

Современные проблемы динамики океана и атмосферы
К 100-летию со дня рождения проф. П.С. Линейкина

Modern problems of ocean and atmosphere dynamics
The Pavel S. Lineykin memorial volume



Павел Самойлович Лине́йкин (6.04.1910–2.05.1981)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИИ
И МОНИТОРИНГУ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(ГУ «Гидрометцентр России»)

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИКИ ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ

Сборник статей, посвященный 100-летию
со дня рождения проф. П.С. Линейкина

Под редакцией А.В. Фролова и Ю.Д. Реснянского

ТРИАДА ЛТД
Москва – 2010

УДК 551.46.0+551.50(047)

Под редакцией А.В. Фролова и Ю.Д. Реснянского

Сборник посвящается 100-летию со дня рождения проф. П.С. Линейкина – выдающегося российского океанолога, внесшего большой вклад в развитие теоретической и прикладной океанологии, основоположника теории океанского термоклина, ставшей классическим направлением в изучении циркуляции океана. Представлены статьи учеников П.С. Линейкина и его коллег из учреждений Росгидромета, академических институтов России и Украины, секретариата Всемирной метеорологической организации, некоторых зарубежных институтов. В публикуемых статьях прослеживается связь между теоретическими результатами П.С. Линейкина и современными подходами к моделированию общей циркуляции океана, включая методологию оперативной океанографии. Дается обзор и представлены оригинальные результаты по анализу и моделированию процессов в системе океан-атмосфера. Рассматриваются методы усвоения океанографических данных. Представлена теория длинных волн в океане со свободной поверхностью и в океане под ледяным покровом. Анализируются наблюдаемые особенности мезомасштабной динамики моря и предлагается их интерпретация с учетом результатов лабораторного моделирования.

Сборник рассчитан на специалистов в области океанологии, физики атмосферы и гидросферы, прогноза погоды и климата, а также на преподавателей, аспирантов и студентов соответствующих специальностей.

Edited by A. V. Frolov and Yu. D. Resnyansky

This publication marks 100 years since the birth of Professor Pavel S. Lineykin, an outstanding Russian oceanographer, who made a very important contribution to the theoretical and applied oceanography and founded the theory of oceanic thermocline. This theory is a key component in the fundamental studies of the large-scale ocean dynamics. Under the cover of this issue the reader will find a collection of articles written by students and colleagues of P. Lineykin. The contributing authors are affiliated with various organizations of the Roshydromet, academic institutes of Russia and Ukraine, the Secretariat of the World Meteorological Organization, and some foreign institutes. The scope of the themes discussed in this issue involves intrinsic links between apparently purely theoretical results by P. Lineykin and modern approaches toward modelling of the ocean general circulation and techniques used in the realm of operational oceanography. A review is given and some original results are presented on the analysis and modelling of the processes in the ocean – atmosphere system. Several methods of oceanographic data assimilation are considered. The theory of long waves in an ocean with free surface and in an ocean covered with ice is discussed. An analysis of the observed features of the mesoscale dynamics of the Black Sea accompanied by their interpretation that takes into account some results of experimental laboratory tests is presented.

Includes Foreword and summaries in English.

ISBN 978-5-86344-215-3

© ГУ «Гидрометцентр России», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	9
Foreword	12
П.С. Линейкин – биографическая справка	15
Список научных трудов П.С. Линейкина	17
<i>П.С. Линейкин, А.И. Фельзенбаум</i> Теория и расчет ветровых течений Северного Каспия	21
<i>В.С. Мадерич</i> Теория термоклина и П.С. Линейкин	51
<i>А.С. Саркисян</i> П.С. Линейкин и моделирование бароклинного слоя океана	71
<i>Г.К. Кортаев</i> Бароклинный слой моря: от теории Линейкина до оперативной океанографии	79
<i>А.А. Кутало</i> Научное наследие П.С. Линейкина и некоторые современные задачи динамики океана и атмосферы	99
<i>Г.И. Марчук, В.Б. Залесный, В.О. Ивченко</i> Моделирование динамики бароклинного океана с вариационной инициализацией гидрофизических полей	107
<i>А.А. Зеленко, Ю.Д. Реснянский, М.Д. Цырульников, Б.С. Струков, П.И. Свиренко</i> Мониторинг крупномасштабной структуры гидрофизических полей океана	131
<i>Е.В. Семенов</i> Методы обработки глубоководных термохалинных измерений	173
<i>Г.С. Голицын, Ю.И. Троицкая</i> Об энергообмене и развитии морских волн	185
<i>А.В. Фролов, В.И. Цветков</i> Применение рядов Фурье для решения задач в сферической геометрии	197
<i>В.Э. Рябинин</i> К численному прогнозу климата средних и высоких широт на сезонном и десятилетнем масштабах времени	205
<i>А.Б. Полонский</i> Развитие теории циркуляции Мирового океана для решения климатических задач	227
<i>И.И. Мохов, Д.А. Смирнов, П.И. Наконечный, С.С. Козленко, Ю. Куртс</i> Оценка взаимного воздействия Эль-Ниньо – Южного колебания и Индийского муссона	251

