

Томский государственный университет
Кемеровский государственный университет
Кемеровский научный центр СО РАН
Институт вычислительных технологий СО РАН
Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
(ИТММ-2011)**

**Материалы X Всероссийской
научно-практической конференции
с международным участием
25–26 ноября 2011 г.
Часть 1**

Издательство Томского университета
2011

УДК 519
ББК 22.17
И74

Редакционная коллегия:

Р.Т. Якупов, д-р физ.-мат. наук, профессор;
А.А. Назаров, д-р техн. наук, профессор;
И.Р. Гарайшина, канд. физ.-мат. наук, доцент

И74 Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2011): Матер. X Всерос. науч.-практ. конфер. с междунар. участием (25–26 ноября 2011 г.). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. Ч. 1. 192 с.

ISBN 978-5-7511-2031-3

В часть 1 вошли материалы секций «Информационные технологии» и «Вероятностные методы и модели».

Для специалистов в области информационных технологий и математического моделирования.

УДК 519
ББК 22.17

ISBN 978-5-7511-2031-3 © Томский государственный университет, 2011
© Кемеровский государственный университет, 2011
© Кемеровский научный центр СО РАН, 2011
© Институт вычислительных технологий СО РАН, 2011
© Фил-л Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске, 2011

Конференция проводится при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-07-06076-з)

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ В ERM-МОДЕЛИ ДАННЫХ

А.М. Бабанов

Томский государственный университет

Ни один язык манипулирования данными не обходится без такой грамматической конструкции как «выражение». Модель «Сущность – Связь – Отображение» или, сокращенно, ERM-модель (от английского «Entity – Relationship – Mapping») [1] не является исключением. В языках этой модели возникает потребность в выражениях следующих типов:

- логические;
- арифметические;
- строковые;
- агрегирующие;
- теоретико-множественные.

Область использования выражений не ограничивается языком манипулирования данными, а охватывает также команды языка определения ERM-схемы:

- определение ограничений целостности базовых (хранимых) структурных элементов схемы (множеств сущностей, множеств связей, отображений);
- определение виртуальных отображений;
- определение целевых списков запросов;
- определение правил селекций;
- определение действий модификации значений.

Поскольку основной концепцией ERM-модели и теории семантически значимых отображений является «отображение», неудивительно, что базовые средства задания выражений носят функциональный характер и напоминают программирование на языке LISP. Для формулировки выражений используются универсальные, предопределенные в модели отображения:

- логические: $_AND_ (l_1, l_2)$, $_OR_ (l_1, l_2)$, $_NOT_ (l_1)$, $_EQUAL_ (x_1, x_2)$, $_UNEQUAL_ (x_1, x_2)$, $_GREATER_ (a_1, a_2)$, $_LESS_ (a_1, a_2)$, $_GREATER_OR_EQ_ (a_1, a_2)$, $_LESS_OR_EQ_ (a_1, a_2)$, $_BETWEEN_ (a_1, a_2, a_3)$, $_IN_ (x_1, s_2)$, $_IS_EMPTY_ (s_1)$;
- арифметические: $_PLUS_ (m_1, m_2)$, $_MINUS_ (m_1, m_2)$, $_MULTIPLY_ (m_1, m_2)$, $_DIVIDE_ (m_1, m_2)$, $_TONUMBER_ (x_1)$;
- строковые: $_CONCAT_ (r_1, r_2)$;
- агрегирующие: $_SUM_ (s_1)$, $_AVG_ (s_1)$, $_MAX_ (s_1)$, $_MIN_ (s_1)$, $_COUNT_ (s_1)$;
- теоретико-множественные: $_UNION_ (s_1, s_2)$, $_INTERSECTION_ (s_1, s_2)$, $_DIFFERENCE_ (s_1, s_2)$.

Здесь a_i – алфавитно-цифровое значение;
 l_i – логическое значение;
 m_i – арифметическое значение;
 r_i – строковое значение;
 s_i – множество;
 x_i – объект.

В некоторых случаях (логические, арифметические, строковые операции) пользователь может использовать традиционный синтаксис выражений (как в языке SQL), но в системе он преобразуется в базовую функциональную форму.

Для примеров будем использовать ERM-схему медицинской предметной области (ПрО) (см. рисунки 1–4).



Рис. 1. ERM-схема медицинской ПрО

Определение ограничения целостности

Число коек больницы ↔ *_SUM_(Число коек палаты (Палата больницы))*, здесь ↔ – знак эквивалентности отображений.

Определение виртуальных отображений

ДИАГНОЗ ПАЦИЕНТА ↔ *ВРАЧ-ДИАГНОЗ [ДИАГНОЗ]*

Возраст ↔ *_YEAR_(_MINUS_(_TONUMBER_(_SYSTEM_DATE_), _TONUMBER_(Дата рождения)))*, где *_YEAR_(m_1)* – функция, вычисляющая полное количество лет от количества дней.



Рис. 2. ERM-схема медицинской ПрО (продолж.)



Рис. 3. ERM-схема медицинской ПрО (продолж.)

ERM-схема медицинской ПрО (продолжение)

Диаграммы реляционных отображений некоторых множеств связей

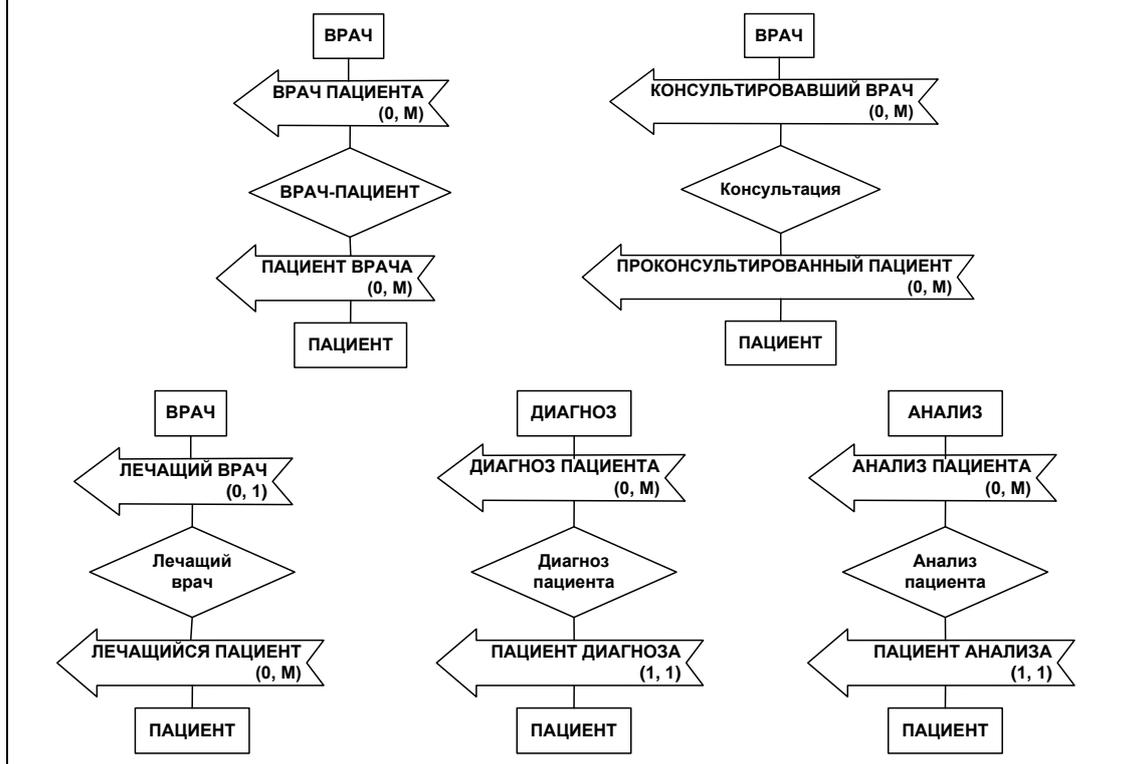


Рис. 4. ERM-схема медицинской ПрО (продолжение)

Запрос

«Выдать фамилии и возраст пациентов, лежащих в одноместных палатах Детской больницы»

OUTPUT

```
(
  ПАЦИЕНТ. Фамилия,
  _YEAR_ (
    _MINUS_ (
      _TONUMBER_ (_SYSTEM_DATE_),
      _TONUMBER_ (Дата рождения)
    )
  )
)
```

SELECT

```
ПАЦИЕНТ ПАЛАТЫ (
  _INTERSECT_
  (
    ПАЛАТА БОЛЬНИЦЫ (
      БОЛЬНИЦА С НАЗВАНИЕМ
      (Детская больница)
    ),
    ПАЛАТА С ЧИСЛОМ КОЕК (1)
  )
)
```


ПОИСК МЕМБРАННЫХ БЕЛКОВ ЧЕЛОВЕКА, ЛОКАЛЬНО ГОМОЛОГИЧНЫХ ВИРУСНЫМ БЕЛКАМ

А.Ю. Бакулина^{1,2}, А.З. Максютков¹

¹Государственный научный центр вирусологии и биотехнологии "Вектор"
Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей
и благополучия человека

²Новосибирский государственный университет

Одним из механизмов адаптации и патогенеза является мимикрия белков хозяина белками возбудителя заболевания. В литературе описаны примеры вирусных белков, которые способны вызывать аутоиммунные реакции, другие белки вмешиваются в регуляцию иммунного ответа. Изучение гомологии вирусных и человеческих белков может помочь в понимании механизмов патогенеза на молекулярном уровне, а для быстрореплицирующихся вирусов – предсказывать возможное направление их эволюции. Кроме того, сходство вирусных и человеческих белков необходимо учитывать при разработке противовирусных препаратов и вакцин, особенно основанных на отдельных белках и их фрагментах. В первую очередь, было интересно выявить сходство мембранных белков человека, так как они доступны для антител и вирусных частиц; некоторые из них играют важную роль в патогенезе вирусных инфекций и межклеточной передаче сигнала.

Нами был проведен поиск локальной гомологии всех мембранных белков человека в базе всех известных вирусных белков. Аминокислотные последовательности белков были извлечены из базы UniProt. Поиск локальной гомологии проводился методом BLAST [1] в программе UGENE.

Для того, чтобы отсеять ложноположительные результаты, в литературе были найдены примеры вирусных белков, мимикрирующих белки человека. Около половины из них были найдены методом BLAST при поиске последовательностей человеческих белков в базе вирусных белков. По результатам было выбрано пороговое значение E-value для BLAST, равное 0,01.

При таком уровне E-value примерно у 20 % аминокислотных последовательностей мембранных белков человека обнаруживается гомология с какими-либо вирусными белками. Вирусы, с которыми было найдено сходство, принадлежат к 23 вирусным семействам, включая такие неопасные для человека, как *Baculoviridae*, *Caulimoviridae* и *Mimiviridae*. Из семейств, вызывающих заболевания у человека, наибольшее количество гомологичных белков было найдено для поксвирусов, ретровирусов и герпесвирусов.

Было найдено сходство фрагмента 754-856 гемагглютинаина вируса гриппа А субтипа H3N2 с фрагментом гирдина (код в базе UniProt Q3V6T2), белка, связывающегося с актином. Он имеет суперспиральную структуру, такую же структуру приобретает соответствующий фрагмент гемагглютинаина в процессе проникновения вируса в клетку. Этот фраг-

мент гемагглютинирина не считается важным антигенным районом, а гирдин, несмотря на взаимодействие с мембраной, в основном находится в цитоплазме клетки, так что выявленное сходство скорее всего не является потенциальным источником перекрестного иммунного ответа.

Для обратной транскриптазы вируса иммунодефицита человека было обнаружено сходство фрагмента 148-215 (нумерация по PDB структуре 2YKM) с фрагментом неохарактеризованного мембранного белка человека, идентификатор в базе UniProt Q8NHA9. Изучение пространственной структуры вирусного белка показало, что именно с этим фрагментом контактирует ряд ингибиторов обратной транскриптазы [2]. Однако аминокислоты, непосредственно контактирующие с ингибитором, отличаются от соответствующих аминокислот человеческого белка, так что связывание ингибитора с человеческим белком маловероятно.

Методом BLAST не были обнаружены некоторые описанные в литературе мимикрирующие белки вирусов. В частности, не было найдено сходства между белком Tat вируса иммунодефицита человека и человеческими бета-хемокинами [3]. Не было оно также обнаружено и ранее с использованием программы SIM и гораздо более мягких критериев отбора положительных результатов [4]. Нами была предпринята попытка обнаружить сходство этих белков с помощью метода HMMER [5] программы UGENE, но и она оказалась неудачной. Видимо, требуется разработка новых методов для эффективного обнаружения сходства между белками патогенов и их хозяев. Тем не менее, некоторая часть сходных белков может быть обнаружена и методом BLAST.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (Госконтракта № 14.740.12.0819) в рамках Федеральной Целевой Программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Литература

1. Altschul S.F., Gish W., Miller W., Myers E.W., and Lipman D.J. Basic Local Alignment Search Tool // Journal of Molecular Biology. 215. 1990. P. 403–410.
2. Das K., Bauman J.D., Rim A.S., Dharia C., Clark A.D., Camarasa M.J., Balzarini J., Arnold E. Crystal Structure of tert-Butyldimethylsilyl-spiroaminooxathioledioxide-thymine (TSAO-T) in Complex with HIV-1 Reverse Transcriptase (RT) Redefines the Elastic Limits of the Non-nucleoside Inhibitor-Binding Pocket // J. Med. Chem. 54. 2011. P. 2727–2737.
3. Albin A., Ferrini S., Benelli R., Sforzini S., Giunciuglio D., Aluigi M.G., Proudfoot A.E., Alouani S., Wells T.N., Mariani G., Rabin R.L., Farber J.M., Noonan D.M. HIV-1 Tat protein mimicry of chemokines // PROC. NATL. ACAD. SCI. USA. 95. 1998. P. 13153–13158.
4. Максюттов А.З., Бачинский А.Г., Бажан С.И. Поиск в белках ВИЧ-1 районов, локально сходных с белками человека. Применение к вакцинам // Молекулярная биология. Т. 36. № 3. 2002. P. 447–460.
5. Eddy S.R., Rost, Burkhard. A probabilistic model of local sequence alignment that simplifies statistical significance estimation // PLoS Comput Biol. № 4 (5). 2008. e1000069.

ПРОБЛЕМЫ ОФФШОРНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА РОССИЙСКОМ РЫНКЕ АУТСОРСИНГОВЫХ УСЛУГ

О.В. Вальц, Е.В. Новицкая

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

Оффшорное программирование, одна из форм аутсорсинга, согласно выступлению Д.А. Медведева в феврале 2009 г., является приоритетным направлением и целенаправленной стратегией развития экспортного потенциала информационных технологий. За последние годы информационные технологии и услуги стали существенной статьёй гражданского не сырьевого экспорта России.

Объем ИТ-экспорта в 2001 г. составлял 150 млн. долларов, в 2004, превысил 500 млн. долларов, в 2008 оценивался в 1 млрд. долларов. По предварительным оценкам, на сентябрь 2011 г. его объем достиг 1,8 млрд. долларов. Однако, несмотря на такие темпы роста, рынок ИТ составляет всего 1,4 процента от ВВП России. Для сравнения, в США объем рынка ИТ более 5 процентов от ВВП.

Лидерами ИТ-экспорта на мировом рынке являются Индия и Израиль, 80 и 70% соответственно, от объема оказанных услуг в этих странах. Россия занимает третью позицию, при этом, всего 14% объема Российского рынка ИТ идет на экспорт.

Проблемы, сдерживающие развитие экспорта продукции и услуг ИТ из России, можно разделить на следующие группы:

Законодательные. Специфика экспорта программного обеспечения и ИТ-услуг законодательно не закреплена. Это приводит к сложностям при оформлении каждой отдельной сделки экспорта программного обеспечения и ИТ-услуг. Кроме того, экспортно-импортные операции усложняются из-за процедуры получения сертификатов и лицензий Федерального агентства по правовой защите результатов интеллектуальной деятельности военного, специального и двойного назначения при Министерстве юстиции Российской Федерации (ФАПРИД), а также огромного количества документов при таможенном оформлении.

Институциональные. Механизмы финансирования, в связи с законодательными проблемами, тоже неразвиты. Это вынуждает предприятия пользоваться схемами оптимизации налогов, что мешает привлечению кредитов и инвесторов.

Неразвитость венчурного финансирования мешает развитию новых ИТ-компаний, развитию экспорта, тормозит внедрение новых ИТ-продуктов.

Недостаточная и дорогая инфраструктура ИТ-рынка, недостаток кадров ограничивают рост ИТ-бизнеса.

Кадровые. Недостаток кадров в ИТ-отрасли вызван отставанием системы образования от современных требований и сложностью привлечения квалифицированных специалистов из стран ближнего зарубежья.

Кроме того существуют трудности в управлении проектами, поскольку участники проекта (заказчики, разработчики, исполнители) находятся в разных странах.

Теневая экономика. Возвращаясь к проблемам законодательства в области ИТ-бизнеса можно говорить о том, что фирмы, занимающиеся оффшорным программированием, выводят свою деятельность за рамки закона, то есть действуют на «сером» рынке. Зачастую исполнителями заказов являются физические лица, «работающие на дому», официально не зарегистрированные, и, соответственно, не выплачивающие налоги. То же самое можно сказать и о мелких фирмах.

Внешние психологические. Расширению экспорта мешает недоверие зарубежных партнеров к российской отрасли ИТ. Мнение о нестабильности таможенного налогового законодательства, недостаточном знании английского языка, отсутствии контроля качества в российских компаниях увеличивает количество претензий к защите прав на интеллектуальную собственность.

Фирмам, осуществляющим деятельность в области оффшорного программирования, сложно повлиять самостоятельно на перечисленные выше проблемы. Поэтому для максимального использования факторов роста необходимо осуществление государством мероприятий, направленных на поддержку и развитие информационных технологий в России, и совершенствование законодательной базы.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ РАСШИРЯЕМОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

К.Ю. Войтиков¹, А.Н. Мусеев², П.Н. Тумаев¹

*¹Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

²Томский государственный университет

При разработке современных информационных систем, в частности системы имитационного моделирования процессов массового обслуживания [1], зачастую возникает задача обеспечения возможности ее расширения новыми алгоритмическими конструкциями в процессе эксплуатации. Стоит отметить, что эти конструкции должны быть доступны для выбора и задания параметров в визуальных средствах приложения.

Например, если рассматривать задачу моделирования случайных величин, для которой применяются специальные алгоритмы имитационного моделирования, существует множество различных законов распределения таких величин, и, более того, исследователь может конструировать собственные специфические законы (алгоритмы моделирования). Поэтому для подобного приложения не представляется возможным заранее предусмотреть и реализовать всю необходимую алгоритмическую базу, в связи с чем возникает задача обеспечения системы возможностью динамического

расширения приложения алгоритмами предметной области. Для решения этой задачи предлагается предусмотреть в системе возможность подключения пользовательских динамических библиотек, реализующих определенные интерфейсы.

Данный подход дает следующие преимущества:

- отсутствие жестких ограничений на используемый пользователем язык программирования;
- позволяет создавать сопутствующие объекты, реализация средств конструирования которых в программе является слишком трудоемкой задачей (речь идет о визуальных элементах, позволяющих задавать параметры соответствующих невизуальных конструкций, например, для законов распределения, эти параметры могут отличаться количеством, типом, способом задания и т. д.).

Предоставив пользователю возможность самостоятельно конструировать элементы управления для настройки параметров, добавляемых им к программе, отпадет необходимость не только в интерпретации программного кода внутри программы, но и потребность в визуальных средствах конструирования.

Для обеспечения расширяемости воспользуемся архитектурным решением «Дополнительный Модуль» [2]. Согласно данному подходу выделим базовый интерфейс создаваемых объектов `Object` (см. рис. 1). В общем случае мы его не конкретизируем, т.к. эти объекты имеют интерфейс, специфический для конкретной предметной области. Основное отличие предлагаемого подхода от классического [2] является то, что предлагается реализовать фабрику `Factory` как объект-коллекцию для загружаемых из дополнительных модулей типов. Чтобы обеспечить наибольшую независимость от особенностей языка программирования вводятся специальные объекты-создатели `Creator` [3], единственные экземпляры которых (паттерн Одиночка [4]) и будут содержаться в указанной коллекции. Главное и единственное назначение конкретных создателей `ConcreteCreator` – инстанцирование соответствующего класса `ConcreteObject` из текущей динамической библиотеки.

Отличительной особенностью рассматриваемой задачи является наличие второй динамически загружаемой составляющей – визуальных объектов, предназначенных для отображения и редактирования в пользовательском интерфейсе атрибутов соответствующих объектов `Object`. Устройство этой части выглядит аналогичным образом: фабрика `VisualFactory` отвечает за загрузку из библиотек и содержит коллекцию создателей с интерфейсом `VisualCreator`. Объекты `ConcreteVisualCreator`, реализующие этот интерфейс, в свою очередь, отвечают за инстанцирование соответствующих визуальных объектов `ConcreteControl`, реализующих общий интерфейс `Control`.

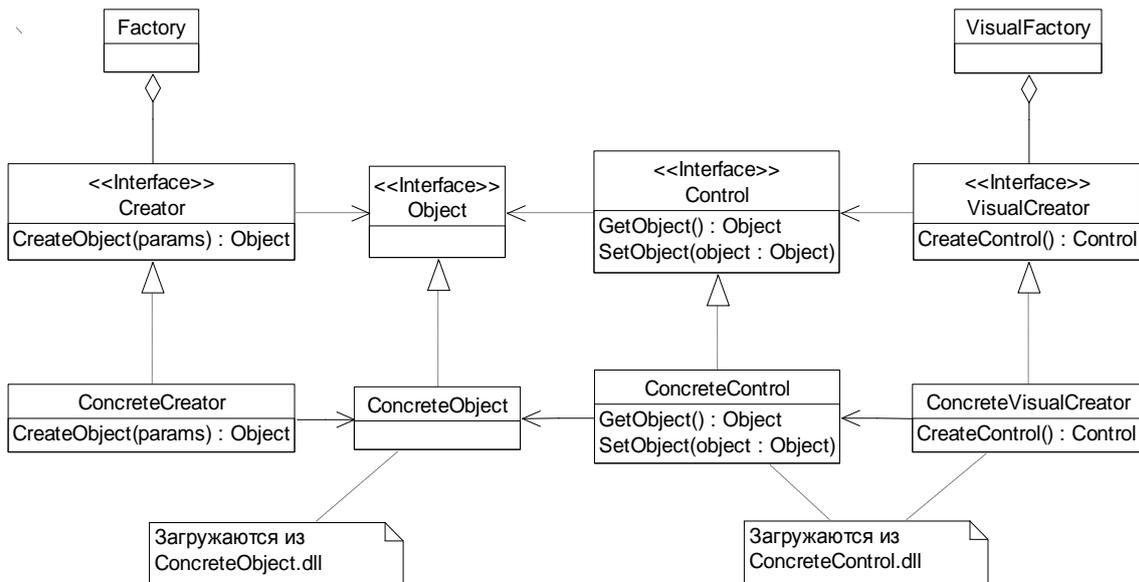


Рис. 1. Общая архитектура подсистемы подключаемых модулей

Стоит отметить, что визуальная часть архитектуры имеет следующие отличительные особенности:

- интерфейс конкретизирован до операций, выполняющих генерацию невизуального объекта на основе данных, введенных пользователем, и установку состояния визуальных элементов в соответствии со значениями атрибутов конкретного невизуального объекта (операции `GetObject()` и `SetObject()`, соответственно).
- программа может поддерживать несколько типов интерфейса пользователя, каждый из которых предполагает использование специфических групп визуальных элементов. Для реализации подобной гибкости можно воспользоваться паттерном проектирования «Абстрактная Фабрика» [4].

Таким образом, в работе предложен эскиз архитектуры приложения с расширяемой алгоритмической базой предметной области, на основе которой было реализовано программное приложение для задачи, описанной в [1].

Работа выполнена в рамках АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Войтиков К.Ю., Моисеев А.Н., Тумаев П.Н. Компонентная модель распределенной объектно-ориентированной системы имитационного моделирования // Вестн. Том. гос. ун-та. Управл., вычисл. техн. и информ. 2010. № 1. С. 78–83.
2. Фаулер М. Архитектура корпоративных программных приложений / Пер. с англ. М.: Вильямс, 2006. 544 с.
3. Ларман К. Применение UML и шаблонов проектирования. 2-е изд. М.: Вильямс, 2004. 624 с.
4. Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влессидес Дж. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. СПб.: Питер, 2010. 368 с.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ МЕТОДА НЕПОЛНОЙ АППРОКСИМАЦИИ МИНИМАЛЬНЫХ НЕВЯЗОК

В.А. Гавин, А.В. Чирюкина

Кемеровский государственный университет

В данной работе выполняется исследование метода неполной аппроксимации минимальных невязок (НАМН), связанное с его применением на многопроцессорных ЭВМ. Цель работы состоит в реализации алгоритма с применением программных интерфейсов Open MP и MPI для систем с общей и распределенной памятью.

Задача о течении идеальной стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска сводится к решению уравнения Гельмгольца:

$$\Delta\psi + k^2\psi = k^2 y, \quad (1)$$

где ψ – функция тока;

k – коэффициент стратификации жидкости ($0 \leq k \leq \pi$).

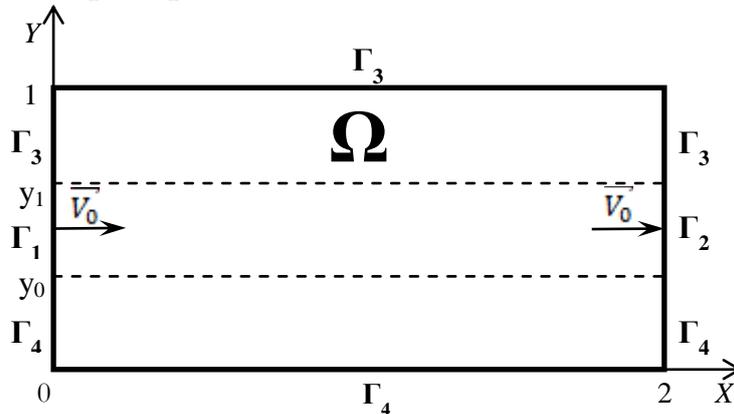


Рис. 1. Форма области решения задачи

Γ_1 – входная граница;

Γ_2 – выходная граница;

Γ_3, Γ_4 – твердые непроницаемые границы;

\vec{V}_0 – вектор скорости движения жидкости на границах Γ_1 и Γ_2 .

Были поставлены следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 : \psi = v_0(y - y_0); \Gamma_2 : \psi = v_0(y - y_0); \\ \Gamma_3 : \psi = v_0(y_1 - y_0); \Gamma_4 : \psi = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $v_0 = |\vec{V}_0|$ – модуль вектора скорости жидкости.

Для решения задач (1), (2) введем прямоугольную равномерную, согласованную с границей сетку $\Omega_n = \{(x_i, y_j), x_i, y_j \in R, i = 1..N, j = 1..M\}$ в области Ω .

После задания сетки уравнение (1) и граничные условия (2) можно заменить их разностными аналогами. Для аппроксимации (1) используем схему:

$$\frac{\psi_{i-1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i+1,j}}{h_x^2} + \frac{\psi_{i,j-1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j+1}}{h_y^2} + k^2\psi_{i,j} = k^2jh_y, \quad (3)$$

$$2 \leq i, j \leq N-1, M-1.$$

Разностный аналог для граничных условий:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &: \{\psi_{1,j} = v_0(j-j_0)h_y, j_0 \leq j \leq j_1\}, \\ \Gamma_2 &: \{\psi_{N,j} = v_0(j-j_0)h_y, j_0 \leq j \leq j_1\}, \\ \Gamma_3 &: \{\psi_{i,M} = v_0(j-j_0)h_y, 1 \leq i \leq N; \psi_{1,j} = \psi_{N,j} = v_0(j_1-j_0)h_y, j_1 \leq j \leq M\}, \\ \Gamma_4 &: \{\psi_{i,1} = 0, 1 \leq i \leq N; \psi_{1,j} = \psi_{N,j} = 0, 1 \leq j \leq j_0\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Полученные разностные задачи (3), (4) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений:

$$A(\psi) = f. \quad (5)$$

Для решения системы (5) была рассмотрена итерационная схема неполной аппроксимации минимальных невязок.

Схема может быть записана в виде:

$$\psi^{n+1/2} = \psi^n - \tau_{n+1}r^n; r_n = A(\psi^n) - f, \quad (6)$$

$$\psi^{n+1} = \psi^{n+1/2} - \alpha_{n+1}z^n, \quad (7)$$

$$\tau_{n+1} = \frac{(A(r_n), r_n)}{(A(r_n), A(r_n))}; \alpha_{n+1} = \frac{(r^{n+1/2}, A(z^n))}{\|A(r^n)\|^2}, \quad (8)$$

где α_{n+1} – итерационный параметр;

z^n – произвольный вектор.

Стратегия распараллеливания для систем с общей памятью представлена на Рис. 2. Множество узлов сетки Ω_n разбивается на подмножества двух видов: S_k и Q_l , причем

$$\begin{aligned} S_k, k = 1..p, Q_l, l = 1..p-1, \\ \bigcup_{k=1}^p S_k \cup \bigcup_{l=1}^{p-1} Q_l = \Omega_n, \end{aligned} \quad (9)$$

S_k и Q_l попарно не пересекаются,

где p – заданное количество потоков, на которые распараллеливается алгоритм. Узлы сетки в каждом подмножестве S_k пересчитываются в отдельном потоке, затем аналогично пересчитываются узлы в подмножествах Q_l .

Мощности множеств Q_l много меньше мощностей S_k . Q_l выделяются с целью исключить взаимные зависимости по данным в параллельных потоках во время расчетов, тем самым позволяя снизить необходимость использования синхронизации и исключить неоднозначность вычислений.

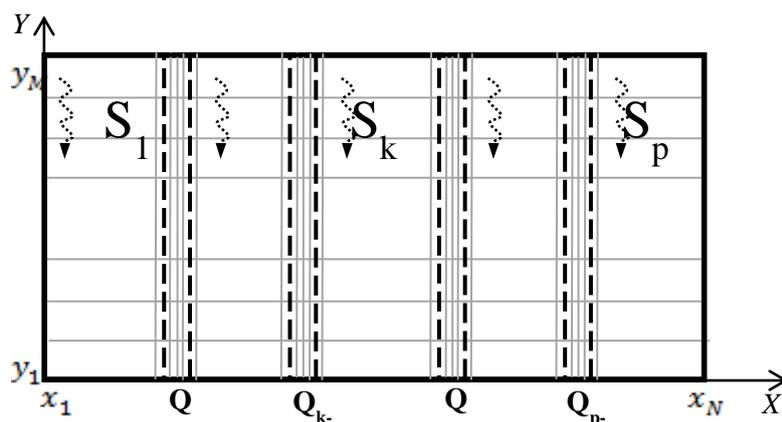


Рис. 2 Схема разбиения множества узлов сетки на подмножества

Для оценки эффективности применения технологии распараллеливания Open MP был проведен ряд тестовых расчетов. Физические параметры в каждом тесте одинаковые: $\nu_0 = 1, k = 0$.

Итерационный процесс проводился до выполнения условия $\|r_n\| \leq 10^{-5}$.

Для наглядного представления разницы во времени между вариантами расчетов с различным числом параллельных потоков, на рис. 3 приводится график, где по оси абсцисс откладывается число узлов сетки в тысячах, по оси ординат – время вычисления в секундах.

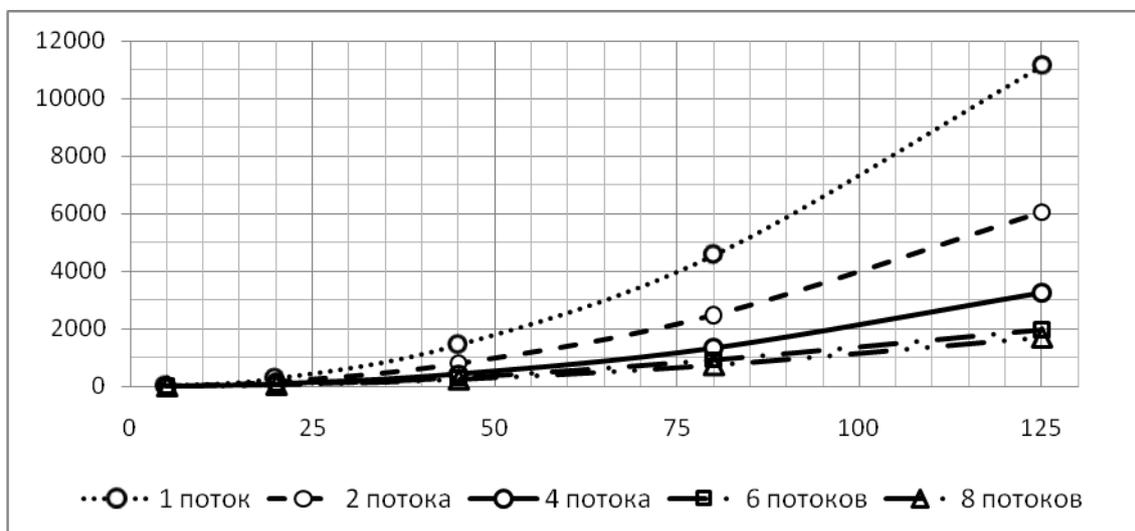


Рис. 3. График зависимости времени вычисления от размера сетки для схемы неполной аппроксимации минимальных невязок.

На рис. 4 изображена схема распределения данных по процессам в системе с распределенной памятью.

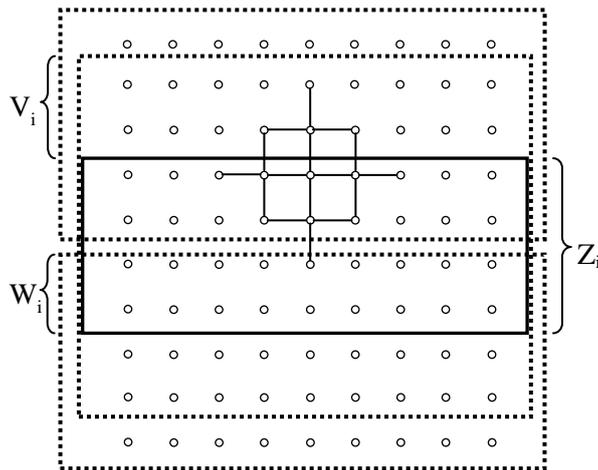


Рис. 4. Схема распределения множества узлов сетки по процессам

Сетка разбивается на горизонтальные ленты $Z_i, 1 \leq i \leq p$ по числу процессов. Помимо данных соответственной ленты каждый процесс хранит дополнительно по две строки, дублирующие содержимое соседних строк верхнего и нижнего процессов.

Далее приводятся результаты выполненных тестовых расчетов. Физические параметры в каждом тесте одинаковые: $v_0 = 1, k = 2$. Итерационный процесс проводился до выполнения условия: $\|r_n\| \leq 10^{-5}$.

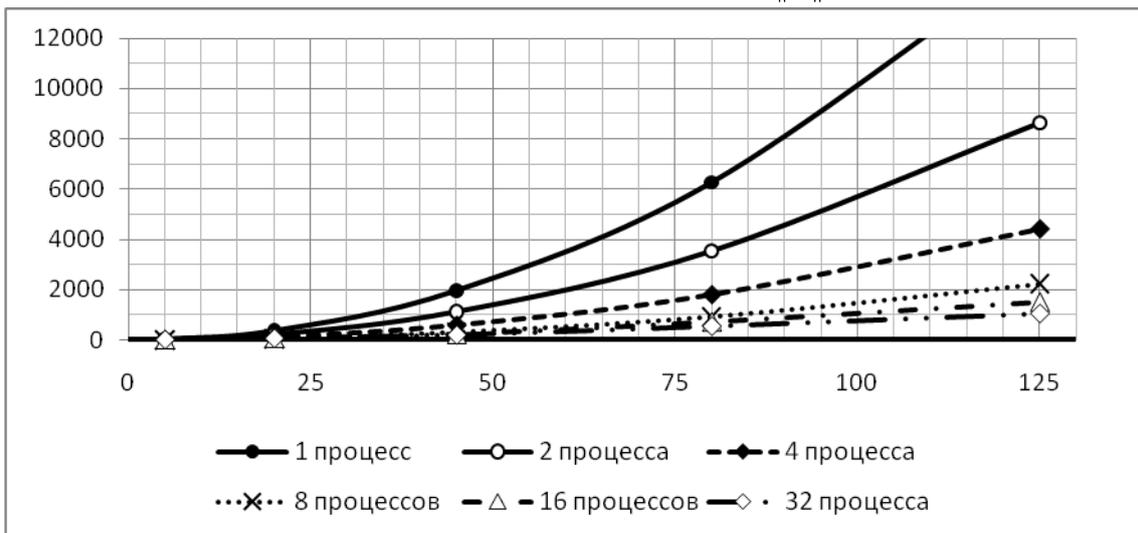


Рис. 5. График зависимости времени вычисления от размера сетки для схемы неполной аппроксимации минимальных невязок

Для алгоритма MPI не удалось получить однозначности вычислений. Но различия значений вектора решения для последовательного и параллельного алгоритма не превышают величины порядка 10^{-6} , так что их можно считать корректными.

Литература

1. Захаров Ю.Н. Градиентные итерационные методы решения задач гидродинамики. Новосибирск: Наука, 2004. 239 с.
2. Самарский А. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1976. 592 с.
3. Самарский А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982. 269 с.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973. 631 с.

5. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP. М.: Изд-во МГУ, 2009. 78 с.

6. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI. М.: Изд-во МГУ, 2004. 72 с.

7. *Интуит*. Лекция: Параллельные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.intuit.ru/department/calculate/paralltp/11/> (дата обращения: 08.03.2011).

СЛОЙ ДАННЫХ ДЛЯ МОДЕЛИ А. ТЕНЦЕРА

К.А. Герасимов

Томский государственный университет

Всем нам каждый день, так или иначе, приходится работать с большими системами как в Internet, так с другими системами, через банкоматы, терминалы оплаты услуг и т.д. И сложно себе представить такую систему, которая бы не работала с базой данных.

Исторически сложилось так, что наибольшую популярность приобрели именно реляционные базы данных. В этой области сделаны большие наработки, отличная производительность, кроссплатформенность, математический и логический аппараты. И все бы хорошо, пока бизнес-логика приложений остается относительно не сложной, и темпы эволюционирования приложений были не высоки.

В процессе технического развития требования к приложениям стали больше, а бизнес-логика сложнее. К функциональному и процедурному проектированию добавилось объектно-ориентированное, где в центре внимания уже объект. Это позволило изрядно упростить приложения и легко их изменять вслед за усложнением бизнес-логики. А часто встречающиеся сложности решались с помощью типовых решений, так называемых паттернов. Но базы данных по-прежнему оставались и остаются на данный момент реляционными.

Объекты в реляционной базе данных представляются в виде карточка, состоящего из значений атрибутов отношения соответствующего множества сущностей конкретной предметной области. А это означает, что для конкретной предметной области нужна своя схема базы данных, однако основная сложность заключается в том, что внутреннее представление объектов в приложении и базе данных различны, то есть необходимо преобразование. В данном направлении проделано множество исследований и предложено несколько решений, такие как активная запись (active record), преобразователь данных (data mapper) и другие.

Одно из решений предложил Анатолий Тенцер. Он представил совершенно иной способ хранения объектов в базе данных. Хранить классы, поля, принадлежащие классу, объекты и значения полей объектов. Как и большинство универсальных решений, это решение имеет не только плюсы, но и минусы.

В данной работе был спроектирован слой данных (Data layer), состоящий из служб, которые будут реализованы в виде классов, фасад

(Facade), отделяющий внутреннюю структуру слоя и предоставляющий необходимый интерфейс для работы с данным слоем. Класс редактор (Editor) отвечает за классы и их структуру. Работник (Worker) обслуживает экземпляры классов. Класс интерфейс к базе данных (DBInterface) и класс "супертип слоя" (SLType), на который возлагается процесс инициализации и настройка интерфейса к базе данных.

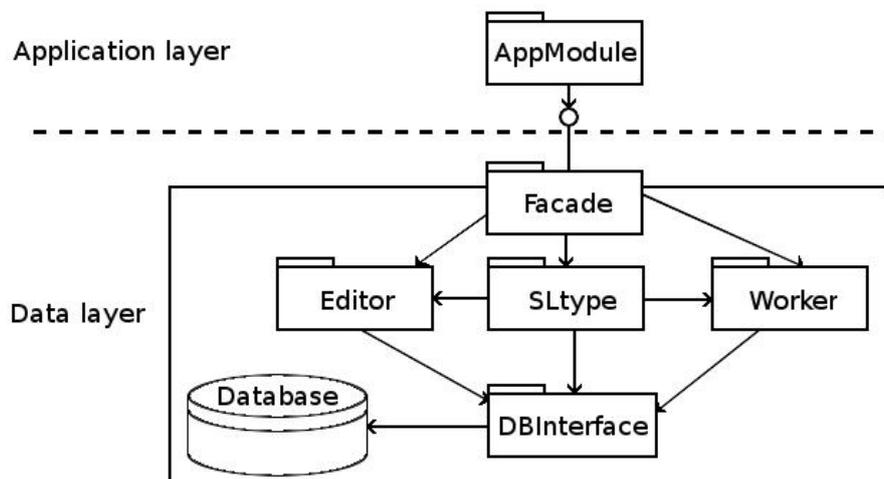


Рис. 1. Структура слоя данных

Ниже представлены основные проблемы и решения данной модели:

1. Ослабленный контроль за целостностью базы данных. Этот контроль осуществлен за счет бизнес-логики на уровне приложения.

2. Пониженное быстродействие при выборке данных. Частично решено при использовании типового решения "загрузка по требованию". При выборке большого множества объектов, объекты будут содержать минимальную информацию, а при просмотре конкретного или внесения изменений не загруженных полей, объект будет полностью инициализирован.

3. Сложность в понимании структуры и выборки данных. Решение полностью возлагается на класс Worker. При получении объекта типа Запрос, формируют запрос для конкретного интерфейса базы данных.

Заключение. Спроектирован слой данных, предоставляющий единый интерфейс для работы с объектами и поддерживающий различные интерфейсы.

Следует заметить, что, используя данное решение, разработчику необходимо ознакомиться с классом Запрос и, в случае использования редких структур хранения данных (баз данных), создать наследника от класса DBInterface, и реализовать необходимые операции.

Литература

1. Гамма Э. Библиотека программиста: примеры объектно-ориентированного проектирования: паттерны проектирования. М.: Санкт-Петербург, 2001. 344 с.
2. Объектно-ориентированный анализ и проектирование [OOA&П/ООА&D]. [Электронный ресурс]. URL: <http://ooad.asf.ru/Pattern.aspx?IdKat=7&IdPat=43> (дата обращения 05.09.2011).

3. Первый в России ежемесячный компьютерный журнал КомпьютерПресс. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.compress.ru/article.aspx?id=11515&iid=452> (дата обращения 06.09.2011).

ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАФЕДРЫ

А.М. Гудов, С.Ю. Завозкин, И.В. Огородникова, Е.Д. Пфайф

Кемеровский государственный университет

В работе предлагается рассмотреть решение задачи автоматизации деятельности кафедры. Отличительными чертами предлагаемой информационной системы (ИС) являются:

- использование в системе всех основных принципов интеграции;
- в основе ИС лежит понятие электронного документа;
- универсальность для использования в любой среде.

Проведенный анализ существующих систем показал, что в данный момент на рынке существует большое число систем, автоматизирующих работу кафедры ВУЗа, обладающих, как правило, схожими базовыми функциями. Главной проблемой таких систем является недостаточная развитость имеющихся средств интеграции с другими системами. Так же немаловажной проблемой является отсутствие возможности автоматического формирования документации связанной с деятельностью кафедры. Требования к документации, кафедры часто меняются, поэтому должен быть разработан универсальный подход к формированию документооборота подразделения. Предлагается для создания ИС «Кафедра» разработать модель, которая должна учесть описанные проблемы.

Создаваемая модель должна поддерживать три принципа интеграции [1]:

- информационно-ориентированный, основанный на использовании одной и той же информации двумя и более системами. Для обеспечения работы со своей информацией у каждой системы имеется набор открытых сервисов. Данный принцип реализуется на уровнях интеграции приложений.

- сервисно-ориентированный, основанный на использовании стандартизованного описания формата передачи данных, которые хранятся в единой базе данных (БД) ПО промежуточного слоя, и имеется набор сервисов для работы с ними. Данный принцип реализуется на уровнях интеграции данных, платформ и на уровне использования стандартов интеграции.

- процессно-ориентированный, основанный на возможности присоединения к внутренним прикладным процессам каждой ИС таким образом, чтобы не просто использовать их функции, а создать новый бизнес-процесс (БП), который бы связал эти ИС. Данный принцип реализуется на уровнях интеграции БП, платформ и на уровне использования стандартов обмена данными.

В модели информационно-ориентированной интеграции используется единая БД для хранения информации всех действующих и разрабатываемых ИС. В рамках данного подхода в системном окружении ИС «Кафедра» разработан интерфейс, предоставляющий возможность управления совместно используемыми данными (см. рис. 1).



Рис. 1. Диаграмма системного окружения информационной системы «Кафедра»

В основу модели процессно-ориентированной интеграции положено понятие бизнес процесса (БП). Интеграция осуществляется путем создания типовых БП, осуществляющих связь БП ИС «Кафедра» и системы электронного документооборота (СЭД).

В качестве примера рассмотрим один из типовых БП – утверждение плана кафедры. Заведующий кафедрой создает план, который автоматически регистрируется в СЭД и становится доступным для просмотра сотрудниками учебно-методического управления. После утверждения (с помощью механизма WorkFlow) он становится доступным для работы сотрудникам кафедры (см. рис. 2). Для обработки такого процесса используется модель сервисно-ориентированной интеграции, в основу которой положено понятие электронного документа (ЭД), как объекта, способного содержать различную информацию как в структурированном, так и в слабоструктурированном виде (содержимое ЭД), снабженного стандартизованным описанием (метаданными ЭД) [2].

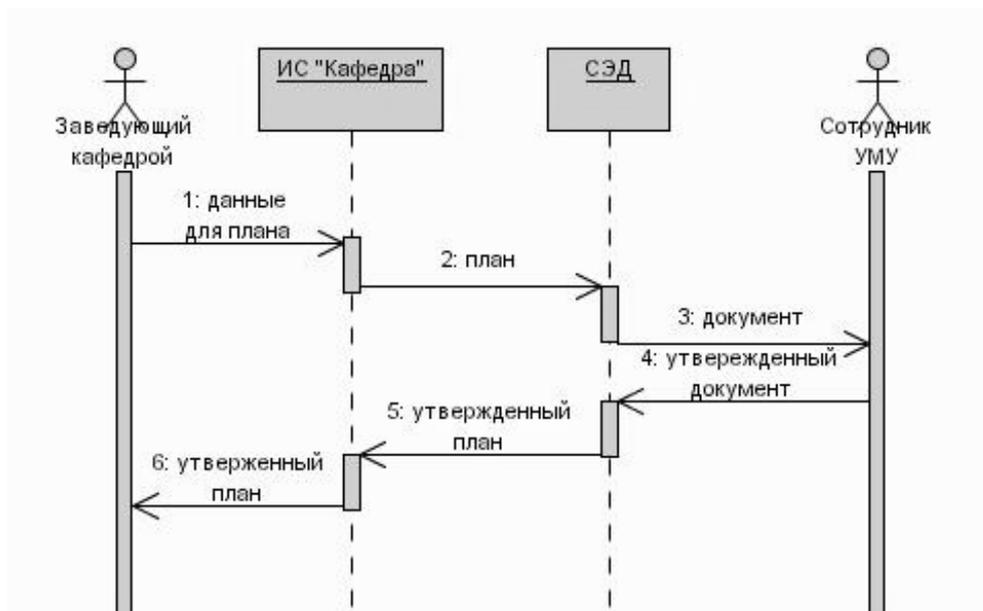


Рис. 2. Диаграмма последовательности утверждения плана

Под ЭД будем понимать информационную пару <содержимое, метаданные>. Под *содержимым* понимается информационное наполнение ЭД, которое представляется в виде вложенного файла или набора файлов произвольного типа и размера, а также в виде ЭД или набора электронных документов. *Метаданные* – описание ЭД, однозначно его идентифицирующее, где отражаются как его статические, так и динамические характеристики.

Для ЭД, циркулирующих в СЭД, выделены основные виды метаданных: информация о создателе документа, содержание документа, наименование документа, вид документа и т. д. [3]. Таким образом, документы, генерируемые ИС «Кафедра», должны иметь соответствующий набор метаданных, которые формируются согласно требованиям СЭД и требованиям к оформлению документации учебно-методического управления.

Исходя из рекомендаций для расчета объема учебной, учебно-методической, научно-исследовательской и других видов работ, выполняемой профессорско-преподавательским составом вуза (в рамках стандарта ГОСТ Р ИСО 9001:2001 [4]), выделены два основных типа документов – *план* и *отчет*, с помощью которых можно определить весь документооборот кафедры. Кроме того, дополнив эти документы специальными метаданными, можно реализовать интеграцию ИС «Кафедра» с другими ИС в рамках единой информационной среды с использованием механизмов СЭД.

Для удовлетворения потребностей в описании этих документов, разработан механизм генерации дополнительных метаданных, позволяющих создавать документацию и добавлять новые объекты деятельности без модификации системы. В основе такого механизма лежит специальная иерархическая модель метаданных (см. рис. 3).

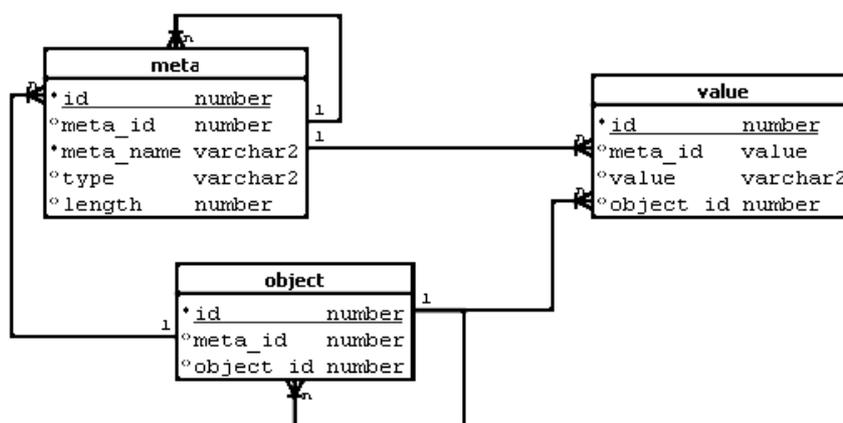


Рис. 3. Диаграмма структуры данных метаданных

В модель были введены следующие понятия объектного подхода [2]:

- объект – сущность с определенными свойствами;
- метаданное (атрибут) – элемент, описывающий свойство объекта.

Элементы данных подразделяются на неделимые и составные. Составной элемент включает один или несколько элементов данных, среди которых могут быть как неделимые, так и составные элементы. Его значение выражается через значения входящих в него элементов. Составные элементы соответствуют типу данных “контейнер”, а сами составные элементы называются контейнерами.

Неделимый элемент данных не имеет подчиненных элементов. Он может обладать самостоятельным значением, соответствующим множеству допустимых значений, которое определяется ассоциируемым с элементом типом данных.

Сущность META хранит информацию о метаданных, VALUE – о значениях метаданных, ОБЪЕКТ используется как универсальная точка входа (см. рис. 3).

На основе модели, в соответствии с рекомендациями [3], были выделены метаданные для планов и отчетов по всем видам деятельности подразделения.

Рассмотрим небольшой пример метаданных для плана по публикациям и отчета по этому плану (см. табл. 1). «План по публикациям» является дочерним объектом по отношению к метаданному «План», и, в то же время, элементом типа «контейнер», который содержит неделимые элементы, такие как задание по публикациям, дата начальная, дата конечная, имя исполнителя, должность. Аналогично построены метаданные для объекта «отчет по публикациям».

Таблица МЕТА

МЕТА				
<i>id</i>	<i>meta_id</i>	<i>Meta_name</i>	<i>type</i>	<i>length</i>
1	NULL	План	контейнер	
2	1	План по публикациям	контейнер	
3	2	Задание по публикациям	строка	300
4	2	Дата начальная	дата	
5	2	Дата конечная	дата	
6	2	Имя исполнителя	группа	
7	2	Должность	словарь	
8	NULL	Отчет	контейнер	
9	8	Отчет по публикациям	контейнер	
10	9	Авторы	строка	80
11	9	Название	строка	150
12	9	Место издания	строка	80
13	9	Год	дата	
14	9	Объем	число	
15	9	Дата выполнения	дата	

Использование данного подхода позволяет динамически добавлять или изменять метаданные, формировать новые документы без модификации структуры базы данных и алгоритмов связи с СЭД.

Внедрение разрабатываемой информационной системы позволит:

- интегрировать данные в другие системы;
- использовать универсальный подход к формированию отчетной и планирующей документации;
- добиться упорядочивания системы электронного документооборота, сократить количество бумажных документов;
- обеспечить эффективность труда заведующего;
- уменьшить число ошибок, возникающих при составлении документации.

Литература

1. Гудов А.М., Завозкин С.Ю. Процессно-ориентированная интеграция приложений при помощи системы электронного документооборота // Вестн. ТГУ: Приложение. Матер. междуна., всерос. и регион. науч. конфер., симпоз., школ, провод. в ТГУ. 2006. № 19. С. 20–27.
2. Гудов А.М., Завозкин С.Ю. Об одной модели оптимизации документопотоков, реализуемой при создании системы электронного документооборота // Вычисл. технол. 2006. Т. 11. С. 53–65
3. Гудов А.М., Завозкин С.Ю. Информационные и математические модели, заложенные в систему электронного документооборота КемГУ // Вестник НГУ. 2005. Т. 2. Вып. 1. С. 68–73.
4. Рекомендации для расчета объема учебной работы и основные виды учебно-методической, научно-исследовательской и других работ, выполняемых профессорско-преподавательским составом КемГУ высшего и дополнительного профессионального образования (в рамках стандарта ГОСТ Р ИСО 9001:2001) / Принято Ученым Советом КемГУ.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ СТОИМОСТИ ДОКУМЕНТОПОТОКОВ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ДОКУМЕНТОВ В СИСТЕМЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ХРАНИЛИЩ

А.М. Гудов, В.В. Мешечкин

Кемеровский государственный университет

Система электронного документооборота предприятия предназначена для автоматизации управления движением электронных документов (ЭД), но для эффективной ее работы необходимо, чтобы она выполняла эту деятельность по возможности наиболее оптимальным образом с точки зрения некоторого критерия. Одним из подходов к выбору такого критерия является экономический, заключающийся в минимизации суммы затрат на хранение, передачу, поиск и обновление электронного документа [1].

Определим основной объект исследования «электронный документ» как информационную пару $d_i = \{C_{d_i}, M_{d_i}\}$, обрабатываемую в информационной среде предприятия и циркулирующую в ней, где C_{d_i} – содержимое ЭД; M_{d_i} – метаданные ЭД. Под содержимым понимается информационное наполнение ЭД, которое представляется в виде вложенного файла или набора файлов произвольного типа и размера, а также в виде ЭД или набора ЭД. Метаданные – описание ЭД, однозначно его идентифицирующее. Такое определение позволяет обрабатывать отдельно метаданные и содержимое документа.

Интегральный критерий S зададим следующим образом [2]:

$$S = \omega_1 S^1 + \omega_2 S^2 + \omega_3 S^3, \quad (1)$$

где S^1 – стоимость хранения информации в распределенном информационном хранилище (ИХ);

S^2 – стоимость получения данных из ИХ;

S^3 – стоимость получения данных пользователем из информационных систем (ИС), функционирующих на предприятии;

$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$, $\omega_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$.

Стоимость хранения документов в ИХ может быть выражена как

$$S^1 = \sum_{i=1}^N s_i^1 \sum_{j=1}^{n_i} (m_{ij} v'_{ij} + c_{ij} v''_{ij}), \quad (2)$$

где s_i^1 – стоимость хранения единицы информации в H_i ;

v'_{ijk} – объем M_j^k d_j в H_i ;

v''_{ijk} – объем C_j^k d_j в H_i .

Введем индикаторы m_{ijk} и c_{ijk} , показывающие, из каких метаданных и содержимого состоит d_j в H_i :

$$m_{ijk} = \begin{cases} 1, & M_j^k \in H_i, \\ 0, & M_j^k \notin H_i, \end{cases}; \quad c_{ijk} = \begin{cases} 1, & C_j^k \in H_i, \\ 0, & C_j^k \notin H_i, \end{cases}$$

где M_j^k – k -е метаданное d_j ;

C_j^k – k -е содержимое d_j ;

$d_j = \{C_j^k, M_j^k\}$. Тогда

$$\begin{aligned} m_{ij} &= \{m_{ijk} \mid k=1, \dots, n'_{ij}\}; \quad c_{ij} = \{c_{ijk} \mid k=1, \dots, n''_{ij}\}; \\ v'_{ij} &= \{v'_{ijk} \mid k=1, \dots, n'_{ij}\}; \quad v''_{ij} = \{v''_{ijk} \mid k=1, \dots, n''_{ij}\}; \\ m_{ij}v'_{ij} &= \sum_{k=1}^{n'_{ij}} m_{ijk}v'_{ijk}; \quad c_{ij}v''_{ij} = \sum_{k=1}^{n''_{ij}} c_{ijk}v''_{ijk}. \end{aligned} \quad (3)$$

Стоимость получения ЭД пользователем из H_i находится следующим образом:

$$S^2 = \sum_{i=1}^N \frac{s_i^2}{Q_i R_i} \sum_{j=1}^{n_i} \left[(m_{ij}v'_{ij}\eta_{ij}^m)^2 + m_{ij}c_{ij}(v'_{ij}\eta_{ij}^c + v''_{ij}\eta_{ij}^m) + (c_{ij}v''_{ij}\eta_{ij}^c)^2 \right], \quad (4)$$

где s_i^2 – стоимость получения единицы информации из H_i ;

η_{ij}^m – частота обращений к метаданным документа;

η_{ij}^c – частота обращения к содержимому ЭД;

Q_i – частота запросов к H_i ;

R_i – пропускная способность канала связи для передачи ЭД между пользователем и хранилищем.

Стоимость получения документов из ИС, аналогично может быть представлена формулой

$$S^3 = \sum_{i=1}^L \frac{s_i^3}{Q'_i R'_i} \sum_{j=1}^{l_i} \left[(m_{ij}v'_{ij}\mu_{ij}^m)^2 + m_{ij}c_{ij}(v'_{ij}\mu_{ij}^c + v''_{ij}\mu_{ij}^m) + (c_{ij}v''_{ij}\mu_{ij}^c)^2 \right], \quad (5)$$

где s_i^3 – стоимость получения единицы информации от ИС I_i ;

μ_{ij}^m – частота обращения к метаданным документа в ИС за единицу времени;

μ_{ij}^c – частота обращений к содержимому документа;

l_i – количество электронных документов в I_i ;

Q'_i – частота запросов к I_i ;

R'_i – пропускная способность канала связи.

Окончательный вид критерия с учетом выражений (2)–(5) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
S = f(M, C) = & \omega_1 \sum_{i=1}^N s_i^1 \sum_{j=1}^{n_i} (m_{ij} v'_{ij} + c_{ij} v''_{ij}) + \omega_2 \sum_{i=1}^N \frac{s_i^2}{Q_i R_i} \sum_{j=1}^{n_i} \left[(m_{ij} v'_{ij} \eta_{ij}^m)^2 + \right. \\
& \left. + m_{ij} c_{ij} (v'_{ij} \eta_{ij}^c + v''_{ij} \eta_{ij}^m) + (c_{ij} v''_{ij} \eta_{ij}^c)^2 \right] + \omega_3 \sum_{i=1}^L \frac{s_i^3}{Q'_i R'_i} \sum_{j=1}^{l_i} \left[(m_{ij} v'_{ij} \mu_{ij}^m)^2 + \right. \\
& \left. + m_{ij} c_{ij} (v'_{ij} \mu_{ij}^c + v''_{ij} \mu_{ij}^m) + (c_{ij} v''_{ij} \mu_{ij}^c)^2 \right]. \quad (6)
\end{aligned}$$

Матрицы $M = \{m_{ij} | i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n_j\}$ и $C = \{c_{ij} | i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n_j\}$ составляют набор переменных задачи. Определяемые элементами этих матриц объемы метаданных $V' = \{v'_{ij} | \forall m_{ij} \neq 0, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n_j\}$ и содержания $V'' = \{v''_{ij} | \forall c_{ij} \neq 0, i = 1, \dots, L, j = 1, \dots, l_j\}$ являются известными значениями для каждого конкретного документа.

Полная постановка задачи имеет следующий вид

$$f(M, C) \rightarrow \min; \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N (m_{ij} + c_{ij}) = r_j, \quad r_j = 1, \dots, N + L; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} (m_{ij} v'_{ij} + c_{ij} v''_{ij}) \leq \sum_{i=1}^n O_i; \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^N \frac{1}{Q_i R_i} \sum_{j=1}^{n_i} \left[(m_{ij} v'_{ij} \eta_{ij}^m)^2 + m_{ij} c_{ij} (v'_{ij} \eta_{ij}^c + v''_{ij} \eta_{ij}^m) + (c_{ij} v''_{ij} \eta_{ij}^c)^2 \right] + \\
& + \sum_{i=1}^L \frac{1}{Q'_i R'_i} \sum_{j=1}^{l_i} \left[(m_{ij} v'_{ij} \mu_{ij}^m)^2 + m_{ij} c_{ij} (v'_{ij} \mu_{ij}^c + v''_{ij} \mu_{ij}^m) + (c_{ij} v''_{ij} \mu_{ij}^c)^2 \right] \leq T. \quad (10)
\end{aligned}$$

Соотношение (8) задает ограничение на количество копий r_j ЭД в различных хранилищах. Возможность хранения документов в хранилище ограничена объемом этого хранилища (9). Условие (10) отражает максимальный объем электронных документов, передаваемых по сетям передачи данных между пользователем, информационным хранилищем и информационной системой за период времени T .

В результате получается нелинейная задача дискретного целочисленного программирования, в которой переменные M и C являются булевыми (принимают значения из множества $\{0, 1\}$), а значения V' и V'' являются целыми числами (например, выражаются в мегабайтах).

Для решения этой задачи необходимо найти такое распределение m_{ij} и c_{ij} , при которых значение $f(M, C)$ в (7) становится минимальным для заданного набора коэффициентов при ограничениях (8)–(10).

Следует отметить, что в соответствии с принятой моделью ЭД, значения метаданных представляют собой строго структурированные данные, а содержание – файлы произвольного формата и объема. Тогда вполне оправданно хранить метаданные в табличных структурах данных под управ-

лением реляционной СУБД, а содержимое ЭД – в объектных структурах под управлением объектной или объектно-реляционной СУБД. Такой подход позволит выбрать оптимальную (с точки зрения производительности обработки запросов к ЭД) архитектуру системы.

