИЛИ графа существенно сокращается, так как при обходе графа посещаем повторяющиеся поддеревья один раз.

Библиографические ссылки

1. Armstrong D. B. On Finding a Nearly Minimal Set of Fault Detection Tests for Combinational Logic Nets // IEEE Transactions on Electronic Computers. – 1966. – V. EC-15. – № 1. – P. 66–73.
2. Матросова А. Ю. Алгоритмические методы синтеза тестов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 216 с.
3. Матросова А. Ю., Кудин Д. В., Николаева Е. А. Обнаружение ложных путей в комбинационной схеме // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. – №2. – С. 99–107.

ВОЗМОЖНОСТИ СПУТНИКОВОЙ РАДАРНОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ ГОРНОПРОМЫШЛЕННЫХ РЕГИОНОВ

А. В. Семёнов, В. П. Потапов

*Институт вычислительных технологий СО РАН
Кемеровский филиал*

Актуальность

Оседание земной поверхности на значительных площадях может стать причиной серьёзных повреждений бетонных фундаментов, домов, зданий и

подземных коммуникаций, а также нанести ущерб сельскохозяйственным землям из-за нарушения дренажа и других структурных изменений почв. Мониторинг и пространственный анализ деформаций земной поверхности имеют большое значение для планирования землепользования, мелиорации и рекультивации земель [1].

Мониторинг областей подземной разработки полезных ископаемых классическими методами, такими как оптические измерения или мониторинг с помощью GPS, позволяет выявлять деформации с субмиллиметровой точностью в местах замеров. Однако получение данных мониторинга в формате плотной двумерной сетки является дорогостоящим и затратным по времени для больших площадных оценок. Кроме того, при анализе конкретного события деформации горно-технологического рельефа могут потребоваться и ретроспективные данные, получить которые классическими методами проблематично, так как локальный мониторинг чаще всего осуществляется после происшествия, связанного с событием деформации.

Изображения радаров с синтезированной апертурой (РСА) являются хорошей альтернативой классическим методам выявления деформаций земной поверхности.

Метод и примеры его использования

Дистанционное изучение Земли с использованием спутниковых радаров позволяет проводить площадные исследования относительных изменений высотных отметок земной поверхности, состоявших между двумя пролетами спутника. Данные методики начиная с 90-х годов прошлого века широко применяются за рубежом для мониторинга оседания земной поверхности, обусловленного добычей твердых и жидких полезных ископаемых [2]. Российский опыт является весьма ограниченным и включает малочисленные исследования оседаний земной поверхности в районах месторождений нефти и газа, контроль деформаций газопроводов.

Взяв несколько радарных изображений (на основе геометрических ограничений), охватывающих регион интереса, метод радиолокационной дифференциальной интерферометрии может определить деформации с высокой степенью точности (1 см и точнее) на большой площади с высоким пространственным разрешением [3]. Метод дифференциальной интерферометрии хорошо себя показывает при мониторинге всех видов деформаций земной поверхности: подвижки в результате сейсмических событий, активность вулканов, движения ледников и шельфов и, в том числе, подвижки в результате ведения горных работ [3].

Метод дифференциальной интерферометрии подходит как для регистрации деформаций, возникших в результате открытых работ, так и деформаций, возникших в результате подземной выработки.

В случае открытых горных работ метод дифференциальной интерферометрии применяется для высокоточной оценки просадок земной поверхности в окрестностях разреза. С помощью обычного метода радиолокационной интерферометрии, использующего в качестве исходных данных пары радарных изображений для построения моделей высот (DEM),

возможен мониторинг за объемом добычи полезных ископаемых из открытого разреза.

В случае подземной выборки метод радиолокационной интерферометрии способен выявить мельчайшие (до нескольких миллиметров) просадки земной поверхности на обширной территории вокруг шахты, что не позволяют сделать классические методы.

Одной из особенностей радарных данных является их комплексный состав, они состоят из значений фазы и магнитуды. Если значения фазы трудноинтерпретируемые и используются для геометрических расчетов вместе с магнитудой, то значения магнитуды интерпретируемы отдельно от фазы и в визуальном плане представляют собой аналог монохромного спектрального изображения, на котором хорошо различимы объекты на местности. Таким образом, любая модель поверхности или деформаций земной поверхности изначально имеет точно связанное с ней в пространстве и во времени черно-белое изображение местности. Это позволяет строить комбинированные кадры, совмещающие в себе информацию о деформации земной поверхности и изображение исследуемой территории даже при отсутствии других источников пространственных данных. Пример такого кадра представлен на рис. 1.

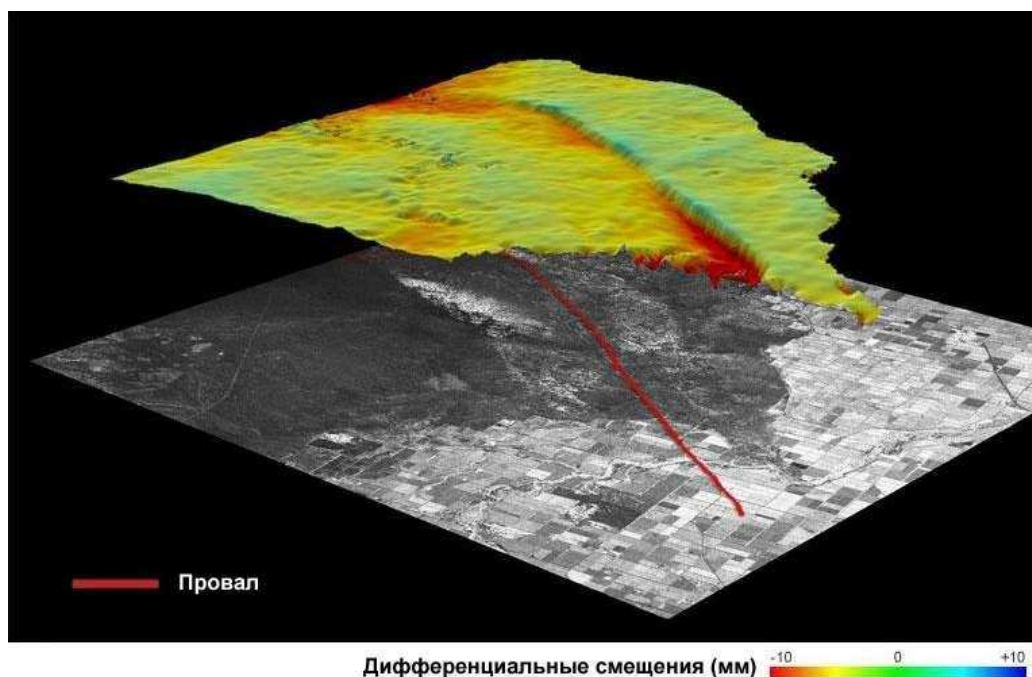


Рис. 1. Изображение смещений земной поверхности после тектонического события в 2006 году, Superstition Hills, Калифорния

Смещения были вычислены из данных двух снимков сенсора Radarsat-1 Европейским Космическим Агентством (ESA) [4]. Первый снимок получен до тектонического события, второй – после. Как видно по рис. 1, метод дифференциальной интерферометрии обеспечил высокую точность учета смещений в диапазоне от -10 миллиметров до $+10$ миллиметров. Несмотря на такие слабые смещения, на карте явно выражена основная траектория

провала земной поверхности, что говорит о высокой чувствительности и эффективности метода для задач высокоточного обнаружения смещений.

Перспективы

Метод дифференциальной интерферометрии применим при построении площадных карт смещений земной поверхности на различные моменты времени, что позволяет использовать их как материал для создания системы мониторинга геоэкологического состояния горнопромышленных регионов. Например, на рисунке 2 показана карта смещений на территорию города Полысаево Кемеровской области. Карта получена методом радарной интерферометрии. В качестве исходных данных использовались снимки сенсора ALOS-PALSAR за 2008 и 2010 годы. Красные зоны отражают отрицательные смещения земной поверхности, которые оказались в диапазоне от -1 до -50 миллиметров. Синим выделена территория шахты «Заречная», расположенной прямо в городской черте. Как видно по карте смещений, просадки наблюдаются не только на территории предприятия, но и далеко за его пределами в зоне городской застройки. Значения смещений получены в лаборатории геоинформационного моделирования Кемеровского филиала ИВТ СО РАН, с использованием свободно распространяемого программного пакета GMTSAR.



Рис. 2. Смещения в районе г. Полысаево, за 2008-2010 годы, красным выделены отрицательные смещения, синим выделена территория шахты «Заречная»

Сервисы, объединяющие картографическую информацию, модели рельефа и расчётные модели смещений земной поверхности в рамках одной геоинформационной системы, могут помочь в мониторинге антропогенного воздействия на окружающую среду, последствий сейсмических событий как природного, так и техногенного характера. Кроме того, такие сервисы могут стать очень важными инструментами поддержки принятия решений, связанных с обеспечением безопасности горнопромышленных регионов.

Выводы

Метод дифференциальной интерферометрии представляет собой новый перспективный метод оценки сейсмо-деформационного состояния земной поверхности. Высокая площадь охвата позволяет методу строить площадные оценки смещений, а высокая точность (до миллиметров) не уступает классическим методам мониторинга с помощью GPS и оптических замеров. С учетом того, что для вычисления смещений достаточно правильно отобрать исходные радарные данные и с верными параметрами обработать их в любом свободно распространяемом пакете программного обеспечения, этот метод может в скором времени получить широкое распространение в геоинформационных системах мониторинга.

Библиографические ссылки

1. Didier Massonnet and K ur t L. Feigl. Radar interferometry and its application to changes in the earth's surface // Reviews of Geophysics, 1998.
2. Филатов А. В. Обнаружение подвижек земной поверхности в зоне интенсивной нефтедобычи методами радарной интерферометрии // Вестник Югорского государственного университета. – 2006. – № 4. – С. 103–109.
3. Wang, Bu-Chin. Digital signal processing techniques and applications in radar image processing. – John Wiley & Sons, Inc, 2008.
4. Yaobin Sheng, Yunjia Wang, Linlin Ge, Chris Rizos. Differential radar interferometry and its application in monitoring underground coal mining-induced subsidence. – Jiangsu Key Laboratory of Resources and Environmental Information Engineering, Xuzhou, 2007.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ И АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ

А. Н. Черников, С. Н. Валитов, А. А. Матолыгин

*Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники*

Характерной чертой информационного общества является непрерывное образование.

Непрерывное образование – процесс роста образовательного потенциала личности в течение жизни, организационно обеспеченный системой государственных и общественных институтов. Цель непрерывного образования – целостное развитие человека как личности на протяжении всей его жизни, повышение его трудовой и социальной адаптации [1].

Цели непрерывного профессионального образования молодежи и взрослых людей заключаются в развитии самостоятельности,

целеустремленности и ответственности у обучающихся, укреплении способности адаптироваться к преобразованиям, происходящим в сферах экономики, политики и культуры, а также в профессиональной жизни.

Получить знания - одно дело, а проверить их усвоение – другое. Один из вариантов удостовериться, что материал понят и может применяться на практике, – это тестирование. Но на составление, проверку и анализ результатов уходит колоссальное количество времени, а также ресурсов. Таким образом, разумно поручить этот процесс, а именно генерацию тестов, их проверку и анализ, вычислительной системе. Цель нашего проекта – создание программного обеспечения для тестирования знаний студентов и анализа результатов.

Первым этапом нашей работы был сбор информации о текущих системах тестирования, таких как:

- SLT,
- АСТ-ТЕСТ версия 4.0,
- «Конструктор тестов»,
- система тестирования «INDIGO».

В результате анализа предметной области были выделены требования для создаваемого приложения: кроссплатформенность, масштабируемость, клиент-серверная архитектура, использование баз данных для хранения вопросов и результатов тестирования, рекомендации по итогам прохождения, возможность использования любого типа контента в тексте вопроса, проведение группового тестирования, интерактивное общение с пользователем. Также предусмотрено хранение информации о тестирующихся в базе данных.

Выбор СУБД был произведен с учетом следующих критериев: контроль доступа, кроссплатформенность, условия распространения и использования, быстродействие, отказоустойчивость, масштабируемость. На основе выделенных критериев была выбрана СУБД MySQL и спроектирована структура БД-приложения с использованием архитектуры «клиент-сервер», среда программирования – PHP и Framework – Yii.

При реализации модуля вопросов для внесения контента вопросов в приложение использован лексографический разбор текста при помощи регулярных выражений.

Предусмотрено три вида пользователей: тестируемый, разработчик, преподаватель. Реализован модуль ответов и модуль тестирования.

В будущем планируется разработка улучшенной системы подсчета результатов, а также анализ знаний групп студентов.

Библиографические ссылки

1. Непрерывное образование [Электронный ресурс] // URL: http://www.elitarium.ru/2010/09/29/nepreryvnoe_obrazovanie.html.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ РАССЫЛКИ ИНФОРМАЦИИ ЦЕЛЕВОЙ АУДИТОРИИ СРЕДСТВАМИ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

С. Н. Якименко

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Введение

С начала XXI века появилось направление распространения рекламы для целевой аудитории в сети Интернет с целью экономии ресурсов рекламодателей и рекламных площадок – таргетинг. Экономя на количестве размещённых объявлений, рекламодатель мог иметь больший результат, чем при отсутствии фокуса на целевой аудитории.

Эта работа включает в себе систему отправки рекламы, используя короткие текстовые сообщения - sms, пользователям мобильной сети, имеющим интерес к отправляемой рекламе. Система реализована в рамках таргетингового web-сайта в Интернете, с целью выявления целевой аудитории.

Зная, что реклама имеет назойливый характер на большинстве web-сайтов, автор разработал альтернативу баннерной рекламе в сети Интернет - рекламу, отправляемую пользователю на мобильный телефон.

Постановка задачи

1. Организовать базу данных, содержащую информацию о пользователях web-сайта и об объявлениях, размещённых рекламодателями. Также организовать связь в базе между интересами пользователей и контентом объявлений.

2. Изучить способы рассылки информации средствами коротких текстовых сообщений - sms пользователям мобильной связи.

3. Реализовать web-сайт, имеющий следующие возможности: добавлять объявления в базу данных, собирать информацию о пользователях сайта и рассылать им отобранные объявления.

Использованные технологии

База данных реализована в СУБД MySQL.

Возможности web-сайта реализованы на языке программирования PHP в редакторе Notepad++.

Рассылка sms осуществлена через sms-шлюз с помощью HTTP API, предоставленный компанией littleSMS. Рассылаемая реклама отвечает принципам таргетинга контекстной рекламы.

Таргетинг

Таргетинг (англ. target – цель) – рекламный механизм, позволяющий выделить из всей имеющейся аудитории только ту часть, которая удовлетворяет заданным критериям (целевую аудиторию), и показать рекламу именно ей.

Анализ поисковых запросов

Контекстная реклама – вид размещения интернет-рекламы, в основе которой лежит принцип соответствия содержания рекламного материала контексту (содержанию) интернет-страницы, на которой размещается

данный материал. При этом по характеру рекламный материал может быть тексто-графическим объявлением либо рекламным баннером.

Таким образом, контекстная реклама действует избирательно и отображается лишь тем посетителям web-страницы, сфера интересов которых совпадает/пересекается с тематикой рекламируемого товара либо услуги и которые, следовательно, являются потенциальными клиентами рекламодателя.

Для определения соответствия рекламного материала странице интернет-сайта используется принцип ключевых слов. Благодаря использованию такого принципа контекстная реклама выражает взаимосвязь интересов рекламодателя и потребителя, использующего сеть Интернет для поиска интересующей информации о товарах или услугах.

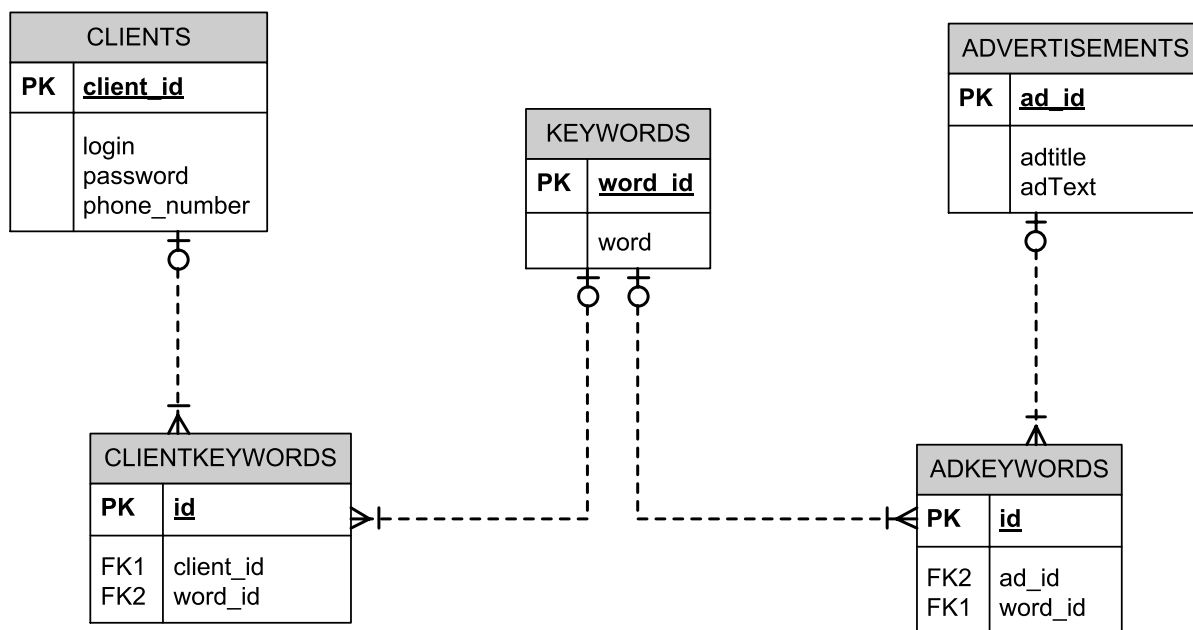
Обзор приложения

Попав на главную страницу, можно добавить объявление, указав тематику объявления и его текст. Также можно авторизоваться либо зарегистрироваться, если пользователь оказался на этом портале в первый раз. При регистрации требуется указать имя пользователя, пароль для входа на сайт и номер мобильного телефона в любом формате.

Авторизовавшись на сайте, можно добавлять ключевые слова авторизованного пользователя в форме «Добавление интересов пользователя».

Администратор портала, авторизовавшись, может отправить случайное объявление заинтересованному пользователю, нажав кнопку «отправить».

ER-модель спроектированной базы данных представлена на рисунке.



Результаты

Разработан web-сайт, представляющий интерфейс системы, реализующей возможность накопления интересов пользователей и отправки интересных им объявлений.

Также спроектирована база данных, отражающая информацию о пользователях и объявлениях, а также связь интересов объявлений с интересами пользователей.

Библиографический список

1. Конверс Т. PHP Библия пользователя PHP 5 и MySQL. – М.: Диалектика-Вильямс, 2006. – 1216 с.
2. Мазуркевич А. PHP: настольная книга программиста. – СПб.: BHV-Санкт-Петербург, 2005. – 479 с.
3. LittleSMS [Электронный ресурс] // LittleSMS.ru. – Электрон. дан. – URL: <http://littlesms.ru/doc> (дата обращения: 13.06.2011).
4. Астро Софт [Электронный ресурс] // КОМПЬЮТЕР-ИНФОРМ. – Электрон. дан. – URL: http://www.ci.ru/inform2_97/ast1.htm (дата обращения: 13.06.2011).

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПРОТОКОЛА С СЕЛЕКТИВНЫМ РЕЖИМОМ ПОВТОРА В НАГРУЖЕННОМ ТРАКТЕ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

В. А. Белинский, В. В. Кокшнев, С. П. Сущенко

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Важнейшей операционной характеристикой виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом компьютерной сети, является его пропускная способность. Данный показатель определяется не только скоростью и достоверностью передачи данных в информационных каналах транспортного соединения, но и интенсивностью внешних по отношению к данному соединению потоков, имеющих с ним часть общего маршрута. Основным индикатором «внешней» нагрузки на тракт, в котором проложено исследуемое виртуальное соединение, являются размеры очередей перед единицами потока (пакетами) рассматриваемого соединения в транзитных узлах. Очевидно, что мониторинг такого индикатора позволяет оценить распределение длин очередей в транзитных узлах от внешних по отношению к анализируемому соединению сетевых потоков и использовать при выборе протокольных параметров на время сеанса связи между заданной парой абонентов. Известные модели асинхронных управляющих процедур транспортного протокола не позволяют учитывать нагрузку на разделяемые сетевые ресурсы (пропускная способность отдельных межузловых каналов), обеспечиваемую соседством с другими виртуальными соединениями, агрегируемыми на различных участках пути в отдельных звеньях маршрута данного межабонентского соединения, и проявляющуюся в виде «внешних» очередей в транзитных узлах. В данной работе предложена математическая модель виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом в режиме селективного отказа. Она учитывает, кроме фактора искажений в прямом и обратном трактах передачи данных и механизмов повторных передач, обусловленных истечением тайм-аута неприема ответа от получателя потока информации, еще и очереди от «внешних» межабонентских соединений.

Рассмотрим обмен данных между узлами, соединенными многозвенным трактом передачи данных. Предположим, что выполняются следующие допущения. Узлы тракта соединены дуплексными каналами связи, имеющими одинаковые пропускные способности в обоих направлениях. Длина тракта передачи данных, выраженная в количестве участков переприема, равна D . Заданы вероятности достоверности передачи кадра в канале связи для прямого $F_n(d)$, $d = \overline{1, D}$ и обратного – $F_0(d)$, $d = \overline{1, D}$ направлений передачи каждого участка переприема. Передача данных на каждом участке переприема выполняется в соответствии с алгоритмом решающей обратной связи. Время обработки пакетов в узлах

тракта одинаково. В каждом узле-отправителе имеется неограниченный поток пакетов для передачи, и обмен выполняется информационными пакетами одинаковой длины. Подтверждения получателя о корректности приема принимаемых данных переносятся в информационных пакетах встречного потока. Потеря кадров из-за отсутствия буферной памяти в узлах тракта не происходит. Задана функция вероятности b_n , $n=0, N$ того, что поток анализируемого соединения в транзитном узле встретит очередь размера $n \leq N$, где N – максимальный размер очереди, определяемый емкостью буферных пулов транзитных узлов. Будем называть тактом время t , необходимое для вывода кадра в линию. Такт определяется суммой времени вывода пакета в линию, времени распространения сигнала в канале связи и времени обработки пакета принимающим узлом. Тайм-аут S , измеренный в длительностях t , запускается перед началом передачи первого сегмента последовательности и фиксируется для всех сегментов в пределах ширины окна. Будем считать, что размер окна управляющего протокола определяется величиной W , а $S > W$ – задает длительность тайм-аута ожидания подтверждения корректности доставки данных. После передачи очередного сегмента протокол копирует его в очередь переданных, но не подтвержденных данных и запускает тайм-аут. Как только размер очереди становится равным ширине окна W , управляющий протокол приостанавливает передачу в ожидании получения квитанции или истечения тайм-аута ожидания подтверждения S . При получении подтверждения из очереди удаляются сегменты, дошедшие до адресата без искажений. При истечении тайм-аута S соответствующий сегмент передается повторно, и тайм-аут запускается вновь. Селективный и групповой методы управления надежной передачей отличаются способом формирования квитанций. Селективная процедура отказа явно указывает все полученные сегменты данных, а групповая – сообщает номер первого неполученного сегмента. Таким образом, селективная управляющая процедура передает повторно лишь потерянные и искаженные кадры, в то время как групповая – все сегменты, начиная с первого не дошедшего до адресата, что потенциально влечет ненужные повторные передачи и загрузку канала связи «холостым» трафиком.

Динамика очереди переданных, но не подтвержденных сегментов на узле-отправителе для различных режимов функционирования управляющего протокола может быть описана двумерной цепью Маркова с дискретным временем и числом состояний по одному измерению, равным длительности сквозного тайм-аута S , а по другому – увеличенной на единицу максимальной длине очереди: $N + 1$. Очевидно, что длительность тайм-аута должна быть достаточной для того, чтобы пакет с сегментом данных по прямому каналу достиг адресата и подтверждение получателя по обратному каналу было принято отправителем потока. Отсюда следует, что размер тайм-аута, выраженный в длительностях тактов t , должен быть не меньше суммы двойной длины пути и размера встреченной очереди в транзитном узле $S \geq 2D + n$. С учетом возможных повторных передач информационных

пакетов основного (прямого) потока и пакетов с подтверждениями во встречном потоке из-за искажений в отдельных звеньях тракта размер тайм-аута S целесообразно выбирать с «запасом» на повторные передачи.