<i>Е.С. Нестеров</i> Особенности циркуляции атмосферы в Северной Атлантике в последние десятилетия	269
<i>Г.М. Резник, В.С. Цейтлин</i> Взаимодействие свободных баротропных волн Россби с экваториальным волноводом	281
<i>С.В. Музылев</i> Волны в океане под ледяным покровом: основы теории и модельные задачи	315
<i>А.Г. Зацепин, В.В. Кременецкий, С.В. Станичный, В.М. Бурдюгов</i> Бассейновая циркуляция и мезомасштабная динамика Черного моря под ветровым воздействием	347
<i>Е.В. Борисов</i> К теории вынужденной всплывающей струи, создаваемой постоянным единичным источником под поверхностью водоема	369
<i>Ю.Г. Филиппов</i> Экстремальные характеристики уровня Азовского моря	383
Фотоматериалы	389

MODERN PROBLEMS OF OCEAN AND ATMOSPHERE DYNAMICS

The Pavel S. Lineykin memorial volume

Contents

Foreword (Russian)	9
Foreword (English)	12
P.S. Lineykin – biographic note	15
Publications by P.S. Lineykin	17
<i>P.S. Lineykin, A.I. Fel'zenbaum</i> Theory and computation of wind currents in the North Caspian Sea	21
<i>V.S. Maderich</i> Theory of thermocline and P.S. Lineykin	51
<i>A.S. Sarkisyan</i> P.S. Lineykin and modelling of the ocean baroclinic layer	71
<i>G.K. Korotaev</i> Baroclinic layer of the sea: from Lineykin's theory to operational oceanography	79
<i>A.A. Kutalo</i> P.S. Lineykin's scientific heritage and some contemporary problems of ocean and atmosphere dynamics	99
<i>G.I. Marchuk, V.B. Zalesny, V.O. Ivchenko</i> Modelling of the dynamics of baroclinic ocean with variational initialization of hydrography fields	107
<i>A.A. Zelenko, Yu.D. Resnyansky, M.D. Tsyrlunikov, B.S. Strukov, P.I. Svirenko</i> Monitoring of large-scale structure of hydrophysical fields in the ocean	131
<i>E.V. Semyonov</i> Methods for assimilation of deep ocean temperature and salinity observations	173
<i>G.S. Golitsyn, Yu.I. Troitskaya</i> Development of sea waves and their energy cycle	185
<i>A.V. Frolov, V.I. Tsvetkov</i> Use of Fourier series in the spherical geometry problems	197
<i>V.E. Ryabinin</i> Towards numerical prediction of mid- and high-latitude climate on seasonal and decadal time scales	205
<i>A.B. Polonsky</i> Development of the world ocean circulation theory for climate applications	227

<i>I.I. Mokhov, D.A. Smirnov, P.I. Nakonechny, S.S. Kozlenko, J. Kurths</i> Estimating mutual influence of El-Nino / Southern Oscillation and Indian Monsoon	251
<i>E.S. Nesterov</i> Atmosphere circulation features in the North Atlantic during the last decades	269
<i>G.M. Reznik, V.S. Zeitlin</i> Interaction of free barotropic Rossby waves with equatorial waveguide	281
<i>S.V. Muzylev</i> Waves in an ocean under the ice cover: foundations of theory and model problems	315
<i>A.G. Zatsepin, V.V. Kremenetskiy, S.V. Stanichny, V.M. Burdyugov</i> Black Sea basin-scale circulation and mesoscale dynamics under wind forcing	347
<i>E.V. Borisov</i> To the theory of forced buoyant plume produced by a single constant source below water surface	369
<i>Yu.G. Filippov</i> Extreme characteristics of the Azov Sea level	383
Photo Material	389

ПРЕДИСЛОВИЕ

Этот сборник посвящается 100-летию со дня рождения проф. П.С. Линейкина – выдающегося российского океанолога, внесшего большой вклад в развитие теоретической и прикладной океанологии, основоположника теории океанского термоклина, ставшей классическим направлением в изучении крупномасштабной динамики океана.