Поскольку современные СУБД оптимизируют затраты на поиск данных и обработку запросов в многопользовательском режиме работы, частота обращений к метаданным в СУБД будет зависеть только от конфигурации самой системы.

Были рассмотрены несколько вариантов выбора архитектуры ИХ и взаимодействующих с ними ИС:

1. Метаданные и содержимое документа расположены в разных ИХ. Прикладные ИС поддерживают свою базу данных документов и обмениваются друг с другом только через общую БД электронных документов (модель процесса процессно-ориентированной интеграции [3]).

2. Метаданные и содержимое документа расположены в разных хранилищах. Прикладные ИС поддерживают одну и ту же базу данных, обмениваясь между собой ссылками на общие документы (модель процесса сервисно-ориентированной интеграции [3]).

3. Метаданные и содержимое документа расположены в одном хранилище. Прикладные ИС поддерживают ту же базу данных, используют прямые запросы к данным (модель процесса информационно-ориентированной интеграции [3]).

Вычислительная процедура решения задачи (7)–(10) строилась на основе метода динамического программирования [4].

В табл. 1 приведены начальные параметры, использованные для тестового расчета. При вычислении принималось, что суммарный объем всех ЭД полностью входит в одно из хранилищ. Для расчета по второму варианту фиксировалось количество копий ЭД (включая метаданные и содержимое) так, чтобы ЭД только частично располагался в хранилище (либо метаданные, либо содержимое). Значения остальных параметров выбирались таким образом, чтобы исключить доминирующее влияние одного из ИХ или ИС на результаты.

Таблица 1

Параметры для тестового расчета

Название параметров	Значения параметров		
	Случай 1	Случай 2	Случай 3
Количество хранилищ (N)	2	2	1
Количество ИС (L)	1	–	–
Пропускная способность каналов связи до хранилищ (R_i), Кб/сек	60000 60000	60000 60000	60000
Пропускная способность каналов связи до ИС (R'_i), Кб/сек	200	–	–
Максимально допустимое время ожидания (T_i), сек	1800	1800	1800
Максимальный объем хранилища (O_i), Мб	500000 500000	500000 500000	500000

Название параметров	Значения параметров		
	Случай 1	Случай 2	Случай 3
	100000		
Стоимость хранения данных (s_i^1)	4000 4000	4000 4000	4000
Стоимость получения данных из хранилища (s_i^2)	4000 4000	400 400	400
Стоимость получения данных из ИС (s_i^3)	4000	–	–

В табл. 2 представлены результаты работы вычислительной процедуры при заданных параметрах. Значения целевой функции задачи для удобства сопоставления пронормированы путем деления на максимальное из этих значений во всех рассмотренных случаях.

Таблица 2

Нормированные значения целевой функции

Количество документов	Значение целевой функции		
	Случай 1	Случай 2	Случай 3
10	0,0021	0,0021	0,0359
60	0,0133	0,0133	0,0675
100	0,0215	0,0215	0,0694
200	0,0452	0,0452	0,0732
300	0,0667	0,0667	0,0773
400	0,0882	0,0882	0,0812
500	0,1097	0,1097	0,0850
600	0,1312	0,1312	1,0000

Из таблицы видно, что значения целевой функции ведут себя одинаково для первых двух вариантов архитектурных решений (Случай 1 и Случай 2). Для третьего варианта (Случай 3) минимальное значение стоимости документопотоков резко возрастает после превышения порогового значения количества ЭД (500 в данном варианте расчета). Такие же результаты были получены при увеличении количества документов до 10 000, а количества хранилищ – до 5.

Таким образом, в результате решения задач (7)–(10) получается наилучшее с точки зрения комплексного критерия (1) распределение ЭД по информационным хранилищам системы. Это позволяет непосредственно перед записью метаданных или содержимого ЭД «просчитать» наиболее оптимальный вариант их распределения.

Представленный подход был использован при интеграции системы электронного документооборота с другими информационными системами управления учебным процессом в Кемеровском государственном университете.

Литература

1. *Бессонов С.В.* Оптимизация электронного документооборота в корпоративных системах: дис. ... канд. экон. наук. М., 2001. 187 с.
2. *Гудов А.М., Завозкин С.Ю.* Об одной модели оптимизации документопотоков, реализуемой при создании системы электронного документооборота // Вычисл. технол. 2006. Т. 11. Спец. вып. С. 53–65.
3. *Гудов А.М., Завозкин С.Ю.* Интеграция распределенных приложений при помощи системы электронного документооборота // Вычисл. и информац. технол. в науке, техн. и образов.: Тр. междунар. конфер. Павлодар: ТОО НПФ «ЭКО», 2006. Т. II. С. 442–451.
4. *Мину М.* Математическое программирование. Теория и алгоритмы. М.: Наука, 1990. 488 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПЕРСОНАЛА ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОННОГО ДОКУМЕНТООБОРОТА ВУЗА

А.М. Гудов, Е.Д. Пфайф

Кемеровский государственный университет

В любой организации присутствует оценка труда персонала, так как в рамках управления персоналом принимаются те или иные решения. Но в большинстве своем она носит субъективный характер, когда руководитель опирается на свое мнение и не использует критерии и стандарты оценки. Таким образом, систематическая оценка с проработанными процедурами процесса оценки является необходимой в каждой организации.

В современной экономической литературе нет единства в том, что подразумевается под оценкой персонала, оценкой труда, оценкой качества работы персонала и т.д. В нашем случае, под оценкой труда персонала будем подразумевать деятельность, направленную на получение качественных и количественных характеристик персонала, в ходе прохождения исполнительской деятельности, необходимую для осуществления обратной связи между исполнителем и руководителем и повышения исполнительской деятельности.

В настоящее время все больше организаций начинают использовать системы электронного документооборота, но анализ автоматизированных информационных систем в области документооборота и делопроизводства, предлагаемых на российском рынке в качестве промышленных образцов показал, что ни одна из информационных систем не имеет в своем составе модуля оценки деятельности сотрудников управления по итогам выполнения поручений.

Исполнитель всегда достаточно негативно относится к тоталитарному контролю и, в то же время, ревностно относится к результатам своего труда, опасаясь необъективной оценки со стороны руководителя. Руководитель, в свою очередь, заинтересован в качественной и своевременной реализации управленческих решений, с наименьшими затратами со своей стороны.

Таким образом, требования к оценке со стороны исполнителя и руководителя можно сформулировать так [1]:

- прозрачность оценки как со стороны руководителя, так и со стороны исполнителя; возможность диалога и «обратной связи» между ними;
- оперативность и достоверность результатов оценки;
- влияние на конечные результаты деятельности организации;
- поощрение и стимулирование сотрудника на повышение эффективности исполнительской деятельности;
- возможность оценивания в разрезе одного или множества поручений на любом интервале времени;
- инвариантность к типу и виду собственности организации;
- универсальность по отношению к особенностям как руководителя, так и исполнителя;
- понятность показателей оценки, возможность анализа их качества и оценки.

В работе [1], исходя из требований, предъявленных к оценке, первоначальную декомпозицию исполнительской деятельности предлагается проводить с использованием формальной модели структуры социально-экономической системы. Исполнительская деятельность с использованием формальной модели структуры представима в виде набора элементов: организация, поручение, исполнитель, технология выполнения, средства деятельности (см. рис. 1).

Под исполнителем понимается лицо, принимающее решение из числа работников по следующим категориям: высшее звено руководителей, среднее звено руководителей, низшее звено руководителей, специалисты. Под организацией подразумевается совокупность людей, работающих совместно, во главе с руководителем и выполняющих определенные планы. В качестве объекта исполнительской деятельности принимается поручение. В качестве средств деятельности рассматриваются средства подсистемы управления поручениями системы электронного документооборота. Технология выполнения поручений – это технология, внедренная в подсистему управления поручениями электронной системы документооборота.

Понятие «поручение» выступает как единица контроля исполнения документированного решения. Поручение – некоторое действие, имеющее одного исполнителя и определенный срок выполнения. При прохождении управленческого решения сверху вниз, оно декомпозируется, при этом каждое из получившихся поручений будет иметь единственного исполнителя. Поручение, которое не декомпозируется, будем называть самостоятельным, а, в противном случае, агрегированным.

Проведем дальнейшую декомпозицию для возможности оценки исполнительской деятельности, как процесса направленного на выполнение поручения в ходе реализации управленческого решения.

Технология выполнения поручения и средства деятельности одинаковы в рамках одного учреждения, поэтому их оценку можно не учитывать.

Оценить организацию можно по результатам ее работы вышестоящими организациями и ведомствами. Для вуза такой организацией будет являться Министерство образования. Поручение можно оценить с двух сторон: оценить процесс выполнения поручений и непосредственный результат. Для исполнителя возможна оценка личностных качеств и квалификации (см. рис. 1).



Рис. 1. Второй уровень декомпозиции исполнительской деятельности

Составим математическую модель оценки. Различают 4 вида моделей: аддитивная, мультипликативная, кратная и смешанная [2].

В нашем случае будет использоваться смешанная модель, которая выраженная в общем виде, будет выглядеть следующим образом

$$W = \left(\prod_{i=1}^n P_i^{q_i} \right)^{\frac{1}{q}}, \quad (1)$$

где P_i – i -ый глобальный параметр оценки;

n – количество параметров;

q_i – весовой коэффициент i -ого параметра,

$$q = \sum_{i=1}^n q_i;$$

$$P_i = \sum_{j=1}^m H_j^i, \quad (2)$$

где H_j^i – j -ая характеристика i -ого параметра;

m – количество характеристик.

В формуле (1) используется мультипликативная процедура агрегирования, но так нельзя компенсировать крайне слабые стороны результатов выполнения поручения высоким уровнем квалификации, а мультипликативное агрегирование оценок обеспечивает повышенную чувствительность результата к малым значениям отдельных частных оценок. Но, тем не менее, для частных оценок, близких по величине, результаты мультипликативного агрегирования мало отличаются от результатов аддитивного агрегирования [3]. Для расчета значений параметров (формула (2) исполь-

зуется аддитивная сверстка, так как характеристики равнозначны в рамках одного параметра.

Исходя из данного выше определения оценки, совокупная оценка (W) будет зависеть от следующих параметров и характеристик:

- **Оценка объективных личностных качеств (L):**
 - оценка квалификации исполнителя:
 - уровень образования;
 - повышение квалификации (дополнительное образование);
 - стаж;
 - ученая степень;
 - ученое звание;
 - состояние здоровья;
 - стабильность выполнения поручений;
- **Оценка процесса труда (T):**
 - напряженность труда;
 - загруженность;
 - приоритет:
 - источник инициирования поручения;
 - уровень инновационности;
 - уровень агрегированности поручения;
- **Оценка результатов труда (R):**
 - точность в сроках выполнения поручений;
 - оценка работы организации по направлению (для ректора и проректоров).

Значение каждого из параметров L , T , R , исходя из принципов декомпозиции, лежит в интервале от нуля до единицы.

Совокупная оценка исполнительской деятельности работника будет выглядеть следующим образом

$$W = \sqrt[q^1+q^2+q^3]{L^{q^1} * T^{q^2} * R^{q^3}},$$

где $\sum_1^3 q_i = 1$ весовые коэффициенты, которые можно задать эмпирически или рассчитать с помощью какого-либо подхода.

Адекватность полученной модели была показана на произвольном примере, рассчитанном по методу экспертных оценок [1].

В процессе выполнения работы были получены следующие результаты:

- выявлены основные требования к оценке со стороны руководителя и со стороны исполнителя;
- с учетом полученных требований и того, что система оценки должна быть автоматизированной, были выделены характеристики оценки;
- связав эти характеристики между собой, были получены параметры элемента поручение;

- таким образом, была построена математическая модель исполнительской деятельности;
- модель реализована в виде подсистемы СЭД.

Предложенная модель удовлетворяет поставленным требованиям. Оценка является прозрачной со стороны руководителя и исполнителя, оперативна и достоверна, инвариантна к типу и виду собственности организации, инвариантна к особенностям руководителя и исполнителя.

Модель разработана для использования в подсистеме учета поручений СЭД, внедренной в Кемеровском государственном университете.

Отличительными чертами предлагаемого подхода является:

- подсчет оценки автоматический;
- значения параметров непрерывны, вследствие чего достигается большая точность оценки;
- легко добавлять новые и редактировать существующие параметры;
- все основные параметры деятельности субъекта процесса исполнительской деятельности участвуют в оценке.
- наличие комплексных оценок, зависящих от нескольких характеристик;
- управление рейтингом через систему коэффициентов, которые могут задаваться «вручную» из эмпирических соображений, либо обучаться с помощью нейронной сети на основании статистических данных.

Данная модель оценки исполнительской деятельности – универсальна. Она может применяться для подсчета рейтинга сотрудников в любых системах документооборота, так как данные, на которых основан подсчет оценки, должны обязательно храниться или рассчитываться в этой системе.

Литература

1. *Ехлаков Ю.П., Кириенко В.Е., Сенченко П.В.* Методы и технологии документационного обеспечения управленческих решений. Томск: Том. гос. ун-т сист. управл. и радиоэлектр., 2005. 176 с.
2. *Бальжинов А.В., Михеева Е.В.* Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия организации. [Электронный ресурс]. URL: http://window.edu.ru/window_catalog/files/r18840/metod12.pdf (дата обращения 19.01.11).
3. *Реймаров Г.А.* Комплексная оценка персонала: Инженерный подход к управлению качеством труда. М.: Изд-во ЛКИ, 2010. 424 с.

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ДВИЖЕНИЯ, АДАПТИРОВАННЫЙ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКРАННОГО ВИДЕО

Д.В. Дружинин

Томский государственный университет

Представлена модификация алгоритма оценки движения, разработанного для обработки экранного видео, отличающаяся от аналогичных по назначению разработок значительно большей скоростью выполнения.

Приведены результаты тестирования реализаций различных модификаций алгоритма оценки движения.

Камерное видео – это видео, снятое видеокамерой.

Экранное видео – это видео происходящего на экране пользователя. Экранное видео возникает в результате фиксации активности пользователя: движения курсора мыши, скроллинг, сворачивание и открытие свернутого окна, перемещение окна, ввод текста и т.д. Зачастую о полезности программ, осуществляющих сжатие и запись на жесткий диск этого типа видеоданных, можно говорить только в том случае, когда их можно запустить не только в режиме реального времени, но и в фоновом режиме, так как иначе программа, предназначенная для фиксации активности пользователя, будет мешать выполнению ресурсоемких приложений, с которыми взаимодействует пользователь.

Экранное видео – это видео высокого разрешения, поэтому требуется применять эффективные алгоритмы сжатия этого типа видеоданных. Поэтому актуальной является задача оптимизации по времени алгоритмов сжатия экранного видео. Использование алгоритма оценки движения позволяет существенно увеличить коэффициент сжатия, хотя и требует значительных вычислительных ресурсов.

Экранное видео в значительной степени отличается от видео, снятого видеокамерой. Камерное видео запечатлевает объекты реального мира с определенной точки обзора при определенном освещении. Для этого типа видеоданных характерны плавные (непрерывно-тоновые) цветовые переходы между соседними пикселями. Экранное видео запечатлевает искусственным образом созданные объекты, для которых характерны резкие (дискретно-тоновые) цветовые переходы между соседними пикселями. Разумно использовать информацию об особенностях экранного видео, чтобы адаптировать алгоритм оценки движения для более эффективного выявления объектов, перемещенных на некоторое расстояние относительно предыдущего кадра.

Проблема оптимизации по времени алгоритма оценки движения для обработки экранного видео является малоизученной. Удалось найти только одну работу [1], где представлен алгоритм оценки движения, использующий информацию об особенностях экранного видео. Но этот алгоритм выполняется слишком медленно, что не позволяет использовать его для сжатия экранного видео в режиме реального времени.

В этой работе представлена модификация алгоритма оценки движения, рассмотренного в [1], позволяющая значительно повысить скорость кодирования видеоданных. Ускорение процесса кодирования достигается за счет выявления не всех типов движений, а только некоторых из них.

1. Описание алгоритма оценки движения, адаптированного для экранного видео

Выявление всех движений в экранном видео оказалось слишком трудоемкой задачей для выполнения в режиме реального времени (см.

раздел 2. Результаты тестирования). В такой ситуации было принято решение провести классификацию типов движений в экранном видео и разработать алгоритмы, выявляющие некоторые из этих типов движений, и работающие при этом значительно быстрее алгоритма, выявляющего все типы движений.

Можно выделить 3 основных вида движений в экранном видео:

1. Движения по вертикали и горизонтали (потенциально на большие расстояния). Это движения, осуществляемые вследствие вертикального и горизонтального скроллинга, нажатия пользователем на клавиши вниз, вверх, вправо, влево и проч.;

2. Движения в произвольном направлении на небольшие расстояния. Это движения, осуществляемые, например, вследствие достаточно плавного перетаскивания пользователем окна.

3. Движения, осуществляемые в произвольном направлении на большие расстояния.

Как правило, подавляющее большинство движений различных объектов на экране, возникающих в ходе работы пользователя, относятся к (1) либо (2) категории.

Источников, где бы рассматривались подобные техники применительно к экранному видео, найти не удалось. Используя приведенную классификацию движений в экранном видео, удалось разработать следующую схему кодирования на основе алгоритма оценки движения, описанного в [1].

Последовательно выполняются две модификации алгоритма оценки движения:

1. Алгоритм, осуществляющий поиск блока, соответствующего текущему блоку, только по вертикали и по горизонтали. То есть этот алгоритм не рассматривает векторы движения с одновременно ненулевыми сдвигами по оси x и y .

2. Алгоритм, осуществляющий поиск блока, соответствующего текущему блоку, во всех направлениях, но только в ближайшей окрестности текущего блока.

Таким образом, выполнение алгоритма, осуществляющего полный перебор возможных векторов движения (предложенный в [1]), заменяется на выполнение двух менее трудоемких алгоритмов. Естественно, что при этом будут выявлены только движения (1) и (2) типов.

В камерном видео разница соответствующих пикселей сравниваемых блоков часто оказывается близкой к нулю. Для экранного видео такое предположение неверно. Поэтому было принято решение кодировать блоки, для которых не найдено точное соответствие, независимо от других кадров (как блоки ключевых кадров – I-кадров).

Для ускорения сравнения двух блоков предлагается использовать предварительное сравнение диагональных элементов. Только в случае, когда все диагональные элементы попарно равны между собой, происходит сравнение всех элементов этих блоков. Такая техника приводит к

ускорению выполнения алгоритма оценки движения (см. раздел 2. Результаты тестирования), так как она одновременно учитывает и горизонтальную, и вертикальную корреляцию пикселей движущегося объекта. В обеих предложенных модификациях алгоритма оценки движения используется эта техника.

2. Результаты тестирования

Поскольку не удалось найти реализацию алгоритма оценки движения, представленного в [1], то в тестировании принимала участие реализация, созданная автором этой работы. При тестировании был выбран размер блока 16*16 пикселей. Были выбраны максимальные отклонения по оси x и y, равные 48, для алгоритмов-участников тестирования (5) и (6). При тестировании каждый кадр имел разрешение 1024*768 и глубину цвета в 32 бита. Тестирование проводилось на платформе со следующими характеристиками: процессор Intel Core 2 Duo E6750 2,66 ГГц, оперативная память DDR2 2Гб, операционная система Windows XP.

Замечание 1: измеряемый параметр “Количество блоков” означает количество блоков, для которых было найдено соответствие данной реализацией. При этом суммарное количество блоков равно $1024*768 / (16*16)=3072$. Надо учитывать, что часть блоков не изменились по сравнению с предыдущим кадром.

Замечание 2: запись 3→5 означает, что текущий кадр сначала обрабатывается реализацией (3) алгоритма оценки движения, а затем реализацией (5).

Рассмотрим результаты тестирования при двух типах движений:

1. Движения первого типа по классификации, приведенной в разделе 1. Для возникновения движения такого типа использовался скроллинг.

Алгоритм / Параметр	Время выполнения, мс	Количество блоков, шт
1. Алгоритм оценки движения, представленный в [1]	10049	1436
2. Алгоритм оценки движения, представленный в [1], с добавленной начальной проверкой диагональных элементов	4012	1436
3. Модификация (1) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе (поиск блока, соответствующего текущему блоку, осуществляется только по вертикали и по горизонтали)	24	1436
4. Модификация (1) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе, без начальной проверки диагональных элементов	65	1436
5. Модификация (2) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе (поиск блока, соответствующего текущему блоку, осуществляется во всех направлениях, но только в ближайшей окрестности)	510	697

текущего блока)		
6. Модификация (2) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе, без начальной проверки диагональных элементов	1094	697
3→5	24→10	1436→0
5→3	510→15	396→830

2. Движения второго типа по классификации, приведенной в разд. 1. Для возникновения движения этого типа использовалось плавное перетаскивание окна.

Алгоритм / Параметр	Время выполнения, мс	Количество блоков
1. Алгоритм оценки движения, представленный в [1]	3561	1384
2. Алгоритм оценки движения, представленный в [1] с добавленной начальной проверкой диагональных элементов	2422	1384
3. Модификация (1) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе (поиск блока, соответствующего текущему блоку, осуществляется только по вертикали и по горизонтали)	63	450
4. Модификация (1) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе, без начальной проверки диагональных элементов	140	450
5. Модификация (2) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе (поиск блока, соответствующего текущему блоку, осуществляется во всех направлениях, но только в ближайшей окрестности текущего блока)	47	1384
6. Модификация (2) алгоритма оценки движения, представленная в этой работе, без начальной проверки диагональных элементов	62	1384
3→5	62→47	463→962
5→3	47→16	1379→38

Обычно экранное видео требуется сжимать в режиме реального времени. Очевидно, что алгоритм оценки движения, представленный в [1], не применим для таких целей, так как один кадр обрабатывается от 3,5 до 10 сек. Быстрее всего выполняется реализация (3), что позволяет использовать ее при сжатии экранного видео в режиме реального времени. Но реализация (3) не в состоянии выявить движения второго типа, поэтому имеет смысл рассмотреть комбинации реализаций (3) и (5).

Если учитывать время выполнения при обоих типах движения, то наилучшей по этому критерию является последовательность (3)→(5).

Время работы этой последовательности более стабильно при различных типах движения и не превышает 109 мс. При этом последовательно выполняемые реализации (3) и (5) находят соответствие для практически такого же количества блоков, что и реализация (1). Как видно по результатам тестирования, начальная проверка диагональных элементов уменьшает время выполнения оценки движения для всех рассмотренных реализаций.

Заключение

Проведение классификации движений в экранном видео сделало возможным поиск заданных типов движений. Затем был разработан алгоритм оценки движения, использующий информацию о том, что одни типы движений встречаются в экранном видео чаще, чем другие.

При этом просматриваются лишь области, соответствующие типам движений, которые встречаются чаще всего. Такое сужение области поиска позволяет ускорить выполнение оценки движения десятикратно при незначительных потерях в количестве распознанных движений, так как большая часть движений в экранном видео относятся именно к (1) или (2) типам. Поэтому такой алгоритм оценки движения может быть использован на практике.

Литература

1. *Motion estimation/compensation for screen capture video*. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.freepatentsonline.com/7224731.html> (дата обращения: 01.10.2011).

СИСТЕМА «ЗАЯВКИ»

С.Ю. Завозкин, Ю.Г. Жидяева

Кемеровский государственный университет

На данный момент для большинства крупных организаций характерны проблемы, связанные с отсутствием средств автоматизации учета и исполнения различного рода заявок, в том числе, заявок на устранение неисправностей и установку нового программного обеспечения (ПО) и оборудования, и заявок на закупку нового ПО и оборудования. Вот некоторые основные проблемы:

- 1) неудобство работы с бумажными носителями;
- 2) недолговечность и сложность хранения бумажных носителей;
- 3) сложности, связанные с поиском необходимой информации о заявках и отчетах;
- 4) отсутствие возможности вести аналитику выполнения заявок;
- 5) отсутствие возможности проанализировать и оценить эффективность работы сотрудников;
- 6) транспортировка заявок занимает много времени и существует риск потери заявок.

Одним из способов решения такого рода проблем является внедрение в организацию информационной системы, осуществляющей

информационную поддержку процессов подачи, сбора и учета заявок на закупку техники, техническую поддержку и установку ПО.

Были выделены критерии, в соответствии с которыми проведен обзор рынка информационных систем автоматизированной подачи заявок: наличие средств интеграции с другими системами предприятия, возможность подачи заявок как на закупку техники/ПО, так и на техническую поддержку/установку ПО, составление отчетов и общих заявок на закупку, оповещение по электронной почте пользователей системы при получении новой заявки, возможность обратной пересылки заявки на доработку, отображение статуса заявки, учет лимита денежных средств.

Проведенный анализ показал отсутствие информационной системы, полностью удовлетворяющей сформулированным критериям, в результате чего возникла необходимость разработки собственной системы, осуществляющей информационную поддержку процесса сбора, обработки и учета заявок на устранение неисправностей, установку и закупку ПО/оборудования. Система «Заявки» должна быть включена в качестве одной из подсистем в интегрированную аналитическую информационную систему КемГУ (ИАИС), обеспечивающую единое информационное пространство университета [1].

На основании анализа предметной области были выдвинуты пользовательские требования к системе, обобщенно представленные далее:

- поддержка нескольких типов пользователей и разграничение их привилегий;
- возможность занесения, просмотра, модификации, удаления метаданных объектов системы, заявок;
- возможность составления, просмотра отчетов и общих заявок на закупку.

Система подразумевает семь типов пользователей:

1. **Сотрудник** имеет возможность заполнить заявку на устранение технической неисправности, установку ПО/оборудования;

2. **Диспетчер** имеет возможность просматривать/редактировать поступившие заявки, добавлять новые;

3. **Заявитель** (ответственный от подразделения) имеет доступ к просмотру списка доступных для закупки товаров, может добавлять новые заявки на закупку от подразделения;

4. **Комиссия** по закупкам (специалист комиссии) имеет доступ к просмотру и корректировке списка доступных для закупки товаров, просмотр текущего и годового лимита денежных средств, просмотр поступивших заявок, имеет право отклонить или одобрить заявку;

5. **Проректор** имеет доступ к просмотру каталога товаров, а также имеет возможность просмотра и изменения текущего и годового лимита денежных средств, утвердить/отклонить общую заявку.

6. **Администратор** имеет возможность добавлять, удалять пользователей, изменять их права, добавлять, удалять и редактировать словари,

создавать и редактировать группы пользователей, просмотр сводных отчетов.

7. IT-специалист имеет возможность просматривать поступившие заявки, изменять статус заявок в случае их выполнения/невыполнения, составлять акты о проделанной работе.

Смежными системами для ИС «Заявки» в рамках ИАИС КемГУ являются: «Глоссарий», «Защита информации и ПО», «Учет ПО», «Учет компьютерной техники». Для отображения взаимодействия между системами построена диаграмма системного окружения (см. рис. 1):

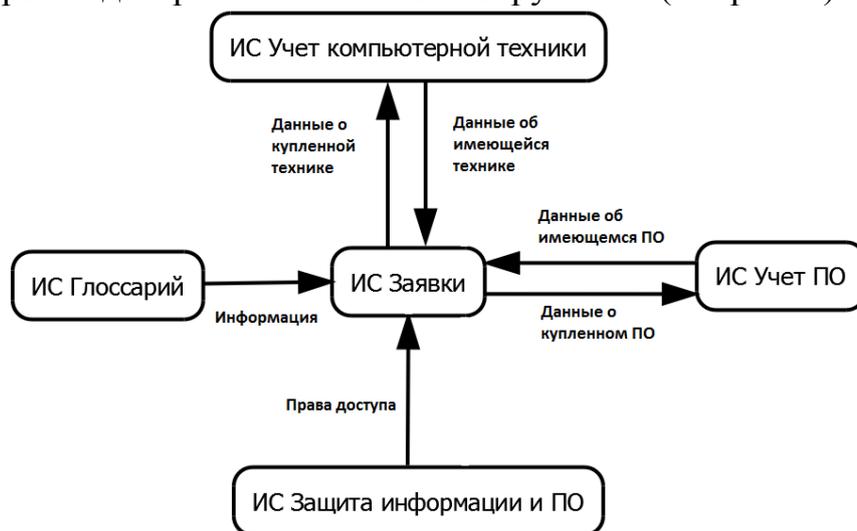


Рис. 1. Диаграмма системного окружения

Для описания функций системы и потоков данных в ней были построены функциональные модели в стандартах IDEF0 и IDEF3. На диаграмме 1-го уровня декомпозиции (см. рис. 2) отображены 4 модуля системы:

1. Определение полномочий. Авторизация и определение полномочий пользователей происходит посредством этого модуля в «Защиты информации и ПО».

2. Администрирование. В данном модуле описан функционал для управления данными в системе: создание, редактирование, удаление классов, классов-контейнеров, создание словарей.

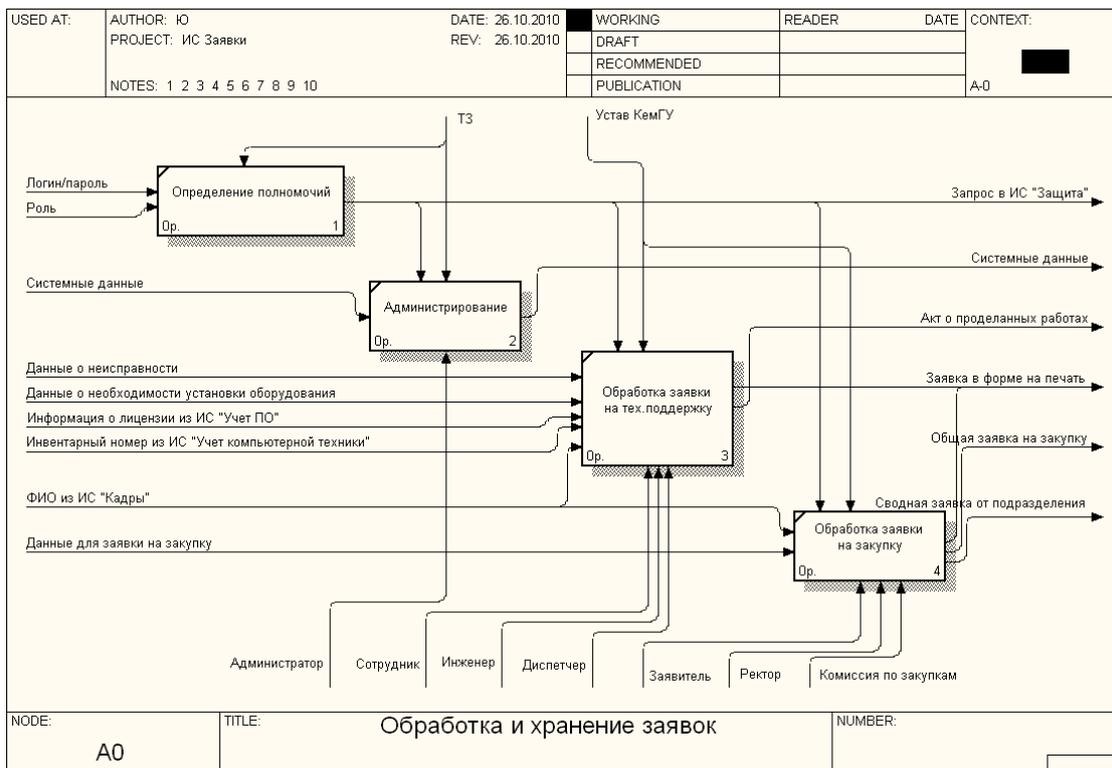


Рис. 2. Диаграмма 1-го уровня декомпозиции

3. Обработка заявки на техническую поддержку. В данном модуле описан функционал по обработке заявок на техническую поддержку.

4. Обработка заявки на закупку. В данном модуле описан функционал по обработке заявок на закупку техники и программного обеспечения.

Для удовлетворения потребностей в описании меняющегося набора полей заявок, а так же объектов системы, была использована модель, которую можно условно назвать «метаданные на метаданные» [2]. Она позволяет генерировать объекты системы и заявки без модификации системы.

В модель были введены следующие понятия объектного подхода:

- объект – сущность с определенными свойствами;
- метаданное (атрибут) – элемент, описывающий свойство объекта.

На диаграмме структуры данных (см. рис.3) отражены ключевые таблицы, присутствующие в ИС, и возможность создать сколь угодно сложную иерархическую структуру ввиду того, что таблица MET ссылается на id этой же таблицы.

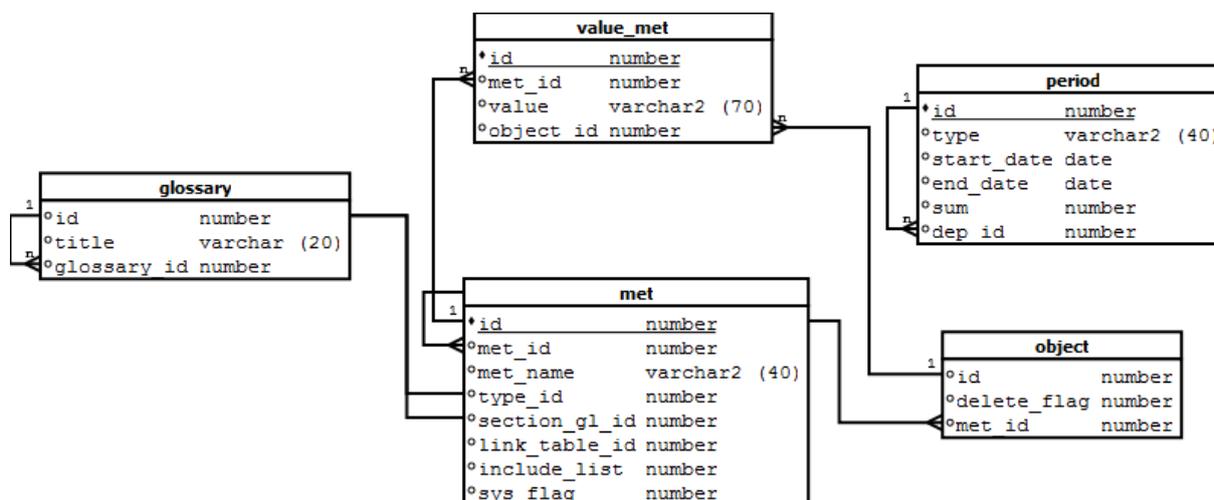


Рис. 3. Диаграмма структуры данных

Таблица MET содержит информацию о метаданных. Структура представления данных является древовидной.

Таблица VALUE_MET содержит значения метаданных.

Таблица ОБЪЕКТ содержит объекты системы.

Таблица PERIOD содержит информацию о сроках подачи заявок, лимите денег по университету, в целом, и по каждому подразделению.

Таблица GLOSSARY – справочник системы, одна из таблиц ИС «Глоссарий», содержащей справочные данные подсистем ИАИС.

В целях успешной интеграции в ИАИС было решено использовать для реализации системы те же программные средства, что и при разработке большинства других информационных систем, входящих в состав ИАИС. Поэтому архитектура ИС «Заявки» является трехзвенной:

- в качестве клиентского приложения – стандартный веб-браузер;
- в качестве сервера приложений – Apache Tomcat 5.4.4;
- в качестве СУБД – Oracle 10g.

Для реализации логики системы выбран процедурный язык PL/SQL. Для реализации интерфейса системы выбран пакет KemSUWEB. Он располагается на сервере приложений и обеспечивает единую среду для создания приложений, основанных на трехуровневой архитектуре в среде Internet за счет адаптеров, которые удовлетворяют различные потребности разработчика: в операциях с Oracle, в защите информации, в управлении ходом приложения. Пакет разработан в Центре новых информационных технологий КемГУ.

В соответствии с предъявленными требованиями и построенными моделями в настоящее время идет реализация ИС «Заявки». По окончании реализации и проведении верификации и тестирования системы планируется внедрение ее в тестовую эксплуатацию в КемГУ.

Литература

1. Афанасьев К.Е., Гудов А.М., Завозкин С.Ю. Интегрированная аналитическая информационная система управления университетом: основные элементы. Кемерово: ИНТ, 2009.

2. Гудов А.М., Завозкин С.Ю., Меньшиков А.С. Создание компонента автоматического определения метаданных документа для системы электронного документооборота // Вестн. ТГУ. 2006. № 16.

3. Ростовцев Е.А. Концепция единой системы защиты информации и программного обеспечения // Информ. недра Кузбасса: Тр. науч.-практ. конф. Кемерово: КемГУ, 2003.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА «РАСПИСАНИЕ ВУЗА»

С.Ю. Завозкин, Р.Б. Шаджалилов

Кемеровский государственный университет

Одной из важнейших проблем качественной организации учебного процесса в высшем учебном заведении (вузе) является задача формирования качественного учебного расписания. Эта задача является основной в деятельности диспетчерской службы вуза.

В последние годы предпринимались множественные попытки совершенствования планирования учебного процесса путем построения алгоритмов оптимизации задач планирования учебной работы вуза и последующей их реализацией на вычислительной технике. Такие исследования проводятся как некоторыми вузами, так и коммерческими организациями.

Был произведен анализ 9-ти наиболее популярных коммерческих систем составления расписания учебного заведения, а так же 6-ти систем, разработанных различными вузами. В качестве критериев анализа было выбрано обеспечение следующих функциональных возможностей:

1. Управление данными о факультетах.
2. Управление данными о группах и подгруппах.
3. Управление данными о потоках.
4. Управление данными о корпусах и аудиториях.
5. Получение дисциплин из справочника.
6. Управление данными о времени проведения занятий для каждого факультета.
7. Создание расписания.
8. Добавление элемента расписания.
9. Выполнение автоматической проверки по логическим критериям.
10. Наличие отчетов.
11. Разграничение прав доступа по ролям.

Результаты анализа показали, что несмотря на большой выбор автоматизированных систем составления расписания и способов учета ограничений в них, системы, удовлетворяющей всем требованиям нет. Например, одним из наиболее важных недостатков является то, что ни одна из рассмотренных систем не имеет возможности интеграции с уже существующими информационными системами вуза, а так же у многих систем отсутствует возможность разграничения доступа по ролям [1].

Таким образом, актуальной является задача создания информационной системы, осуществляющей информационную поддержку процесса составления расписания.

После проведения анализа систем, а так же анализа предметной области, разработаны требования к системе. В системе должны быть предусмотрены две роли: сотрудник бюро расписаний и гость. Для каждой роли определен набор пользовательских требований.

Сотрудник бюро расписаний:

1. Управление данными о факультетах, потоках, группах, подгруппах, корпусах и аудиториях.
2. Получение дисциплин из справочника.
3. Управление данными о времени проведения занятий для каждого факультета.
4. Создание расписания.
5. Добавление элемента расписания.
6. Выполнение автоматической проверки по логическим критериям:
 - в определенное время преподаватель может вести занятие у 1 группы или 1 потока;
 - невозможность параллельных занятий у группы в разных аудиториях, за исключением деления на подгруппы;
 - в одной аудитории одновременно может заниматься 1 группа или 1 поток;
7. Формирование отчетов.

Гость:

1. Просмотр и печать расписания выбранного факультета, группы, преподавателей.
2. Формирование отчета о загруженности аудиторного фонда.

Разрабатываемая система должна интегрироваться с подсистемами интегрированной аналитической информационной системы (ИАИС) КемГУ, обеспечивающей единое информационное пространство университета [3]. На рис. 1 представлена диаграмма системного окружения, отображающая взаимодействие ИС «Расписание вуза» и ряда подсистем ИАИС.

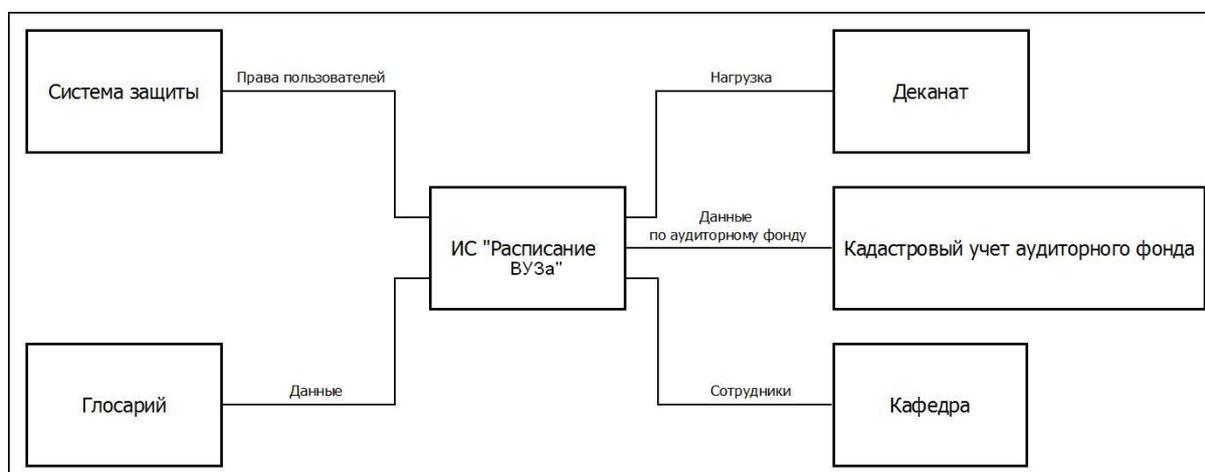


Рис. 1. Системное окружение ИС «Расписание вуза»

Так как разрабатываемая система должна быть интегрирована в ИАИС, то для ее реализации наиболее эффективно использовать те же технологии, что и при реализации уже существующих систем. В качестве СУБД выступает Oracle 10g, в качестве сервера приложений – Apache Tomcat 5, и в качестве клиентского приложения – стандартный веб-браузер [4]. Для реализации логики системы выбран процедурный язык PL/SQL. Для реализации интерфейса системы выбран пакет KemSUWEB, разработанный в Центре новых информационных технологий КемГУ.

Для отражения функционала системы и потоков данных в ней построен комплекс функциональных диаграмм в нотации IDEF0. На рисунке 2 представлен первый уровень декомпозиции, на котором видны основные функциональные блоки системы.

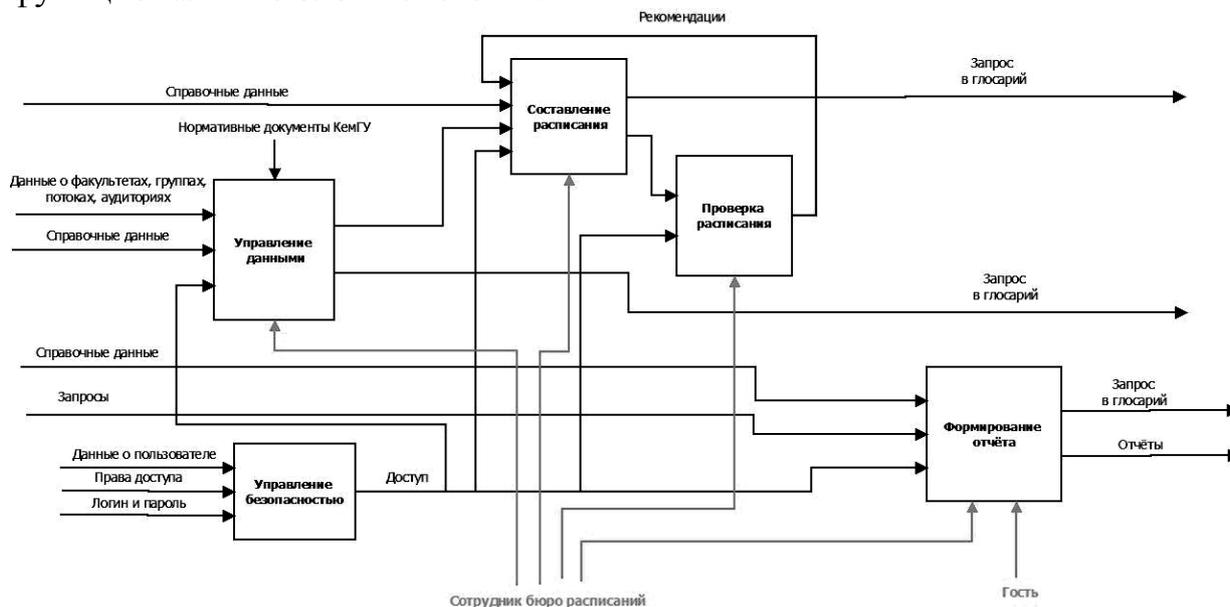


Рис. 2. Функциональная модель (IDEF0)

Блок управления данными обеспечивает получение и редактирование справочных данных о факультетах, группах, потоках, аудиторном фонде.

Блок управления безопасностью регламентирует доступ к различным частям ИС в зависимости от прав доступа конкретного пользователя.

Блок составления расписания позволяет управлять данными о расписании занятий, указывая место, время занятия, дисциплину, группу или поток, преподавателя.

Блок проверки расписания осуществляет проверку составленного расписания по логическим критериям.

Блок формирования отчетов предназначен для формирования всех видов отчетных документов, а так же отображения расписания в различных разрезах.

На текущий момент в соответствии с разработанными требованиями и построенными моделями реализован прототип информационной системы, осуществляющей информационную поддержку процесса составле-

ния расписания. По окончании верификации и тестирования планируется внедрение его в тестовую эксплуатацию в КемГУ.

Следующим этапом работы является решение задачи автоматического планирования расписания учебных занятий. Это задача на составление расписания комбинаторного типа, характерной особенностью которой является огромная размерность и наличие большого числа ограничений сложной формы. Фактически, в настоящее время, не существует универсальных методов решения таких задач [2]. Математическая (классическая) теория расписаний охватывает лишь узкий круг хорошо формализуемых проблем, которые обычно сводятся к задачам коммивояжера, транспортной и т.п. Прямое применение каких-либо данных методов к задаче составления расписания учебных занятий не представляется возможным. Тем не менее, есть ряд эвристических и переборных методов, которые вполне поддаются программированию.

Литература

1. *Бартенев А.С.* Обзор основных вопросов автоматизированного составления расписания занятий в высшем учебном заведении // Современные научные исследования и инновации. [Электронный ресурс]. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2011/09/2576>
2. *Танаев В.С., Шкаруба В.В.* Введение в теорию расписаний. М.: Наука, 1975. 23 с.
3. *Афанасьев К.Е., Гудов А.М., Завозкин С.Ю.* Интегрированная аналитическая информационная система управления университетом: основные элементы. Кемерово: ИНТ, 2009.
4. *Ростовцев Е.А.* Руководство по пакету KemsuWeb. [Электронный ресурс]. URL: <http://iaais.kemsu.ru/docs/web/index.htm>.

РАЗРАБОТКА ТРЕБОВАНИЙ К ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИМ ИНТЕРФЕЙСАМ WEB-ПРИЛОЖЕНИЙ ПОДДЕРЖКИ СТРАТЕГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИЕЙ

А.А. Захарова¹, Н.В. Касьянова², С.В. Сахаров¹

¹*Юргинский технологический институт (филиал)*

Томского политехнического университета

²*Сургутский государственный университет*

В современных условиях актуальной является разработка математических моделей, алгоритмов и Web-приложений для поддержки стратегического управления инновационной организацией.

Проблема заключается в недостаточной проработанности комплексной методологической базы и инструментальной среды поддержки принятия стратегических решений, обеспечивающих процессы стратегического управления организацией на всех его этапах (основные этапы стратегического управления любой организацией включают в себя анализ, планирование, выполнение, контроль). Эта проблема актуальна для организаций любого уровня и отрасли (государство, регион, муниципальное образование, предприятие) [1].

Несмотря на огромное количество научных и практических работ, посвященных вопросам стратегического планирования организаций различного уровня, на сегодняшний день сформулированные проблемы методологического обеспечения стратегического управления инновационной организацией в полном объеме в существующих методах и подходах не решены. Существуют отдельные направления исследований в России и за рубежом, связанные с разработкой методологической базы и инструментальной среды поддержки принятия стратегических решений в организации, но они обеспечивают только отдельные аспекты и этапы стратегического управления организации, такие как

1) развитие классических методов стратегического анализа организации;

2) оценка отдельных аспектов при осуществлении стратегического выбора (например, конкурентоспособности продукции, финансовых показателей, инвестиционной привлекательности проектов, рисков, рынков, поставщиков и др.);

3) формирование системы стратегических ориентиров развития организации и разработка методологий интегральной оценки стратегического развития;

4) проблемы организации процесса стратегического управления и др.

Информационные технологии, на основе которых реализуются системы стратегического уровня управления организацией, направлены на анализ предметной области (OLAP-технологии, Data Mining), либо обеспечивают поддержку решений в отдельных функциональных сферах или на отдельных этапах управления (технологии экспертных систем и др.), например, [2–4].

Таким образом, актуальной является задача создания новой информационной технологии поддержки принятия стратегических решений на основных этапах стратегического управления организацией, которая, в отличие от существующих аналогов, позволяет реализовать принципы комплексности и непрерывности в процессе стратегического управления, обеспечить взаимосвязь решений по всем основным этапам стратегического управления.

Коллективом кафедры информационных систем ЮТИ ТПУ ведется разработка математического и программного обеспечения поддержки стратегических решений в инновационной организации по следующим основным направлениям:

– стратегический анализ с точки зрения возможностей, угроз, предоставляемых внешней средой, а также сильных и слабых сторон организации и потенциала ее развития;

– интегральная оценка стратегического развития организации, как инструмент формирования целевых стратегических ориентиров и интегральной оценки выполнения стратегии;

- стратегический выбор, как инструмент оценки и отбора альтернатив развития для достижения поставленных целей;
- формирование экспертной комиссии, отбор оценки согласованности экспертов;

- анализ и оценка отдельных функциональных аспектов деятельности инновационной организации (инвестиционной, кадровой, финансовой, инновационной и др.).

В результате разработаны несколько программных комплексов, решающих задачи стратегического управления для регионального и муниципального уровней управления, например [1, 5].

Цель данной работы – разработать требования к пользовательским интерфейсам web-приложений поддержки стратегического управления организацией.

Для начала рассмотрим основные требования, предъявляемые к пользовательским интерфейсам (ПИ):

- эргономичность (все элементы должны быть удобно расположены);

- естественность (элементы, функции и т.п. должны быть понятны);

- дружелюбность (необходимо предоставлять возможность повторного ввода информации, при некорректном ее введении);

- безопасность (должна быть защита от несанкционированного доступа);

- дизайн (ПИ должен учитывать все психофизиологические особенности пользователя, использовать теорию цвета).

- юзабилити (удобство пользования, функциональность).

Требования, предъявляемые к web-интерфейсу информационной системы поддержки стратегического управления, должны учитывать особенности этого процесса. В ходе исследования сформулированы следующие требования:

- информативность (неизбыточность представляемой информации);
- структурированность (логически структурированный, интуитивно понятный интерфейс);

- безопасность (защита данных от несанкционированного использования);

- обратная связь (диалог с пользователем);

- быстрдействие (время формирования ответа на запрос пользователя);

- отказоустойчивость (сохранение информации при сбоях в работе сети);

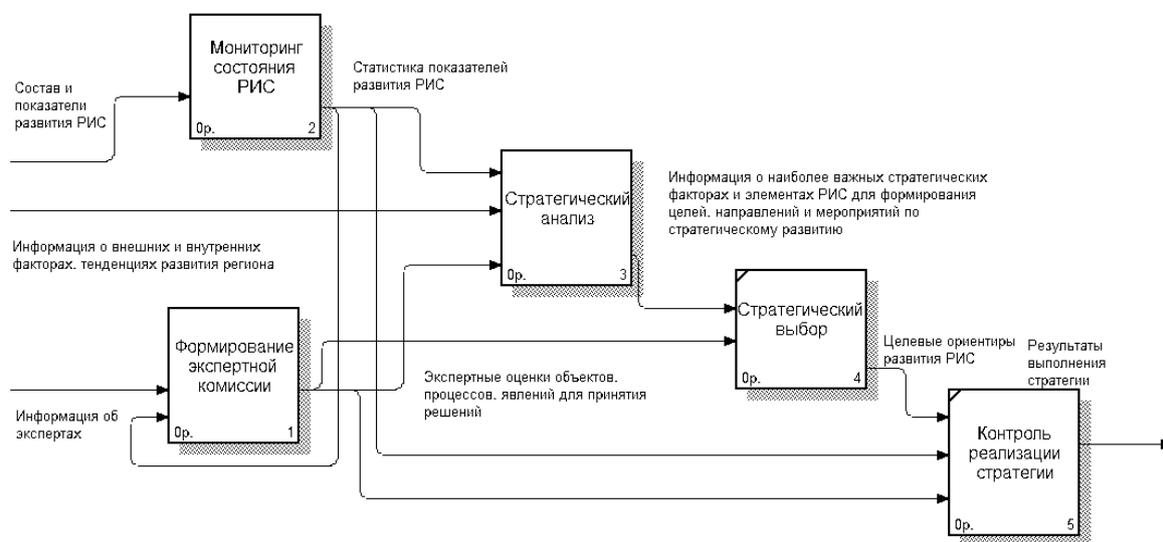
- разграничение ролей (отдельный интерфейс для каждого пользователя);

- система быстрой помощи (быстрый доступ к справке по интересующим разделам системы);

- кроссбраузерность (возможность сайта отображаться и работать во всех популярных браузерах идентично);
- поддержка работы с системами управления базами данных (возможность хранения, обработки и вывода данных из СУБД);
- эргономичный дизайн (визуальное оформление web-интерфейса);
- доступность (возможность работы с web-интерфейсом людей с ограниченными возможностями);
- функциональность (гибкость модуля системы, через который осуществляется ввод данных, должен обеспечивать пользователю высокий уровень функциональности и эффективности в сочетании с удобством работы);
- многоязычный интерфейс (это требование касается тех ИС, пользователи которых находятся в разных странах).

Исходя из сформулированных требований, был разработан web-интерфейс для информационной системы стратегического планирования региональной инновационной системы [5]. Так, например, разработчиками информационной системы стратегического планирования процесс принятия решений о стратегии инновационного развития региона предложено делить на этапы, представленные на рис 1. Этот пятиэтапный процесс нашел свое отражение в разработанном web-интерфейсе (см. рис.2).

Все последующие раскрывающиеся окна построены по единому образцу, они просты и удобны в работе. Интерфейс предоставляет справку по каждому разделу, возможность настройки учетной записи и системы под предпочтения пользователей.



CODE: A0 TITLE: Процесс стратегического планирования региональной инновационной системы NUMBER:

Рис. 1. Основные этапы стратегического планирования региональной инновационной системы



Рис. 2. Главная страница Web-интерфейса информационной системы стратегического планирования региональной инновационной системы

Использование Web-интерфейса обладает рядом преимуществ, таких как удаленный доступ к данным, кроссбраузерность, низкая стоимость. С помощью Web-интерфейса можно более эффективно организовать сам процесс стратегического управления, сбора и обработки необходимых данных, организации экспертиз и пр. Мультиязычный интерфейс позволяет привлекать к работе специалистов из других стран для работы над проектом и привлекает к сотрудничеству другие организации работающие в этом направлении.

В целом, Web-интерфейс открывает новые возможности для развития организации, оперативного планирования и контроля, на разных этапах реализации стратегии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.» (государственный контракт № 14.740.11.0965 от 05.05.11).

Литература

1. Захарова А.А., Чернышева Т.Ю., Мицель А.А. Математическое и программное обеспечение стратегических решений в муниципальном управлении. Томск: Изд-во Том. политех. ун-та, 2010. 212 с.
2. Маслобоев А.В., Путилов В.А. Проблематика информационной поддержки региональных инновационных структур // Инновации. 2007. № 6. С. 73–76.
3. Матвиенко С.В. Формирование и развитие региональных и макрорегиональных инновационных систем: финансовое, кадровое и организационное обеспечение: Монография. СПб.: СПбГИЭУ, 2007.

4. Бочарников В.П., Свешиников С.В., Яцышин Ю.В. Fuzzy Technology: Математическое и программное обеспечение целевых программ в стратегическом менеджменте. К.: Ника-Центр, 2005. 264 с.

5. Захарова А.А. Система поддержки принятия решений о стратегии инновационного развития региона. Томск: Изд-во Том. политех. ун-та, 2011. 146 с.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ СТРАТЕГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИННОВАЦИОННЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ И ПРОЕКТОВ В ПРОМЫШЛЕННОМ И АГРАРНОМ СЕКТОРАХ

А.А. Захарова¹, Н.В. Счастливая², Р.С. Уйбиков², Т.Ю. Чернышева¹

¹Юргинский технологический институт (филиал)

Томского политехнического университета

²Кузнецкий институт информационных и управленческих технологий (филиал) Пензенского государственного университета

Введение. В современных условиях перед Российской Федерацией стоит приоритетная задача, заключающаяся в переходе экономики на инновационную социально-ориентированную модель развития. Инновационный путь развития особо актуален для Пензенской области, поскольку она не обладает серьезными запасами полезных ископаемых, в частности, углеводородов. До последнего времени число инновационных организаций среднего уровня, демонстрирующих динамичное развитие, составляло не более 4%. Практика показывает, что большинство инновационных проектов выведены только на ранние стадии реализации. Как и многие регионы России, область стоит перед проблемами создания необходимых условий и стимулов для производства новой наукоемкой продукции и услуг, эффективного внедрения научных разработок.

Стратегический анализ эффективности проектной работы инновационной организации в промышленном и аграрном секторах экономики РФ. Опыт экономически развитых стран показывает, что победителями в конкурентной борьбе оказываются те хозяйствующие субъекты, кто строит свою деятельность преимущественно на инновационной основе и главной целью стратегии ставит разработку новых товаров и услуг. Следовательно, для повышения конкурентоспособности производимых товаров, обеспечения поддержания высоких темпов экономического развития и уровня доходности, предприятия должны осуществить переход на инновационный путь стратегического развития. При этом руководство предприятия должно достаточно четко определить, какие инновационные преобразования ему необходимы для того, чтобы повысить эффективность.

Формирование стратегий инновационного развития должно осуществляться на основе выбора проектов. В этой связи, задача, стоящая перед руководством предприятия, будет заключаться в следующем:

- определить требования к инновационным проектам;
- осуществить отбор наиболее привлекательных инновационных проектов;

– оценить затраты на реализацию проектов и возможные инновационные риски;

– проранжировать инновационные проекты на основе расчета интегрального показателя;

– сформировать стратегии инновационного развития предприятия.

Опрос руководителей и ведущих специалистов промышленных и сельскохозяйственных предприятий Пензенской области показал, что наиболее значимыми факторами, которые должны учитываться при выборе и реализации инновационных проектов, являются:

– экономическая эффективность (необходимый объем инвестиций, срок окупаемости проекта, ожидаемая прибыль);

– жизненный цикл инновации (период использования и получения отдачи от инновации);

– новизна инновации (является инновация принципиально новой или улучшающей);

– степень разработанности проекта (научно-исследовательские и научно-конструкторские работы, опытный образец, серийное производство);

– конкурентоспособность инновационного продукта (потенциальный объем сбыта, потребность в инновации, ожидаемая цена и т. д.).

Разработка модели управления инновационными проектами в рамках инновационной организации с использованием программных средств. Управление инновационными проектами – это система специальных знаний, навыков, инструментов и методов, применяемых к операциям проекта для удовлетворения требований, предъявляемых к проекту. Управление проектом представляет собой последовательную реализацию на предприятии мероприятий – процессов с соответствующими входами и выходами (см. рис. 1). При этом основная отличительная черта инновационной организации в области управления проектами проявляется в том, что инновационная деятельность в большей степени, чем другие направления предпринимательской деятельности, сопряжена с риском, так как гарантия благополучного результата в инновационном предпринимательстве практически отсутствует.

Авторами выделяются следующие наиболее значимые показатели оценки инновационных проектов:

– показатель инновационной привлекательности проекта (I_p);

– ожидаемый чистый дисконтируемый доход от проекта (NPV);

– срок окупаемости инновационного проекта (T);

– уровень инновационного риска (R);

– отдача на вложенный капитал (K_o).

Как показывает практика, в большинстве случаев не бывает такого инновационного проекта, который доминировал бы по всем критериям. Следовательно, принять решение по выбору инновационных проектов на

основе доминирования всех критериев практически невозможно, что предполагает необходимость решения следующих задач:

- сравнение инновационных проектов относительно рассматриваемых показателей;
- определение значимости критериев инновационных проектов.

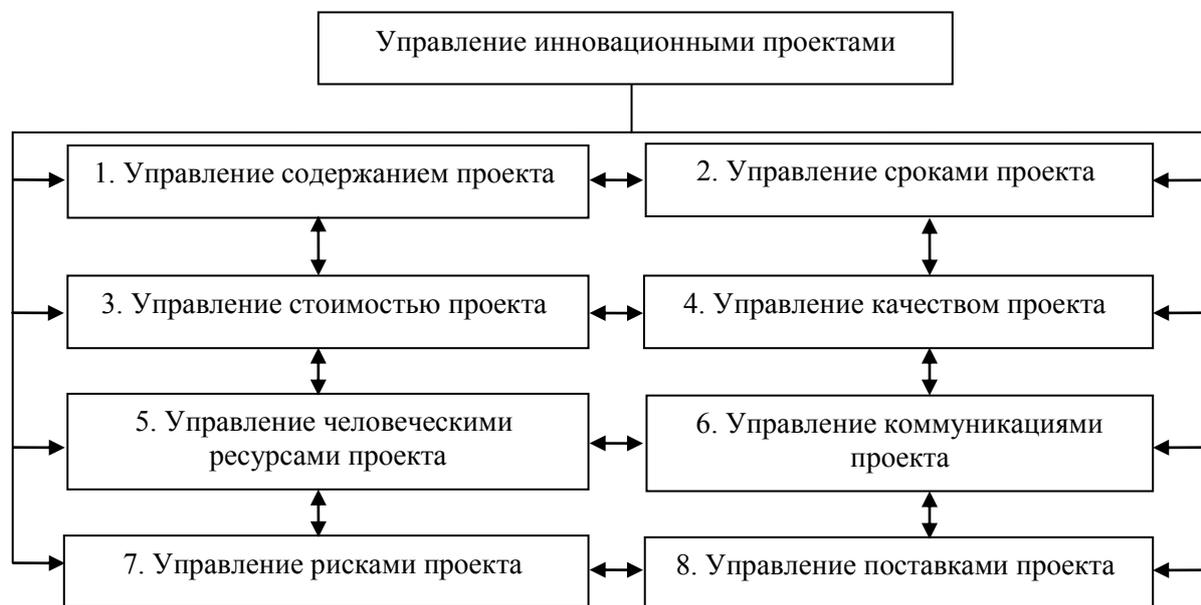


Рис. 1. Модель управления инновационными проектами

При разработке математического и программного обеспечения стратегического анализа оценки эффективности инновационной организации был использован метод экспертных оценок. Некоторые окна разработанного программного продукта стратегического анализа оценки эффективности инновационной организации аграрного сектора через систему результирующих показателей представлены на рис. 2а, 2б, 2в.

Заключение. Обзор литературных источников показал, что по исследуемой проблеме отсутствует общепризнанная система показателей, характеризующая эффективность функционирования инновационного предприятия. Столь же очевидно, что не существует и единого показателя, который в полной мере адекватно оценивал бы этот процесс. Предлагаемые некоторыми авторами системы показателей являются разнородными, трудно поддающимися структуризации.