Квитанция на первый сегмент последовательности может поступить отправителю спустя время $s \geq 2D$ интервалов длительности t , необходимых для достижения первым сегментом адресата и возвращения отправителю подтверждения о корректности его приема. Если при передаче последовательности сегментов отправителем или переносе подтверждения пакет с сегментом в прямом тракте (или подтверждением в обратном) встретил очередь размера n , то время для получения квитанции (подтверждения) необходимо возрастает на размер встреченной очереди n и составит $s \geq 2D + n$. Процесс переноса информационного потока транспортным протоколом в однозвенном виртуальном канале моделируется марковской цепью. Функционирование виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом, в нагруженном многозвенном тракте передачи данных с очередями сегментов перед отправляемыми данными или подтверждениями может быть описано марковизированным процессом, в котором размер очереди перед прямым или обратным потоком данных исследуемого соединения является дополнительной переменной марковского процесса. В состоянии цепи Маркова (i, n) источник отправил последовательность размера $i - n$ сегментов, которая в процессе переноса в одном из звеньев встретила очередь длиной n пакетов. Значениям координаты $i = \overline{0, W + n}$, $n = \overline{0, N}$ состояний цепи Маркова соответствует количество переданных, но не подтвержденных получателем сегментов и время от начала передачи последовательности, а значениям $i = \overline{W + n + 1, S - 1}$, $n = \overline{0, N}$ – время, в течение которого отправитель не активен и ожидает получение квитанции о корректности приема переданной последовательности из W сегментов. Обозначим через $P(i, n), i = \overline{0, S - 1}, n = \overline{0, N}$, – вероятности состояний цепи Маркова. Предположим, что достоверности передачи сегментов данных одинаковы для всех звеньев тракта $F_n(d) = F_n, d = \overline{1, D}; F_0(d) = F_0, d = \overline{1, D}$. Тогда последовательность переданных, но не подтвержденных сегментов данных рассматриваемого виртуального соединения при очереди нулевой длины растет до состояния цепи Маркова с координатами $(2D - 1, 0)$ с вероятностью b_0 . Дальнейший рост размера этой последовательности происходит с вероятностью $b_0(1 - F_0)$. В состояниях $(i, n), i = \overline{2D - 1 + n, S - 1}, n = \overline{0, N}$ возможно получение отправителем квитанции, и в зависимости от результатов доставки отправитель передает новые сегменты (при положительной квитанции) либо повторно – искаженные. Поскольку отправленная последовательность сегментов исследуемого виртуального соединения может встретить очередь ненулевой длины в любой момент процесса передачи (на пути последовательности до адресата или при

переносе подтверждения отправителю информационного потока), то переход из состояния $(i, 0)$, $i = \overline{0, S-2}$ в состояние (i, n) , $i = \overline{0, S-2}$, $n = \overline{1, N}$ происходит с вероятностью b_n .

Обозначим через π_{in}^{jm} переходные вероятности цепи Маркова, где (i, n) – координаты исходного, а (j, m) – измененного состояний цепи. Тогда динамику процесса передачи информационного потока в режиме селективного отказа можно задать следующими значениями переходных вероятностей:

$$\pi_{in}^{jm} = \begin{cases} b_0, i = \overline{0, 2D-2}, n = 0; j = i+1, m = 0; \\ b_0(1 - F_0), i = \overline{2D-1, S-2}, n = 0; j = i+1, m = 0; \\ b_m, i = \overline{0, S-2}, n = 0; j = i, m = \overline{1, N}; \\ b_0 F_0, i = \overline{2D-1, W-1}, n = 0; j = 2D-1, m = 0; \\ 1, i = S-1, n = \overline{0, N}; j = 0, m = 0; \\ b_0 F_0, i = \overline{W, W+2D-2}, n = 0; j = 2D-2-i+W, m = 0; \\ F_0, i = \overline{W+n, W+n+2D-2}, n = \overline{1, N}; j = 2D-2-i+W+n, m = 0; \\ 1, i = \overline{0, 2D-2+n}, n = \overline{1, N}; j = i+1, m = n; \\ 1 - F_0, i = \overline{2D-1+n, S-2}, n = \overline{1, N}; j = i+1, m = n. \end{cases}$$

Пропускная способность виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом, определяется как отношение среднего объема данных, передаваемых между двумя последовательными получениями квитанций, к среднему времени получения квитанции. Вклад в быстродействие виртуального соединения дают те состояния цепи Маркова, для которых возможно получение квитанции. Нормированная на единицу пропускная способность виртуального соединения в нагруженном тракте определяется отношением среднего количества сегментов данных, передаваемых отправителем между поступлениями двух последовательных квитанций, к среднему времени между поступлениями квитанций, выраженному в количестве интервалов длительности t : $Z(W, S) = \bar{V} / \bar{T}$. Поскольку квитанции переносятся в каждом сегменте независимо и поступают к отправителю каждый такт t при условии, что они не искажены на пути длины D от получателя до отправителя информационного потока, то среднее время между приходами квитанций распределено по геометрическому закону с параметром F_0^D и составит: $\bar{T} = 1 / F_0^D$. Средний объем передаваемых между поступлениями квитанций данных задается соотношением $\bar{V} = \sum_{n=0}^N \left[\sum_{l=2D-1+n}^{W+2D-2+n} \bar{l} P(l, n) + \sum_{l=W+2D-1+n}^{S-1} \bar{W} P(l, n) \right]$. Величины $\bar{l}$ и $\bar{W}$ определяются селективной процедурой повторных передач искаженных сегментов: $\bar{l} = (l - 2D - n + 2) F_n^D$, $\bar{W} = W F_n^D$. Окончательно зависимость

пропускной способности виртуального соединения от протокольных параметров ширины окна W и длительности сквозного тайм-аута S примет вид:

$$Z(W, S) = F_n^D F_0^D \sum_{n=0}^N \left[\sum_{l=2D-1+n}^{W+2D-2+n} (l - 2D + 2 - n) P(l, n) + W \sum_{l=W+2D-1+n}^{S-1} P(l, n) \right].$$

Анализ процесса передачи информационного потока в виртуальном канале, управляемого транспортным протоколом, показывает, что индекс быстродействия виртуального соединения, нормированного на единицу, при абсолютно надежных каналах связи в отдельных звеньях тракта и достаточной длительности тайм-аута является функцией длины очереди, размера окна и длины тракта передачи данных. Данный показатель определяет потенциально достижимую скорость передачи данных в виртуальном канале. Для размера окна W , изменяющегося от 1 до $2D - 1$, длительности тайм-аута $S \geq 2D + n$ и детерминированной очереди длины $n > 0$ ($b_n = 1$) нормированная скорость составит $Z(W, S) = 1/(2D - W + 2 + n)$. Если на пути основного потока мешающего трафика нет ($b_0 = 1$), то быстродействие определится соотношением $Z(W, S) = 1/(2D - W + 1)$. При ширине окна $W \geq 2D$ и детерминированной очереди размера n скорость обмена данными в виртуальном соединении определится соотношением $Z(W, S) = 2/(2 + n)$, $n \geq 0$. Численные исследования быстродействия детерминированного виртуального канала в различных режимах повторной передачи показывают, что скорость передачи в канале монотонно растет с увеличением размера окна и выходит в режим насыщения при $W \geq 2D$. Очевидно, что для виртуального соединения в детерминированном тракте передачи данных длительность сквозного тайм-аута должна превосходить сумму удвоенной длины тракта и совокупной длины очередей перед информационным потоком взаимодействующих абонентов виртуального соединения. Полученные результаты позволяют утверждать, что при заданном размере окна показатель пропускной способности виртуального соединения возрастает с увеличением длительности тайм-аута ожидания подтверждения и практически достигает теоретического предела при насыщении по протокольному параметру W для значений S , превосходящих ширину окна на 2–5 тактов длительности t .

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ В УСЛОВИЯХ ВОЗРАСТАЮЩЕГО КОЛИЧЕСТВА АБОНЕНТСКИХ СТАНЦИЙ²

В. А. Вавилов

*Кемеровский государственный университет
Филиал в г. Анжеро-Судженске*

Проблемы повышения эффективности функционирования систем и сетей связи не могут быть решены без учета влияния неконтролируемых внешних воздействий, или случайной среды.

Одним из инструментов изучения процессов передачи данных в сетях связи является математическое моделирование. Описание телекоммуникационных сетей в виде систем массового обслуживания и последующее исследование этих систем позволяют оценить параметры функционирования действующих сетей и выработать рекомендации по разработке новых, более производительных.

Влияние случайных факторов может непосредственно отражаться на интенсивности обслуживания заявок на приборе, на интенсивности обращения заявок из источника повторных вызовов, на интенсивности входящего потока. Такого рода ситуации рассмотрены нами, например, в работах. Данная работа посвящена изучению RQ-систем (Retrial Queuing Systems), функционирующих в случайной среде, в условиях возрастающего числа абонентских станций.

Рассмотрим RQ-систему, на вход которой поступают заявки от конечного числа N абонентских станций. Время генерирования заявки от одной абонентской станции имеет экспоненциальное распределение с параметром λ/N . Суммарный поток требований от всех абонентских станций поступает на обслуживание. Прибор данной RQ-системы может находиться в одном из двух состояний: $k=0$, если он свободен; $k=1$, если он занят обслуживанием заявки. Заявка, заставшая в момент поступления прибор свободным, начинает немедленно обслуживаться и по завершении обслуживания покидает систему. Новая заявка, поступившая на прибор во время обслуживания, переходит в источник повторных вызовов. Повторное обращение заявок к прибору из источника повторных вызовов происходит после случайной задержки, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром γ/N . Количество заявок в источнике повторных вызовов обозначим i .

Система функционирует в случайной среде, в качестве математической модели которой рассмотрим однородную цепь Маркова $s(t)$ с конечным множеством состояний $s = 1, 2, \dots, S$ и непрерывным временем [5–

6] с инфинитезимальными характеристиками $q_{s_1 s_2}$, при этом $\sum_{s_2=1}^S q_{s_1 s_2} = 0$.

Влияние случайной среды на функционирование системы определяется зависимостью интенсивности μ обслуживания заявок от

состояний $s(t)=s$ случайной среды, то есть $\mu=\mu(s)$, где s – текущее состояние случайной среды. Вероятность окончания обслуживания заявки на приборе за бесконечно малый промежуток времени Δt равна $\mu(s)\Delta t + o(\Delta t)$.

В силу свойств приведенной математической модели трехмерный случайный процесс $\{k(t), i(t), s(t)\}$ изменения во времени состояний системы и математической модели случайной среды является цепью Маркова с непрерывным временем.

Обозначим $P(k(t)=k, i(t)=i, s(t)=s) = P(k, i, s, t)$. В любой момент времени для распределения $P(k, i, s, t)$ должно выполняться условие

$$\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=0}^1 \sum_{s=1}^S P(k, i, s, t) = 1.$$

Можно показать, что распределение $P(k, i, s, t)$ удовлетворяет системе дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(0, i, s, t)}{\partial t} + \left(\lambda \left(1 - \frac{i}{N} \right) + \gamma \frac{i}{N} \right) P(0, i, s, t) &= \mu(s) P(1, i, s, t) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1 s} P(0, i, s_1, t), \\ \frac{\partial P(1, i, s, t)}{\partial t} + \left(\lambda \left(1 - \frac{i+1}{N} \right) + \mu(s) \right) P(1, i, s, t) &= \lambda \left(1 - \frac{i}{N} \right) P(0, i, s, t) + \\ + \gamma \frac{i+1}{N} P(0, i+1, s, t) + \lambda \left(1 - \frac{i}{N} \right) P(1, i-1, s, t) &+ \sum_{s_1=1}^S q_{s_1 s} P(1, i, s_1, t). \end{aligned}$$

Решение $P(k, i, s, t)$ данной системы достаточно полно определяет функционирование математической модели системы и ее вероятностно-временные характеристики, но для нее не существует точных аналитических методов решения, поэтому данную систему будем исследовать методом асимптотического анализа [7] в условиях растущего числа абонентских станций, то есть при $N \rightarrow \infty$.

Запишем систему для стационарного режима:

$$\begin{aligned} - \left(\lambda \left(1 - \frac{i}{N} \right) + \gamma \frac{i}{N} \right) P(0, i, s) + \mu(s) P(1, i, s) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1 s} P(0, i, s_1) &= 0, \\ - \left(\lambda \left(1 - \frac{i+1}{N} \right) + \mu(s) \right) P(1, i, s) + \lambda \left(1 - \frac{i}{N} \right) P(0, i, s) &+ \\ + \gamma \frac{i+1}{N} P(0, i+1, s) + \lambda \left(1 - \frac{i}{N} \right) P(1, i-1, s) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1 s} P(1, i, s_1) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Перейдем от вероятностей вида $P(k, i, s)$ к характеристическим функциям

$$H(k, u, s) = \sum_i e^{ju_i} P(k, i, s),$$

тогда систему (1) можно переписать в виде

$$j \frac{\lambda - \gamma}{N} \frac{\partial H(0, u, s)}{\partial u} = -\lambda H(0, u, s) + \mu(s) H(1, u, s) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1 s} H(0, u, s_1),$$

$$\begin{aligned}
& j \frac{\lambda}{N} (1 - e^{ju}) \frac{\partial H(1, u, s)}{\partial u} + j \frac{1}{N} (\gamma e^{-ju} - \lambda) \frac{\partial H(0, u, s)}{\partial u} = \\
& = \left(-\lambda + \frac{\lambda}{N} - \mu(s) \right) H(1, u, s) + \left(\lambda - \frac{\lambda}{N} \right) e^{ju} H(1, u, s) + \\
& \quad + \lambda H(0, u, s) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1 s} H(1, u, s_1).
\end{aligned} \tag{2}$$

Представим эту систему в матричном виде, обозначим вектор

$$H(u) = \{H(0, u, 1), H(0, u, 2), \dots, H(0, u, S), H(1, u, 1), H(1, u, 2), \dots, H(1, u, S)\},$$

а также матрицы

$$A(ju) = \begin{bmatrix} \lambda - \gamma & 0 & \dots & 0 & \gamma e^{-ju} - \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda - \gamma & \dots & 0 & 0 & \gamma e^{-ju} - \lambda & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda - \gamma & 0 & 0 & \dots & \gamma e^{-ju} - \lambda \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda(1 - e^{ju}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda(1 - e^{ju}) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda(1 - e^{ju}) \end{bmatrix},$$

$$B(ju) = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22}(ju) \end{bmatrix},$$

здесь матрица $B(ju)$ представляет собой блочную матрицу со следующими блоками

$$B_{11} = \begin{bmatrix} -\lambda + q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1S} \\ q_{21} & -\lambda + q_{22} & \dots & q_{2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{S1} & q_{S2} & \dots & -\lambda + q_{SS} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
B_{12} &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda \end{bmatrix}, & B_{21} &= \begin{bmatrix} \mu(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu(2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu(S) \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$B_{22}(ju) = \begin{bmatrix} \lambda(e^{ju} - 1) - \mu(1) + q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1S} \\ q_{21} & \lambda(e^{ju} - 1) - \mu(2) + q_{22} & \dots & q_{2S} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{S1} & q_{S2} & \dots & \lambda(e^{ju} - 1) - \mu(S) + q_{SS} \end{bmatrix},$$

$$D(ju) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda(1 - e^{ju}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda(1 - e^{ju}) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda(1 - e^{ju}) \end{bmatrix}.$$

С учетом этих обозначений систему (2) можно записать в виде

$$j \frac{1}{N} \frac{\partial H(u)}{\partial u} A(ju) = H(u)B(ju) + \frac{1}{N} H(u)D(ju). \quad (3)$$

В уравнении (3) для $H(u)$ выполним замены

$$\frac{1}{N} = \varepsilon, \quad u = \varepsilon x, \quad H(u) = F(x, \varepsilon), \quad (4)$$

тогда уравнение (3) примет следующий вид

$$j \frac{\partial F(x, \varepsilon)}{\partial x} A(j\varepsilon x) = F(x, \varepsilon)B(j\varepsilon x) + \varepsilon F(x, \varepsilon)D(j\varepsilon x). \quad (5)$$

Выполним предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$. Обозначив $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(x, \varepsilon) = F(x)$, получим следующий вид уравнения (5)

$$j \frac{\partial F(x)}{\partial x} A(0) = F(x)B(0). \quad (6)$$

Решение этого уравнения будем искать в следующем мультипликативном виде

$$F(x) = R \cdot e^{j\kappa x}. \quad (7)$$

При этом вектор R представляет собой асимптотическое при $\varepsilon \rightarrow 0$ распределение вероятностей значений процесса $k(t)$.

Подставим (7) в (6), получим систему

$$R(B(0) + \kappa A(0)) = 0. \quad (8)$$

Данная система определяет вектор R , при этом для распределения вероятностей R должно выполняться условие нормировки $RE = 1$.

Сложим все уравнения системы (5) путем умножения обеих частей матричного уравнения на единичный вектор E .

Разложим матрицы $A(j\epsilon x)$, $B(j\epsilon x)$, $D(j\epsilon x)$ по малому параметру, подставим в полученное равенство (7), получим следующее уравнение

$$R(B^* + \kappa A^*) = 0, \quad (9)$$

которое совместно с (7) определяет величину κ .

В силу замен (4) обозначения $H(k, u, s) = \sum_i e^{ju_i} P(k, i, s)$ и равенства (7) можно записать

$$Me^{ju_i} = H(u)E = \sum_i e^{ju_i} \sum_k P(k, i) = F(x, \epsilon)E,$$

что в предельном переходе при $\epsilon \rightarrow 0$ даст следующее равенство

$$F(x)E = e^{juN\kappa}.$$

Величина $N \cdot \kappa$ определяет асимптотическое среднее значение числа заявок в источнике повторных вызовов.

Таким образом, в работе предложена математическая модель RQ-систем, функционирующих в случайной среде, и в условиях растущего количества абонентских станций найдено распределение вероятностей R состояний k канала в виде (8), а также выражение, определяющее асимптотическое среднее значение количества заявок в системе.

Библиографические ссылки

1. Вавилов В. А. Применение характеристических функций для исследования асимптотических средних характеристик неустойчивых сетей множественного доступа с источником повторных вызовов, функционирующим в случайной среде // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – Томск: Изд-во НТЛ, 2007. – № 1. – С. 51-57.
2. Вавилов В. А., Назаров А. А. Исследование устойчивых сетей множественного доступа с источником повторных вызовов, функционирующим в случайной среде // «Вычислительные технологии». – Том 13. – Спец. выпуск 5. – Новосибирск: Институт вычислительных технологий СО РАН, 2008. – С. 14-18.
3. Вавилов В. А., Назаров А. А. Математическое моделирование неустойчивых сетей множественного доступа с источником повторных вызовов, функционирующим в полумарковской среде // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – Томск: Изд-во НТЛ, 2008. – № 4 (5). – С. 15-31.
4. Вавилов В. А., Назаров А. А. Исследование средних характеристик ретриал-систем, функционирующих в случайной среде // Сборник трудов Международной научной конференции «Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и применения», 22 – 25 февраля 2010 г. – Минск: БГУ, 2010.
5. Карлин С. Основы теории случайных процессов. – М.: Мир, 1971.
6. Назаров А. А., Терпугов А. Ф. Теория вероятностей и случайных процессов. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 204 с.
7. Назаров А. А., Моисеева С. П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.

² Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-01-90720-моб_ст)

МОДЕЛИРОВАНИЕ КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНОЙ МНОГОЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА ТРЕБОВАНИЙ

В. А. Ивницкий

Московский государственный университет путей сообщения

Рассмотрим многолинейную систему массового обслуживания (СМО) с ожиданием с m обслуживающими приборами. Входящий поток является потоком с ограниченным последствием. В начальный момент $t=0$ в системе имеется k_0 требований. Требования поступают в моменты $\xi_{n,i,1}, t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$, величины $z_0 = t_0, z_n = P_{n,0,i}, n=1, 2, \dots$, независимы в совокупности и z_n имеет функцию распределения $F_n(x) = P(z_n < x), F_n(0) = 0, n=0, 1, 2, \dots$. Обозначим через v число требований в СМО в момент $t, v_1(t)$ – число поступивших требований в СМО до момента t и $v_2(t)$ – число обслуженных требований СМО до момента t . Для обслуживания n -го требования, $n=0, 1, 2, \dots$, поступающего потока с учетом k_0 требований необходимо выполнить работу, величина которой ξ_{n+k_0+1} является случайной с распределением $B(x) = P(\xi_{n+k_0+1} < x), B(0) = 0$, и величины работ $\xi_1, \dots, \xi_{n+k_0+1}, \dots$ есть независимые в совокупности случайные величины. Требования в количестве k_0 становятся в очередь на обслуживание, и для i -го из них необходимо выполнить работу, величина которой ξ_i является случайной с распределением $B(x) = P(\xi_i < x), B(0) = 0, i=1, 2, \dots, k_0$. Предполагаем, что последовательности (z_k) и (ξ_n) взаимно независимы. Каналы СМО перенумерованы. Поступающие требования занимают свободные каналы с минимальными номерами. Однако если требование обслуживается на канале с номером l и освободился канал с меньшим номером, то оно не переходит на обслуживание на освободившийся канал.

Если в момент t в СМО находится k требований и $\xi_{n,l}(t)$ – количество оставшейся работы с момента t для завершения обслуживания n -го требования на l -ом канале, то скорость его обслуживания на l -ом канале равна $\alpha_{k,n,l} \gamma_{k,n,l}^{(l)} \beta_{k,n,l}(\xi_{n,l}(t)) > 0$, то есть $\frac{d\xi_{n,l}(t)}{dt} = -\alpha_{k,n,l} \gamma_{k,n,l}^{(l)} \beta_{k,n,l}(\xi_{n,l}(t))$.

Введем четыре счетчика: 1) счетчик числа требований $v(t)$ в СМО в текущий момент времени и длительностей интервалов пребывания СМО при этом числе требований, 2) счетчик числа моментов $v_1(t)$ и самих моментов поступления требований потока на оси времени t , 3) счетчик числа моментов $v_2(t)$, самих моментов ухода из СМО обслуженных требований на оси времени t и их номеров, 4) счетчик числа скачков процесса $v(t)$.

Построим моделирующий алгоритм.

Рассмотрим сначала простой случай. Пусть $k_0 = 0$. Начинается период занятости с периода увеличения $v(t)$, к $v(0) = 0$ прибавляется 1. Поступившее требование с номером n занимает канал с номером 1. Реализуется количество работы для обслуживания требования ξ_n . По дифференциальному уравнению $\frac{d\xi_{n,1}(t)}{dt} = -\alpha_{n,1}\gamma_{n,1}^{(1)}\beta_{n,1}(\xi_{n,1}(t))$ определяется длительность обслуживания $\xi_{n,1}$, то есть длительность интервала времени с момента t , когда величина работы была равна ξ_1 , до момента времени, когда величина работы станет равной нулю. Величина $\eta_{n,1}$ определяется следующим алгоритмом по дифференциальному уравнению

$$\frac{d\xi_{n,1}(t)}{dt} = -\alpha_{n,1}\gamma_{n,1}^{(1)}\beta_{n,1}(\xi_{n,1}(t)).$$

1. Решаем уравнение $\frac{d\xi_{n,1}(t)}{dt} = -\alpha_{n,1}\gamma_{n,1}^{(1)}\beta_{n,1}(\xi_{n,1}(t))$ с начальным условием $\xi_n(0) = \xi'_n$, где ξ'_n – реализация случайной величины ξ_n , имеющей функцию распределения $B(x)$. Решение можно получить либо точное в аналитическом виде, либо приближенное с помощью приближенных методов вычислений. В итоге получаем решение $\xi_{n,1}(t)$, где $\xi_{n,1}(0) = \xi_n(0)$.

2. Величина $\eta_{n,1}$ определяется из уравнения $\xi_{n,1}(\eta_{n,1}) = 0$. Нахождение величины $\eta_{n,1}$ из этого уравнения упрощается тем обстоятельством, что функция $\xi_{n,1}(t)$ является монотонно уменьшающейся функцией, то есть корень будет один и его можно найти одним из приближенных методов.

Реализуются также случайные величины $z_2, z_3, \dots$. Если $z_2 > \eta_{n,1}$, то в счетчик длительностей интервалов записывается пара $(1, \eta_{n,1})$, где $\eta_{n,1}$ – длина временного интервала, на котором $v(t) = 1$, и $v(\eta_{n,1}) = 0$. На этом период увеличения $v(t)$ заканчивается.

Далее моделирование усложняется. Пусть $t'_1 < t'_2 < \dots < t'_n < \dots$ – моменты времени, когда процесс $v(t)$ претерпевает скачки. Рассмотрим алгоритм перехода процесса $v(t)$ из состояния $v(t'_1)$ в состояние $v(t'_{l+1})$. Для этого введем векторный Марковский процесс

$$\zeta(t) = (v(t), v_1(t), n_1(t), \dots, n_{\min(m, v(t))}(t), \gamma(t), \xi_{n_1(t),1}(t), \dots, \xi_{n_{\min(m, v(t))}(t),m}(t)),$$

где $n_i(t)$ – порядковый номер требования, обслуживающегося в момент t на i -ом канале, $i = 1, \dots, \min(m, v(t))$, $\gamma(t)$ – длительность интервала времени с момента t до момента поступления следующего требования входящего потока, $\xi_{n_i,l}(t)$ – количество оставшейся работы, которую ещё нужно выполнить с момента t для окончания обслуживания требования с номером

n_l на l -ом канале, $l=1,...,m$. Величина $\xi_{n_k,k}(t)$ равна 0, если k -ый канал в момент времени t был свободен. Если в этот момент времени k -ый канал был занят, то $\xi_{n_k,k}(t) > 0$.

Замечание 1. Для построения алгоритма весьма важной величиной является номер требования, стоящего первым в очереди, когда $v(t) > m$. Этот номер находится так. Формируется множество номеров обслужившихся требований по данным счетчика числа моментов, самих моментов ухода из СМО обслуженных требований на оси времени t и их номеров. Из этого множества находится максимальный номер и записывается в отдельную ячейку. При поступлении в этот счетчик нового обслужившегося требования сравнивается его номер с максимальным номером, находящимся в отдельной ячейке. Из этих двух номеров выбирается максимальный и записывается в эту отдельную ячейку. Обозначим номер, хранящийся в этой ячейке в момент времени t через $n_{\max}(t)$. Тогда номер требования, стоящего первым в очереди, обозначается через $n_{0,\max}(t)$, и он равен

$$n_{0,\max}(t) = \max(n_{\max}(t), n_1(t), \dots, n_{\min(m,v(t))}(t)) + 1.$$

Найдем условное время до конца обслуживания требования с порядковым номером n на l -ом канале, которое обслуживалось на нем в момент t , $\eta_{n,l}(t)$ при условии, что до окончания его обслуживания не было смены состояния $v(t)$, $k=1,...,m$. Рассмотрим значения процесса $\zeta(t)$ в моменты времени $t'_1 < t'_2 < \dots < t'_n < \dots$. Рассмотрим два последовательных момента времени t_1 и t_2 , между которыми не было смены состояния процесса $v(t)$. Остаточная длительность обслуживания $\eta_{n,l}(t_2)$ определяется вышеуказанным алгоритмом по дифференциальному уравнению

$$\frac{d\xi_{n,l}(t)}{dt} = -\alpha_{v(t_2+0),n,l} \gamma_{v(t_2+0),l}^{(l)} \beta_{v(t_2+0),n,l}(\xi_{n,l}(t)).$$

За интервал времени (t_1, t_2) уменьшение количества оставшейся работы по его обслуживанию составит величину $\Delta_{n,l}(t_1, t_2) = \xi_{n,l}(t_1) - \xi_{n,l}(t_2)$.