Интерес к науке проявился у Павла Самойловича уже во время его учебы на физико-техническом отделении педагогического факультета Саратовского государственного университета, где он был активным участником физико-математического кружка и членом редколлегии издававшегося этим кружком журнала. Получив фундаментальное образование, позволявшее 20-летнему выпускнику университета найти применение своим способностям в самых разных областях, в 1930–1931 гг. он некоторое время работал в Нижневолжском гидрометбюро. Ни это ли оказало решающее влияние на сделанный им последующий выбор научной деятельности в области наук о Земле?

Для всех работ П.С. Линейкина было характерно стремление выделить главные, определяющие стороны сложных природных процессов и дать их строгое описание на основе четко сформулированных физических представлений. Это проявилось уже в ранних публикациях, посвященных теоретическому исследованию приливов, муссонов, свободной и вынужденной конвекции в жидкости, процессов формирования термохалинных полей в верхних слоях моря. В 1955 г. была опубликована его работа «Об определении толщины бароклинного слоя моря» (ДАН СССР, 1955, т. 101, № 3), положившая начало новому направлению в изучении динамики морских течений – теории океанического термоклина. Развитие этой теории в последующих работах П.С. Линейкина и его учеников позволило получить фундаментальные результаты, во многом определяющие современный облик физической океанографии и теории климата.

Наиболее важные периоды научной деятельности П.С. Линейкина связаны с его работой в учреждениях гидрометеорологической службы нашей страны – в Государственном океанографическом институте (1946–1963 гг.) и Гидрометцентре СССР (1967–1981 гг.). Широкая научная эрудиция, личное обаяние, необычайная способность выделять наиболее важные проблемы, возникающие на каждом этапе исследований, неизменно привлекали к Павлу Самойловичу молодых людей, начинавших свой путь в науке. В последние годы жизни Павел Самойлович был окружен многочисленными учениками, которым щедро передавал свой научный капитал. Представители научной школы П.С. Линейкина (более 20 его учеников стали кандидатами и докторами наук) играли и играют важную роль в деятельности исследовательских организаций и гидрометеорологических служб России и стран СНГ.

Научное наследие Павла Самойловича не ограничивается исследованиями, которые принято относить к чисто теоретическим. Одним из первых он успешно применил метод численного интегрирования уравнений гидротермодинамики для расчета течений в реальных физико-географических условиях. Результаты этой работы, выполненной совместно с А.И. Фельзенбаумом, долгое время оставались недоступными широкому кругу исследователей, будучи опубликованы в издании, ставшем открытым лишь совсем недавно. Учитывая это обстоятельство, в сборник включена перепечатка статьи (Линейкин П.С., Фельзенбаум А.И. Теория и расчет ветровых течений Северного Каспия. Труды ГОИН, 1955, вып. 020) с тем, чтобы читатели получили возможность познакомиться с этой малоизвестной стороной творчества П.С. Линейкина.

В сборнике публикуются статьи учеников П.С. Линейкина и его коллег из учреждений Росгидромета, академических институтов России и Украины, секретариата Всемирной метеорологической организации, некоторых зарубежных институтов. Их готовность предоставить свои работы для этого издания мы рассматриваем как признание научных заслуг П.С. Линейкина и непреходящей значимости его творческого наследия.

Непосредственная связь между, казалось бы, чисто теоретическими результатами П.С. Линейкина и современными подходами к моделированию общей циркуляции океана, включая методологию оперативной океанографии, рассматривается в статьях В.С. Мадерича, А.С. Саркисяна, Г.К. Коротаева, А.А. Кутало. В статьях Г.И. Марчука и др., А.А. Зеленко и др., Е.В. Семенова в центре рассмотрения – методы усвоения океанографических данных, которые в настоящее время становятся важнейшей составной частью морских информационно-прогностических систем. Еще одна область разнообразных научных интересов П.С. Линейкина – взаимодействие океана и атмосферы. Эта тема затрагивается в статье Г.С. Голицына и Ю.И. Троицкой, в которой анализируются автомодельные степенные законы развития ветрового волнения и оцениваются основные компоненты баланса расхода ветровой мощности в приводном слое атмосферы. Попытка отыскания эффективных методов разрешения проблемы, связанной с приуроченной к полюсу особенностью сферической системы координат и возникающей в большинстве задач моделирования глобальных процессов в океане и атмосфере, предпринимается в статье А.В. Фролова и В.И. Цветкова.