Главное окно программы

Файл Справка

Заполнение анкеты аграрного сектора | Анкета ПК

Количество респондентов

Заполните анкету 31 респондента

Направления инновационной деятельности:	Ранг	Содержание
1. Техничко технологическое	<input type="text" value="1"/>	Селекционные работы, новые технологии изготовления продукции и средства производства, севообороты, мелиоративные системы и т.д.
2. Организационно-экономическое	<input type="text" value="4"/>	Специализация, концентрация и диверсификация производства, сельскохозяйственная кооперация и т.д.
3. Институциональное	<input type="text" value="5"/>	Национальные проекты Развитие АПК'на 2005-2009гг., 2010-2012гг., региональные и местные законодательные акты, касающиеся регулирования деятельности субъектов АПК
4. Социальное	<input type="text" value="3"/>	Статус хозяйствующих субъектов, уровень квалификации привлекаемых работников, инфраструктура села и др.
5. Экологическое	<input type="text" value="2"/>	Бонитет почвы, учет мероприятий по улучшению почв, возврат заброшенных земель

Рис. 2а. Форма заполнения анкет аграрного сектора

Главное окно программы

Файл Справка

Заполнение анкеты аграрного сектора | Анкета ПК | Статистические данные | Статистический анализ данных

Респондент	Ранги	Ошибка +	Ошибка -	Дисперсия п.з.
1	1	0	-0,233	0,0543
2	1	0	-0,233	0,0543
3	1	0	-0,233	0,0543
4	2	0,767	0	0,5883
5	1	0	-0,233	0,0543
6	2	0,767	0	0,5883
7	1	0	-0,233	0,0543
8	1	0	-0,233	0,0543
9	1	0	-0,233	0,0543
10	1	0	-0,233	0,0543
11	1	0	-0,233	0,0543
12	1	0	-0,233	0,0543
13	2	0,767	0	0,5883
14	2	0,767	0	0,5883

1 показатель	Средне арифметическое
2 показатель	1,233
3 показатель	Дисперсия параллельных значений вариационного ряда рангов
4 показатель	5,367
5 показатель	Дисперсия
	0,18507
	Среднеквадратическое отклонение
	0,43
	Кoeffициент вариации
	0,35
	Частота появления максимально возможных оценок
	0,77

Рис. 2б. Форма с рассчитанными статистическими данными аграрного сектора

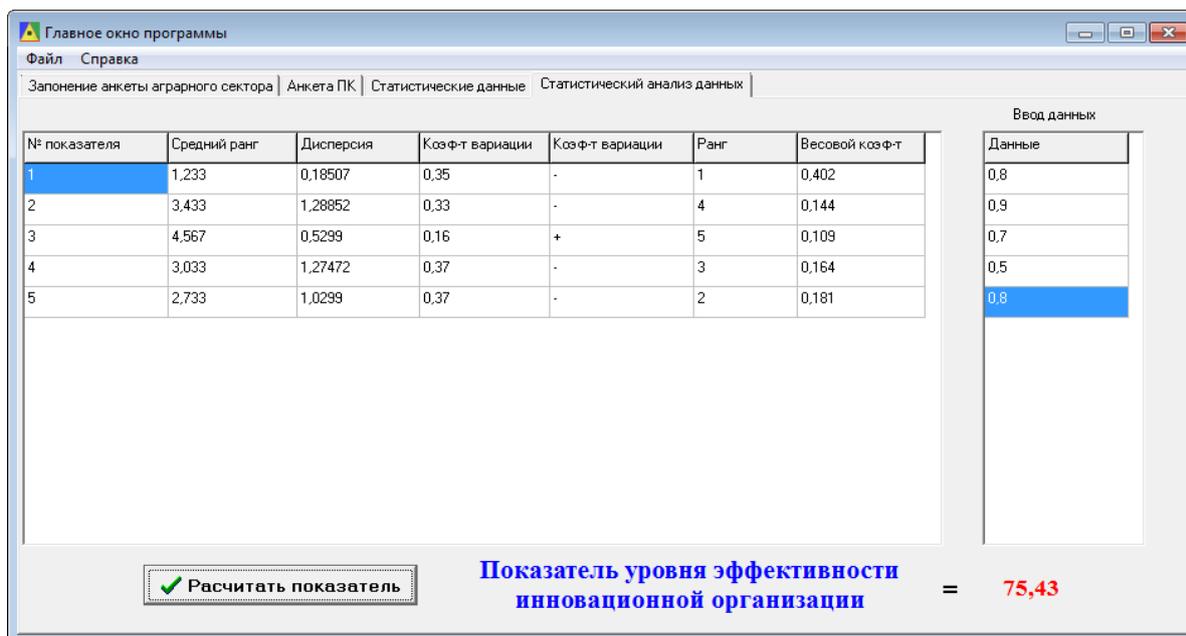


Рис. 2в. Форма со статистическим анализом данных аграрного сектора

Разработанные в исследовательской работе концептуально-методологические положения, выводы и предложения могут служить теоретической основой для выработки эффективных мер на уровне национальной экономики, реформированию отраслей промышленного и сельскохозяйственного производства региона, отдельно предприятия по реализации условий повышения конкурентоспособности промышленного и сельскохозяйственного производства с целью перехода экономики России на инновационный путь развития. Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что они могут быть использованы на федеральном (макро), корпоративном (мезо) и микроуровне (предприятий и отдельных технологий) при обосновании, оценке и выборе перспектив и стратегий инвестиционно-инновационного развития.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.» по лоту шифр «2011-1.4-502-004» «Проведение поисковых научно-исследовательских работ в целях развития общероссийской мобильности в области информационно-телекоммуникационных технологий и вычислительных систем» по теме: «Разработка математических моделей, алгоритмов и Web-приложений для поддержки стратегического управления инновационной организацией (государственный контракт № 14.740.11.0965 ОТ 05.05.11).

Литература

1. Журавкова И.В. Анализ влияния инвестиций и инноваций на эффективность хозяйственной деятельности предприятия: автореф. дис. ... канд. экон. наук. Тюмень, 2001.
2. Иваишкова И.В. Система интегрированного управления стоимостью компании: автореф. дис. ... д-ра экон. наук. М.: ГОУ ВПО «Государственный университет – Высшая школа экономики», 2010.

3. Ковалев В.В. Финансовый анализ: методы и процедуры. М.: Финансы и статистика, 2006. С. 351.

4. Счастливая Н.В. Формирование и реализация экономических интересов фермерских хозяйств в системе АПК как фактор их устойчивого развития // Экон. науки. 2010. № 6. С. 139–144.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СВОДНОЙ ТАБЛИЦЫ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ДЛЯ РАБОТЫ С ВАРИАНТАМИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ С ОБОБЩЕННЫМ УРОВНЕМ ЦЕЛЕЙ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

Д.О. Змеев, О.А. Змеев

Томский государственный университет

Одним из краеугольных камней объектно-ориентированных процессов разработки на сегодняшний день являются варианты использования (Uses Cases), предложенные в [1]. Концепция вариантов использования получила свое дальнейшее развитие в работе [2], в которой рассматриваются вопросы, связанные с разработкой детальных спецификаций вариантов использования, с организацией модели вариантов использования, с применением вариантов использования на различных этапах разработки информационных систем. Варианты использования являются центральным элементом таких известных процессов разработки как унифицированный процесс компаний Rational, ICONICS; элементы технологии вариантов использования можно встретить в популярных на сегодняшний день engile-технологиях разработки.

Классическое определение вариантов использования, приведенное в [3], выглядит следующим образом: вариант использования – спецификация последовательности действий (варианты последовательностей и ошибочные последовательности), которые может осуществить система, подсистема или класс, взаимодействуя с внешними актерами. Согласно этому определению, непосредственно для процесса разработки большое значение имеет детальная разработка сценариев вариантов использования соответствующих бизнес-транзакциям этой системы и подфункциям этих бизнес-транзакций. Деятельность, связанная с получением таких спецификаций, так или иначе присутствует практически во всех процессах разработки, опирающихся на объектно-ориентированное программирование.

С другой стороны, при разработке крупных больших систем необходимо выполнять работы, связанные с организацией самой модели вариантов использования. В [2] предлагается подход, в рамках которого модель вариантов использования структурируется в зависимости от целей, которые преследует актер, запуская тот или иной вариант использования. Варианты использования, предназначенные для описания высокоуровневых функций системы, в рамках этой работы предлагается считать вариантами использования с обобщенными уровнями целей пользователя. Именно такие варианты используются для структурирования самой модели вариантов использования.

К сожалению, в рамках классического подхода придать содержательный смысл таким диаграммам не всегда представляется возможным. Сами диаграммы в этом случае раскрывают только структурную составляющую модели, а разработка сценариев, которые в классическом подходе раскрывают динамические свойства варианта использования, не имеет смысла в силу его большой общности. Диаграмма, специфицирующая вариант использования с обобщенным уровнем цели пользователя фактически всегда будет иметь следующий вид

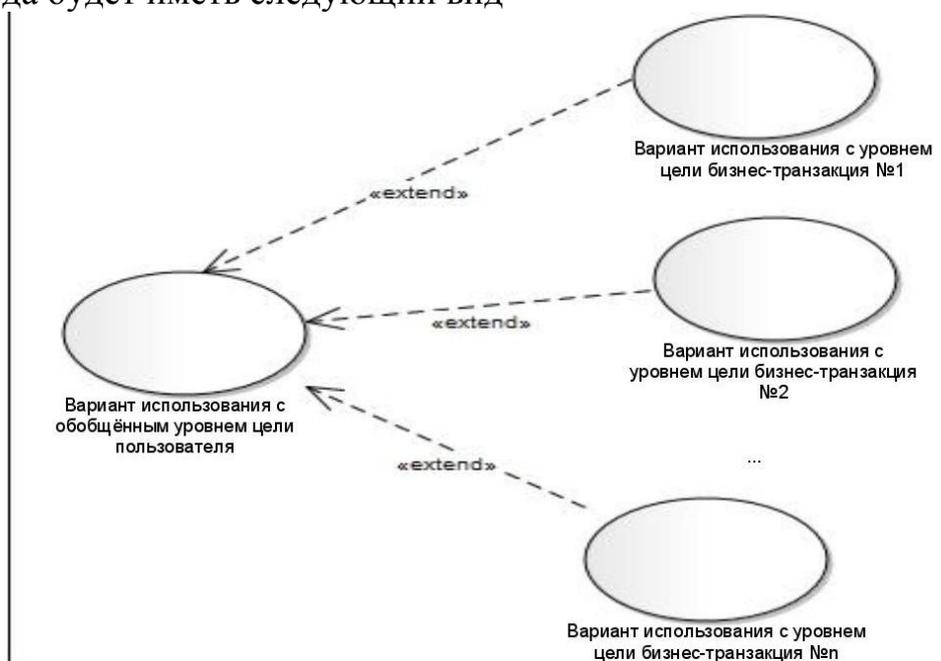


Рис. 1. Схема диаграммы, специфицирующая вариант использования с обобщенным уровнем цели пользователя

Тем не менее, иметь содержательное описание таких вариантов использования иногда бывает важным, например, для понимания высокоуровневых целей системы, для работы с инвесторами, для распределения заданий между разработчиками. В наших последних проектах для специфирования информации подобного рода сложилась практика использования сводной таблицы функциональных возможностей, которой мы бы хотели поделиться в рамках данной работы. Каждый подчиненный вариант использования описывается в данной таблице строкой следующего формата:

1. Номер по порядку, фактически, – уникальный идентификатор варианта использования.
2. Название – смысловое название.
3. Уровень цели пользователя – в описании вариантов использования с обобщенным уровнем цели – варианты использования с уровнями цели как бизнес-транзакция, так и подфункция.
4. Описание – краткая спецификация варианта использования.
5. Цель – конечная цель действий актера в конкретном варианте использования.

6. Содержание – описание типичного хода событий в рамках варианта использования.

На наш взгляд, в совокупности с соответствующей диаграммой использование сводной таблицы функциональных возможностей позволяет специфицировать варианты использования с обобщенным уровнем цели пользователя в объеме, достаточно полном для дальнейшего процесса разработки. При этом, на заполнение этих таблиц не тратится большого количества ресурсов. В результате мы получаем достаточно удобный артефакт, который впоследствии активно используется на этапах детальной проработки требований, анализа и проектирования.

Литература

1. *Ivar Jacobson and etc. Object-Oriented Software Engineering: A Use Case Driven Approach.* Addison-Wesley. Wokingham. 1992.
2. *Alistair Cockburn Writing Effective Use Cases - Addison-Wesley Longman, Q3 2000. – 204p.*
3. *Буч Г., Якобсон А., Рамбо Дж. UML. Классика CS: 2-е изд. СПб.: Питер, 2006. 736 с.*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ WEB-ТЕХНОЛОГИЙ INDEXED DB И WEBGL ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПРИЛОЖЕНИЙ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Р.Н. Каков

Кемеровский государственный университет

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент В.Г. Борисов

Современные Web-технологии предоставляют новые возможности при проведении численных исследований в различных областях математики. В настоящей работе описывается реализация задачи численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений, хранения и визуализации результатов расчетов с помощью новых Web-технологий. Решаются следующие задачи:

- 1) ввод в приложение исходных данных для численного расчета;
- 2) численное интегрирование системы выбранным методом;
- 3) получение и анализ результатов численного расчета;
- 4) визуализация полученных результатов.

Преимущество использования Web-технологий проявляется при решении первой задачи. А именно, хранение данных на удаленных серверах позволяет получить доступ к ранее сохраненной информации с любой рабочей станции, имеющей доступ в Интернет. Это избавляет от необходимости повторного ввода исходных данных одной и той же задачи, либо переноса файлов с сохраненными задачами на рабочую станцию. Кроме того, при использовании централизованной системы хранения данных можно использовать данные, введенные другими пользователями, если такое позволяет политика безопасности Web-приложения.

Рис. 1. Форма ввода

На рис. 1 показан фрагмент формы ввода исходных данных нашего Web-приложения для получения численного решения задачи Коши систем обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме.

В левой части рисунка показан список ранее сохраненных систем. При щелчке по названию системы ее данные с помощью концепции асинхронного обмена данными браузера и сервера (AJAX) загружаются в форму справа. Сама концепция AJAX начала свое развитие в 2000 году и на сегодняшний день используется повсеместно.

Для решения системы пользователю предоставляется на выбор два численных метода: Адамса и Гира. В зависимости от сложности системы дифференциальных уравнений, выбранного интервала интегрирования и требуемой точности, для решения могут потребоваться значительные вычислительные мощности. Так как мы рассматриваем Web-приложение, то время счета системы зависит от производительности сервера, на котором оно размещено. Серверная часть нашего приложения написана на языке PHP. Его производительность значительно уступает производительности компилируемых языков, таких как Delphi или C++. Но если сервер достаточно производителен, то использование Web-версии приложения может дать еще одно преимущество для пользователей со слабой конфигурацией рабочей станции. Кроме того, в нашем случае один и тот же алгоритм для одних и тех же входных данных дает один и тот же результат, поэтому каждую систему для заданного набора начальных условий достаточно интегрировать лишь единожды.

Перейдем к рассмотрению третьей задачи. Файлы численных результатов, полученных в ходе интегрирования системы, могут иметь достаточно большие объемы, и их загрузка с удаленного сервера может стать проблемой. Кроме того, при каждом последующем обращении к Web-приложению потребуются повторная загрузка. Для избавления пользователя от частой загрузки одного и того же результата используем новую технологию Indexed DB. Эта технология позволяет Web-приложению созда-

вать на стороне пользователя средствами браузера специальные структурированные хранилища данных. Технология Indexed DB начала свое развитие с 2009 года. В настоящее время стандарт, определяющий использование этой технологии, находится в разработке сообществом World Wide Web Consortium (W3C) и оформлен в виде «черновика» от 19 апреля 2011 года [1]. Тем не менее, разработчики браузеров уже реализовали поддержку этой технологии в своих продуктах, а значит, ее использование уже возможно.

Схема работы Web-приложения с использованием Indexed DB состоит из создания хранилища на стороне клиента, записи в него каких-либо данных, а затем их чтения при необходимости. В нашем приложении хранилище создается автоматически при открытии страницы со списком результатов.



Рис. 2. Список результатов для загрузки в Indexed DB

На рис. 2 показан список имеющихся на сервере результатов. При клике мышью по названию, результат загружается в хранилище Indexed DB, после успешной загрузки рядом с названием изображается пиктограмма в виде дисков. При последующих обращениях к списку результатов происходит чтение данных из хранилища.

Кроме возможности автономной работы с результатами у технологии Indexed DB есть еще одно весомое преимущество. Оно заключается в структурированном хранении данных. Это означает, что мы можем делать узкие выборки из большого объема информации на основе конкретных критериев, как в языке структурированных запросов (SQL). Таким образом, можно производить анализ численных результатов, например, исследование первых интегралов системы, поиск минимальных и максимальных значений и тому подобное.

Полезным инструментом анализа решения является его визуализация. Интерактивное представление позволяет отображать трехмерные проекции интегральных линий и траекторий исследуемой задачи. Для настольных приложений трехмерная визуализация уже давно не является проблемой, так как существуют средства аппаратного ускорения DirectX и

OpenGL [2]. В мире Web-приложений только в 2011 году технология WebGL получила первую версию спецификации после нескольких ее черновых версий [3]. Назначение этой технологии заключается в использовании ресурсов видеокарты для построения и управления трехмерными сценами на страницах браузера [4]. Все операции построения трехмерного изображения происходят на стороне пользователя с использованием его видеокарты. Поэтому после загрузки результатов в хранилище браузера взаимодействие с сервером приостанавливается, и Web-приложение начинает автономную работу.

Решаемые системы могут иметь размерность более трех, поэтому для визуализации нам нужно предоставить пользователю возможность выбирать, какие компоненты нам отображать по каждой из осей трехмерной системы координат. Поэтому для каждого отображаемого результата у нас есть дополнительные настройки, с помощью которых можно выбрать номера компонент решения для каждой оси, а также выбрать цвет линии для построения.

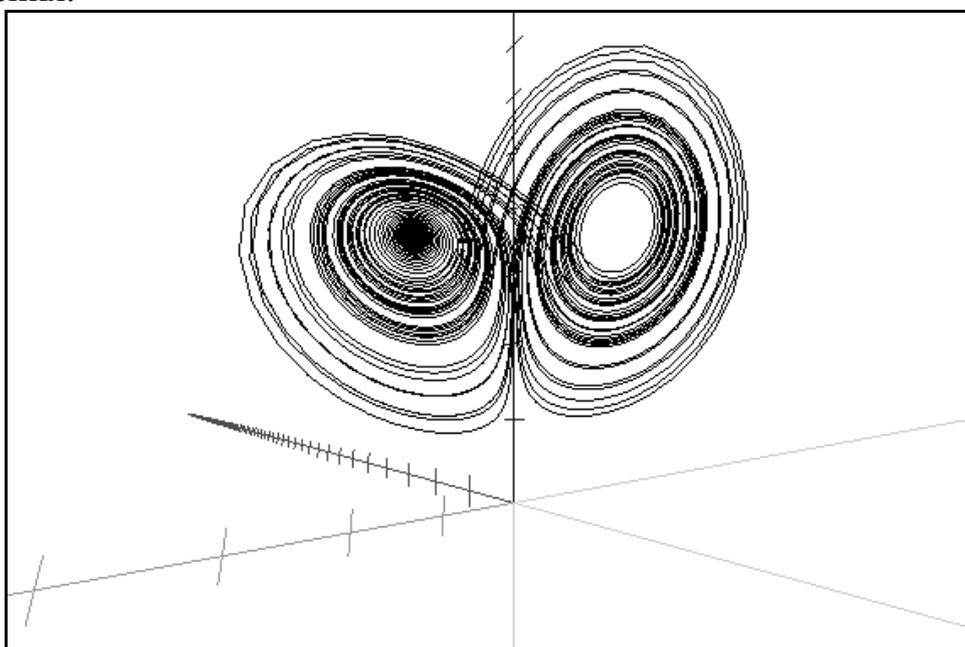


Рис. 3. Отображение траектории в окрестности аттрактора Лоренца средствами WebGL

На рис. 3 показан фрагмент области построения трехмерных результатов. Приложение позволяет одновременно визуализировать данные нескольких результатов, а также различных компонент одного и того же результата.

Область построения интерактивна. С помощью мыши мы можем изменять как положение точки наблюдения, так и направление обзора. В дополнение к этому добавлены кнопки быстрого создания проекций на плоскости, проходящие через оси координат. Так как независимая переменная в системах дифференциальных уравнений часто интерпретируется как время, в приложении реализована возможность анимации графиков по независимой переменной.

Литература

1. *Mehta N.* Indexed Database API-W3C Working Draft 19 April 2011. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.w3.org/TR/IndexedDB/> (дата обращения: 18.09.2011).
2. Каков Р.Н., Ганеев Д.Р. Программа DIFF4 для численного и качественного анализа решений обыкновенных дифференциальных уравнений // Матер. V (XXXVII) Междунар. науч.-практ. конф. студ., аспирант. и молод. уч.: Сб. ст. Кемерово: КемГУ, 2010.
3. *Marrin C.* WebGL Specification. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.khronos.org/registry/webgl/specs/1.0/> (дата обращения: 18.09.2011).
4. *Каков Р.Н.* Использование современных Веб-технологий для трехмерного изображения результатов вычисления математических задач // Матер. VI (XXXVIII) Междунар. науч.-практ. конф. студ., аспирант. и молод. учен.: Сб. ст. Кемерово: КемГУ, 2011. С. 165–166.

ПОДСИСТЕМА «УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ РАБОТА» ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ГУБЕРНАТОРСКОГО МНОГОПРОФИЛЬНОГО ЛИЦЕЯ-ИНТЕРНАТА

Г.А. Курочкина

Кемеровский государственный университет

Процесс внедрения систем электронного документооборота в общеобразовательных учреждениях является необходимым условием функционирования современного информационного общества.

В соответствии с поручением президиума Совета при Президенте Российской Федерации по развитию информационного общества от 22 декабря 2010 года, подготовлен документ [1], содержащий требования к информационным системам, которые могут использоваться в образовательных учреждениях РФ в части выполнения задач учета успеваемости и посещаемости обучающихся. Утвержден перечень услуг [2], оказываемых в электронной форме, к которым относится предоставление информации о текущей успеваемости учащегося, ведение дневника и журнала успеваемости.

В образовательных учреждениях страны функционируют примерно несколько десятков различных электронных журналов, например, «Электронный журнал» [3], «Дневник.Ру» [4]. Очевидно, что для эффективной работы система документооборота должна иметь единую структуру, и, в то же время, учитывать специфику образовательного учреждения. Многие современные системы не до конца отвечают этим требованиям, часто их так и не удается адаптировать под учреждение, многие процессы остаются за пределами информатизации. В связи с этим, в Губернаторском многопрофильном лицее-интернате для создания полноценной системы было принято решение разработать несколько больших подсистем, способных охватить все процессы документооборота.

Организация учебно-методической работы образовательного учреждения, контроля успеваемости и посещаемости занятий требует разработки подсистемы с функциями электронного журнала и дневника школьника.

Подсистема «Учебно-методическая работа» будет отвечать данным требованиям и обладать свойствами, учитывающими специфику работы Губернаторского многопрофильного лицея-интерната.

Основные функции подсистемы:

- хранение и предоставление информации о расписании занятий, (возможность добавлять, изменять расписание; возможность просматривать расписание по классам, предметам и в общей форме);
- хранение и предоставление информации о дополнительном образовании (возможность просматривать, добавлять, редактировать расписание; возможность просматривать информацию о курсах и подавать электронную заявку на участие);
- ведение журнала успеваемости (весь набор функции обыкновенного классного журнала, контроль успеваемости и посещаемости занятий);
- хранение информации о домашних заданиях, медиатека (возможность добавлять электронные документы и медиафайлы);
- формирование различных отчетов (успеваемости по классам, по параллели, индивидуальных);
- дневник школьника;
- взаимодействие родителей, педагогов и школьников (форум).

Пользователем подсистемы сможет стать как ученик, так и любой из его родственников, желающий следить за успеваемостью ребенка. Всего можно выделить пять видов пользователей подсистемы: администратор системы, завуч по учебной работе, педагог, ученик и родитель.

В соответствии с системными требованиями подсистема должна обладать свойством модульности. В результате анализа подсистемы были выделены следующие модули:

- модуль «Авторизация пользователя»;
- модуль «Расписание занятий»;
- модуль «Дополнительное образование»
- модуль «Журнал»;
- модуль «Экзаменационный блок»;
- модуль «Дневник»;
- модуль «Защита системы»;
- модуль «Управление списками объектов»;
- модуль «Форум».

В качестве сервера приложений, а так же ПО, реализующего работу с БД, выбран Денвер – набор дистрибутивов (Apache, PHP, MySQL, Perl и т.д.) и оболочка для разработки сайтов на локальной машине без выхода в Интернет.

В качестве клиентского приложения выбран стандартный веб-браузер.

В качестве основного скриптового языка библиотека PHP и Java Script.

Для дальнейшей разработки планируется использовать систему управления контентом Joomla.

В настоящее время реализованы модули «Журнал», «Расписание», «Авторизация». Завершить разработку и внедрить подсистему планируется к середине мая 2011 г.

Литература

1. Министерство образования и науки Российской Федерации. Системы ведения журналов успеваемости учащихся в электронном виде в общеобразовательных учреждениях Российской Федерации. Шифр «Электронный журнал». Единые требования. Версия 1.0. 1 июля 2011 г. 32 с.
2. Распоряжение Правительства РФ от 25.04.2011 N 729-р.
3. Электронный журнал школы. [Электронный ресурс]. URL: <http://eljur.ru/>
4. Дневник.Ру. [Электронный ресурс]. URL: <http://dnevnik.ru/>
5. *Соммервилль Я.* Инженерия программного обеспечения, 6-е изд. / Пер. с англ. М.: Вильямс, 2002. 624 с.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСПРОВОДНОЙ ЛВС, ОСНОВАННОЙ НА ТЕХНОЛОГИИ WIFI

П.А. Михеев, С.П. Сущенко

Томский государственный университет

Рассмотрим беспроводную локальную вычислительную сеть (ЛВС), основывающуюся на стандарте 802.11 [1]. Анализ беспроводных сетей аналитическими методами крайне затруднен при нетривиальном числе абонентов, соперничающих за разделяемую среду передачи данных, в силу сложности формализации протокольных траекторий соперников. В настоящее время основным инструментом для изучения процессов передачи и исследования операционных характеристик беспроводных ЛВС стандарта 802.11 является имитационное моделирование [2].

Цикл передачи пакета, инкапсулированного в кадр данных, от станции-отправителя к станции-получателю, согласно протокольной процедуре, содержит следующую последовательность действий. Прежде всего, станция-отправитель прослушивает среду для определения ее занятости. Далее по истечении межкадрового интервала запускается алгоритм случайной задержки для выбора номера слота, в котором можно начать передачу данных. Номер слота равновероятно выбирается из промежутка $[0, S_n - 1]$, где $S_n \geq 2$ – размер конкурентного окна, измеренного в слотовых интервалах t_c и определяемого соотношением

$$S_n = 2^{N_0+m}, \quad m = \begin{cases} n, & n \leq 10 - N_0; \\ 10 - N_0, & n \geq 10 - N_0. \end{cases}$$

Здесь $N_0 = \overline{1,10}$ – начальное значение, задающее ширину конкурентного окна при первой попытке отправителя передать данные, а $n \geq 0$ – номер повторной передачи. Ширина конкурентного окна не может превышать максимального значения, установленного стандартом. Для всех физиче-

ских уровней и способов модуляции стандарт 802.11 устанавливает максимальную ширину конкурентного окна равную $S_{\max} = 1024$ [1]. Номер выбранного слота присваивается значению таймера отсрочки t_o , после чего начинают отсчитываться слотовые интервалы. В конце каждого слотового интервала таймер отсрочки уменьшается на единицу, при этом прослушивается среда передачи данных. Как только фиксируется занятость среды, таймер отсрочки замораживается до тех пор, пока не освободится среда передачи данных. После освобождения среды таймер запускается со значения, зафиксированного непосредственно перед замораживанием. По истечении таймера отсрочки ($t_o = 0$) станция-отправитель начинает передачу кадра данных. По окончании передачи отправитель ждет квитанцию в течение времени t_{out} , по завершении которого считается, что произошла коллизия и станции, попавшие в конфликт, увеличивают значение n на единицу, а действия, направленные на отправку данных, повторяются. Размер конкурентного окна удваивается с каждой попыткой передать кадр данных, пока не достигнет максимального значения, а с каждой последующей попыткой отправить данные ширина конкурентного окна остается равной S_{\max} до тех пор, пока данные не будут успешно переданы, после чего ширина окна принимает начальное значение S_0 .

В целях изучения поведения беспроводной ЛВС и анализа индексов ее быстродействия разработана программа, имитирующая логику описанных протокольных действий для доступа к разделяемой среде передачи данных при физической скорости передачи, равной 54 Мб/с. В качестве языка программирования выбор между C++ [3] и Python [4] был сделан в пользу второго в целях экономии времени на разработку.

Для моделирования протокольных операций доступа к разделяемой среде передачи данных беспроводной ЛВС имитируется функционирование сети из произвольного количества станций (абонентов) до тех пор, пока общее количество успешно переданных по сети пакетов не достигнет заданного перед моделированием значения. Предполагается, что все станции всегда готовы передавать данные в виде пакетов одинаковой длины. Изучаемыми величинами являются среднее время передачи кадра данных и индивидуальная пропускная способность каждой станции. Кроме того, регистрируется количество коллизий и число станций-участниц конфликта. Индивидуальное среднее время передачи кадра находится как отношение времени, затраченного на передачу всеми станциями заранее заданного числа пакетов к количеству переданных пакетов, конкретной станцией. Интегральная пропускная способность метода доступа к разделяемой среде передачи данных определяется отношением заданного перед моделированием количества передаваемых пакетов к фактически затраченному времени на доведение всей информации до получателей.

Перед запуском имитационного алгоритма создается массив станций, каждая из которых является экземпляром класса беспроводных станций. При создании экземпляра класса происходит инициализация ряда пе-

ременных, таких как степень ширины конкурентного окна, количество успешно переданных пакетов, количество коллизий, а также булева переменная, регистрирующая активность станции в данном слотовом интервале. Кроме того, в распоряжении каждой станции есть переменная – таймер отсрочки и переменные, в которых хранятся значения среднего времени передачи кадра и индивидуального быстродействия. Также определена переменная, накапливающая общее (программное [5]) время и прочие вспомогательные величины.

После инициализации выполняется цикл бесконфликтной передачи пакета, который заканчивается при получении квитанции. Сразу же к общему времени передачи пакета прибавляется длительность межкадрового промежутка. Далее все станции, которые передали пакет (изначально все), вне зависимости от того успешно или нет, проходят процедуру инициализации таймера отсрочки (выбор слота для передачи пакета). Для определения случайных задержек используется встроенный генератор случайных чисел.

Далее в каждом слотовом интервале просматриваются все станции для регистрации абонентов со значением таймера отсрочки равным нулю. Для каждой станции с нулевым таймером отсрочки в данном слотовом интервале устанавливается булевый признак активности и переменная, содержащая количество станций, передававших пакет, увеличивается на единицу. По завершении сканирования анализируется значение данной переменной: если ее значение равно единице, то состоялась успешная передача, при значениях больше единицы – коллизия. Для станций, попавших в конфликт, увеличивается на единицу значение степени ширины конкурентного окна.

Если передающих станций в данном слотовом интервале не было, управление передается в цикл, который выполняется до появления в очередном слотовом интервале хотя бы одной активной станции (станции с нулевым таймером отсрочки). В течение этого цикла, последовательно, переменная общего времени передачи пакетов увеличивается на единицу, а значения таймеров отсрочки уменьшаются на единицу. Если обнаруживаются станции, таймер отсрочки которых достиг нуля, то к общему времени передачи пакетов прибавляется время необходимое для передачи одного пакета плюс время тайм-аута ожидания квитанции. Если регистрируется активность только одной станции, то значение степени ширины ее окна принимает начальное значение, и количество успешно переданных ею пакетов увеличивается на единицу. Если же передающих станций – две и более, то увеличивается на единицу переменная, содержащая количество конфликтов.

Индексы быстродействия беспроводной ЛВС стандарта 802.11 проанализированы на предложенной имитационной модели для различного количества абонентов сети. Результаты моделирования активности двух, трех, пяти и десяти станций приведены в таблице, содержащей распреде-

ление различных операционных характеристик сети от степени начальной ширины конкурентного окна N_0 .

Таблица

Характеристики беспроводной ЛВС из K станций

	$N_0 = 1$	$N_0 = 2$	$N_0 = 3$	$N_0 = 4$	$N_0 = 5$	$N_0 = 6$	$N_0 = 7$
$K = 2$							
Z1	0,0000036	0,415247	0,380402	0,376762	0,35161	0,300002	0,229203
T1	8558631,3	73,69101	80,44132	81,21835	87,02814	101,9994	133,5064
Z2	0,8938309	0,385169	0,378312	0,377008	0,351336	0,299878	0,229507
T2	34,235	79,44557	80,88561	81,16541	87,09605	102,0414	133,3292
Qk(2)	976	87184	112543	61835	31241	15726	7683
Z0	0,893834	0,800416	0,758714	0,75377	0,702947	0,59988	0,45871
$K = 3$							
Z1	0,0000036	0,260904	0,244374	0,246899	0,241812	0,218862	0,179841
T1	8567450,4	117,2847	125,2178	123,9373	126,5446	139,8136	170,1499
Z2	0,6905702	0,251085	0,243234	0,247362	0,240873	0,219146	0,179742
T2	44,311209	121,8709	125,8049	123,7051	127,0378	139,633	170,2444
Z3	0,2023406	0,252431	0,242964	0,247224	0,241645	0,218691	0,179917
T3	151,23011	121,221	125,9445	123,7745	126,6319	139,9236	170,078
Qk(2)	1981	135049	156265	103473	57507	30295	15288
Qk(3)	3	4513	9023	4018	1225	298	81
Z0	0,8929144	0,76442	0,730572	0,741485	0,72433	0,6567	0,5395
$K = 5$							
Z1	0,2317726	0,149284	0,13936	0,14287	0,145421	0,140201	0,124975
T1	132,02599	204,9783	219,5753	214,1806	210,4242	218,2585	244,8484
Z2	0,3192059	0,145195	0,1394	0,143171	0,145798	0,140148	0,125008
T2	95,862902	210,7515	219,5128	213,7305	209,8789	218,3404	244,7849
Z3	0,0625861	0,141697	0,139628	0,142797	0,145507	0,14002	0,124503
T3	488,92632	215,9538	219,1536	214,2899	210,2992	218,5395	245,7768
Z4	0,2749306	0,138863	0,139223	0,142805	0,145172	0,140325	0,124534
T4	111,3008	220,3604	219,7918	214,2781	210,7833	218,0655	245,7153
Z5	0,0023724	0,14837	0,139043	0,143071	0,144634	0,140569	0,124652
T5	12898,438	206,2415	220,0759	213,8789	211,569	217,6869	245,483
Qk(2)	4193	190342	207009	158244	100624	56270	29646
Qk(3)	21	15426	23101	13632	5270	1624	427
Qk(4)	1	409	9023	1068	146	24	3
Qk(5)	0	5	25	14	1	0	0
Z0	0,8908675	0,723409	0,696653	0,714715	0,726532	0,701263	0,623673
$K = 10$							
Z_min	0,0204115	0,063394	0,063637	0,066211	0,069404	0,071048	0,069023
Z_max	0,126707	0,070227	0,067062	0,068313	0,07079	0,072213	0,069698
T_max	1499,1519	482,6964	480,8504	462,1555	440,8994	430,6956	443,3289
T_min	241,50121	435,7296	456,2919	447,9396	432,2669	423,7437	439,0362
Qk(2)	9765	254812	271531	232568	171656	108323	61834
Qk(3)	100	38344	46949	34139	17693	7338	2294
Qk(4)	2	2953	4792	3090	1201	311	50
Qk(5)	0	126	294	196	57	5	0
Qk(6)	3	4	14	10	1	0	0
Qk(7)	0	0	0	1	0	0	0
Z0	0,8857253	0,674812	0,65277	0,6707	0,699654	0,715977	0,693603

Наиболее информативными величинами являются индивидуальное быстродействие каждой станции Z_i (для сети из десяти станций приведены минимальное Z_{min} и максимальное Z_{max} значения индивидуальных быстродействий) и общая пропускная способность системы Z_0 . Кроме того, в таблице представлена динамика изменения среднего времени передачи

кадра каждой станцией T_i (T_{\min} и T_{\max} для сети из десяти станций) и количества коллизий $Q_k(S)$ с различным числом участников конфликта S за все время моделирования сети от размера конкурентного окна.

Из представленных численных результатов видно, что при малых значениях степени начальной ширины окна N_0 имеет место эффект захвата разделяемой среды передачи данных одной из станций для любого количества соперничающих абонентов беспроводной локальной сети. При этом, благодаря захвату разделяемой среды какой-либо станцией, и, как следствие, бесконфликтной передаче большого количества пакетов, наблюдаются хорошие показатели общей пропускной способности сети и большой дисбаланс по показателям индивидуального быстродействия и среднего времени передачи кадра отдельных станций.

С увеличением ширины конкурентного окна значения индивидуальных характеристик станций выравниваются, причем, наблюдается максимум общей пропускной способности по параметру степени начальной ширины конкурентного окна. В частности, для двух станций наилучшей степенью начальной ширины конкурентного окна является значение $N_0 = 3$, для трех – $N_0 = 4$, для пяти – $N_0 = 5$, а для десяти – $N_0 = 6$. При таких начальных параметрах имеет место снижение коллизионных передач и выравнивание индивидуальных показателей станций на фоне пика общей пропускной способности беспроводной сети.

Литература

1. IEEE Std 802.11 – 2007, Revision of IEEE Std 802.11 – 1999. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. IEEE Computer Society, 2007. 1184 p.
2. Вишнеvский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В. Широкополосные беспроводные сети передачи информации. М.: Техносфера, 2005. 592 с.
3. Stroustrup B. The C++ Programming Language. New Jersey: AT&T Labs, 1997. 923 p.
4. Lutz M. Learning Python. Sebastopol: O'Reilly Media, Inc, 2009. 845 p.
5. Рыжиков Ю.И. Имитационное моделирование. Теория и технологии. М.: Альтекс-А, 2004. 380 с.

КОНЦЕПЦИЯ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ КОМАНДНОЙ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ С СИНХРОНИЗАЦИЕЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

А.Н. Мусеев, А.М. Политов, М.О. Хомич
Томский государственный университет

С развитием сети Интернет и сетевых коммуникаций расширяются и способы создания программного обеспечения. Проектные команды становятся больше, начинают говорить на множестве разных языков, распределяются по миру. И, несмотря на то, что придумано уже достаточно способов и инструментов удобной организации процесса проектирования и разработки ПО, существуют ситуации, когда без личной встречи и интерактивного общения не обойтись. Иногда в таких ситуациях достаточно

сервисов обмена мгновенными сообщениями или просто телефона, но проектирование ПО почти всегда связано с разработкой сложных диаграмм и моделей, а для этих случаев разговорный язык недостаточно выразителен либо громоздок. Кроме того, бывают случаи, когда команда физически не может часто встречаться, а иногда помехой является языковой барьер. Для таких случаев (хотя и для команд, которые имеют возможность общаться интерактивно, подобная возможность была бы, несомненно, удобной) необходима система, которая обеспечивала бы синхронизирующийся многопользовательский доступ на редактирование артефактов проекта (диаграмм и документов), что обеспечило бы необходимый уровень интерактивности в работе с ними, а также позволило бы им «разговаривать» на одном языке, то есть на языке стандартов, принятых командой для проектирования.

Кроме того, жизнь становится все более и более динамичной, вследствие чего приходится работать не только в офисе, но и дома, в дороге, на отдыхе. Учитывая это, следует сделать такую систему как можно более доступной: с компьютера, планшета, смартфона, через веб-браузер.

Целью настоящей работы является разработка подобной системы поддержки командной разработки программного обеспечения. Эта система будет обладать следующими ключевыми особенностями:

1. Централизованное хранение: вся основная логика, проектная информация и хранилище файлов находятся на удаленном сервере.
2. Командная разработка проектов.
3. Многопользовательская работа с документами с синхронизацией в режиме реального времени.
4. Расширяемость – возможность быстрого и удобного добавления функционала к системе.
5. Устойчивость клиента к изменению функционала системы.

На основании этих требований, можно выделить две основные задачи:

1. Разработка ядра системы.
 2. Разработка архитектуры клиент-серверного взаимодействия.
- В рамках работы над ядром системы разработаны:
1. Объектная модель документа (диаграммы) с отделением модельных данных и логики элемента от данных и логики его представления.
 2. Механизм расширения функциональности (добавления новых диаграмм и элементов) путем создания плагинов [1].
 3. Расширяемый (также посредством написания плагинов) механизм сериализации/десериализации данных.

Также разработана сетевая инфраструктура, обеспечивающая логическое разделение серверов, а также позволяющая в дальнейшем балансировать нагрузку путем горизонтального масштабирования отдельных частей системы. Также планируется организовать резервное копирование данных (при необходимости – даже в режиме реального времени, для дос-

тижения максимальной актуальности данных в случае отказа каких-либо частей системы).

Задача разработки архитектуры клиент-серверного взаимодействия является наиболее актуальной на данный момент. С одной стороны, можно сделать клиент настолько тонким, чтобы он был наиболее устойчив к расширению системы (появлению новых типов документов, диаграмм, элементов). Однако такой подход даст адекватные результаты лишь в том случае, если есть возможность очень быстрой передачи данных между клиентом и сервером (на одном узле или хотя бы в рамках корпоративной сети), во всех же остальных случаях отклик системы будет весьма долгим.

Для решения данной проблемы решено разработать специальный язык описания логики представления. Описание логики представления на этом языке будут генерировать структуры, реализующие эту логику на сервере, а затем это описание будет доставляться на клиент. Клиент, в данном случае, содержит в себе машину разбора языка, что позволяет, во-первых, сохранить необходимую устойчивость к изменениям, а во-вторых, оптимизировать производительность, т.к. теперь часть логики, касающаяся непосредственно представления, дублируется на клиенте.

В ближайшее время планируется создать прототип подобного языка и приложения, работающего на его основе, а также решить вопросы базовой архитектуры клиент-серверного взаимодействия для специфики описанной задачи.

Литература

1. Фаулер М. Архитектура корпоративных программных приложений / Пер. с англ. М.: Вильямс, 2006. 544 с.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА «ВИРТУАЛЬНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ» ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В РАМКАХ ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПОРТАЛА

Н.Н. Окулов

Кемеровский государственный университет

Введение

В настоящее время в различных областях знаний (промышленные процессы, геологоразведка, синтез различных веществ, природные явления и многое другое) все большее значение приобретает математическое моделирование объектов и процессов. Численный эксперимент, выполненный на ЭВМ, намного дешевле натурального по временным, материальным и трудозатратам. Однако для проведения моделирования с надлежащей точностью и за приемлемое время требуется применение высокопроизводительной вычислительной техники (суперкомпьютеров, вычислительных кластеров, SMP-систем, систем на базе графических ускорителей и пр.) В связи с этим по всему миру и, что особенно важно, на территории Российской Федерации широкое распространение получают суперкомпьютерные

центры коллективного пользования. Все больше суперкомпьютерных центров в последние годы открывается на базе высших учебных заведений. Также растет число вузов, которые внедряют в образовательную программу подготовки программистов, прикладных математиков, физиков, химиков курсы по высокопроизводительным вычислениям и использованию суперкомпьютерных ресурсов.

В связи с этим актуально создание информационно-вычислительного портала (ИВП) для поддержки параллельных вычислений, который позволит расширить сферу использования высокопроизводительных вычислительных ресурсов в научных исследованиях и учебном процессе вузов.

Информационно-вычислительный портал и его подсистемы

Информационно-вычислительный портал КемГУ предоставляет пользователям единую среду для осуществления широкого спектра работ по разработке и оптимизации параллельных программ для высокопроизводительных вычислений и проведения численного эксперимента на различных вычислительных ресурсах, независимо от их программно-аппаратного обеспечения, в удобном и доступном web-интерфейсе [1].

Основой портала служит система удаленного доступа и управления распределенными вычислительными ресурсами (СУД и УРВР), обеспечивающая выполнение вычислительных заданий в удаленном режиме, а также управление и хранение пользовательских объектов [2].

Кроме СУД и УРВР, в ИВП интегрированы следующие информационные системы и средства, составляющие единый программный комплекс поддержки параллельных вычислений:

- система отладки параллельных программ [3];
- система «Виртуальная лаборатория»;
- подсистемы мониторинга состояния вычислительных узлов;
- библиотеки параллельных программ для проведения численных экспериментов в различных областях науки;
- подсистема учета процессорного времени (биллинга).

В данной статье подробно будет рассмотрена система «Виртуальная лаборатория».

Виртуальная лаборатория

Информационная система «Виртуальная лаборатория» разработана с целью организации виртуального лабораторного практикума с использованием высокопроизводительных вычислительных ресурсов в удаленном режиме. Данная система может быть использована в научных целях, а также в учебном процессе вузов в рамках курсов по высокопроизводительным вычислениям.

Система предполагает исследование эффективности параллельных программ, реализующих определенный численный алгоритм, и получение сведений для их дальнейшей оптимизации.

Управление пользователями

Пользователь проходит процесс регистрации на ИВП. После авторизации пользователь получает доступ ко всем подсистемам портала с единой учетной записью.

В соответствии с назначением системы были выделены два типа пользователей «Виртуальной лаборатории»: преподаватель и студент. Также система поддерживает возможность создания групп пользователей (например, для объединения студентов одного курса). Пользователь может управлять только собственными лабораторными работами: запускать, редактировать (изменять описание, параметры, добавлять файлы и др.), удалять, формировать отчет о выполнении. Кроме того, можно открыть доступ на запуск лабораторной работы другим пользователям (по отдельности или группе), что необходимо преподавателю для назначения работы студентам.

Структура пользовательских данных

Система пользовательских объектов имеет иерархичную структуру. Основным пользовательским объектом в системе «Виртуальная лаборатория» является лабораторная работа, которая создается для каждого отдельного исследования определенного численного алгоритма. Лабораторная работа включает в себя текстовый файл с описанием исследования, набор варьируемых параметров с указанием диапазона изменения начальных значений и один или несколько проектов.

Проект обеспечивает возможность проведения исследования на различных вычислительных ресурсах (имеющих различную архитектуру, ОС и т.п.). Каждый проект содержит файл исходного кода программы, который будет впоследствии скомпилирован для запуска на определенном вычислительном ресурсе. Список поддерживаемых системой компиляторов достаточно широк и, при необходимости, может быть легко дополнен. Результатом компиляции является исполняемый код программы, также логически к проекту привязаны файлы начальных данных и make-файл.

В процессе запуска происходит формирование очереди вычислительных заданий. Задание является единицей обработки СУД и УРВР; каждое задание в системе выполняется ровно один раз. Каждое задание содержит конкретные значения исследуемых параметров, с которыми выполняется расчет, время запуска и время выполнения задания, используемый вычислительный ресурс. Полученные в результате вычислений замеры времени выполнения задания, в совокупности с используемыми комбинациями значений варьируемых параметров, служат базой для анализа параллельной программы и выявления зависимостей от исследуемых параметров.

Анализ результатов

Блок анализа позволяет пользователю по результатам проведенных вычислений получить показатели эффективности и ускорения параллельной программы, построить графики зависимости времени выполнения от

заданных параметров запуска, а также установить степень влияния определенных параметров на время выполнения.

Для определения степени влияния параметра используется метод множественной регрессии. Уравнение регрессии в случае нескольких параметров имеет вид:

$$Y = a + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + \dots + b_n \cdot X_n$$

В данной формуле в качестве значений переменных X_1, \dots, X_n используются значения варьируемых параметров исследования, в качестве Y – время выполнения задания с соответствующими значениями параметров. Коэффициенты детерминации, полученные в результате применения данного метода, отражают степень зависимости времени выполнения программы от каждого из исследуемых параметров запуска.

Данные анализа пользователь может применить для оптимизации своей параллельной программы. Также, благодаря возможности создания нескольких проектов (то есть различных версий исполняемого кода параллельной программы) для одной лабораторной работы и запуска на различных вычислительных ресурсах, пользователь может сравнить между собой данные времени выполнения и выбрать оптимальную среду для запуска своей программы.

Литература

1. Окулов Н.Н., Афанасьев К.Е., Стуколво С.В. Разработка информационного портала параллельных вычислений для проведения научных и инженерных расчетов в режиме on-line // V сб. конф. по паралл. и высокопроизв. вычис. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010. С. 10–14.
2. Григорьева И.В., Демидов А.В. Система удаленного доступа и управления распределенными вычислительными ресурсами // Вычисл. техн. Т.13. Спец. вып. 5. 2008. С. 28–32.
3. Власенко А.Ю. Модель масштабируемой системы автоматического контроля корректности параллельных программ // Вестник НГУ. Т.7. Выпуск 4. 2009. С. 53–66.

ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ТИПОВОГО РЕШЕНИЯ MVC В ZEND FRAMEWORK

Н.С. Перевалов

Томский государственный университет

Model-View-Controller - типовое решение направленное на разделение логики, представления и обработки действия пользователя на три отдельных компонента:

- Модель – компонент, содержащий всю бизнес логику приложения;
- Вид – компонент, отвечающий за визуализацию информации;
- Контроллер – компонент, обрабатывающий действия пользователя.

Примечательно, что вид и контроллер зависят от модели, в то время как модель – независима от них. Это дает возможность создания не-

скольких разных видов для одной и той же модели, с другой стороны, если у модели одновременно несколько видов, то при изменении данных модели на одном из них, другие оповещаются и обновляются, при том виды в данном случае, абсолютно независимы от друг друга, и для оповещения им не требуется знание о друг друге. Контроллер, реагируя на действия пользователя, может динамически изменить виды или при необходимости может быть заменен на другой класс контроллера, определяющий другие реакции на действия пользователя.

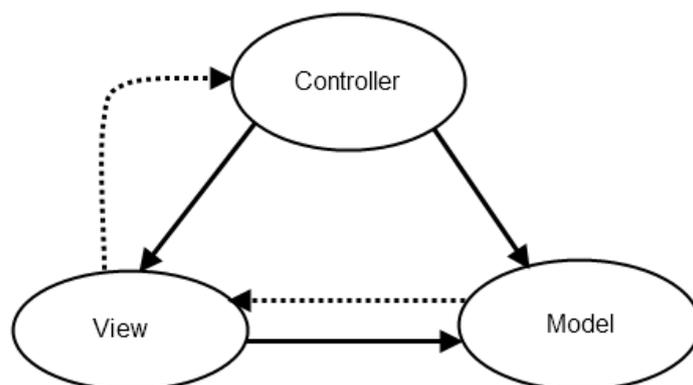


Рис. 1. Концепция Model-View-Controller. Сплошными линиями показаны прямые связи (вызовы методов, присвоение значений полей), прерывистыми линиями показаны косвенные связи (сообщения через события)

Основные принципиальные моменты реализации MVC:

1. Модель независима ни от контроллера, ни от вида.
2. Строгое выполнение отношения «оповещение/подписка» между моделью и видом.

3. Неограниченное количество видов у одной модели.

4. Отображение актуального состояния модели на всех видах.

Разработчику при реализации своего продукта необходимо учитывать эти моменты, однако, некоторые инструменты разработки предлагают условия, в которых разработчику не приходится думать над реализацией MVC, и одним из таких инструментов является Zend Framework. Это фреймворк с открытым исходным кодом для разработки веб-приложений и сервисов на PHP5. Данный фреймворк реализуется полностью на объектно-ориентированом коде. Компоненты в фреймворке слабо связаны, что дает возможность разработчикам работать только с необходимыми компонентами. В Zend Framework сайт воспринимается как приложение, которое состоит из модели, видов и контроллеров.

Интересными особенностями является использование процесса бутстрапинга и паттерна Front Controller. Бутстрапинг позволяет инициализировать все необходимые ресурсы для приложения самим приложением без внешней помощи. Пользователь может без особых усилий определить необходимые для загрузки ресурсы в классе бутстрапа. В этом же классе по

умолчанию инициализируется Zend Framework Front Controller. Функции Zend_Controller_Front :

1. Реализация паттерна Front Controller, используемого в MVC приложениях. Его назначение заключается в принятии всех запросов, направлении их к соответствующим контроллерам и выполнение ответных действий.

2. Реализация паттерна Singleton. Это значит, что в любой момент времени будет только один единственный экземпляр Front Controller, что так же позволяет использовать его как реестр, с которым могут работать другие объекты во время работы.

Эти две особенности контролируют взаимодействие приложения со внешним миром.

Каждая страница сайта является действием в приложении, а действия сгруппированы в контроллеры. В самих контроллерах каждому действию пишется соответствующий метод, который будет выполняться при обращении к нему от вида. В теле метода инстанцируются необходимые классы из модели, формируются данные для передачи их виду или модели.

Вид для каждой страницы выражается в соответствующем объекте класса Zend_View. Вид состоит из скрипта и классов Zend_View_Helper, в которые можно выделить часто используемые функции.

Модель в приложении представляется группой классов, созданных пользователем для обработки логики. Для модели фреймворк предоставляет группу классов Zend_Db для работы с базами данных, которые значительно упрощают организацию передачи и обработки данных.

Всю организацию сообщений между видами, контроллерами и моделью фреймворк берет на себя. При соблюдении правил именования классов нет необходимости связывать каждый контроллер с соответствующим видом – это будет происходить автоматически, в противном случае, необходимо указывать соответствующие пути в файле настроек. Модель в данном фреймворке полностью независима от видов и контроллеров, и кол-во видов ничем не ограничено: пользователь может открыть несколько страниц, на которых будет отображаться состояние модели приложения.

Но Zend Framework не избавляет разработчика от всех проблем реализации MVC. Вид получает данные от модели через контроллер во время загрузки страницы, чтобы отображаемые данные были всегда актуальны, разработчику необходимо обеспечить динамическое обращение вида к контроллеру (например, с помощью технологии AJAX). В противном случае, данные будут актуальны только на момент загрузки страницы. Но в любом случае, данный фреймворк значительно упрощает реализацию MVC при разработке web-систем.

Литература

1. Trygve Reenskaug The Model-View-Controller (MVC). Its Past and Present.
2. Trygve Reenskaug MODELS - VIEWS - CONTROLLERS Xerox PARC technical note December 1979.

3. [Электронный ресурс]. URL: <http://framework.zend.com/manual/> официальная документация Zend Framework.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СОГЛАСОВАННОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНТЕРЕСОВ СУБЪЕКТОВ РЕГИОНАЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОЙ ПОЛИТИКИ

Т.В. Саранулова

*Кузбасский государственный технический университет
им. Т.Ф. Горбачева*

Статья подготовлена по материалам исследований, проводимых при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.» по лоту шифр «2011-1.4-502-004» «Проведение поисковых научно-исследовательских работ в целях развития общероссийской мобильности в области информационно-телекоммуникационных технологий и вычислительных систем» по теме: «Разработка математических моделей, алгоритмов и web-приложений для поддержки стратегического управления инновационной организацией (государственный контракт № 14.740.11.0965 от 05.05.11).

Методической основой оценки уровня согласованности экономических интересов является подход, разработанный сотрудниками Института экономики и организации промышленного производства СО РАН при поддержке Российского гуманитарного научного фонда [1, 2 и др.]. Подход базируется на математическом инструментарии ранговой статистики и позволяет проводить анализ не от достигнутого уровня, а на основе сопоставления эталона (гипотетически идеального режима функционирования экономики региона) реальному режиму, отражающему текущее социально-экономическое состояние региона в определенный момент времени. Оба режима должны быть соизмеримы по принятому критерию оценки, идея же преобразования имеющих разную размерность показателей в безразмерные величины (свертывание их на одну числовую ось) обеспечивает комплексность получаемой оценки.

Программная реализация алгоритма выполнена в виде информационно-вычислительной системы, состоящей из:

– *информационной* подсистемы, предназначенной для работы с базой данных временных рядов региональных показателей хозяйственной деятельности;

– *аналитической* подсистемы, позволяющей графически визуализировать результаты расчетов уровня согласованности экономических интересов субъектов региональной промышленной политики.

Разработанная система предоставляет следующие возможности:

- импорт статистических данных из среды MS Excel;
- ведение базы данных исходной и расчетной информации;
- приведение стоимостных показателей к уровню цен базового периода;
- медианное сглаживание анализируемых временных рядов;

- расчет темпов роста и ускорений движения показателей хозяйственной деятельности (два алгоритма расчета);
- вычисление коэффициентов ранговой корреляции по Спирмену и Кендаллу, результирующей оценки соответствия эталону и оценки уровня согласованности экономических интересов за выбранный период времени;
- экспорт результатов расчетов в среду MS Excel;
- графическая визуализация полученных результатов расчетов.

В соответствии с методикой [1–2] сформированный массив первичной информации (динамические ряды статистических показателей) должен быть подвергнут предварительной обработке:

- временные ряды стоимостных показателей приводятся к сопоставимому виду (ценам базового периода);
- выполняется процедура медианного сглаживания временных рядов, после чего в преобразованных рядах отсутствуют нулевые и отрицательные компоненты при практически полном совпадении сглаженных по медиане трендов с трендами исходных данных, тем самым снимается проблема расчета и экономической интерпретации показателей «темпов роста» и «ускорения», если компонента временного ряда имеет отрицательное или нулевое значение.

Для получения расчетных показателей (коэффициентов ранговой корреляции по Спирмену и по Кендаллу, а также полученных на их основе результирующих оценок соответствия эталону) необходимо указать перечень первичных показателей, используемых в расчетах, и требуемые параметры расчета – период, алгоритм расчета темпов роста и ускорений, эталонный порядок движения показателей. Разработанный программный продукт производит расчеты по введенным параметрам, заполняет форму результатов расчета и сохраняет их в базе данных. Также имеется возможность построить графики по результатам расчетов. В частности, пользователь может на одном графике проанализировать динамику всех расчетных коэффициентов (Спирмена, Кендалла, результирующие оценки), или же построить график по каждому из них в отдельности.

Информационно-вычислительная система позволяет автоматизировать и визуализировать процесс оценки уровня согласованности экономических интересов субъектов промышленной политики в регионе и, как следствие, упрощает «техническую работу» экономиста-аналитика.

Для проверки работоспособности программный продукт протестирован на данных региональной статистики за 1998–2008 гг.

Предваряя анализ результатов расчетов, напомним важнейший методический посыл, сформулированный в [3, с. 98]: «В случае наличия в регионе экономического ядра (системообразующей отрасли), развитие которого определяет тип региональной экономической модели, включающей... блок «региональной промышленной политики», достаточно исследовать уровень согласованности интересов власти и этого экономического ядра. ... Для Кемеровской области рабочая гипотеза сформулирована в виде

следующего утверждения: *повышение уровня жизни населения в большей степени обеспечивается ростом эффективности функционирования угольной отрасли региона*. Именно так формулируется принятый в исследовании критерий оценки уровня согласованности экономических интересов в регионе.

За период 1998–2008 гг. интегральная (итоговая) оценка уровня согласованности экономических интересов «Кузбасского региона» и «угольной отрасли Кузбасса» составила 0,251. По сравнению с проведенными ранее расчетами за период 1998–2007 гг. [3] она снизилась (с 0,284), что свидетельствует об отрицательном вкладе начавшихся в 2008 году кризисных явлений. Так как диапазон изменения этого показателя от 0 до +1, полученная оценка (0,251) позволяет предположить, что в анализируемый период вклад угольной отрасли в решение главной цели развития Кузбасса был явно недостаточным.

Проведенные расчеты подтвердили полученные ранее выводы [3]. Внутри рассматриваемого периода (см. рис. 1) в 2004–2006 гг. отчетливо видна тенденция повышения уровня согласованности интересов угольной отрасли Кузбасса и экономических интересов региона, а затем следует спад. Показатель согласованности интересов в верхней точке был равен 0,552. Это максимальное (и достаточно высокое) из полученных значений оценки. Оно показывает, насколько характер изменений в структуре связей региональной системы в эти годы отвечал принятому критерию оценки уровня согласованности интересов.



Рис. 1. Динамика результирующих коэффициентов

Иными словами, это оценка высокой эффективности принимавшихся региональной властью в 2004–2006 гг. управленческих решений, приведших к росту эффективности функционирования угольной отрасли региона и одновременно реализации основной цели развития экономики региона – «повышения уровня жизни населения». На основе анализа коэффициентов ранговой корреляции (см. табл. 1) можно сделать вывод о том, что в этот период режим функционирования в наибольшей мере был близок к эталонному (идеально возможному). Можно с большой степенью ве-

роятности утверждать [3], что однонаправленность экономических интересов региона и его экономического ядра вызвали синергетический эффект развития региона.

В период же 2007–2008 гг. показатели согласованности экономических интересов существенно «просели» (см. табл. 1). Начал оказывать влияние нарастающий мировой финансовый и экономический кризис [4].

Таблица 1

Динамика коэффициентов ранговой корреляции

Коэф-ты	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Спирмена	-0,48	0,11	-0,075	0,25	0,115	0,566	-0,193	0,012
Кендалла	-0,323	0,058	-0,058	0,176	0,058	0,411	-0,205	-0,04

Предложенный алгоритм и разработанная информационно-вычислительная система могут быть использованы в органах власти субъектов Российской Федерации для численной оценки и выработки предложений по повышению уровня согласованности интересов субъектов региональной промышленной политики. При успешном применении данная разработка может помочь установлению сбалансированных партнерских отношений власти и бизнеса и повышению социальной ответственности последнего.

Литература

1. Фридман Ю. А., Бияков О.А., Речко Г.Н., Блам Ю.Ш. Согласование интересов власти и бизнеса на региональном уровне // Экономическое развитие России: региональный и отраслевой аспекты / Под ред. Е. Коломак, Л. Машкиной. Вып. 8. Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2007. С. 141–155.
2. Фридман Ю.А., Бияков О.А., Речко Г.Н., Блам Ю.Ш. Оценка уровня согласованности экономических интересов субъектов региональной промышленной политики // Регион: экономика и социология. 2008. № 3. С. 78–96.
3. Фридман Ю.А., Речко Г.Н., Блам Ю.Ш., Пимонов А.Г. Измерение уровня согласованности экономических интересов субъектов региональной промышленной политики Кемеровской области // Вестник КузГТУ. 2008. № 5. С. 98–103.
4. Фридман Ю.А., Речко Г.Н., Пимонов А.Г., Оськина Н.А., Алексеенко Э.В. Новая концепция развития Кузбасса и согласование интересов бизнеса и власти // ЭКО. 2010. № 1. С. 90–108.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЕМАНТИЧЕСКОЙ МЕТОДИКИ
ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЛЯ СОЗДАНИЯ БАЗЫ ДАННЫХ
ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ**

А.С. Скачкова

Томский государственный университет

В последнее время геоинформационные системы (ГИС) привлекают большое внимание специалистов дорожной отрасли. Современная концепция управления сетью автомобильных дорог полагает, что ГИС автомобильных дорог должна стать краеугольным камнем, обеспечивающим целостную, непротиворечивую и высокопроизводительную информацион-

ную базу, предоставляющую все необходимые исходные данные для решения всех прикладных задач.