Из начального количества работы вычитаются все последовательные уменьшения количества работы, определяемые этой формулой, на интервалах смены состояния процесса $v(t)$, вплоть до момента, когда $\xi_{n,l}(t)$ станет равным 0. В момент t_2 величина оставшейся работы равна $\xi_{n,l}(t_2)$.

Для моделирования поведения процесса $\zeta(t)$ отводятся ячейки для хранения в них значений компонент процесса $\zeta(t)$, то есть $v(t)$, $v_1(t)$, $n_1(t), \dots, n_{\min(m,v(t))}(t)$, $\gamma(t), \xi_1(t), \dots, \xi_{n_{\min(m,v(t))}(t),m}(t)$.

Пусть в момент времени t'_l имеем состояние процесса $\zeta(t'_l)$, равное $(v(t'_l), v_1(t'_l), n_1(t'_l), \dots, n_{\min(m,v(t'_l))}(t'_l), \gamma(t'_l), \xi_1(t'_l), \dots, \xi_{n_{\min(m,v(t'_l))}(t'_l),m}(t'_l))$. Опишем алгоритм нахождения значений всех компонент $\zeta(t'_{l+1}) = (v(t'_{l+1}), v_1(t'_{l+1}), n_1(t'_{l+1}), \dots, n_{\min(m,v(t'_{l+1}))}(t'_{l+1}), \gamma(t'_{l+1}), \xi_1(t'_{l+1}), \dots, \xi_{n_{\min(m,v(t'_{l+1}))}(t'_{l+1}),m}(t'_{l+1}))$ по компонентам

$(v(t'_l), v_1(t'_l), n_1(t'_l), \dots, n_{\min(m, v(t'_l))}(t'_l), \gamma(t'_l), \xi_1(t'_l), \dots, \xi_{n_{\min(m, v(t'_l))}(t'_l), m}(t'_l))$. Будем считать, что все каналы обслуживания заняты. Если они не все заняты, соответствующие изменения будут оговариваться особо. Алгоритм имеет вид.

1. По $\xi_{n_k, k}(t'_l)$ определяем $\eta_{n_k, k}(t'_l)$, используя соответствующее дифференциальное уравнение и вышеприведенный алгоритм.

2. Если $v(t'_l) \geq m$, то находим $\min(\gamma(t'_l), \eta_{n_1, 1}(t'_l), \dots, \eta_{n_m, m}(t'_l))$.

3. Если $\min(\gamma(t'_l), \eta_{n_1, 1}(t'_l), \dots, \eta_{n_m, m}(t'_l)) = \gamma(t'_l)$, то модельное время увеличивается на величину $\gamma(t'_l)$, то есть $t'_{l+1} = t'_l + \gamma(t'_l)$; в ячейку для $\gamma(t'_l)$ заносится реализация случайной величины – интервала до момента поступления следующего требования $z_{v_1(t'_l)+1}$, имеющей функцию распределения $F_{v_1(t'_l)+1}(x)$; в ячейку для $v_1(t'_l)$ заносится величина $v_1(t'_l) + 1$; в ячейку для $v(t'_l)$ заносится величина $v(t'_{l+1}) = v(t'_l) + 1$. Все величины $\eta_{n_1, 1}(t'_l), \dots, \eta_{n_m, m}(t'_l)$ в этом случае больше 0, поэтому они уменьшаются на величину $\gamma(t'_l)$.

Рассчитываются новые значения оставшихся величин работы на каждом канале $\xi_{n_k, k}(t'_{l+1})$. По дифференциальному уравнению

$$\frac{d\xi_{n_k, k}(t)}{dt} = -\alpha_{v(t'+0), n_k, k} \gamma_{v(t'+0), n_k}^{(k)} \beta_{v(t'+0), n_k, k}(\xi_{n_k, k}(t))$$

в интервале (t'_l, t'_{l+1}) определяем $\xi_{n_k, k}(t)$ и $\xi_{n_k, k}(t'_{l+1})$.

Итак, у значения векторного процесса $\zeta(t'_{l+1}) = (v(t'_{l+1}), v_1(t'_{l+1}), \gamma(t'_{l+1}), \xi_{n_1, 1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_{n_m, m}(t'_{l+1}))$ будут следующие компоненты $(v(t'_{l+1}) = v(t'_l) + 1, v_1(t'_{l+1}) = v_1(t'_l) + 1, z_{v_1(t'_l)+1}, \xi_{n_1, 1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_{n_m, m}(t'_{l+1}))$.

4. Если имеем $v(t'_l) < m$ и $\min(\gamma(t'_l), \eta_{n_1, 1}(t'_l), \dots, \eta_{n_{v(t'_l)+1}, v(t'_l)}(t'_l)) = \gamma(t'_l)$, то модельное время увеличивается на величину $\gamma(t'_l)$, то есть $t'_{l+1} = t'_l + \gamma(t'_l)$; генерируется реализация случайной величины $\xi_{v_1(t'_l)+1}$ с функцией распределения $B(x)$ и помещается среди $\xi_{n_1, 1}(t'_l), \dots, \xi_{n_{v(t'_l)+1}, v(t'_l)}(t'_l)$ в пустой ячейке с минимальным номером d , то есть становится величиной $\xi_{v_1(t'_l)+1, d}(t'_{l+1})$, в которой находился 0 как символ свободы этого канала обслуживания; в ячейку для $\gamma(t'_l)$ заносится реализация случайной величины – интервала до момента поступления следующего требования $z_{v_1(t'_l)+1}$, имеющей функцию распределения $F_{v_1(t'_l)+1}(x)$; в ячейку для $v_1(t'_l)$ заносится величина $v_1(t'_l) + 1$; в ячейку для $v(t'_l)$ заносится величина $v(t'_l) + 1$. В счетчик длительностей интервалов заносится пара $(v(t'_l), \gamma(t'_l))$. Величины $\eta_{n_1, 1}(t'_l), \dots, \eta_{n_{v(t'_l)+1}, v(t'_l)}(t'_l)$ определяются таким же образом, как и при $v(t'_l) \geq m$, и далее алгоритм повторяется по пп. 1–3.

5. Если $v(t'_l) \geq m$ и $\min(\gamma(t'_l), \eta_{n_1,1}(t'_l), \dots, \eta_{n_m,m}(t'_l)) = \eta_{n_k,k}(t'_l)$, $k = 1, \dots, m$, то модельное время увеличивается на величину $\eta_{n_k,k}(t'_l)$, то есть становится равным $t'_{l+1} = t'_l + \eta_{n_k,k}(t'_l)$; в ячейку для $\gamma(t'_l)$ заносится величина

$$\gamma(t'_l) - \eta_{n_k,k}(t'_l);$$

в ячейку для $v(t'_l)$ заносится величина $v(t'_l) - 1$; в ячейку для $v_2(t'_l)$ заносится величина $v_2(t'_l) + 1$; величины $\eta_{n_1,1}(t'_l), \dots, \eta_{n_{k-1},k-1}(t'_l), \eta_{n_{k+1},k+1}(t'_l), \dots, \eta_{n_m,m}(t'_l)$ уменьшаются на величину $\eta_{n_k,k}(t'_l)$; в ячейки для $\xi_{n_1,1}(t'_l), \dots, \xi_{n_{k-1},k-1}(t'_l), \xi_{n_{k+1},k+1}(t'_l), \dots, \xi_{n_m,m}(t'_l)$ заносятся величины $\xi_{n_1,1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_{n_{k-1},k-1}(t'_{l+1}), \xi_{n_{k+1},k+1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_{n_m,m}(t'_{l+1})$, рассчитываемые по вышеуказанному алгоритму; в ячейку для $\xi_{n_k,k}(t'_l)$ заносится величина потребного количества работы по обслуживанию следующего требования $\xi_{n_0,\max}(t'_l)$, которое является первым требованием в очереди и имеет функцию распределения $B(x)$.

Здесь для этого требования вырабатывается условное время выполнения работы по его обслуживанию $\eta_d = \gamma(t'_l)$, исходя из соответствующего дифференциального уравнения для $\xi_{n_k,k}(t'_{l+1})$ с начальным условием $\xi_{n_0,\max}(t'_l)$, которое находится по вышеприведенному алгоритму.

Таким образом, $\zeta(t'_{l+1}) = (v(t'_{l+1}), \gamma(t'_{l+1}), \xi_1(t'_{l+1}), \dots, \xi_m(t'_{l+1}))$ будет равен $(v(t'_{l+1}) = v(t'_l) - 1, \gamma(t'_{l+1}) = \gamma(t'_l) - \eta_k(t'_l), \xi_1(t'_{l+1}), \dots, \xi_{k-1}(t'_{l+1}), \xi_k(t'_{l+1}) = \xi_{n_0,\max}(t'_l), \xi_{k+1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_m(t'_{l+1}))$, где величины $\xi_1(t'_{l+1}), \dots, \xi_{k-1}(t'_{l+1}), \xi_{k+1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_m(t'_{l+1})$ определяются по алгоритму, приведенному в п. 3 с заменой $\gamma(t'_l)$ на $\eta_k(t'_l)$. В счетчик длительностей интервалов заносится пара $(v(t'_l), \eta_k(t'_l))$.

Если имеем $v(t'_l) < m$ и $\min(\gamma(t'_l), \eta_{n_1,1}(t'_l), \dots, \eta_{n_{v(t'_l)},v(t'_l)}(t'_l)) = \eta_{n_k,k}(t'_l)$, $k = 1, \dots, v(t'_l)$, то модельное время увеличивается на величину $\gamma(t'_l)$, то есть $t'_{l+1} = t'_l + \eta_{n_k,k}(t'_l)$; генерируется реализация случайной величины $\xi_{v_1(t'_l)+1}$, имеющей функцию распределения $B(x)$, и помещается в пустой ячейке среди $\xi_{n_1,1}(t'_{l+1}), \dots, \xi_{n_m,m}(t'_{l+1})$ с минимальным номером d , (то есть становится величиной $\xi_{v_1(t'_l)+1,d}(t'_{l+1})$), в которой находился 0, как символ свободы этого канала обслуживания; в ячейку для $\gamma(t'_l)$ заносится реализация случайной величины – интервала до момента поступления следующего требования $z_{v_1(t'_l)+1}$, имеющей функцию распределения $F_{v_1(t'_l)+1}(x)$; в ячейку для $v_1(t'_l)$ заносится величина $v_1(t'_l) + 1$; в ячейку для $v(t'_l)$ заносится величина $v(t'_l) + 1$. В счетчик длительностей интервалов заносится пара $(v(t'_l), \eta_{n_k,k}(t'_l))$. Величины $\eta_{n_1,1}(t'_l), \dots, \eta_{n_{v(t'_l)},v(t'_l)}(t'_l)$ определяются таким же образом, как и при $v(t'_l) \geq m$, далее алгоритм повторяется по пп. 1–3.

7. В счетчике числа скачков прибавляется 1 и по циклу переходим к п. 1.

Кончается период занятости уменьшением $v(t)$ до 0.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ СЛУЧАЙНОГО ОБЪЕМА С НЕОГРАНИЧЕННЫМ ЧИСЛОМ ПРИБОРОВ

М. С. Лобова, И. Р. Гарайшина

Кемеровский государственный университет

Филиал в г. Анжеро-Судженске

Рассмотрим однофазную СМО с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает простейший поток с параметром λ . Считаем, что продолжительность обслуживания заявки имеет произвольную функцию распределения, одинаковую для всех приборов фазы, которую обозначим $B(x)$. Предполагаем, что каждое требование характеризуется некоторым случайным объёмом $\kappa(t) > 0$. Объёмы различных требований независимы.

Пусть $i(t)$ – число заявок, находящихся на обслуживании в системе в момент времени T , поступивших в систему до момента времени t ,

$\eta(t) = \int_t^T \kappa(\tau) d\tau$ – суммарный объём, накопленный одной заявкой на интервале

времени $[t, T]$, $G(y, t) = P\{\eta(t) < y\}$ – функция распределения случайного процесса $\eta(t)$, $K(t)$ – полная сумма объёмов требований, находящихся в системе в момент времени T и поступивших на обслуживание до момента t .

Поставим задачу нахождения характеристик двумерного случайного процесса $\{i(t), K(t)\}$. Отметим, что процесс $\{i(t), K(t)\}$ является немарковским. Будем использовать для его исследования метод просеянного потока [1].

Зафиксируем некоторый момент времени T . Полагаем, что заявка входящего потока, поступившая в систему в момент времени $t < T$, с вероятностью

$$S(t) = 1 - B(T - t)$$

формирует событие просеянного потока.

Обозначим $n(t)$ – число событий, наступивших в просеянном потоке до момента времени t , тогда если в начальный момент времени $t_0 < T$ система обслуживания была свободна, то для момента времени T выполняется равенство

$$i(T) = n(T).$$

Для распределения вероятностей $P(n, z, t) = P\{n(t) = n, K(t) < z\}$ имеем следующее равенство:

$$\begin{aligned} P(n, z, t + \Delta t) = & P(n, z, t)(1 - \lambda S(t)\Delta t) + \\ & + \lambda S(t)\Delta t \int_0^z P(n-1, z-y, t) dG(y, t) + o(\Delta t), \end{aligned} \quad (1)$$

при этом будем считать, что $P(n, 0, t) = 0$.

Из (1) получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P(n, z, t)}{\partial t} = \lambda S(t) \left[\int_0^z P(n-1, z-y, t) dG(y, t) - P(n, z, t) \right]. \quad (2)$$

Тогда для функций

$$H(u_1, u_2, t) = M \exp(ju_1 i(t) + ju_2 K(t)) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{ju_1 n} \int_0^{\infty} e^{ju_2 z} P(n, z, t) dz \quad (3)$$

можно записать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial H(u_1, u_2, t)}{\partial t} = \lambda S(t) H(u_1, u_2, t) \left[e^{ju_1} G^*(u_2, t) - 1 \right], \quad (4)$$

где $G^*(u_2, t) = M \exp(ju_2 \eta(t)) = \int_0^{\infty} e^{ju_2 y} G(y, t) dy$ – преобразование Фурье-Стилтьеса функции $G(y, t)$.

Систему уравнений (4) будем решать методом асимптотического анализа в условии неограниченно растущей интенсивности входящего потока, то есть при условии $\lambda \rightarrow \infty$.

Асимптотика первого порядка

Обозначив $\varepsilon = 1 / \lambda$, в системе (4) выполним замены

$$u_1 = \varepsilon w_1, \quad u_2 = \varepsilon w_2, \quad H(u_1, u_2, t) = F_1(w_1, w_2, t, \varepsilon), \quad (5)$$

в результате чего получаем систему уравнений для $F_1(w_1, w_2, t, \varepsilon)$:

$$\frac{\partial F_1(w_1, w_2, t, \varepsilon)}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} S(t) F_1(w_1, w_2, t, \varepsilon) \left[e^{j\varepsilon w_1} G^*(\varepsilon w_2, t) - 1 \right]. \quad (6)$$

Перейдя к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$, получим, что для $F_1(w_1, w_2, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_1(w_1, w_2, t, \varepsilon)$ выполняются равенства

$$\frac{\partial F_1(w_1, w_2, t)}{\partial t} = S(t) F_1(w_1, w_2, t) (jw_1 + jw_2 m_1(t)), \quad (7)$$

$$\text{здесь } m_1(t) = \frac{1}{j} \frac{\partial G^*(u, t)}{\partial u} \Big|_{u=0} = M \eta(t) = \int_t^T M \kappa(\tau) d\tau.$$

Решение системы (7) имеет вид

$$F_1(w_1, w_2, t) = \exp \left\{ jw_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + jw_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\}.$$

В силу замен (5) можно записать асимптотическое, при $\varepsilon \rightarrow 0$, приближенное равенство:

$$\begin{aligned} H(u_1, u_2, t) &= F_1(w_1, w_2, t, \varepsilon) \approx F_1(w_1, w_2, t) = \\ &= \exp \left\{ jw_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + jw_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\} = \\ &= \exp \left\{ j\lambda u_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + j\lambda u_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

При $t = T$ для характеристической функции процесса $i(t)$ в стационарном режиме получим

$$Me^{ju_1 i(t)} = \exp \left\{ j\lambda u_1 \int_{-\infty}^T S(x) dx \right\}, \quad (9)$$

здесь выражение

$$\int_{-\infty}^T S(x) dx = \int_{-\infty}^T (1 - B(x)) dx = b_1 \quad (10)$$

определяет математическое ожидание случайной величины с функцией распределения $B(x)$.

Для характеристической функции процесса $K(t)$ в стационарном режиме запишем

$$Me^{ju_2 K(t)} = \exp \left\{ j\lambda u_2 \int_{-\infty}^T S(x) m_1(x) dx \right\}. \quad (11)$$

Обозначим

$$\int_{-\infty}^T S(x) m_1(x) dx = \int_{-\infty}^T (1 - B(x)) m_1(x) dx = b_2. \quad (12)$$

С учетом обозначений (11) и (12) окончательно получаем:

$$Me^{ju_1 i(t)} = \exp \{ j\lambda u_1 b_1 \}, \quad (13)$$

$$Me^{ju_2 K(t)} = \exp \{ j\lambda u_2 b_2 \}. \quad (14)$$

Равенства (13) и (14) будем называть асимптотикой первого порядка для рассматриваемой системы обслуживания.

Асимптотика второго порядка

Решение $H(u_1, u_2, t)$ уравнения (4) запишем в виде произведения

$$H(u_1, u_2, t) = H_2(u_1, u_2, t) \exp \left\{ \lambda j u_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + \lambda j u_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\}. \quad (15)$$

Тогда, подставив (15) в (4), получим систему уравнений для $H_2(u_1, u_2, t)$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_2(u_1, u_2, t)}{\partial t} \exp \left\{ \lambda j u_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + \lambda j u_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\} + \\ & + H_2(u_1, u_2, t) (\lambda j u_1 S(t) + \lambda j u_2 S(t) m_1(t)) \exp \left\{ \lambda j u_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + \lambda j u_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\} = \\ & = \lambda S(t) H_2(u_1, u_2, t) \exp \left\{ \lambda j u_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + \lambda j u_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx \right\} [e^{ju_1} G^*(u_2, t) - 1], \end{aligned}$$

откуда следует, что $H_2(u_1, u_2, t)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial H_2(u_1, u_2, t)}{\partial t} = \lambda S(t) H_2(u_1, u_2, t) [e^{ju_1} G^*(u_2, t) - 1 - ju_1 - ju_2 m_1(t)]. \quad (16)$$

Обозначив $1/\lambda = \varepsilon^2$, в системе (16) выполним замены

$$u_1 = \varepsilon w_1, u_2 = \varepsilon w_2, H_2(u_1, u_2, t) = F_2(w_1, w_2, t, \varepsilon), \quad (17)$$

в результате чего имеем систему уравнений для $F_2(w_1, w_2, t, \varepsilon)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2(w_1, w_2, t, \varepsilon)}{\partial t} = \\ = \frac{1}{\varepsilon^2} S(t) F_2(w_1, w_2, t, \varepsilon) \left[e^{jw_1 \varepsilon} G^*(\varepsilon w_2, t) - 1 - j\varepsilon w_1 - j\varepsilon w_2 m_1(t) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

В результате предельного перехода при $\varepsilon \rightarrow 0$ получаем, что $F_2(w_1, w_2, t)$ удовлетворяет равенствам

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2(w_1, w_2, t)}{\partial t} = \\ = S(t) F_2(w_1, w_2, t) \frac{1}{2} \left[(jw_1)^2 + (jw_2)^2 m_2(t) + 2(jw_1)(jw_2) m_1(t) \right], \end{aligned} \quad (19)$$

в которых

$$m_2(t) = \frac{1}{j^2} \frac{\partial^2 G^*(u, t)}{\partial u^2} \Big|_{u=0} = M \eta^2(t) = \int_t^T \int_t^T M \{ \kappa(\tau) \kappa(s) \} d\tau ds = \int_t^T \int_t^T R_\kappa(\tau, s) d\tau ds.$$

Решение системы (19) имеет вид

$$\begin{aligned} F_2(w_1, w_2, t) = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[(jw_1)^2 \int_{-\infty}^t S(x) dx + (jw_2)^2 \int_{-\infty}^t m_2(x) S(x) dx + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(jw_1)(jw_2) \int_{-\infty}^t m_1(x) S(x) dx \right] \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

В силу замен (17) и решения (20) можно записать асимптотическое, при $\varepsilon \rightarrow 0$, приближенное равенство:

$$\begin{aligned} H_2(u_1, u_2, t) = F_2(w_1, w_2, t, \varepsilon) \approx F_2(w_1, w_2, t) = \\ = \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[(j\lambda u_1)^2 \int_{-\infty}^t S(x) dx + (j\lambda u_2)^2 \int_{-\infty}^t m_2(x) S(x) dx + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(j\lambda u_1)(j\lambda u_2) \int_{-\infty}^t m_1(x) S(x) dx \right] \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, подставив (21) в (15), получим явное выражение для $H(u_1, u_2, t)$:

$$\begin{aligned} H(u_1, u_2, t) = \exp \left\{ \lambda j u_1 \int_{-\infty}^t S(x) dx + \lambda j u_2 \int_{-\infty}^t S(x) m_1(x) dx + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \lambda \left[(j u_1)^2 \int_{-\infty}^t S(x) dx + (j u_2)^2 \int_{-\infty}^t m_2(x) S(x) dx + 2(j u_1)(j u_2) \int_{-\infty}^t m_1(x) S(x) dx \right] \right\}. \end{aligned}$$

При $t = T$ для характеристической функции процесса $i(t)$ в стационарном режиме получим

$$M e^{ju_1 i(t)} = \exp \left\{ \lambda j u_1 \int_{-\infty}^T S(x) dx + \frac{1}{2} \lambda (j u_1)^2 \int_{-\infty}^T S(x) dx \right\} =$$

$$= \exp \left\{ \lambda j u_1 b_1 + \frac{1}{2} \lambda (j u_1)^2 b_1 \right\}. \quad (22)$$

Для характеристической функции процесса $K(t)$ в стационарном режиме запишем

$$\begin{aligned} M e^{j u_2 K(t)} &= \exp \left\{ \lambda j u_2 \int_{-\infty}^T S(x) m_1(x) dx + \lambda (j u_2)^2 \int_{-\infty}^T S(x) m_2(x) dx \right\} = \\ &= \exp \left\{ \lambda j u_2 b_2 + \lambda (j u_2)^2 b_3 \right\}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{где } b_3 = \int_{-\infty}^T S(x) m_2(x) dx = \int_{-\infty}^T (1 - B(x)) m_2(x) dx.$$

Полученные равенства (22) и (23) будем называть асимптотикой второго порядка для рассматриваемой системы обслуживания.

Из полученного вида характеристической функции следует, что компоненты рассматриваемого двумерного процесса подчинены нормальному закону с распределением вероятностей

$$\begin{aligned} \Pi(x, y) &= \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x-a_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x-a_1)(y-a_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-a_2)^2}{\sigma_2^2} \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $a_1 = \lambda b_1$, $a_2 = \lambda b_2$ – средние значения числа занятых приборов и суммарного объема требований, $\sigma_1 = \sqrt{\lambda b_1}$, $\sigma_2 = \sqrt{\lambda b_2}$ – средние квадратические отклонения, $\rho = \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}$ – коэффициент корреляции числа занятых приборов и суммарного объема требований [2, с. 236].

Библиографические ссылки

1. Назаров А. А., Моисеева С. П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.
2. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 448 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ АДАПТИВНОЙ RQ-СИСТЕМЫ С ВХОДЯЩИМ ММРР-ПОТОКОМ ЗАЯВОК МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Т. В. Любина^{*}, А. А. Назаров^{}**

^{*} Кемеровский государственный университет

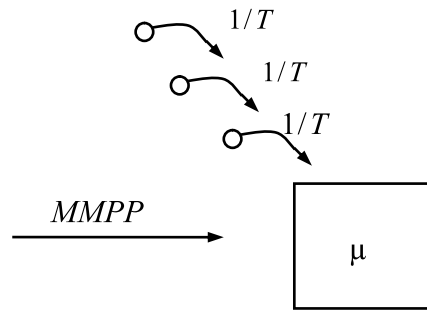
Филиал в г. Анжеро-Судженске,

^{**} Национальный исследовательский

Томский государственный университет

Рассмотрим однолинейную систему массового обслуживания с источником повторных вызовов (ИПВ), марковски модулированным пуассоновским потоком (ММРР-поток), управляемую адаптивным

протоколом доступа [1]. Такую систему будем называть адаптивной RQ-системой (Retrial Queue) с входящим MMPP-потокком.