В статьях В.Э. Рябинина, А.Б. Полонского, И.И. Мохова и др., Е.С. Нестерова дается обзор и излагаются оригинальные результаты по анализу и моделированию процессов в системе океан-атмосфера на временных масштабах, которые принято относить к климатическим. Теория длинных волн в океане со свободной поверхностью и в океане под ледяным покровом рассматривается в статье Г.М. Резника и В.С. Цейтлина и статье С.В. Музылева. Анализ

наблюдаемых особенностей мезомасштабной динамики Черного моря и их интерпретация с учетом результатов лабораторного моделирования представлены в статье А.Г. Зацепина и др. В статьях Е.В. Борисова и Ю.Г. Филиппова рассматриваются теория всплывающей струи и экстремальные характеристики уровня Азовского моря.

Мы хотели бы поблагодарить всех авторов, предоставивших свои статьи для данного сборника. Большую помощь при подготовке сборника к изданию оказали Г.А. Заимских и Л.Н. Бакина. Выражаем также признательность директору Гидрометцентра России Р.М. Вильфанду и начальнику Управления научных программ, международного сотрудничества и информационных ресурсов Росгидромета В.Г. Блинову, благодаря поддержке которых стало возможным это издание. Выражаем надежду, что материалы данного сборника найдут заинтересованного читателя и окажутся полезными специалистам в области океанологии, физики атмосферы и гидросферы, прогноза погоды и климата, а также преподавателям, аспирантам и студентам соответствующих специальностей.

А.В. Фролов, *Росгидромет*
Ю.Д. Реснянский, *Гидрометцентр России*

MODERN PROBLEMS OF OCEAN AND ATMOSPHERE DYNAMICS

The Pavel S. Lineykin memorial volume

Foreword

This publication marks 100 years since the birth of Professor Pavel S. Lineykin, an outstanding Russian oceanographer, who made a very important contribution to the theoretical and applied oceanography and founded the theory of oceanic thermocline. This theory is a key component in the fundamental studies of the large-scale ocean dynamics.

P. Lineykin's interest in science developed when he was a student of the physical – technical department of the Saratov State University pedagogical faculty. At that time P. Lineykin was an active member of a physical – mathematical students' club at the University and a member of the editorial board for the journal that the club published. Good education in fundamental sciences allowed P. Lineykin to apply his talents in many areas of science. In the 1930-31 he worked at the Nizhnevolskoe Hydrometeorological Bureau. It was this work that apparently motivated P. Lineykin to choose the earth sciences as main occupation in his life.

The desire to identify the main roots of complicated natural phenomena and thoroughly describe them theoretically using accurately formulated and used principles of physics is characteristic for the research activities of P. Lineykin. He followed this approach and standard already in his early publications devoted to theoretical studies of tides, monsoons, free and forced convection in a fluid, and of processes determining thermohaline structure of the ocean upper layer. In 1955 P. Lineykin published the article "On determination of the depth of the baroclinic layer of the ocean" (Reports of the USSR Ac. Sci., 1955, V. 101, No. 3), which initiated a new thread in the studies of the ocean current dynamics – the theory of the oceanic thermocline. This theory was further developed in subsequent studies by P. Lineykin and his students leading to fundamental results which still strongly shape the modern physical oceanography and the theory of climate.

Most productive periods of the scientific research by P. Lineykin are associated with his work at the State Oceanographic Institute (SOI, from 1946 to 1963) and Hydrometcentre of the USSR (from 1967 to 1981). These two institutions are parts of the national hydrometeorological service. Outstanding erudition in science, personal warmth and kindness, and rare ability to focus on the issues that are most important at an each and every stage of a scientific investigation, were the reasons why many young researchers dreamed to start their scientific career under his supervision. The last years of P. Lineykin's life were marked by continuous interaction with many students with whom he generously shared his scientific experience and talents. More than 20 students of P. Lineykin were awarded the academic distinction of Candidates and Doctors of Science. They used to play and still play a significant role as leaders of research in numerous institutes and hydrometeorological services of Russia and countries of the Commonwealth of Independent States.

The scientific legacy of P. Lineykin extends far beyond the type of studies which can be viewed as purely theoretical. He was one of the first researchers who used numerical integration of hydro-thermodynamics equations for computing currents with account of real physical and geographical conditions. One such study, undertaken jointly with A. I. Fel'zenbaum, has been disclosed only very recently. For a long time this publication has been out of reach for researchers. To offer a possibility for the reader to learn more about this less well known dimension of the scientific studies by P. Lineykin, we included a reprint of the article (P.S. Lineykin and A.I. Fel'zenbaum: Theory and computation of wind currents in the North Caspian Sea, Proceedings of SOI, issue 020, 1955) in this issue.