В данной статье речь пойдет о создании схемы базы данных для ГИС IndorRoad. База данных должна обеспечить хранение графической и атрибутивной информации по всем титулам сети дорог и составляющим их объектам, которых насчитывается около 70 типов. Различные типы дорожных объектов имеют сложные взаимосвязи между собой, а также связи с некоторыми дополнительными объектами.

Разработку схемы базы данных подобных размеров практически невозможно начинать сразу с реляционной модели. В данном случае была применена семантическая методика проектирования с использованием ERM-модели [1]. Семантические модели позволяют описать предметную область в близких человеку терминах, избавляя его от необходимости задумываться о физическом представлении данных в виде таблиц.

В рамках данного доклада невозможно рассмотреть всю схему предметной области, поэтому далее приведен фрагмент схемы, описывающий основные объекты: титул, межузловой участок, дорожный объект.

На рис. 1 приведена диаграмма множеств сущностей и множеств связей, представленная с использованием графической нотации ERM-модели, описанной в [2]. В рассматриваемый фрагмент не попали множества сущностей, являющиеся другими подклассами специализаций, приведенных на диаграмме, тем не менее, они обозначены в виде множеств сущностей с названием «[Пропущенные множества сущностей]» для того, чтобы дать более точное представление обо всей схеме и объяснить необходимость полных специализаций и промежуточных множеств сущностей.

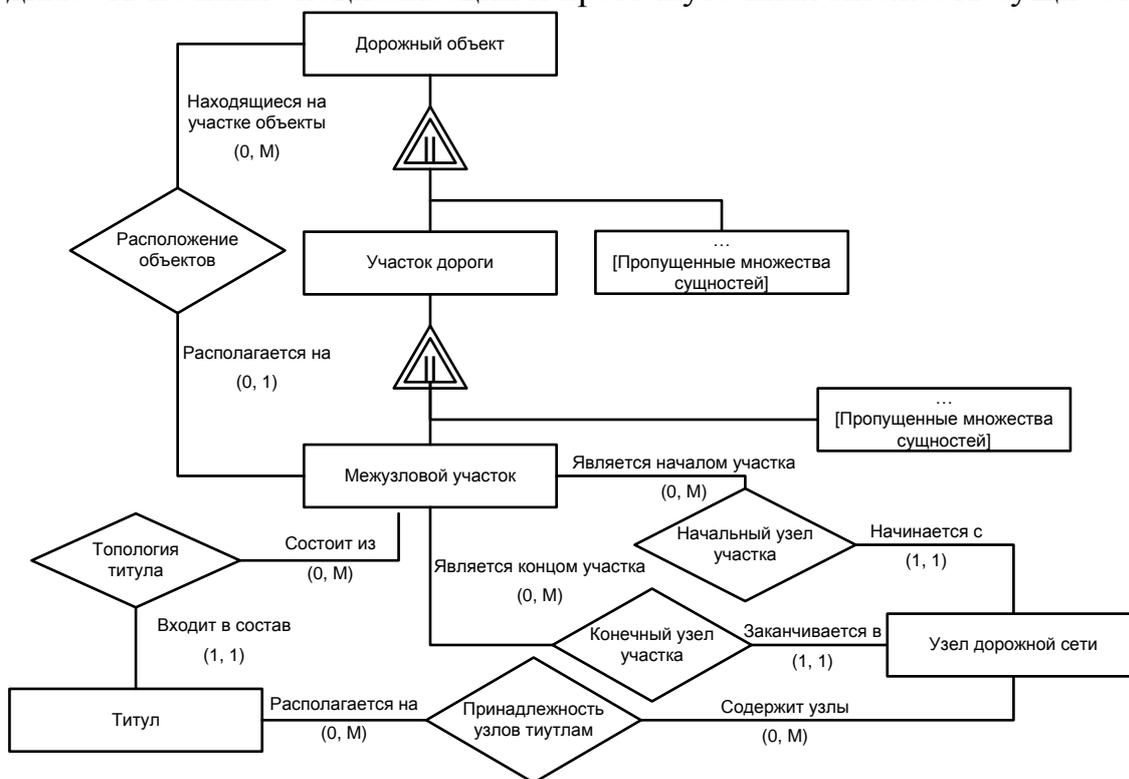


Рис. 1. Диаграмма множеств сущностей и множеств связей

В данном случае, диаграммы множеств сущностей и множеств связей недостаточно для отражения всей информации, есть дополнительные ограничения, которые можно выразить с помощью отображений. На рис. 2 приведена диаграмма реляционных отображений, соответствующих интересующим нас множествам связей.

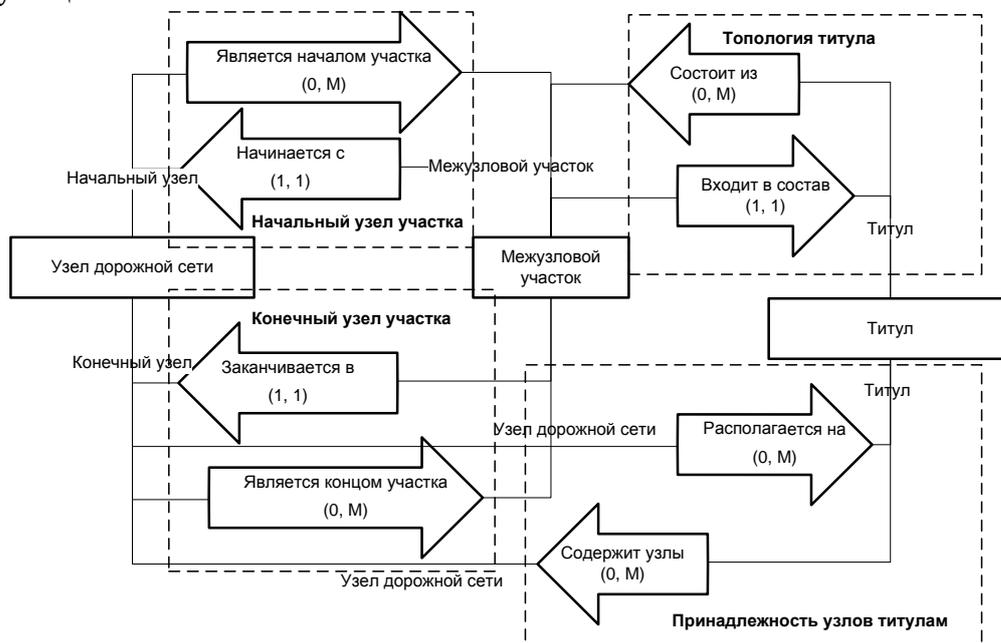


Рис. 2. Диаграмма реляционных отображений множества связей

Теперь можно составить диаграмму отношений между отображениями. На рис. 3 приведена диаграмма, на которой задаются отображения, эквивалентные реляционным отображениям множества связей «Принадлежность узлов титулу». Это дает нам возможность представить это множество связей в результирующей схеме в виде представления, а не в виде таблицы.

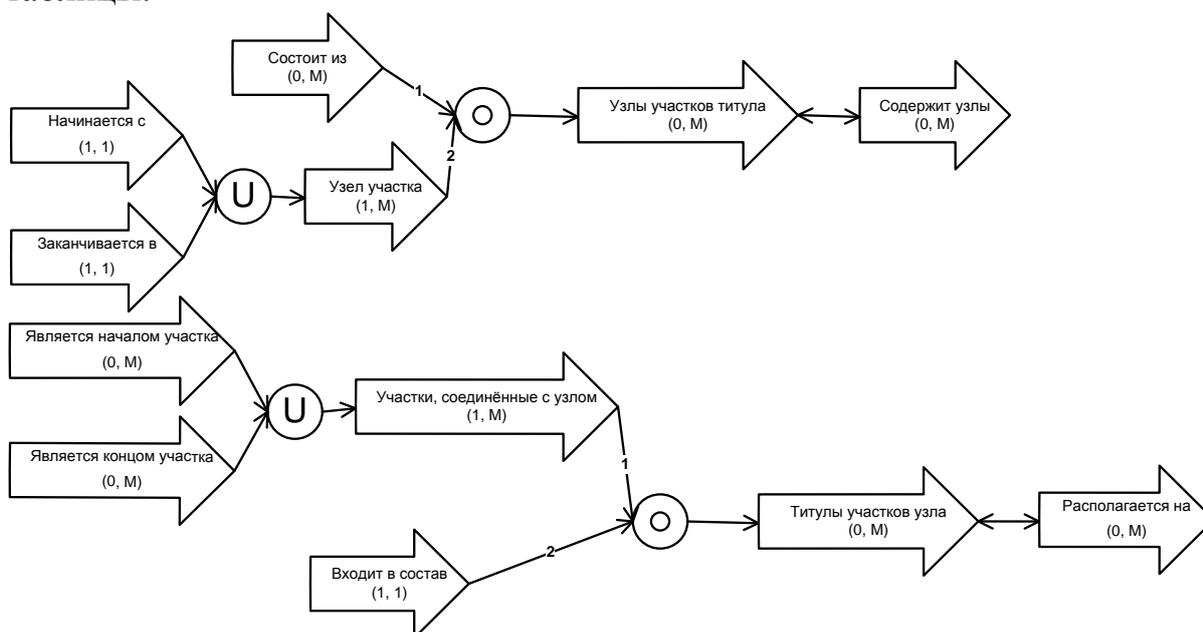


Рис. 3. Диаграмма взаимоотношений между отображениями

После применения правил трансформации схемы была получена приведенная на рис. 2 реляционная схема в нотации MsSql Management Studio. Чтобы не перегружать схему лишней информацией, в реляционной схеме оставлены только те столбцы, которые соответствуют первичным и внешним ключам, а также столбец необходимый для реализации специализации.

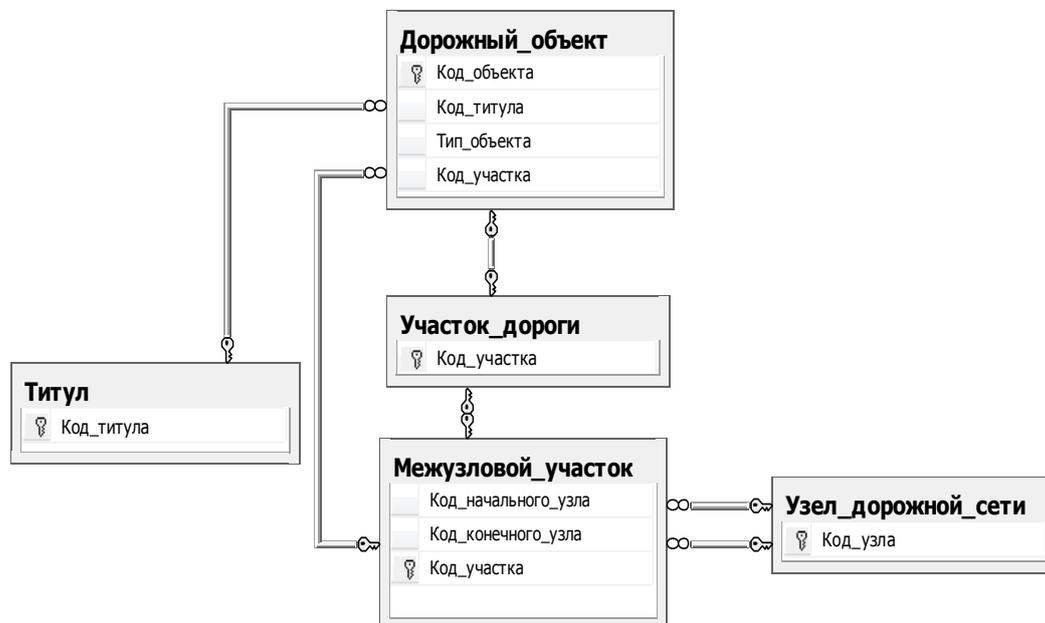


Рис. 4. Реляционная схема

Данный пример демонстрирует возможности ERM-модели по заданию разнообразной информации о предметной области уже на этапе семантического проектирования, а также то, как вся эта различная информация позволяет впоследствии получить эффективную реляционную схему. Таким образом, использование семантической методики проектирования облегчает процесс создания схемы предметной области. Кроме упрощения процесса проектирования составление семантической схемы вносит свой вклад в документирование продукта и позволяет облегчить процесс изучения предметной области для человека, незнакомого с ней.

Литература

1. *Бабанов А.М.* Семантическая методика проектирования БД и ее перспективы, открывающиеся с применением ERM-модели данных // Вестн. Том. гос. ун-та. Управл., вычисл. техн. и информ. 2011. № 3(16). С. 58–66.
2. *Бабанов А.М., Скачкова А.С.* Графическая нотация для модели «Сущность-Связь-Отображение» // Вестн. Том. гос. ун-та. Управл., вычисл. техн. и информ. 2008. № 1(2). С. 97–105.

АНАЛИЗ ГЕНЕТИЧЕСКИХ ТЕКСТОВ

И.В. Ступак

Омский государственный технический университет

Символьные последовательности являются классическим объектом математики, а также встречаются как предмет изучения во многих прикладных задачах. Одной из таких задач служит правильная обработка и анализ генетических цепочек. Изучение символьных последовательностей позволяет ответить на множество вопросов относительно объекта данного исследования.

Биологические макромолекулы играют не просто ключевую, а главную роль во многих процессах, протекающих в живых организмах. Изучение структуры, а также функциональных, химических, физико-химических и прочих свойств нуклеиновых кислот активно ведется специалистами в различных областях, и одним из важных направлений является изучение нуклеиновых кислот как символьных последовательностей. В работе будем исследовать лишь те свойства нуклеиновых кислот, которые определяются только взаимным расположением нуклеотидов друг относительно друга в одной изучаемой молекуле, а также исследовать закономерности вариативности в расположении нуклеотидов.

Особый круг исследований составляют работы, посвященные изучению информационных свойств символьных последовательностей. Получаемые в этих исследованиях теоретические результаты оказываются весьма полезными и эвристически ценными во многих смежных и даже отдаленных областях. Однако в самих исследованиях информационных свойств символьных последовательностей существует определенное смешение таких существенно различных понятий, как, собственно, понятие информации и семантическое наполнение того объекта, информационные характеристики которого являются предметом изучения. Такого рода смешение приводит к возникновению новых, искусственных, понятий, например, понятия ценности информации, строя цепи.

Нуклеотиды кодируют важнейшую информацию о жизни. В данной работе будет уделено особое внимание именно тому, что последовательности нуклеотидов являются информационной структурой, которой присущи все свойства информационного объекта.

Как хранение, так и реализация какой-либо информации напрямую обусловлены тем обстоятельством, что в ходе этих процессов актуальную роль играют символьные последовательности, но мы будем рассматривать данный факт в дискретном формате и возьмем не все многообразие последовательностей, а выделим отдельные фрагменты.

Выделение таких фрагментов может быть сделано многими разными способами, даже в пределах одной предметной области и даже одной задачи. Конкретный способ выделения фрагментов определяется целями и задачами того или иного конкретного исследования. Одна из важнейших задач, возникающая при работе с наборами фрагментов исходной сим-

вольной последовательности – это задача восстановления полной последовательности по набору ее фрагментов. Но есть две сложности. Первая сложность заключается в принципиальных ограничениях на возможность восстановления всей символьной последовательности по максимально полному набору ее фрагментов; вторая – в восстановлении последовательности по неполному набору фрагментов. Этот второй вопрос имеет существенное прикладное значение, поскольку в его рамках можно вести речь об анализе и изучении несвязных символьных последовательностей, иными словами, об извлечении информации из данных с пробелами.

Совсем другая, но не менее важная проблема, имеющая общую значимость для любых прикладных исследований символьных последовательностей, состоит в сравнении двух (или нескольких) символьных последовательностей. Здесь имеет смысл рассматривать меру близости двух (или нескольких) последовательностей, и для ее построения информационные и статистические методы являются весьма универсальными и продуктивными.

Наконец, нельзя не сказать о том, что все или почти все результаты, полученные для символьных последовательностей, могут быть распространены на более сложные дискретные.

Цель работы состоит в разработке подходов для исследования тех свойств символьных последовательностей различной природы, которые определяются только их информационными и статистическими характеристиками, а также в систематическом изучении информационных и статистических свойств нуклеотидных последовательностей, обнаружения в них закономерностей строя.

Практическая ценность работы заключается в изучении статистических свойств символьных последовательностей, соответствующих конкретным генам различных организмов, развитию новых методов исследования информационной емкости символьных последовательностей и упрощении обработки и группирования новых данных для молекулярной генетики.

Ключевым вопросом в исследованиях статистических и информационных свойств нуклеотидных последовательностей является проблема соотношения целого и частей: что именно можно сказать о последовательности в целом, располагая лишь информацией о составе ее отдельных, сравнительно коротких, фрагментов?

Согласно современным представлениям, геномы состоят из различных по своим статистическим и функциональным характеристикам частей. Отсюда возникает следующее направление в статистических исследованиях нуклеотидных последовательностей, а именно, задача обнаружения границ этих частей и распознавания структурных закономерностей в генетических текстах.

После открытия экзонинтронной структуры ДНК и выделения в нуклеотидной последовательности кодирующих и некодирующих участков продолжаются попытки объяснить возникновение этой структуры и срав-

нительные исследования статистических характеристик структурных элементов.

Для описания неоднородных генетических текстов, то есть текстов с различными статистическими характеристиками разных частей используются, например, модель неоднородной Марковской цепи. При введении неоднородной Марковской цепи генетический текст разбивается на зоны, при этом каждая зона характеризуется своими переходными вероятностями. Такой подход позволяет показать, что для ряда слов большие отклонения от ожидаемых частот встречаемости объясняются не «биологическим» смыслом, а неоднородностью генетического текста [1].

Для анализа неоднородных генетических текстов вводится понятие стационарных и нестационарных слов. Стационарные слова относительно равномерно расположены по всей длине текста, в то время как частота встречаемости нестационарных слов зависит от того, какая часть текста рассматривается.

При анализе структуры символьной последовательности в отсутствие какой-либо априорной информации о таковой, важную роль играет понятие повтора. Структура текста в этом случае характеризуется совокупностью всевозможных повторов («алфавитом» повторов), частотами встречаемости каждого из элементов этого алфавита и указанием мест вхождения в текст наиболее характерных элементов алфавита [3].

Одним из методов исследования повторов является построение частотной характеристики текста [2]. Частотная характеристика порядка l текста T есть совокупность элементов $\Phi_l(T) = \{\Phi_{l_1}, \Phi_{l_2}, \dots, \Phi_{l_{m_l}}\}$, где каждый элемент Φ_{l_j} , $1 \leq j \leq m_l$ есть пара (i -я l -грамма, частота ее встречаемости в тексте). Полный частотный спектр текста T – совокупность частотных характеристик $\Phi(T) = \{\Phi_1(T), \Phi_2(T), \dots, \Phi_{l_{max}}(T), \Phi_{l_{max}+1}(T)\}$, где l_{max} минимальное значение l , начиная с которого в тексте уже отсутствуют повторяющиеся l -граммы. По частотной характеристике l -го порядка может быть восстановлена характеристика $(l-1)$ -го порядка (за исключением, может быть, частот начальной и конечной $(l-1)$ -грамм). По частотной характеристике $\Phi_{l_{max}+1}(T)$ однозначно могут быть идентифицированы начальная и конечная l -граммы текста, после чего может быть восстановлен сам текст путем выявления пар $(l_{max}+1)$ -грамм с совпадающими l_{max} -граммами. Описанные выше структуры удобно использовать при вычислении энтропийных характеристик текста, для оценки по выборке переходных вероятностей в Марковских моделях, в задачах классификации. К недостаткам структур относятся, во-первых, их избыточность (не все повторы являются функционально значимыми); а, во-вторых, отсутствие информации о расположении повторов в тексте [4].

Естественным путем к устранению первого недостатка является выделение из частотного спектра и рассмотрение только функционально значимых l -грамм. В связи с этим возникает важный, применительно к ге-

нетическим последовательностям, вопрос: какие именно l -граммы считать функционально значимыми? Одним из возможных путей решения этого вопроса является сопоставление характеристик анализируемого текста с аналогичными характеристиками случайной последовательности той же длины и с тем же алфавитом, полученной по схеме независимых испытаний. Наличие аномальных отклонений от схемы независимых испытаний, возможно, свидетельствует о неслучайности, то есть функциональной значимости наблюдаемой закономерности. Таким образом, для отделения «случайных» повторов от «неслучайных» необходимо учитывать такие признаки, как длина повтора, его частота, расположение повторов в тексте (периодичность), а также возможность их расширения при условии небольших изменений в тексте последовательности.

Основным инструментом исследований в этом направлении является частотный словарь рассматриваемой нуклеотидной последовательности. Частотный словарь – это набор всех слов (связных фрагментов фиксированной длины), встречающихся в изучаемой последовательности вместе с указанием их частот. Тогда вопрос о соотношении части и целого может быть сформулирован как вопрос о переходе от словарей фиксированной толщины к словарям большей толщины. Толщина словаря – это длина слов, которые он содержит. При этом можно ставить вопрос о построении словаря такой толщины, которая бы совпадала с длиной исходной последовательности и, тем самым, считать вопрос о переходе от частей к целому разрешенным. В такой постановке возможны два ответа: по словарю заданной толщины восстановление всей последовательности возможно однозначно, и по словарю заданной толщины однозначное восстановление всей последовательности – невозможно, а возможно лишь восстановление ансамбля последовательностей (то есть словаря, где последовательностей много, и каждая встречается один или несколько раз) [5].

Вопрос об однозначном и полном восстановлении всей последовательности по ее частотному словарю имеет конструктивное решение. Оказывается, что все гены обладают примерно одинаковым значением избыточности, определяемой таким образом, а вот структурные элементы отдельных генов – экзоны и интроны – различной: у интронов она выше, чем у экзонов, для генов эукариотических организмов.

В случае неоднозначности восстановления частотных словарей большей толщины по словарям заданной толщины возникает не единственный словарь, а семейство частотных словарей. Наиболее традиционным в молекулярной биологии и биоинформатике путем является правило выбора восстановленного словаря, основывающееся на той или иной гипотезе о структуре исходного текста. В нашей работе использован другой подход, основанный не на гипотезах о свойствах исходной нуклеотидной последовательности, а на гипотезе о наиболее вероятном продолжении слов в заданном словаре. Восстановленным (либо продолженным) следует считать такой частотный словарь, который содержит наиболее вероятные продол-

жения слов заданной длины. Такой словарь обладает максимальным значением энтропии среди всех остальных, порождаемых исходным [6].

Сравнение реального частотного словаря некоторой фиксированной толщины и того, который может быть построен в силу принципа максимума энтропии по более тонкому позволяет ответить на вопрос об информационной емкости генома (точнее, его частотного словаря). Информационная емкость – это способность частотного словаря содержать в себе достаточное число плохо предсказываемых слов.

Литература

1. Александров А.А., Александров В.В., Бородавский Ю.М. Компьютерный анализ генетических текстов. М.: Наука, 1990. 264 с.
2. Гусев В.Д., Немытикова Л.А. Анализ серий в генетических текстах. Обработка сигналов и распознавание образов // Выч. системы. Вып. 141. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1991. С. 46–76.
3. Гусев В.Д. Сложностные профили символьных последовательностей. Методы обработки символьных последовательностей и сигналов // Выч. системы. Вып. 132. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1989. С. 35–63.
4. Гусев В.Д. Характеристики символьных последовательностей. Проблемы обработки информации // Выч. системы. Вып. 88. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1981. С. 11–34.
5. Горбань А.Н., Попова Т.Г., Садовский М.Г. Корреляционный подход к сравнению нуклеотидных последовательностей // ЖОБ. 1994. Т. 55. № 4/5. С. 420–430.
6. Горбань А.Н., Миркес Е.М., Попова Т.Г., Садовский М.Г. Новый подход к изучению статистических свойств генетических последовательностей // Биофизика. 1993. Т. 38. № 5. С. 762–767.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕСТИРОВАНИЯ НА БАЗЕ ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЙ

И.М. Ткаченко, Е.Р. Кожанова, А.А. Захаров

Саратовский государственный технический университет

Проблема приобретения заданного уровня образованности, удовлетворяющего общественным и личным потребностям, может быть решена с использованием полученных достижений в области тестовых технологий, представляющая измерительный аппарат в системе высшего профессионального образования. Измерительные процедуры, которые в основном базируются на тестовых технологиях, позволяют получить адекватную информацию о состоянии учебного процесса на различных его этапах и сигнализировать о недостатках в различных составляющих.

Многokратное тестирование позволяет снизить погрешность измерений и получить относительно точные данные об уровне подготовки тестируемого, при этом обладает не только контролирующей, но и обучающей составляющей, которая способствует лучшему пониманию предметной области, ее особенностей и основных характеристик [1].

На основе результатов тестирования для анализа полученных эмпирических данных строятся частотные распределения успеваемости тестируемых, распределение индивидуальных баллов, близкие к нормальному

распределению, которые также определяют эффективность тестовых заданий. Полученные характеристики могут быть проанализированы на соответствие показателям качества теста с помощью программного продукта по использованию вейвлет-функций для анализа сигналов различного вида «Schemsrav_1» [2].

Программа позволяет сравнить эффективность применения разложения Фурье и вейвлет-преобразования. Схема сравнения представлена на рис. 1.

На начальном этапе определяется анализируемый сигнал, полученный на основе результатов тестирования. Затем проводится выбор вейвлета для непрерывного вейвлет-преобразования, выбор параметров вейвлет-преобразования – максимального масштаба и шага, по которым вычисляется количество уровней разложения. В результате строятся вейвлет-спектрограммы исследуемого сигнала.

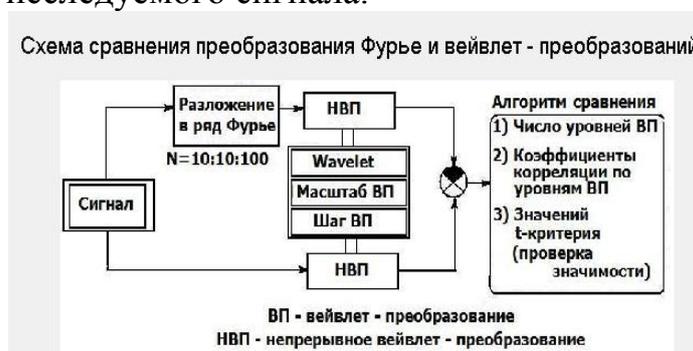


Рис. 1. Схема сравнения (Программа для ЭВМ "Schemsrav_1")

Программа для ЭВМ "Schemsrav_1", предназначенная для сравнительного анализа оптимального применения разложения различных сигналов с использованием аппарата Фурье и вейвлет-функций на базе исследования корреляционных характеристик, может быть использована для анализа результатов тестирования с целью определения уровня соответствия критериям качества теста с использованием математико – статистической обработки данных (см. рис. 2).

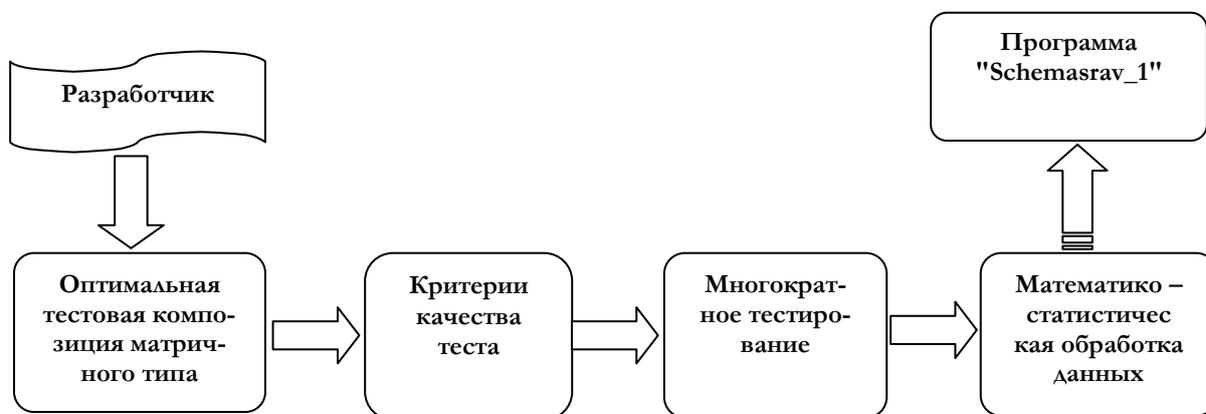


Рис. 2. Адаптация программы для ЭВМ "Schemsrav_1"

С помощью программы «Schemsrav_1» становится возможен анализ эффективности тестовой композиции, исследование результатов тестиро-

вания на базе вейвлет-функций, которые способны наглядно представить интересующие характеристики. Выше приведена этапы адаптации, где программа может быть реализуема в структуре образовательной деятельности на основе тестовых технологий (см. рис. 3).

Для обработки результатов тестирования используются вейвлет-функции, такие как haar, gauss, mexh, morl и др. При выполнении программы получены характеристики в виде вейвлет-спектрограмм, на которых, в зависимости от того четная или нечетная функция, белым или черным цветом отображен максимум распределения (см. рис. 3, 5), в виде контурных и поверхностных графиков (см. рис. 4, 6). Наиболее наглядно и точно становится возможным проводить оценку на соответствие критериям качества теста и полученных эмпирических данных на основе представленных цветных визуализаций распределений.

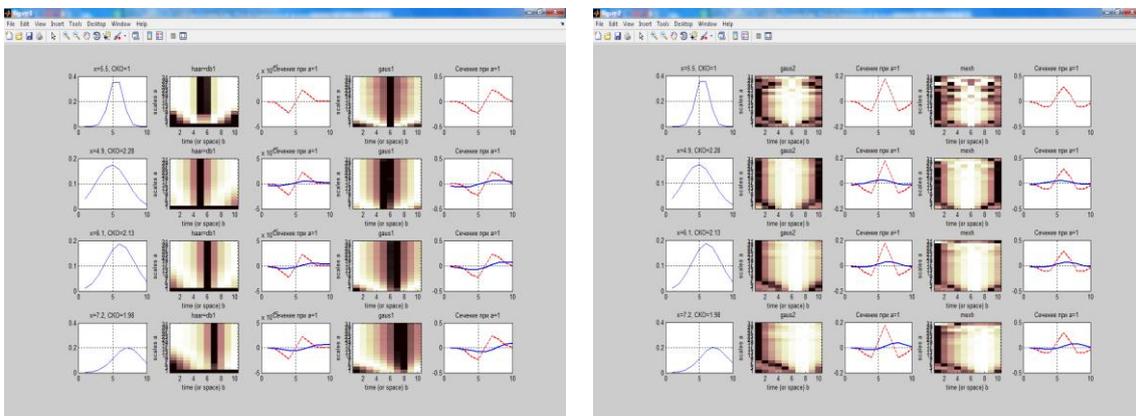


Рис. 3. Вейвлет-спектрограммы нормальных распределений, полученных на основе результатов тестирования, на базе среднего выборочного (\bar{x})

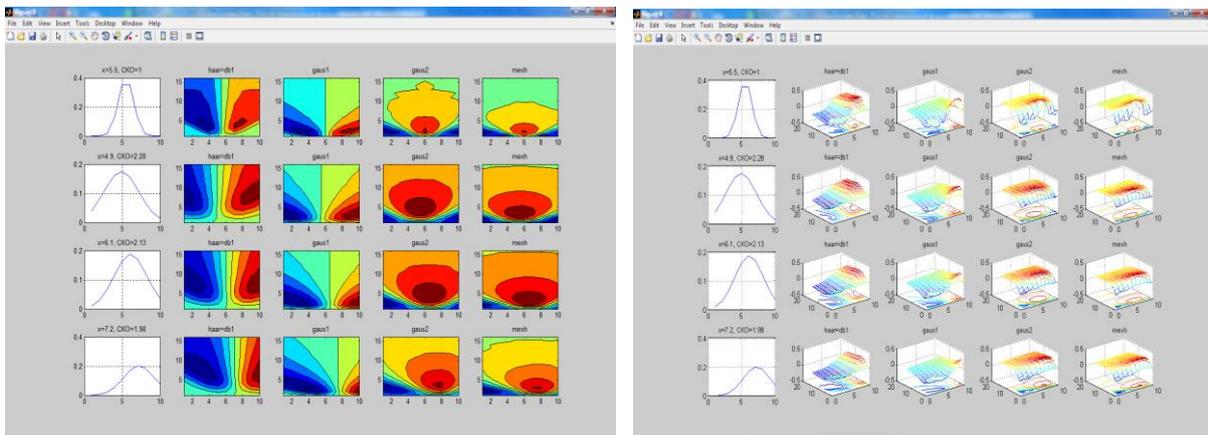


Рис. 4. Контурные и поверхностные графики нормальных распределений, полученных на основе результатов тестирования, на базе среднего выборочного (\bar{x})

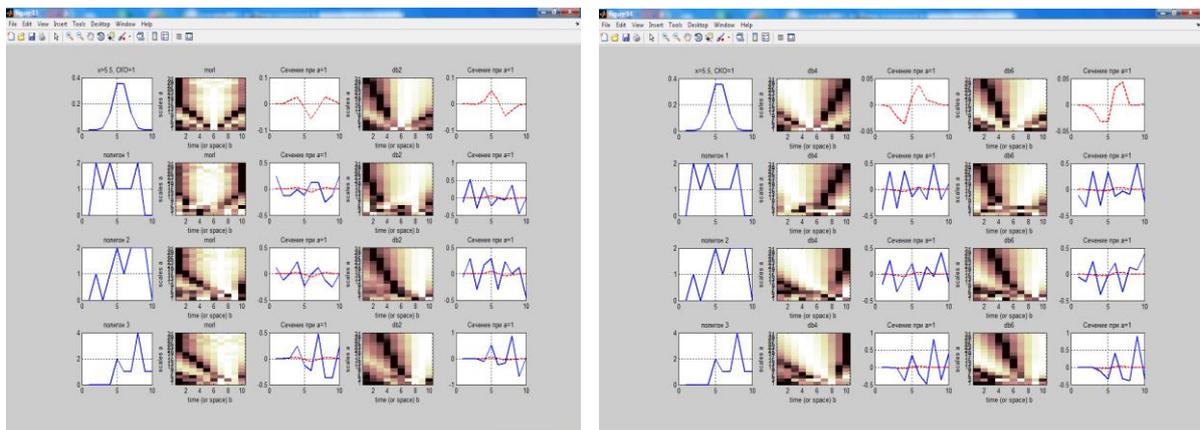


Рис. 5. Вейвлет-спектрограммы полигонов частот, полученных на основе результатов тестирования

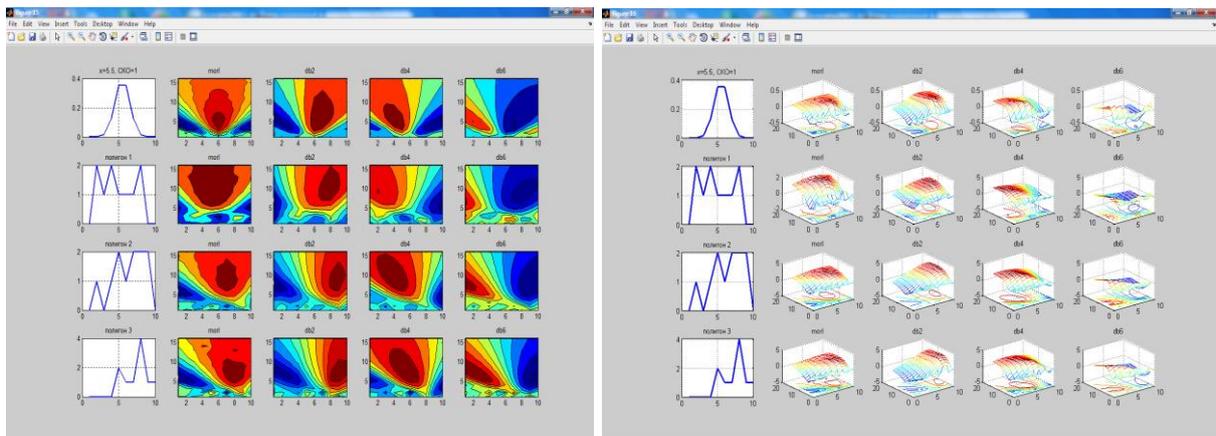


Рис. 6. Контурные и поверхностные графики полигонов частот, полученных на основе результатов тестирования

Анализ характеристик распределений и полигонов частот результатов тестирования на основе вейвлет-спектрограмм, контурных и поверхностных графиков, указывает на то, что многократное тестирование, проводимое на основе оптимальных тестовых композиций матричного типа, соответствующих критериям качества теста [3], обеспечивает не только рост эффективности контролирующей составляющей, но и наличие обучающей составляющей данного процесса, что видно из смещения характеристик каждого последующего тестирования в сторону наивысших баллов.

Литература

1. Ткаченко И.М., Захаров А.А., Калашиникова Е.Н. Многократные наблюдения как основа достоверности измерений в образовательных технологиях // Радиотехника и связь: Сб. науч. тр. Саратов: СГТУ, 2008. С. 28–34.
2. Кожанова Е.Р., Захаров А.А., Ткаченко И.Н. Разработка программного продукта по использованию вейвлет-функций для анализа сигналов различного вида // Вестн. Саратов. гос. технич. ун-та. 2010. №4(51). Вып. 3. С.160–165.
3. Ткаченко И.М. Применение тестовых композиций матричного типа для повышения обучающей составляющей учебного процесса // Вестн. Астрах. гос. техн. ун-та. Управл., вычисл. техн. и информ. 2011. № 2. С. 205–209.

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ПЕРЕДАЧИ И ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ ВЕКТОРНЫМИ КОДАМИ

О.П. Шафеева

Омский государственный технический университет

Современные информационные технологии напрямую связаны с использованием компьютеров и программного обеспечения для хранения, преобразования, защиты, обработки, передачи и получения информации. Для повышения достоверности передачи и хранения двоичной информации используются помехоустойчивые коды. Наименьшей информационной избыточностью (один контрольный бит на двоичное слово данных, как и широко известный код с проверкой на четность разрядов слова), обладают коды векторного метода [1], но при этом они позволяют не только обнаруживать, но и локализовать и корректировать возникающие ошибки. С помощью специальной программы вычисляются по определенному правилу контрольные биты для передачи информации, при ее получении проверяется верность соотношений, установленных кодером.

Для векторных кодов правило кодирования (декодирования) может быть задано графической схемой кода [1, 2]. Каждый контрольный бит определяется четностью суммы разрядов соответствующего слова и разрядов нескольких векторов, проходящих через смежные биты. Ошибка локализуется для трехвекторного кода с симметричной конфигурацией на пересечении трех векторов, построенных от «неверных» контрольных битов. Принцип поиска ошибки показан в [1, 2]. Рассматривается при этом передача потока двоичных данных байтовым параллельным кодом, в котором к каждому семи разрядам полезной информации добавляется один проверочный бит.

В настоящей работе предлагается использовать в качестве математической модели кода и для задания способа вычисления проверочных разрядов, а также проверки контрольных соотношений, двоичную матрицу. В ней единицами на фоне нулей задается конфигурация векторов, единица в нижней строке определяет положение вычисляемого проверочного бита. Так для базового трехвекторного кода образующая код матрица имеет вид

$$M_{3-15} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Стремительно растущие объемы информации в современном материальном производстве и других сферах деятельности нуждаются в переработке огромного количества данных, поэтому требуют применения современных информационных технологий для ее передачи, хранения и обработки. Универсальным техническим средством обработки любой информации является компьютер.

В рассматриваемой системе выполняется компьютерное кодирование и декодирование потоков двоичных данных. Кодирование информации предполагает последовательное наложение образующей матрицы кода на порцию двоичных слов, данных вершиной (единицей в нижней строке) на определяемый бит. Далее вычисляются суммы произведения каждого значения матрицы с соответствующим разрядом информационного потока:

$$a_{1,N} = \sum_{i=2}^k \sum_{j=1}^L a_{i,j} * M_{i,j},$$

где $a_{i,j}$ – элемент кодируемого фрагмента двоичной информации;

i – номер разряда в слове ($i = 1..k$);

j – номер слова ($j = 1..L$);

N – номер определяемого бита в контрольной строке. Если сумма четна, то бит (a_{1N}) контрольной дорожки заполняется нулем, в противном случае – единицей. При компьютерном декодировании дополнительно формируется строка проверочных разрядов по тем же правилам, но включается также в каждую сумму и проверочный бит, установленный кодером. Если проверочная строка состоит из нулей, то данные не искажены, единицы сигнализируют об обнаружении ошибок. Однократные ошибки могут быть автоматически исправлены путем нахождения нужной строки в таблице опознавателей. Таблица опознавателей формируется программно из матрицы кода.

Процесс помехоустойчивой обработки данных производится непрерывно по принципу динамической очереди постоянной длины (одно слово из начала накопленного блока выдается, новое слово записывается в конец и участвует в следующем цикле кодирования/декодирования). Размер образующей матрицы влияет на время задержки информации для кодирования и декодирования данных, а также на частоту устраняемых ошибок, поскольку локализуются любые одиночные ошибки и обнаруживаются различные варианты двукратных в пределах блока слов, длиной, равной числу слов в матрице L . Этот размер определяется числом слов, охватываемых ветвями схемы кода, и зависит от числа разрядов в слове (k).

Исследования показали, что частоту исправляемых ошибок можно увеличить за счет уменьшения длины (числа слов) в образующей матрице путем синтеза новых конфигураций кодов векторного метода, сохраняющих способность однозначного нахождения неверных битов. Единицы в матрице могут находиться не обязательно в смежных разрядах, важно лишь то, что опознаватели любой ошибки должны быть различны. При увеличении размера слов передаваемого потока данных растет и ширина образующей матрицы. Для сравнения эффективности новых конфигураций

векторных кодов выбрана одинаковая разрядность слов. Пусть информация передается потоками байтов (число битов в слове – $k=8$), тогда размер матрицы $L_3=15$. В [2] предложены полиномы для нескольких схем векторных кодов с $L=11$. Дополнительное снижение размера кода в 1,5 раза (до $L=10$) выполнено в вектор-кодах, опубликованных в [3]. В [4] синтезированы коды с $L=9$, которые в 1,67 раз имеют лучшие показатели по отношению к базовому трехвекторному коду.

С помощью современных информационных технологий проведены исследования, которые позволили построить более эффективные вектор-коды серии 8 ($L = 8$), образующая матрица для одного из них имеет следующий вид

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Векторные коды серии 8 обладают более чем в 1,8 раз большей частотой исправления ошибок по отношению к базовому векторному коду и, следовательно, обеспечивают более надежную передачу двоичных данных.

Таким образом, в статье предложены образующие матрицы для новых конфигураций векторных кодов, позволяющие повысить количество исправляемых ошибок в потоках слов двоичных данных, а также снизить время помехоустойчивого кодирования и декодирования. Низкая информационная избыточность (один контрольный бит на двоичное слово данных) при способности локализации ошибок обуславливает перспективность их применения для повышения достоверности передачи и хранения информации.

Литература

1. *Шафеева О.П.* Векторные коды для коррекции ошибок передачи данных // Омский науч. вестн. 2003. Вып. 1 (23). С. 109–111.
2. *Шафеева О.П.* Исследование векторных кодов / Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2005): Матер. IV Всерос. науч.-практ. конф. Томск: Изд-во Том ун-та, 2005. Ч. 1 С. 68–70.
3. *Шафеева О.П.* Исправление ошибок передачи данных при помощи одного контрольного бита // Управление созданием и развитием систем, сетей и устройств телекоммуникаций: Тр. науч.-практич. конф. СПб.: НОЦ «Перспектива», 2008. С. 129–132.
4. *Шафеева О.П.* Применение современных информационных технологий при синтезе корректирующих кодов // Информац.-вычисл. технол. и их прилож.: XII Междунар. науч. - техн. конф. Пенза: РИО ПГСХА, 2010. С. 204–206.

**МОДЕРНИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ
УЧЕТА ЭНЕРГОРЕСУРСОВ
НА ОАО «НОВОКУЗНЕЦКИЙ АЛЮМИНИЕВЫЙ ЗАВОД»**

А.В. Щенетов, П.А. Елистратов

Новокузнецкий институт (филиал)

Кемеровского государственного университета

За последние годы произошло многократное удорожание энергоресурсов. Фактор высокой стоимости обусловил кардинальное изменение отношения к организации энергоучета. Потребители пришли к пониманию той простой истины, что первым шагом в экономии энергоресурсов и снижении финансовых потерь является точный учет. Рациональное использование энергетических ресурсов, таких как пар, вода, тепло, воздух позволяет существенно сэкономить денежные средства. Тематика исследований, посвященная решению подобных вопросов, является актуальной.

На ОАО «Новокузнецкий алюминиевый завод» (ОАО «НКАЗ», г. Новокузнецк) специалистами завода разработана и внедрена трехуровневая информационная система учета потребления энергоресурсов:

– *нижний уровень* системы представлен первичными измерительными преобразователями (ПИП) с телеметрическими выходами, осуществляющими сбор и обработку данных по точкам учета;

– *средний уровень* представлен контроллерами со встроенным программным обеспечением, осуществляющими сбор и обработку данных по структурам энергоучета;

– *верхний уровень* представлен компьютерами со специализированным программным обеспечением, осуществляющими комплексную обработку, отображение, документирование, ведение базы данных по необходимым параметрам энергоучета.

Нижний уровень связан со средним уровнем – измерительными каналами, в которые входят все измерительные средства и линии связи от точки учета до контроллера, включая его входные цепи.

Данная система реализована по централизованному принципу по объектам предприятия. Структура системы гарантирует получение в реальном масштабе времени информации по энергопотреблению всех подразделений и объектов, входящих в данную систему, обеспечивает оперативный доступ к ней энергетиков и руководителей подразделений, удаленных хозяйственных объектов предприятия.

В связи с тем, что на ОАО "НКАЗ" две промышленные площадки, соответственно реализованы две автономные системы технологического учета энергоносителей.

Все массивы измеренных данных поступают на аналого-цифровые показатели, где происходят процедуры обработки и преобразования. На выходе формируется общий массив данных, который поступает на промышленную ЭВМ в программу базового блока, где происходят процедуры математической обработки, сортировки и так далее.

Более тщательный анализ информационной системы выявил один из следующих недостатков: контролю не подлежат параметры некоторых энергоресурсов, например, сжатого воздуха.

Учет сжатого воздуха важен, так как позволит экономить денежные средства за счет точного учета количества выработанного и потребленного сжатого воздуха, минимизации производства излишков, сокращения затрат на электроэнергию.

Обобщенная структурная схема подсистемы учета сжатого воздуха представлена на рис. 1.

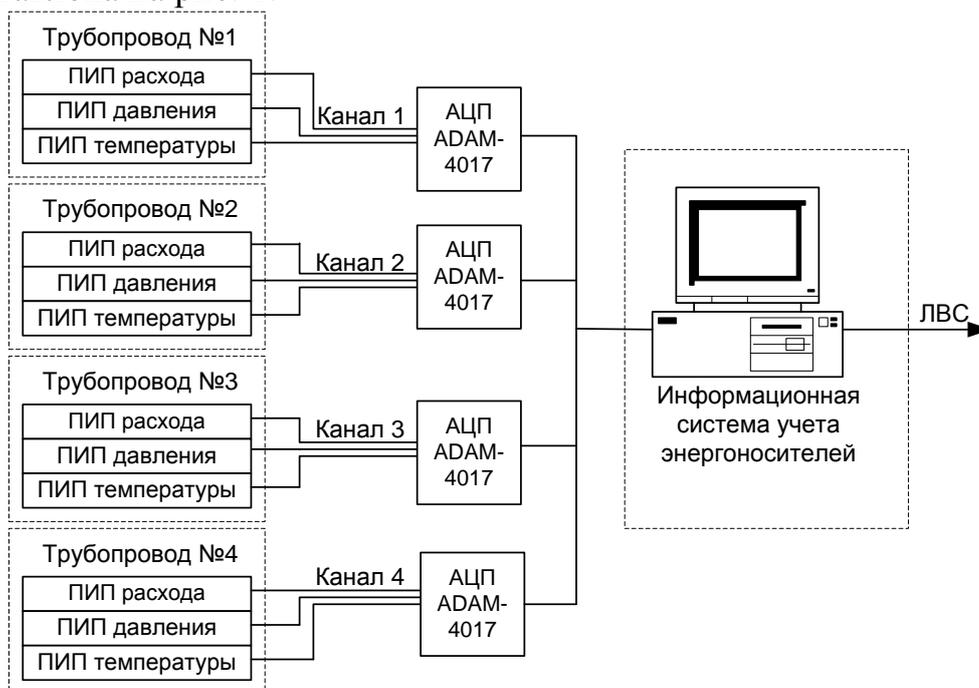


Рис.1. Структурная схема подсистемы учета параметров сжатого воздуха

Для внедрения подсистемы учета параметров сжатого воздуха в проведенных исследованиях было предложено изменить структурную схему и схему информационных потоков для контроля таких параметров как расход, давление и температура. В частности, данные величины было предложено снимать с таких участков как литейное отделение, электролизные цеха, склад глинозема и некоторых других.

Так как в системе появились новые источники информации – датчики давления, температуры и расхода сжатого воздуха, то в схеме информационных потоков появляются новые входные массивы данных, к которым помимо количественных значений, добавляются нормы потребления от планово-бюджетного отдела и отдела главного энергетика.

Для обработки данных и выдачи отчетов программистами завода написана специализированная программа «Клиент». Для обработки новых массивов в исследованиях был скорректирован алгоритм получения информации для указанной программы. Доработка программного кода в программной среде Delphi позволила адаптировать программу «Клиент» для вывода на экран оператора интерфейсных форм с необходимыми параметрами сжатого воздуха (см. рис. 2).

Основная экономия от внедрения полученных результатов достигается за счет отслеживания неоправданных потерь и возможности остановки одного компрессора.

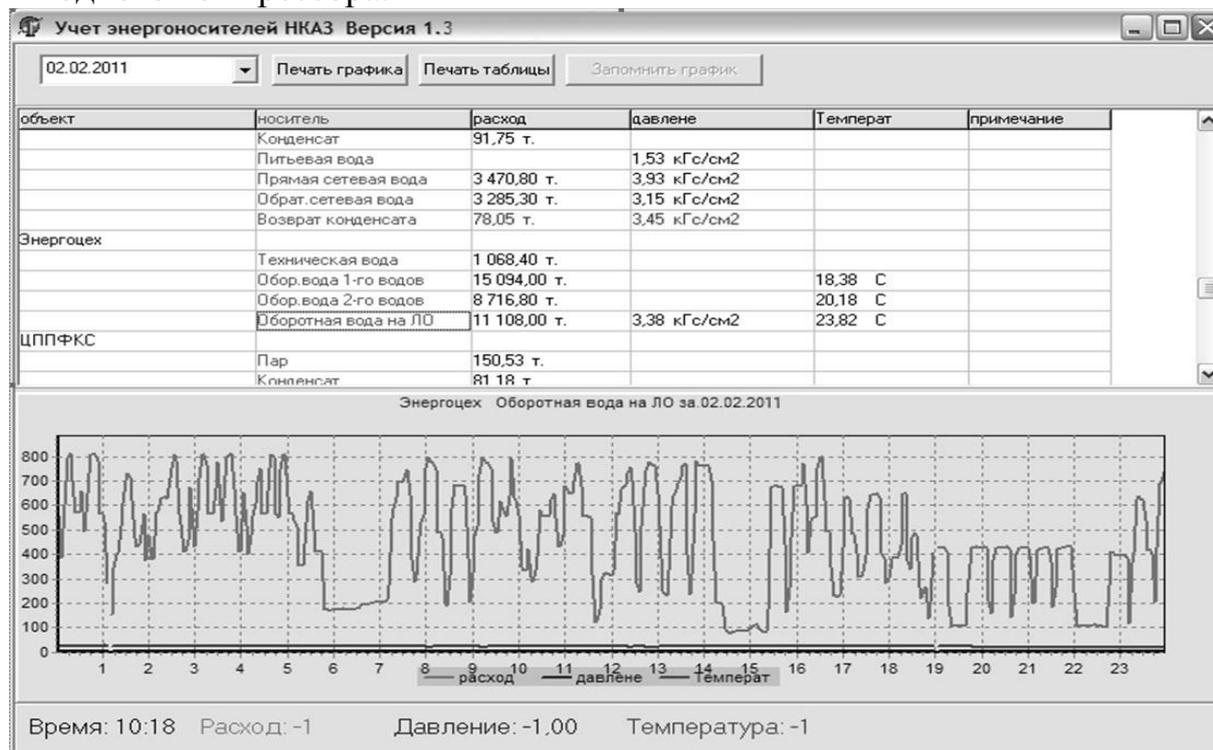


Рис. 2. Экранная форма программы «Клиент» с обновлением

В результате проведенных исследований была изучена и проанализирована работа системы учета энергоресурсов на ОАО «НКАЗ». Анализ информационной системы выявил один из недостатков – отсутствие автоматизированного контроля и учета параметров сжатого воздуха. Для внедрения подсистемы учета параметров сжатого воздуха было предложено изменить структурную схему и схему информационных потоков для контроля таких параметров как расход, давление и температура. Для обработки новых массивов данных был скорректирован алгоритм получения информации для специализированной программы «Клиент». Доработка программного кода позволила адаптировать программу «Клиент» для вывода необходимых форм.

Модернизация информационной системы (посредством разработки и внедрения подсистемы учета параметров сжатого воздуха) позволила повысить эффективность системы учета энергоресурсов, способствуя большей экономии денежных средств.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ

ON RETRIAL QUEUES WITH IMPATIENT CUSTOMERS

N. Djellab, N. Stihi

Laboratory LANOS University of Annaba, Algeria

1 Introduction: model description

The main characteristic of queueing systems with repeated attempts (retrial queues) is that a customer, who finds the server busy upon arrival, is obliged to leave the service area and join a retrial group (orbit). After some random time, the blocked customer will have a chance to try his luck again. There is an extensive literature on the retrial queues and we refer the reader to [2], [6] and references there. The models in question arise in the analysis of different communication systems: cellular mobile networks, Internet, local area computer networks, ... [1], [3], [5].

In telephone networks, we can observe that a calling subscriber after some unsuccessful retrials gives up further repetitions and leaves the system. In queueing systems with repeated attempts, this phenomenon is represented by the set of probabilities $\{H_k, k \geq 1\}$, called the persistence function, where H_k is the probability that after the k -th attempt fails, a customer will make the $(k+1)$ -th one. In general, it is assumed that the probability of a customer reinitiating after failure of a repeated attempt does not depend on the number of previous attempts (i.e. $H_2 = H_3 = H_4 = \dots$).

In this work, we consider single server queueing systems at which primary customers arrive according to a Poisson stream with rate $\lambda > 0$. If the server is busy at the arrival epoch, then with probability $1 - H_1 > 0$ the arriving primary customer leaves the system without service and with probability H_1 joins the orbit. In the same situation, any orbiting customer leaves the system forever with probability $1 - H_2 > 0$ and returns to the orbit with probability H_2 . If the server is idle at the arrival epoch, the primary/orbiting customer begins his service. The service times follow a general distribution with distribution function

$B(t)$ and Laplace-Stieltjes transform $\tilde{B}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dB(t); \text{Re}(s) > 0$. Let

$\beta_k = (-1)^k \tilde{B}^{(k)}(0)$ be the k -th moment of the service time about the origin and $\rho = \lambda H_1 \beta_1$ be the traffic intensity. Our system operates under so-called classical retrial policy. In this context, each blocked customer generates a stream of repeated attempts independently of the rest of customers in the orbit. The intervals between successive repeated attempts are exponentially distributed with rate $j\theta + O(\Delta t)$, when the number of customers in the retrial group is j and $\theta > 0$. Finally, we admit the hypothesis of mutual independence between all random variables defined above.

For models in question, we review the results, concerning the steady state distribution of the system state, presented in the literature. Since the exist-

ing formulas are cumbersome (so their utilization in practice becomes delicate) or the obtaining of these formulas is impossible, we apply the information theoretic techniques for estimation the above mentioned distribution. More concretely, we use the principle of maximum entropy which provides an adequate methodology for computing a unique estimate for an unknown probability distribution based on information expressed in terms of some given mean values constraints.

2. Steady state distribution of the system state

The state of the system at time t can be described by means of the process $\{C(t), N_o(t), \zeta(t), t \geq 0\}$, where $N_o(t)$ is the number of customers in the retrial group; $C(t)$ is the state of the server at time t . We have that $C(t)$ is 0 or 1 depending on whether the server is idle or busy. If $C(t) = 1$, $\zeta(t)$ represents the elapsed service time of the customer in service at time t .

An important feature of the model under consideration is that the cases $H_2 < 1$ and $H_2 = 1$ yield different solutions.

Case $H_2 = 1$: Under $\rho = \lambda\beta_1 H_1 < 1$, the steady state joint distribution of the server state and the number of the customers in the orbit

$$p_{0n} = \lim_{t \rightarrow \infty} P(C(t) = 0, N_o(t) = n) \text{ and}$$

$$p_{1n} = \int_0^{\infty} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{dx} P(C(t) = 1, \zeta(t) \leq x, N_o(t) = n), \quad (1)$$

has the following partial generating functions [6]

$$P_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n p_{0n} = \frac{1-\rho}{1+\lambda\beta_1-\rho} \exp\left\{\frac{\lambda}{\theta} \int_1^z \frac{1-K(u)}{K(u)-u} du\right\}; \quad (2)$$

$$P_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n p_{1n} = \frac{1}{H_1} \frac{1-K(z)}{K(z)-z} P_0(z), \quad (3)$$

where $K(z) = \tilde{B}(\lambda H_1 - \lambda H_1 z)$.

When the service times follow an exponential distribution ($B(t) = 1 - e^{-\frac{1}{\beta_1}t}$, $t \geq 0$), the partial generating functions (2) and (3) become

$$P_0(z) = \frac{1-\rho}{1+\lambda\beta_1-\rho} \left(\frac{1-\rho}{1-\rho z}\right)^{\frac{\lambda}{\theta}}; \quad (4)$$

$$P_1(z) = \frac{\lambda\beta_1}{1+\lambda\beta_1-\rho} \left(\frac{1-\rho}{1-\rho z}\right)^{\frac{\lambda}{\theta}+1}. \quad (5)$$

By differentiation of formulas (4)-(5) we get out after some fastidious algebra the expressions for the partial centred moments $L_i^k = \sum_{n=0}^{\infty} (n-E)^k p_{in}$, $i \in \{0,1\}$, $k \in \{0,1,2\}$, E is the mean number of customers in the system / in the orbit.

Case $H_2 < 1$: For model in question, the closed form solution for

$$p_{in} = \lim_{t \rightarrow \infty} P(C(t) = i, N_o(t) = n), i = 0,1 \text{ and } n \geq 0, \quad (6)$$

and for the corresponding partial generating functions $P_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n p_{0n}$ and

$P_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n p_{1n}$ is available only when the service times are exponentially distributed (in the general case a complete closed form solution seems impossible) [6]. That is

$$P_0(z) = \frac{\Phi(a, c, \zeta z)}{\Phi(a, c, \zeta) + \lambda \beta_1 \Phi(a+1, c, \zeta)}; \quad (7)$$

$$P_1(z) = \frac{\lambda \beta_1 \Phi(a+1, c, \zeta z)}{\Phi(a, c, \zeta) + \lambda \beta_1 \Phi(a+1, c, \zeta)}, \quad (8)$$

where $\Phi(a, c, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \prod_{k=0}^{n-1} \frac{a+k}{c+k}$ with $a = \frac{\lambda}{\theta}$; $c = \frac{1}{\beta_1} + \frac{(1-H_2)(\lambda + \theta)}{\theta(1-H_2)}$ and

$$\zeta = \frac{\lambda H_1}{\theta(1-H_2)}.$$

Note that the system is always in the steady state when $\rho = \lambda \beta_1 H_1 < 1$ and $H_2 < 1$.

By differentiation of formulas (7)–(8) we obtain the centred moments

$$L_i^k = \sum_{n=0}^{\infty} (n - E)^k p_{in}, i \in \{0,1\}, k \in \{0,1,2\}.$$

3. Approximation of the steady state distribution of the system state

Since the exact formulas of the steady state joint distribution of the server state and the number of customers in the orbit are cumbersome or impossible, information theoretic methods (in particular, the principle of maximum entropy) can provide an adequate procedure for approximating the distribution in question [3]–[4].

At present, we get the first and second order estimations for the steady state joint distributions (1) and (6).

First order estimation

According to the principle of maximum entropy, the first order estimation of the steady state distributions p_{in} , $i \in \{0,1\}$ and $n \geq 0$, (defined by (1) and (6)) can be obtained by maximizing Shannon's entropy

$$H(P_i) = - \sum_{n=0}^{\infty} p_{in} \log_2 p_{in}, i \in \{0,1\},$$

subject to the constraints

$$\sum_{i=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} p_{in} = 1; L_i^k = \sum_{n=0}^{\infty} (n - E)^k p_{in}; i \in \{0,1\} \text{ and } k \in \{0,1\}.$$

Theorem 1. *If the available information is given by L_i^k , $i \in \{0,1\}$ and $k \in \{0,1\}$, then according to the principle of maximum entropy the first order estimation of the steady state distribution of the system state is*

$$\hat{p}_{0n}^{(1)} = \frac{(L_0^0)^2}{L_0^1 + L_0^0(1+E)} \left(\frac{L_0^1 + EL_0^0}{L_0^1 + L_0^0(1+E)} \right)^n, n \geq 0;$$

$$\hat{p}_{1n}^{(1)} = \frac{(L_1^0)^2}{L_1^1 + L_1^0(1+E)} \left(\frac{L_1^1 + EL_1^0}{L_1^1 + L_1^0(1+E)} \right)^n, n \geq 0.$$

Second order estimation

It is necessary to maximize the Shannon's entropy

$$H(P_i) = - \sum_{n=0}^{\infty} p_{in} \log_2 p_{in}, i \in \{0,1\},$$

subject to the constraints

$$\sum_{i=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} p_{in} = 1, L_i^k = \sum_{n=0}^{\infty} n^k p_{in}, i \in \{0,1\} \text{ and } k \in \{0,1,2\}.$$

Theorem 2. *If the available information is given by L_i^k , $i \in \{0,1\}$ and $k \in \{0,1,2\}$, then according to the principle of maximum entropy the second order estimation of the steady state distribution of the system state (defined by (1) and (6)) is*

$$\hat{p}_{in}^{(2)} = \frac{1}{Z_i} \exp\left(-n(\beta_i^1 - 2E\beta_i^2) - n^2\beta_i^2\right)$$

$$\text{with } Z_i = \frac{1}{L_i^0} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-n(\beta_i^1 - 2E\beta_i^2) - n^2\beta_i^2\right) \right), i \in \{0,1\}.$$

Here, β_i^1 and β_i^2 are the Lagrangian coefficients corresponding to the constraints for L_i^k , $i \in \{0,1\}$ and $k \in \{1,2\}$.