Адаптивная RQ-система с входящим MMPP-потокком

На вход системы поступает MMPP-поток заявок [2], определяемый диагональной матрицей $\rho\Lambda$ условных интенсивностей $\rho\lambda_n$ и матрицей Q инфинитезимальных характеристик q_{vn} цепи Маркова $n(t)$, управляющей MMPP-потокком. Заявка, заставшая прибор свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром μ . По завершении успешного обслуживания заявка покидает прибор. Если во время обслуживания некоторой заявки поступает другая, то поступившая заявка переходит в ИПВ. Из ИПВ после случайной задержки заявка, с интенсивностью $1/T$, где T – состояние адаптера в текущий момент времени, вновь обращается к прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка становится на обслуживание, если же он занят, то вновь возвращается в ИПВ.

Состояние системы в момент времени t определяется четырехмерным процессом Маркова $\{k(t), n(t), i(t), T(t)\}$, где $k(t)$ определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен,} \\ 1, & \text{если прибор занят,} \end{cases}$$

$n(t)$ – значения цепи Маркова, управляющей MMPP-потокком; $i(t)$ – число заявок в ИПВ; адаптер с течением времени t свои состояния $T(t)$ меняет следующим образом:

$$T(t + \Delta t) = \begin{cases} T(t) - \alpha\Delta t, & \text{если } k(t) = 0, \\ T(t) + \beta\Delta t, & \text{если } k(t) = 1, \end{cases}$$

где величины $\alpha > 0$, $\beta > 0$ – параметры адаптера, значения которых заданы [3].

Поэтому распределение вероятностей

$$P(k, i, T, t) = \frac{\partial P\{k(t) = k, n(t) = n, i(t) = i, T(t) < T\}}{\partial T}$$

удовлетворяет следующим равенствам

$$\left\{ \begin{aligned} P(0, n, i, T - \alpha \Delta t, t + \Delta t) &= P(0, n, i, T, t) \left(1 - \rho \lambda_n \Delta t\right) \left(1 - \frac{i}{T} \Delta t\right) (1 + q_{nn} \Delta t) + \\ &+ P(1, n, i, T, t) \mu \Delta t + \sum_{v \neq n} P(0, v, i, T, t) q_{vn} \Delta t + o(\Delta t), \\ P(1, n, i, T + \beta \Delta t, t + \Delta t) &= P(1, n, i, T, t) (1 - \rho \lambda_n \Delta t) (1 - \mu \Delta t) (1 + q_{nn} \Delta t) + \\ &+ P(0, n, i + 1, T, t) \frac{i + 1}{T} \Delta t + \rho \lambda_n \Delta t P(0, n, i, T, t) + \rho \lambda_n \Delta t P(1, n, i - 1, T, t) + \\ &+ \sum_{v \neq n} P(1, v, i, T, t) q_{vn} \Delta t + o(\Delta t), \end{aligned} \right.$$

из которых нетрудно составить систему дифференциальных уравнений для стационарного распределения вероятностей $P(k, n, i, T, t) = P(k, n, i, T)$:

$$\left\{ \begin{aligned} -\alpha \frac{\partial P(0, n, i, T)}{\partial T} &= -\left(\rho \lambda_n + \frac{i}{T}\right) P(0, n, i, T) + \mu P(1, n, i, T) + \sum_v q_{vn} P(0, v, i, T), \\ \beta \frac{\partial P(1, n, i, T)}{\partial T} &= -(\rho \lambda_n + \mu) P(1, n, i, T) + \frac{i + 1}{T} P(0, n, i + 1, T) + \\ &+ \rho \lambda_n P(0, n, i, T) + \rho \lambda_n P(1, n, i - 1, T) + \sum_v q_{vn} P(1, v, i, T). \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Обозначив векторы

$$P(k, i, T) = \{P(k, 1, i, T), P(k, 2, i, T), \dots, P(k, N, i, T)\}, \quad (2)$$

систему (1) с учетом (2) перепишем в матричном виде

$$\left\{ \begin{aligned} -\alpha \frac{\partial P(0, i, T)}{\partial T} &= P(0, i, T) \left(Q - \rho \Lambda - \frac{i}{T} I\right) + \mu P(1, i, T), \\ \beta \frac{\partial P(1, i, T)}{\partial T} &= P(1, i, T) (Q - \rho \Lambda - \mu I) + \frac{i + 1}{T} P(0, i + 1, T) + \\ &+ \rho \Lambda P(0, i, T) + \rho \Lambda P(1, i - 1, T). \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Определим характеристические функции

$$H_k(u_1, u_2) = \sum_i e^{-u_1 i} \int_0^\infty e^{-u_2 T} P(k, i, T) dT.$$

Для функций $H_k(u_1, u_2)$ имеют место следующие свойства:

$$\begin{aligned} \sum_i e^{-u_1 i} \int_0^\infty e^{-u_2 T} \frac{\partial P(k, i, T)}{\partial T} dT &= u_2 H_k(u_1, u_2), \\ \sum_i e^{-u_1 i} \int_0^\infty e^{-u_2 T} \frac{i}{T} P(k, i, T) dT &= - \int_{u_2}^\infty \frac{\partial H_k(u_1, x)}{\partial u_1} dx. \end{aligned}$$

Используя определение и указанные свойства функций $H_k(u_1, u_2)$, система (3) примет вид

$$\begin{cases} H_0(u_1, u_2)(Q - \rho\Lambda + \alpha u_2 I) + \int_{u_2}^{\infty} \frac{\partial H_0(u_1, x)}{\partial u_1} dx + \mu H_1(u_1, u_2) = 0, \\ H_0(u_1, u_2)\rho\Lambda - e^{u_1} \int_{u_2}^{\infty} \frac{\partial H_0(u_1, x)}{\partial u_1} dx + \\ + H_1(u_1, u_2)(Q - (1 - e^{-u_1})\rho\Lambda - \mu I - \beta u_2 I) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Исследование системы (4) будем выполнять в условии большой загрузки, определив величину S пропускной способности как точную верхнюю границу тех значений ρ , для которых существуют стационарные режимы функционирования рассматриваемой математической модели RQ-системы, и полагая выполненным асимптотическое условие $\rho \uparrow S$. Обозначив $\varepsilon = S - \rho$, будем полагать также $\varepsilon \rightarrow 0$ и систему (4) будем решать при выполнении этого условия.

В системе (4) выполним замены

$$\rho = S - \varepsilon, \quad t\varepsilon = \tau, \quad u_1 = \varepsilon w_1, \quad u_2 = \varepsilon w_2, \quad H_k(u_1, u_2) = F_k(w_1, w_2, \varepsilon),$$

тогда систему (4) перепишем в виде

$$\begin{cases} F_0(w_1, w_2, \varepsilon)(Q - (S - \varepsilon)\Lambda + \alpha \varepsilon w_2 I) + \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x, \varepsilon)}{\partial w_1} dx + \mu F_1(w_1, w_2, \varepsilon) = 0, \\ F_0(w_1, w_2, \varepsilon)(S - \varepsilon)\Lambda - e^{\varepsilon w_1} \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x, \varepsilon)}{\partial w_1} dx + \\ + F_1(w_1, w_2, \varepsilon)(Q - (1 - e^{-\varepsilon w_1})(S - \varepsilon)\Lambda - \mu I - \beta \varepsilon w_2 I) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Этап 1. Обозначим

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_k(w_1, w_2, \varepsilon) = F_k(w_1, w_2),$$

выполнив в (5) указанный предельный переход, получим систему

$$\begin{cases} F_0(w_1, w_2)(Q - S\Lambda + \alpha w_2 I) + \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x)}{\partial w_1} dx + \mu F_1(w_1, w_2) = 0, \\ F_0(w_1, w_2)S\Lambda - e^{w_1} \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x)}{\partial w_1} dx + F_1(w_1, w_2)(Q - \mu I) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Решение $F_k(w_1, w_2)$ системы (6) будем искать в виде

$$F_k(w_1, w_2) = R_k \Phi(w_1, w_2) = R_k \Phi(w_2 + w_1 \gamma), \quad (7)$$

где γ – некоторая положительная постоянная, значение которой будет определено ниже, а функция $\Phi(w)$ на бесконечности равна нулю, тогда

$$\begin{aligned}\int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x)}{\partial w_1} dx &= \int_{w_2}^{\infty} R_0 \frac{\partial \Phi(x + w_1 \gamma)}{\partial w_1} dx = \gamma R_0 \int_{w_2}^{\infty} \Phi'(x + \gamma w_1) dx = \\ &= -\gamma R_0 \Phi(w_2 + \gamma w_1),\end{aligned}$$

поэтому систему (7) запишем в виде

$$\begin{cases} R_0(Q - S\Lambda) - \gamma R_0 + \mu R_1 = 0, \\ R_0 S\Lambda + \gamma R_0 + R_1(Q - \mu I) = 0. \end{cases}$$

Нетрудно показать, что

$$(R_0 + R_1)Q = 0,$$

то есть

$$RQ = 0,$$

где $R = R_0 + R_1$ и удовлетворяет условию нормировки $RE = 1$, тогда R_0 и R_1 , зависящие от S и γ , определяются равенствами

$$\begin{aligned}R_0(S, \gamma) &= \mu R \{(\mu + \gamma)I + S\Lambda - Q\}^{-1}, \\ R_1(S, \gamma) &= R \{I - \mu[(\mu + \gamma)I + S\Lambda - Q]^{-1}\}\end{aligned}\quad (8)$$

Этап 2. Для нахождения величин S и γ просуммируем по k и n все уравнения системы (5) и при $\varepsilon \rightarrow 0$ получим равенство

$$F_0(w_1, w_2)E\alpha w_2 - w_1 \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x)}{\partial w_1} E dx - F_1(w_1, w_2)(w_1 S\Lambda + \beta w_2 I)E = 0.$$

Применяя (7), получим равенство

$$\Phi(w_2 + w_1 \gamma)R_0 E \alpha w_2 + \gamma w_1 \Phi(w_2 + w_1 \gamma)R_0 - \Phi(w_2 + w_1 \gamma)R_1(w_1 S\Lambda + \beta w_2 I)E = 0,$$

которое запишем в виде

$$R_0 E \alpha w_2 + \gamma w_1 R_0 E - R_1(w_1 S\Lambda + \beta w_2 I)E = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) перепишем следующим образом:

$$w_1 \{\gamma R_0 E - S R_1 \Lambda E\} + w_2 \{\alpha R_0 E - \beta R_1 E\} = 0,$$

для обращения его в тождество по w_1 и w_2 достаточно потребовать выполнения следующих равенств

$$\begin{cases} \gamma R_0 E - S R_1 \Lambda E = 0, \\ \alpha R_0 E - \beta R_1 E = 0, \end{cases} \quad (10)$$

которые, в силу (8), составляют систему уравнений относительно двух неизвестных S и γ , определяемых этой системой.

При заданных параметрах описанной RQ-системы определим значения пропускной способности S и величины γ . Пусть значения параметров будут определены в виде:

$$\begin{aligned}\mu &= 1, \quad \beta = 1, \\ Q &= \begin{pmatrix} -0,7 & 0,4 & 0,3 \\ 0,1 & -0,4 & 0,3 \\ 0,4 & 0,5 & -0,9 \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Решая относительно S и γ систему (10), получим следующие численные результаты (см. табл.).

Значения величин S и γ при различных α

α	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	5	10	100
S	0,167	0,286	0,375	0,444	0,5	0,667	0,833	0,909	0,99
γ	0,036	0,121	0,236	0,369	0,516	1,355	4,187	9,105	99,01

По данным таблицы можно сделать вывод, что при увеличении α/β значение пропускной способности S увеличивается, при этом значительно увеличивается и значение величины γ .

Таким образом, в данной работе проведено исследование марковской адаптивной RQ-системы с входящим коррелированным ММРР-потокм методом асимптотического анализа в условии большой загрузки системы. В результате этого исследования определяются значения пропускной способности S системы и величины γ .

Библиографические ссылки

1. Назаров А. А. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания / А. А. Назаров, С. П. Моисеева. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.
2. Гарайшина И. Р. Методы исследования коррелированных потоков и специальных систем массового обслуживания / И. Р. Гарайшина, С. П. Моисеева, А. А. Назаров. – Томск: Изд-во НТЛ. – 2010. – 204 с.
3. Кузнецов Д. Ю. Адаптивные сети случайного доступа / Д. Ю. Кузнецов, А. А. Назаров // Науч. ред. В. А. Силич. – Томск: Дельтаплан, 2002. – 254 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОФАЗНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ВЫСОКОИНТЕНСИВНЫМ РЕКУРРЕНТНЫМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ $GI|-(M|\infty)^K$

Н. В. Минаева

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Постановка задачи

В работе рассмотрена СМО, на вход которой поступает высокоинтенсивный рекуррентный поток, то есть рекуррентный поток, в котором в течение короткого промежутка времени наступает большое число событий. Функцию распределения длин интервалов между моментами наступления событий обозначим $A(x)$.

Каждая поступающая заявка проходит последовательно K фаз обслуживания, с бесконечным числом обслуживающих приборов на каждой из них, после чего покидает систему. Время обслуживания заявок на каждой фазе имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_k , где $k = 1, \dots, K$ – номер фазы.

Обозначим $i_k(t)$ – число заявок, находящихся на обслуживании на k -й фазе в момент времени t , а $\mathbf{i}(t) = \{i_1(t), i_2(t), \dots, i_K(t)\}$ – вектор, характеризующий количество заявок в системе в момент времени t .

Ищется стационарное распределение вероятностей случайного процесса $\mathbf{i}(t)$ – числа заявок в системе.

Решение

Двумерный процесс $\{\mathbf{i}(t), z(t)\}$ является марковским. Будем обозначать $P(\mathbf{i}, z, t) = P(i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2, \dots, i_K(t) = i_K, z(t) < z)$. Это распределение вероятностей удовлетворяет равенству:

$$P(\mathbf{i}, z - N\Delta t, t + \Delta t) = \{P(\mathbf{i}, z, t) - P(\mathbf{i}, N\Delta t, t)\} \prod_{k=1}^K (1 - i_k \mu_k \Delta t) + P(\mathbf{i} - \mathbf{e}_1, N\Delta t, t) A(z) + \\ + \sum_{k=1}^{K-1} P(\mathbf{i} + \mathbf{e}_k - \mathbf{e}_{k+1}, z, t) (i_k + 1) \mu_k \Delta t + P(\mathbf{i} + \mathbf{e}_K, z, t) (i_K + 1) \mu_K \Delta t + o(\Delta t),$$

где $\mathbf{e}_k = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$, а $N \rightarrow \infty$ (обеспечивает условие большой загрузки). Применяя Δt -метод, получаем дифференциальное уравнение системы:

$$\frac{\partial P(\mathbf{i}, z, t)}{\partial t} = N \frac{\partial P(\mathbf{i}, z, t)}{\partial z} - N \frac{\partial P(\mathbf{i}, 0, t)}{\partial z} - P(\mathbf{i}, z, t) \sum_{k=1}^K i_k \mu_k + N \frac{\partial P(\mathbf{i} - \mathbf{e}_1, 0, t)}{\partial z} A(z) + \\ + \sum_{k=1}^{K-1} P(\mathbf{i} + \mathbf{e}_k - \mathbf{e}_{k+1}, z, t) (i_k + 1) \mu_k + P(\mathbf{i} + \mathbf{e}_K, z, t) (i_K + 1) \mu_K.$$

Введем характеристическую функцию вида:

$$H(\mathbf{u}, z, t) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{j \sum_{k=1}^K u_k i_k} P(\mathbf{i}, z, t), \quad (1)$$

где $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_K)$. Перейдем к стационарному режиму и преобразуем функцию (1) следующим образом:

$$H(\mathbf{u}, z) = H_2(\mathbf{u}, z) \exp \left\{ \sum_{k=1}^K j u_k \frac{\lambda}{\mu_k} N \right\},$$

с $\lambda = \left(\int_0^{\infty} x dA(x) \right)^{-1}$, получим уравнение:

$$j \sum_{k=1}^{K-1} (1 - e^{-j(u_k - u_{k+1})}) \frac{\mu_k}{N} \frac{\partial H_2(\mathbf{u}, z)}{\partial u_k} + j (1 - e^{-j u_K}) \frac{\mu_K}{N} \frac{\partial H_2(\mathbf{u}, z)}{\partial u_K} - \\ - H_2(\mathbf{u}, z) \left\{ \sum_{k=1}^{K-1} (1 - e^{-j(u_k - u_{k+1})}) \lambda + (1 - e^{-j u_K}) \lambda \right\} + \\ + \frac{\partial H_2(\mathbf{u}, 0)}{\partial z} \{A(z) - 1 + (e^{j u_1} - 1) A(z)\} + \frac{\partial H_2(\mathbf{u}, z)}{\partial z} = 0.$$

Проведем замену переменных: $\frac{1}{N} = \varepsilon^2$, $\mathbf{u} = \varepsilon \mathbf{w}$, $H_2(\mathbf{u}, z) = F(\mathbf{w}, z, \varepsilon)$ и представим функцию F как:

$$F(\mathbf{w}, z, \varepsilon) = \Phi(\mathbf{w}) \{R(z) + \sum_{k=1}^K j \varepsilon w_k f_k(z)\} + o(\varepsilon^2),$$

$R(z)$ – стационарное распределение вероятностей остаточного времени до прихода заявки; $\Phi(\mathbf{w})$ и $f_k(z)$ – некоторые неизвестные функции, которые, мы предположим, имеют вид: $f_k(z) = c_k R(z)$, $\Phi(\mathbf{w}) = \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \boldsymbol{\rho} \mathbf{w}\right\}$, где $\boldsymbol{\rho}$ – некоторая неизвестная матрица размера $K \times K$.

Применим условие большой загрузки, то есть устремим $z \rightarrow \infty$, и уравнение, описывающее нашу систему, примет вид:

$$\sum_{k=1}^K w_k \mu_k \frac{\partial \Phi(\mathbf{w})}{\partial w_k} - \sum_{k=2}^K w_k \mu_{k-1} \frac{\partial \Phi(\mathbf{w})}{\partial w_{k-1}} + \Phi(\mathbf{w}) \left\{ \frac{w_1^2}{2} \chi + \sum_{k=1}^K w_k^2 \lambda - \sum_{k=1}^{K-1} w_k w_{k+1} \lambda \right\} = 0,$$

$$\text{с } f_1'(0) - \lambda f_1(\infty) = \lambda^2 \int_0^\infty (A(z) - R(z)) dz = \frac{\lambda^3}{2} (\sigma^2 - a^2) = \frac{\chi}{2}, \quad a = \frac{1}{\lambda} = \int_0^\infty (1 - A(z)) dz.$$

Подставляя введенный выше вид функции $\Phi(\mathbf{w})$, имеем:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K w_k \mu_k \mathbf{e}_k^T \boldsymbol{\rho} \mathbf{w} + \mathbf{w}^T \boldsymbol{\rho} \sum_{k=1}^K w_k \mu_k \mathbf{e}_k - \sum_{k=2}^K w_k \mu_{k-1} \mathbf{e}_{k-1}^T \boldsymbol{\rho} \mathbf{w} - \mathbf{w}^T \boldsymbol{\rho} \sum_{k=2}^K w_k \mu_{k-1} \mathbf{e}_{k-1} + \\ + \left(\sum_{k=1}^{K-1} w_k w_{k+1} + \sum_{k=2}^K w_{k-1} w_k \lambda \right) - 2 \sum_{k=1}^K w_k^2 \lambda - w_1^2 \chi = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Используя наддиагональную единичную матрицу $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (для $K=3$),

единичную матрицу $\mathbf{I}$, матрицу $\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ($K=3$) и диагональную

матрицу $\boldsymbol{\mu}$, запишем уравнение (2):

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^T (\boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\mu} - \mathbf{A}^T \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\mu} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{A} + \lambda \mathbf{A}^T - 2\lambda \mathbf{I}) \mathbf{w} = \chi \mathbf{w}^T \mathbf{I}_1 \mathbf{w}, \\ (\mathbf{I} - \mathbf{A})^T \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\mu} (\mathbf{I} - \mathbf{A}^T) = \lambda (\mathbf{I} - \mathbf{A}) + \lambda (\mathbf{I} - \mathbf{A}^T) + \chi \mathbf{I}_1. \end{aligned}$$

Последнее уравнение было решено относительно $\boldsymbol{\rho}$, с использованием Кронекерова произведения матриц (тензорное произведение). Написана программа, которая по имеющимся значениям λ , χ и $\boldsymbol{\mu}$ вычисляет $\boldsymbol{\rho}$.

Результат

Проведенное исследование показало, что случайный процесс $\mathbf{i}(t)$ – число заявок в системе $GI|-(M|\infty)^K$, имеет K -мерное нормальное распределение с матрицей ковариаций $\boldsymbol{\rho}$ и вектором средних с компонентами

$$\frac{\lambda}{\mu_k} N(k=1, \dots, K).$$

Библиографический список

1. Назаров А. А., Терпугов А. Ф. Теория массового обслуживания. – Томск: НТЛ, 2010. – 225 с.
2. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1966. – 432 с.

3. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1963. – 284 с.
4. Назаров А. А. Теория вероятностей и случайных процессов. – Томск: НТЛ, 2006.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗОМКНУТОЙ НЕМАРКОВСКОЙ СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ HIGI–(GI| ∞)^K

А. А. Назаров, А. Н. Моисеев

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В работе рассматривается разомкнутая [1] сеть массового обслуживания с высокоинтенсивным рекуррентным входящим потоком (HIGI) [2]. Сеть содержит K узлов, каждый из которых является системой массового обслуживания с неограниченным числом приборов и произвольным распределением $B_k(x)$ времени обслуживания заявок в k -ом узле, одинаковым для всех заявок этого узла.

Входящий высокоинтенсивный рекуррентный поток задан функцией распределения $A(x)$ и скалярным большим параметром N так, что величина ξ длин интервалов между моментами наступления событий такого потока определяется функцией распределения вида $P\{\xi < x\} = A(Nx)$, поэтому его интенсивность составляет λN , где

$$\lambda = 1 / \int_0^{\infty} [1 - A(x)] dx.$$

В теоретических исследованиях при применении метода асимптотического анализа [3], будем полагать, что $N \rightarrow \infty$.

Задано распределение вероятностей $\mathbf{v} = \{v_1, \dots, v_K\}$ того, что заявка входящего потока с вероятностью v_k ставится для обслуживания на k -й узел сети. Также задана матрица маршрутизации $\mathbf{r} = \{r_{kl}\}_{k,l=1,\overline{K}}$ заявок по узлам сети. Здесь r_{kl} есть вероятность того, что заявка, завершив обслуживание в k -ом узле, переходит для обслуживания в l -й узел.

В работе решена задача нахождения K -мерного совместного распределения вероятностей числа приборов, занятых в узлах рассматриваемой сети. Доказано, что в условии неограниченно растущей интенсивности входящего потока это распределение аппроксимируется многомерным нормальным распределением с математическим ожиданием $\mathbf{a} = \lambda N \mathbf{s}$ и матрицей ковариаций $\mathbf{D} = N(\lambda \mathbf{S} + \kappa \mathbf{V})$, где $\kappa = \lambda^3(\sigma^2 - a^2)$, a и σ^2 – математическое ожидание и дисперсия случайной величины с функцией распределения $A(x)$, $\mathbf{S}$ – диагональная матрица с элементами s_k на главной диагонали, вектор $\mathbf{s} = \{s_1, s_2, \dots, s_K\}$ определяется равенством

$$\mathbf{s} = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \mathbf{r})^{-1} \mathbf{b},$$

$\mathbf{b}$ – диагональная матрица с элементами по главной диагонали, равными b_k – средним значениям времени обслуживания заявок в k -ом узле ($k = \overline{1, K}$). Матрица $\mathbf{V}$ определяется по формуле

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}^T(\alpha) \mathbf{g}(-\alpha) d\alpha.$$

Здесь $\mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^*(\alpha)\mathbf{r})^{-1}(\mathbf{B}^*(\alpha) - \mathbf{I}) \frac{1}{j\alpha}$, где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, $\mathbf{I}$ – единичная матрица, $\mathbf{B}^*(\alpha)$ – диагональная матрица, составленная из преобразований Фурье–Стилтьеса для законов обслуживания в узлах сети:

$$B_k^*(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{j\alpha x} dB_k(x).$$

Таким образом, в условиях неограниченно растущей интенсивности входящего потока совместное распределение вероятностей числа приборов, занятых в узлах рассматриваемой сети, является асимптотически нормальным многомерным с вектором математических ожиданий $\mathbf{a}$ и матрицей ковариаций $\mathbf{D}$.

Реализован программный модуль, который позволяет произвести вычисление указанных характеристик многомерного нормального распределения. Кроме того, в этом программном модуле реализована возможность расчета оптимального числа приборов $a_k(\delta)$ для каждого узла, которое с наперед заданной вероятностью обеспечивает отсутствие перегрузки в узле. Расчет этих параметров производится по формулам

$$a_k(\delta) = a_k + \psi(\delta)\sqrt{D_{kk}}, \quad k = \overline{1, K},$$

где a_k – среднее число приборов, занятых в k -ом узле сети (k -й элемент вектора $\mathbf{a}$), D_{kk} – дисперсия этой величины (k -й диагональный элемент матрицы $\mathbf{D}$), $\psi(\delta)$ – коэффициент допуска, зависящий от δ – величины доверительной погрешности.

Ниже приведен пример расчета параметров для примера сети с пятью узлами.