References

1. Aguir M.S., Aksin O.Z., Karaesmen F. and Dallery Y. On the interaction between retrials and sizing of call centers // *EJOR* 191, 2008. C. 398–408.
2. Artalejo J.R. Accessible bibliography on retrial queues: Progress 2000–2009 // *Mathem. and Comput. Model.* 2010. № 51. C. 1071–1081.
3. Artalejo J.R. and Gomez-Corral A. Retrial Queueing Systems: A Computational Approach // Springer, 2008. 318 p.
4. Artalejo J.R. and Martin M. A maximum entropy analysis of the M/G/1 queue with constant repeated attempts // *Selected Topics on Stochastic Modelling.* World Scientific, Singapore, 1994. C. 181–190.
5. Avrachenkov K. and Yechiali U. Retrial networks with finite buffers and their application to internet data traffic // *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 22, 2008. C. 519–536.
6. Falin G.I. and Templeton J.G.C. Retrial Queues. Chapman and Hall, 1997.

ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ПРИБОРОВ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ

В.А. Вавилов

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

С целью повышения эффективности функционирования сетей связи, управляемых протоколами случайного множественного доступа, в частности, проводится построение и исследование математических моделей. Инструментом моделирования такого рода сетей является аппарат теории массового обслуживания. RQ-системы (Retrial Queue Systems) являются достаточно адекватными математическими моделями сетей случайного множественного доступа.

Рассмотрим RQ-систему с конечным числом C обслуживающих приборов. Состоянием c системы будем называть количество занятых приборов, при этом $c = 0, 1, 2, \dots, C$. В систему поступает простейший с параметром λ поток заявок. Заявка, поступившая в систему, занимает свободный прибор с целью обслуживания. По завершении обслуживания заявка покидает систему. В случае отсутствия свободного прибора требование переходит в источник повторных вызовов. Повторное обращение заявок из источника повторных вызовов происходит после случайной задержки, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром γ . Количество требований в источнике повторных вызовов обозначим i .

RQ-система функционирует в случайной среде. В качестве математической модели случайной среды рассмотрим однородную цепь Маркова $s(t)$ с конечным множеством состояний $s = 1, 2, \dots, S$ и непрерывным временем, для которой заданы её инфинитезимальные характеристики $q_{s_1 s_2}$, здесь при $s_1 \neq s_2$

$$q_{s_1 s_2} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(s(t + \Delta t) = s_2 | s(t) = s_1)}{\Delta t},$$

а при $s_1 = s_2 = s$

$$q_{ss} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(s(t + \Delta t) = s | s(t) = s) - 1}{\Delta t}.$$

Очевидно, что

$$\sum_{s_2=1}^S q_{s_1 s_2} = 0, \quad s_1 = 1, 2, \dots, S.$$

Влияние случайной среды на функционирование RQ-системы определяется зависимостью интенсивности μ обслуживания заявок на любом из приборов от состояний $s(t) = s$ случайной среды, то есть $\mu = \mu(s)$, где s текущее состояние случайной среды. Вероятность окончания обслужива-

ния заявки на приборе за бесконечно малый промежуток времени Δt равна $\mu(s)\Delta t + o(\Delta t)$.

В силу свойств приведенной математической модели, трёхмерный случайный процесс $\{c(t), i(t), s(t)\}$ изменения во времени состояний $\{c(t), i(t)\}$ математической модели RQ-системы и состояний $\{s(t)\}$ математической модели случайной среды является марковским процессом.

Обозначим $P(c(t) = c, i(t) = i, s(t) = s) = P(c, i, s, t)$.

В любой момент времени должно выполняться условие нормировки

$$\sum_{c=0}^C \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{s=1}^S P(c, i, s, t) = 1.$$

Распределение вероятностей $P(c, i, s, t)$ удовлетворяет прямой системе дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P(0, i, s, t)}{\partial t} + (\lambda + i\gamma)P(0, i, s, t) = \mu(s)P(1, i, s, t) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1, s} P(0, i, s_1, t);$$

$$\frac{\partial P(1, i, s, t)}{\partial t} + (\lambda + i\gamma + \mu(s))P(1, i, s, t) = \lambda P(0, i, s, t) +$$

$$+ (i+1)\gamma P(0, i+1, s, t) + 2\mu(s)P(2, i, s, t) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1, s} P(1, i, s_1, t);$$

...

$$\frac{\partial P(C, i, s, t)}{\partial t} + (\lambda + C\mu(s))P(C, i, s, t) = \lambda P(C-1, i, s, t) + \lambda P(C, i-1, s, t) +$$

$$+ (i+1)\gamma P(C-1, i+1, s, t) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1, s} P(C, i, s_1, t). \quad (1)$$

Перейдем от вероятностей вида $P(c, i, s, t)$ к характеристическим функциям

$$H(c, u, s, t) = \sum_i e^{ju i} P(c, i, s, t),$$

тогда систему (1) можно переписать в виде

$$\frac{\partial H(0, u, s, t)}{\partial t} - j\gamma \frac{\partial H(0, u, s, t)}{\partial u} = -\lambda H(0, u, s, t) + \mu(s)H(1, u, s, t) +$$

$$+ \sum_{s_1=1}^S q_{s_1, s} H(0, u, s_1, t);$$

$$\frac{\partial H(1, u, s, t)}{\partial t} - j\gamma \frac{\partial H(1, u, s, t)}{\partial u} + j\gamma e^{-ju} \frac{\partial H(0, u, s, t)}{\partial u} =$$

$$= -(\lambda + \mu(s))H(1, u, s, t) + \lambda H(0, u, s, t) + 2\mu(s)H(2, u, s, t) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1, s} H(1, u, s_1, t);$$

$$\begin{aligned}
& \dots; \\
& \frac{\partial H(C,u,s,t)}{\partial t} + j\gamma e^{-ju} \frac{\partial H(C-1,u,s,t)}{\partial u} = -(\lambda(1-e^{ju}) + C\mu(s))H(C,u,s,t) + \\
& \quad + \lambda H(C-1,u,s,t) + \sum_{s_1=1}^S q_{s_1,s} H(C,u,s_1,t). \tag{2}
\end{aligned}$$

Представим эту систему в матричном виде, обозначим векторы $H(c,u,t) = \{H(c,u,1,t), H(c,u,2,t), \dots, H(c,u,S,t)\}$, $c = 0, 1, 2, \dots, C$,

а также матрицы

$$A(ju) = \begin{bmatrix} -I & e^{-ju}I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -I & e^{-ju}I & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -I & e^{-ju}I \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B(ju) = \begin{bmatrix} Q - \lambda I & \lambda I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ M & Q - \lambda I - M & \lambda I & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2M & Q - \lambda I - 2M & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & Q - \lambda I - (C-1)M & \lambda I \\ 0 & 0 & 0 & \dots & CM & G(ju) \end{bmatrix},$$

где $G(ju) = Q + \lambda(e^{ju} - 1)I - CM$;

I – единичная матрица;

Q – матрица инфинитезимальных характеристик q_{s_1,s_2} однородной цепи Маркова $s(t)$, являющейся математической моделью случайной среды;

M – диагональная матрица с элементами $\mu(s)$ по главной диагонали.

С учётом этих обозначений, систему (2) можно записать в виде

$$\frac{\partial H(0,u,t)}{\partial t} - j\gamma \frac{\partial H(0,u,t)}{\partial u} = H(0,u,t)(Q - \lambda I) + H(1,u,t)M;$$

$$\frac{\partial H(1,u,t)}{\partial t} - j\gamma \frac{\partial H(1,u,t)}{\partial u} + j\gamma e^{-ju} \frac{\partial H(0,u,t)}{\partial u} =$$

$$= H(1,u,t)(Q - \lambda I - M) + H(0,u,t)\lambda I + 2H(2,u,t)M;$$

...

$$\frac{\partial H(C,u,t)}{\partial t} + j\gamma e^{-ju} \frac{\partial H(C-1,u,t)}{\partial u} = H(C,u,t)(Q + \lambda(e^{ju} - 1)I - CM) +$$

$$+ H(C-1, u, t)\lambda I. \quad (3)$$

Систему (3) будем исследовать методом асимптотического анализа [1] при условии $\gamma \rightarrow 0$ большой задержки заявок в источнике повторных вызовов.

Обозначим

$$\tau = \gamma t, \quad u = \gamma x, \quad H(c, u, t) = F(c, x, \tau, \gamma), \quad (4)$$

тогда функция $F(c, x, \tau, \gamma)$ имеет следующий смысл

$$F(c, x, \tau, \gamma) = H(c, u, t) = P(c(\tau/\gamma) = c)M \{e^{j\lambda\gamma i(\tau/\gamma)} \mid c(\tau/\gamma) = c\}. \quad (5)$$

Пусть E – единичный вектор-столбец, тогда выполняется равенство

$$F(c, x, \tau, \gamma)E = Me^{j\lambda\gamma i(\tau/\gamma)}.$$

В системе (3) выполним замены (4) и получим

$$\gamma \frac{\partial F(0, x, \tau, \gamma)}{\partial t} - j \frac{\partial F(0, x, \tau, \gamma)}{\partial x} = F(0, x, \tau, \gamma)(Q - \lambda I) + F(1, x, \tau, \gamma)M;$$

$$\gamma \frac{\partial F(1, x, \tau, \gamma)}{\partial t} - j \frac{\partial F(1, x, \tau, \gamma)}{\partial x} + je^{-j\lambda x} \frac{\partial F(0, x, \tau, \gamma)}{\partial x} =$$

$$= F(1, x, \tau, \gamma)(Q - \lambda I - M) + F(0, x, \tau, \gamma)\lambda I + 2F(2, x, \tau, \gamma)M;$$

...;

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(C, x, \tau, \gamma)}{\partial t} + j\gamma e^{-j\lambda x} \frac{\partial F(C-1, x, \tau, \gamma)}{\partial x} &= F(C, x, \tau, \gamma)(Q + \lambda(e^{j\lambda x} - 1)I - CM) + \\ &+ F(C-1, x, \tau, \gamma)\lambda I. \end{aligned} \quad (6)$$

В системе (6) выполним предельный переход при $\gamma \rightarrow 0$ и получим систему

$$-j \frac{\partial F(0, x, \tau)}{\partial x} = F(0, x, \tau)(Q - \lambda I) + F(1, x, \tau)M;$$

$$-j \frac{\partial F(1, x, \tau)}{\partial x} + j \frac{\partial F(0, x, \tau)}{\partial x} = F(1, x, \tau)(Q - \lambda I - M) +$$

$$+ F(0, x, \tau)\lambda I + 2F(2, x, \tau)M;$$

...;

$$j \frac{\partial F(C-1, x, \tau)}{\partial x} = F(C, x, \tau)(Q - CM) + F(C-1, x, \tau)\lambda I, \quad (7)$$

решение которой имеет вид

$$F(c, x, \tau) = R(c) \exp\{j\lambda x \kappa(\tau)\}. \quad (8)$$

В силу равенства (5) вектор R имеет смысл распределения вероятностей значений процесса $c(\tau/\gamma)$ при $\gamma \rightarrow 0$.

Подставив (8) в (7), будем иметь следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
R(0)(Q - (\lambda + \kappa(\tau))I) + R(1)M &= 0; \\
R(1)(Q - M - (\lambda + \kappa(\tau))I) + R(0)(\lambda + \kappa(\tau))I + 2R(2)M &= 0; \\
&\dots; \\
R(C)(Q - CM) + R(C-1)(\lambda + \kappa(\tau))I &= 0, \tag{9}
\end{aligned}$$

определяющую вектор R , который удовлетворяет условию нормировки $RE = 1$.

Далее найдём функцию $\kappa(\tau)$. Для этого просуммируем все уравнения системы (6), получим

$$\begin{aligned}
&\gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \{F(0, x, \tau, \gamma) + F(1, x, \tau, \gamma) + \dots + F(C, x, \tau, \gamma)\} + \\
&+ j(e^{-j\gamma x} - 1) \frac{\partial}{\partial \tau} \{F(0, x, \tau, \gamma) + F(1, x, \tau, \gamma) + \dots + F(C-1, x, \tau, \gamma)\} = \\
&= F(C, x, \tau, \gamma)(e^{j\gamma x} - 1)\lambda. \tag{10}
\end{aligned}$$

Используя разложения

$$A(j\gamma x) = A(0) + j\gamma x A'(0) + o(\gamma^2);$$

$$B(j\gamma x) = B(0) + j\gamma x B'(0) + o(\gamma^2),$$

а также свойства $A(0)E = 0$, $B(0)E = 0$, при $\gamma \rightarrow 0$ равенство (10) запишем в виде

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial \tau} \{F(0, x, \tau) + F(1, x, \tau) + \dots + F(C, x, \tau)\} + \\
&+ j \frac{\partial}{\partial \tau} \{F(0, x, \tau) + F(1, x, \tau) + \dots + F(C-1, x, \tau)\} = F(C, x, \tau)\lambda. \tag{11}
\end{aligned}$$

Подставив в (11) представление (8) и выполнив преобразования с учётом $RE = 1$, получим, что функция $\kappa(\tau)$ является решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$\kappa'(\tau) = -\kappa(\tau) + (\lambda + \kappa(\tau))R(C). \tag{12}$$

Таким образом, в данной работе получена система линейных алгебраических уравнений (9), которая совместно с условием нормировки $RE = 1$ определяет распределение вероятностей $R(c)$, $c = 0, 1, 2, \dots, C$ состояний c RQ-системы. Найдено дифференциальное уравнение (12), определяющее асимптотическое при $\gamma \rightarrow 0$ среднее $\kappa(\tau)$ нормированного числа заявок в системе.

Полученные результаты могут быть использованы при проведении анализа существующих сетей, управляемых протоколами случайного доступа, а также при проектировании новых сетей связи.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 11-01-90720-моб_ст.

Литература

1. Назаров А.А., Моисеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 112 с.

ПРОТОТИП СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СВЕТОФОРНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГОРОДСКОГО ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Е.И. Владимиров, П.Ю. Никифоров

Кемеровский государственный университет

Одной из важных проблем современной России является транспортная проблема. Она заключается в несоответствии развития дорожной сети и прироста автомобильной техники. Одним из путей решения является внедрение автоматизированных систем управления дорожным движением (АСУДД).

Основной функцией таких систем является именно автоматизированное координирование работы светофоров на перекрестках с плотной загрузкой. Координирование осуществляется при помощи серверов, на которые с детекторов транспорта (видеокамеры, инфракрасные детекторы, тепловые детекторы и пр.) посредством оптоволоконна поступает информация о транспортном потоке, такая как интенсивность движения, количество автомобилей, ожидающих проезда в том или ином направлении и прочее. Сервер рассчитывает длительность фазы сигнала светофора и посылает команды контроллерам на перекрестках.

АСУДД являются системами реального времени, то есть немедленно принимают решения в зависимости от ситуации на перекрестке. Но, как показывает практика, недостаточно обеспечить оптимальный режим работы только одного перекрестка, необходимо так же координировать перекрестки между собой.

Математическое и компьютерное моделирование транспортного потока и светофорного регулирования позволяет протестировать различные алгоритмы координирования движения посредством светофорной сигнализации (СС). Интерес также представляет и моделирование архитектуры АСУДД, что позволит, в частности, провести тестирование различных типов транспортных детекторов и адаптировать алгоритмы расчета длительности фаз СС под выбранную архитектуру.

В данной работе представлен прототип системы компьютерного моделирования движения транспортного потока на примере наиболее загруженных перекрестков города Кемерово.

Литература

1. Семенов В.В. Математическое моделирование автотранспортных потоков. М., 2003. С. 8–11.

2. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков. М., 2003. С. 37–41.

ИССЛЕДОВАНИЯ НЕМАРКОВСКОЙ ДВУХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ МЕТОДОМ ПРОСЕЯННОГО ПОТОКА

И.Р. Гарайшина¹, А.А. Назаров²

¹*Филиал Кемеровского государственного университета в г. Анжеро-Судженске*

²*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

Рассмотрим двухфазную систему массового обслуживания с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает МАР-поток заявок, управляемый эргодической цепью Маркова $k(t)$ с конечным числом состояний.

Значения цепи Маркова $k(t) = k$, определяющие условные интенсивности λ_k наступления событий в потоке, будем называть состояниями ММР-потока, матрицу инфинитезимальных характеристик q_{vk} , имеющих смысл интенсивностей вероятностей перехода потока из состояния v в состояние k обозначим Q , а d_{vk} – вероятность того, что в момент перехода цепи Маркова из состояния v в состояние k наступает ещё одно событие.

Считаем, что продолжительности обслуживания заявки на первой и второй фазах являются независимыми случайными величинами τ_1 и τ_2 , имеющими произвольные функции распределения, одинаковые для всех приборов одной фазы, которые обозначим $B_1(x)$ и $B_2(x)$, соответственно, для первого и второго этапа обслуживания. Завершив обслуживание на первой фазе, с вероятностью r заявка переходит на вторую фазу или с вероятностью $1 - r$ покидает систему.

Обозначим i_1 – число занятых приборов на первой фазе обслуживания, i_2 – на второй фазе. Изменение во времени состояний (i_1, i_2) образует некоторый двумерный случайный процесс $\{i_1(t), i_2(t)\}$, для изучения которого предлагается модификация метода просеянного потока [1, 2] для случая двухфазной системы обслуживания.

Для выделения интересующих нас «просеянных» заявок поступим следующим образом. На оси времени t отметим моменты наступления событий входящего потока. Зафиксируем некоторый момент времени t_1 и, для определённости, будем считать, что $t_1 = 0$. Полагаем, что заявка входящего потока, поступившая в систему в момент времени $t < t_1 = 0$, с вероятностью

$$S_1(t) = 1 - B_1(-t)$$

просеивается на первую дополнительную ось и в момент времени t_1 будет находиться в системе на первой фазе обслуживания, а с вероятностью

$$rS_2(t) = r \int_0^{-t} [1 - B_2(-(t+y))] dB_1(y)$$

просеивается на вторую дополнительную ось и в момент времени t_1 будет находиться в системе на втором этапе обслуживания. Заявки, не попавшие

в просеянные потоки, завершат обслуживание и покинут систему до момента t_1 .

Обозначим $n_1(t)$ – число событий первого просеянного потока, $n_2(t)$ – второго просеянного потока.

Если в начальный момент времени $t_0 < t_1$ система обслуживания была свободна, то для момента времени t_1 выполняется равенство

$$i_1(t_1) = n_1(t_1), i_2(t_1) = n_2(t_1), \quad (1)$$

то есть число $i_l(t)$ приборов, занятых в системе на l -ой фазе обслуживания, равно числу $n_l(t)$ событий l -го просеянного потока, наступивших до момента времени t_1 .

Использование указанного подхода и метода асимптотического анализа в условии растущего времени обслуживания позволило получить асимптотические приближения характеристической функции процесса $\{i_1(t), i_2(t)\}$ (в стационарном режиме функционирования системы) первого и второго порядка соответственно:

$$\begin{aligned} Me^{ju_1 i_1(t) + ju_2 i_2(t)} &= \exp \left\{ j\kappa_1 \int_{-\infty}^0 (S_1(z)u_1 + rS_2(z)u_2) dz \right\}; \\ Me^{ju_1 i_1(t) + ju_2 i_2(t)} &= \\ &= \exp \left\{ u_1 \kappa_1 b_1 + ju_2 r \kappa_1 b_2 + \frac{(ju_1)^2}{2} (\kappa_1 b_1 + 2\kappa_2 \beta_1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(ju_2)^2}{2} r (\kappa_1 b_2 + 2\kappa_2 r \beta_2) + 2j^2 u_1 u_2 r \kappa_2 \beta_{12} \right\}, \end{aligned}$$

здесь $\kappa_1 = \mathbf{RBE}$, где $\mathbf{R} = \{R(1), R(2), \dots\}$ – вектор стационарного распределения вероятностей значений цепи Маркова $k(t)$;

\mathbf{B} – матрица с элементами λ_k на главной диагонали и элементами $d_{vk}q_{vk}$ вне главной диагонали;

j – мнимая единица;

\mathbf{E} – единичный вектор-столбец;

$\kappa_2 = \mathbf{f}_2 (\mathbf{B} - \kappa_1 \mathbf{I}) \mathbf{E}$, где вектор \mathbf{f}_2 является решением неоднородной системы линейных алгебраических уравнений $\mathbf{f}_2 \mathbf{Q} + \mathbf{R} (\mathbf{B} - \kappa_1 \mathbf{I}) = 0$;

\mathbf{I} – единичная диагональная матрица;

$$b_1 = \int_{-\infty}^0 (1 - B_1(x)) dx, \quad b_2 = \int_{-\infty}^0 (1 - B_2(x)) dx;$$

$$\beta_1 = \int_0^{\infty} (1 - B_1(y))^2 dy, \quad \beta_2 = \int_0^{\infty} (1 - B_2(y))^2 dy;$$

$$\beta_{12} = \int_0^{\infty} (1 - B_1(-y))(1 - B_2(-y)) dy.$$

Из полученного вида характеристической функции следует, что случайные величины, характеризующие отклонение числа занятых

приборов от их средних значений подчинены нормальному закону с распределением вероятностей

$$\Pi(i_1, i_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(i_1 - a_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(i_1 - a_1)(i_2 - a_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(i_2 - a_2)^2}{\sigma_2^2} \right] \right\},$$

где $a_1 = \kappa_1 b_1$, $a_2 = r\kappa_1 b_2$ – средние значения числа занятых приборов;

$\sigma_1 = \sqrt{\kappa_1 b_1 + 2\kappa_2 \beta_1}$, $\sigma_2 = \sqrt{r\kappa_1 b_2 + 2r^2 \kappa_2 \beta_2}$ – средние квадратические отклонения,

$$\rho = \frac{2r\kappa_2 \beta_{12}}{\sqrt{\kappa_1 b_1 + 2\kappa_2 \beta_1} \sqrt{r\kappa_1 b_2 + 2r^2 \kappa_2 \beta_2}} - \text{коэффициент корреляции числа}$$

занятых приборов на первой и второй фазах.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)» (проект № 11803) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-01-90712-моб_ст).

Литература

1. Назаров А.А., Моисеева С.П. Методы асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 112 с.
2. Гарайшина И.Р., Моисеева С.П., Назаров А.А. Методы исследования коррелированных потоков и специальных систем массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2010. 204 с.

ИНВАРИАНТНОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТОЯНИЙ ОТКРЫТЫХ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С МНОГОРЕЖИМНЫМИ СТРАТЕГИЯМИ

А.Р. Еремينا

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Беларусь

1. Введение. Сети массового обслуживания являются адекватными моделями, описывающими функционирование различных объектов в экономике, технике, производстве и т.п. Однако при построении и анализе этих моделей, как правило, выдвигается предположение о том, что длительности обслуживания поступающих требований и (или) длительности пребывания обслуживаемых приборов в режимах имеют экспоненциальное распределение. Это предположение часто не соответствует функционированию реальных объектов. Поэтому в ряде работ были исследованы сети, свободные от данных ограничений.

Так в работах [1] и [2] исследовались сети с многорежимными стратегиями, дисциплиной обслуживания LCFS PR, однотипными и разнотипными заявками, соответственно. При этом полагалось, что время пребывания прибора в каждом режиме имеет показательное распределение, а количество работы по обслуживанию поступающего требования является случайной величиной с произвольной функцией распределения. В [3] была установлена инвариантность стационарного распределения состояний сетей с многорежимным обслуживанием относительно функций распределения величин работ, требующихся на обслуживание однотипных заявок и переключение режимов функционирования приборов в узлах в случае, когда процессы обслуживания заявок и переключения режимов работы прибора зависимы друг от друга. В данной работе результаты, полученные в [3], обобщены для неоднородных сетей.

2. Постановка задачи. Рассматривается открытая сеть массового обслуживания, состоящая из N однолинейных узлов, в которых циркулируют заявки M -типов. Поступающий поток заявок – простейший с параметром λ . Каждая заявка входного потока независимо от других заявок с вероятностью $p_{0(l,u)}$ направляется в l -й узел и становится заявкой u -го типа

($\sum_{l=1}^N \sum_{u=1}^M p_{0(l,u)} = 1, l = \overline{1, N}, u = \overline{1, M}$). Заявка u -го типа, обслуженная в l -м узле,

независимо от других заявок, мгновенно с вероятностью $p_{(l,u)(k,v)}$ направляется в k -й узел и становится заявкой типа $v, u = \overline{1, M}$, а с вероятностью $p_{(l,u)0}$ покидает сеть ($\sum_{k=1}^N \sum_{v=1}^M p_{(l,u)(k,v)} + p_{(l,u)0} = 1, l = \overline{1, N}, u = \overline{1, M}$).

В l -м узле находится единственный прибор, который может работать в $r_l + 1$ режимах $0, 1, \dots, r_l, l = \overline{1, N}$. По истечении времени пребывания в режиме прибор переходит в другой режим мгновенно, при этом число заявок в узле не меняется.

Дисциплина обслуживания заявок прибором – LCFS PR. Заявка, поступающая в узел, вытесняет заявку с прибора и начинает обслуживаться, а вытесненная заявка становится первой в очереди на обслуживание, сдвигая стоящие в ней заявки. При повторном поступлении на прибор заявка продолжает дообслуживаться оставшееся время в режиме, в котором работал прибор на момент указанного поступления. Таким образом, поступающие в узел заявки имеют абсолютный приоритет. Нумерация заявок в очереди на каждый узел осуществляется от конца очереди к прибору.

Состояние сети в момент времени t характеризуется вектором $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$, где состояние l -го узла в момент времени t есть вектор $x_l(t) = (\bar{x}_l(t), j_l(t)) = (x_{l1}(t), x_{l2}(t), \dots, x_{l,n(l)}(t), j_l(t))$, $x_{l1}(t)$ – тип заявки, стоящей последней в очереди на обслуживание в l -м узле в момент времени t ; $x_{l2}(t)$ – тип заявки, стоящей предпоследней в очереди на обслуживание в l -м узле в момент времени t и т. д.; $x_{l,n(l)-1}(t)$ – тип заявки,

стоящей первой в очереди на обслуживание в l -м узле в момент времени t ; $x_{l,n(l)}(t)$ – тип заявки, находящейся на обслуживании в l -м узле в момент времени t ; $j_l(t)$ – номер режима, в котором работает прибор в l -м узле в момент времени t ; $n(l)$ – общее количество заявок в l -м узле. Процесс $x(t)$ обладает пространством состояний $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N$, где $X_l = \{(0, j_l), (x_{l1}, j_l), (x_{l1}, x_{l2}, j_l), \dots; x_{lk} = \overline{1, M}, k = 1, 2, \dots; j_l = \overline{0, r_l}\}$.

Будем использовать следующие операторы:

$$T_u^+(\bar{x}_l) = T_u^+(x_{l1}, \dots, x_{l,n(l)}) = (x_{l1}, \dots, x_{l,n-1}, u, x_{l,n}, \dots, x_{l,n(l)}), n = \overline{1, n(l)+1},$$

$$T^-(\bar{x}) = T^-(x_{l1}, \dots, x_{l,n(l)}) = (x_{l1}, \dots, x_{l,n-1}, x_{l,n+1}, \dots, x_{l,n(l)}), n = \overline{1, n(l)}.$$

Процессы обслуживания заявок и переключения режимов функционирования приборов в узлах зависят друг от друга. Количество работы, необходимое для перехода прибора l -го узла из основного (нулевого) режима в режим 1, является случайной величиной с произвольной функцией распределения $\Phi_l(0, \tilde{u})$ и математическим ожиданием $\eta_l(0)$. При этом, если в момент времени t состояние узла есть вектор $(\bar{x}_l, 0)$, то указанный переход происходит со скоростью $v_l(\bar{x}_l, 0)$.

Для состояния (\bar{x}_l, j_l) , у которого $1 \leq j_l \leq r_l - 1$, количество работы, необходимое для изменения режима (на $j_l - 1$ или $j_l + 1$), также является случайной величиной с произвольной функцией распределения $\Phi_l(j_l, \tilde{u})$ и математическим ожиданием $\eta_l(j_l)$. Если в момент времени t состояние узла есть (\bar{x}_l, j_l) , то изменение режима происходит со скоростью

$v_l(\bar{x}_l, j_l) + \phi_l(\bar{x}_l, j_l)$, при этом с вероятностью $\frac{v_l(\bar{x}_l, j_l)}{v_l(\bar{x}_l, j_l) + \phi_l(\bar{x}_l, j_l)}$ прибор l -го узла переходит в режим $j_l + 1$, а с вероятностью $\frac{\phi_l(\bar{x}_l, j_l)}{v_l(\bar{x}_l, j_l) + \phi_l(\bar{x}_l, j_l)}$ –

в режим $j_l - 1$. Аналогично, количество работы, необходимое для перехода прибора l -го узла из режима r_l в $r_l - 1$, имеет произвольную функцию распределения $\Phi_l(r_l, \tilde{u})$ и математическое ожидание $\eta_l(r_l)$. При этом, если в момент времени t состояние узла (\bar{x}_l, r_l) , то указанный переход происходит со скоростью $\phi_l(\bar{x}_l, r_l)$.

Математические ожидания всех перечисленных выше случайных величин конечны, то есть

$$\eta_l(j_l) < +\infty, j_l = \overline{0, r_l}, l = \overline{1, N}.$$

Длительность обслуживания заявок в l -м узле имеет произвольную функцию распределения $B_l(\bar{x}_l, \tilde{u})$, зависящую от очереди заявок \bar{x}_l в этом узле. Если в момент времени t состояние l -го узла представляет собой вектор (\bar{x}_l, j_l) и сразу после указанного момента в этот узел поступает заявка u -го типа, которая начинает немедленно обслуживаться, то количество ра-

боты по её обслуживанию является случайной величиной $\eta_l(T_u^+(\bar{x}_l))$ с функцией распределения $B_l(T_u^+(\bar{x}_l), \tilde{u})$ и математическим ожиданием $\tau_l(T_u^+(\bar{x}_l)) < \infty$.

Если в момент времени t состояние l -го узла есть вектор (\bar{x}_l, j_l) , то обслуживание ведется со скоростью $\alpha_l(\bar{x}_l, j_l)$, то есть зависит от состояния узла.

Будем предполагать, что матрица $(P_{(l,u)(k,v)})$, $u, v = \overline{1, M}$, $l, k = \overline{0, N}$, $P_{(0,u)(0,v)} = 0$, неприводима. Тогда уравнение трафика

$$\varepsilon_{lu} = P_{0(l,u)} + \sum_{k=1}^N \sum_{v=1}^M \varepsilon_{kv} P_{(k,v)(l,u)}, \quad l = \overline{1, N}, \quad u = \overline{1, M}, \quad (1)$$

имеет единственное положительное решение $(\varepsilon_{lu}; l = \overline{1, N}, u = \overline{1, M})$.

Пусть $\psi_{lk}(t)$ – количество работы, которое осталось выполнить с момента t до момента завершения обслуживания заявки, стоящей в момент времени t на k -й позиции в l -м узле, $\psi_l(t) = (\psi_{l1}(t), \psi_{l2}(t), \dots, \psi_{l,n(l)}(t))$, $(l = \overline{1, N})$. Пусть $\xi_{lj_l}(t)$ – количество работы, которое осталось выполнить с момента t для перехода прибора l -го узла из режима j_l в соседний режим, $\xi(t) = (\xi_{1,j_1(t)}(t), \xi_{2,j_2(t)}(t), \dots, \xi_{N,j_N(t)}(t))$.

В общем случае процесс $x(t)$ не является марковским, поэтому рассмотрим кусочно-линейный марковский процесс $\zeta(t) = (x(t), \psi(t), \xi(t))$, полученный путем добавления к $x(t)$ непрерывных компонент $\psi(t) = (\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_N(t))$ и $\xi(t)$.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} P(x) &= \lim_{t \rightarrow \infty} P\{x(t) = x\}, \\ F(x, y, z) &= F(x, y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1,n(1)}; \dots; y_{N1}, y_{N2}, \dots, y_{N,n(N)}; \dots; z_{1,j_1}, \dots, z_{N,j_N}) = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} P\left\{x(t) = x; \psi_{l1}(t) < y_{l1}, \dots, \psi_{l,n(l)}(t) < y_{l,n(l)}, l = \overline{1, N}; \right. \\ &\quad \left. \xi_{1,j_1(t)}(t) < z_{1,j_1}, \dots, \xi_{N,j_N(t)}(t) < z_{N,j_N}\right\}, \\ \vartheta_l(\bar{x}_l, j_l) &= v_l(\bar{x}_l, j_l)I_{(j_l \neq r_l)} + \varphi_l(\bar{x}_l, j_l)I_{(j_l \neq 0)}, \quad l = \overline{1, N}, \quad j_l = \overline{0, r_l}. \end{aligned}$$

3. Основной результат. В [4] был рассмотрен случай, когда $B_l(\bar{x}_l, \tilde{u}) = 1 - e^{-\mu_l(\bar{x}_l)\tilde{u}}$ ($\tilde{u} > 0$) с единичной скоростью обслуживания $\alpha_l(x_l) = 1$, то есть $B_l(\bar{x}_l, \tilde{u})$ является функцией экспоненциально распределенного времени обслуживания. Тогда $x(t)$ – марковский процесс с непрерывным временем. Установлено, что при выполнении условий

$$\begin{aligned} v_l(\bar{x}_l, j_l - 1)\mu_l(\bar{x}_l, j_l)\varphi_l(T^-(\bar{x}_l), j_l) &= v_l(T^-(\bar{x}_l), j_l - 1)\mu_l(\bar{x}_l, j_l - 1)\varphi_l(\bar{x}_l, j_l), \\ l &= \overline{1, N}, \quad j_l = \overline{1, r_l}, \quad n(l) \geq 1, \end{aligned}$$

и неравенства

$$\sum_{x \in X} q(x) \prod_{l=1}^N \left[\lambda^{n(l)} \prod_{w=1}^{n(l)} \frac{\varepsilon_{l, x_{lw}}}{\mu_l(x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{lw}, j_l)} \prod_{k=1}^{j_l} \frac{v_l(0, k-1)}{\varphi_l(0, k)} \right] < \infty,$$

где

$$q(x) = \lambda + \sum_{l=1}^N \left(\mu_l^{-1}(\bar{x}_l, j_l) + v_l(\bar{x}_l, j_l) + \varphi_l(\bar{x}_l, j_l) \right),$$

марковский процесс $x(t)$ – эргодичен, а его стационарное распределение имеет мультипликативную форму.

Для описанных выше сетей, в случае, когда количество работы по обслуживанию поступившей в узел заявки имеет произвольную функцию распределения $B_l(\bar{x}_l, \tilde{u})$, а количество работы, необходимое для изменения режима (на $j_l - 1$ или $j_l + 1$), – произвольную функцию распределения $\Phi_l(j_l, \tilde{u})$, имеет место следующая теорема.

Теорема. Если выполнены условия

$$v_l(\bar{x}_l, j_l - 1) \alpha_l(\bar{x}_l, j_l) \varphi_l(T^-(\bar{x}_l), j_l) = v_l(T^-(\bar{x}_l), j_l - 1) \alpha_l(\bar{x}_l, j_l - 1) \varphi_l(\bar{x}_l, j_l), \quad (2)$$

$$l = \overline{1, N}, \quad j_l = \overline{1, r_l}, \quad n(l) \geq 1,$$

$$\sum_{x \in X} q(x) \prod_{l=1}^N \left[\lambda^{n(l)} \eta_l(j_l) \prod_{w=1}^{n(l)} \frac{\varepsilon_{l, x_{lw}} \tau_l(x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{lw})}{\alpha_l(x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{lw}, j_l)} \prod_{k=1}^{j_l} \frac{v_l(0, k-1)}{\varphi_l(0, k)} \right] < \infty, \quad (3)$$

где $q(x) = \lambda + \sum_{l=1}^N \left(\tau_l^{-1}(\bar{x}_l) \alpha_l(\bar{x}_l, j_l) + \eta_l^{-1}(j_l) v_l(\bar{x}_l, j_l) + \eta_l^{-1}(j_l) \varphi_l(\bar{x}_l, j_l) \right)$, то процесс $\zeta(t)$ – эргодичен, при этом стационарные функции распределения вероятностей состояний $F(x, y, z)$ определяются по формулам

$$F(x, y, z) = p_1(x_1) \times \dots \times p_N(x_N) \times$$

$$\times \prod_{l=1}^N \prod_{w=1}^{n(l)} \tau_l^{-1}(x_{l1}, \dots, x_{lw}) \int_0^{y_{l,w}} (1 - B_l(x_{l1}, \dots, x_{lw}, \tilde{u})) d\tilde{u} \prod_{l=1}^N \eta_l^{-1}(j_l) \int_0^{z_{l,j_l}} (1 - \Phi_l(j_l, \tilde{u})) d\tilde{u}, \quad (4)$$

где

$$p_l(\bar{x}_l, j_l) = \left(\lambda^{n(l)} \eta_l(j_l) \prod_{w=1}^{n(l)} \frac{\varepsilon_{l, x_{lw}} \tau_l(x_{l1}, \dots, x_{lw})}{\alpha_l(x_{l1}, \dots, x_{lw}, j_l)} \prod_{k=1}^{j_l} \frac{v_l(0, k-1)}{\varphi_l(0, k)} \right) p_l(0, 0), \quad (5)$$

$\varepsilon_{l, x_{lw}}$ находятся из (1), а

$$p_l(0, 0) = \left(\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\eta} \lambda^i \eta_l(j) \prod_{w=1}^i \frac{\varepsilon_{l, x_{lw}} \tau_l(x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{lw})}{\alpha_l(x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{lw}, j_l)} \prod_{k=1}^j \frac{v_l(0, k-1)}{\varphi_l(0, k)} \right)^{-1}, \quad (6)$$

$$x \in X, \quad l = \overline{1, N}.$$

Из теоремы с учетом равенства $P(x) = F(x, +\infty, +\infty)$ вытекает следующее утверждение.

Следствие. Если выполняются соотношения (2)–(3), то процесс $x(t)$ эргодичен, а его стационарное распределение $P = \{P(x), x \in X\}$ не за-

висит от функционального вида распределений $B_l(\bar{x}_l, \tilde{u})$, $\Phi_l(k, \tilde{u})$, и имеет вид

$$P(x) = p_1(x_1)p_2(x_2) \times \dots \times p_N(x_N),$$

где $p_l(x_l)$ определяются по формулам (5)–(6).

Литература

1. Старовойтов А.Н. Инвариантность стационарного распределения состояний сетей с многорежимными стратегиями обслуживания // Проблемы передачи информации. 2006. Т. 42. № 4. С. 121–128.

2. Малинковский Ю.В., Старовойтов А.Н., Еремина А.Р. Инвариантность стационарного распределения вероятностей состояний сетей с многорежимными стратегиями обслуживания, разнотипными заявками и дисциплиной обслуживания LCFS PR // Вестн. Том. гос. ун-та. Управл., вычисл. техн. и информ. 2009. №3(8). С. 33–39.

3. Старовойтов А.Н. Об инвариантности стационарных распределений вероятностей состояний открытой сети с многорежимными стратегиями обслуживания // Извест. Гомельс. Гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2006. №4(37). С. 159–161.

4. Летунович Ю.Е. Стационарное распределение состояний открытой неоднородной сети с многорежимными стратегиями и немедленным обслуживанием // Соврем. Информац. компьют. технол.: Сб. науч. ст. междунар. науч. конф.: В 2 ч. Ч. 2. Гродно: ГрГУ им. Я. Купалы, 2008. С. 97–99.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТИ КЛИЕНТОВ ТОРГОВОЙ КОМПАНИИ

Л.А. Жидкова, С.П. Мусеева

Национальный исследовательский Томский государственный университет

При построении математических моделей торговых или страховых компаний нужно учитывать, что поток клиентов, повторно обращающихся в ту же компанию, очевидно, не является пуассоновским. Исследованию математических моделей таких потоков в СМО посвящены работы [1–5]. В настоящей работе предлагается обобщение ранее полученных результатов на случай параллельного обслуживания сдвоенных заявок входящего пуассоновского потока с учетом возможности повторного обслуживания. Исследование математических моделей систем параллельного обслуживания потоков кратных (разнотипных) заявок имеет широкое прикладное значение, в том числе, для анализа численности клиентов торговой компании с учетом возможности приобретения сопутствующих товаров. В работах [6–7] рассмотрены марковские модели параллельного обслуживания, найдены основные вероятностные характеристики исследуемых процессов.

Математическая модель. Рассмотрим (рис. 1) систему массового обслуживания с двумя блоками обслуживания, каждый из которых содержит неограниченное число обслуживающих устройств. На вход системы поступает простейший с параметром λ поток сдвоенных заявок, то есть в момент наступления события в рассматриваемом потоке в систему одновременно поступают две заявки.

Дисциплина обслуживания определяется тем, что одна из этих заявок поступает в первый, а другая – во второй блок обслуживания и зани-

мает любое из свободных устройств, на котором выполняется ее обслуживание в течении случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметрами μ_1 и μ_2 соответственно. Закончив обслуживание, заявка k -го блока с вероятностью $1-r_k$ покидает систему, а с вероятностью r_k возвращается обратно на прибор для повторного обслуживания.

Обозначим $i_k(t)$ – число занятых приборов в k -ом блоке обслуживания в момент времени t , $m_k(t)$ – суммарное число заявок, обратившихся k -му блоку за время t , как из внешнего источника, так и для повторного обслуживания.

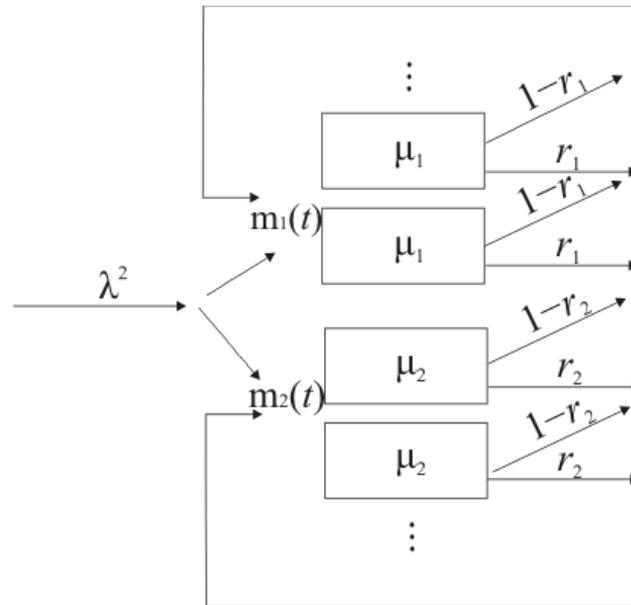


Рис. 1. Система массового обслуживания с двумя блоками обслуживания

Производящая функция суммарного числа заявок в блоках

Полученный четырехмерный случайный процесс $\{i_1(t), i_2(t), m_1(t), m_2(t)\}$ является марковским [8]. Для его распределения вероятностей $P(i_1, i_2, m_1, m_2, t) = P\{i_1(t)=i_1, i_2(t)=i_2, m_1(t)=m_1, m_2(t)=m_2\}$ получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова [4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(i_1, i_2, m_1, m_2, t)}{\partial t} = & -(\lambda + i_1\mu_1 + i_2\mu_2)P(i_1, i_2, m_1, m_2, t) + \\ & + i_1\mu_1 r_1 P(i_1, i_2, m_1 - 1, m_2, t) + i_2\mu_2 r_2 P(i_1, i_2, m_1, m_2 - 1, t) + \\ & + \lambda P(i_1 - 1, i_2 - 1, m_1 - 1, m_2 - 1, t) + (i_1 + 1)\mu_1 (1 - r_1) P(i_1 + 1, i_2, m_1, m_2, t) + \\ & + (i_2 + 1)\mu_2 (1 - r_2) P(i_1, i_2 + 1, m_1, m_2, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Определим производящую функцию четырехмерного распределения $P(i_1, i_2, m_1, m_2, t)$ в виде

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \sum_{i_1=0}^{\infty} \sum_{i_2=0}^{\infty} \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} x_1^{i_1} x_2^{i_2} y_1^{m_1} y_2^{m_2} P(i_1, i_2, m_1, m_2, t).$$

Из системы дифференциальных уравнений Колмогорова (1) получаем линейное дифференциальное уравнение в частных производных первого порядка для функции $F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\partial t} + \frac{\partial F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\partial x_1} (\mu_1 x_1 (1 - r_1 y_1) - \mu_1 (1 - r_1)) + \\ + \frac{\partial F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\partial x_2} (\mu_2 x_2 (1 - r_2 y_2) - \mu_2 (1 - r_2)) = \\ = \lambda (x_1 x_2 y_1 y_2 - 1) F(x_1, x_2, y_1, y_2, t). \end{aligned} \quad (2)$$

Решение дифференциального уравнения первого порядка в частных производных (2) определяется решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений для характеристических кривых [9].

$$\begin{aligned} \frac{dt}{1} = \frac{dx_1}{\mu_1 x_1 (1 - r_1 y_1) - \mu_1 (1 - r_1)} = \frac{dx_2}{\mu_2 x_2 (1 - r_2 y_2) - \mu_2 (1 - r_2)} = \\ = \frac{dF(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\lambda (x_1 x_2 y_1 y_2 - 1) F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}. \end{aligned}$$

Найдем два первых интеграла этой системы. Один из них найдем из уравнения:

$$dt = \frac{dx_1}{\mu_1 x_1 (1 - r_1 y_1) - \mu_1 (1 - r_1)}.$$

Очевидно, имеем:

$$\mu_1 (1 - r_1 y_1) dt = \frac{dx_1}{x_1 - \frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1}},$$

откуда получаем выражения:

$$\begin{aligned} x_1 = \frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - C_1 e^{\mu_1 (1 - r_1 y_1) t}; \\ C_1 = \left(\frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - x_1 \right) e^{-\mu_1 (1 - r_1 y_1) t}. \end{aligned} \quad (3)$$

Следующий интеграл найдем из уравнения:

$$dt = \frac{dx_2}{\mu_2 x_2 (1 - r_2 y_2) - \mu_2 (1 - r_2)}.$$

Имеем

$$\mu_1 (1 - r_1 y_1) dt = \frac{dx_1}{x_1 - \frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1}},$$

откуда получаем выражения:

$$\begin{aligned} x_2 = \frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - C_2 e^{\mu_2 (1 - r_2 y_2) t}, \\ C_2 = \left(\frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - x_2 \right) e^{-\mu_2 (1 - r_2 y_2) t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Последний интеграл найдем из уравнения:

$$dt = \frac{dF(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\lambda(x_1 x_2 y_1 y_2 - 1)F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}.$$

Для удобства перепишем данное уравнение в следующем виде

$$\lambda dt = \frac{dF(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{[(x_1 - 1)(x_2 - 1)y_1 y_2 + (x_1 - 1)y_1 y_2 + (x_2 - 1)y_1 y_2 + (y_1 y_2 - 1)]F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}.$$

Тогда

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = C_3 \exp \left\{ \lambda \left(\frac{r_1 r_2 (y_1 - 1)(y_2 - 1)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} + \frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + \frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} \right) y_1 y_2 t + \right. \\ \left. + \lambda C_1 C_2 \frac{(e^{[\mu_1(1-r_1 y_1) + \mu_2(1-r_2 y_2)]t} - 1)}{\mu_1(1 - r_1 y_1) + \mu_2(1 - r_2 y_2)} + \lambda C_1 \frac{(e^{\mu_1(1-r_1 y_1)t} - 1)}{\mu_1(1 - r_1 y_1)} \left(\frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} + y_1 y_2 \right) + \right. \\ \left. + \lambda C_2 \frac{(e^{\mu_2(1-r_2 y_2)t} - 1)}{\mu_2(1 - r_2 y_2)} \left(\frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + y_1 y_2 \right) + \lambda (y_1 y_2 - 1)t \right\},$$

где $C_3 = \Phi(C_1, C_2)$ – произвольная дифференцируемая функция, а C_1 и C_2 определяется равенствами (3), (4) соответственно.

Общее решение $F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)$ перепишем в виде:

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \Phi(C_1, C_2) \exp \left\{ \lambda \left(\frac{r_1 r_2 (y_1 - 1)(y_2 - 1)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} + \frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + \frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} \right) y_1 y_2 t + \right. \\ \left. + \lambda C_1 C_2 \frac{(e^{[\mu_1(1-r_1 y_1) + \mu_2(1-r_2 y_2)]t} - 1)}{\mu_1(1 - r_1 y_1) + \mu_2(1 - r_2 y_2)} + \lambda C_1 \frac{(e^{\mu_1(1-r_1 y_1)t} - 1)}{\mu_1(1 - r_1 y_1)} \left(\frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} + y_1 y_2 \right) + \right. \\ \left. + \lambda C_2 \frac{(e^{\mu_2(1-r_2 y_2)t} - 1)}{\mu_2(1 - r_2 y_2)} \left(\frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + y_1 y_2 \right) + \lambda (y_1 y_2 - 1)t \right\}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражения (3), (4) для C_1 и C_2 , общее решение уравнения (2) можно записать следующим образом:

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \Phi \left(\left(\frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - x_1 \right) e^{-\mu_1(1-r_1 y_1)t}, \left(\frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - x_2 \right) e^{-\mu_2(1-r_2 y_2)t} \right) \times \\ \times \exp \left\{ \lambda \left(\frac{r_1 r_2 (y_1 - 1)(y_2 - 1)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} + \frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + \frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} \right) y_1 y_2 t + \right. \\ \left. + \lambda \left(\frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - x_1 \right) \left(\frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - x_2 \right) \frac{(e^{[\mu_1(1-r_1 y_1) + \mu_2(1-r_2 y_2)]t} - 1)}{\mu_1(1 - r_1 y_1) + \mu_2(1 - r_2 y_2)} + \right. \\ \left. + \lambda \left(\frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - x_1 \right) \frac{(e^{\mu_1(1-r_1 y_1)t} - 1)}{\mu_1(1 - r_1 y_1)} \left(\frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} + y_1 y_2 \right) + \right. \\ \left. + \lambda \left(\frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - x_2 \right) \frac{(e^{\mu_2(1-r_2 y_2)t} - 1)}{\mu_2(1 - r_2 y_2)} \left(\frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + y_1 y_2 \right) + \lambda (y_1 y_2 - 1)t \right\}. \quad (6)$$

Вид функции $\Phi(u_1, u_2)$ определим из начальных условий

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, 0) = f(x_1, x_2), \quad (7)$$

где $f(x_1, x_2)$ – производящая функция стационарного двумерного распределения числа занятых приборов в блоках обслуживания.

Так как, согласно (6),

$$F(x_1, x_2, 1, 1, t) = \Phi((1-x_1)e^{-\mu_1(1-r_1)t}, (1-x_2)e^{-\mu_2(1-r_2)t}) \times \\ \times \exp \left\{ \lambda(1-x_1)(1-x_2) \frac{(1-e^{-[\mu_1(1-r_1)+\mu_2(1-r_2)]t})}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \right. \\ \left. + \frac{\lambda(1-x_1)(1-e^{-\mu_1(1-r_1)t})}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda(1-x_2)(1-e^{-\mu_2(1-r_2)t})}{\mu_2(1-r_2)} \right\},$$

тогда

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(x_1, x_2, 1, 1, t) = \Phi(0, 0) \exp \left\{ \frac{\lambda(1-x_1)(1-x_2)}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \frac{\lambda(1-x_1)}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda(1-x_2)}{\mu_2(1-r_2)} \right\}.$$

Очевидно, что

$$F(1, 1, 1, 1, t) = 1 = \Phi(0, 0) \exp\{0\},$$

следовательно $\Phi(0, 0) = 1$,

тогда,

$$f(x_1, x_2) = \exp \left\{ \frac{\lambda(1-x_1)(1-x_2)}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \frac{\lambda(1-x_1)}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda(1-x_2)}{\mu_2(1-r_2)} \right\}. \quad (8)$$

Из (6) имеем

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, 0) = \Phi \left(\frac{1-r_1}{1-r_1 y_1} - x_1, \frac{1-r_2}{1-r_2 y_2} - x_2 \right).$$

Таким образом, подставляя выражение (8) в условие (7), получаем

$$\Phi \left(\frac{1-r_1}{1-r_1 y_1} - x_1, \frac{1-r_2}{1-r_2 y_2} - x_2 \right) = \exp \left\{ \frac{\lambda(1-x_1)(1-x_2)}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \frac{\lambda(1-x_1)}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda(1-x_2)}{\mu_2(1-r_2)} \right\}$$

Обозначим

$$\frac{1-r_1}{1-r_1 y_1} - x_1 = u_1; \\ \frac{1-r_2}{1-r_2 y_2} - x_2 = u_2,$$

откуда

$$\frac{1-r_1}{1-r_1 y_1} - u_1 = x_1; \\ \frac{1-r_2}{1-r_2 y_2} - u_2 = x_2.$$

Следовательно, функция $\Phi(u_1, u_2)$ имеет следующий вид:

$$\Phi(u_1, u_2) = \left\{ \frac{\lambda \left(\frac{r_1(1-y_1)}{1-r_1y_1} - u_1 \right) \left(\frac{r_2(1-y_2)}{1-r_2y_2} - u_2 \right)}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \frac{\lambda \left(\frac{r_1(1-y_1)}{1-r_1y_1} - u_1 \right)}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda \left(\frac{r_2(1-y_2)}{1-r_2y_2} - u_2 \right)}{\mu_2(1-r_2)} \right\}.$$

Окончательно получаем производящую функцию числа занятых приборов и суммарного числа заявок в блоках в виде

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = & \exp \left\{ \lambda \left(\frac{r_1 r_2 (y_1 - 1)(y_2 - 1)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} + \frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + \frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} \right) y_1 y_2 t + \right. \\ & + \lambda \left(\frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - x_1 \right) \left(\frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - x_2 \right) \frac{(1 - e^{-[\mu_1(1-r_1y_1) + \mu_2(1-r_2y_2)]t})}{\mu_1(1-r_1y_1) + \mu_2(1-r_2y_2)} + \\ & + \lambda \left(\frac{1 - r_1}{1 - r_1 y_1} - x_1 \right) \left(\frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} + y_1 y_2 \right) \frac{(1 - e^{-\mu_1(1-r_1y_1)t})}{\mu_1(1-r_1y_1)} + \\ & + \frac{\lambda \left(\frac{r_1(1-y_1)}{1-r_1y_1} - \left(\frac{1-r_1}{1-r_1y_1} - x_1 \right) e^{-\mu_1(1-r_1y_1)t} \right) \left(\frac{r_2(1-y_2)}{1-r_2y_2} - \left(\frac{1-r_2}{1-r_2y_2} - x_2 \right) e^{-\mu_2(1-r_2y_2)t} \right)}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \\ & + \frac{\lambda \left(\frac{r_1(1-y_1)}{1-r_1y_1} - \left(\frac{1-r_1}{1-r_1y_1} - x_1 \right) e^{-\mu_1(1-r_1y_1)t} \right)}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda \left(\frac{r_2(1-y_2)}{1-r_2y_2} - \left(\frac{1-r_2}{1-r_2y_2} - x_2 \right) e^{-\mu_2(1-r_2y_2)t} \right)}{\mu_2(1-r_2)} + \\ & \left. + \lambda \left(\frac{1 - r_2}{1 - r_2 y_2} - x_2 \right) \left(\frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + y_1 y_2 \right) \frac{(1 - e^{-\mu_2(1-r_2y_2)t})}{\mu_2(1-r_2y_2)} + \lambda (y_1 y_2 - 1) t \right\}. \end{aligned}$$

Очевидно, что производящая функция суммарного числа обращений в рассматриваемой системе примет вид

$$\begin{aligned} F(y_1, y_2, t) = & \exp \left\{ \lambda \left(\frac{r_1 r_2 (y_1 - 1)(y_2 - 1)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} + \frac{r_1 (y_1 - 1)}{1 - r_1 y_1} + \frac{r_2 (y_2 - 1)}{1 - r_2 y_2} \right) y_1 y_2 t + \right. \\ & + \lambda \frac{r_1 r_2 (1 - y_1)(1 - y_2)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} \frac{(1 - e^{-[\mu_1(1-r_1y_1) + \mu_2(1-r_2y_2)]t})}{(\mu_1(1-r_1y_1) + \mu_2(1-r_2y_2))} + \\ & + \lambda \frac{r_1(1-y_1)}{(1-r_1y_1)} \frac{(1 - e^{-\mu_1(1-r_1y_1)t})}{\mu_1(1-r_1y_1)} \left(\frac{r_2(y_2-1)}{1-r_2y_2} + y_1 y_2 \right) + \\ & + \frac{\lambda \left(\frac{r_1 r_2 (1 - y_1)(1 - y_2)}{(1 - r_1 y_1)(1 - r_2 y_2)} (1 + e^{-\mu_1(1-r_1y_1)t}) (1 + e^{-\mu_2(1-r_2y_2)t}) \right)}{\mu_1(1-r_1) + \mu_2(1-r_2)} + \\ & + \frac{\lambda \left(\frac{r_1(1-y_1)}{(1-r_1y_1)} (1 + e^{-\mu_1(1-r_1y_1)t}) \right)}{\mu_1(1-r_1)} + \frac{\lambda \left(\frac{r_2(1-y_2)}{(1-r_2y_2)} (1 + e^{-\mu_2(1-r_2y_2)t}) \right)}{\mu_2(1-r_2)} + \end{aligned}$$

$$+\lambda \frac{r_2(1-y_2)}{(1-r_2y_2)} \frac{(1-e^{-\mu_2(1-r_2y_2)t})}{\mu_2(1-r_2y_2)} \left(\frac{r_1(y_1-1)}{1-r_1y_1} + y_1y_2 \right) + \lambda(y_1y_2-1)t \Big\}.$$

В данной работе построена математическая модель параллельного обслуживания кратных заявок в виде в системе массового обслуживания, состоящей из двух блоков, с возможностью повторного обслуживания заявок в блоках.

В ходе исследования получено аналитическое выражение для производящей функции, характеризующего суммарное число обращений в каждом блоке, что позволяет найти числовые характеристики суммарного потока обращений в каждом блоке.

Работа выполнена при поддержке АБЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803

Литература

1. *Моисеева С.П., Морозова А.С.* Исследование потока повторных обращений в бесконечнолинейной СМО с повторным обслуживанием // Вестн. Том. гос. ун-та. 2005. № 287. С. 46–51.
2. *Моисеева С.П., Морозова А.С., Назаров А.А.* Исследование суммарного потока обращений в бесконечнолинейной СМО с повторным обслуживанием // Вестн. Том. гос. ун-та. 2006. № 290. С. 173–175.
3. *Моисеева С.П., Морозова А.С., Назаров А.А.* Распределение вероятностей двумерного потока обращений в бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением // Вестн. Том. гос. ун-та. 2006. № 16. С. 125–128.
4. *Морозова А.С., Моисеева С.П., Назаров А.А.* Исследование экономико-математической модели влияния ценовой скидки для постоянных клиентов на прибыль коммерческой организации // Вестн. Том. гос. ун-та 2006. № 293. С. 49–52.
5. *Морозова А.С., Моисеева С.П., Назаров А.А.* Исследование СМО с повторным обращением и неограниченным числом обслуживающих приборов методом предельной декомпозиции // Вычисл. технол. 2005. Т. 13. Вып. 5. С. 88–92
6. *Ивановская И.А., Моисеева С.П.* Математическая модель параллельного обслуживания заявок в распределенных вычислительных системах // Сб. науч. ст. Минск, 2010. Вып. 3. С. 123–128.
7. *Чечельницкий А.А., Кучеренко О.В.* Стационарные характеристики параллельно функционирующих систем обслуживания с двумерным входным потоком // Сб. науч. ст. Минск, 2009. Вып. 2. С. 262–268.
8. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1969. 448 с.
9. *Эльцгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫХОДЯЩИХ ПОТОКОВ В СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ ПАРНЫХ ЗАЯВОК

И.А. Захорольная, С.П. Моисеева

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО), на вход которой поступает простейший с параметром λ поток сдвоенных заявок. Об-

служивание реализуется с помощью двух блоков с неограниченным количеством приборов в каждом. Одна из поступившей пары заявок поступает в первый блок, другая – во второй, и каждая из них занимает свободный прибор в своем блоке. Время обслуживания на приборах независимо и одинаково распределено по экспоненциальному закону с параметром μ_1 для приборов первого блока, и μ_2 – для второго (см. рис. 1) [1].

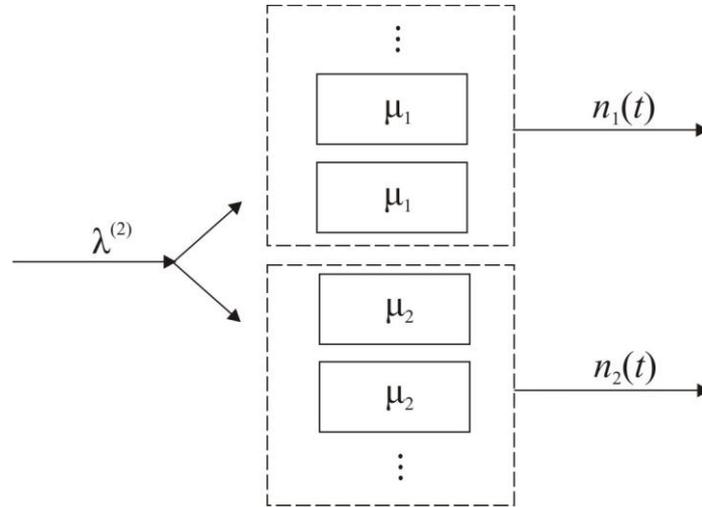


Рис. 1. СМО с параллельным обслуживанием парных заявок

В этой системе будем рассматривать четырехмерный марковский [2] случайный процесс $\{i_1(t), i_2(t), n_1(t), n_2(t)\}$, где $i_k(t)$ – число занятых приборов в k -ом блоке, а $n_k(t)$ – число заявок, обслуженных в k -ом блоке за время t .

Для распределения рассматриваемого случайного процесса составим прямую систему дифференциальных уравнений Колмогорова[3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(i_1, i_2, n_1, n_2, t)}{\partial t} = & -(\lambda + i_1\mu_1 + i_2\mu_2)P(i_1, i_2, n_1, n_2, t) + \\ & + (i_1 + 1)\mu_1 P(i_1 + 1, i_2, n_1 - 1, n_2, t) + \\ & + (i_2 + 1)\mu_2 P(i_1, i_2 + 1, n_1, n_2 - 1, t) + \lambda P(i_1 - 1, i_2 - 1, n_1, n_2, t), \end{aligned} \quad (1)$$

решение которой удовлетворяет начальным условиям

$$P(i_1, i_2, n_1, n_2, 0) = R(i_1, i_2),$$

где $R(i_1, i_2)$ – начальное двумерное распределение числа занятых приборов в блоках обслуживания, которое совпадает с финальным.

Обозначим совместную производящую функцию процесса $\{i_1(t), i_2(t), n_1(t), n_2(t)\}$

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \sum_{i_1} \sum_{i_2} \sum_{n_1} \sum_{n_2} x_1^{i_1} x_2^{i_2} y_1^{n_1} y_2^{n_2} P(i_1, i_2, n_1, n_2, t). \quad (2)$$

Тогда система (1) преобразуется в уравнение для функции (2) вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\partial t} + \frac{\partial F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\partial x_1} (x_1 - y_1)\mu_1 + \\ + \frac{\partial F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\partial x_2} (x_2 - y_2)\mu_2 = \lambda(x_1 x_2 - 1)F(x_1, x_2, y_1, y_2, t); \end{aligned} \quad (3)$$

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, 0) = f(x_1, x_2). \quad (4)$$

Здесь $f(x_1, x_2)$ – производящая функция двумерного стационарного распределения числа занятых приборов в блоках обслуживания.