Исходные данные:

- количество узлов сети: 5;
- параметр интенсивности входящего потока: 1;
- параметр дисперсии входящего потока: 4;
- множитель интенсивности входящего потока: 100.
- вектор разделения входящего потока по узлам:

Узлы	1	2	3	4	5
Вероятность	0,1	0,5	0,4	0	0

– параметры распределения времени обслуживания в узлах (гамма-распределение:

Узлы	1	2	3	4	5
Математическое ожидание	2	1	0,5	2	0,5
Дисперсия	4	2	2	4	1

– матрица маршрутизации и вектор выхода (столбец «0»):

	1	2	3	4	5	0
1	0	0,3	0	0,2	0	0,5
2	0,2	0	0,3	0	0,3	0,2
3	0	0	0,2	0	0,5	0,3
4	0,1	0	0,6	0	0	0,3
5	0	0,2	0,1	0,1	0,3	0,3

Результаты:

– вектор средней загрузки узлов:

Узлы	1	2	3	4	5
Математическое ожидание числа занятых приборов	55,486	80,418	53,206	33,192	55,237

– матрица ковариаций загрузки узлов:

	1	2	3	4	5
1	68,279	21,528	11,85	5,721	12,679
2	21,528	121,755	21,266	8,07	21,596
3	11,85	21,266	64,675	5,042	11,816
4	5,721	8,07	5,042	36,375	5,596
5	12,679	21,596	11,816	5,596	67,826

– оптимальное число приборов в сети (доверительная вероятность 0,9999):

Узлы	1	2	3	4	5
Число приборов	87	122	83	56	86

Библиографические ссылки

1. Ивницкий В. А. Теория сетей массового обслуживания. – М.: Изд-во физ.-мат. лит, 2004. – 772 с.
2. Moiseev A., Nazarov A. Investigation of High Intensive General Flow // Proceedings of The 4th International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" (PCI'2012), Sept. 12–14, 2012. – Baku, Azerbaijan. – P. 161–163.
3. Назаров А. А., Моисеева С. П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ RQ-СИСТЕМЫ M|GI|1

Е. А. Моисеева

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Одной из наиболее актуальных задач теории массового обслуживания является проблема исследования RQ-систем (Retrial Queueing System) [1, 2], которые характеризуются ситуациями повторных обращений требований из источника повторных вызовов (ИПВ) к обслуживающему прибору. Одним из примеров наличия таких процессов в реальных информационных и экономических системах являются телефонные вызовы.

Рассмотрим (рис. 1) однолинейную систему с ИПВ, на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ , а время обслуживания каждой заявки имеет произвольную функцию распределения $B(x)$. Если поступившая заявка застаёт прибор свободным, то она занимает его для обслуживания. Если прибор занят, то заявка переходит в ИПВ, где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ . Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь обращается к обслуживающему прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка из ИПВ занимает его для обслуживания, в противном случае заявка мгновенно возвращается в источник повторных вызовов для реализации следующей задержки.

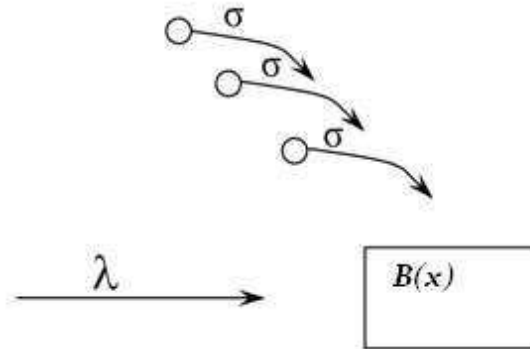


Рис. 1. Однолинейная RQ-система

Пусть $i(t)$ – число заявок в ИПВ, $z(t)$ – длина интервала от момента t до момента окончания обслуживания заявки, а $k(t)$ – определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен,} \\ 1, & \text{если прибор занят.} \end{cases}$$

Обозначим $P\{k(t) = 0, i(t) = i\} = P(0, i, t)$ – вероятность того, что прибор свободен в момент времени t и в источнике повторных вызовов находится i заявок; а $P\{k(t) = 1, i(t) = i, z(t) < z\} = P(1, i, z, t)$ – вероятность того, что в момент времени t прибор занят, в источнике повторных вызовов находится i заявок и оставшееся время обслуживания меньше z .

Причем процесс $\{k(t), i(t), z(t)\}$ изменения состояний данной системы во времени является марковским с переменным числом компонент. Тогда ставится задача нахождения распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов такой системы.

Для распределения вероятностей $P(1, i, z, t)$, $P(0, i, t)$ состояний рассматриваемой RQ-системы была составлена система дифференциальных уравнений Колмогорова, которая в стационарном режиме имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial P(1, i, 0)}{\partial z} - (\lambda + i\sigma)P(0, i) = 0, \\ \frac{\partial P(1, i, z)}{\partial z} - \frac{\partial P(1, i, 0)}{\partial z} - \lambda P(1, i, z) + (i+1)\sigma \cdot P(0, i+1)B(z) + \\ + \lambda P(0, i)B(z) + \lambda P(1, i-1, z) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $P(k, i, z, t) \equiv P(k, i, z)$.

Перейдем к характеристическим функциям $H(0, u) = \sum_i e^{ju i} P(0, i)$ и $H(1, u, z) = \sum_i e^{ju i} P(1, i, z)$, где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Учитывая, что $\frac{\partial}{\partial u} H(k, u) = j \sum_i i e^{ju i} P(k, i)$, система уравнений (1)

для характеристических функций переписывается в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial H(1, u, 0)}{\partial z} - \lambda H(0, u) + j\sigma \frac{\partial H(0, u)}{\partial u} = 0, \\ \frac{\partial H(1, u, z)}{\partial z} - \frac{\partial H(1, u, 0)}{\partial z} - e^{-ju} j\sigma \frac{\partial H(0, u)}{\partial u} B(z) + \\ + \lambda H(0, u) B(z) + (e^{ju} - 1) \lambda H(1, u, z) = 0. \end{cases}$$

Введем параметр $\rho = \lambda b$, характеризующий загрузку системы, где b – среднее время обслуживания заявки. Тогда получим следующую систему:

$$\begin{cases} b \frac{\partial H(1, u, 0)}{\partial z} - \rho H(0, u) + j\sigma b \frac{\partial H(0, u)}{\partial u} = 0, \\ b \frac{\partial H(1, u, z)}{\partial z} - b \frac{\partial H(1, u, 0)}{\partial z} - e^{-ju} j\sigma b \frac{\partial H(0, u)}{\partial u} B(z) + \\ + \rho H(0, u) B(z) + (e^{ju} - 1) \rho H(1, u, z) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Решение системы (2) было получено методом асимптотического анализа в условиях большой загрузки, то есть при $\lambda b = \rho \uparrow 1$ или при $\varepsilon \downarrow 0$, где $\varepsilon = 1 - \rho > 0$ – бесконечно малая величина.

Введя обозначения $u = \varepsilon w$, $H(0, u) = \varepsilon G(w, \varepsilon)$, $H(1, u, z) = F(w, z, \varepsilon)$, систему (2) можно переписать в виде:

$$\begin{cases} b \frac{\partial F(w, 0, \varepsilon)}{\partial z} - (1 - \varepsilon) \varepsilon G(w, \varepsilon) + j\sigma b \frac{\partial G(w, \varepsilon)}{\partial w} = 0, \\ b \frac{\partial F(w, z, \varepsilon)}{\partial z} - b \frac{\partial F(w, 0, \varepsilon)}{\partial z} - e^{-jw\varepsilon} j\sigma b \frac{\partial G(w, \varepsilon)}{\partial w} B(z) + \\ + (1 - \varepsilon) \varepsilon G(w, \varepsilon) B(z) + (e^{jw\varepsilon} - 1) (1 - \varepsilon) F(w, z, \varepsilon) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Обозначив $F(w, z) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(w, z, \varepsilon)$ и $G(w) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} G(w, \varepsilon)$ и записав разложения функций:

$$G(w, \varepsilon) = G(w) + \varepsilon g(w) + O(\varepsilon^2),$$

$$F(w, z, \varepsilon) = F(w, z) + \varepsilon f(w, z) + O(\varepsilon^2),$$

из системы (3) в ходе некоторых преобразований можно получить следующую систему асимптотических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(w,0)}{\partial z} = -j\sigma \frac{dG(w)}{dw}, \\ \frac{\partial F(w,z)}{\partial z} - \frac{\partial F(w,0)}{\partial z} (1 - B(z)) = 0, \\ \frac{\partial f(w,0)}{\partial z} - \frac{1}{b} G(w) + j\sigma \frac{dg(w)}{dw} = 0, \\ \frac{\partial f(w,z)}{\partial z} - \frac{\partial f(w,0)}{\partial z} + jwj\sigma \frac{dG(w)}{dw} B(z) - j\sigma \frac{dg(w)}{dw} B(z) + \frac{B(z)}{b} G(w) + \\ + \frac{jw}{b} F(w,z) = 0, \\ j\sigma b \frac{dG(w)}{dw} + F(w) = 0, \\ j\sigma b \frac{dg(w)}{dw} + (jw - 1)F(w) + f(w) = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Допредельная характеристическая функция

$$H(u) = H(1, u, \infty) + H(0, u)$$

в условиях большой загрузки может быть приближенно определена равенством:

$$H(u) \approx h(u) = F(w).$$

Поэтому для решения поставленной задачи из системы (4) достаточно найти лишь функцию $F(w)$.

Было показано, что функция $F(w)$ имеет вид гамма-распределения

$$F(w) = \left(1 - \frac{jw}{\beta}\right)^{-\alpha}, \quad (5)$$

с параметрами α и β , определяемыми равенствами:

$$\alpha = 1 + \frac{2b}{\sigma b_2}, \quad \beta = \frac{2b^2}{b_2},$$

где b – среднее время обслуживания, b_2 – момент второго порядка времени обслуживания.

Полученная формула (5) совпадает с результатами работы [1], в которой она найдена предельным переходом при $\lambda b = \rho \uparrow 1$ в допредельной характеристической функции, которая, как показано в [1], имеет вид:

$$g(u) = \frac{1 - e^{ju}}{k(u) - e^{ju}} (1 - \rho) \exp \left\{ \frac{\lambda}{\sigma} \int_0^u \frac{1 - k(x)}{k(x) - e^{jx}} j e^{jx} dx \right\},$$

где $k(u) = \left(1 + \frac{\lambda - \lambda e^{ju}}{\delta}\right)^{-\gamma}$, δ и γ – параметры закона обслуживания заявок на приборе.

Сравним между собой допредельное и полученное асимптотическое распределения.

С помощью обратного преобразования Фурье, применяя его к характеристическим функциям $h(u)$ и $g(u)$, можно найти явный вид распределения $P(i)$ и $G(i)$.

Допредельное распределение вероятностей $G(i)$ числа заявок i в ИПВ определяется выражением:

$$G(i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-jui} g(u) du.$$

Асимптотическое распределение $P(i)$, характеристическая функция которого равна

$$h(u) = \left(1 - \frac{j u}{(1-\rho)\beta} \right)^{-\alpha},$$

может также быть найдено по формуле преобразования Фурье либо с использованием свойств γ -распределения с параметрами $\alpha = 1 + \frac{2b}{\sigma b_2}$ и

$$\beta = \frac{2b^2}{b_2}.$$

С помощью математического пакета MathCad было построено распределение вероятностей числа заявок в ИПВ $i = \overline{0,100}$, полученных с помощью асимптотического анализа, для различных численных значений параметров λ , σ , ρ , b , b_2 . А также на графиках было иллюстрировано расхождение между допредельным и асимптотическим распределениями. Приведем примеры для нескольких случаев.

Рассмотрим случай, когда характеристическая функция закона обслуживания имеет вид гамма-распределения с параметрами $\gamma = \delta$ и $\delta = 1$. Тогда $b = 1$, $b_2 = 2$.

Пусть $\rho = 0,9$, $\sigma = 1$, $\lambda = \rho / b$. На рис. 2 изображены полученные распределения вероятностей $G(i)$ и $P(i)$, числа заявок i в ИПВ.

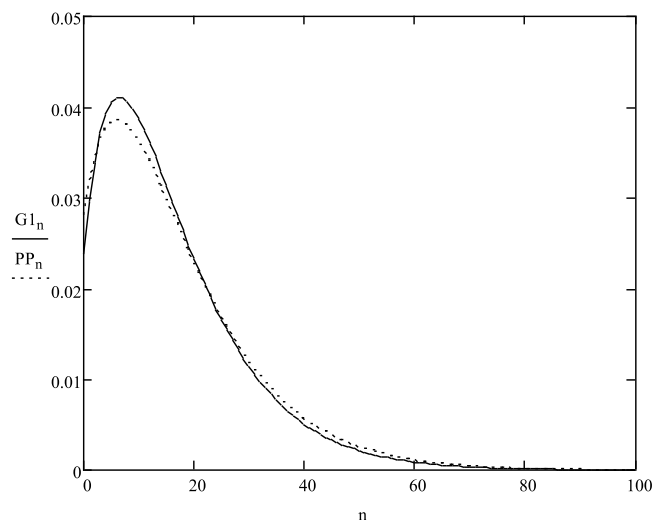


Рис. 2. Расхождение между допредельным и асимптотическим распределениями при $\rho = 0,9$, $\sigma = 1$, $\lambda = \rho / b$

Определим расстояние Колмогорова между распределениями:

$$\Delta = \max_{0 \leq i < \infty} \left| \sum_{v=0}^i G(v) - \sum_{v=0}^i P(v) \right|, \Delta = 0,022.$$

Пусть $\rho = 0,95$, $\sigma = 1$, $\lambda = \rho / b$. На рис. 3 изображены полученные распределения вероятностей $G(i)$ и $P(i)$, числа заявок i в ИПВ.

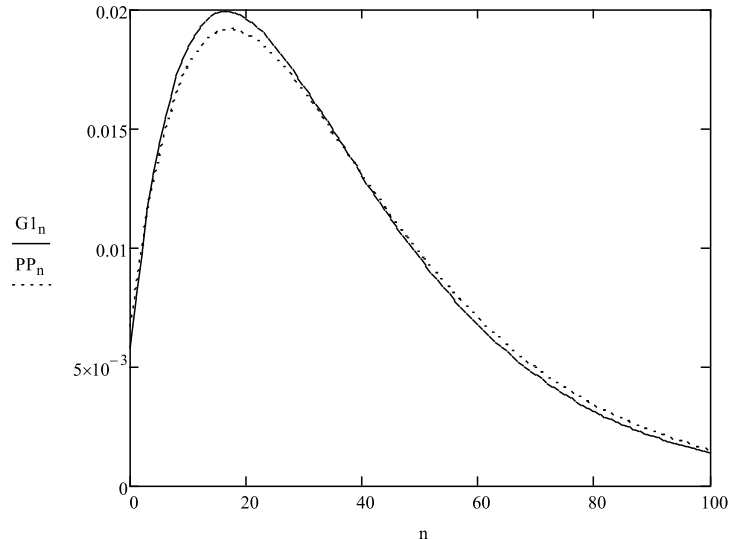


Рис. 3. Расхождение между допредельным и асимптотическим распределениями при $\rho = 0,95$, $\sigma = 1$, $\lambda = \rho / b$

Определим расстояние Колмогорова между распределениями:

$$\Delta = \max_{0 \leq i < \infty} \left| \sum_{v=0}^i G(v) - \sum_{v=0}^i P(v) \right|, \Delta = 0,014.$$

Таким образом, в работе было проведено сравнение результатов исследования RQ-системы $M|GI|1$, выполненного методом асимптотического анализа в условии большой загрузки, с допредельным распределением. Построены графики данных распределений. Найдены расстояния Колмогорова. Анализ результатов исследования показал, что предлагаемый в работе метод асимптотического анализа в условии большой загрузки дает удовлетворительные результаты аппроксимации допредельных распределений. А следовательно, метод асимптотического анализа в условии большой загрузки может быть применен для исследования более сложных систем (например, $MMPP|GI|1$, $MAR|GI|1$), для которых формулы допредельных характеристических функций неизвестны.

Библиографические ссылки

1. Falin G.I, Templeton J.G.C. Retrial queues. – London: Chapman & Hall, 1997.
2. Artalejo J.R., Gomez-Corral A. Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. – Springer, 2008.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ GI|GI| ∞ И GI|M| ∞ МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В УСЛОВИИ РАСТУЩЕГО ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

М. В. Севостьянова, А. А. Назаров

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает рекуррентный поток заявок, заданный полумарковской матрицей $A(x)$. Продолжительности обслуживания заявок распределены произвольно и имеют функцию распределения $B(x)$.

Обозначим $n(t)$ – число событий просеянного потока, наступивших до момента времени t , $i(t)$ – число занятых приборов в момент времени t , $z(t)$ – длина интервала от момента t до момента наступления очередного события в рекуррентном входящем потоке.

Чтобы исследовать такую систему массового обслуживания, воспользуемся методом просеянного потока [1]. Для рассматриваемой системы двумерный случайный процесс $\{z(t), n(t)\}$ является марковским, поэтому для его распределения вероятностей $P(z, n, t) = P\{z(t) < z, n(t) = n\}$ можно записать систему дифференциальных уравнений Колмогорова [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(z, n, t)}{\partial t} = & \frac{\partial P(z, n, t)}{\partial z} - \frac{\partial P(0, n, t)}{\partial z} + \\ & + \left\{ \frac{\partial P(0, n-1, t)}{\partial z} S(t) + \frac{\partial P(0, n, t)}{\partial z} (1 - S(t)) \right\} A(z), \end{aligned}$$

где $S(t) = 1 - B(-t)$ – вероятность того, что поступившая заявка входящего потока формирует событие просеянного потока.

Начальные условия для решения этой системы в момент времени t_0 определим равенством

$$P(z, n, t_0) = \begin{cases} R(z), & \text{если } n = 0, \\ 0, & \text{если } n > 0. \end{cases}$$

Составим систему уравнений, определяющих характеристические функции

$$\frac{\partial H(z, u, t)}{\partial t} = \frac{\partial H(z, u, t)}{\partial z} + \frac{\partial H(0, u, t)}{\partial z} \{A(z) - 1 + (e^{ju} - 1)S(t)A(z)\} \quad (1)$$

$$H(z, u, t_0) = R(z).$$

Уравнение (1) будем решать методом асимптотического анализа в условии растущего времени обслуживания $b \rightarrow \infty$.

Асимптотика первого порядка

Обозначим $\varepsilon = 1/b$ и в уравнении (1) выполним замены

$$t\varepsilon = \tau, \quad t_0 = \tau_0, \quad S(t) = S_1(\tau), \quad u = \varepsilon w, \quad H(z, u, t) = F_1(z, w, \tau, \varepsilon),$$

получим задачу

$$\varepsilon \frac{\partial F_1(z, w, \tau, \varepsilon)}{\partial \tau} = \frac{\partial F_1(z, w, \tau, \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial F_1(0, w, \tau, \varepsilon)}{\partial z} \{A(z) - 1 + (e^{j\varepsilon w} - 1)S_1(\tau)A(z)\},$$

$$F_1(z, w, \tau_0, \varepsilon) = R(z).$$

Теорема 1. Если существует предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_1(z, w, \tau, \varepsilon) = F_1(z, w, \tau)$, то

$$F_1(z, w, \tau) = R(z) \exp \left\{ jw\lambda \int_{\tau_0}^{\tau} S_1(z) dz \right\},$$

где $R(z)$ – стационарное распределение вероятностей значений случайного процесса $\{z(t)\}$ и величина λ определяется выражением:

$$\lambda = 1 / \int_0^{\infty} (1 - A(x)) dx.$$

Таким образом, при $t = t_1 = 0$ для характеристической функции процесса $i(t)$ в стационарном режиме получим

$$h_1(u) = Me^{ju i(t)} = Me^{ju i(0)} = \exp \left\{ ju\lambda \int_{t_0}^0 S(z) dz \right\} = \exp \{ ju\lambda b \}.$$

Полученное равенство будем называть асимптотикой первого порядка для системы $GI|GI|_{\infty}$.

Асимптотика второго порядка

В уравнении (1) выполним замену

$$\begin{aligned} H(z, u, t) &= H_2(z, u, t) \exp \left\{ ju\lambda \int_{-\infty}^t S(z) dz \right\}, \text{ получим} \\ \frac{\partial H_2(z, u, t)}{\partial t} + H_2(z, u, t) ju\lambda S(t) &= \frac{\partial H_2(z, u, t)}{\partial z} + \\ + \frac{\partial H_2(0, u, t)}{\partial z} \{ A(z) - 1 + (e^{ju} - 1) S(t) A(z) \} & \quad (2) \\ H_2(z, u, t_0) &= R(z). \end{aligned}$$

Обозначив $\varepsilon^2 = 1/b$, в задаче (2) выполним замены

$$\varepsilon^2 t = \tau, \quad S(t) = S_1(\tau), \quad u = \varepsilon w, \quad H_2(z, u, t) = F_2(z, w, \tau, \varepsilon).$$

Получим

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \frac{\partial F_2(z, w, \tau, \varepsilon)}{\partial \tau} + F_2(z, w, \tau, \varepsilon) j\varepsilon w\lambda S_1(\tau) &= \frac{\partial F_2(z, w, \tau, \varepsilon)}{\partial z} + \\ + \frac{\partial F_2(0, w, \tau, \varepsilon)}{\partial z} \{ A(z) - 1 + (e^{j\varepsilon w} - 1) S_1(\tau) A(z) \}, & \\ F_2(z, w, \tau_0, \varepsilon) &= R(z). \end{aligned}$$

Теорема 2. Если существует предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_2(z, w, \tau, \varepsilon) = F_2(z, w, \tau)$, то

$$F_2(z, w, \tau) = R(z) \exp \left\{ \frac{(jw)^2}{2} \left[\lambda \int_{\tau_0}^{\tau} S_1(z) dz + 2\kappa_2 \int_{\tau_0}^{\tau} S_1^2(z) dz \right] \right\},$$

где $R(z)$ – стационарное распределение вероятностей значений случайного процесса $\{z(t)\}$, величина κ_2 определяется равенством

$$\kappa_2 = \frac{\partial f_2(0)}{\partial z},$$

а вектор-функция $f_2(z)$ удовлетворяет условию $f_2(\infty) = 0$ и является решением уравнения

$$\frac{\partial f_2(z)}{\partial z} + \frac{\partial f_2(0)}{\partial z} (A(z) - 1) + \frac{\partial R(0)}{\partial z} A(z) - \lambda R(z) = 0.$$

Следовательно, для характеристической функции процесса $i(t)$ в стационарном режиме можно записать равенство

$$h_2(u) = Me^{ju i(t)} = Me^{ju n(0)} = H(\infty, u, 0)E = \exp \left\{ ju\lambda b + \frac{(ju)^2}{2} [\lambda b + 2\kappa_2 \beta_2] \right\}, \quad (3)$$

где $\int_{t_0}^0 S^2(z) dz = \int_0^{x_0} (1 - B(z))^2 dz = \beta_2$. Равенство (3) будем называть асимптотикой второго порядка для системы $GI|GI|_\infty$.

Метод асимптотического анализа системы $GI|M|_\infty$

Пусть теперь продолжительности обслуживания заявок распределены по экспоненциальному закону с параметром μ .

Для рассматриваемой системы двумерный случайный процесс $\{z(t), i(t)\}$ является марковским, поэтому для его распределения вероятностей

$$P(z, i, t) = P\{z(t) < z, i(t) = i\}$$

получим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для стационарного распределения вероятностей $P(z, i) \equiv P(z, i, t)$:

$$\frac{\partial P(z, i)}{\partial z} - \frac{\partial P(0, i)}{\partial z} - P(z, i)i\mu + P(z, i+1)(i+1)\mu + \frac{\partial P(0, i-1)}{\partial z} A(z) = 0.$$

Составим систему уравнений, определяющих характеристические функции

$$\frac{\partial H(z, u)}{\partial z} + j\mu(1 - e^{-ju}) \frac{\partial H(z, u)}{\partial u} + \frac{\partial H(0, u)}{\partial z} \{e^{ju} A(z) - 1\} = 0, \quad (4)$$

решение $H(z, u)$ которого удовлетворяет условию $H(z, 0) = R(z)$.

Уравнение (4) будем решать методом асимптотического анализа в условии растущего времени обслуживания, полагая, что $\mu \rightarrow 0$.

Асимптотика первого порядка

Обозначим $\mu = \varepsilon$ и в уравнении (4) выполним замены

$$u = \varepsilon w, \quad H(z, u) = F_1(z, w, \varepsilon).$$

Для функции $F_1(z, w, \varepsilon)$ получим уравнение

$$\frac{\partial F_1(z, w, \varepsilon)}{\partial z} + j(1 - e^{-j\varepsilon w}) \frac{\partial F_1(z, w, \varepsilon)}{\partial w} + \frac{\partial F_1(0, w, \varepsilon)}{\partial z} \{e^{j\varepsilon w} A(z) - 1\} = 0.$$

Теорема 3. Если существует предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_1(z, w, \varepsilon) = F_1(z, w)$, то

$$F_1(z, w) = R(z) \exp\{jw\lambda\},$$

где функция $R(z)$ и параметр λ определены выше.

Тогда можно записать приближённое (асимптотическое) равенство

$$H(z, u) = R(z) \exp \left\{ ju \frac{\lambda}{\mu} \right\},$$

из которого для характеристической функции процесса $i(t)$ в стационарном режиме получим

$$Me^{ju i(t)} = H(\infty, u)E = \exp \left\{ ju \frac{\lambda}{\mu} \right\}.$$

Полученное равенство будем называть асимптотикой первого порядка для системы обслуживания $GI|M|\infty$.

Асимптотика второго порядка.

В уравнении (4) выполним замену

$$H(z, u) = H_2(z, u) \exp \left\{ ju \frac{\lambda}{\mu} \right\},$$

получим уравнение

$$\frac{\partial H_2(z, u)}{\partial z} + j\mu(1 - e^{-ju}) \frac{\partial H_2(z, u)}{\partial u} - \lambda(1 - e^{-ju}) H_2(z, u) + \frac{\partial H_2(0, u)}{\partial z} \{e^{ju} A(z) - 1\} = 0.$$

бозначив $\mu = \varepsilon^2$, в этом уравнении выполним замены

$$u = \varepsilon w, \quad H_2(z, u) = F_2(z, w, \varepsilon),$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2(z, w, \varepsilon)}{\partial z} + j\varepsilon(1 - e^{-j\varepsilon w}) \frac{\partial F_2(z, w, \varepsilon)}{\partial w} - \lambda(1 - e^{-j\varepsilon w}) F_2(z, w, \varepsilon) + \\ + \frac{\partial F_2(0, w, \varepsilon)}{\partial z} \{e^{j\varepsilon w} A(z) - 1\} = 0. \end{aligned}$$

Теорема 4. Если существует предел $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_2(z, w, \varepsilon) = F_2(z, w)$, то

$$F_2(z, w) = R(z) \exp \left\{ \frac{(jw)^2}{2} (\lambda + \kappa_2) \right\},$$

где величина κ_2 определяется равенством $\kappa_2 = \frac{\partial f_2(0)}{\partial z}$, здесь вектор-функция

$f_2(z)$ удовлетворяет условию $f_2(\infty) = 0$ и является решением уравнения

$$\frac{\partial f_2(z)}{\partial z} + \frac{\partial f_2(0)}{\partial z} (A(z) - 1) + \frac{\partial R(0)}{\partial z} A(z) - \lambda R(z) = 0.$$

Тогда асимптотическое (приближённое) равенство имеет вид

$$H(z, u) = R(z) \exp \left\{ ju \frac{\lambda}{\mu} + \frac{(ju)^2}{2} \frac{(\lambda + \kappa_2)}{\mu} \right\},$$

из которого для характеристической функции величины $i(t)$ получим

$$h_2(u) = Me^{ju i(t)} = H(\infty, u)E = \exp \left\{ ju \frac{\lambda}{\mu} + \frac{(ju)^2}{2} \frac{(\lambda + \kappa_2)}{\mu} \right\}. \quad (5)$$

Это равенство будем называть асимптотикой второго порядка для системы обслуживания $GI|M|\infty$.

Если в системе $GI|GI|_{\infty}$ функцию распределения продолжительности обслуживания заявок положить $B(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, то из (3) получаем выражение, полностью совпадающее с (5), откуда следует, что метод просеянного потока непротиворечив. Следовательно, для любых входящих потоков и произвольного распределения времени обслуживания можем определить стационарное распределение вероятностей $P(i)$ числа приборов, занятых в системе массового обслуживания с неограниченным числом приборов.

Библиографические ссылки

1. Назаров А. А., Моисеева С. П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.
2. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: КомКнига, 2005. – 408 с.

ВОЗМУЩЕННЫЕ МЕРЫ РИСКА И ИХ ЭМПИРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ

А. Т. Семёнов

Новосибирский государственный университет экономики и управления

1. Риск и его измерение. Вопросы, связанные с понятием риска, его измерения и построения «хороших» (так называемых когерентных) мер риска рассматривались во многих работах (см., например, [1] – [4] и литературу там же). Напомним только необходимые для дальнейшего изложения понятия.

Риск – это характеристика выбора и реализации решения субъектом риска в условиях неопределенности исхода решения. Такое понимание риска согласуется со сформулированной в 1921 г. Ф. Х. Найтом [1] трактовкой риска как измеримой неопределенности. Мы будем рассматривать измеримость неопределенности в вероятностном смысле. На современном языке это означает, что с риском ассоциируется некоторая случайная величина, закон распределения которой известен или может быть каким-то образом определен. Соответственно собственно неопределенность означает отсутствие какого-либо способа формирования соответствующего распределения вероятностей или не поддается объективному измерению. Несмотря на некоторую условность подобных формулировок, подход Ф. Найта определяет математическую базу для количественного измерения и моделирования рисков, которой является аппарат теории вероятностей.

Определение 1. *Риском* называется случайная величина (с.в.) X , определенная на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathfrak{R}, P)$, где Ω – множество возможных альтернатив выбора и реализации решения; $\mathfrak{R}$ – сигма-алгебра подмножеств Ω ; P – вероятностная мера на $\mathfrak{R}$. Более широкое определение риска см., например, в [2].

Основой моделирования и анализа явлений и процессов, связанных с риском, является возможность количественной оценки риска.

Определение 2. *Мерой риска* называется вещественный функционал $\rho(X)$, заданный на множестве всех рисков.

В настоящее время существует множество различных характеристик, используемых на практике в качестве мер риска: математическое ожидание, дисперсия, моментные характеристики (односторонние и двусторонние), *VaR* (*Value-at-Risk*), *CVaR* (*Conditional Value-at-Risk*) и т. п. (см., например, [3] – [5] и литературу там же). Одни из них строились, исходя из практических надобностей, другие – из теоретических предпосылок. В связи с этим возникает вопрос, какие меры риска считать «хорошими». Наиболее общие разумные требования к мерам риска задаются при помощи так называемых условий когерентности (coherent).

Определение 3. Мера риска $\rho(X)$ называется **когерентной**, если она является:

1) *монотонной*: $\rho(X) \leq \rho(Y)$ для любых рисков X и Y таких, что $X(\omega) \leq Y(\omega)$ при почти всех $\omega \in \Omega$;

2) *положительно однородной*: $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ для любого риска X и любого числа $\lambda \geq 0$;

3) *инвариантной к сдвигу*: $\rho(X + c) = \rho(X) + c$ для любого риска X и любого числа $c \in R$.

4) *субаддитивной*: $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ для любых рисков X и Y .

Свойства 1) – 4) являются естественными требованиями, которые следует предъявлять к мерам риска.

2. Возмущенные меры риска и их свойства. Многие меры риска (как когерентные, так и некогерентные) могут быть получены, исходя из известной формулы для математического ожидания:

$$E(X) = \int_{-\infty}^0 (\bar{F}(x) - 1) dx + \int_0^{\infty} \bar{F}(x) dx, \quad (1)$$

где X – риск с ф.р. $F(x)$, $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$ – хвост распределения (предполагается, что математическое ожидание существует).

Пусть $H: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ – такая неубывающая функция, что $H(0) = 0$, $H(1) = 1$, называемая **возмущающей функцией**. Тогда применение возмущающей функции к подинтегральному выражению в формуле (1) приводит к следующему семейству **возмущенных мер риска (ВМР)**:

$$\rho(X) = \rho(H, F) = \int_{-\infty}^0 (H(\bar{F}(x)) - 1) dx + \int_0^{\infty} H(\bar{F}(x)) dx. \quad (2)$$

Теорема 2.1.

• Для любой возмущающей функции H мера риска $\rho(H, F)$ является:

1) *монотонной*; 2) *положительно однородной*; 3) *инвариантной к сдвигу*.

• Мера риска $\rho(H, F)$ субаддитивна тогда и только тогда, когда возмущающая функция H вогнута:

$$H(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \lambda H(x) + (1 - \lambda)H(y), \quad x, y, \lambda \in [0, 1].$$

Пример 2.1. Мера «значение под риском», или VaR (*Value-at-Risk*), определяется как квантиль q_{1-p} порядка $(1-p)$ распределения $F(x)$:

$$VaR_p(X) = q_{1-p} = \sup\{x \in R : F(x) < 1-p\}, \quad p \in (0, 1).$$

Мера $VaR_p(X)$ может быть задана выражением (2) с возмущающей функцией $H = H_p$ вида

$$H_p(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 1-p, \\ 1, & 1-p < x \leq 1. \end{cases}$$

Здесь возмущающая функция $H = H_p$ не убывает, $H(0) = 0$ и $H(1) = 1$, является кусочно-постоянной, но **не вогнута**. Поэтому мера риска $\rho(H_p, F) = VaR_p(X)$ не субаддитивна, а потому и **не когерентна**.

Пример 2.2. Мера «условный VaR », или $CVaR$ (*Conditional Value-at-Risk*), определяется следующим образом:

$$CVaR_p(X) = \frac{1}{p} \int_0^p q_{1-s} ds.$$

Если ф.р. $F(x)$ непрерывна, то $CVaR_p(X)$ есть условное математическое ожидание:

$$CVaR_p(X) = E(X / X \geq VaR_p(X)).$$

В представлении (2.2) для меры $CVaR_p(X)$ возмущающая функция $H = H_p$ имеет вид

$$H_p(x) = \begin{cases} \frac{x}{p}, & 0 \leq x \leq p, \\ 1, & p < x \leq 1. \end{cases}$$

Здесь возмущающая функция $H = H_p$ не убывает, $H(0) = 0$ и $H(1) = 1$, является непрерывной (но не всюду дифференцируемой) и **вогнутой**. Поэтому мера риска $\rho(H_p, F) = CVaR_p(X)$ субаддитивна и, следовательно, **когерентна**.

Пример 2.3. Параметрическое семейство возмущающих функций, сохраняющих некоторые свойства исходного распределения, можно ввести с помощью функции распределения $\Phi(X)$ стандартного нормального закона:

$$H_\lambda(x) = \Phi(\Phi^{-1}(x) + \lambda), \quad \lambda \in R.$$

Возмущающая функция $H_\lambda(X)$ вогнута при $\lambda \geq 0$ и, следовательно, соответствующая возмущенная мера риска $\rho(H_\lambda, F)$ когерентна при $\lambda \geq 0$.

3. Эмпирическое оценивание возмущенных мер риска. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ – независимая выборка объема n из генеральной совокупности с.в. X с ф.р. $F(x)$. Эмпирический хвост распределения $F(x)$ определяется формулой $\bar{F}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\{X_i \geq x\}$, где $I\{A\}$ – индикатор множества A . Тогда непараметрической оценкой ВМР $\rho(X)$, в силу (2), является статистика

$$\rho_n(X_1, \dots, X_n) = \rho(H, F_n) = \int_{-\infty}^0 (H(\bar{F}_n(x)) - 1) dx + \int_0^{\infty} H(\bar{F}_n(x)) dx. \quad (3)$$

Как показывают примеры, приведенные, например, в [5], возмущающая функция H зачастую имеет сложный вид, так что изучение свойств оценки (3), а также нахождение её распределения (даже и в приближенном виде), представляет собой достаточно трудную задачу. Однако существует другой подход к оценке ВМР, основанный на её альтернативном представлении.

Теорема 3.1. Пусть $F^{-1}(s) = \sup\{x \in R : F(x) < s\} = q_s$, $s \in (0, 1)$, – квантильная функция или функция, обратная ф.р. $F(x)$. Тогда возмущенная мера риска (2.2) может быть представлена следующим образом:

$$\rho(X) = \rho(H, F) = - \int_0^1 F^{-1}(s) dH(1-s). \quad (4)$$

Если возмущающая функция H дифференцируема, то

$$\rho(X) = \rho(h, F) = - \int_0^1 h(s) F^{-1}(s) ds, \text{ где } h(s) = H'(1-s). \quad (5)$$

Пусть $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots X_{n:n}$ – вариационный ряд, построенный по выборке $X_1, X_2, \dots, X_n$. Заметим, что с.в. $X_{1:n}, X_{2:n}, \dots, X_{n:n}$, называемые *порядковыми статистиками*, уже не являются в общем случае ни независимыми, ни одинаково распределенными. Пусть $F_n^{-1}(x)$ – обратная функция к эмпирической ф.р. $F_n(x)$. Тогда в терминах порядковых статистик определение функции $F_n^{-1}(x)$, $x \in [0, 1]$ выглядит так:

$$F_n^{-1}(x) = X_{k:n}, \text{ если } x \in [(k-1)/n, k/n], \quad k=1, 2, \dots, n.$$

Непараметрической оценкой ВМР $\rho = \rho(H, F)$, в силу (4), является статистика

$$\rho_n = \rho_n(H; X_1, \dots, X_n) = - \int_0^1 F_n^{-1}(s) dH(1-s) = \sum_{i=1}^n c_{in} X_{i:n},$$

$$\text{где } c_{in} = H\left(1 - \frac{i-1}{n}\right) - H\left(1 - \frac{i}{n}\right), \quad i=1, \dots, n.$$

Иначе говоря, оценкой ВМР $\rho = \rho(H, F)$ является линейная комбинация порядковых статистик, т.е. L -статистика.

Если воспользоваться представлением (5), то оценкой ВМР $\rho = \rho(H, F)$ будет статистика

$$\rho_n = \rho_n(h; X_1, \dots, X_n) = \int_0^1 h(s) F_n^{-1}(s) ds = \sum_{i=1}^n b_{in} X_{i:n},$$

где $b_{in} = \int_{(i-1)/n}^{i/n} h(s)ds, \quad i=1, \dots, n.$

4. Свойства оценок возмущенных мер риска

Теорема 4.1 (Усиленный закон больших чисел) [6].

Если $E(|X_1|) < \infty$, то $\rho_n \xrightarrow[n.н.]{} \rho$ (с вероятностью 1) при $n \rightarrow \infty$.

Теорема 4.2 (Порядок смещения оценок)

1) Если функция h удовлетворяет условию Липшица порядка $0 < \alpha \leq 1$, за исключением, может быть, множества меры Лебега нуль и

$$\int_{-\infty}^{\infty} [F(x)(1-F(x))]^{(1+\alpha)/2} dx < \infty,$$

то $E\rho_n - \rho = O(n^{-1/2 - \alpha/2})$.

2) Если $EX_1^2 < \infty$ и функция h удовлетворяет условию Липшица порядка $\alpha > 0$, за исключением, может быть, множества меры Лебега нуль, то $E\rho_n - \rho = o(n^{-1/2})$.

3) Если $E(|X_1|) < \infty$ и функция h удовлетворяет условию Липшица порядка 1, за исключением, может быть, множества меры Лебега нуль, то $E\rho_n - \rho = O(n^{-1})$.

Теорема 4.3 (Центральная предельная теорема для ВМР) [6].

Если распределение F непрерывно дифференцируемо и величина

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\min(F(x), F(y)) - F(x)F(y)]}{f(x)f(y)} dH(1-F(x))dH(1-F(y))$$

$$(f(x) = F'(x))$$

конечна, то при $N \rightarrow \infty$

$$\sqrt{n}(\rho_n - \rho) \Rightarrow N(0, \sigma^2),$$

где $N(0, \sigma^2)$ – нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией σ^2 , а символ $\Rightarrow$ означает слабую сходимость распределений.

Библиографические ссылки

1. Найт Ф. Х. Риск, неопределенность и прибыль. – М.: Дело, 2003.
2. Семенов А. Т. Введение в общую теорию риска. – Новосибирск: НГУЭУ, 2009.
3. Семенов А. Т. О некоторых мерах риска и их свойствах // Экономика, психология, бизнес. – Красноярск: КГТЭИ. – 2004. – № 5.
4. Semenov A. T. Risk and its measurement // Modelling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems: Proceedings of the Ninth International Scientific School MA SR-2008. – SPb.: SUAI, SPb. – 2008. – P. 332–337.
5. Семенов А. Т. Возмущенные (рандомизированные) меры риска // Труды VII Всероссийской ФАМ-2008 конференции. Часть 2. – Красноярск: СФУ. – 2008. – С. 198–207.

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЭВЕНТОЛОГИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Д. В. Семенова, Ю. С. Кочанов
Сибирский федеральный университет
Институт математики
г. Красноярск

Статистическую систему можно определить как случайное множество событий, образующих своеобразную структуру статистических взаимосвязей случайных событий друг с другом. Изучение структур статистических взаимосвязей случайных событий означает, в итоге, изучение вероятностных распределений соответствующих случайных множеств событий. Поэтому необходимо изучать некоторые фундаментальные структуры взаимозависимостей систем случайных событий, которые порождают многие известные структуры взаимозависимостей случайных величин, случайных векторов, случайных процессов и полей и требуют специального исследования случайно-множественными методами. Практический интерес к изучению этих задач объясняется стремлением повысить эффективность функционирования некоторых статистических систем природы и общества.

Рассмотрим множество случайных событий

$$K: (\Omega, \mathcal{A}, P) \rightarrow (2^S, 2^{2^S})$$

под $\mathcal{S}$, где $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{A}$ – выделенное конечное множество событий (состоящее из $N = |\mathcal{S}|$ событий), 2^S – множество всех подмножеств $\mathcal{S}$ [1]. Распределением вероятностей случайного множества K называется набор из 2^N вероятностей:

- $p_I = \{ p(X) = P(K = X), X \in 2^S \}$ – эвентологическое распределение I рода;

- $p_{II} = \{ p_X = P(K \supseteq X), X \in 2^S \}$ – эвентологическое распределение II рода.

Эвентологические распределения I и II рода связаны между собой взаимно-обратными формулами обращения Мёбиуса:

$$p_X = \sum_{X \subseteq Y} p(Y), \quad p(X) = \sum_{X \subseteq Y} (-1)^{|Y|-|X|} p_Y.$$

Случайное множество событий – это случайный элемент со значениями из множества всех подмножеств конечного множества выделенных событий $\mathcal{S}$. Основная идея современной теории случайных множеств¹ состоит в том, что структура статистических взаимозависимостей

¹ Хотя теория случайных множеств имеет хорошо прослеживаемые связи с многомерным статистическим анализом, предмет ее исследований – случайное конечное абстрактное

подмножеств конечного множества полностью определяется распределением случайного множества, заданного на множестве всех его подмножеств. Распределение случайного множества – это удобный математический аппарат для описания всех способов взаимодействия элементов между собой. В докладе делается обзор и анализ существующих методов оценки эвентологических распределений.

Оценка Э-распределения энтропийными методами. Энтропийные методы позволяют оценивать класс m -точечно-зависимых распределений случайных конечных множеств, которые доставляют условный максимум энтропии Э-распределения случайного множества K , при постоянных вероятностях p_x множеств мощности меньшей или равной m , а также при ограничениях на область определения случайного множества K . При $m=1$ (т.е. при фиксированных вероятностях Π рода $p_x = P(x \in K)$ моноплетов событий $x \in S$) мы получаем независимо-точечное распределение [1]:

$$p(X) = \prod_{x \in X} p_x \prod_{x \in X^c} (1 - p_x).$$

Известно, что любое распределение случайного множества можно представить в виде произведения мультиковариаций:

$$p(X) = \prod_{Y \subseteq X} \tau(Y),$$

где

$$\tau(X) = \prod_{Y \subseteq X} (P(Y))^{-1^{|X-Y|}} = \left[\frac{\prod_{Y \in 0^X} P(Y)}{\prod_{Y \in 1^X} P(Y)} \right]^{-1^{|X|}},$$

здесь $0^X = \{Y \subseteq X : |Y| \bmod 2 = 0\}$ – для всех подмножеств Y четной мощности, $1^X = \{Y \subseteq X : |Y| \bmod 2 = 1\}$ – для всех подмножеств Y нечетной мощности.

m -точечно зависимые распределения случайного множества представляются в виде:

$$p(X) = \prod_{Y \subseteq X : |Y| \geq m} \tau(Y), \quad X \subseteq S.$$

Алгоритм оценки m -точечно зависимых распределений случайного множества представлен в [2].

Оценка Э-распределения ассоциативными функциями. В современных теориях неопределенности широкое распространение получили классы ассоциативных функций, в частности, треугольные нормы и копулы [3]. Алгоритмы вычисления копул [3, 4] и треугольных норм [4] применимы и к эвентологическим распределениям. В этих случаях число параметров (вероятностей покрытия) совпадает с мощностью базового множества S .

Данные методы позволяют получать Э-распределения с заданной структурой зависимостей, которая описывается соответствующей функцией копулы [1].

Рассмотрим непараметрический способ задания распределения случайного конечного множества, принимающего значения на решетке подмножеств конечного множества [5]. Под непараметрическими методами оценки распределения случайного конечного множества понимаются методы, в которых не делается предположения о принадлежности неизвестного теоретического распределения к семейству, зависящему от полиномиального числа параметров.

Ядерная оценка распределения. Ядром будем называть убывающую функцию действительного переменного $\Phi: [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$, которая в 0 принимает единичное значение: $\Phi(0) = 1$. Ядро $\Phi(x)$ отличается от ядра в классическом непараметрическом оценивании плотности распределения случайной величины. Это вызвано, в частности, и тем, что оценивается не плотность, которая не ограничена сверху, а вероятность $P(K = X)$, задающая распределение K и, следовательно, принимающая значения на отрезке $[0, 1]$. Идея ядерной оценки распределения случайного конечного множества заключается в теоретическом добавлении большого количества дополнительных значений случайного множества «вокруг» каждого выборочного значения. Причем частота добавляемых множеств будет уменьшаться с удалением от соответствующего выборочного значения в соответствии с некоторым ядром. В основе этой идеи лежит предположение о близости вероятностей $P(K = X)$ и $P(K = Y)$ на близких множествах X и Y . Все оценки, построенные на основе этого предположения, будут состоятельными и асимптотически несмещенными.

Рассмотрим произвольное конечное множество S . Пусть на S задано случайное конечное множество K с неизвестным распределением. Имеем случайную выборку $K_1, K_2, \dots, K_m$ независимых одинаково распределенных случайных множеств. Закон распределения K и $K_1, K_2, \dots, K_m$ обозначим $G(X) = P(K = X)$. Ядерная параметрическая оценка распределения $G(X)$ запишется следующим образом:

$$\hat{G}_m(X) = \sum_{i=1}^m \frac{m(K_i) \cdot \Phi\left(\frac{d(K_i, X)}{c}\right)}{M}, \quad (1)$$

где $d(K_i, X)$ – целочисленная метрика; Φ – ядро; $m(K_i)$ – случайная величина, означающая количество повторений K_i в выборке; c – параметр размытости подчиненный правилу $c \rightarrow 0$, при $m \rightarrow \infty$; M – случайная величина, означающая объем теоретически пополненной выборки, M определяется следующим образом:

$$M = \sum_{i=1}^m \left[m(K_i) \cdot \sum_{j=0}^s \Phi\left(\frac{j}{c}\right) \cdot \left| \hat{B}(K_i, j) \right| \right].$$

Оценка $\hat{G}_m(X)$ является состоятельной и асимптотически несмещенной.

Одной из важнейших задач эвентологии является разработка методов определения структуры зависимостей сложных распределений множеств событий большой размерности. Рассмотренные методы оценки Э-распределений не столь эффективны и универсальны, однако они позволяют получать входные данные в виде Э-распределений и их характеристик для многих моделей статистических систем, обладающих сложной структурой зависимостей и взаимосвязей.

Библиографические ссылки

1. Воробьев О. Ю. Эвентология. – Красноярск: Сиб. фед. ун-т., 2007. – 435 с.
2. Воробьев О. Ю. Широкая зависимость событий и аппроксимация эвентологических распределений широко-мультипликативными сет-функциями // Труды VIII международной ФАМЭТ'2009 конференции / под ред. О.Ю. Воробьева. – Красноярск: КГТЭИ, СФУ, 2009. – С. 101-122.
3. Alsina S., Frank M., Schweizer B. ASSOCIATIVE FUNCTIONS Triangular Norms and Copulas. – World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2006. – 238 с.
4. Ходашинский И. А. Технология идентификации нечетких моделей типа Синглтон и Мамдани // Труды VII международной конференции «Идентификация систем и задач управления» SICPRO'08 Москва, 28-31 января 2008 г. – С. 137-163.
5. Воробьев О. Ю., Фомин А. Ю. Сет-регрессионный анализ зависимостей событий в статистических системах: учеб. пособие. – Красноярск: Краснояр. гос. ун-т, 2004. – 89 с.

СЛУЧАЙНО-МНОЖЕСТВЕННОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН СМЕШАННОГО ТИПА

Д. В. Семенова, Н. А. Лукьянова
Сибирский федеральный университет
г. Красноярск

В математической статистике почти всегда имеют дело либо с дискретными, либо с непрерывными случайными величинами, но в страховании это не так. Многие функции распределения, используемые в тех или иных моделях (в частности, для моделирования страховых выплат), имеют как «непрерывно возрастающие» участки, так и некоторые положительные скачки. В работе [1] рассматриваются случайные величины смешанного типа, смеси дискретного и непрерывного распределения:

$$\rho = I \cdot \xi + (1 - I) \cdot v, \quad (1)$$

где ξ является непрерывной случайной величиной (н.с.в.), v – дискретной случайной величиной (д.с.в.), а I – бернуллиевской случайной величиной с параметром $p = P(I = 1)$, причем I не зависит от ξ и v . Функция распределения $F_\rho(u) = P(\rho \leq u)$ оказывается смесью (выпуклой комбинацией) случайных величин ξ и v

$$F_\rho(u) = p \cdot F_\xi(u) + (1 - p) \cdot F_v \quad (2)$$

и является функцией смешанного, дискретно-непрерывного типа.

Пусть д.с.в. v имеет вырожденное распределение, то есть $P(v \equiv c) = 1, c \geq 0$. Тогда (1) примет вид

$$\rho = I \cdot \xi + (1 - I) \cdot c = \begin{cases} \xi, & \text{с вероятностью } p, \\ c, & \text{с вероятностью } 1 - p, \end{cases} \quad (3)$$

с функцией распределения

$$F_\rho(u) = p \cdot F_\xi(u) + (1 - p) \cdot F_v = \begin{cases} p \cdot F_\xi(u), & u < c, \\ p \cdot F_\xi(u) + (1 - p), & u \geq c. \end{cases} \quad (4)$$

Рассмотрим множество случайных событий

$$K : (\Omega, A, P) \rightarrow (2^M, 2^{2^M})$$

под M , где $M \subseteq A$ – выделенное конечное множество событий (состоящее из $N = |M|$ событий), 2^M – множество всех подмножеств M [2]. Распределением вероятностей случайного множества K называется набор из 2^N вероятностей: $p_I = \{p(X) = P(K = X), X \in 2^M\}$ – эвентологическое распределение I рода; $p_{II} = \{p_X = P(K \supseteq X), X \in 2^M\}$ – эвентологическое распределение II рода.