Решение дифференциального уравнения первого порядка в частных производных (3) определяется решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений для характеристических кривых [4]:

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx_1}{\mu_1(x_1 - y_1)} = \frac{dx_2}{\mu_2(x_2 - y_2)} = \frac{dF(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\lambda(x_1 x_2 - 1)F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}.$$

Найдем два первых интеграла этой системы. Из уравнений

$$dt = \frac{dx_1}{\mu_1(x_1 - y_1)};$$

$$dt = \frac{dx_2}{\mu_2(x_2 - y_2)}$$

получаем выражения

$$x_1 = y_1 - C_1 e^{\mu_1 t}, \quad C_1 = (y_1 - x_1) e^{-\mu_1 t} \quad (5)$$

и

$$x_2 = y_2 - C_2 e^{\mu_2 t}, \quad C_2 = (y_2 - x_2) e^{-\mu_2 t}. \quad (6)$$

Последний интеграл найдем из уравнения

$$dt = \frac{dF(x_1, x_2, y_1, y_2, t)}{\lambda(x_1 x_2 - 1)F(x_1, x_2, y_1, y_2, t)},$$

подставляя в которое полученные для x_1 и x_2 выражения (5, 6), получим

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \Phi(C_1, C_2) \exp \left\{ \lambda C_1 C_2 \frac{(e^{(\mu_1 + \mu_2)t} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} - \lambda C_1 y_2 \frac{(e^{\mu_1 t} - 1)}{\mu_1} - \right. \\ \left. - \lambda C_2 y_1 \frac{(e^{\mu_2 t} - 1)}{\mu_2} + \lambda(y_1 y_2 - 1)t \right\}, \quad (7)$$

где $\Phi(u_1, u_2)$ – произвольная дифференцируемая функция.

Подставляя в (7) выражения (5,6) для C_1 и C_2 , запишем общее решение уравнения (3):

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \Phi((y_1 - x_1)e^{-\mu_1 t}, (y_2 - x_2)e^{-\mu_2 t}) \times \\ \times \exp \left\{ \frac{\lambda(y_1 - x_1)(y_2 - x_2)(1 - e^{-(\mu_1 + \mu_2)t})}{\mu_1 + \mu_2} - \frac{\lambda(y_1 - x_1)y_2(1 - e^{-\mu_1 t})}{\mu_1} - \right. \\ \left. - \frac{\lambda(y_2 - x_2)y_1(1 - e^{-\mu_2 t})}{\mu_2} + \lambda(y_1 y_2 - 1)t \right\}. \quad (8)$$

Вид функции $\Phi(u_1, u_2)$ определим из начальных условий (4), с учетом полученного решения (8):

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, 0) = \Phi(y_1 - x_1, y_2 - x_2) = f(x_1, x_2); \\ F(x_1, x_2, 1, 1, t) = \Phi((1 - x_1)e^{-\mu_1 t}, (1 - x_2)e^{-\mu_2 t}) \times$$

$$\times \exp \left\{ \frac{\lambda(1-x_1)(1-x_2)}{\mu_1 + \mu_2} (1 - e^{-(\mu_1 + \mu_2)t}) - \frac{\lambda(1-x_1)y_2}{\mu_1} (1 - e^{-\mu_1 t}) - \frac{\lambda(1-x_2)y_1}{\mu_2} (1 - e^{-\mu_2 t}) \right\};$$

$$F(x_1, x_2, 1, 1, t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \Phi(0, 0) \exp \left\{ \frac{\lambda(1-x_1)(1-x_2)}{\mu_1 + \mu_2} - \frac{\lambda(1-x_1)}{\mu_1} - \frac{\lambda(1-x_2)}{\mu_2} \right\},$$

так как $\Phi(0, 0) = 1$, то получаем, что

$$\Phi(y_1 - x_1, y_2 - x_2) = f(x_1, x_2) = \exp \left\{ \frac{\lambda(1-x_1)(1-x_2)}{\mu_1 + \mu_2} - \frac{\lambda(1-x_1)}{\mu_1} - \frac{\lambda(1-x_2)}{\mu_2} \right\}.$$

То есть

$$\Phi(u_1, u_2) = \exp \left\{ \frac{\lambda(y_1 - 1 - u_1)(y_2 - 1 - u_2)}{\mu_1 + \mu_2} + \frac{\lambda(y_1 - 1 - u_1)}{\mu_1} + \frac{\lambda(y_2 - 1 - u_2)}{\mu_2} \right\}.$$

Тогда окончательный вид совместной производящей функции числа занятых приборов в момент времени t в каждом из блоков и количества заявок, получивших обслуживание в каждом из них за время t , согласно полученному решению (8):

$$F(x_1, x_2, y_1, y_2, t) = \exp \left\{ \lambda \frac{(y_1 - 1)(y_2 - 1) + (y_1 - x_1)(y_2 - x_2)}{\mu_1 + \mu_2} + \right.$$

$$+ \lambda \frac{y_1 - 1 - y_2(y_1 - x_1)}{\mu_1} + \lambda \frac{y_2 - 1 - y_1(y_2 - x_2)}{\mu_2} + \lambda(y_1 y_2 - 1)t +$$

$$\left. + \lambda \frac{(y_2 - 1)(y_1 - x_1)\mu_2}{\mu_1(\mu_1 + \mu_2)} e^{-\mu_1 t} + \lambda \frac{(y_1 - 1)(y_2 - x_2)\mu_1}{\mu_2(\mu_1 + \mu_2)} e^{-\mu_2 t} \right\}.$$

Полученное аналитическое выражение позволяет найти числовые характеристики числа занятых приборов в блоках обслуживания, а также характеристики числа заявок, покинувших систему, завершив обслуживание в этих блоках.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2011 годы)», проект № 11803

Литература

1. Захорольная И.А., Моисеева С.П. Математическая модель процесса изменения дохода от продажи взаимодополняющих товаров // Тр. X междунар. конфер. по финанс.-актуарн. Матем. и эвентоконверг. технол. Красноярск, 2011. С. 157–160.
2. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания: Изд. 3 е, испр. и доп. М.: КомКнига, 2005. 408 с.
3. Баруча-Рид А.Т. Элементы теории Марковских процессов и их приложения. М.: Наука, 1969. 512 с.
4. Эльцгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.

РЕКУРРЕНТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТРИЦ МНОГОМЕРНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ПОМЕХАМИ ВО ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

А.С. Ивлиев

Самарский государственный университет путей сообщения

Рассмотрим многомерную стационарную устойчивую линейную динамическую систему заданного порядка с дискретным временем ($i = \dots -1, 0, 1, \dots$), описываемую следующим уравнением:

$$Z_{i+1} = G_1^{(0)} Z_i + G_1^{(1)} Z_{i-1} + G_1^{(2)} Z_{i-2} + \dots + G_1^{(r)} Z_{i-r} + G_2^{(0)} X_i + G_2^{(1)} X_{i-1} + \dots + G_2^{(r_1)} X_{i-r_1} \quad (1)$$

$$Y_i = Z_i + \Xi_1(i), \quad W_i = X_i + \Xi_2(i),$$

где Z_i, Y_i – ненаблюдаемый и наблюдаемый векторы состояний системы соответственно ($Z_i, Y_i \in R_p$), а X_i, W_i , соответственно, не наблюдаемый и наблюдаемый векторные входные сигналы ($X_i, W_i \in R_d$). Проблема идентификации сводится к процедуре определения матриц неизвестных параметров $G_1^{(r)}, G_2^{(r_1)}$ по $\{Y_i\}, \{W_i\}$ при известных порядках r и r_1 .

Пусть выполняются следующие условия:

1. Множество, которому априорно принадлежат истинные значения матриц параметров устойчивой линейной многомерной системы, является компактом.

2. Векторы $\{\Xi_1(i)\}, \{\Xi_2(i)\}$ стохастически независимые последовательности, при этом $\{\xi_1^{(n)}(i)\}, \{\xi_2^{(j)}(i)\}$ – стационарные в совокупности в узком смысле последовательности независимых случайных величин с $E\{\Xi_1(i)\} = 0, E\{\Xi_2(i)\} = 0, E\{[\xi_1^{(n)}(i)]^2\} = \bar{\sigma}_n^2 > 0, E\{[\xi_2^{(j)}(i)]^2\} = (\bar{\sigma}^{(j)})^2 > 0$ и для некоторых постоянных констант $\pi_{\xi_1}^{(n)}, \pi_{\xi_2}^{(j)} : \xi_1^{(n)}(i) < \pi_{\xi_1}^{(n)}, |\xi_2^{(j)}(i)| < \pi_{\xi_2}^{(j)}$ п. н., где E – оператор математического ожидания.

3. $\{X^{(1)}(i), \dots, X^{(d)}(i)\}$ стохастически не зависят от $\{\Xi_1(i)\}, \{\Xi_2(i)\}$

4. Последовательности $\{X^{(j)}(i)\}$ – стационарные в совокупности в узком смысле с дробно-рациональной плотностью случайные величины с $E\{[X^{(j)}(i)]^2\} > 0$ и для некоторого $\pi_X^{(j)} : |X^{(j)}(i)| < \pi_X^{(j)}$

В [1] показано, что оценки будут сильно состоятельными при следующем критерии:

$$\arg \min_{\begin{pmatrix} \bar{b}_{n\Box} \\ \bar{a}_{n\Box} \end{pmatrix} \in \bar{B}} \frac{\sum_{i=1}^N \left(y_{i+1}^{(n)} - \left| \bar{b}_{n\Box} \right| \left| \bar{a}_{n\Box} \right| \left| \frac{Y_r(i)}{W_{r_1}(i)} \right| \right)^2}{\sigma_n + \bar{b}_{n\Box}^{(0)} D \bar{b}_{n\Box}^{(0)T} + \bar{a}_{n\Box}^{(0)} D \bar{a}_{n\Box}^{(0)T}}, \quad (2)$$

где $\bar{b}_{n\bullet}^{(0)}$ – n строка матриц $G_1^{(0)}, \dots, \bar{a}_{n\bullet}^{(r_1)}$ – n строка матриц $G_2^{(r_1)}$,

$$D = \left. \begin{array}{c|c|c|c} D_1 & 0_{r,r} & \cdots & 0_{r,r} \\ \hline 0_{r,r} & D_1 & \cdots & 0_{r,r} \\ \hline \vdots & \vdots & \cdots & 0_{r,r} \\ \hline 0_{r,r} & 0_{r,r} & \cdots & D_1 \end{array} \right\} r \quad \bar{D} = \left. \begin{array}{c|c|c|c} D_2 & 0_{r_1+1,r_1+1} & \cdots & 0_{r_1+1,r_1+1} \\ \hline 0_{r_1+1,r_1+1} & D_2 & \cdots & 0_{r_1+1,r_1+1} \\ \hline \vdots & \vdots & \cdots & 0_{r_1+1,r_1+1} \\ \hline 0_{r_1+1,r_1+1} & 0_{r_1+1,r_1+1} & \cdots & D_2 \end{array} \right\} r_1 + 1$$

Оценки неизвестных параметров матриц можно получить с помощью стохастически градиентного алгоритма минимизации функционала (2):

$$\begin{pmatrix} \bar{b}_{n\Box}(i+1) \\ \bar{a}_{n\Box}(i+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{b}_{n\Box}(i) \\ \bar{a}_{n\Box}(i) \end{pmatrix} - \alpha_i \nabla_{\begin{pmatrix} \bar{b}_{n\Box} \\ \bar{a}_{n\Box} \end{pmatrix}} \left[\frac{\left(y_{i+1}^{(n)} - \left| \bar{b}_{n\Box}(i) \right| \left| \bar{a}_{n\Box}(i) \right| \left| \frac{Y_r(i+1)}{W_{r_1}(i+1)} \right| \right)^2}{\omega(\bar{b}_{n\Box}(i), \bar{a}_{n\Box}(i))} \right], \quad (3)$$

где $\nabla_{\begin{pmatrix} \bar{b}_{n\Box} \\ \bar{a}_{n\Box} \end{pmatrix}}$ – вектор частных производных по $\begin{pmatrix} \bar{b}_{n\Box} \\ \bar{a}_{n\Box} \end{pmatrix}$; α_i – последователь-

ность, для которой выполняются условия $\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i = \infty$, $\alpha_i \geq \alpha_{i+1}$ и $\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i^l < \infty$ при $l > 1$, тогда оценки, определяемые этим алгоритмом (3), при выполнении условий 1⁰ – 4⁰, и ограничения на $\{\alpha_i\}$ являются строго состоятельными.

При доказательстве строим асимптотическую непрерывную детерминированную модель алгоритма (3). Случайный процесс x_i с дробно-рациональной спектральной плотностью может быть представлен через векторный белый шум, для которого $E(\zeta_k(\zeta_l)^T) = \delta_l^k I_d$, где α_l^k – символ Кронекера, I_d – единичная матрица.

Можно показать, что вектор $\left| y_i \right| \left| Y_r(i)^T \right| \left| W_{r_1}(i)^T \right| \left| \xi_l^T \right|^T$ является марковским случайным процессом.

Функционал (2) можно представить в виде:

$$J\left(\begin{array}{c} \bar{b} \\ \vdots \\ \bar{a} \end{array}\right) = 1 + \frac{\left(\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) - \left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box}^{(0)} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box}^{(0)} \end{array}\right)\right)^T H^* \left(\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) - \left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box}^{(0)} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box}^{(0)} \end{array}\right)\right)}{\omega(\bar{b}_{n\Box}, \bar{a}_{n\Box})},$$

$$\text{где } H^* = \lim_{N \rightarrow \infty} E \sum_{i=1}^N \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} Z_i \\ \vdots \\ Z_{i-1} \\ \vdots \\ Z_{i-r} \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_{i-r_1} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} Z_i^T \\ Z_{i-1}^T \\ \cdots \\ Z_{i-r}^T \\ \cdots \\ X_{i-r_1}^T \end{array} \right| > 0, \quad H^* = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cc} H_{zz}^* & H_{zx}^* \\ H_{zx}^* & H_{xx}^* \end{array} \right|, \end{array}$$

что следует из 1⁰, 4⁰ [4].

Асимптотическая непрерывная детерминированная модель имеет вид

$$\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array} = -\nabla_{\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right)} J\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right). \quad (4)$$

В качестве функции Ляпунова, устанавливающей устойчивость детерминированной модели (4), можно взять:

$$V\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) = J\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right),$$

$$\text{но } \square V\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) = \nabla_{\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right)}^T V\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) J\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) = -\left\| \nabla_{\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right)} J\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) \right\|^2, \quad \text{тогда множество}$$

$$B = \left\{ \left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) : \square V\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) = 0 \right\} \text{ состоит из стационарных точек функционала}$$

$$J\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) \text{ [2, с. 114].}$$

Из теоремы 3.15 [2, с. 113] следует, что возможными предельными точками алгоритма (4) являются точки множества:

$$B_* = \left\{ \left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) : \square V\left(\begin{array}{c} \bar{b}_{n\Box} \\ \vdots \\ \bar{a}_{n\Box} \end{array}\right) = 0, \quad u - \nabla^2 J \leq 0 \right\}.$$

В представленном докладе доказана сходимость к истинным значениям матриц параметров.

Литература

1. Кацюба О.А., Спирин С.А. Определение параметров многомерной линейной стационарной динамической системы при наличии помех во входных и выходных сигналах // Извест. Самар. Науч. центра Рос. акад. наук. 2006. С. 1034–1040.
2. Деревицкий Д.П., Фрадков А.Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М.: Наука, 1991. 215 с.
3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 2010. 560 с.

МОДЕЛЬ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ ПОСТУПЛЕНИЯ КАПИТАЛА И ПЕРЕМЕННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПОТОКА СТРАХОВЫХ ВЫПЛАТ

Е.В. Капустин, Д.О. Алькова

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

Пусть имеется следующая модель страховой компании: поступление капитала в компанию за счет страховых взносов является детерминированным и имеет переменную скорость $c(t)$, поток страховых выплат является пуассоновским и имеет переменную интенсивность $\lambda(t)$, величина страховой выплаты имеет плотность распределения $\pi(x)$ и начальные моменты 1-го и 2-го порядка m_1 и m_2 .

Скорость поступления капитала в компанию и интенсивность потока страховых выплат можно считать периодическими функциями. Это предположение вполне естественно, так как в нормальных условиях процессы, определяющие функционирование страховой компании, подвергаются лишь циклическим изменениям.

Пусть в начальный момент времени t_0 величина капитала компании была равна S_0 . Применяя стандартный Δt -метод, можно показать, что $S(t)$ – величина капитала компании в момент времени t , имеет математическое ожидание

$$M\{S(t)\} = S_0 + \int_{t_0}^t (c(\tau) - \lambda(\tau)m_1) d\tau \quad (1)$$

и дисперсию

$$D\{S(t)\} = \int_{t_0}^t \lambda(\tau)m_2 d\tau. \quad (2)$$

Пусть в момент времени t капитал компании был равен S . Обозначим $P(S, t)$ вероятность выживания компании, то есть вероятность того, что в дальнейшем компания не разорится. Заметим, что хотя скорость $c(t)$ и интенсивность $\lambda(t)$ могут иметь разрывы, вероятность выживания $P(S, t)$ должна быть непрерывной по переменной t . Кроме того, если $c(t)$ и $\lambda(t)$ имеют период T , то при сдвиге по времени на величину T в состоя-

нии компании ничего не изменится, поэтому вероятность выживания компании останется той же:

$$P(S, t + T) = P(S, t).$$

Это означает, что $P(S, t)$ достаточно найти при $0 \leq t \leq T$.

Применяя Δt -метод, можно показать, что $P(S, t)$ удовлетворяет уравнению [1]:

$$\frac{\partial P}{\partial t}(S, t) + c(t) \frac{\partial P}{\partial S}(S, t) - \lambda(t)P(S, t) + \lambda(t) \int_0^S P(S - x, t) \pi(x) dx = 0. \quad (3)$$

Из непрерывности и периодичности $P(S, t)$ получаем граничное условие

$$P(S, 0) = P(S, T). \quad (4)$$

Кроме того, при бесконечно большом капитале компания обязательно выживет:

$$\lim_{S \rightarrow \infty} P(S, t) = 1. \quad (5)$$

Найти решение задачи (4)–(5) не представляется возможным. Оценку вероятности выживания компании можно получить методом имитационного моделирования [2].

Имитационное моделирование было проведено для случая, когда страховые выплаты имеют экспоненциальное распределение с плотностью

$$\pi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x < 0, \end{cases} \quad (6)$$

а скорость поступления капитала в компанию и интенсивность потока страховых выплат имеют вид

$$c(t) = C_1 + C_2 \text{sign}(\sin(C_3 t + C_4)); \quad (7)$$

$$\lambda(t) = L_1 + L_2 \text{sign}(\sin(L_3 t + L_4)). \quad (8)$$

В результате моделирования были получены точечные и асимптотические интервальные оценки математического ожидания и дисперсии величины капитала компании [3, 4] (см. рис. 1).

Аналогично можно получить оценку вероятности выживания компании.

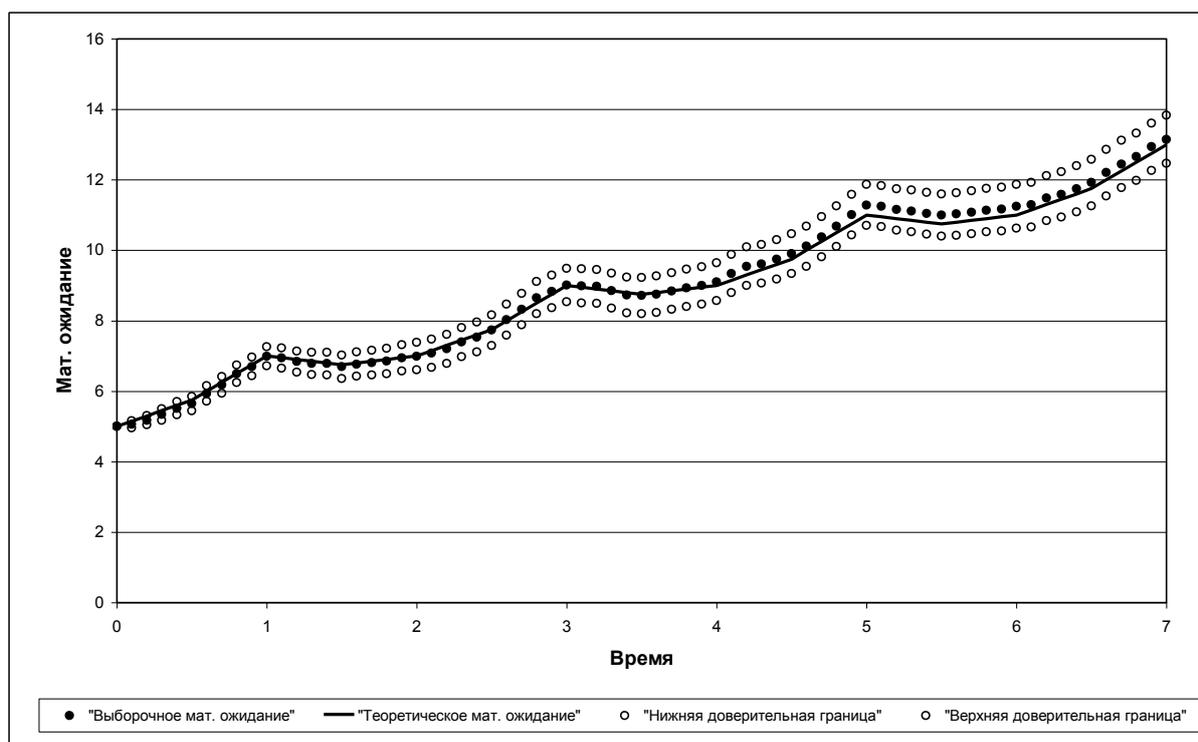


Рис. 1. Графики выборочного и теоретического математического ожидания величины капитала компании

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803

Литература

1. Глухова Е.В., Змеев О.А., Лившиц К.И. Математические модели страхования. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 180 с.
2. Емельянов А.А., Власов Е.А., Дума Р.В. Имитационное моделирование экономических процессов: Учеб. пос. М.: Финансы и статистика, 2004. 366 с.
3. Грачева М.В., Фадеева Л.Н., Черемных Ю.Н. Количественные методы в экономических исследованиях: Учеб. для вуз. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 791 с.
4. Орлов А.И. Непараметрическое точечное и интервальное оценивание характеристик распределения // Журн. «Заводская лаборатория». 2004. Т. 70. No. 5. С. 65–70.

МОДЕЛЬ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ С ПЕРЕМЕННЫМИ ИНТЕНСИВНОСТЯМИ ПОТОКОВ ВЗНОСОВ И ВЫПЛАТ

Е.В. Капустин, А.В. Балабанова

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

Рассмотрим следующую модель страховой компании: поток страховых взносов пуассоновский переменной интенсивности $\lambda_1(t)$, поток страховых выплат пуассоновский переменной интенсивности $\lambda_2(t)$, величина страхового взноса имеет экспоненциальное распределение с плотностью

$$p(y) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-\frac{y}{a}}, & \text{если } y > 0, \\ 0, & \text{если } y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

величина страховой выплаты имеет плотность распределения $\pi(x)$ и начальные моменты 1-го и 2-го порядка m_1 и m_2 .

Интенсивности потоков страховых взносов и выплат можно считать периодическими функциями. Это предположение вполне естественно, так как в нормальных условиях процессы, определяющие функционирование страховой компании, подвергаются лишь циклическим изменениям.

Пусть в начальный момент времени t_0 величина капитала компании была равна S_0 . Применяя стандартный Δt -метод, можно показать, что $S(t)$ – величина капитала компании в момент времени t , имеет математическое ожидание

$$M\{S(t)\} = S_0 + \int_{t_0}^t (\lambda_1(\tau)a - \lambda_2(\tau)m_1) d\tau \quad (2)$$

и дисперсию

$$D\{S(t)\} = \int_{t_0}^t (2\lambda_1(\tau)a^2 + \lambda_2(\tau)m_2) d\tau. \quad (3)$$

Пусть в момент времени t капитал компании был равен S . Обозначим $P(S, t)$ вероятность выживания компании, то есть вероятность того, что в дальнейшем компания не разорится. Заметим, что хотя интенсивности $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$ могут иметь разрывы, вероятность выживания $P(S, t)$ должна быть непрерывной по переменной t . Кроме того, если $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$ имеют период T , то при сдвиге по времени на величину T в состоянии компании ничего не изменится, поэтому вероятность выживания компании останется той же

$$P(S, t + T) = P(S, t).$$

Это означает, что $P(S, t)$ достаточно найти при $0 \leq t \leq T$.

Применяя Δt -метод, можно показать, что $P(S, t)$ удовлетворяет уравнению [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t}(S, t) - (\lambda_1(t) + \lambda_2(t))P(S, t) + \lambda_1(t) \int_0^{\infty} P(S + y, t)p(y)dy + \\ + \lambda_2(t) \int_0^S P(S - x, t)\pi(x)dx = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Из непрерывности и периодичности $P(S, t)$ получаем

$$P(S, 0) = P(S, T). \quad (5)$$

Кроме того, при бесконечно большом капитале компания обязательно выживет

$$\lim_{S \rightarrow \infty} P(S, t) = 1. \quad (6)$$

Найти решение уравнения (4), удовлетворяющее граничным условиям (5)–(6), не представляется возможным. Оценку вероятности выживания компании можно получить методом имитационного моделирования [2].

Имитационное моделирование было проведено для случая, когда страховые выплаты имеют экспоненциальное распределение с плотностью

$$\pi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x < 0, \end{cases} \quad (7)$$

а интенсивности потоков страховых взносов и выплат имеют вид

$$\lambda_1(t) = A_1 + B_1 \sin(C_1 t + D_1), \quad (8)$$

$$\lambda_2(t) = A_2 + B_2 \sin(C_2 t + D_2). \quad (9)$$

В результате моделирования были получены точечные и асимптотические интервальные оценки математического ожидания и дисперсии величины капитала компании [3, 4].

На рис. 1 видно, что теоретическое математическое ожидание величины капитала компании не выходит за границы соответствующего доверительного интервала. Это означает, что полученные выборочные характеристики согласуются с теоретическими.

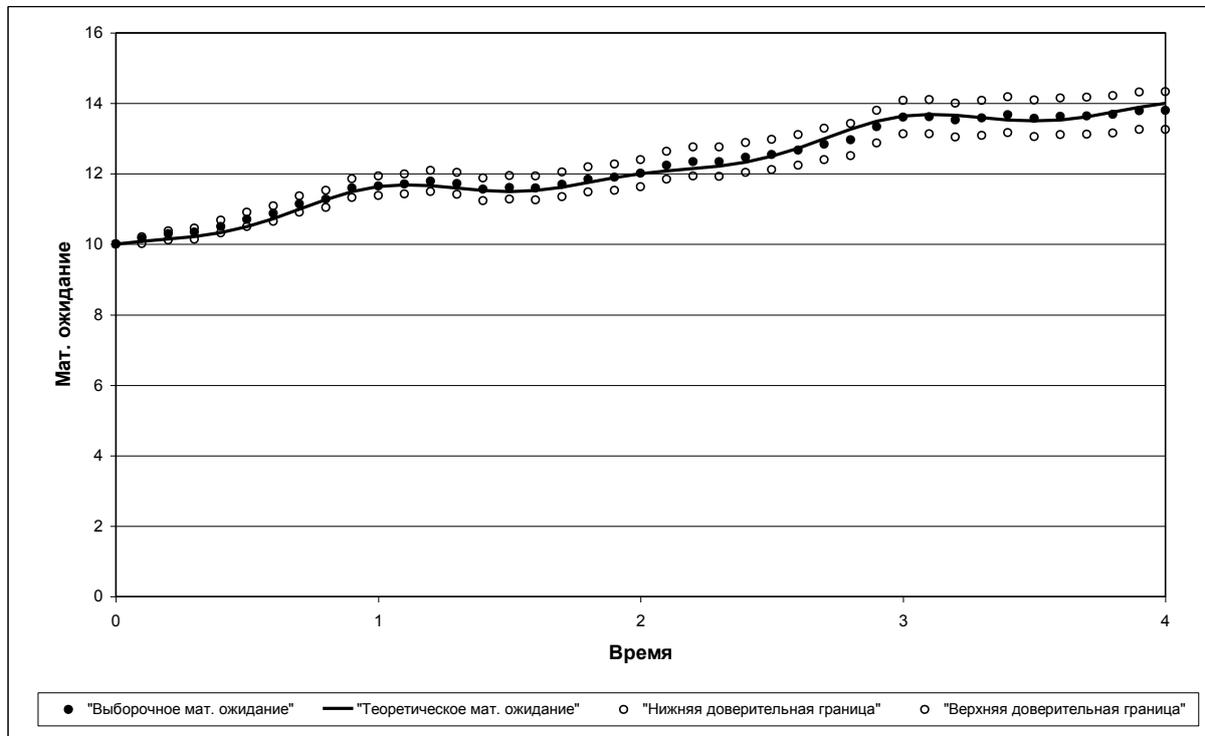


Рис. 1. Графики выборочного и теоретического математического ожидания величины капитала компании

Аналогично можно получить оценку вероятности выживания компании.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803

Литература

1. Глухова Е.В., Змеев О.А., Лившиц К.И. Математические модели страхования. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 180 с.
2. Емельянов А.А., Власов Е.А., Дума Р.В. Имитационное моделирование экономических процессов: Учеб. пос. М.: Финансы и статистика, 2004. 366 с.
3. Грачева М.В., Фадеева Л.Н., Черемных Ю.Н. Количественные методы в экономических исследованиях: Учеб. для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 791 с.
4. Орлов А.И. Непараметрическое точечное и интервальное оценивание характеристик распределения // Журн. «Заводская лаборатория». 2004. Т. 70. No. 5. С.65–70.

ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ В СЛУЧАЕ ВЫПЛАТ, ИМЕЮЩИХ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СО СДВИГОМ

Е.В. Капустин, В.В. Бреус

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

Пусть имеется модель страховой компании, в которой предполагается, что, если нет ни страховых выплат, ни страховых взносов, то капитал компании не изменяется, поток страховых взносов имеет интенсивность λ_1 , поток страховых выплат имеет интенсивность λ_2 , величина страхового взноса имеет экспоненциальное распределение с плотностью

$$p(y) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-\frac{y}{a}}, & \text{если } y > 0, \\ 0, & \text{если } y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

величина страховой выплаты имеет плотность распределения $\pi(x)$ и начальный момент 1-го порядка m_1 .

Наиболее простым и доступным для исследования распределением величины страховой выплаты является экспоненциальное распределение. Недостатком этого распределения является то, что оно недостаточно хорошо описывает реальные выплаты страховой компании. Действительно, клиенты страховой компании страхуют только те объекты, которые имеют достаточно большую ценность, поэтому страховые выплаты тоже должны быть достаточно велики. Но при экспоненциальном распределении наибольшую вероятность имеют выплаты, близкие к нулю.

В качестве распределения величины выплаты, более адекватного реальной ситуации, можно взять распределение с плотностью

$$\pi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-x_0}{\theta}}, & \text{если } x > x_0, \\ 0, & \text{если } x < x_0. \end{cases} \quad (2)$$

Это распределение будем называть экспоненциальным распределением со сдвигом.

Найдем вероятность разорения страховой компании. Так как потоки взносов и выплат пуассоновские постоянной интенсивности, то вероятность разорения определяется лишь величиной капитала. Обозначим $P(S)$ вероятность разорения компании при уровне капитала S . Применяя Δt -метод, можно показать [1], что $P(S)$ удовлетворяет уравнению

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P(S) = \lambda_1 \int_0^\infty P(S+y)p(y)dy + \lambda_2 \left[\int_0^S P(S-x)\pi(x)dx + \int_S^\infty \pi(x)dx \right] \quad (3)$$

и граничному условию

$$\lim_{S \rightarrow \infty} P(S) = 0. \quad (4)$$

Применяя операционный метод [2], можно показать, что если выполняется условие нормального функционирования компании

$$\lambda_1 a > \lambda_2 m_1, \quad (5)$$

то задача (3)–(4) имеет единственное решение, причем его изображение (преобразование Лапласа)

$$\tilde{P}(p) = \int_0^\infty P(S)e^{-pS} dS$$

имеет вид

$$\tilde{P}(p) = \frac{1}{p} - \frac{\lambda_1 a - \lambda_2 m_1}{\lambda_1 a p - \lambda_2 (1 - pa)(1 - \tilde{\pi}(p))}. \quad (6)$$

Чтобы найти вероятность разорения компании $P(S)$, нужно найти оригинал функции $\tilde{P}(p)$. Предположим, что страховые выплаты имеют экспоненциальное распределение со сдвигом (2). Тогда

$$m_1 = x_0 + \theta; \quad (7)$$

$$\tilde{\pi}(p) = \frac{e^{-px_0}}{1 + \theta p}, \quad (8)$$

поэтому (7) принимает вид

$$\tilde{P}(p) = \frac{1}{p} - \left(1 - \frac{\lambda_2(x_0 + \theta)}{\lambda_1 a} \right) \frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) p - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 a} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 a} \frac{1 - pa}{1 + \theta p} e^{-px_0}}. \quad (9)$$

Раскладывая дробь, стоящую в правой части (9), в ряд по степеням e^{-px_0} , имеем

$$\tilde{P}(p) = \frac{1}{p} - \left(1 - \frac{\lambda_2(x_0 + \theta)}{\lambda_1 a} \right) \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left\{ \frac{1}{p - \alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\theta} \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^n \times \right.$$

$$\times \left[\frac{1}{(p-\alpha)^{n+1}} + \sum_{k=0}^{n-1} B_n^{k+1} \frac{1}{(p-\alpha)^{n+1}} \frac{1}{(p+\beta)^{k+1}} \right] e^{-np x_0} \Bigg\}, \quad (10)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{a} \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}; \quad (11)$$

$$\beta = \frac{1}{\theta}; \quad (12)$$

$$B_n^k = (-1)^k \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{1}{\theta} + \frac{1}{a} \right)^k. \quad (13)$$

Вычисляя оригинал правой части (10), получаем вероятность разорения страховой компании

$$P(S) = 1 - \left(1 - \frac{\lambda_2(x_0 + \theta)}{\lambda_1 a} \right) \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left\{ e^{\alpha S} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\theta} \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^n \left[\frac{(S - nx_0)^n}{n!} e^{\alpha(S - nx_0)} + \sum_{k=0}^{n-1} B_n^{k+1} \left(\int_0^{S - nx_0} \frac{x^n}{n!} e^{\alpha x} \frac{(S - nx_0 - x)^k}{k!} e^{-\beta(S - nx_0 - x)} dx \right) \right] \mathbf{1}(S - nx_0) \right\}, \quad (14)$$

где $\mathbf{1}(x)$ – единичная функция [2]:

$$\mathbf{1}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Заметим, что при фиксированном S , сумма в правой части (14) содержит лишь конечное число слагаемых.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803

Литература

1. Глухова Е.В., Змеев О.А., Лившиц К.И. Математические модели страхования. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 180 с.

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫЖИВАНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

Е.В. Капустин, С.А. Колбанов

*Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске*

Рассмотрим следующую модель функционирования страховой компании:

1. При отсутствии страховых взносов и выплат капитал компании не изменяется;

2. Страховые взносы образуют простейший поток событий интенсивности λ_1 ;

3. Величины страховых взносов независимы и имеют функцию распределения $F_1(x)$ и математическое ожидание a_1 ;

4. Страховые выплаты образуют простейший поток событий интенсивности λ_2 ;

5. Величины страховых выплат независимы и имеют функцию распределения $F_2(x)$ и математическое ожидание a_2 .

Пусть $P(S)$ – вероятность выживания компании при уровне капитала S . Известно [1, 2], что вероятность выживания компании удовлетворяет интегральному уравнению

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P(S) = \lambda_1 \int_0^{\infty} P(S+x) dF_1(x) + \lambda_2 \int_0^S P(S-x) dF_2(x) \quad (1)$$

и граничному условию

$$\lim_{S \rightarrow \infty} P(S) = 1. \quad (2)$$

Получить численное решение задачи (1)–(2) в общем случае, для произвольного распределения величин страховых взносов, не представляется возможным. Предположим, что страховые взносы имеют экспоненциальное распределение с плотностью

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{a_1} e^{-\frac{x}{a_1}}, & \text{если } x > 0, \\ 0, & \text{если } x < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Тогда уравнение (1) принимает вид

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P(S) = \lambda_1 \int_0^{\infty} P(S+x) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{x}{a_1}} dx + \lambda_2 \int_0^S P(S-x) dF_2(x). \quad (4)$$

Известно [1, 2], что, если выполняется условие нормального функционирования компании

$$\lambda_1 a_1 > \lambda_2 a_2, \quad (5)$$

то решение задачи (1)–(2) удовлетворяет условию

$$\int_0^{\infty} P(S) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{S}{a_1}} dS = 1 - \frac{\lambda_2 a_2}{\lambda_1 a_1}. \quad (6)$$

Преобразуем первый интеграл в правой части (4) с учетом условия (6). Имеем

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} P(S+x) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{x}{a_1}} dx &= \int_S^{+\infty} P(y) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{y-S}{a_1}} dy = e^{\frac{S}{a_1}} \int_S^{+\infty} P(y) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{y}{a_1}} dy = \\ &= e^{\frac{S}{a_1}} \left(\int_0^{+\infty} P(y) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{y}{a_1}} dy - \int_0^S P(y) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{y}{a_1}} dy \right) = e^{\frac{S}{a_1}} \left(1 - \frac{\lambda_2 a_2}{\lambda_1 a_1} - \int_0^S P(y) \frac{1}{a_1} e^{-\frac{y}{a_1}} dy \right) = \end{aligned}$$

$$= e^{\frac{S}{a_1}} \left(1 - \frac{\lambda_2 a_2}{\lambda_1 a_1} - e^{-\frac{S}{a_1}} \int_0^S P(S-x) \frac{1}{a_1} e^{\frac{x}{a_1}} dx \right) = e^{\frac{S}{a_1}} \left(1 - \frac{\lambda_2 a_2}{\lambda_1 a_1} \right) - \int_0^S P(S-x) \frac{1}{a_1} e^{\frac{x}{a_1}} dx,$$

поэтому уравнение (4) принимает вид

$$P(S) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left[e^{\frac{S}{a_1}} \left(1 - \frac{\lambda_2 a_2}{\lambda_1 a_1} \right) - \int_0^S P(S-x) \frac{1}{a_1} e^{\frac{x}{a_1}} dx \right] + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \int_0^S P(S-x) dF_2(x). \quad (7)$$

Методом последовательных приближений [3] уравнение (7) можно численно решить при любом распределении величин страховых выплат. На рис. 1 представлены графики численной и точной вероятности выживания компании в случае экспоненциального распределения страховых взносов.

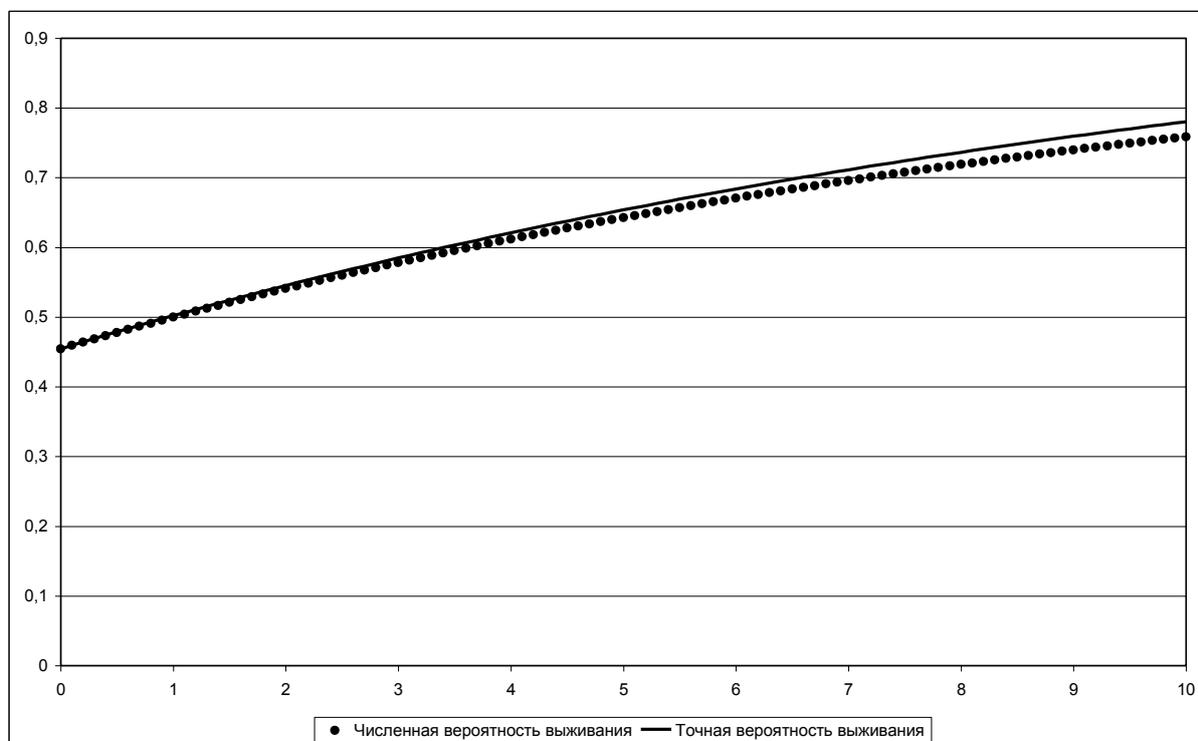


Рис. 1. Графики численной и точной вероятности выживания компании

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803

Литература

1. Глухова Е.В., Змеев О.А., Лившиц К.И. Математические модели страхования. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. 180 с.
2. Глухова Е.В., Капустин Е.В. Расчет вероятности разорения страховой компании с учетом перестраховки при пуассоновском потоке страховых взносов // Статист. обраб. данн. и управл. в сложн. сист. Выпуск 2: Сб. ст. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 34–46.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989. 432 с.

ВЫБОР ТАЙМ-АУТА ОЖИДАНИЯ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩЕЙ ПРОЦЕДУРЫ ПРОТОКОЛА ТРАНСПОРТНОГО УРОВНЯ В ОДНОЗВЕННОМ ДЕТЕРМИНИРОВАННОМ ТРАКТЕ С ОЧЕРЕДЯМИ

В.В. Кокшенев

Томский государственный университет

Одним из важнейших показателей быстродействия протокола транспортного уровня является пропускная способность, используемая междуузловым соединением. На пропускную способность оказывают влияние как состояние сети, так и реализация механизмов решающей обратной связи, заложенных в управляющую процедуру протокола транспортного уровня. К параметрам, описывающим состояние сети относятся:

- B_0 – вероятность не встретить очередь в узле-отправителе при очередной попытке отправки сегмента;
- B_1 – вероятность встретить очередь в узле-отправителе при очередной попытке отправки сегмента; $B_1 = 1 - B_0$;
- D – длина тракта передачи от источника к адресату; для однозвонного тракта $D = 1$;
- R_n – вероятность искажения сегмента в прямом направлении передачи тракта;
- R_o – вероятность искажения сегмента в обратном направлении передачи тракта; для детерминированного тракта $R_o = 0$.

К параметрам, определяющим поведение механизмов решающей обратной связи, относятся размер окна передачи ω и величина тайм-аута ожидания подтверждения S ($S \geq \omega$). Согласно исследованиям и выводам, опубликованным в [1, 2, 3, 4], неудачный выбор данных параметров приводит к существенному снижению коэффициента использования полосы пропускания и значительному повышению нагрузки на сеть.

Методы определения оптимальных значений параметров управляющей процедуры, предложенные в [5, 6], не учитывают влияние очередей в узле-отправителе и транзитных узлах. Используя результаты [4, 5, 6], а также рекомендации и выводы, приведенные в [7, 8], предложена модель процедуры управления звеном передачи данных в виде Марковской цепи с дискретным временем, учитывающая влияние очередей в узле-отправителе и длительности тайм-аута ожидания подтверждения S на пропускную способность однозвонного детерминированного междузвонного транспортного соединения.

Предложенная модель описывает поведение как селективной, так и групповой процедуры отказа. В детерминированном случае ($R_o = 0$) отсутствует влияние размера окна ω (при $\omega \geq 2$) на пропускную способность, используемую междуузловым соединением, ввиду отсутствия потерь сегмен-

тов с подтверждениями в обратном канале связи. При $\omega = 1$ модель сводится к старт-стопной процедуре [9].

Рассмотрим модель, описывающую динамику очереди переданных, но неподтвержденных сегментов управляющей процедуры протокола транспортного уровня. Предложенная модель является системой массового обслуживания с дискретным временем. Дальнейший анализ произведен при следующих предположениях:

1. Считается, что источник имеет неограниченный поток сегментов к передаче, и обмен выполняется сегментами одинаковой длины.
2. Время передачи одного сегмента называется тактом.
3. Потеря сегментов, несущих подтверждения, из-за искажений в обратном канале связи не происходит.
4. Сегмент считается принятым, если он не был искажен в канале связи между отправителем и получателем.

При каждой попытке передачи сегмента отправитель с вероятностью B_0 не наталкивается на очередь побочного трафика и передает сегмент получателю, а с вероятностью B_1 вынужден ждать такт до следующей попытки передачи (то есть находится в очереди) ввиду занятости канала связи побочным трафиком.

В случае истечения тайм-аута ожидания подтверждения S ввиду слишком длительного нахождения сегмента в очереди происходит повторная его передача. Неудачный выбор размера S в условиях больших очередей, создаваемых побочным трафиком, способен привести к эффекту коллапса сети (Congestion Collapse) [10].

P_{ij} – это вероятность того, что отправитель передал j сегментов и ожидал в очереди для этого i тактов до получения подтверждения.

Для расчета вероятностей P_{ij} используем Марковскую цепь с дискретным временем, описывающую поведение управляющей процедуры, изображенную на рис. 1.

Переходные вероятности π_{ijmn} , описывающие функционирование СМО, принимают вид

$$\pi_{ijmn} = \begin{cases} B_0; i = \overline{0, S-2}; j = 0; m = i; n = 1; \\ B_0; i = \overline{0, S-3}; j = 1; m = 0; n = 1; \\ B_1; i = \overline{0, S-2}; j = 0; m = i+1; n = 0; \\ B_1; i = \overline{0, S-3}; j = 1; m = 1; n = 0; \\ 1; i = S-2; j = 1; m = 0; n = 0; \\ 1; i = S-1; j = 0; m = 0; n = 0. \end{cases}$$

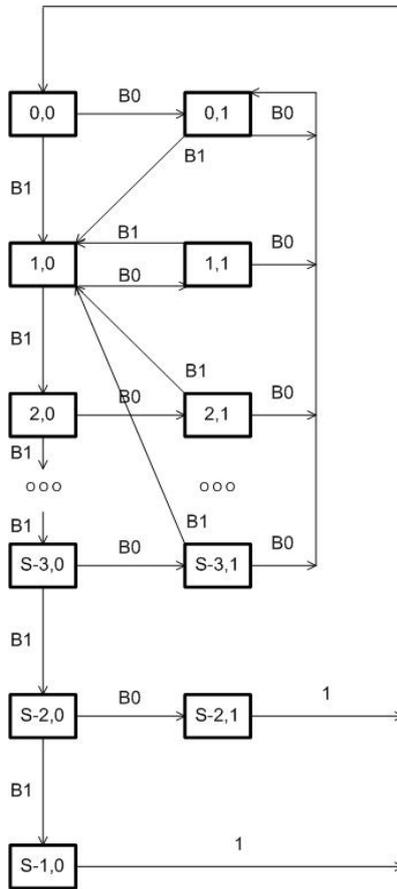


Рис. 1. Цепь Маркова

Уравнения равновесия для вероятностей состояний P_{ij} имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{0,0} = P_{S-2,1} + P_{S-1,0}, \\ P_{0,1} = P_{0,0}B_0 + P_{0,1}B_0 + \sum_{i=1}^{S-3} P_{i1}B_0, \\ P_{1,0} = P_{0,0}B_1 + P_{0,1}B_1 + \sum_{i=1}^{S-3} P_{i1}B_1, \\ P_{i,0} = P_{i-1,0}B_1; i = \overline{2, S-1}, \\ P_{i,1} = P_{i,0}B_0; i = \overline{1, S-2}, \\ \sum_{i=0}^{S-1} \sum_{j=0}^1 P_{ij} = 1. \end{array} \right.$$

Решая систему уравнений равновесия, получаем следующие выражения для P_{ij} :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{0,0} = \frac{B_0 B_1^{S-2}}{1 + B_1^{S-2}(B_0 - B_1)}, \\ P_{0,1} = \frac{B_0^2}{1 + B_1^{S-2}(B_0 - B_1)}, \\ P_{1,0} = \frac{B_0 B_1}{1 + B_1^{S-2}(B_0 - B_1)}, \\ P_{i,0} = \frac{B_0 B_1^i}{1 + B_1^{S-2}(B_0 - B_1)}; i = \overline{2, S-1}, \\ P_{i,1} = \frac{B_0^2 B_1^i}{1 + B_1^{S-2}(B_0 - B_1)}; i = \overline{1, S-2}, \end{array} \right.$$

Применяя методику вычисления коэффициента Z использования полосы пропускания, предложенную в [5, 6, 9], получаем:

$$Z(B_0, R_n, S) = \frac{(1 - R_n) B_0 (1 - B_1^{S-2})}{1 + B_1^{S-2}(B_0 - B_1)}.$$

Рассмотрим важные частные случаи значения Z :

1. При $B_0 = 1$, $Z = 1 - R_n$, что сводится к известным результатам [5,6].
2. При $B_0 = 0$, $Z = 0$. В случае бесконечной очереди передача не может быть осуществлена.
3. При $S \rightarrow \infty$, $Z = (1 - R_n) B_0$.

Оптимальные значения тайм-аута ожидания подтверждения S_0 предлагается находить из уравнения:

$$Z(B_0, R_n, S_0) = xZ(B_0, R_n, \infty),$$

где x – достигнутый уровень использования потенциально доступной полосы пропускания, $x \in (0,1)$.

Учитывая все вышесказанное и факт целочисленности S_0 , оптимальное значение тайм-аута ожидания подтверждения принимает следующий вид

$$S_0 = \left\lceil \frac{\ln(1-x) - \ln(1+x(2B_0-1))}{\ln(1-B_0)} \right\rceil + 2.$$

Таблица 1

Значения S_0 , выраженные в тактах, при разных значениях параметров B_0 и x

x	B_0	S_0
0,8	0,9	3
	0,75	4
	0,5	5
	0,25	6
	0,1	8

x	B_0	S_0
0,9	0,9	4
	0,75	4
	0,5	6
	0,25	8
	0,1	12
0,95	0,9	4
	0,75	5
	0,5	7
	0,25	11
	0,1	17

Общий вид зависимости $S_0(B_0)$ при зафиксированном значении параметров x и R_n приведен на рис. 2.

Получена методика вычисления оптимального значения тайм-аута ожидания подтверждения для звена управления передачей протокола транспортного уровня, работающая как для селективной, так и групповой процедур отказа в детерминированном однозвенном тракте. В дальнейшем необходимо учесть возможные искажения в обратном канале связи, а также тракты произвольной длины.

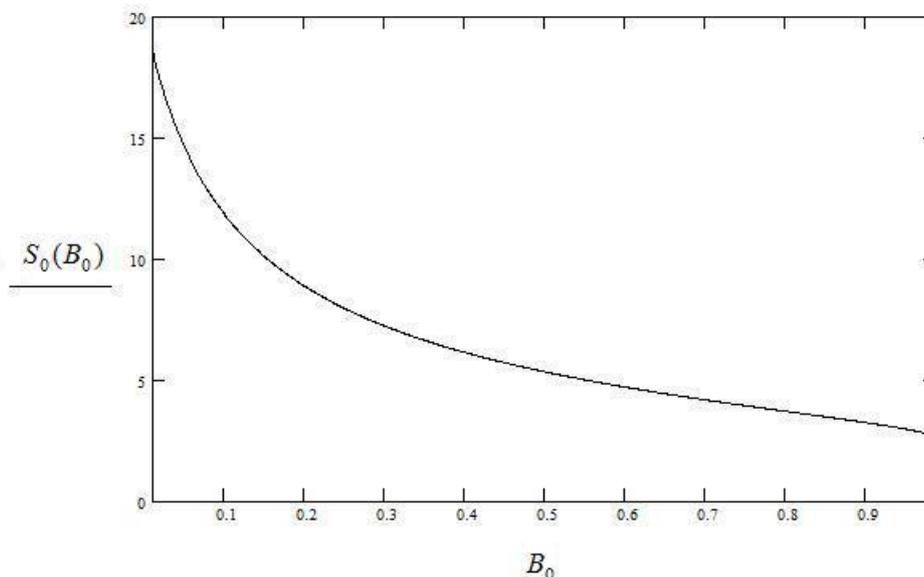


Рис. 2. Общий вид зависимости $S_0(B_0)$.

Литература

1. David D. Clark. Window and Acknowledgement Strategy in TCP // RFC 813, MIT Laboratory for Computer Science, Computer Systems and Communications Group, July, 1982.
2. Nagle J. Congestion Control in IP/TCP Internetworks // RFC 896, FACC, January, 1984.

3. *Jacobson V.* Congestion Avoidance and Control // SIGCOMM-88. Stanford, CA., August, 1988.
4. *Nimbe L. Ewald, Andrew H. Kemp.* Analytical Model of TCP NewReno through a CMTC // Computer Performance Engineering, 6th Europe Performance Engineering Workshop, EPEW 2009, London, UK, July 9-10, 2009.
5. *Кокшенив В.В.* Пропускная способность селективного режима отказа протокола транспортного уровня в многозвенном тракте / Информ. технол. и матем. моделир. (ИТММ-2008): Матер. VII Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участ. Ч. 2. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008.
6. *Кокшенив В.В.* Анализ времени простоя управляющих процедур протокола транспортного уровня / Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2009): Матер. VIII Всерос. науч.-практ. конфер. с междунар. участ. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2009.
7. *Jacobson V.* Modified TCP Congestion Control and Avoidance Algorithm, Technical Report 30, Apr. 1990.
8. *Postel J.* Transmission Control Protocol – DARPA Internet Program Protocol Specification, RFC 793, DARPA, September 1981.
9. *Сущенко С.П.* Аналитические модели асинхронных процедур управления звеном передачи данных // Автоматика и вычисл. техника. 1988. № 2. С. 32–40.
10. *John Nagle* // RFC 896. Congestion Control in IP/TCP Internetworks, 6.01.1984.

О ТОЧНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ ВЫХОДЯЩИХ ПОТОКОВ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ПУАССОНОВСКИМ ПОТОКОМ

И.Л. Лапатин

Томский государственный университет

Первые попытки исследования выходящих потоков в рамках классической теории были сделаны во второй половине XX в. такими учеными, как П. Берк [1], Е. Рейч [2], П. Финч [3]. Независимо друг от друга они установили, что выходящий поток для системы с пуассоновским входящим потоком и экспоненциальным временем обслуживания также будет пуассоновским. А в 1963 г. Н. Мирасол [4] показал, что выходящий поток систем с неограниченным числом приборов и произвольным распределением времени обслуживания, на вход которых поступает простейший поток, также является простейшим. Дальнейшее изучение выходящих потоков развивалось достаточно медленно, так как не было найдено общих методов и подходов по их исследованию. В работах [5–7] исследовались выходящие потоки систем массового обслуживания с неограниченным числом приборов и коррелированными входящими потоками (MAP, SM) методом асимптотического анализа [8].

Было доказано, что, независимо от модели входящего потока и распределения времени обслуживания, выходящий поток системы массового обслуживания с неограниченным числом приборов в условии растущего времени обслуживания является простейшим, причем интенсивность выходящего потока равна интенсивности входящего. Данные результаты яв-

ляются асимптотическими, поэтому предлагается сделать оценку области применимости полученных результатов.

Для решения этой задачи строится имитационная модель рассматриваемых систем, на основании результатов которой делается оценка до-пределельных характеристик выходящих потоков.

Принцип работы программы имитационного моделирования

Построенная программа имитационного моделирования [8] работает следующим образом. На входе задается время наблюдения (моделирования) Tm . Затем задаются параметры входящего потока: для простейшего потока – интенсивность λ ; для МАР-потока – матрицы Q , Λ , D ; для SM-потока – матрицу вероятностей перехода за один шаг P и матрицу $G(x)$ условных функций распределений. Также задаются параметры функции распределения времени обслуживания.

На протяжении времени моделирования $[0, Tm]$ генерируем моменты прихода заявок ti_j , согласно модели входящего потока. Эти моменты формируют массив моментов прихода заявок ti . Затем для каждого значения момента прихода заявки независимо генерируется время обслуживания ts_j . Прибавляя ts_j к ti_j , получим моменты завершения обслуживания, то есть моменты наступления событий выходящего потока. Если упорядочить эти моменты в порядке возрастания, то получим массив to , с которым и будем работать дальше.

Имея два массива ti (моментов прихода заявок в систему на интервале $[0, Tm]$) и to (моментов ухода заявок из системы на интервале $[0, Tm]$) можно сделать оценку стационарных вероятностей $\hat{P}(i)$ числа занятых приборов.

Смысл стационарных вероятностей $P(i)$ – это доли времени пребывания системы в состоянии i . Состояние системы определяется числом занятых приборов.

Значение оценок стационарных вероятностей находим по формуле

$$\hat{P}(i) = \frac{T(i)}{Tm}, \quad (1)$$

где $T(i)$ – суммарное время пребывания системы в состоянии i за время моделирования Tm . По полученным значениям строим оценки

$$\hat{F}(j) = \sum_{i=1}^j \hat{P}(i) \text{ для функции распределения } F(j).$$

Заметим, что необходимо сделать оценку характеристик выходящего потока. Для этого можно наблюдать за количеством событий в выходящем потоке за время Tm , то есть за количеством элементов массива to . Но для этого пришлось бы многократно повторять процедуру моделирования, для получения выборки необходимого размера.

Предлагается максимально увеличить время моделирования Tm , и по одной выборке to сделать оценку распределения вероятностей числа событий выходящего потока моделируемой системы. Для этого можно вос-

пользоваться следующим фактом: стационарное распределение числа заявок в системе с неограниченным числом приборов и детерминированным временем обслуживания совпадает с распределением вероятностей числа событий, наступивших во входящем потоке за период времени равный времени обслуживания.

Таким образом, если выходящий поток to исследуемой системы взять в качестве входящего для системы с детерминированным временем обслуживания T и воспользоваться формулой (1), получим распределение числа событий искомого выходящего потока за время T .

В вышеупомянутых работах [5–7] было показано, что, независимо от модели входящего потока (МАР, SM) и распределения времени обслуживания, выходящий поток систем массового обслуживания с неограниченным числом приборов в условии растущего времени обслуживания является асимптотически простейшим. Это значит, что при росте среднего значения времени обслуживания поступающих заявок распределение вероятностей числа событий выходящего потока за некоторый произвольный отрезок времени сходится к распределению Пуассона. В связи с этим, в данном разделе предлагается определить при каких значениях среднего времени обслуживания b выходящий поток можно аппроксимировать простейшим.

Таким образом, для оценки точности аппроксимации выходящего потока простейшим предлагается находить расстояние Колмогорова

$$\Delta = \max_i |\hat{F}(i) - F(i)|, \quad (2)$$

где $\hat{F}(i)$ – эмпирическое распределение, полученное с помощью имитационного моделирования;

$F(i)$ – пуассоновское распределение с параметром λT (здесь λ имеет смысл интенсивности входящего потока, а T – время наблюдения за потоком). Увеличивая значение среднего времени обслуживания b , можно будет определить, когда расстояние Колмогорова станет приемлемым.

Численный эксперимент для системы МАР|M| ∞

Итак, рассмотрим систему МАР|M| ∞ , заданную параметрами входящего потока

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} -1,4 & 0,6 & 0,8 \\ 0,3 & -0,8 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & -1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

и средним значением времени обслуживания b . Время наблюдения $Tt = 10^6$, а время наблюдения за потоком $T = 10$. Заметим, что интенсивность входящего потока $\lambda = 2,548$, поэтому параметр распределения Пуассона будет равен $\lambda t = 25,48$.

В табл. 1 представлены значения расстояний Колмогорова (2) для рассматриваемой системы при различных значениях среднего времени об-

служивания b , а рисунок 1 содержит соответствующие графики распределения вероятностей числа событий выходящего потока.

Таблица 1

Погрешность аппроксимации выходящего потока системы $MAR|M|_{\infty}$ пуассоновским потоком для различных значений b

b	1	10	25	50	100
Δ	0,0770	0,0380	0,0200	0,0110	0,0088

Приведенные рис. 1 и табл. 1 иллюстрируют, что распределение вероятностей числа событий выходящего потока системы $MAR|M|_{\infty}$ с увеличением значений среднего времени обслуживания b приближается к распределению Пуассона. Уже при $b=25$ погрешность аппроксимации около 2 %, что можно считать приемлемой погрешностью. Заметим, что аналогичные результаты были получены и для других значений параметров, определяющих MAR -поток. Таким образом, если значение среднего значения времени обслуживания b больше значения средней длины интервала между моментами наступления событий во входящем потоке на два порядка (10^2) и более, то выходящий поток системы $SM|GI|_{\infty}$ можно аппроксимировать простейшим.

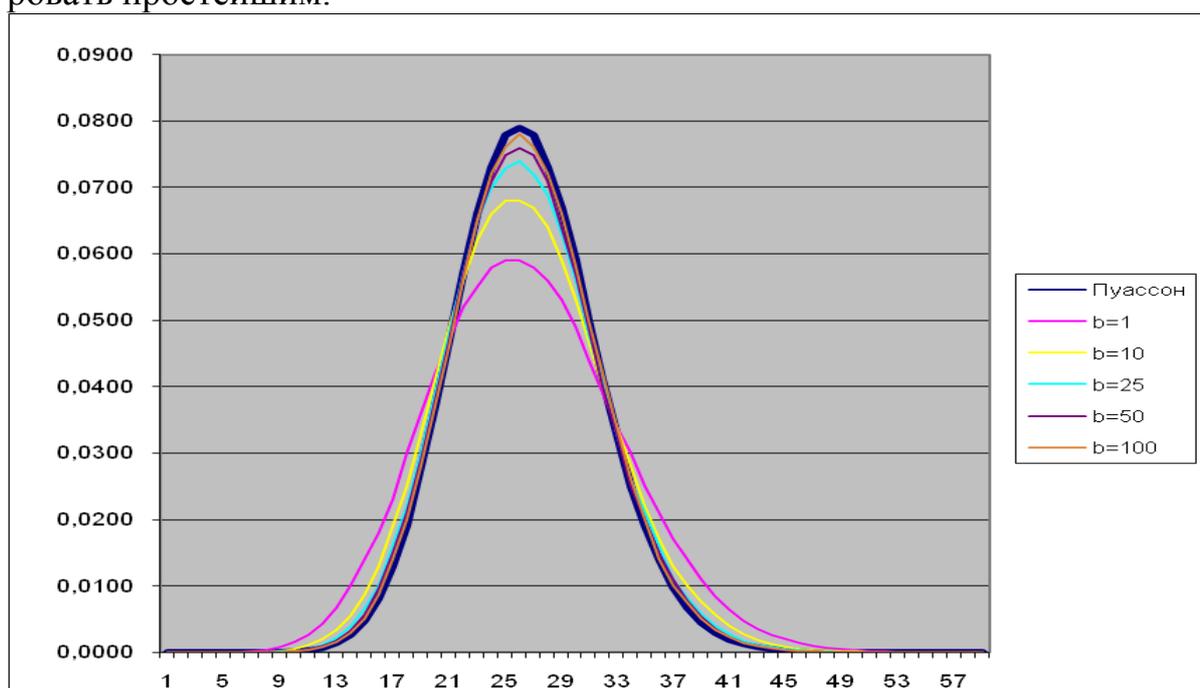


Рис. 1. Распределение вероятностей числа событий, наступивших в выходящем потоке системы $MAR|M|_{\infty}$ за время $t=10$ при различных значениях b

Численный эксперимент для системы $SM|GI|_{\infty}$

Теперь рассмотрим систему $SM|GI|_{\infty}$. Условные функции распределения входящего потока имеют Гамма-распределение, параметры которых указаны в матрице G , а вероятности перехода за один шаг представлены в матрице P .