Эвентологические распределения I и II рода связаны между собой взаимно-обратными формулами обращения Мёбиуса:

$$p_X = \sum_{X \subseteq Y} p(Y), \quad p(X) = \sum_{X \subseteq Y} (-1)^{|Y|-|X|} p_Y.$$

Случайное множество событий – это случайный элемент со значениями из множества всех подмножеств конечного множества выделенных событий $\mathbf{M}$. Основная идея современной теории случайных множеств² состоит в том, что структура статистических взаимозависимостей подмножеств конечного множества полностью определяется распределением случайного множества, заданного на множестве всех его подмножеств. Распределение случайного множества – это удобный математический аппарат для описания всех способов взаимодействия элементов между собой.

Занумеруем N случайных величин вида (3) элементами множества $\mathbf{M}$ в лексикографическом порядке. Будем рассматривать N -мерный случайный вектор

$$\vec{p} = \{p_x, x \in \mathbf{M}\} = \{I_x \cdot \xi_x + (1 - I_x) \cdot c_x, x \in \mathbf{M}\},$$

где для всех $x \in \mathbf{M}$ ξ_x – н.с.в., $c_x \geq 0$ – константа, а бернуллиевской случайной величине I_x сопоставим индикаторы

$$I_x = \mathbf{1}_K(x) = \begin{cases} 1, & x \in K, \\ 0, & x \notin K. \end{cases}$$

В работе [3] доказана теорема о разложении:

Теорема (о разложении совместного распределения по случайномножественному базису). Пусть $\vec{p} = \{p_x, x \in \mathbf{M}\}$ – случайный вектор, составленный из $N = |\mathbf{M}|$ случайных величин смешанного типа вида (3), с совместной N -мерной функцией распределения $F(u_x, x \in \mathbf{M}) = P\left(\bigcap_{x \in \mathbf{M}} \{p_x < u_x\}\right)$. Тогда для функции $F(u_x, x \in \mathbf{M})$ справедливо разложение

$$F(u_x, x \in \mathbf{M}) = \sum_{X \subseteq \mathbf{M}} F_X(u_x, x \in \mathbf{M}) \cdot p(X), \quad (5)$$

где $F_X(u_x, x \in \mathbf{M}) = P\left(\bigcap_{x \in \mathbf{M}} \{p_x < u_x \mid e_X\}\right)$ – условные функции распределения случайного вектора $\vec{p}$ при условии случайного события $e_X = \left\{\left(\bigcap_{x \in X} \{I_x = 1\}\right) \cap \left(\bigcap_{x \in X^c} \{I_x = 0\}\right)\right\}$, а $p(X) = P(e_X) = P(K = X)$, $X \subseteq \mathbf{M}$, вероятность такого события.

Заметим, что сумма (5) содержит $2^{|\mathbf{M}|}$ слагаемых, каждое из которых представимо как произведение элемента количественной надстройки $\{F_X(u_x, x \in \mathbf{M}), X \subseteq \mathbf{M}\}$ на соответствующий элемент базиса $\{p(X), X \subseteq \mathbf{M}\}$. Таким образом, данная теорема позволяет описывать двухуровневую структуру зависимостей и взаимодействий компонент случайного вектора $\vec{p}$, состоящей из

² Хотя теория случайных множеств имеет хорошо прослеживаемые связи с многомерным статистическим анализом, предмет ее исследований – случайное конечное абстрактное множество – существенно отличается от случайного вектора тем, что принадлежит абстрактным пространствам, не имеющим привычных линейных структур.

- случайно-множественного базиса $\{p(X), X \subseteq M\}$, который отвечает за полную структуру статистических зависимостей и взаимодействий случайных событий,

- и количественной надстройки $\{F_X(u_x, x \in M), X \subseteq M\}$, отвечающей за структуру зависимостей и взаимодействий компонент случайного вектора $\vec{p}$ в количественной надстройке.

Компоненты случайного вектора $\vec{p}$ являются случайными величинами смешанного типа. Можно говорить о том, что случайный вектор $\vec{p}$ конструируется из случайного вектора $\vec{\xi}$, составленного из N н.с.в. $\xi_x, x \in M$, добавлением скачков в точках $\{c_x, x \in M\}$. Таким образом, количественная надстройка – это условные функции распределения, получаемые из совместного распределения случайного вектора $\vec{\xi}$.

Рассмотрим условные функции распределения $\{F_X(u_x, x \in M), X \subseteq M\}$. При наступлении события e_X случайные величины ρ_x из множества $x \in X$ принимают непрерывные значения ξ_x , а случайные величины из множества X^c принимают значения c_x , то

$$F_X(u_x, x \in M) = P\left(\bigcap_{x \in M} \{\rho_x < u_x \mid e_X\}\right) = P\left(\left(\bigcap_{x \in X} \{\xi_x < u_x\}\right) \cap \left(\bigcap_{x \in X^c} \{c_x < u_x\}\right)\right) =$$

Заметим, что с.в. ξ_x и c независимы для любых $x \in M$, то

$$= P\left(\bigcap_{x \in X} \{\xi_x < u_x\}\right) \cdot P\left(\bigcap_{x \in X^c} \{c_x < u_x\}\right) = F_{\xi_X}(u_x, x \in X) \cdot \prod_{x \in X^c} F_{c_x}(u_x),$$

где $X^c = M \setminus X$, $F_{\xi_X}(u_x, x \in X)$ – совместная функция распределения непрерывных случайных величин $\{\xi_x, x \in X\}$, $F_{c_x}(u_x)$ – функция распределения вырожденных случайных величин $\{c_x, x \in M\}$.

Заметим, что всегда $\prod_{x \in X^c} F_{c_x}(u_x) = 1$, когда $u_x \geq c_x$ для всех $x \in X^c$, в противном случае ноль, то есть $\prod_{x \in X^c} F_{c_x}(u_x) = \begin{cases} 1, & u_x \geq c_x, \text{ для всех } x \in X^c \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$

Рассмотрим независимость надстройки. Пусть известны $N = |M|$ маргинальных функций распределения н.с.в. $F_{\xi_x}, x \in M$ и пусть н.с.в. ξ_x независимы в совокупности. Тогда

$$F_{\xi_X}(u_x, x \in X) = \prod_{x \in X} F_{\xi_x}(u_x).$$

Тогда сумма (5) примет вид

$$F(u_x, x \in M) = \sum_{X \subseteq M} \left(\prod_{x \in X} F_{\xi_x}(u_x) \right) \cdot \left(\prod_{x \in X^c} F_{c_x}(u_x) \right) \cdot p(X). \quad (6)$$

Далее, предположим независимость базиса. Эвентологическое распределение множества событий $\mathbf{M}$ независимого в совокупности³ имеют для $X \subseteq \mathbf{M}$ вид [4]:

$$p(X) = \prod_{x \in X} p_x \prod_{x \in X^c} (1 - p_x),$$

Тогда сумма (6) примет вид

$$F(u_x, x \in \mathbf{M}) = \sum_{X \subseteq \mathbf{M}} \left(\prod_{x \in X} F_{\xi_x}(u_x) \right) \cdot \left(\prod_{x \in X^c} F_{c_x}(u_x) \right) \cdot \prod_{x \in X} p_x \prod_{x \in X^c} (1 - p_x). \quad (7)$$

Совместное распределение случайного вектора $\{\rho_x, x \in \mathbf{M}\}$ является входными данными для ряда практических задач [1, 2]. Согласно теореме о разложении для оценки совместного распределения случайного вектора $\{\rho_x, x \in \mathbf{M}\}$ нам необходимо уметь решать две следующие задачи:

- задача 1 – аппроксимация эвентологического распределения I рода, которое в нашей модели играет роль случайно-множественного базиса (2^N - параметров);
- задача 2 – моделирование совместного распределения непрерывного случайного вектора $\{\xi_x, x \in \mathbf{M}\}$.

Таким образом, проблема моделирования совместного распределения случайного вектора смешанных случайных величин перенеслась из области определения многомерной функции распределения в область оценки ее параметров.

Как правило, по реальной статистике мы можем оценить только $2N$ параметров:

- N вероятностей II рода $p_{\Pi} = \{p_x, X \in 2^{\mathbf{M}}\}$
- и N индивидуальных функций распределения $F_{\xi_x}(u_x, x \in \mathbf{M})$.

Для решения первой задачи мы использовали методы теории мультиковариаций и теории широкой зависимости [4–7], аппроксимируя случайно-множественный базис, путём сокращения размерности исходных параметров.

Если случайные величины независимы, то их совместная функция распределения определяется через произведение маргинальных. В противном случае для описания зависимости между случайными величинами вторая задача может быть решена с помощью копулы [8], которая связывает совместную функцию распределения множества случайных величин с их маргинальными функциями распределения.

Библиографические ссылки

1. Каас Р., Гувертс М., Дэнэ Ж., Денут М. Современная актуарная теория риска: пер. с англ. – М.: Янус-К, 2007. – 376 с.
2. Воробьев О. Ю., Семенова Д. В. Портфельный сет-анализ случайных событий. – Красноярск: Краснояр. гос. ун-т, 2005. – 106 с.

³ Отдельные события в таком множестве могут иметь произвольные вероятности $p_x = P(x)$, а все подмножества событий, имеющие мощность не меньше двух, независимы в классическом смысле.

3. Семенова Д. В., Лукьянова Н. А. Распределения двухпараметрических дискретно-непрерывных случайных величин // Труды XI Международ. ФАМЭБ конференции по финансово-актуарной математике и эвентологии безопасности. – Красноярск: НИИППБ, СФУ, 2012. – С. 347-353.
4. Воробьев О. Ю.. Эвентология. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2007. – 435 с.
5. Воробьев А. О. Мультиковариации и многоточечно зависимые распределения случайных множеств // Труды I Всерос. ФАМ.– Красноярск:КрасГУ, 2004.–Ч.1.– С. 21–24.
6. Воробьев О. Ю. Широкая зависимость событий и аппроксимация эвентологических распределений широко-мультипликативными сет-функциями // Труды VIII Международ. ФАМ конференции, 2009. – Красноярск: СФУ. – Ч. 1. – С. 101-122.
7. Vorobyev O. Yu., Lukyanova N. A. Properties of the entropy of multiplicative-truncated approximations of eventological distributions. Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics . – Vol. 4. – No. 1. – Krasnoyarsk, Russia, 2011. – P. 50–60.
8. Semenova D. V. About distributions of bipartite random vectors // Proc. of the IASTED Int. Conf. on ACIT - Control, Diagnostics, and Automation (ACIT-CDA 2010), Vol. 692. – Novosibirsk, Russia, 2010. – P. 306-312.

СРАВНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ И ТОЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ СМО $MAR^{(2)}|M_2|^\infty$

И. А. Синякова, С. П. Моисеева

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО) $MAR^{(2)}|M_2|^\infty$ с двумя блоками обслуживания, каждый из которых содержит неограниченное число обслуживающих приборов. На вход системы поступает МАР-поток (Markovian Arrival Process) сдвоенных заявок $MAR^{(2)}$, управляемый цепью Маркова $k(t)$ с матрицей инфинитезимальных характеристик Q , и заданный набором неотрицательных чисел λ_k и вероятностями $d_{k_1 k_2}$. В момент наступления событий в рассматриваемом потоке в систему одновременно поступают две заявки [1].

Дисциплина обслуживания определяется тем, что одна из этих заявок поступает в первый, другая – во второй блок обслуживания и занимает любой из свободных приборов, на котором выполняется её обслуживание в течение случайного времени, распределённого по экспоненциальному закону с параметрами μ_1 и μ_2 соответственно.

Поставим задачу исследования двумерного случайного процесса $\{i_1(t), i_2(t)\}$, характеризующего число занятых приборов в момент времени t соответственно в первом и втором блоках обслуживания.

При непуассоновском входящем потоке процесс $\{i_1(t), i_2(t)\}$ является немарковским, но для марковизируемого МАР-потока трёхмерный случайный процесс $\{k(t), i_1(t), i_2(t)\}$ является цепью Маркова, что позволяет, применяя методы исследования марковских процессов, найти совместное распределение вероятностей

$$P(k, i_1, i_2, t) = P\{k(t) = k, i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\},$$

где $k(t)$ – состояние управляющей МАР-поток цепи Маркова.

Для распределения вероятностей $P(k, i_1, i_2, t)$ получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(k, i_1, i_2, t)}{\partial t} = & (-\lambda_k - i_1 \mu_1 - i_2 \mu_2 + q_{kk}) P(k, i_1, i_2, t) + \lambda_k P(k, i_1 - 1, i_2 - 1, t) + \\ & + (i_1 + 1) \mu_1 P(k, i_1 + 1, i_2, t) + (i_2 + 1) \mu_2 P(k, i_1, i_2 + 1, t) + \\ & + \sum_{v \neq k} \{P(v, i_1, i_2, t)(1 - d_{vk}) + P(v, i_1 - 1, i_2 - 1, t) d_{vk}\} q_{vk}. \end{aligned} \quad (1)$$

Используя характеристические функции вида

$$H(k, u, w) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} e^{ju i_1} e^{jw i_2} P(k, i_1, i_2)$$

и введя обозначения: $\mathbf{H}(u, w) = [H(1, u, w), H(2, u, w), \dots]$ – вектор-строка, $\mathbf{Q}$ – матрица инфинитезимальных характеристик q_{vk} , $\mathbf{\Lambda}$ – диагональная матрица с элементами λ_k по главной диагонали, $\mathbf{A}$ – матрица из элементов $d_{k_1 k_2} q_{k_1 k_2}$, $\mathbf{B} = \mathbf{\Lambda} + \mathbf{A}$, запишем систему дифференциальных уравнений для характеристических функций $H(k, u, w)$ в матричном виде

$$\begin{aligned} \mu_1 j(e^{ju} - 1) \frac{\partial \mathbf{H}(u, w)}{\partial u} + \mu_2 j(e^{jw} - 1) \frac{\partial \mathbf{H}(u, w)}{\partial w} = \\ = \mathbf{H}(u, w) \{ \mathbf{Q} + (e^{j(u+w)} - 1) \mathbf{B} \}, \\ \mathbf{H}(0, 0) = \mathbf{R} = [\mathbf{R}(1), \mathbf{R}(2), \dots]. \end{aligned} \quad (2)$$

В результате исследования системы $\text{MAP}^{(2)} | M_2 | \infty$ были получены:

– среднее число занятых приборов в первом и втором блоках обслуживания

$$m_1 = \frac{1}{\mu_1} \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}; \quad m_2 = \frac{1}{\mu_2} \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E};$$

– начальный момент второго порядка числа занятых приборов в первом блоке обслуживания

$$\overline{\mathbf{m}}_1^2 = \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} \{ \mathbf{I} + [\mu_1 \mathbf{I} - \mathbf{Q}]^{-1} [\mu_1 \mathbf{I} + 2\mathbf{\Lambda}] \} \{ 2\mu_1 \mathbf{I} - \mathbf{Q} \}^{-1} \mathbf{E};$$

– начальный момент второго порядка числа занятых приборов во втором блоке обслуживания

$$\overline{\mathbf{m}}_2^2 = \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} \{ \mathbf{I} + [\mu_2 \mathbf{I} - \mathbf{Q}]^{-1} [\mu_2 \mathbf{I} + 2\mathbf{\Lambda}] \} \{ 2\mu_2 \mathbf{I} - \mathbf{Q} \}^{-1} \mathbf{E};$$

– корреляционный момент двумерного случайного процесса $\{i_1(t), i_2(t)\}$

$$m = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} (\mathbf{R} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E} + (\overline{\mathbf{m}}_1 + \overline{\mathbf{m}}_2) \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}),$$

где вектор-строки $\overline{\mathbf{m}}_1$, $\overline{\mathbf{m}}_2$ определяются выражениями:

$$\overline{\mathbf{m}}_1 = \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} [\mu_1 \mathbf{I} - \mathbf{Q}]^{-1}, \quad \overline{\mathbf{m}}_2 = \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} [\mu_2 \mathbf{I} - \mathbf{Q}]^{-1}.$$

Используя полученные результаты, можно показать влияние параметров времени обслуживания на изменение значений коэффициента корреляции (табл. 1).

Таблица 1

Изменение значений коэффициента корреляции

$\mu_2 \backslash \mu_1$	1	0,5	0,1	0,01
1	0,506	0,479	0,293	0,101
0,5	0,479	0,509	0,381	0,142
0,1	0,293	0,381	0,513	0,295
0,01	0,101	0,142	0,295	0,514

Из таблицы 1 видно, что наибольшая зависимость изучаемых процессов достигается при одинаковых параметрах времени обслуживания, коэффициент корреляции в этом случае равен 0,5. Очевидно, что с увеличением разницы между временами обслуживания зависимость процессов, характеризующих число занятых приборов в каждом блоке, уменьшается.

Также исследование системы $MAR^{(2)}|M_2|_\infty$ проводилось методом асимптотического анализа в условии растущего времени обслуживания [3], в результате чего записали асимптотическую характеристическую функцию, имеющую вид двумерной характеристической функции гауссовского распределения:

$$h_2(u, w) = \exp \left\{ ju \frac{\kappa_1}{\mu_1} + jw \frac{\kappa_1}{\mu_2} + \frac{j^2}{2} \left(\frac{u}{\sqrt{\mu_1}} + \frac{w}{\sqrt{\mu_2}} \right)^2 \kappa_2 \right\}.$$

Полученных результатов достаточно для сравнения точных и асимптотических характеристик системы $MAR^{(2)}|M_2|_\infty$ для каждого блока обслуживания (табл. 2).

Таблица 2

Сравнение точных и асимптотических характеристик

для первого блока обслуживания

μ_1	0,5		0,2		0,05		0,01	
	Точные	Асимп.	Точные	Асимп.	Точные	Асимп.	Точные	Асимп.
Математическое ожидание	3,955	3,955	9,887	9,887	39,547	39,547	197,733	197,733
Дисперсия	4,918	5,414	12,912	13,535	53,426	54,142	269,964	270,708

для второго блока обслуживания

μ_2	1		0,1		0,02		0,001	
	Точны е	Асимп .	Точные	Асимп .	Точны е	Асимп.	Точные	Асимп.
Математи -ческое ожидание	1,977	1,977	19,773	19,773	98,867	98,867	1977,33 3	1977,33 3
Дисперсия	2,337	2,707	26,389	27,071	134,617	135,35 4	2706,33 3	2707,08 4

Из таблицы 2 можно сделать вывод, что при уменьшении параметров времени обслуживания асимптотические результаты приближаются к точным.

Библиографические ссылки

1. Гарайшина И. Р., Моисеева С. П., Назаров А. А. Методы исследования коррелированных потоков и специальных систем массового обслуживания. – Томск: НТЛ, 2010. – 204 с.
2. Назаров А. А., Терпугов А. Ф. Теория массового обслуживания: учеб. пособие. – Томск: Изд-во НТЛ, 2004. – 228 с.
3. Назаров А. А., Моисеева С. П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: НТЛ, 2006. – 112 с.

ПОСТРОЕНИЕ КЛАССА ПОТОКОВ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ, ОРИЕНТИРОВАННЫХ НА ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Н. А. Филимонова

*Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики*

В работах по передаче данных существенное внимание уделяется статистическим характеристикам сумм случайных потоков [1]. При этом тенденцией является переход от потоков специального вида к потокам более общего вида, что позволяет осуществлять более детальное моделирование элементарных потоков, см. [2, 3, 4]. Особый интерес проявляется к потокам, вероятностные распределения сумм которых сходятся к неким предельным распределениям. Вопрос о возможности усложнения модели потоков при сохранении свойства сходимости в настоящее время является открытым. Теоретические результаты, полученные для специальных типов потоков, оцениваются как крупные достижения, см., например, [4, 5, 6, 7].

Условия сходимости сумм потоков к нормальному получены в подавляющем большинстве случаев в терминах величин, определить которые можно либо путем решения нетривиальных задач теории вероятности, либо путем накопления статистики в действующей сети, что также представляет собой нетривиальную задачу, в данном случае, статистики [8]. Например, необходимые и достаточные условия сходимости из [7] требуют знания вероятности появления на данном временном интервале заданного количества импульсов. Преодоление указанных препятствий возможно на

пути применения теории случайных потоков однородных событий, развитых в работах [2, 9]. В указанных работах предложена модель суммируемых потоков, параметром которых является интенсивность суммируемых потоков. Эта величина - интенсивность суммируемых потоков, имеет простой физический смысл и допускает возможность расчета или прогноза в рамках инженерного подхода [2, 10].

Эмпирические результаты свидетельствуют, что при наличии сходимости вероятностных распределений суммы случайных величин к предельным распределениям свойство сходимости проявляется при не слишком большом числе слагаемых. В классических задачах математической статистики рекомендуемый минимальный объем выборки равен 250 [11]. Современные быстродействующие ЭВМ позволяют производить обработку гораздо большего количества данных за малое время и с высокой достоверностью обнаруживать наличие свойства сходимости сумм случайных потоков к предельным потокам (разумеется, если таковые предельные потоки существуют). В связи с чем ЭВМ превратилась в эффективный инструмент экспериментального исследования в теории случайных процессов, в частности, процессов передачи данных.

Экспериментальные данные свидетельствуют, что случайные потоки данных в компьютерных сетях отличны от классических. В особенности это относится к данным, уходящим с компьютера индивидуального пользователя. В связи с чем разработка и анализ моделей случайных потоков, пригодных для описания потоков от индивидуальных пользователей, является актуальной задачей.

1. Постановка задачи

В работе [2] был рассмотрен класс случайных процессов, основной характеристикой которых является интенсивность суммируемых потоков. Вследствие чего результаты указанной работы можно использовать при описании потоков с достаточно произвольным распределением и с последствием. Предложенная схема позволяет рассматривать сумму потоков весьма общего вида и даёт, в частности, возможность моделировать при помощи одного потока специфическую работу одного абонента, а суммарный поток позволяет анализировать работу группы абонентов. Метод, предложенный в [2], позволяет рассматривать как бесконечно большие, так и конечные группы абонентов и основан на использовании характеристик, имеющих ясный инженерный смысл. Его можно характеризовать как конструктивный метод. Использование ЭВМ дает возможность сделать еще один шаг к практическому использованию разработанного метода и реализовать идеи [2] в численном варианте, а именно задачу построения подмножества случайных процессов. Строго говоря, встаёт задача построения подмножества описанных в [2] случайных процессов, реализуемых на ЭВМ и пригодных для моделирования достаточно широкого класса процессов, возникающих на практике.

Решение поставленных задач в общем случае вряд ли возможно в силу общности рассмотрения вопроса в [2]. Однако для достаточно широкого класса процессов это удастся сделать.

Основным требованием к рассматриваемым потокам случайных событий является требование существования интенсивности потоков случайных событий, определяемой для одного потока как

$$\mu(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \sum_{k=1}^{\infty} k p(k, t, \tau), \quad (1)$$

где $p(k, t, \tau)$ – вероятность появления k событий на интервале $[t, t + \delta]$.

Вопрос о достаточных условиях выполнения (1) в общем случае рассмотрен в [2, 9]. Для наших целей желательно иметь условие выполнения (1) в терминах моделируемых далее величин – функций распределения. В работе показано, что условие (1) оказывается выполненным, если вероятность появления s -го события обладает непрерывной дифференциальной функцией распределения $f_s(t)$, ограниченной по величине некоторой постоянной, и функция распределения последующего события может быть зависима от предыдущего события (то есть предыдущее событие влияет на последующее только путем изменения параметров функции распределения последующего события).

Работа [2] предполагает ограниченность интенсивности суммы потоков. Для интерпретации приводимых ниже статистических результатов полезной оказывается интерпретация этого условия в терминах числа событий. Именно из требования конечности, интенсивности и суммы событий следует, что при увеличении числа суммируемых потоков среднее число событий, точнее, математическое ожидание числа событий на конечном интервале, остается ограниченным.

2. Алгоритм генерирования случайного процесса на ЭВМ

Основной целью статьи является разработка алгоритма генерирования достаточно широкого подкласса случайных процессов, описанных [2]. Алгоритм должен допускать по возможности достаточно простую реализацию на языке программирования и сохранять основные общие свойства описанных в [2] процессов.

2.1. Генерирование интервала появления следующего события

Задавался интервал времени L . На нем задавалась функция распределения вероятности появления события. Интервал L дискретизировался с шагом Δt , и вероятность появления события на этом

шаге рассчитывалась как $p(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t - \Delta t)} \Delta t$, где $f(t)$ дифференциальная,

а $F(t)$ – интегральная функция распределения. Величина $p(t)$ имеет смысл условной вероятности появления события на интервале $(t, t + \Delta t)$ при условии, что на интервале $(0, t)$ событие не появилось. При этом вероятность независимого появления события на малом интервале $(t, t + \Delta t)$ приближенно

равна $f(t)\Delta t$. При необходимости более точных вычислений следует вместо $f(t)\Delta t$ использовать интеграл $\int_t^{t+\Delta t} f(\tau)d\tau$.

При описанном задании вероятность появления события определяется функцией распределения, а не параметром L , который имеет техническое значение (L должен выбираться достаточно большим, а именно таким, чтобы выполнялось условие $F(L)=1$, то есть L должен выбираться с учетом вида функции распределения моделируемого случайного события).

Функция распределения может задаваться различной для разных потоков. Генерирование последовательности случайных событий производится по обычной итерационной схеме:

- Генерирование времени появления первого события t_1 .
- Генерирование времени появления $k+1$ -го события t_{k+1} производится на интервале $(t_k, t_k + L)$.

2.2. Один способ добиться выполнения условия (1)

Для сходимости суммы (1) суммируемые величины должны уменьшаться. Поскольку интенсивность одного потока в нашем случае равна $p(k, t, 0)$, то можно уменьшать эту величину. Последнее может быть достигнуто «растяжением» времени в функциях распределения $f(t)$ и $F(t)$. При рассмотрении конечного числа слагаемых, что является необходимым условием реализации рассматриваемых случайных процессов на ЭВМ, условие (1) заменяется на условие ограниченности конечных сумм:

$$\sum_{k=1}^N kp(k, t, \tau) < C, \quad (4)$$

где постоянная C не зависит от числа слагаемых N в левой части (4). Выполнение условия (4) можно также добиться «растяжением» времени. В данном случае возможно растяжение времени пропорционально числу слагаемых N .

2.3. Моделирование последействия при помощи цепи Маркова

Схема из [2] допускает наличие последействия между событиями. Эффективным средством реализации свойства последействия являются цепи Маркова [11]. Пусть $\mathbf{p}_i$ и $\mathbf{p}_j$ некоторые характеристики случайной величины, описанной в предыдущем разделе (например, математические ожидания или дисперсии, но это могут быть и более сложные объекты, например, не параметрически заданные функции распределения). В соответствии с выбранной моделью будем считать, что на следующем шаге характеристика случайного процесса $\mathbf{p}_i$ заменяется на характеристику $\mathbf{p}_j$ с вероятностью p_{ij} .

Данные два алгоритма позволяют построить программу для ЭВМ, моделирующую случайные процессы, описанные в [2] с заданными параметрами. К числу параметров относятся: интенсивности потоков; количество суммируемых потоков; интервал наблюдения; количество повторных испытаний.

3. Описание программы моделирования

3.1. Структура программы

Программа для ЭВМ написана на языке Си и содержит следующие основные блоки и функции:

- функция задания дифференциальной функции распределения $f(t)$;
- функция расчета интегральной функции распределения $F(t)$;
- функция расчета случайного момента времени появления очередного события;
- блок генерирования одного случайного потока;
- блок суммирования потоков и формирования массива событий;
- блок расчета интервалов времени между соседними событиями;
- блок прогонов программы заданное число раз и обработки статистических данных;
- блоки вспомогательного назначения (ввода-вывода, в том числе графического, и т.п.).

Библиографические ссылки

1. Мархасин А. Б. Архитектура радиосетей передачи данных. – Новосибирск: Наука, 1984.
2. Мархасин А. Б. О суммировании нестационарных потоков событий с последствием в информационных сетях // В сб.: Системное моделирование - 10. Ред. М.И. Нечипуренко. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. – С. 98-112.
3. Назаров А. А., Лапатин И. Л. Асимптотически пуассоновские МАР-потоки // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2010. – № 4(13). – С. 72-78.
4. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: КомКнига, 2005. – 400 с.
5. Хинчин А. Я. Математические методы теории массового обслуживания // Труды Мат. ин-та им. В.А. Стеклова АН СССР, 1955. – Т. 49. – С. 1-123.
6. Григелионис Б. И. Уточнение многомерной предельной теоремы о сходимости к закону Пуассона // Литовский матем. сб., 1962. – Т. 2. – № 2. – С. 143-148.
7. Григелионис Б. И. О сходимости сумм ступенчатых случайных потоков к пуассоновскому // Теор. вероятности и ее применения. 1963. – Т. 8. – № 2. – С. 189-194.
8. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательностей событий. – М.: Мир, 1969.
9. Мархасин А. Б. Свойства одного класса нестационарных случайных потоков с последствием // В сб.: Большие системы. Массовое обслуживание. Надежность. 1970. – С. 326-337.
10. Лившиц Б. С., Фидлин Я. В., Харкевич А. Д. Теория телефонных и телеграфных сообщений. – М.: Связь, 1971.
11. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшее образование, 2008.
12. Мархасин А. Б. Экспериментальное исследование потока сообщений на карьерах // В сб.: Автоматическое управление в горном деле / под ред. М.М. Савкина. С. 133-139.
13. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и механике. – М.: Мир, 1995.
14. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1969.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ПОТОКА ДАННЫХ В ИНТЕРНЕТЕ

Н. А. Филимонова

*Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики
г. Красноярск*

Введение

Исследование случайных потоков в сетях передачи дискретных потоков данных привлекает внимание начиная с классических работ А. К. Эрланга [1] и К. Пальма [2]. Существенное внимание уделяется вопросу суммирования элементарных случайных потоков – потоков от единичных пользователей [3–6].

По мере усложнения систем передачи данных предположение о простейшей форме случайного потока начинает не выполняться [5–9]. В связи с чем необходимо переходить к потокам более общего вида, что позволяет осуществлять более адекватное моделирование процессов в сетях передачи данных, см. [8–10].

Особый интерес проявляется к потокам, вероятностные распределения сумм которых сходятся к неким предельным распределениям [11–15]. Исследование случайных потоков может быть проведено на ЭВМ [16], что, разумеется, не снижает ценности математических методов их исследования.

Моделирование потоков на ЭВМ требует наличия моделей потоков. То есть необходимо знать характеристики элементарных (единичных) случайных потоков, образующих затем суммы случайных потоков.

В данной работе проводится экспериментальное исследование выходного потока от персональной ЭВМ. Поток, теоретически, может строиться, исходя из протоколов работы различных служб Интернета и локальных сетей. Однако взаимодействие этих протоколов, как между собой, так и с внешней средой, настолько сложно и подвержено столь многим случайным воздействиям, что задача оказывается очень сложной. В этой связи представляется оправданным чисто статистический анализ, то есть сбор данных о трафике пользователя и последующий статистический анализ данных.

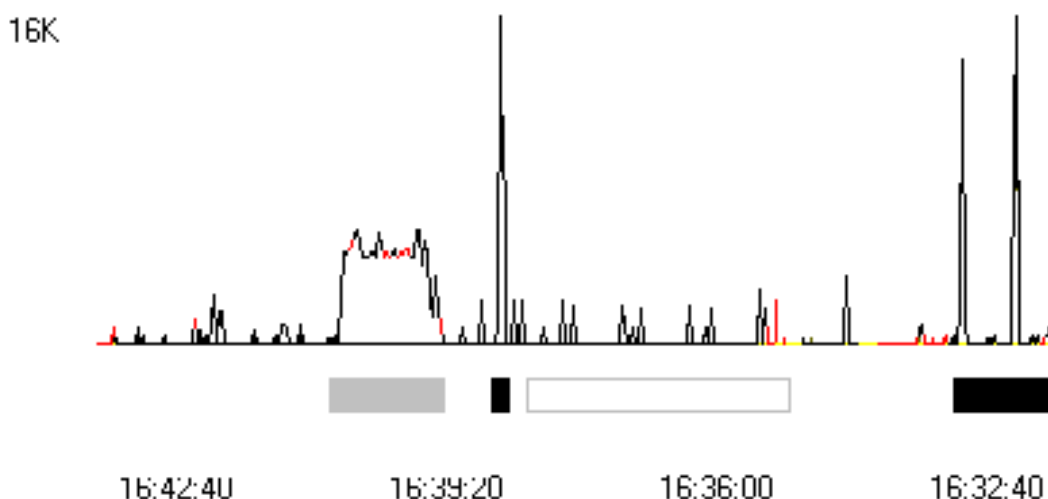
1. Постановка задачи

Целью работы является изучение характерных свойств элементарного потока данных, в данном случае – потока данных, создаваемых работой одного пользователя.

Автор разделяет входной и выходной потоки и в данной работе ограничился рассмотрением только выходного потока ЭВМ, что делается и другими авторами (см., например, [5, 6]).

Основными характеристиками потоков являются: время между событиями (сек.), скорость передачи данных (К/сек.).

Простой взгляд на фрагмент трафика единичного пользователя (см. рис.) позволяет заметить, что структура трафика существенно неоднородна.



Фрагмент выходного сетевого трафика ЭВМ единичного пользователя

В трафике явно выделяются непрерывные (выделены серым прямоугольником снизу) и дискретные фрагменты. В свою очередь, они также имеют различия. На рисунке видны независимые дискретные события (выделены черным прямоугольником снизу) и фрагмент потока, который может быть оценен как квазипериодический (выделены белым прямоугольником снизу). Элементарный поток от единичного пользователя представляет собой набор фрагментов разнообразных случайных потоков – от простейших дискретных потоков до непрерывных потоков. Будучи последовательностью фрагментов столь различных потоков, он является существенно нестационарным. Потоки такого вида являются неклассическими. Потоки такого вида, в частности, суммирование таких потоков, рассматривалось в [8].

2. Методика исследования трафика и сбора статистики

Использовалась программа учета трафика TrafAdmin. Программа TMeter – это средство учета трафика и организации доступа в Интернет для операционных систем Microsoft Windows. Из документации на программе TrafAdmin [17]: «Используя TMeter, Вы можете производить гибкий и точный подсчет трафика по любому признаку (IP-адрес источника/назначения, протокол, порт и т. д.) в реальном масштабе времени с немедленным выводом на экран собранной статистики в графическом или цифровом виде».

3. Структура элементарного потока – последовательность элементарных фрагментов. Характерные элементарные фрагменты

Целью проводимых автором исследований является изучение суммы случайных потоков, возникающих в сетях передачи данных, в частности Интернете, путем построения моделей элементарных потоков, пригодных для реализации на ЭВМ и последующего исследования их сумм методами статистического анализа. Первым шагом в этой программе является

построение моделей элементарных потоков, установление их характеристик. В данной работе строятся модели элементарных потоков в Интернете.

Собраны статистические данные для следующих видов работ с интернет-приложениями:

- работа с почтовой программой через удаленный почтовый сервер;
- просмотр Web-сайтов;
- использование аудиовидеопрограммы Skype;
- пересылка файлов;
- обмен ЭВМ с сетью.

На основе обработки собранных статистических данных предложены модели выходных потоков, возникающих при работе с указанными интернет-приложениями.

Также было проведено исследование наложения потоков – суммарный поток при одновременном выполнении нескольких интернет-приложений. При наложении процессов их скорости передачи суммируются. Данный факт был проверен для большого числа случаев наложения потоков данных. Вывод справедлив при условии, что потоки не исчерпывают пропускной способности канала.

Библиографические ссылки

1. Erlang A. K. Sandsynlighedsregning af Telefonsamtaler // *Nyt Tidsskrift for Matematik B*, 1909. – V. 20. – P. 33-39 (Calculus des probabilités et conversations téléphoniques, *Revue general de l'Electricite*, 1925. – V. 18. – P. 305–311).
2. Palm C. Intensity variations in telephone traffic. North-Holland, Amsterdam, 1988 (book edition of Ph.D. thesis of 1943, transl. from German to English by C. Jacobæus).
3. Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. – М.: Физматгиз, 1963.
4. Лившиц Б. С., Пшеничников А. П., Харкевич А. Д. Теория телетрафика. – М.: Связь, 1979.
5. Александров А. М. О выходящих потоках некоторых систем массового обслуживания // *Труды Ленинградского политехнического института*, 1966. – Т. 275. – С. 18–21.
6. Колоусов Д. В., Назаров А. А. Исследование выходящего потока локальной вычислительной сети с протоколом случайного доступа // *Вестник ТГУ*, 2002. – №275. – С. 193–194.
7. Мархасин А. Б. Архитектура радиосетей передачи данных. – Новосибирск: Наука, 1984.
8. Мархасин А. Б. О суммировании нестационарных потоков событий с последствием в информационных сетях // В сб.: Системное моделирование / под ред. М.И. Нечипуренко. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. – С. 98–112.
9. Назаров А. А., Лапатин И. Л. Асимптотически пуассоновские МАР-потоки // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. – 2010. – № 4(13). – С. 72-78.
10. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: КомКнига, 2005. – 400 с.
11. Хинчин А. Я. Математические методы теории массового обслуживания // *Труды Мат. ин-та им. В.А. Стеклова АН СССР*. – 1955. – Т. 49. – С. 1–123.

12. Григелионис Б. И. Уточнение многомерной предельной теоремы о сходимости к закону Пуассона // Литовский матем. сб. – 1962. – Т. 2. – № 2. – С. 143–148.
13. Григелионис Б. И. О сходимости сумм ступенчатых случайных потоков к пуассоновскому // Теор. вероятности и ее применения. – 1963. – Т. 8. – № 2. – С. 189–194.
14. Кокс Д., Льюис П. Статистический анализ последовательностей событий. – М.: Мир, 1969.
15. Мархасин А. Б. Свойства одного класса нестационарных случайных потоков с последствием // В сб.: Большие системы. Массовое обслуживание. Надежность. – 1970. – С. 326–337.
16. Филимонова Н. А. Построение и исследование класса потоков случайных событий, ориентированных на имитационное моделирование передачи данных в беспроводных сетях // Вестник СибГУТИ. – 2012. – № 2.
17. <http://www.tmeter.ru/>
18. Borovkov A. A., Borovkov K. A. Asymptotic Analysis of Random Walks Heavy-Tailed Distributions. Encyclopedia of Mathematics and its Applications (No. 118). – Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
19. Жуков А. В, Аминова И. В. Исследование сетевого трафика web-ресурса www.energy-links.com // <http://morozov.krc.karelia.ru/articles/energy-links/index.htm>.

ИССЛЕДОВАНИЕ n -ФАЗНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕОГРАНИЧЕННЫМ ЧИСЛОМ ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ПРИБОРОВ

А. А. Чекрыжев, И. Р. Гарайшина

Кемеровский государственный университет

Филиал в г. Анжеро-Судженске

Рассмотрим n -фазную систему массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов, на вход которой поступает пуассоновский поток заявок с параметром $\lambda(t)$. Поступившая заявка занимает одну из свободных линий, последовательно выполняя обслуживание, начиная с первой фазы. Линия считается занятой, когда занята одна из её фаз. Завершив обслуживание на k -ой фазе ($k = \overline{1, n-1}$), заявка с вероятностью r_k переходит на следующую фазу для продолжения обслуживания, с вероятностью r_{k2} возвращается на повторное обслуживание на k -ой фазе или покидает систему с вероятностью $1 - r_k - r_{k2}$. Продолжительности фаз обслуживания стохастически независимы друг от друга. Считаем, что время обслуживания на k -ом приборе ($k = \overline{1, n}$) имеет произвольную функцию распределения $B_k(x)$.

Поставим задачу нахождения распределения вероятностей числа заявок, находящихся на обслуживании в рассматриваемой системе. В соответствии с методом предельной декомпозиции [1, 2] разделим входящий поток по полиномиальной схеме на N независимых простейших потоков с параметром $\lambda(t) / N$. Заявка каждого полученного потока направляется для обслуживания в однолинейную СМО на свободную линию. Таким образом,

получаем совокупность N однолинейных n -фазных систем массового обслуживания, на вход каждой из которых поступает простейший поток с параметром $\lambda(t) / N$.

Введём следующие обозначения для описания состояния однолинейной СМО: $k(t)$ – состояние линии, при этом $k(t) = 0$, если линия свободна, $k(t) = k$, если линия занята, заявка находится на k -ой фазе обслуживания; $z(t)$ – длина интервала от настоящего момента времени t до момента окончания текущего обслуживания, если линия занята.

Составим прямую систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(0,t,N)}{\partial t} &= -\frac{\lambda(t)}{N} P(0,t,N) + \sum_{k=1}^n \frac{\partial P(k,\Delta t,t,N)}{\partial z} (1 - r_k - r_{k2}) + \\ &\quad + \frac{\partial P(n,0,t,N)}{\partial z}, \\ \frac{\partial P(1,z,t,N)}{\partial t} &= \frac{\partial P(1,z,t,N)}{\Delta z} - \frac{\partial P(1,0,t,N)}{\Delta z} + \frac{\partial P(1,0,t,N)}{\Delta z} r_{12} B_1(z) + \\ &\quad + P(0,t,N) \frac{\lambda(t)}{N} B_1(z), \\ \frac{\partial P(k,z,t,N)}{\partial t} &= \frac{\partial P(k,z,t,N)}{\partial z} - \frac{\partial P(k,0,t,N)}{\partial z} + \frac{\partial P(k-1,0,t,N)}{\partial z} r_{k-1} B_k(z) + \\ &\quad + \frac{\partial P(k,0,t,N)}{\partial z} r_{k2} B_k(z) \quad (k = \overline{2,n}). \end{aligned} \quad (1)$$

Решение вышеприведенной системы (1) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} P(0,t,N) &= 1 - \frac{1}{N} F(0,t) + o(N^{-2}), \\ P(1,z,t,N) &= \frac{1}{N} F(1,z,t) + o(N^{-2}), \\ P(k,z,t,N) &= \frac{1}{N} F(k,z,t) + o(N^{-2}). \end{aligned} \quad (2)$$

Подставив предложенный вид решения в систему (1) и выполнив замену

$$\frac{\partial F(k,0,t)}{\partial z} = h_k(t), (k = \overline{1,n}),$$

получим систему (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(0,t)}{\partial t} &= \lambda(t) - \sum_{k=1}^n h_k(t) (1 - r_k - r_{k2}) - h_n(t), \\ \frac{\partial F(1,z,t)}{\partial t} &= \frac{\partial F(1,z,t)}{\partial z} + h_1(t) (r_{12} B_1(z) - 1) + \lambda(t) B_1(z), \\ \frac{\partial F(k,z,t)}{\partial t} &= \frac{\partial F(k,z,t)}{\partial z} + h_{k-1}(t) r_{k-1} B_k(z) + h_k(t) (r_{k2} B_k(z) - 1), k = \overline{2,n}. \end{aligned} \quad (3)$$

Найдем решение системы (3), считая, что в начальный момент времени система была пуста, то есть $P(0, 0, N) = 1$, следовательно, $F(0, 0) = 0$, $F(k, z, 0) = 0$:

$$F(0, t) = \int_0^t \lambda(s) ds - \sum_{k=1}^n (1 - r_k - r_{k2}) \int_0^t h_k(s) ds - \int_0^t h_n(s) ds, \quad (4)$$

$$F(1, z, t) = - \int_0^t h_1(s) ds + \int_0^t \lambda(s) B_1(t + z - s) ds + r_{12} \int_0^t h_1(s) B_1(t + z - s) ds, \quad (5)$$

$$F(k, z, t) = r_{k-1} \int_0^t h_{k-1}(s) B_k(t + z - s) ds + \int_0^t h_k(s) (r_{k2} B_k(t + z - s) - 1) ds. \quad (6)$$

Из равенств (5) и (6) получаем уравнения для $h_k(t)$ вида

$$h_1(t) = \int_0^t \lambda(s) \beta_1(t - s) ds + r_{12} \int_0^t h_1(s) \beta_1(t - s) ds, \quad (7)$$

$$h_k(t) = r_{k-1} \int_0^t h_{k-1}(s) \beta_k(t - s) ds + r_{k2} \int_0^t h_k(s) \beta_k(t - s) ds \quad (k = \overline{2, n}), \quad (8)$$

для решения которых используем операционный метод.

Равенства (4), (5), (6) с учетом (7), (8) определяют решение системы (3).

В результате перехода от рассмотренной однолинейной системы к исходной системе с неограниченным числом линий обслуживания получаем производящую функцию числа занятых приборов вида

$$H(x_1, \dots, x_n, t) = \prod_{k=1}^n \exp((x_k - 1)F(k, t)).$$

Полученное выражение производящей функции позволяет получить основные вероятностные характеристики рассматриваемого процесса.

Библиографические ссылки

1. Гарайшина И. Р., Моисеева С. П., Назаров А. А. Методы исследования коррелированных потоков и специальных систем массового обслуживания. – Томск: НТЛ, 2010. – 204 с.
2. Захорольная И. А. Исследование математических моделей потоков в системах с неограниченным числом линий методом предельной декомпозиции: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18: защищена 17.05.2012. – Томск, 2012. – 170 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

<i>Афонасенко А. В.</i> Программная система оценки параметров излучения в режиме филаментации по изображению.....	3
<i>Бабанов А. М.</i> Базовые и производные ограничения целостности в ERM-модели данных.....	4
<i>Букина Е. Б., Романенко Л. А.</i> Создание электронных ресурсов для уроков химии с использованием программного обеспечения ActivInspire.....	9
<i>Бунаков П. Ю., Колесников Р. А., Плетнев А. А.</i> Распределенные вычисления как перспектива развития комплексной САПР корпусной мебели.....	12
<i>Веселова Е. С., Крылов Е. Г.</i> Применение программного комплекса Solid Works для проектирования композиционных режущих пластин...	17
<i>Войтиков К. Ю., Тумаев П. Н.</i> Хранение данных компонента «сервер» в объектно-ориентированной системе распределённых вычислений	19
<i>Гиниятуллина О. Л., Андреева Н. В.</i> Диагностика изменений экологического состояния района угледобычи по данным дистанционного зондирования.....	21
<i>Гиниятуллина О. Л., Харлампенков И. Е.</i> Геоинформационная система обработки сейсмических событий как SaaS-сервис.....	22
<i>Гудов А. М., Завозкин С. Ю., Балдин С. С.</i> Автоматическое выделение метаданных из неструктурированных документов.....	26
<i>Гудов А. М., Завозкин С. Ю., Сидорова Е. В.</i> СТeК – система тестирования Кемеровского государственного университета.....	30
<i>Змеев Д. О., Змеев О. А.</i> Об организации сайта образовательного учреждения в виде специализированной корпоративной социальной сети.....	35
<i>Змеев О. А., Политов А. М., Чайка Я. М.</i> Концепция унифицированной модели вариантов использования.....	39
<i>Кравченко В. В.</i> Сравнительный анализ некоммерческих имплементаций протокола FIX.....	42
<i>Кубарев А. И., Поддубный В. В.</i> «СтилеАнализатор 2.0 Web» – система комплексного анализа текстов на естественном языке.....	45
<i>Лапов А. В.</i> Разработка web-клиента для системы редактирования диаграмм с синхронизацией в режиме реального времени.....	50
<i>Литвинова И. А.</i> Компьютерное моделирование в реологических исследованиях пищевых продуктов.....	51
<i>Морозова В. С., Вавилов В. А.</i> Информационная система «Подрядчики».....	56
<i>Никишина Н. А., Вавилов В. А.</i> Разработка информационной системы учёта поставщиков.....	58
<i>Политов А. М., Рахимов В. В., Хомич М. О.</i> Прототип системы со-	60

вместного редактирования диаграмм.....	
Румянцева Е. В. Поиск неисправностей задержек путей комбинационной схемы, представленной в виде И-ИЛИ графа. Проверка на монотонность И-ИЛИ графа.....	63
Семёнов А. В., Потапов В. П. Возможности спутниковой радарной интерферометрии для решения проблем горнопромышленных регионов.....	66
Черников А. Н., Валитов С. Н., Матолыгин А. А. Программное обеспечение для тестирования знаний студентов и анализа результатов.....	70
Якименко С. Н. Разработка системы рассылки информации целевой аудитории средствами мобильной связи.....	72

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ

Белинский В. А., Кокшениев В. В., Сущенко С. П. Моделирование транспортного протокола с селективным режимом повтора в нагруженном тракте передачи данных.....	75
Вавилов В. А. Исследование RQ-систем в случайной среде в условиях возрастающего количества абонентских станций.....	80
Ивницкий В. А. Моделирование кусочно-непрерывной многолинейной системы массового обслуживания для расчета распределения числа требований.....	85
Лобова М. С., Гарайшина И. Р. Исследование системы массового обслуживания требований случайного объема с неограниченным числом приборов.....	90
Любина Т. В., Назаров А. А. Исследование адаптивной RQ-системы с входящим ММРР-потокм заявок методом асимптотического анализа..	95
Минаева Н. В. Исследование многофазной системы массового обслуживания с высокоинтенсивным рекуррентным входящим потоком $GI (M \infty)^K$	99
Назаров А. А., Моисеев А. Н. Исследование разомкнутой немарковской сети массового обслуживания $HIGI-(GI \infty)^K$	102
Моисеева Е. А. Анализ результатов исследования RQ-системы $M GI 1$	105
Севостьянова М. В., Назаров А. А. Исследование систем массового обслуживания $GI GI \infty$ и $GI M \infty$ методом асимптотического анализа в условии растущего времени обслуживания.....	110
Семёнов А. Т. Возмущенные меры риска и их эмпирическое оценивание.....	114
Семенова Д. В., Кочанова Ю. С. Методы оценки эвентологических распределений.....	119
Семенова Д. В., Лукьянова Н. А. Случайно-множественное разложение совместного распределения случайных величин смешанного типа..	123
Синякова И. А., Моисеева С. П. Сравнение асимптотических и точных результатов исследования $СМО MAP^{(2)} M_2 \infty$	127
Филимонова Н. А. Построение класса потоков случайных событий,	130

ориентированных на имитационное моделирование передачи данных .	
Филимонова Н. А. Статистический анализ элементарного потока данных в Интернете.....	135
Чекрыжев А. А., Гарайшина И. Р. Исследование n -фазной системы массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов.....	138

Научное издание

**Информационные технологии
и математическое моделирование
(ИТММ-2012)**

Материалы XI Всероссийской
научно-практической конференции
с международным участием
23–24 ноября 2012 года
г. Анжеро-Судженск
Кемеровской области

Часть 2

Составитель М. С. Лобова

Редактор О. А. Семилетко

Компьютерная верстка выполнена Н. В. Сидоркиным

Лицензия ИД 04617 от 24.04.2001 г.
Подписано в печать 14.12.2012 г.
Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная № 1.
Печать офсетная.
Печ. л. 9,6; усл. печ. л. 8,9; уч.-изд. л. 8,7.
Тираж 300 экз. Заказ № 26299

Издательство «Практика»:
650060, г. Кемерово, пр-т Ленинградский, 23а
Отпечатано в ООО «ИНТ»:
650003, г. Кемерово, пр-т Химиков, 43а
Тел. 8(384-2) 73-87-97