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,4 \\ 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{bmatrix}.$$

Время обслуживания поступающих заявок распределено равномерно на интервале $[0, 2b]$. Время наблюдения $Tm = 10^6$, а время наблюдения за потоком $T = 30$. Заметим, что интенсивность входящего потока $\lambda = 0,5$, поэтому параметр распределения Пуассона будет равен $\lambda T = 15$.

В табл. 2 представлены значения расстояний Колмогорова (2) для рассматриваемой системы при различных значениях среднего времени обслуживания b , а рис. 2 содержит соответствующие графики распределения вероятностей числа событий выходящего потока.

Таблица 2

Погрешность аппроксимации выходящего потока системы $SM|GI|_\infty$ пуассоновским потоком для различных значений b

b	10	25	50	100	250
Δ	0,0780	0,0560	0,0330	0,0017	0,0057

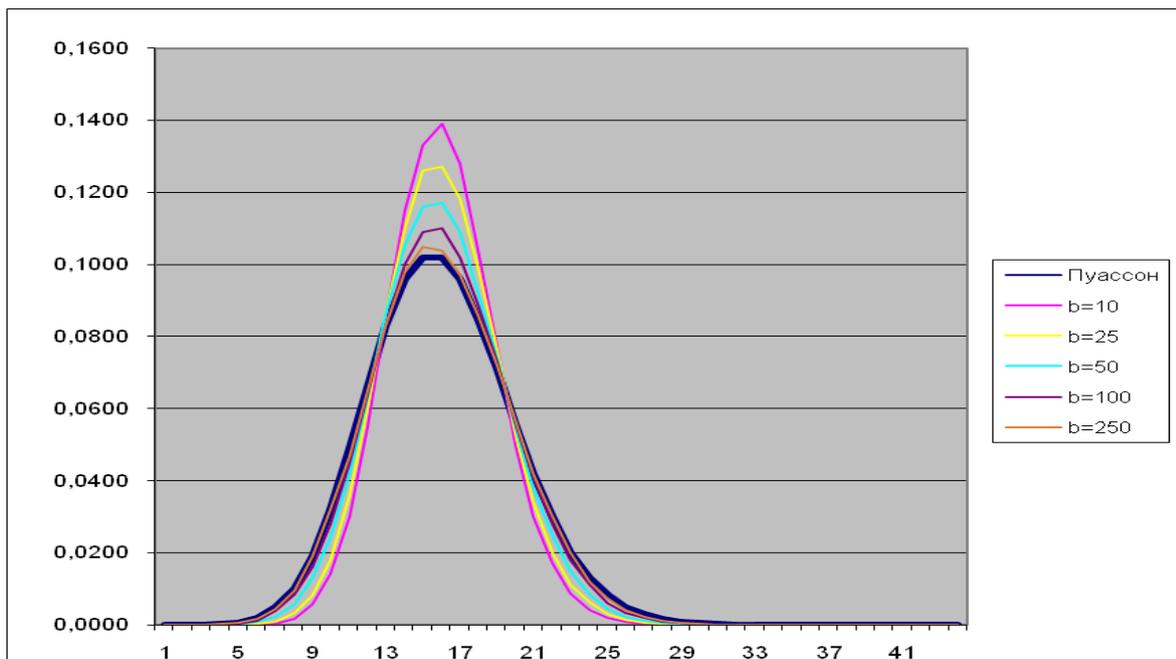


Рис. 2. Распределение вероятностей числа событий, наступивших в выходящем потоке системы $SM|GI|_\infty$ за время $t=30$ при различных значениях b

Приведенные рис. 2 и табл. 2 иллюстрируют, что распределение вероятностей числа событий выходящего потока системы $SM|GI|_\infty$ с увеличением значений среднего времени обслуживания b приближается к распределению Пуассона. Уже при $b = 25$ погрешность аппроксимации около 5%, а при $b=100$ – менее 2%, что можно считать приемлемой погрешностью. Заметим, что аналогичные результаты были получены и для других значений параметров, определяющих SM -поток, а также других законах распределения вероятностей времени обслуживания. В связи с этим, мож-

но сделать вывод о том, что выходящий поток системы $SM|GI|_{\infty}$ можно аппроксимировать простейшим, если значение среднего значения времени обслуживания b больше значения средней длины интервала между моментами наступления событий во входящем потоке на порядок (10^1) и более.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. *Burke P.J.* The Output of Queueing Systems // *Operations Research*. 1956. V. 4. P. 699–704.
2. *Reich E.* Waiting Times When Queues are in Tandem // *Ann. Math. Statist.* 1957. V. 28. № 3. P. 768.
3. *Finch P.D.* The Output Process of the Queueing System $M|G|1$ // *J. Roy. Statist. Soc.* 1959. V. 21. № 2. P. 375–380.
4. *Mirasol N.M.* The output of an $M|G|_{\infty}$ queueing system is Poisson // *Operations Research*. 1963. № 11. P. 282–284.
5. *Назаров А.А., Лапатин И.Л.* Исследование выходящего потока системы $GI|GI|_{\infty}$ методом просеянного потока // *Вестн. Том. гос. ун-та. Сер. Управл., вычислит. техн. и информ.* 2009. № 4(9). С. 59–64.
6. *Назаров А.А., Лапатин И.Л.* Асимптотический анализ выходящего потока системы $MAP|GI|_{\infty}$ // *Извест. политехн. ун-та. Сер. Управл., вычислит. Техн. и информ.* 2009. Т. 315. № 5. С. 191–195.
7. *Лапатин И.Л., Назаров А.А.* Исследование выходящего потока системы $SM|GI|_{\infty}$ в условиях растущего времени обслуживания // *Массовое обслуживание: потоки, системы, сети: Матер. междунар. науч. конфер. «Соврем. Матем. методы анализа и оптимиз. Информац.-телекоммуник. сетей».* Минск, 2009. С. 175–179.
8. *Назаров А.А., Моисеева С.П.* Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 109 с.
9. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем // *Искусство и наука.* М.: Мир, 1978.

ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ В СЛУЧАЕ ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПОТОКОВ СТРАХОВЫХ ПРЕМИЙ И СТРАХОВЫХ ВЫПЛАТ

К.И. Лившиц, Я.С. Бублик

Филиал Кемеровского государственного университета

в г. Анжеро-Судженске

Национальный исследовательский Томский государственный университет

1. Математическая модель страховой компании. В работе рассматривается обобщение классической модели [1] страховой компании на случай, когда потоки страховых премий, поступающих в компанию, и страховых выплат, производимых компанией, являются дважды стохастическими пуассоновскими процессами. Предположение о случайности интенсивностей потоков страховых премий и страховых выплат представляется более соответствующим реальности, чем классическая модель, особенно при рассмотрении отдельных видов страхования. Например, количество страховых случаев при страховании автотранспорта меняется при резком изменении погодных условий, а количество поступающих страхо-

вых премий зависит от времени года. Характерной чертой при этом является то, что интенсивности потоков страховых премий и выплат скачкообразно меняют свои значения в случайные моменты времени.

Итак, будем считать, что интенсивность потока страховых премий $\lambda(t)$ является однородной цепью Маркова с непрерывным временем и m состояниями $\lambda(t) = \lambda_i$ [2]. Переход из состояния в состояние задается матрицей инфинитезимальных характеристик $A = [\alpha_{ij}]$ ранга $m-1$. Таким образом, переход из состояния i в состояние j за малое время Δt имеет вероятность

$$P_{ij}(\Delta t) = \alpha_{ij}\Delta t + o(\Delta t), i \neq j;$$

$$P_{ii}(\Delta t) = 1 + \alpha_{ii}\Delta t + o(\Delta t), i = \overline{1, m},$$

где $\alpha_{ij} \geq 0$ при $i \neq j$ и

$$\sum_{j=1}^m \alpha_{ij} = 1. \quad (1)$$

Страховые премии являются независимыми случайными величинами с плотностью распределения $\varphi(x)$, средним значением $M\{x\} = a$ и моментами $M\{x^k\} = a_k, k = 2, 3$.

Будем считать, что интенсивность потока страховых выплат $\mu(t)$ также является однородной цепью Маркова с непрерывным временем и n состояниями интенсивности $\mu(t) = \mu_i$. Переход из состояния в состояние задается матрицей инфинитезимальных характеристик $B = [\beta_{ij}]$ ранга $n-1$, где $\beta_{ij} \geq 0$ при $i \neq j$ и

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij} = 0.$$

Страховые выплаты являются независимыми случайными величинами с плотностью распределения $\psi(x)$, средним значением $M\{x\} = b$ и моментами $M\{x^k\} = b_k, k = 2, 3$.

Наконец, будем считать, что с начала функционирования страховой компании прошло какое-то время, имеются застрахованные риски, потоки страховых премий и страховых выплат не зависят друг от друга.

Пусть $S(t)$ – капитал компании в момент времени t . Если интенсивности потоков страховых премий и страховых выплат в момент времени t равны $\lambda(t) = \lambda_i$ и $\mu(t) = \mu_j$ соответственно, то изменение капитала компании за время Δt определится соотношением

$$\Delta S(t) = S(t + \Delta t) - S(t) = \begin{cases} 0, & \text{с вероятностью } (1 - \lambda_i \Delta t)(1 - \mu_j \Delta t) + o(\Delta t), \\ x, & \text{с вероятностью } \lambda_i \Delta t \varphi(x) dx + o(\Delta t), \\ -y, & \text{с вероятностью } \mu_j \Delta t \psi(y) dy + o(\Delta t), \end{cases} \quad (2)$$

где x – случайная страховая премия, а y – случайная страховая выплата за время Δt . Переходя в (2) к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ и усредняя, получим, что изменение среднего капитала компании $\bar{S}(t)$ определится выражением:

$$\bar{S}(t) = S(0) + (\lambda_0 a - \mu_0 b)t + \sum_{i=1}^m \lambda_i a \int_0^t (P\{\lambda(t) = \lambda_i\} - \pi_i) dt - \sum_{i=1}^n \mu_i b \int_0^t (P\{\mu(t) = \mu_i\} - \rho_i) dt, \quad (3)$$

где π_i и ρ_i – финальные вероятности состояний λ_i и μ_i соответственно, λ_0 – средняя интенсивность потока страховых премий, а μ_0 – средняя интенсивность потока страховых выплат. Из выражения (3) следует, что при $t \ll 1$ капитал компании в среднем монотонно возрастает, если

$$\lambda_0 a = (1 + \theta) \mu_0 b, \quad (4)$$

где $\theta > 0$. При $\theta < 0$ компания разоряется. Параметр θ , как и в классической модели [1], – нагрузка страховой премии.

2. Уравнения для вероятностей разорения и выживания. Пусть $T = \inf \{t : S(t) < 0\}$ и $T = \infty$, если $S(t) > 0 \forall t$. Случайная величина T – момент разорения [1].

Обозначим через

$$P_{ij}(s) = P\{T = \infty | S(0) = s, \lambda(0) = \lambda_i, \mu(0) = \mu_j\}$$

и

$$G_{ij}(s) = P\{T < \infty | S(0) = s, \lambda(0) = \lambda_i, \mu(0) = \mu_j\} -$$

вероятности выживания и разорения страховой компании соответственно при условии, что в начальный момент времени ее капитал равен s , а значения интенсивностей потоков страховых премий и выплат равны $\lambda = \lambda_i$ и $\mu = \mu_j$. Учитывая, что начальный капитал и начальные значения интенсивностей не зависят друг от друга, вероятности выживания и разорения страховой компании будут равны соответственно:

$$P(s) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \pi_i \rho_j P_{ij}(s), \quad G(s) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \pi_i \rho_j G_{ij}(s). \quad (5)$$

Для вывода уравнений, определяющих $P_{ij}(s)$, рассмотрим два соседних момента времени t и $t + \Delta t$. Пусть в момент времени t капитал компании равен s , интенсивность $\lambda = \lambda_i$, интенсивность $\mu = \mu_j$.

Используя формулу полной вероятности, получим:

$$P_{ij}(s) = \left(1 - (\lambda_i + \mu_j)\Delta t + (\alpha_{ii} + \beta_{jj})\Delta t\right)P_{ij}(s) + \lambda_i\Delta t \int_0^{\infty} P_{ij}(s+x)\varphi(s+x)dx + \\ + \mu_j\Delta t \int_0^s P_{ij}(s-x)\psi(x)dx + \sum_{k \neq i} \alpha_{ik}P_{kj}(s)\Delta t + \sum_{k \neq j} \beta_{jk}P_{ik}(s)\Delta t + o(\Delta t).$$

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим систему уравнений для вероятностей выживания

$$(\lambda_i + \mu_j)P_{ij}(s) = \lambda_i \int_0^{\infty} P_{ij}(s+x)\varphi(x)dx + \mu_j \int_0^s P_{ij}(s-x)\psi(x)dx + \\ + \sum_{k=1}^m \alpha_{ik}P_{kj}(s) + \sum_{k=1}^n \beta_{jk}P_{ik}(s) \quad (6)$$

с граничными условиями

$$\lim_{s \rightarrow \infty} P_{ij}(s) = 1, \quad (7)$$

которые вытекают из того, что при неограниченном росте начального капитала компания выживает с вероятностью единица при любом начальном значении интенсивностей потоков премий и выплат.

Соответствующие (6) уравнения для вероятностей разорения имеют вид

$$(\lambda_i + \mu_j)G_{ij}(s) = \lambda_i \int_0^{\infty} G_{ij}(s+x)\varphi(x)dx + \mu_j \int_0^s G_{ij}(s-x)\psi(x)dx + \\ + \mu_j \int_s^{\infty} \psi(x)dx + \sum_{k=1}^m \alpha_{ik}G_{kj}(s) + \sum_{k=1}^n \beta_{jk}G_{ik}(s) \quad (8)$$

с граничными условиями

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G_{ij}(s) = 0.$$

3. Вероятности разорения при малой нагрузке страховой премии. Получить точное решение систем уравнений (6) и (8) в общем случае не удастся даже при $m=n=1$. Поэтому рассмотрим далее асимптотический случай, когда нагрузка страховой премии $\theta \ll 1$. Решение системы уравнений (15) будем искать в виде

$$G_{ij}(s) = C(\theta) f_{ij}(\theta s, \theta). \quad (9)$$

Относительно функций $f_{ij}(z, \theta)$ будем предполагать, что они являются дважды дифференцируемыми по своим аргументам. Будем также считать, что $\lim_{\theta \rightarrow 0} C(\theta) \neq 0$. Так как функция $C(\theta)$ произвольна, то на функции $f_{ij}(z, \theta)$ можно наложить дополнительное ограничение

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \pi_i \rho_j f_{ij}(0, \theta) = 1. \quad (10)$$

Раскладывая функции $f_{ij}(z, \theta)$ в ряд по малому параметру θ и подставляя разложения в систему уравнений (6), можно показать, что при $\theta \ll 1$ функции $f_{ij}(z, \theta)$, удовлетворяющие ограничению (10), имеют вид

$$f_{ij}(z, \theta) = \exp\left\{-\frac{A_2}{A_1} z\right\} + O(\theta),$$

где

$$A_1 = \frac{\lambda_0 a_2 + \mu_0 b_2}{2} - a^2 \sum_{k=1}^{m-1} \pi_k (\lambda_k - \lambda_0) \sum_{j=1}^{m-1} R_{kj} (\lambda_j - \lambda_0) - b^2 \sum_{k=1}^{n-1} \rho_k (\mu_k - \mu_0) \sum_{j=1}^{n-1} Q_{kj} (\mu_j - \mu_0),$$

$A_2 = \mu_0 b$, матрицы

$$Q = [Q_{ij}] = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{1,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \beta_{n-1,1} & \cdots & \beta_{n-1,n-1} \end{bmatrix}^{-1}, \quad R = [R_{ij}] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{1,m-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{m-1,1} & \cdots & \alpha_{m-1,m-1} \end{bmatrix}^{-1}.$$

Можно показать, что постоянная $A_1 > 0$. Таким образом, вероятность разорения

$$G_{ij}(s) = C(\theta) \exp\left\{-\frac{A_2}{A_1} \theta s\right\} + O(\theta).$$

Для определения функции $C(\theta)$ рассмотрим теперь систему уравнений (8) при $s = 0$. Из (8) при $s = 0$ получим, очевидно,

$$(\lambda_i + \mu_j) G_{ij}(0) = \lambda_i \int_0^{\infty} G_{ij}(x) \varphi(x) dx + \sum_{k=1}^m \alpha_{ik} G_{kj}(0) + \sum_{k=1}^n \beta_{jk} G_{ik}(0) + \mu_j. \quad (11)$$

Умножая уравнения системы (11) на π_i, ρ_j и складывая уравнения, получим, что

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \pi_i \rho_j (\lambda_i + \mu_j) G_{ij}(0) = \sum_{i=1}^m \pi_i \lambda_i \sum_{j=1}^n \rho_j \int_0^{\infty} G_{ij}(x) \varphi(x) dx + \mu_0.$$

Откуда

$$C(\theta) = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0 - \lambda_0 \int_0^{\infty} e^{-\frac{A_2}{A_1} \theta x} \varphi(x) dx}.$$

Таким образом, при $\theta \ll 1$ окончательно получаем, что вероятность разорения

$$G_{ij}(s) = \frac{\mu_0 \exp\left\{-\frac{A_2}{A_1} \theta s\right\}}{\lambda_0 + \mu_0 - \lambda_0 \int_0^{\infty} e^{-\frac{A_2}{A_1} \theta x} \varphi(x) dx} + O(\theta),$$

Учитывая в разложениях для функций $f_{ij}(z, \theta)$ члены, имеющие порядок θ^3 и т.д., можно улучшить точность построенной аппроксимации. Получающиеся выражения являются, однако, достаточно громоздкими и поэтому здесь не приводятся.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Panjer H.Y., Willmont G.E. Insurance Risk Models // Society of Actuaries, 1992. 442 p.
2. Наумов В.А. Марковские модели потоков требований // Системы массового обслуживания и информатика. М.: УДН, 1978. С. 67–73.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЗАЯВКАМИ

С.В. Лопухова

Томский государственный университет

Проблема надежности передачи и обработки информации влечет за собой усложнение современных телекоммуникационных и вычислительных систем. Исследование математических моделей, описывающих эти реальные процессы и явления, остается достаточно важной современной задачей. Использование для этой цели классических моделей потоков событий и систем массового обслуживания не дает желаемых результатов, так как необходимо, чтобы они не только адекватно описывали основные особенности реальных систем, но и учитывали различные факторы, способные вывести систему из строя.

Е. Геленбе, П. Глинн, К. Сигман [1] предложили концепцию отрицательных заявок. В связи с этим возникли системы массового обслуживания и сети, которые получили название G-системы и G-сети соответственно. Классическая отрицательная заявка, попадая в СМО, разрушает одну обычную заявку, стоящую в очереди, после чего обе заявки покидают систему. Позднее рассматривались СМО, в которых отрицательные заявки могли удалять группу заявок, ожидающих обслуживания в очереди или полностью опустошать очередь. Были введены понятия триггера, который выталкивает заявку из одного узла в другой и сигнала, который с определенной вероятностью может быть либо отрицательной заявкой, либо триггером.

До 2003 года в этой области известны исследования П.П. Бочарова, В.М. Вишневого [2] и J.R. Artalejo [3]. После 2003 года G-системы были усовершенствованы МАР-потоком на входе, марковским обслуживанием, специальными дисциплинами обслуживания и «убийства» заявок. Проводилось исследование систем с отрицательными заявками в дискретном времени [4, 5].

Исследование систем массового обслуживания с отрицательными заявками, которые не «убивают», а вытесняют заявки, поступившие в очередь (бункер), из которой те обслуживаются с относительным приоритетом проведено Р.В. Разумчиком [6, 7]. В этом случае рассматривалась однолинейная СМО с пуассоновскими потоками положительных и отрицательных заявок и экспоненциальным временем обслуживания. Многолинейная СМО с неограниченным накопителем, марковским входящим потоком и потоком отрицательных заявок и марковским (общим) процессом обслуживания всех заявок на приборах с числом состояний процесса и интенсивностями переходов между фазами, зависящими от числа заявок в системе, исследована в работе [8].

J.R. Artalejo, Гомез-Корралом, А.Н. Дудиным, В.И. Клименок, О.В. Семеновой, А.В. Казимирским рассматривались системы с потоком катастрофических сбоев, приводящих к мгновенному уходу всех запросов из системы.

Система с пуассоновскими потоками отрицательных и положительных заявок

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом приборов, на вход которой поступают два пуассоновских потока положительных и отрицательных заявок с интенсивностями λ_1 и λ_2 соответственно. В том случае, когда в системе все приборы свободны, и приходит положительная заявка, она занимает прибор для своего обслуживания, продолжительностью которого является случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону с параметром μ . Если в это время приходит отрицательная заявка, то она «убивает» одну положительную заявку, и обе заявки мгновенно покидают систему. В противном случае положительная заявка обслуживается и покидает систему. Если в системе нет положительных заявок, и приходит отрицательная, она также встает на прибор и начинает обслуживаться время, распределенное по экспоненциальному закону с параметром μ . Если в течение времени ее обслуживания приходит положительная заявка, она «убивается» стоящей на приборе отрицательной, и они вместе покидают систему. Таким образом, в системе могут одновременно обслуживаться только положительные или только отрицательные заявки. Подобные системы массового обслуживания хорошо описывают экономические ситуации, связанные с интернет-торговлей.

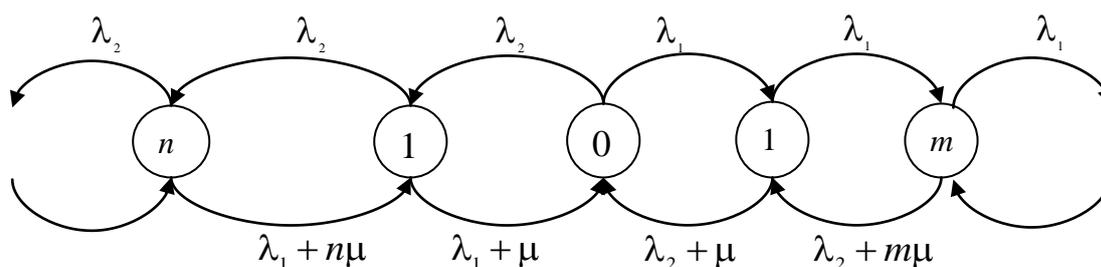


Рис. 1. СМО с отрицательными заявками

Пусть система функционирует в стационарном режиме. Обозначим процесс $i_1(t)$ – число положительных заявок в системе в момент времени t , $i_2(t)$ – число отрицательных заявок в системе в момент времени t , тогда стационарное распределение вероятностей значений процессов $i_1(t)$ и $i_2(t)$ обозначим $\pi_+(i) = P_+\{i_1(t) = i\}$, $\pi_-(i) = P_-\{i_2(t) = i\}$ соответственно.

Используя метод сечений графа, запишем:

$$(\lambda_2 + i\mu)\pi_+(i) = \lambda_1\pi_+(i-1);$$

$$\pi_+(i) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + i\mu} \pi_+(i-1). \quad (1)$$

Рекуррентно применим выражение (1) для $\pi_+(i-1)$. Получим

$$\pi_+(i) = \pi_+(0) \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + k\mu}. \quad (2)$$

Аналогично, распределение для отрицательных заявок примет вид

$$\pi_-(i) = \pi_-(0) \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + k\mu}. \quad (3)$$

Заметим, что $\pi_+(0) = \pi_-(0)$, тогда обозначим $\pi_+(0) = \pi_-(0) = \pi(0)$, так как в системе не могут одновременно быть положительные и отрицательные заявки. Используя условие нормировки, найдем $\pi(0)$.

$$\sum_{i=1}^{\infty} (\pi_+(i) + \pi_-(i)) + \pi(0) = 1; \quad (4)$$

$$P(0) \left(\sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^i \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + k\mu} + \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + k\mu} \right) + 1 \right) = 1. \quad (5)$$

Выражая из уравнения (5) $\pi(0)$, получим:

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\infty} \left(\prod_{k=1}^i \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + k\mu} + \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + k\mu} \right) + 1}. \quad (6)$$

Таким образом, найдены стационарные распределения числа положительных и отрицательных заявок в представленной системе.

Система с ММР-потоками отрицательных и положительных заявок

В условиях предыдущей задачи рассмотрим ММР-потоки отрицательных и положительных заявок, каждый из которых задан цепью Маркова $k(t)$ и $l(t)$, которые в свою очередь заданы матрицами инфинитезимальных характеристик $Q = [q_{vk}]$ и $R = [r_{pl}]$ для положительного и отрицательного потоков соответственно. Так же заданы неотрицательные числа λ_k для потока положительных заявок и γ_l для отрицательных.

Пусть система функционирует в стационарном режиме. Обозначим, аналогично предыдущей задаче, процесс $i_1(t)$ – число положительных зая-

вок в системе в момент времени t , $i_2(t)$ – число отрицательных заявок в системе в момент времени t .

При непуассоновском входящем потоке эти процессы являются немарковскими. В силу того, что на вход системы поступают ММР-потоки, четырехмерный случайный процесс $\{k(t), l(t), i_1(t), i_2(t)\}$ является четырехмерной цепью Маркова с непрерывным временем, что позволяет найти совместное стационарное распределение вероятностей

$$P\{k(t) = k, l(t) = l, i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\} = P(k, l, i_1, i_2), \quad (7)$$

из которого затем можно получить двумерное распределение

$$\pi(i_1, i_2) = \sum_l \sum_k P(k, l, i_1, i_2).$$

Рассмотрим распределение вероятностей процесса $\{k(t), l(t), i_1(t), i_2(t)\}$

$$P\{k(t) = k, l(t) = l, i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\} = P(k, l, i_1, i_2, t),$$

для которого нетрудно составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова и записать ее в стационарном режиме

$$\begin{aligned} & \sum_v P(v, l, 0, 0, t) q_{vk} + \sum_p P(k, p, 0, 0, t) r_{pl} + P(k, l, 1, 0, t)(\gamma_l + \mu) - \\ & - P(k, l, 0, 0, t)(\lambda_k + \gamma_l) + P(k, l, 0, 1, t)(\lambda_k + \mu) = 0; \\ & \sum_v P(v, l, i_1, 0, t) q_{vk} + \sum_p P(k, p, i_1, 0, t) r_{pl} - P(k, l, i_1, 0, t)(\lambda_k + \gamma_l) + \\ & + P(k, l, i_1 - 1, 0, t)\lambda_k + P(k, l, i_1 + 1, 0, t)\gamma_l + P(k, l, i_1 + 1, 0, t)(i_1 + 1)\mu = 0; \\ & \sum_v P(v, l, 0, i_2, t) q_{vk} + \sum_p P(k, p, 0, i_2, t) r_{pl} - P(k, l, 0, i_2, t)(\lambda_k + \gamma_l) + \\ & + P(k, l, 0, i_2 + 1, t)\lambda_k + P(k, l, 0, i_2 - 1, t)\gamma_l + P(k, l, 0, i_2 + 1, t)(i_2 + 1)\mu = 0. \end{aligned}$$

Решая полученную систему методом асимптотического анализа, можно найти распределение вероятностей числа отрицательных и положительных заявок в системе.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Gelenbe E., Glynn P., Sigman K. Queues with negative arrivals // Journal of Applied Probability. 1991. V. 28. P. 245–250.
2. Бочаров П.П., Виневский В.М. G-сети: развитие теории мультипликативных сетей // Автоматика и телемеханика. 2003. № 5.
3. Artalejo J.R. G-networks: A versatile approach for work removal in queueing networks // Eur. J. Oper. Res., 2000. V. 126. P. 233–249.
4. Li Ma. A Class of Geo|Geom|1 Discrete-time Queueing System with Negative Customers // Int. J. Nonlinear Sci., 2008. V. 5. № 3. P. 275–280.
5. Hyun Min Parka, Won Seok Yangb, Kyung Chul Chaea. The Geo|G|1 Queue with Negative Customers and Disasters // Stochastic Models, 2009. V. 25. Issue 4.

6. Печинкин А.В., Разумчик Р.В. Система массового обслуживания с отрицательными заявками и бункером для вытесненных заявок в дискретном времени // Автомат. и телемех., 2009. № 12. С. 109–120.

7. Манзо Р., Касконе Н., Разумчик Р.В. Экспоненциальная система массового обслуживания с отрицательными заявками и бункером для вытесненных заявок // Автомат. и телемех., 2008. № 9. С. 103–113.

8. Бочаров П.П., Д'Анчиче Ч., Манзо Р., Печинкин А.В. Анализ многолинейной марковской системы массового обслуживания с неограниченным накопителем и отрицательными заявками // Автомат. и телемех., 2007. № 1. С. 93–104.

ИССЛЕДОВАНИЕ АДАПТИВНОЙ RQ-СИСТЕМЫ С ВХОДЯЩИМ ММР-ПОТОКОМ ЗАЯВОК

Т.В. Любина, А.А. Назаров

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Адаптивной RQ-системой с входящим ММР-потокм заявок будем называть однолинейную систему массового обслуживания с источником повторных вызовов (ИПВ) и входящим марковским модулированным потоком (ММР-поток) заявок, управляемую адаптивным протоколом доступа [1].

На вход системы поступает ММР-поток [2], который определяется диагональной матрицей Λ условных интенсивностей ρ_{λ_n} и матрицей Q инфинитезимальных характеристик $q_{\nu n}$ цепи Маркова $n(t)$, управляющей ММР-потокм.

Заявка, заставшая прибор свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром μ . По завершении успешного обслуживания заявка покидает прибор. Если во время обслуживания некоторой заявки поступает другая, то в приборе возникает конфликт и обе заявки переходят в ИПВ. Из ИПВ после случайной задержки заявка с интенсивностью $1/T$, где T – состояние адаптера в текущий момент времени, вновь обращается к прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка становится на обслуживание, если же он занят, то вновь возникает конфликт заявок.

Состояние системы в момент времени t определяется цепью Маркова $\{k(t), n(t), i(t), T(t)\}$ [3], где $i(t)$ – число заявок в ИПВ, $n(t)$ – значения цепи Маркова, управляющей ММР-потокм заявок, а $k(t)$ определяет состояние прибора следующим образом

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен,} \\ 1, & \text{если прибор занят,} \end{cases}$$

адаптер с течением времени t свои состояния $T(t)$ меняет следующим образом

$$T(t + \Delta t) = \begin{cases} T(t) - \alpha \Delta t, & \text{если } k(t) = 0, \\ T(t) + \beta \Delta t, & \text{если } k(t) = 1, \end{cases}$$

где величины $\alpha > 0$, $\beta > 0$ – параметры адаптера, значения которых заданы.

Поэтому распределение вероятностей

$$P(k, i, n, T, t) = \partial P\{k(t) = k, n(t) = n, i(t) = i, T(t) < T\} / \partial T$$

удовлетворяет следующим равенствам

$$\left\{ \begin{array}{l} P(0, n, i, T - \alpha \Delta t, t + \Delta t) = (1 - \rho \lambda_n \Delta t) \left(1 - \frac{i}{T} \Delta t\right) (1 + q_{nn} \Delta t) P(0, n, i, T, t) + \\ + \mu \Delta t P(1, n, i, T, t) + \sum_{v \neq n} q_{vn} \Delta t P(0, v, i, T, t) + o(\Delta t), \\ P(1, n, i, T + \beta \Delta t, t + \Delta t) = (1 - \rho \lambda_n \Delta t) (1 - \mu \Delta t) (1 + q_{nn} \Delta t) P(1, n, i, T, t) + \\ + \frac{i+1}{T} \Delta t P(0, n, i+1, T, t) + \rho \lambda_n \Delta t P(0, n, i, T, t) + \rho \lambda_n \Delta t P(1, n, i-1, T, t) + \\ + \sum_{v \neq n} q_{vn} \Delta t P(1, v, i, T, t) + o(\Delta t), \end{array} \right.$$

применяя которые, составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P(0, n, i, T, t)}{\partial t} - \alpha \frac{\partial P(0, n, i, T, t)}{\partial T} = - \left(\rho \lambda_n + \frac{i}{T} \right) P(0, n, i, T, t) + \\ + \mu P(1, n, i, T, t) + \sum_v P(0, v, i, T, t) q_{vn}, \\ \frac{\partial P(1, n, i, T, t)}{\partial t} + \beta \frac{\partial P(0, n, i, T, t)}{\partial T} = - (\rho \lambda_n + \mu) P(1, n, i, T, t) + \\ + \frac{i+1}{T} P(0, n, i+1, T, t) + \rho \lambda_n P(0, n, i, T, t) + \\ + \rho \lambda_n P(1, n, i-1, T, t) + \sum_v P(1, v, i, T, t) q_{vn}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Запишем систему (1) для стационарного распределения:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\alpha \frac{\partial P(0, n, i, T)}{\partial T} = - \left(\rho \lambda_n + \frac{i}{T} \right) P(0, n, i, T) + \mu P(1, n, i, T) + \sum_v P(0, v, i, T) q_{vn}, \\ \beta \frac{\partial P(1, n, i, T)}{\partial T} = - (\rho \lambda_n + \mu) P(1, n, i, T) + \rho \lambda_n P(0, n, i, T) + \\ + \rho \lambda_n P(1, n, i-1, T) + \frac{i+1}{T} P(0, n, i+1, T) + \sum_v P(1, v, i, T) q_{vn}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Для дальнейшего исследования систему (2) перепишем в матричном виде, обозначив

$$P(0, i, T) = \{P(0, 1, i, T), P(0, 2, i, T), \dots, P(0, N, i, T)\},$$

$$P(1, i, T) = \{P(1, 1, i, T), P(1, 2, i, T), \dots, P(1, N, i, T)\},$$

получим

$$\left\{ \begin{array}{l} -\alpha \frac{\partial P(0,i,T)}{\partial T} = P(0,i,T) \left(Q - \rho\Lambda - \frac{i}{T} I \right) + P(1,n,i,T)\mu I, \\ \beta \frac{\partial P(1,i,T)}{\partial T} = P(1,i,T)(Q - \rho\Lambda - \mu I) + P(0,i,T)\rho\Lambda + P(1,i-1,T)\rho\Lambda + \\ + P(0,i+1,T) \frac{i+1}{T}. \end{array} \right. \quad (3)$$

Чтобы решить систему (3), определим характеристические функции

$$H_k(u_1, u_2) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-u_1 i} \int_0^{\infty} e^{-u_2 T} P(k, i, T) dT. \quad (4)$$

Из системы (3), с учетом равенства (4), получаем следующую систему для функций $H_k(u_1, u_2)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0(u_1, u_2)(Q - \rho\Lambda + \alpha u_2 I) + \int_{u_2}^{\infty} \frac{\partial H_0(u_1, x)}{\partial u_1} dx + \\ + H_1(u_1, u_2)\mu = -\alpha u_2 H_0(u_1, u_2), \\ H_1(u_1, u_2)(Q - \rho\Lambda - \mu I - \beta u_2 I) - e^{u_1} \int_{u_2}^{\infty} \frac{\partial H_0(u_1, x)}{\partial u_1} dx + \\ + H_0(u_1, u_2)\rho\Lambda + \rho e^{-u_1} H_1(u_1, u_2)\Lambda = \beta u_2 H_1(u_1, u_2). \end{array} \right. \quad (5)$$

Определение. Пропускной способностью сети связи называется точная верхняя граница S тех значений загрузки ρ , для которых в математической модели сети связи существует стационарный режим.

Для нахождения значения величины S и других характеристик модели исследование системы (5) выполнялось методом асимптотического анализа в условии большой загрузки системы $\rho \uparrow S$. Обозначив $\varepsilon = S - \rho$ и полагая $\varepsilon \rightarrow 0$, в системе (5) выполним замены:

$$\rho = S - \varepsilon, \quad u_1 = \varepsilon w_1, \quad u_2 = \varepsilon w_2, \\ H_0(u_1, u_2) = F_0(w_1, w_2, \varepsilon), \quad H_1(u_1, u_2) = F_1(w_1, w_2, \varepsilon),$$

получим

$$\left\{ \begin{array}{l} F_0(w_1, w_2, \varepsilon)(Q - (s + \varepsilon)\Lambda + \alpha \varepsilon w_2 I) + \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x, \varepsilon)}{\partial w_1} dx + F_1(w_1, w_2, \varepsilon)\mu = \\ = -\alpha \varepsilon w_2 F_0(w_1, w_2, \varepsilon), \\ F_1(w_1, w_2, \varepsilon)(Q - (s + \varepsilon)\Lambda - \mu I - \beta \varepsilon w_2 I) - e^{\varepsilon w_1} \int_{w_2}^{\infty} \frac{\partial F_0(w_1, x, \varepsilon)}{\partial w_1} dx + \\ + F_0(w_1, w_2, \varepsilon)(s + \varepsilon)\Lambda + (s + \varepsilon)e^{-\varepsilon w_1} F_1(w_1, w_2, \varepsilon)\Lambda = \beta \varepsilon w_2 F_1(w_1, w_2, \varepsilon). \end{array} \right. \quad (6)$$

В результате решения системы (6) получена характеристическая функция для распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов, а также найдено значение S пропускной способности системы.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А. Адаптивные сети случайного доступа // Науч. ред. В.А. Силич. Томск: Дельтаплан, 2002. 254 с.
2. Назаров А.А., Мусеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 112 с.
3. Назаров, А.А., Тертугов А.Ф. Теория вероятностей и случайных процессов: Учеб. пос. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 204 с.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ RQ-СИСТЕМЫ M|M|1 В УСЛОВИИ БОЛЬШОЙ ЗАГРУЗКИ

Е.А. Мусеева, А.А. Назаров

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Национальный исследовательский Томский государственный университет*

Ситуации повторных обращений требований к обслуживающему прибору достаточно часто встречаются в различных сферах человеческой деятельности. Одним из примеров может быть блокировка в условиях доступа к общим ресурсам в информационных системах. Математической моделью процессов, описывающих такие ситуации, являются RQ-системы (Retrial Queueing System) [1, 2].

Рассмотрим (рис. 1) однолинейную RQ-систему с источником повторных вызовов (ИПВ), на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ , а время обслуживания каждой заявки распределено по экспоненциальному закону с параметром μ . Если поступившая заявка застаёт прибор свободным, то она занимает его для обслуживания. Если прибор занят, то заявка переходит в ИПВ, где осуществляет случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ . Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь обращается к обслуживающему прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка из ИПВ занимает его для обслуживания, в противном случае заявка мгновенно возвращается в источник повторных вызовов для реализации следующей задержки.

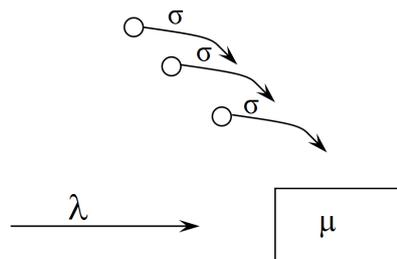


Рис. 1. Однолинейная RQ-система

Пусть $i(t)$ – число заявок в ИПВ, а $k(t)$ – определяет состояние прибора следующим образом

$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{если прибор свободен,} \\ 1, & \text{если прибор занят.} \end{cases}$$

Обозначим $P\{k(t)=k, i(t)=i\} = P(k, i, t)$ вероятность того, что в момент времени t прибор находится в состоянии k , и в источнике повторных вызовов находится i заявок. Причем процесс $\{k(t), i(t)\}$ изменения состояний данной системы во времени является марковским.

Для распределения вероятностей $P(k, i, t)$ состояний $\{k, i\}$ рассматриваемой RQ-системы составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial P(0, i, t)}{\partial t} = \mu P(1, i, t) - (\lambda + i\sigma)P(0, i, t), \\ \frac{\partial P(1, i, t)}{\partial t} = \lambda P(0, i, t) + (i+1)\sigma \cdot P(0, i+1, t) - (\lambda + \mu)P(1, i, t) + \lambda P(1, i-1, t). \end{cases} \quad (1)$$

В стационарном режиме система (1) примет вид

$$\begin{cases} \mu P(1, i) - (\lambda + i\sigma)P(0, i) = 0, \\ \lambda P(0, i) + (i+1)\sigma \cdot P(0, i+1) - (\lambda + \mu)P(1, i) + \lambda P(1, i-1) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $P(k, i, t) \equiv P(k, i)$.

Решим систему (2) численно. Для этого введем обозначение

$$v(k, i) = \frac{P(k, i)}{P(0, 0)}.$$

Преобразуя систему, получим

$$\begin{cases} \mu v(1, i) - (\lambda + i\sigma)v(0, i) = 0, \\ \lambda v(0, i) + (i+1)\sigma \cdot v(0, i+1) - (\lambda + \mu)v(1, i) + \lambda v(1, i-1) = 0, \end{cases}$$

где $i = 1, 2, \dots, N-1$.

Рассмотрим отдельно случай, когда $i = 0$. Тогда $v(0, 0) \equiv 1$, а система примет вид

$$\begin{cases} \mu v(1, 0) - \lambda = 0, \\ \lambda + \sigma \cdot v(0, 1) - (\lambda + \mu) \cdot v(1, 0) = 0. \end{cases}$$

В случае, когда $i = N$, система имеет вид

$$\begin{cases} \mu v(1, N) - (\lambda + N\sigma)v(0, N) = 0, \\ \lambda v(0, N) - \mu v(1, N) + \lambda v(1, N-1) = 0. \end{cases}$$

Реализуем программу рекуррентной процедуры последовательного вычисления $v(k, i)$.

Обозначим $R(i)$ – распределение вероятностей числа заявок i в ИПВ, полученное при численном решении системы.

$$R(i) = \frac{v(0, i) + v(1, i)}{\sum_{n=0}^N \{v(0, n) + v(1, n)\}}.$$

Можно показать, что характеристическая функция в асимптотическом условии $\frac{\lambda}{\mu} = \rho \uparrow 1$ имеет вид: $h(u) = \left(1 - j \frac{u}{1-\rho}\right)^{\frac{\mu+\sigma}{\sigma}}$, что представляет собой характеристическую функцию γ -распределения $(1 - \frac{ju}{\beta})^{-\alpha}$ с параметрами $\alpha = \frac{\mu+\sigma}{\sigma}$ и $\beta = 1-\rho$. Тогда асимптотическое распределение $P(i)$ может быть найдено, используя свойства γ -распределения.

С помощью математического пакета MathCad 15 было построено распределение вероятностей числа заявок в ИПВ $i = \overline{0,100}$, полученное численно, для различных значений параметров $\lambda, \sigma, \rho, \mu$. Приведем примеры, иллюстрирующие расхождение между численным и асимптотическим распределениями, для нескольких случаев.

Рассмотрим случай, когда $\rho = 0.9, \sigma = 2, \lambda = \rho, \mu = 1$. На рис. 2 изображены полученные распределения вероятностей $R(i)$ и $P(i)$ числа заявок i в ИПВ.

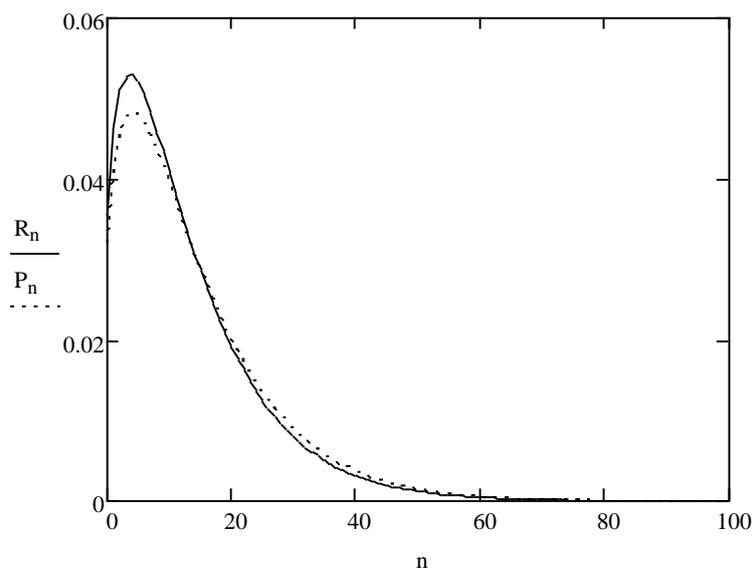


Рис. 2. Расхождение между численным и асимптотическим распределениями при $\rho = 0.9, \sigma = 2, \lambda = \rho, \mu = 1$

Определим расстояние Колмогорова между распределениями:

$$\Delta = \max_{0 \leq i < \infty} \left| \sum_{v=0}^i R(v) - \sum_{v=0}^i P(v) \right|;$$

$\Delta = 0.05$.

Рассмотрим случай, когда $\rho = 0.9, \sigma = 1, \lambda = \rho, \mu = 1$. На рис. 3 изображены полученные распределения вероятностей $R(i)$ и $P(i)$ числа заявок i в ИПВ.

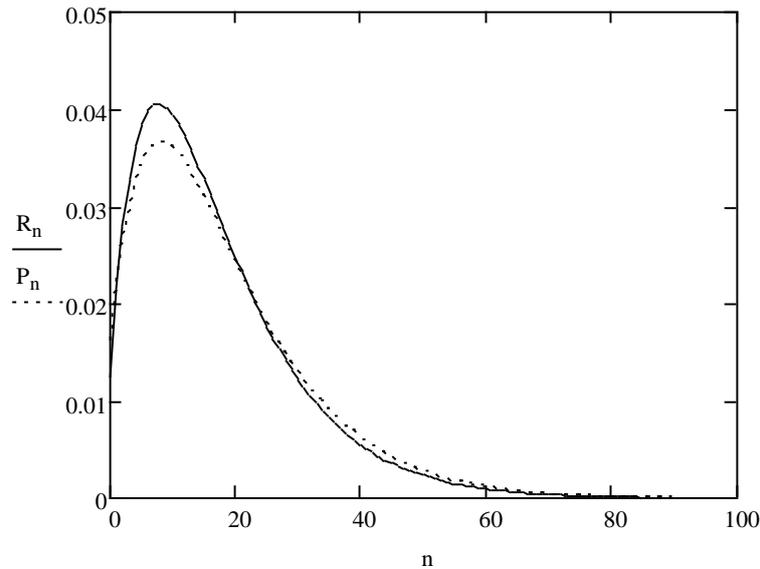


Рис. 3. Расхождение между численным и асимптотическим распределениями при $\rho=0.9$, $\sigma=1$, $\lambda=\rho$, $\mu=1$

Определим расстояние Колмогорова между распределениями:

$$\Delta = \max_{0 \leq i < \infty} \left| \sum_{v=0}^i R(v) - \sum_{v=0}^i P(v) \right|;$$

$\Delta = 0.039$.

Рассмотрим случай, когда $\rho=0.9$, $\sigma=0.1$, $\lambda=\rho$, $\mu=1$. На рис. 4 изображены полученные распределения вероятностей $R(i)$ и $P(i)$ числа заявок i в ИПВ.

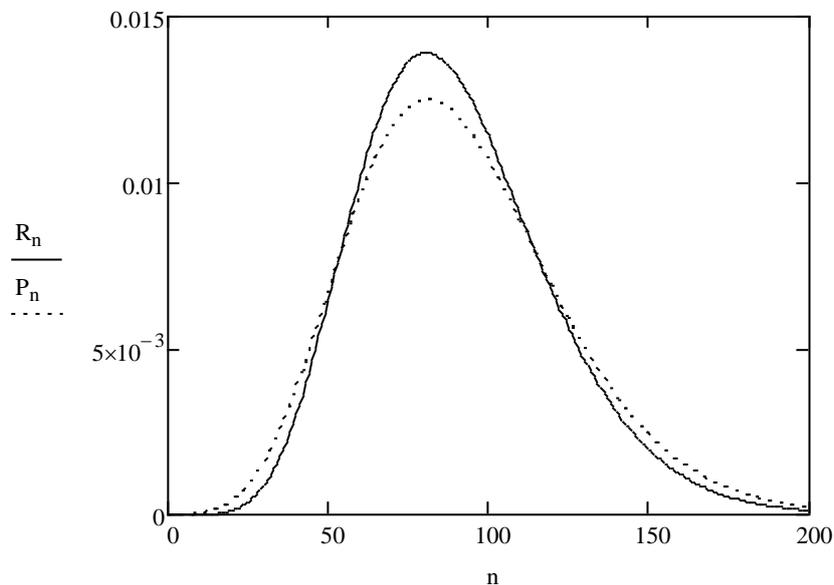


Рис. 4. Расхождение между численным и асимптотическим распределениями при $\rho=0.9$, $\sigma=0.1$, $\lambda=\rho$, $\mu=1$

Определим расстояние Колмогорова между распределениями:

$$\Delta = \max_{0 \leq i < \infty} \left| \sum_{v=0}^i R(v) - \sum_{v=0}^i P(v) \right|;$$

$\Delta = 0.029$.

Рассмотрим случай, когда $\rho = 0.95$, $\sigma = 0.1$, $\lambda = \rho$, $\mu = 1$. На рис. 5 изображены полученные распределения вероятностей $R(i)$ и $P(i)$ числа заявок i в ИПВ.

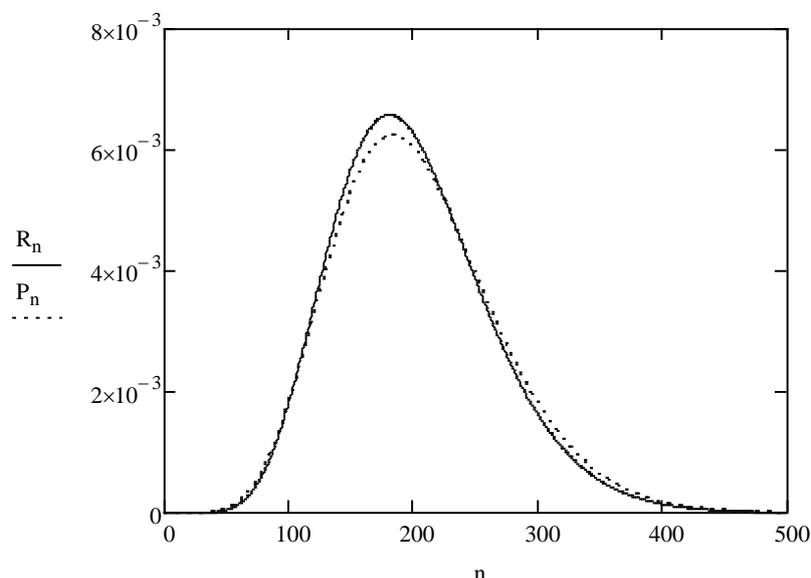


Рис. 5. Расхождение между численным и асимптотическим распределениями при $\rho = 0.95$, $\sigma = 0.1$, $\lambda = \rho$, $\mu = 1$

Определим расстояние Колмогорова между распределениями:

$$\Delta = \max_{0 \leq i < \infty} \left| \sum_{v=0}^i R(v) - \sum_{v=0}^i P(v) \right|;$$

$\Delta = 0,025$.

Таким образом, в работе была численно исследована математическая модель RQ-системы M|M|1. Полученное распределение вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов было сравнено с асимптотическим. Построены графики данных распределений.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Falin G.L., Templeton J.G.C. Retrial queues. London: Chapman & Hall, 1997.
2. Artolejo J.R., Gomez-Corral A. Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. Springer, 2008.
3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Пер. с англ. И.И. Грушко; ред. В. И. Нейман. М.: Машиностроение, 1979. С. 43–71.

МЕТОД АСИМПТОТИЧЕСКИХ СЕМИИНВАРИАНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ SM|M| ∞

А.А. Назаров, И.А. Семенова

Томский государственный университет

Рассмотрим систему массового обслуживания SM|M| ∞ с неограниченным числом приборов. На вход системы поступает полумарковский по-

ток заявок, заданный полумарковской матрицей $A(x)$. Продолжительности обслуживания различных заявок стохастически независимы, одинаково распределены и имеют экспоненциальное распределение с параметром μ . Поступившая заявка занимает любой из свободных приборов, завершив обслуживание, заявка покидает систему.

Случайный поток однородных событий

$$t_1 < t_2 < \dots < t_n < t_{n+1} < \dots$$

будем называть [1] полумарковским или SM-поток, заданным матрицей $A(x)$, если для моментов t_n наступления его событий выполняется следующее равенство

$$t_{n+1} = t_n + \tau(n+1).$$

Рассмотрим трёхмерный случайный процесс $\{s(t), z(t), i(t)\}$, который является марковским с непрерывным временем, где $z(t)$ – длина интервала от момента времени t до момента наступления очередного события в SM-потоке, а дискретный процесс $s(t)$ определяется аналогично полумарковскому процессу $k(t)$ равенством $s(t) = \xi(n+1)$, если $t_n < t \leq t_{n+1}$ и является непрерывным слева.

Для распределения вероятностей

$$P(s, z, i, t) = P\{s(t) = s, z(t) < z, i(t) = i\}$$

нетрудно составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова в стационарном режиме

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(s, z, i)}{\partial z} - \frac{\partial P(s, 0, i)}{\partial z} - i\mu P(s, z, i) + \mu(i+1)P(s, z, i+1) + \\ + \sum_v \frac{\partial P(v, 0, i-1)}{\partial z} A_{vs}(z) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Применяя (1), составим систему уравнений, определяющих характеристические функции

$$H(s, z, u) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{ju i} P(s, z, i),$$

для $H(s, z, u)$ получим уравнение

$$\frac{\partial H(s, z, u)}{\partial z} - \frac{\partial H(s, 0, u)}{\partial z} + \mu j(1 - e^{-ju}) \frac{\partial H(s, z, u)}{\partial u} + e^{ju} \sum_v \frac{\partial H(v, 0, u)}{\partial z} A_{vs}(z) = 0,$$

откуда перепишем эту систему в матричном виде

$$\frac{\partial H(z, u)}{\partial z} + \frac{\partial H(0, u)}{\partial z} (e^{ju} A(z) - I) + \mu j(1 - e^{-ju}) \frac{\partial H(z, u)}{\partial u} = 0, \quad (2)$$

в котором вектор-строка $H(z, u)$ имеет вид

$$H(z, u) = \{H(1, z, u), H(2, z, u), \dots\}.$$

Решение $H(z, u)$ уравнения (2) удовлетворяет условию

$$H(z, 0) = R(z),$$

где $R(z)$ – стационарное распределение вероятностей значений двумерного случайного процесса $\{s(t), z(t)\}$. Известно, что распределение $R(z)$ имеет вид [2]

$$R(z) = \kappa_1 r \int_0^z (P - A(x)) dx,$$

где $A(x)$ – полумарковская матрица;

P – стохастическая матрица вероятностей переходов вложенной цепи Маркова;

r – стационарное распределение вероятностей значений вложенной цепи Маркова, а величина κ_1 определяется равенством

$$\kappa_1 = \frac{1}{rAE},$$

где матрица A определяется равенством

$$A = \int_0^\infty (P - A(x)) dx.$$

Уравнение (2) будем решать методом асимптотических семиинвариантов [3] в условии растущего времени обслуживания $\mu \rightarrow 0$.

Асимптотика первого порядка. Для нахождения асимптотики первого порядка обозначим $\mu = \varepsilon$, и в уравнении (2) выполним замены [4]

$$u = \varepsilon w, \quad H(z, u) = F_1(z, w, \varepsilon), \quad (3)$$

для $F_1(z, w, \varepsilon)$ получим уравнение

$$\frac{\partial F_1(z, w, \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial F_1(0, w, \varepsilon)}{\partial z} (e^{j\varepsilon w} A(z) - I) + j(1 - e^{-j\varepsilon w}) \frac{\partial F_1(z, w, \varepsilon)}{\partial w} = 0. \quad (4)$$

Теорема 1. *Предельное, при $\varepsilon \rightarrow 0$, значение $F_1(z, w)$ решения $F_1(z, w, \varepsilon)$ уравнения (4) имеет вид*

$$F_1(z, w) = R(z) \cdot \exp\{jw\kappa_1\},$$

где вектор-функция $R(z)$ и параметр κ_1 определены выше.

Доказательство.

В уравнении (4) выполним предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$, получим уравнение

$$\frac{\partial F_1(z, w)}{\partial z} + \frac{\partial F_1(0, w)}{\partial z} (A(z) - I) = 0,$$

решение $F_1(z, w)$ которого запишем в виде произведения

$$F_1(z, w) = R(z) \Phi_1(w), \quad (5)$$

где $R(z)$ определено выше, а функцию $\Phi_1(w)$ определим следующим образом. В уравнении (4) выполним предельный переход при $z \rightarrow \infty$ и покомпонентное суммирование векторов; получим равенство

$$j(1 - e^{-j\varepsilon w}) \frac{\partial F_1(z, w, \varepsilon)}{\partial w} E + \frac{\partial F_1(0, w, \varepsilon)}{\partial z} E (e^{j\varepsilon w} - 1) = 0,$$

поделив левую и правую части которого на ε и выполнив предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$, получим

$$j(jw) \frac{\partial F_1(\infty, w)}{\partial w} E + \frac{\partial F_1(0, w)}{\partial z} E(jw) = 0.$$

Сократив это выражение на jw и подставив в него (5), получим для скалярной функции $\Phi_1(w)$ уравнение

$$\frac{\partial \Phi_1(w)}{\partial w} = j \frac{\partial R(0)}{\partial z} E \Phi_1(w) = \kappa_1 j \Phi_1(w),$$

решение которого удовлетворяет начальному условию $\Phi_1(0) = 1$, и имеет вид

$$\Phi_1(w) = \exp\{jw\kappa_1\}.$$

В силу произведения (5), запишем

$$F_1(z, w) = R(z) \cdot \exp\{jw\kappa_1\}.$$

Теорема доказана.

Найденные функции $F_1(z, w)$ служат основой построения асимптотики первого порядка. Выполнив в этих функциях обратные к (3) замены, можно записать равенство для функций $H(z, u)$:

$$H(z, u) = F_1(z, w, \varepsilon) \approx F_1(z, w) = R(z) \cdot \exp\{jw\kappa_1\} = R(z) \cdot \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu}\right\},$$

из которого для характеристической функции величины $i(t)$ в стационарном режиме, запишем

$$Me^{ju i(t)} = H(\infty, u) E = \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu}\right\}.$$

Определение. Функцию

$$h_1(u) = \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu}\right\}$$

будем называть асимптотикой первого порядка характеристической функции числа занятых приборов в системе, а величину κ_1/μ – асимптотическим семиинвариантом первого порядка.

Асимптотика второго порядка. Для нахождения асимптотики второго порядка в уравнении (2) выполним замену

$$H(z, u) = H_2(z, u) \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu}\right\},$$

тогда для функции $H_2(z, u)$ получим уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_2(z, u)}{\partial z} + \frac{\partial H_2(0, u)}{\partial z} (e^{ju} A(z) - I) + \\ & + \mu j (1 - e^{-ju}) \frac{\partial H_2(z, u)}{\partial u} - \kappa_1 (1 - e^{-ju}) H_2(z, u) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В системе (6) обозначим $\mu = \varepsilon^2$, и выполним замены

$$u = \varepsilon w, \quad H_2(z, u) = F_2(z, w, \varepsilon), \quad (7)$$

для $F_2(z, w, \varepsilon)$ получим уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F_2(z, w, \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial F_2(0, w, \varepsilon)}{\partial z} (e^{j\varepsilon w} A(z) - I) + \\ & + j\varepsilon(1 - e^{-j\varepsilon w}) \frac{\partial F_2(z, w, \varepsilon)}{\partial w} - \kappa_1(1 - e^{-j\varepsilon w}) F_2(z, w, \varepsilon) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично теореме 1, была сформулирована следующая теорема.

Теорема 2. *Предельное, при $\varepsilon \rightarrow 0$, значение $F_2(z, w)$ решения $F_2(z, w, \varepsilon)$ уравнения (8) имеет вид*

$$F_2(z, w) = R(z) \cdot \exp\left\{\frac{(jw)^2}{2} \kappa_2\right\},$$

где величина κ_2 определяется равенством

$$\kappa_2 = \kappa_1 + \frac{\partial f_2(0)}{\partial z} E,$$

а вектор функция $f_2(z)$ удовлетворяет условию $f_2(\infty)E = 0$ и является решением уравнения

$$\frac{\partial f_2(z)}{\partial z} + \frac{\partial f_2(0)}{\partial z} (A(z) - I) + \frac{\partial R(0)}{\partial z} A(z) - \kappa_1 R(z) = 0.$$

Найденные функции $F_2(z, w)$, служат основой построения асимптотики второго порядка. Выполнив в этих функциях обратные к (7) замены, можно записать равенство для функций $H_2(z, u)$:

$$H_2(z, u) = F_2(z, w, \varepsilon) \approx F_2(z, w) = R(z) \cdot \exp\left\{\frac{(jw)^2}{2} \kappa_2\right\} = R(z) \cdot \exp\left\{\frac{(ju)^2}{2} \frac{\kappa_2}{\mu}\right\},$$

из которого для характеристической функции величины $i(t)$ в стационарном режиме, запишем

$$Me^{ju(t)} = H(\infty, u)E = \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu} + \frac{(ju)^2}{2} \frac{\kappa_2}{\mu}\right\}.$$

Определение. Функцию

$$h_2(u) = \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu} + \frac{(ju)^2}{2} \frac{\kappa_2}{\mu}\right\}$$

будем называть асимптотикой второго порядка характеристической функции числа занятых приборов в системе, а величину κ_2/μ – асимптотическим семиинвариантом второго порядка.

Асимптотика третьего порядка. Для нахождения асимптотики третьего порядка в уравнении (6) выполним замену

$$H_2(z, u) = H_3(z, u) \exp\left\{\frac{(ju)^2}{2} \frac{\kappa_2}{\mu}\right\},$$

тогда для функции $H_3(z, u)$ получим уравнение

$$\frac{\partial H_3(z, u)}{\partial z} + \frac{\partial H_3(0, u)}{\partial z} (e^{ju} A(z) - I) + \mu j (1 - e^{-ju}) \frac{\partial H_3(z, u)}{\partial u} - (1 - e^{-ju}) (\kappa_1 + j\mu\kappa_2) H_3(z, u) = 0. \quad (9)$$

В системе (9) обозначим $\mu = \varepsilon^3$ и выполним замены

$$u = \varepsilon w, \quad H_3(z, u) = F_3(z, w, \varepsilon), \quad (10)$$

для $F_3(z, w, \varepsilon)$ получим уравнение

$$\frac{\partial F_3(z, w, \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial F_3(0, w, \varepsilon)}{\partial z} (e^{j\varepsilon w} A(z) - I) + j\varepsilon^2 (1 - e^{-j\varepsilon w}) \frac{\partial F_3(z, w, \varepsilon)}{\partial w} - (1 - e^{-j\varepsilon w}) (\kappa_1 + j\varepsilon w \kappa_2) F_3(z, w, \varepsilon) = 0. \quad (11)$$

Теорема 3. *Предельное, при $\varepsilon \rightarrow 0$, значение $F_3(z, w)$ решения $F_3(z, w, \varepsilon)$ уравнения (11) имеет вид*

$$F_3(z, w) = R(z) \cdot \exp\left\{\frac{(jw)^3}{6} \kappa_3\right\},$$

где величина κ_3 определяется равенством

$$\kappa_3 = \kappa_2 + \frac{\partial f_2(0)}{\partial z} E + \frac{\partial f_3(0)}{\partial z} E,$$

а вектор функция $f_3(z)$ удовлетворяет условию $f_3(\infty) = 0$ и является решением уравнения

$$\frac{\partial f_3(z)}{\partial z} + \frac{\partial f_3(0)}{\partial z} (A(z) - I) + 2 \frac{\partial f_2(z)}{\partial z} A(z) - 2\kappa_2 R(z) = 0.$$

Найденные функции $F_3(z, w)$, служат основой построения асимптотики третьего порядка. Выполнив в этих функциях обратные к (10) замены, можно записать равенство для функций $H_2(z, u)$:

$$H_3(z, u) = F_3(z, w, \varepsilon) \approx F_3(z, w) = R(z) \cdot \exp\left\{\frac{(jw)^3}{6} \kappa_3\right\} = R(z) \cdot \exp\left\{\frac{(ju)^3}{6} \frac{\kappa_3}{\mu}\right\},$$

из которого для характеристической функции величины $i(t)$ в стационарном режиме, запишем

$$M e^{jui(t)} = H(\infty, u) E = \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu} + \frac{(ju)^2}{2} \frac{\kappa_2}{\mu} + \frac{(ju)^3}{6} \frac{\kappa_3}{\mu}\right\}.$$

Определение. Функцию

$$h_3(u) = \exp\left\{ju \frac{\kappa_1}{\mu} + \frac{(ju)^2}{2} \frac{\kappa_2}{\mu} + \frac{(ju)^3}{6} \frac{\kappa_3}{\mu}\right\}$$

будем называть асимптотикой третьего порядка характеристической функции числа занятых приборов в системе, а величину κ_3/μ – асимптотическим семиинвариантом третьего порядка.

Таким образом, проведено исследование системы массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов и полумар-

ковским входящим потоком методом асимптотического анализа до третьего порядка.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М.: Сов. радио, 1967. 298 с.
2. Лопухова С.В. Асимптотические и численные методы исследования специальных потоков однородных событий: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2008.
3. Назаров А.А., Семенова И.А. Исследование систем массового обслуживания с повторными вызовами методом асимптотического анализа // Автометрия, 2011. С. 104–113.
4. Назаров А.А., Моисеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 112 с.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ RQ-СИСТЕМ С КОНФЛИКТАМИ ЗАЯВОК

А.А. Назаров, Е.А. Судыко

Томский государственный университет

В данной работе рассмотрены численные алгоритмы для исследования RQ-систем в допредельных ситуациях, а также предложен комплекс проблемно-ориентированных программ для решения проблемы исследования RQ-систем с конфликтами заявок.

Численное исследование немарковской RQ-системы с конфликтами заявок и с простейшим входящим потоком

Рассмотрим немарковскую RQ-систему с конфликтами заявок, на вход которой поступает простейший поток заявок.

Двумерный случайный процесс $\{k(t), i(t)\}$ изменения во времени состояний $\{k, i\}$ рассматриваемой RQ-системы является немарковским, поэтому для значения $k(t)=1$ (состояние занятости прибора) определим дополнительную переменную $z(t)$, равную длине интервала от момента t до момента окончания обслуживания заявки, стоящей на приборе в момент времени t .

Тогда обозначим $P\{k(t)=0, i(t)=i\} = P(0, i, t)$

вероятность того, что прибор в момент времени t свободен ($k(t)=0$), и в источнике повторных вызовов находится i заявок, а

$$P\{k(t)=1, z(t) < z, i(t)=i\} = P(1, z, i, t) -$$

вероятность того, что прибор в момент времени t занят ($k(t)=1$); до конца обслуживания заявки, стоящей на приборе в момент времени t , осталось время, меньшее, чем z , и в источнике повторных вызовов находится i заявок.

Перепишем второе уравнение системы дифференциальных уравнений Колмогорова для стационарного случая

$$\begin{cases} (\lambda + i\sigma)P(0, i) = \lambda P(1, \infty, i - 2) + (i - 1)\sigma P(1, \infty, i - 1) + \frac{\partial P(1, 0, i)}{\partial z}, \\ (\lambda + i\sigma)P(1, z, i) = \lambda P(0, i)B(z) + \sigma(i + 1)P(0, i + 1)B(z) - \frac{\partial P(1, 0, i)}{\partial z} + \frac{\partial P(1, z, i)}{\partial z} \end{cases} \quad (1)$$

в виде

$$P(1, z, i) = e^{(\lambda + i\sigma)z} \int_0^z e^{-(\lambda + i\sigma)x} \left\{ \frac{\partial P(1, 0, i)}{\partial z} - [\lambda P(0, i) + \sigma(i + 1)P(0, i + 1)]B(x) \right\} dx. \quad (2)$$

Так как первый сомножитель в правой части последнего равенства неограниченно возрастает при $z \rightarrow \infty$, а $P(1, z, i)$ в левой части равенства имеет конечный предел, то для второго сомножителя в правой части (2) можно записать равенство

$$\int_0^\infty e^{-(\lambda + i\sigma)x} \left\{ \frac{\partial P(1, 0, i)}{\partial z} - [\lambda P(0, i) + \sigma(i + 1)P(0, i + 1)]B(x) \right\} dx = 0,$$

из которого нетрудно получить

$$\frac{\partial P(1, 0, i)}{\partial z} = [\lambda P(0, i) + \sigma(i + 1)P(0, i + 1)]B^*(\lambda + i\sigma), \quad (3)$$

где $B^*(\alpha) = \int_0^\infty e^{-\alpha x} dB(x)$ – преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения $B(x)$.

Подставляя выражение (3) в (2) и выполняя в полученном равенстве предельный переход при $z \rightarrow \infty$, получим

$$P(1, i) = \frac{1}{\lambda + i\sigma} [\lambda P(0, i) + \sigma(i + 1)P(0, i + 1)](1 - B^*(\lambda + i\sigma)). \quad (4)$$

Найденное выражение (3) подставим в первое уравнение системы (1), получим

$$\begin{aligned} (\lambda + i\sigma)P(0, i) &= \lambda P(1, \infty, i - 2) + (i - 1)\sigma P(1, \infty, i - 1) + \\ &+ [\lambda P(0, i) + \sigma(i + 1)P(0, i + 1)]B^*(\lambda + i\sigma). \end{aligned}$$

Выразив из этого равенства величину $P(0, i + 1)$, получим линейное однородное уравнение

$$\begin{aligned} P(0, i + 1) &= \\ &= \frac{(\lambda + i\sigma)P(0, i) - \lambda P(1, \infty, i - 2) - (i - 1)\sigma P(1, \infty, i - 1) - \lambda P(0, i)B^*(\lambda + i\sigma)}{\sigma(i + 1)B^*(\lambda + i\sigma)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналогично основным уравнениям (2) и (4) нетрудно получить начальные условия для $i=0, 1, 2$

$$P(0, 1) = \frac{\lambda P(0, 0)[1 - B^*(\lambda)]}{\sigma B^*(\lambda)},$$

$$P(1, 0) = \frac{1}{\lambda} [\lambda P(0, 0) + \sigma P(0, 1)](1 - B^*(\lambda));$$

$$P(0, 2) = \frac{(\lambda + \sigma)P(0, 1) - \lambda P(0, 1)B^*(\lambda + \sigma)}{2\sigma B^*(\lambda + \sigma)};$$

$$\begin{aligned}
P(1,1) &= \frac{1}{\lambda + \sigma} [\lambda P(0,1) + 2\sigma P(0,2)] (1 - B^*(\lambda + \sigma)); \\
P(0,3) &= \frac{(\lambda + 2\sigma)P(0,2) - \lambda P(1,0) - \sigma P(1,1) - \lambda P(0,2)B^*(\lambda + 2\sigma)}{3\sigma B^*(\lambda + 2\sigma)}; \\
P(1,2) &= \frac{1}{\lambda + 2\sigma} [\lambda P(0,2) + 3\sigma P(0,3)] (1 - B^*(\lambda + 2\sigma)). \quad (6)
\end{aligned}$$

Получаем рекуррентную последовательность (2), (4) и (5), численно определяющую все значения $P(0, i)$ при $1 \leq i \leq N$ для любого заданного значения $P(0,0)$ и достаточно больших значениях итераций N .

$$\text{Сумма} \quad P(0, i) + P(1, i) = P(i), \quad 0 \leq i \leq N \quad (7)$$

определяет стационарное распределение вероятностей, если выполняется условие нормировки, либо дает лишь точку покоя рассматриваемой системы дифференциальных уравнений.

Численное исследование марковской RQ-системы с конфликтами заявок и с входящим MАР-поток

Определим распределение вероятностей состояний RQ-системы с конфликтами заявок и входящим MАР-поток в допредельной ситуации при заданных значениях матриц Δ , Q и D и параметра σ .

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для стационарного случая.

$$\begin{cases}
-(\lambda_k + i\sigma)P(0, k, i) + \mu P(1, k, i) + (i-1)\sigma P(1, k, i-1) + \lambda_k P(1, k, i-2) + \\
+ \sum_v \{P(0, v, i)(1 - d_{vk}) + P(1, v, i-2)d_{vk}\} q_{vk} = 0, \\
\lambda_k P(0, k, i) + (i+1)\sigma P(0, k, i+1) - (\lambda_k + \mu + i\sigma)P(1, k, i) + \\
+ \sum_v \{P(1, v, i)(1 - d_{vk}) + P(0, v, i)d_{vk}\} q_{vk} = 0.
\end{cases}$$

Перепишем эту систему в виде

для $i = 0$

$$\begin{cases}
P(0,0)(Q - X) + P(1,0)\mu = 0, \\
P(1,0)(Q - X - \mu I) + P(0,0)X + P(0,1)\sigma = 0,
\end{cases}$$

для $i = 1$

$$\begin{cases}
P(0,1)(Q - X - \sigma I) + P(1,1)\mu = 0, \\
P(1,1)(Q - X - \mu I - \sigma I) + P(0,1)X + 2P(0,2)\sigma = 0,
\end{cases}$$

для $2 \leq i \leq N-1$

$$\begin{cases}
P(0, i)(Q - X - i\sigma I) + P(1, i)\mu + P(1, i-2)X + P(1, i-1)(i-1)\sigma = 0, \\
P(1, i)(Q - X - \mu I - i\sigma I) + P(0, i)X + P(0, i+1)(i+1)\sigma = 0,
\end{cases}$$

для $i = N$

$$\begin{cases}
P(0, N)(Q - X - N\sigma I) + P(1, N)\mu + P(1, N-2)X + P(1, N-1)(N-1)\sigma = 0, \\
P(1, N)(Q - \mu I - N\sigma I) + P(0, N)X = 0.
\end{cases} \quad (8)$$

Обозначим $P(i) = \{P(0, i), P(1, i)\}$, и следующие блочные матрицы

$$\begin{aligned}
A &= \begin{pmatrix} O & O \\ X & O \end{pmatrix}; & C &= \begin{pmatrix} O & O \\ I & O \end{pmatrix}; & S &= \begin{pmatrix} O & I \\ O & O \end{pmatrix}; \\
V &= \begin{pmatrix} Q-X & X \\ \mu I & Q-X-\mu I \end{pmatrix}; & W &= \begin{pmatrix} I & O \\ O & I \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Тогда системы (8) перепишем в матричном виде
для $i = 0$

$$P(0)V + P(1)\sigma S = 0,$$

для $i = 1$

$$P(1)(V - \sigma W) + 2P(2)\sigma S = 0,$$

для $2 \leq i \leq N-1$

$$P(i-2)A + (i-1)P(i-1)\sigma C + P(i)(V - i\sigma W) + (i+1)P(i+1)\sigma S = 0,$$

для $i = N$

$$P(N-2)A + (N-1)P(N-1)\sigma C + P(N)(V - N\sigma W) = 0. \tag{10}$$

Численно найдем распределение вероятностей $P(i)$ для этой системы, решая матричное уравнение

$$PG = 0,$$

где матрица

$$G = \begin{pmatrix}
V & O & A & O & \dots & \dots & \dots & O & O \\
\sigma S & V - \sigma W & \sigma C & A & \dots & \dots & \dots & O & O \\
O & 2\sigma S & V - 2\sigma W & 2\sigma C & \dots & \dots & \dots & O & O \\
O & O & 3\sigma S & V - 3\sigma W & \dots & \dots & \dots & O & O \\
O & O & O & 4\sigma S & \dots & \dots & \dots & O & O \\
O & O & O & O & \dots & \dots & \dots & O & O \\
O & O & O & O & \dots & \dots & \dots & O & O \\
\dots & \dots \\
O & O & O & O & \dots & \dots & \dots & A & O \\
O & O & O & O & \dots & \dots & \dots & (N-2)\sigma C & A \\
O & O & O & O & \dots & \dots & \dots & V - (N-1)\sigma W & (N-1)\sigma C \\
O & O & O & O & \dots & \dots & \dots & N\sigma S & V - N\sigma W
\end{pmatrix},$$

используя условие нормировки $\sum_i \sum_l P(k,i)E = 1$, получим распределение вероятностей $P(k,i)$ состояний системы, а далее, применяя условие согласованности, получаем $P(i) = \sum_l P(k,i)E$.

Предложенные выше численные алгоритмы для исследования RQ-систем в допредельных ситуациях реализованы в виде комплекса проблемно-ориентированных программ для решения проблемы исследования RQ-систем с конфликтами заявок.

В комплекс входят следующие программы:

1. Рекуррентный M-Gi. В этой программе реализован численный алгоритм нахождения распределения вероятностей числа заявок в ИПВ, изложенный выше. Для проведения расчетов необходим ввод исходной информации. Этап ввода начальных данных представляет следующий список параметров, значения которых необходимо задать: интенсивность входящего потока (λ), функция распределения времени обслуживания заявки на приборе ($B(x)$), а также параметр экспоненциально распределенного времени задержки заявки в ИПВ (σ). После ввода начальных данных автоматически начинается реализация численных алгоритмов, запрограммированных в теле приложения. Численные методы, реализованные в представленном комплексе программ, подробно изложены выше.

После того как были выполнены предыдущие два этапа ввода начальной информации и реализация численных алгоритмов, пользователь получает визуализированные результаты «Результаты реализации программы». В качестве результатов работы программы доступна следующая полученная информация: распределение вероятностей числа заявок в ИПВ ($P(i)$) – график и таблица значений, а также допредельные семиинварианты первых трех порядков.

2. Мегаматричный M-M. В этой программе реализован численный алгоритм нахождения распределения вероятностей числа заявок в ИПВ, изложенный выше. Описание работы этого приложения аналогично описанию работы «Рекуррентного M-M». В качестве начальной информации в приложении «Мегаматричный M-M» необходимо задать диагональную матрицу с элементами λ_k на главной диагонали (Λ), матрицу инфинитезимальных характеристик (Q), матрицу вероятностей перехода цепи Маркова (D), параметр экспоненциально распределенного времени обслуживания заявки на приборе (μ), а также параметр экспоненциально распределенного времени задержки заявки в ИПВ (σ).

После того как были выполнены предыдущие два этапа ввода начальной информации и реализация численных алгоритмов, пользователь получает визуализированные результаты «Результаты реализации программы». В качестве результатов работы программы доступна следующая полученная информация: распределение вероятностей числа заявок в ИПВ ($P(i)$) – график и таблица значений, а также допредельные семиинварианты первых трех порядков.

Таким образом, разработанный комплекс программ может быть использован для получения характеристик RQ-систем с конфликтами заявок, универсален для широкого круга параметров системы, и не требует от пользователя дополнительных знаний в пользовании разработанным комплексом при получении желаемых допредельных характеристик системы.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Назаров А.А., Судыко Е.А. Исследование марковской RQ-системы с конфликтами заявок и простейшим входящим потоком / Вестн. Том. гос. ун-та. Сер. Управл., вычислит. техн. и информат. 2010. № 3 (12). С. 97–106.
2. Назаров А.А., Судыко Е.А. Стационарный режим в немарковских RQ-системах с конфликтами заявок / Научное творчество молодежи: Матер XV Всерос науч-практ конфер. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. Ч. 1. С. 28–31.
3. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2004. 228 с.

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ КРАТНЫХ ЗАЯВОК С РЕКУРРЕНТНЫМ
ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ**

И.А. Синякова, С.П. Моисеева

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО). На вход системы поступает рекуррентный поток [1] сдвоенных заявок (см. рис. 1), заданный функцией распределения $A(x)$. Дисциплина обслуживания определяется тем, что одна из этих заявок поступает в первый, а другая, вторая, – во второй блок обслуживания и занимает любой из свободных приборов, на котором выполняется ее обслуживание. Время обслуживания в каждом блоке имеет произвольную функцию распределения, одинаковую для всех приборов. Поступающая заявка занимает любой из свободных приборов в своем блоке, и, завершив обслуживание, покидает систему.

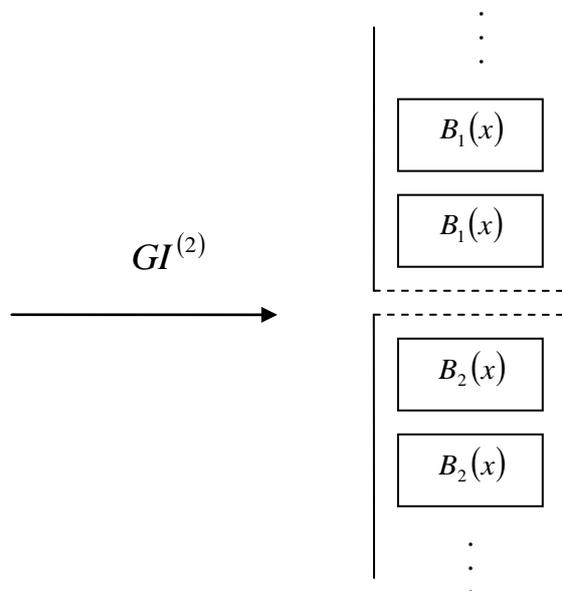


Рис. 1. СМО с параллельным обслуживанием сдвоенных заявок

Обозначим $i_1(t), i_2(t)$ – число приборов, занятых в момент времени t в первом или втором, соответственно, блоке обслуживания, а стационарное распределение вероятностей значений процесса $\{i_1(t), i_2(t)\}$ обозначим

$$\Pi(i_1, i_2) = P\{i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\}.$$

Для рассматриваемой системы двумерный случайный процесс $\{i_1(t), i_2(t)\}$ изменения во времени состояний системы не является марковским [2].

Для исследования рассматриваемой системы $GI^{(2)}|GI_2|_{\infty}$ применим метод просеянного потока [1]. Предлагаемый метод позволяет проблеме исследования немарковской системы обслуживания с неограниченным числом приборов свести к задаче анализа нестационарного марковизируемого потока.

Обозначим $\{n_1(t), n_2(t)\}$ – двумерный процесс, компоненты которого характеризуют число событий просеянных потоков, наступивших до момента времени t .

Пусть $z(t)$ – случайная величина, характеризующая время от момента t до наступления следующего события в рекуррентном потоке, тогда

$$A(z) = P\{z(t) < z\}.$$

Определим нестационарный трехмерный марковский процесс $\{n_1(t), n_2(t), z(t)\}$, для распределения вероятностей которого получим систему дифференциальных уравнений Колмогорова [3]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial P(n_1, n_2, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial P(n_1, n_2, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial P(n_1, n_2, 0, t)}{\partial z} + \\ & + A(z) \left[S_1(t) S_2(t) \frac{\partial P(n_1 - 1, n_2 - 1, 0, t)}{\partial z} + S_1(t) (1 - S_2(t)) \frac{\partial P(n_1 - 1, n_2, 0, t)}{\partial z} + \right. \\ & \left. + S_2(t) (1 - S_1(t)) \frac{\partial P(n_1, n_2 - 1, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) (1 - S_2(t)) \frac{\partial P(n_1, n_2, 0, t)}{\partial z} \right]. \quad (1) \end{aligned}$$

Начальные условия для решения этой системы в момент времени t_0 определим равенством

$$P(n_1, n_2, z, t_0) = \begin{cases} R(z), & \text{если } n_1, n_2 = 0, \\ 0, & \text{если } n_1, n_2 > 0. \end{cases}$$

Обозначив

$$H(u, w, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{ju_1 n} e^{jw_2 n} P(n_1, n_2, z, t), \quad (2)$$

получим следующую задачу Коши

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H(u, w, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial H(u, w, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + \\ & + A(z) \times \left(S_1(t) S_2(t) e^{j(u+w)} \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) S_2(t) e^{jw} \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + \right. \\ & \left. + (1 - S_2(t)) S_1(t) e^{ju} \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) (1 - S_2(t)) \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} \right), \quad (3) \end{aligned}$$

$$H(u, w, z, t_0) = R(z).$$

Решив эту задачу Коши, найдём функцию $H(u, w, z, t)$, тогда, в силу равенства (2), характеристическую функцию величины $n(t)$ определим в виде

$$Me^{jun_1(t)} = H(u, 0, \infty, t); Me^{jwn_2(t)} = H(0, w, \infty, t). \quad (4)$$

Полагая здесь $t=0$, запишем, что характеристическая функция стационарного распределения вероятностей $\Pi(i_1, i_2)$ числа приборов, занятых в каждом блоке системы $GI^{(2)}|GI_2|_\infty$, будут иметь следующий вид

$$h(u, w) = Me^{j[ui_1(t)+wi_2(t)]} = Me^{j[un_1(0)+wn_2(0)]} = H(u, w, \infty, 0). \quad (5)$$

Уравнение (3), определяющее характеристики системы $GI^{(2)}|GI_2|_\infty$, предлагается решать в асимптотическом условии растущего времени, полагая, что среднее значение времени обслуживания $b \rightarrow \infty$.

Для рассматриваемой системы были получены моменты первого и второго порядков случайных процессов $n_1(t)$ и $n_2(t)$.

Моменты первого порядка:

$$m_1^{(1)} = \lambda \int_0^\infty (1 - B_1(x)) dx = \lambda b_1;$$

$$m_1^{(2)} = \lambda \int_0^\infty (1 - B_2(x)) dx = \lambda b_2.$$

Моменты второго порядка:

$$m_2^{(1)} = \int_0^\infty 2 \frac{\partial m_1^{(1)}(0, x)}{\partial z} + \lambda(1 - B_1(x)) dx = \int_0^\infty 2 \frac{\partial m_1^{(1)}(0, x)}{\partial z} dx + \lambda b_1;$$

$$m_2^{(2)} = \int_0^\infty 2 \frac{\partial m_1^{(2)}(0, x)}{\partial z} + \lambda(1 - B_2(x)) dx = \int_0^\infty 2 \frac{\partial m_1^{(2)}(0, x)}{\partial z} dx + \lambda b_2.$$

Для полного анализа рассматриваемой системы массового обслуживания $GI^{(2)}|GI_2|_\infty$ применим метод асимптотического анализа [4].

Обозначим $\varepsilon_1 = \frac{1}{b_1} = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = \frac{1}{b_2} = q\varepsilon$, и в уравнении (3) выполним замены $t\varepsilon = \tau_0$, $t_0 = \tau_0$, $S(t) = S_1(\tau)$, $u = \varepsilon x$, $w = q\varepsilon y$,

$$H(z, u, w, t) = F_1(z, x, y, \tau, \varepsilon).$$

Для $F_1(x, y, z, \tau, \varepsilon)$ получим уравнение

$$\varepsilon \frac{\partial F_1(z, x, y, \tau, \varepsilon)}{\partial \tau} = \frac{\partial F_1(z, x, y, \tau, \varepsilon)}{\partial z} + \frac{\partial F_1(0, x, y, \tau, \varepsilon)}{\partial z} \times$$

$$\times \left[A(z) - 1 + A(z) \left\{ S_1(\tau) S_2(\tau) (1 - e^{j\varepsilon x}) (1 - e^{jq\varepsilon y}) + S_1(\tau) (e^{j\varepsilon x} - 1) + S_2(\tau) (e^{jq\varepsilon y} - 1) \right\} \right]. \quad (6)$$

В уравнении (5) выполним предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$

$$0 = \frac{\partial F_1(z, x, y, \tau)}{\partial z} + \frac{\partial F_1(0, x, y, \tau)}{\partial z} \{A(z) - 1\}.$$

Следовательно, $F_1(x, y, z, \tau)$ имеет вид $F_1(x, y, z, \tau) = R(z)\Phi(x, y, \tau)$.
(7)

В (5) выполним предельный переход при $z \rightarrow \infty$, получим

$$\varepsilon \frac{\partial F_1(\infty, x, y, \tau, \varepsilon)}{\partial \tau} = \frac{\partial F_1(0, x, y, \tau, \varepsilon)}{\partial z} (S_1(\tau)S_2(\tau)(1 - e^{j\varepsilon x})(1 - e^{jq\varepsilon y}) + S_1(\tau)(e^{j\varepsilon x} - 1)S_2(\tau)(e^{jq\varepsilon y} - 1)).$$

Выполним замену (8)

$$\Phi = \exp \left\{ \lambda \left[jx \int_{\tau_0}^{\tau} S_1(\xi) d\xi + jqy \int_{\tau_0}^{\tau} S_2(\xi) d\xi \right] \right\}. \quad (8)$$

В силу замены, а также равенства (7), можно записать приближённое (асимптотическое) равенство

$$\begin{aligned} H(z, u, w, t) = F_1(z, x, y, \tau, \varepsilon) &\approx R(z) \exp \left\{ \lambda j \left[x \int_{\tau_0}^{\tau} S_1(\xi) d\xi + qy \int_{\tau_0}^{\tau} S_2(\xi) d\xi \right] \right\} = \\ &= R(z) \exp \left\{ \lambda j \left[u \int_{t_0}^t S_1(\xi) d\xi + w \int_{t_0}^t S_2(\xi) d\xi \right] \right\}, \end{aligned}$$

из которого, для маргинальных характеристических функции процессов $n_1(t), n_2(t)$ в стационарном режиме, получим

$$Me^{jun_1(t)} = H(u, 0, \infty) = \exp \left\{ \lambda ju \int_{t_0}^t S_1(\xi) d\xi \right\};$$

$$Me^{jwn_2(t)} = H(0, w, \infty) = \exp \left\{ \lambda jw \int_{t_0}^t S_2(\xi) d\xi \right\}.$$

При $t = t_1 = 0$, $t_0 = -\infty$ для характеристических функции процессов $i_1(t), i_2(t)$ в стационарном режиме получим

$$Me^{jui_1(t)} = H(u, 0, \infty) = \exp \left\{ \lambda ju \int_{-\infty}^0 S_1(\xi) d\xi \right\} = \exp \{ ju\lambda b_1 \};$$

$$Me^{jwi_2(t)} = H(0, w, \infty) = \exp \left\{ \lambda jw \int_{-\infty}^0 S_2(\xi) d\xi \right\} = \exp \{ jw\lambda b_2 \}.$$

Полученные равенства будем называть асимптотикой первого порядка для системы обслуживания $GI^{(2)}GI_2|\infty$.

Аналогичным образом были записаны асимптотические равенства

$$h_2(u) = Me^{ju_1(t)} = H(\infty, u, 0, 0) = \exp \left\{ ju\lambda b_1 + \frac{(ju)^2}{2} [\lambda b_1 + 2\kappa_2 \beta_2^1] \right\};$$

$$h_2(u) = Me^{ju_2(t)} = H(\infty, 0, w, 0) = \exp \left\{ jw\lambda b_2 + \frac{(jw)^2}{2} [\lambda b_2 + 2\kappa_2 \beta_2^2] \right\},$$

которые будем называть асимптотикой второго порядка для системы $GI^{(2)}|GI_2|_\infty$.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 гг.)», проект № 11803.

Литература

1. Гарайшина И.Р., Моисеева С.П., Назаров А.А. Методы исследования коррелированных потоков и специальных систем массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2010. 204 с.
2. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания. Томск: Изд-во НТЛ, 2005. 228 с.
3. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория вероятностей и случайных процессов. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 204 с.
4. Назаров А.А., Моисеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск: НТЛ, 2006. 112 с.

МОДИФИКАЦИЯ КОМБИНИРОВАННОЙ ОЦЕНКИ РЕГРЕССИИ

С. В. Скрипин

Томский государственный университет, Томский научный центр СО РАН

Введение. Одним из перспективных подходов для оценки регрессии является получение оценок комбинированных моделей, использующих оценки построенных моделей регрессии и априорную информацию о некоторых функционалах плотности [1]. В условиях отсутствия априорной информации о выборке конечного объема N качество оценок комбинированных моделей может быть лучше, чем у моделей из класса параметрических или непараметрических [2, 3]. В [1] класс оценок регрессии в точке $\mathbf{x} \in R^m$ представлен выражением

$$\mathbf{J}_N(\mathbf{x}; \lambda) = \mathbf{J}_N(\mathbf{x}) - \lambda^T \hat{\Delta}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

где $\mathbf{J}_N(\mathbf{x})$ – непараметрические оценки неизвестной функции регрессии; λ – вектор коэффициентов, выбираемый согласно требованиям к качеству оценки;

$\hat{\Delta}(\mathbf{x})$ – матрица оценок, содержащая некоторую дополнительную информацию. Практическое применение оценки (1) требует знания λ .

Цель работы. Целью работы является предложить новый подход к оцениванию λ и сравнить при конечном N качество предложенных оценок с полученными ранее. С этой целью проведем имитационный эксперимент

на упрощенной модели регрессии, построенной по оценкам двух моделей, например, параметрической и непараметрической [2, 4, 5]:

$$J_N(\mathbf{x}; \lambda) = \lambda J(\mathbf{x}; \hat{\boldsymbol{\theta}}) + (1 - \lambda) J_N(\mathbf{x}), \quad (2)$$

где λ – скалярный весовой коэффициент;

$J(\mathbf{x}; \hat{\boldsymbol{\theta}})$ – параметрическая оценка регрессии;

$\hat{\boldsymbol{\theta}}$ – оценка вектора $\boldsymbol{\theta} = (\theta_0, \dots, \theta_m)$ по методу наименьших квадратов;

$J_N(\mathbf{x})$ – непараметрическая оценка регрессии.

В [2] показано, что комбинированная оценка (2) по критерию минимума СКО предпочтительнее оценок построенных моделей (параметрической или непараметрической) как в случае конечного N , так и в асимптотическом случае. В [2] предложено несколько способов оценки скалярного весового коэффициента λ для частного случая (2). Для сравнения представим комбинированную модель с оценкой λ , не зависящей от выбора точки \mathbf{x} [2–4], и показавшую в имитационном эксперименте наилучшие результаты. Обозначим как $(\mathbf{X}_1, Y_1), \dots, (\mathbf{X}_N, Y_N)$ независимые наблюдения случайного вектора (\mathbf{X}, Y) с неизвестной плотностью вероятности $f(\mathbf{x}, y)$ (относительно меры Лебега); $\mathbf{x} \in R^m$, $y \in R^1$. Для построения комбинированных оценок выбраны две модели регрессии из разных классов: параметрическая $J(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$ и

непараметрическая $J(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y | \mathbf{x}) dy$, где $f(y | \mathbf{x})$ – неизвестная условная

плотность вероятности случайной величины Y при фиксированном значении $\mathbf{X} = \mathbf{x}$. Критерием указанной оценки коэффициента λ выбрано выражение

$$Q_1(\lambda) = \sum_{i=1}^N [Y_i - J_N(\mathbf{X}_i; \lambda)]^2 \rightarrow \min_{\lambda}, \quad \mathbf{X}_i = \{X_i^{(1)}, \dots, X_i^{(m)}\}. \quad (3)$$

Из (3) с учетом (2) получена выборочная оценка оптимального $\lambda = \lambda_0$:

$$\hat{\lambda}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N (J_N(\mathbf{X}_i) - Y_i)(J_N(\mathbf{X}_i) - J(\mathbf{X}_i; \hat{\boldsymbol{\theta}}))}{\sum_{i=1}^N (J_N(\mathbf{X}_i) - J(\mathbf{X}_i; \hat{\boldsymbol{\theta}}))^2}. \quad (4)$$

Оценка (4) проста в реализации, но не гарантирует наилучших оценок регрессии в заданной точке \mathbf{x} , отличной от выборочных \mathbf{X}_i .

Постановка задачи. Для большинства практических задач наибольший интерес представляет оценка регрессии в заданной точке \mathbf{x} . Общий вид функционала для наилучшей оценки $\lambda(\mathbf{x})$ нам неизвестен. Определим некоторые требования к свойствам наилучшей оценки $\lambda(\mathbf{x})$.

1. Оценка $\lambda(\mathbf{x})$ должна быть применима для любой точки \mathbf{x} .
2. $\lambda(\mathbf{x})$ должна оцениваться в заданной точке \mathbf{x} с качеством комбинированной оценки регрессии не хуже, чем с оценками (4).
3. $\lambda(\mathbf{x})$ должна оцениваться для конечного N и не терять качество оценки вплоть до нескольких десятков наблюдений.
4. Критериями оптимизации для адаптивной оценки $\lambda(\mathbf{x})$ должны быть взяты выборочные критерии.

Представим коэффициент $\lambda(\mathbf{x})$ в виде

$$\lambda(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{a}(\mathbf{x})) + \xi, \quad (5)$$

где $\varphi()$ – функционал, представляющий выражение $\lambda(\mathbf{x})$;

$\mathbf{a}(\mathbf{x})$ – вектор аргументов, которые необходимо оценить в точке \mathbf{x} ;

ξ – величина ошибок представления и оптимизации коэффициента $\lambda(\mathbf{x})$.

Статистическая оценка λ , зависящая от выбора точки \mathbf{x} . Представим аппроксимацию неизвестного выражения для $\lambda(\mathbf{x})$ с помощью функционалов, подобных ядерным оценкам. Выберем функцию ядра, рекомендованную в [6], и обозначим их $k(x)$. Для вектора $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ ограничимся дополнительной информацией о некоторых функционалах плотности в точке \mathbf{x} , предложенных в [5]. Выберем для аргументов следующие величины [2, 5]:

$$C(\mathbf{x}) = g_2(\mathbf{x}) - J_N(\mathbf{x})g_1(\mathbf{x});$$

$$V(\mathbf{x}) = C(\mathbf{x}) + (J_N(\mathbf{x}))^2 - J_N(\mathbf{x})g_1(\mathbf{x}), \quad \Delta_0(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x}; \hat{\boldsymbol{\theta}})g_0(\mathbf{x});$$

$$\Delta_1(\mathbf{x}) = \Delta_0(\mathbf{x}) \left(1 - \frac{1}{1 + (NH)^{\frac{3}{4}} (\Delta_0(\mathbf{x}))^2} \right), \quad H = \prod_{j=1}^m h_N^{(j)},$$

$g_0(\mathbf{x}), g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x})$ – оценки некоторых функционалов плотности.

Здесь $h_N^{(j)}$ – параметры масштаба, удовлетворяющие следующим требованиям: при $N \rightarrow \infty$, $h_N^{(j)} \rightarrow 0$, $NH \rightarrow \infty$. Обозначим

$a_0(\mathbf{x}) = (J_N(\mathbf{x}))^2 - J_N(\mathbf{x})g_1(\mathbf{x})$. Тогда $V(\mathbf{x})$ представим: $V(\mathbf{x}) = C(\mathbf{x}) + a_0(\mathbf{x})$.

Проведем нормировку аргументов и определим вектор $\mathbf{a}(\mathbf{x})$

$$a_1(\mathbf{x}) = \frac{a_0(\mathbf{x})}{C(\mathbf{x})}, \quad a_2(\mathbf{x}) = \frac{V(\mathbf{x})}{NH(\Delta_1(\mathbf{x}))^2}, \quad \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \{a_1(\mathbf{x}), a_2(\mathbf{x})\}. \quad (6)$$

Для компенсации потерь оптимальности оценки $\lambda(\mathbf{a}(\mathbf{x}))$, в том числе от «чужих» параметров масштаба, применим коэффициенты сглаживания. Тогда адаптивную оценку $\lambda(\mathbf{a}(\mathbf{x}))$ представим в виде

$$\hat{\lambda}(\mathbf{a}(\mathbf{x}), \mathbf{b}) = b_3 \hat{\lambda}(\mathbf{a}(\mathbf{x}), b_1, b_2) = b_3 \prod_{j=1}^2 (1 - k(a_j(\mathbf{x})b_j)), \quad (7)$$

где $\mathbf{b} = \{b_1, b_2, b_3\}$ – вектор коэффициентов сглаживания, значения которых подберем из следующего выборочного критерия оптимальности:

$$Q_2(\mathbf{b}) = \sum_{i=1}^N [Y_i - J_N(\mathbf{X}_i; \hat{\lambda}(\mathbf{a}(\mathbf{x}), \mathbf{b}))]^2 \rightarrow \min_{\mathbf{b}}. \quad (8)$$

Модифицированная оценка λ , зависящая от выбора точки \mathbf{x} . Предположим, что одна из построенных моделей регрессии (параметрическая или непараметрическая) получает прогнозные оценки, близкие к истинным значениям. Тогда сумма выборочных регрессионных остатков от ее оценок может быть меньше, чем у другой модели. Обозначим суммы квадратов выборочных регрессионных остатков построенных параметрической и непараметрической моделей регрессии:

$$Q_3 = \sum_{i=1}^N [Y_i - J(\mathbf{X}_i; \hat{\boldsymbol{\theta}})]^2, \quad Q_4 = \sum_{i=1}^N [Y_i - J_N(\mathbf{X}_i)]^2.$$

Взяв их отношение, получим нормированную величину $s = Q_4/Q_3$, которую можно использовать по-разному. Сформируем дополнительный аргумент в виде некоторой функции, учитывающей предпочтение оценок одной из построенных моделей (величина s), сближение оценок построенных моделей при увеличении объема выборки (N), а также, вида зависимости коэффициента λ : $a_3 = f(s, N)$. Тогда вектор аргументов будет:

$$\mathbf{a}_1(\mathbf{x}) = \{a_1(\mathbf{x}), a_2(\mathbf{x}), a_3\}. \quad (9)$$

Выбор вида оценок моделей регрессии для эксперимента. Для оценок параметрической модели регрессии выберем оценки линейной параметрической модели $J(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) = \theta_0 + \theta_1 x^{(1)} + \dots + \theta_m x^{(m)}$ с оценкой вектора $\boldsymbol{\theta} = (\theta_0, \dots, \theta_m)$ по методу наименьших квадратов. Для оценок непараметрической модели регрессии выберем оценки вида Надарая–Ватсона [7].

Условия имитационного эксперимента. Эксперимент проведен с одномерной величиной $x \in R^1$ и случайным выбором точек X_i . Для имитации случайных ошибок измерений величины X и Y генерировались из двумерного нормального закона с заданным коэффициентом корреляции. Параметры генерации выборок обеспечивали в эксперименте формирование функции «истинной» регрессии – линейной $J(x) = 0,0 + 1,0x$.

Для эксперимента выбраны следующие условия моделирования. Сравнение качества оценок выполнено для объемов выборок в диапазоне $N = 5-125$ с интервалом $\delta = 5$. Случайные величины Y и X из двумерного нормального закона генерировались из условий нулевых математических ожиданий, со среднеквадратическим отклонением $\sigma(X) = \sigma(Y) = 1,0$ и коэффициентом корреляции $r = 0,7$. Для каждого значения N числовые результаты эксперимента были получены по серии исходных выборок количеством $K = 1350000$ (с одинаковым объемом наблюдений N в каждой выборке). Оценки непараметрической модели регрессии для каждого наблюдения выборки получены по методу скользящего эксперимента (с исключением из выборки наблюдения i в точке X_i , в которой оценивается регрессия).

Сравнение качества оценок регрессии проводилось у пяти моделей ($J_1 = J(X; \hat{\boldsymbol{\theta}})$; $J_2 = J_N(X)$; $J_3 = J_N(X; \hat{\lambda}_0)$; $J_4 = J_N(X; \hat{\lambda}(\mathbf{a}(X)))$; $J_5 = J_N(X; \hat{\lambda}(\mathbf{a}_1(X)))$) по следующим критериям.

Критерии, вычисленные для каждой исходной выборки.

1) средняя квадратичная погрешность прогнозирования в произвольных точках

$$S_j(J) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [J(X_i) - J_j(X_i)]^2, \quad j = \overline{1,5}, \quad (10)$$

где $J(X_i)$ – истинное значение регрессии в произвольной точке X_i ;

$J_j(X_i)$ – оценка регрессии по модели j в произвольной точке X_i .

Критерии, вычисленные по серии K исходных выборок.

2) среднее квадратичных погрешностей прогнозирования по серии K в произвольных точках

$$Q_j(J) = \frac{1}{K} \sum_{s=1}^K S_j(J), \quad j = \overline{1,5}. \quad (11)$$

Указанные условия обеспечивают преимущество (в смысле качества) оценкам параметрической модели регрессии $J(X; \hat{\theta})$.

Результаты эксперимента. На рис. 1 представлены результаты сравнения качества оценок регрессии по критерию $Q_j(J)$.

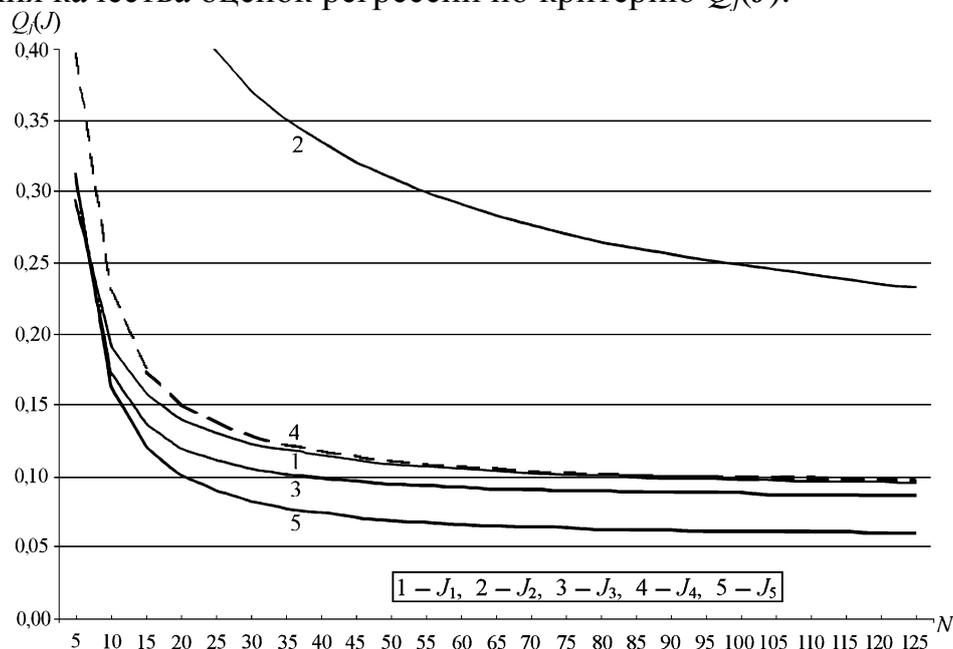


Рис. 1 Средние квадратичных погрешностей прогнозирования по серии K в произвольных точках $Q_j(J)$ при коэффициенте корреляции $r=0,7$

По горизонтальной оси указан объем выборки N , по вертикальной оси — величина средних квадратичных погрешностей прогнозирования по серии K в произвольных точках. Номера кривых совпадают с номерами моделей регрессии, указанных в условиях эксперимента. Кривые на графиках статистически значимо различаются на уровне значимости меньше 0,05, за исключением областей пересечения кривых.

Результаты эксперимента показывают, что оценки $\lambda(x)$ с вектором вида (9) удовлетворяют требованиям постановки задачи и могут стать основой для дальнейшего улучшения оценок регрессии в точке x .

Заключение. В работе представлены оценки весового коэффициента λ в точке x вида (7) и с вектором вида (9) для комбинированной модели регрессии вида (2) и продемонстрирована ее работоспособность при конечных объемах выборок N . Результаты эксперимента показывают, что представленная комбинированная оценка регрессии со статистической оценкой весового коэффициента λ предпочтительнее, чем каждая из оценок параметрической и непараметрической моделей. Их преимущества проявляются как при малых объемах выборок, так и при их интерполяции за пределы эксперимента ($N > 125$).

Результаты моделирования, представленные на рисунке, получены с помощью кластера Межрегионального вычислительного центра ТГУ

СКИФ Cyberia (skif.tsu.ru). Автор выражает благодарность сотрудникам Центра за оказанную помощь.

Литература

1. *Дмитриев Ю.Г.* Непараметрическое условное оценивание функционалов плотности распределения // Матем. моделир. и теор. Вероятн. / Под ред. И.А. Александрова, А.М. Бубенчикова, В.Н. Берцуна, Ю.К. Устинова. Томск: Пеленг, 1998. С. 169–177.
2. *Скрипин С.В.* Свойства комбинированной оценки регрессии при конечных объемах выборок // Извест. Том. политехн. ун-та. 2008. Т. 313. № 5. С. 10–14.
3. *Скрипин С.В.* Свойства комбинированной оценки в задаче классификации наблюдений // Извест. Том. политехн. ун-та. 2009. Т. 314. № 5. С. 21–26.
4. *Скрипин С.В.* О весовом коэффициенте в комбинированной оценке регрессии // Новые информационные технологии в исследовании сложных структур: Тез. докл. VIII Росс. конф. с междунар. участ. Томск: Изд-во НТЛ, 2010. С. 98–99.
5. *Скрипин С.В.* Комбинированная непараметрическая оценка регрессии // Вестн. Том. гос. ун-та. 2005. Прил. № 14. С. 311–313.
6. *Дукарский О.М., Левит Б.Я.* Некоторые применения непараметрических оценок регрессии // Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. Сер. Учен. записки по статист. М.: Наука, 1974. Т. XXVI. С. 31–37.
7. *Надарая Э.А.* Об оценке регрессии // Теория вероятностей и ее применения. 1964. Т. 9. Вып. 1. С. 147–149.

СВЯЗНОСТЬ ПЛОСКИХ ГРАФОВ

Г.Ш. Цицашвили, А.С. Лосев

Институт прикладной математики Дальневосточного отделения РАН

Задача вычисления вероятности связности графа с ненадежными ребрами рассматривалась во многих работах, основанных на построении верхних и нижних оценок вероятности связности сетей общего вида, на использовании максимальных систем попарно непересекающихся разрезов или остовов, на ускорении алгоритмов вычисления коэффициентов полинома надежности [1–3].

Однако при увеличении числа ребер в графе задача существенно усложняется. Поэтому появляется необходимость в разработке новых удобных формул вычисления вероятности связности графа при условии, когда рассматриваются целочисленные структуры с высоконадежными ребрами.

В настоящей работе получены асимптотические формулы для вероятности несвязности плоского графа с независимо работающими и высоконадежными ребрами. Эти формулы позволяют строить приближенные оценки вероятности несвязности для различных плоских графов, в частности, для сотовых структур, широко используемых в коммуникационных сетях и в нанотехнологии. Основная идея построения предложенных асимптотических формул состоит в явном перечислении всех разрезов графа (удаление любого из которых делает граф несвязным) с минимальным числом ребер. Перечисление этих разрезов основано на том факте, что они, как правило, принадлежат различным граням плоского графа.

Предварительные сведения. Рассмотрим неориентированный связный граф G с конечным множеством вершин U и множеством ребер W . Обозначим $L(u, v)$ множество всех разрезов графа G , разделяющих вершины $u, v \in U, u \neq v$, и определим множество $L = \bigcup_{u \neq v} L(u, v)$ всех разрезов графа, то есть совокупностей ребер, удаление любой из которых делает граф несвязным. Положим $d(L)$ число ребер в разрезе L и определим

$$D(u, v) = \min (d(L) : L \in L(u, v)), D = \min_{u \neq v} D(u, v),$$

$$L_* = \{L \in L : d(L) = D\},$$

C – число разрезов из множества L_* . Пусть ребра графа $w \in W$ отказывают независимо с вероятностями $p_w = h$.

Теорема 1. Вероятность P несвязности графа G удовлетворяет формуле

$$P \sim Ch^D, h \rightarrow 0. \quad (1)$$

При выполнении условий теоремы 1 для определения асимптотики вероятности несвязности графа G необходимо вычислить константы C, D .

Пусть G двумерный целочисленный прямоугольник размером $M \times N$. Если $M, N > 1$ то множество L_* состоит из четырех угловых разрезов, имеющих по два ребра [4], тогда

$$P \sim 4h^2, h \rightarrow 0.$$

В общем случае при $M, N > 0$ получаем формулу

$$P \sim (4 + I(M=1)N + I(N=1)M)h^2, h \rightarrow 0.$$

Здесь $I(A)$ – индикатор события A . Однако при асимптотическом анализе сотовых структур необходимо перейти к более общим графам.

Основные результаты. Предположим, что граф G можно расположить на двумерном связном и гладком многообразии без края T , скажем, на плоскости, сфере или торе (см., напр. [5]). Между любыми вершинами графа G может находиться не более одного ребра, отсутствуют ребра, начинающиеся и оканчивающиеся в одной вершине (петли). Ребра графа не пересекаются и могут иметь только общие вершины. Любая вершина графа и любое его ребро принадлежат некоторому циклу, содержащему более двух вершин и ребер.

Будем называть гранями (клетками) графа области $S_i, i = 0, \dots, m$, многообразия T , ограниченные его циклами и минимальные по теоретико-множественному включению. Таким образом, грани могут иметь общие вершины, общие ребра, но не могут иметь общих внутренних точек. Назовем грани смежными, если у них есть общее ребро. По определению, любое ребро принадлежит двум смежным граням. Назовем ребра (их может быть более двух) смежными, если можно указать грань, которой они принадлежат. Обозначим ∂S_i границу грани S_i . Скажем, что ребро w смежно грани S , если оно принадлежит границе ∂S . Назовем путем, обходящим

ребро $w = (u, v)$ смежное грани S , путь по границе ∂S между вершинами u, v , не содержащий ребра w .

Полагаем, что грани S_1, \dots, S_m ограничены и назовем эти грани внутренними. В свою очередь грань

$$S_0 = T \setminus \bigcup_{i=1}^m S_i$$

назовем внешней. Внешняя грань S_0 может быть неограниченной, если, например, многообразие T является плоскостью, а может быть ограниченной, если T является сферой или тором.

(А). Полагаем, что любые две внутренние грани $S_i, S_j, 1 \leq i \neq j \leq m$, имеют не более одного общего ребра.

Примерами графов, удовлетворяющих условию (А), являются графы, составленные из квадратов на прямоугольной решетке или из шестиугольников на гексагональной решетке.

Обозначим $A_{i,j}$ набор ребер, смежных одновременно граням $S_i, S_j, 0 \leq i \neq j \leq m$, и положим $n_{i,j}$ число ребер в наборе $A_{i,j}$. Пусть $M_{i,j} = C_{n_{i,j}}^2$, если $n_{i,j} > 1, M_{i,j} = 0$, если $n_{i,j} \leq 1$ определим

$$N = \sum_{1 \leq i \leq m} M_{i,0}, \quad M = \sum_{0 \leq i \neq j \leq m} M_{i,j}.$$

Теорема 2. Пусть выполняется условие (А) и неравенство $N > 0$, тогда $C = N, D = 2$.

Примером графа, удовлетворяющего условиям теоремы 2, является целочисленный прямоугольник и сотовая структура (см. рис. 1.)

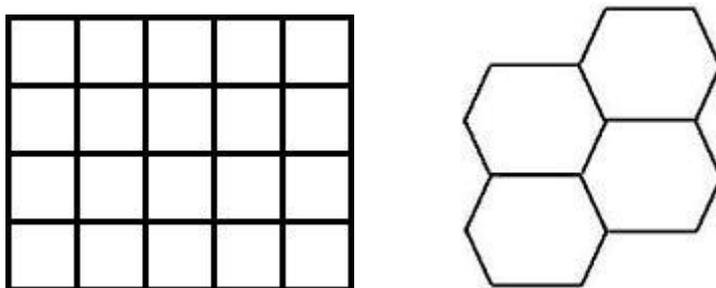


Рис. 1. Целочисленный прямоугольник и сотовая структура

На основе теоремы 2 была разработана программа «Приближенные вычисления вероятности несвязности целочисленной решетки и сотовой структуры», доступная на сайте фонда алгоритмов и программ СО РАН. С её помощью была проведена серия вычислений по определению несвязности сотовых структур, которые в дальнейшем сравнивались с результатами полученных методом Монте-Карло (см. табл. 1).

Во всех экспериментах вероятность отдельно взятого ребра составляет 0,005, количество итераций метода Монте-Карло 10^6 .

Результаты численного эксперимента

Размер сотовой структуры $M \times N$	Вероятность несвязности		Относительная оценка погрешности
	Асимптотический метод	Метод Монте-Карло	
2×2	0,00045	0,000439	2,4%
3×3	0,00055	0,000526	4,3%
3×4	0,00060	0,000579	3,5%
3×5	0,00065	0,000621	4,5%
4×4	0,00065	0,000619	4,8%
5×5	0,00075	0,000732	2,4%

Необходимо отметить, что счет методом Монте-Карло исчисляется в часах, а при росте размерности сотовой структуры речь идет о сутках, что напрямую отражается на доступности и ценности полученных результатов. Таким образом, для исследования крупных сетей целесообразней использовать более экономичные и доступные асимптотические методы.

Заключение. На основе полученных результатов, аналогично можно получить асимптотические соотношения, в которых константа $D = 3$. Обозначим U_3 множество вершин графа G , каждая из которых соединена ровно с тремя ребрами и положим K_3 – множество элементов в U_3 .

Теорема 3. Пусть $M = 0$, $K_3 > 0$, тогда $C = K_3, D = 3$.

Примерами графов, подчиняющихся условиям теоремы 3 могут служить: додекаэдрон [3, Chapter 4, Figure 4.2], трубка, образованная склеиванием одной пары противоположных сторон целочисленного прямоугольника размером $M \times N$, $N > 0$, $M > 0$.

Полученные асимптотические формулы вероятности связности широкого класса графов с высоконадежными ребрами позволяют значительно упростить необходимые вычисления по решению данной задачи, особенно коэффициента C , требующего геометрически растущего с числом вершин графа количества арифметических операций.

Литература

1. Полесский В.П. Оценки вероятности связности случайного графа // Проблемы передачи информации. 1990. Т. 26. № 1. С. 90–98.
2. Rodionova O.K., Rodionov A.S., Choo H. Network Probabilistic Connective Exact Calculation with Use of Chains // Springer LNCS. Vol. 3046. 2004. P. 315–324.
3. Gertsbakh I., Shpungin Y. Models of Network Reliability. Analysis, Combinatorics and Monte-Carlo. CRC Press. Taylor and Francis Group, 2010. 217 p.
4. Tsitsiashvili G. Sh. Asymptotic analysis of lattice reliability // Reliability: Theory and Applications. 2010. V. 1. P. 65–70.
5. Прасолов В.В. Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии. Москва: МЦНМО, 2004. 352 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Бабанов А.М. Использование и представление выражений в ERM-модели данных	3
Бакулина А.Ю., Максютов А.З. Поиск мембранных белков человека, локально гомологичных вирусным белкам	8
Вальц О.В., Новицкая Е.В. Проблемы оффшорного программирования на российском рынке аутсорсинговых услуг	10
Войтиков К.Ю., Моисеев А.Н., Тумаев П.Н. Использование механизма дополнительных модулей при построении расширяемой информационной системы....	11
Гавин В.А., Чирюкина А.В. Эффективность распараллеливания метода неполной аппроксимации минимальных невязок	14
Герасимов К.А. Слой данных для модели А. Тенцера	18
Гудов А.М., Завозкин С.Ю., Огородникова И.В., Пфайф Е.Д. Информационная модель деятельности кафедры	20
Гудов А.М., Мешечкин В.В. Применение модели оптимизации стоимости документопотоков для распределения электронных документов в системе информационных хранилищ	25
Гудов А.М., Пфайф Е.Д. Математическая модель оценки персонала для системы электронного документооборота вуза	30
Дружинин Д.В. Алгоритм оценки движения, адаптированный для обработки экранного видео	34
Завозкин С.Ю., Жидяева Ю.Г. Система «Заявки»	39
Завозкин С.Ю., Шаджалилов Р.Б. Информационная система «Расписание вуза».....	44
Захарова А.А., Касьянова Н.В., Сахаров С.В. Разработка требований к пользовательским интерфейсам Web-приложений поддержки стратегического управления организацией	47
Захарова А.А., Счастливая Н.В., Уйбиков Р.С., Чернышева Т.Ю. Разработка моделей стратегического анализа оценки эффективности инновационных организаций и проектов в промышленном и аграрном секторах	51
Змеев Д.О., Змеев О.А. Об использовании сводной таблицы функциональных возможностей для работы с вариантами использования с обобщенным уровнем целей пользователя	57
Каков Р.Н. Использование Web-технологий Indexed DB и WebGL при разработке приложений для математических расчетов	59
Курочкина Г.А. Подсистема «Учебно-методическая работа» информационной системы губернаторского многопрофильного лицея-интерната	63
Михеев П.А., Сущенко С.П. Имитационное моделирование беспроводной ЛВС, основанной на технологии WiFi	65
Моисеев А.Н., Политов А.М., Хомич М.О. Концепция системы поддержки командной разработки программного обеспечения с синхронизацией в режиме реального времени.....	69
Окулов Н.Н. Информационная система «Виртуальная лаборатория» для поддержки параллельных вычислений в рамках информационно-вычислительного портала	71
Первалов Н.С. Особенности реализации типового решения MVC в Zend Framework	74
Сарапулова Т.В. Разработка математического и программного обеспечения оценки уровня согласованности экономических интересов субъектов региональной промышленной политики.....	77

<i>Скачкова А.С.</i> Использование семантической методики проектирования для создания базы данных геоинформационной системы	80
<i>Ступак И.В.</i> Анализ генетических текстов	84
<i>Ткаченко И.М., Кожанова Е.Р., Захаров А.А.</i> Обработка результатов тестирования на базе вейвлет-функций	88
<i>Шафеева О.П.</i> Повышение достоверности передачи и хранения данных векторными кодами	92
<i>Щенетов А.В., Елистратов П.А.</i> Модернизация информационной системы учета энергоресурсов на ОАО «Новокузнецкий алюминиевый завод».....	95

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ

<i>Djellab N., Stihl N.</i> On retrial queues with impatient customers.....	98
<i>Вавилов В.А.</i> Исследование RQ-систем с конечным числом обслуживающих приборов, функционирующих в случайной среде	102
<i>Владимиров Е.И., Никифоров П.Ю.</i> Прототип системы моделирования светофорного регулирования движения городского транспортного потока.....	107
<i>Гарайшина И.Р., Назаров А.А.</i> Исследования немарковской двухфазной системы массового обслуживания методом просеянного потока	108
<i>Еремина А.Р.</i> Инвариантность стационарного распределения состояний открытых сетей массового обслуживания с многорежимными стратегиями	110
<i>Жидкова Л.А., Моисеева С.П.</i> Математическая модель изменения численности клиентов торговой компании	115
<i>Захорольная И.А., Моисеева С.П.</i> Исследование выходящих потоков в системе массового обслуживания с параллельным обслуживанием парных заявок	122
<i>Ивлиев А.С.</i> Рекуррентное оценивание параметров матриц многомерных стохастических моделей с помехами во входных и выходных переменных	125
<i>Капустин Е.В., Алькова Д.О.</i> Модель страховой компании с переменной скоростью поступления капитала и переменной интенсивностью потока страховых выплат	128
<i>Капустин Е.В., Балабанова А.В.</i> Модель страховой компании с переменными интенсивностями потоков взносов и выплат	130
<i>Капустин Е.В., Бреус В.В.</i> Вероятность разорения страховой компании в случае выплат, имеющих экспоненциальное распределение со сдвигом.....	133
<i>Капустин Е.В., Колбанов С.А.</i> О численном решении уравнения для вероятности выживания страховой компании.....	135
<i>Кокшенев В.В.</i> Выбор тайм-аута ожидания подтверждения управляющей процедуры протокола транспортного уровня в однозвенном детерминированном тракте с очередями	138
<i>Лапатин И.Л.</i> О точности аппроксимации выходящих потоков систем массового обслуживания пуассоновским потоком	143
<i>Лившиц К.И., Бублик Я.С.</i> Вероятность разорения страховой компании в случае дважды стохастических потоков страховых премий и страховых выплат	148
<i>Лопухова С.В.</i> Исследование системы массового обслуживания с положительными и отрицательными заявками	153
<i>Любина Т.В., Назаров А.А.</i> Исследование адаптивной RQ-системы с входящим MMR-потоком заявок.....	157
<i>Моисеева Е.А., Назаров А.А.</i> Численное исследование RQ-системы M M 1 в условии большой загрузки.....	160
<i>Назаров А.А., Семенова И.А.</i> Метод асимптотических семиинвариантов для исследования системы SM M ∞	164
<i>Назаров А.А., Судыко Е.А.</i> Компьютерное моделирование RQ-систем с конфликтами заявок	170

<i>Синякова И.А., Моисеева С.П.</i> Исследование модели параллельного обслуживания кратных заявок с рекуррентным входящим потоком.....	175
<i>Скрипин С.В.</i> Модификация комбинированной оценки регрессии.....	179
<i>Цициашвили Г.Ш., Лосев А.С.</i> Связность плоских графов.....	184

Научное издание

**Информационные технологии
и математическое моделирование
(ИТММ-2011)**

Материалы X Всероссийской
научно-практической конференции
с международным участием
25–26 ноября 2011 г.
Часть 1

Редактор *В.Г. Лихачева*
Компьютерная верстка *Т.В. Любина*

Лицензия ИД 04617 от 24.04.2001 г.
Подписано в печать 07.11.2011 г.
Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная №1.
Печать офсетная.
Печ. л. 12,0; усл. печ. л. 11,2; уч.-изд. л. 11,5.
Тираж 300 экз. Заказ

ООО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4.
ООО «Интегральный переплет», 634024, г. Томск,
ул. Высоцкого, 28, стр. 1