Under the cover of this issue the reader will find a collection of articles written by students and colleagues of P. Lineykin. Our authors are affiliated with various organizations of the Roshydromet, academic institutes of Russia and Ukraine, the Secretariat of the World Meteorological Organization, and some foreign institutes. We take their will and commitment to submit their studies for a publication in this jubilee issue as signs of recognition of scientific achievements of P. Lineykin and their long-lasting academic value.

Intrinsic links between apparently purely theoretical results by P. Lineykin and modern approaches toward modelling of the ocean general circulation and techniques used in the realm of operational oceanography is discussed in the articles by V.S. Maderich, A.S. Sarkisyan, G.K. Korotaev, and A.A. Kutalo. The articles by G.I. Marchuk et al., A.A. Zelenko et al., E.V. Semyonov focus on the methods of oceanographic data assimilation that are becoming the cornerstone of the modern ocean prediction and information services. Another area of broad scientific interests of P. Lineykin was the interaction between the ocean and atmosphere. A contribution to this theme can be found in the article by G.S. Golitsyn and Yu.I. Troitskaya, in which the analysis of self-similar power laws of the wind wave spectrum growth is used to estimate various components of wind energy balance in the surface layer of the atmosphere over water.

An attempt to effectively overcome the deficiency of the spherical coordinate system at the poles, which is ubiquitous in the global ocean and atmosphere modelling, is made in the article by A.V. Frolov and V.I. Tsvetkov.

In the articles by V.E. Ryabinin, A.B. Polonsky, I.I. Mokhov et al. and E.S. Nesterov a review is given and some original results are presented on the analysis and modelling of the processes in the ocean – atmosphere system at the climatic time scales. The theory of long waves in an ocean with free surface and in an ocean covered with ice is discussed in the articles by G.M. Reznik and V.S. Zeitlin and by S.V. Muzylev. The paper by A.G. Zatsepin et al. presents an analysis of the observed features of the mesoscale dynamics of the Black Sea and offers their interpretation that takes into account some results of experimental laboratory tests. The articles by E.V. Borisov and Yu.G. Philippov review the theory of a forced buoyant plume and characteristics of the extreme sea levels in the Sea of Azov.

We would like to thank all authors who submitted their contributions to this issue. Ms G.A. Zaimskikh and L.N. Bakina provided valuable help in the course of preparing this issue for publication. We are grateful to R.M. Vilfand, the Director of Hydrometcentre of Russia and V.G. Blinov, the Head of the Department for Scientific Programmes, International Cooperation and Information Resources of the Roshydromet. Without their support this publication would be impossible. We hope that this issue will be of interest for the reader and will provide a useful resource for specialists in oceanography, physics of the atmosphere and hydrosphere, weather and climate prediction, and as well for lecturers, graduates and undergraduates in corresponding scientific disciplines.

A.V.Frolov, *Roshydromet*
Yu. D. Resnyansky, *Hydrometcentre of Russia*

ПАВЕЛ САМОЙЛОВИЧ ЛИНЕЙКИН

Биографическая справка

6 апреля 1910 г. Родился в г. Саратове
2 мая 1981 г. Скончался в г. Москве

Образование и ученые степени

1926 – 1930 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, педагогический факультет, физико-техническое отделение, г. Саратов, студент

1930 Диплом преподавателя физико-математических дисциплин

X 1932 – V 1936 Научно-исследовательский Геофизический институт, г. Москва, аспирант

1936 Защита диссертации «К теории приливов в бассейнах и каналах», ученая степень кандидата физико-математических наук

1940 Ученое звание доцента по специальности «математика–механика»

1949 Ученое звание старшего научного сотрудника по специальности «физика моря и атмосферы»

X 1944 – X 1946 Институт теоретической геофизики АН СССР, г. Москва, докторант

1956 Защита диссертации «Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря», ученая степень доктора физико-математических наук (1957)

1961 Ученое звание профессора по специальности «гидродинамика»

Профессиональная деятельность

X 1930 – VI 1931 Нижневолжское гидрометбюро, г. Саратов, старший ассистент

X 1931 – X 1932 Институт прядильных культур, г. Иваново, ассистент кафедры математики

XI 1933 – IX 1936 Гидрометеорологический институт, г. Москва, ассистент, и.о. доцента

IX 1936 – IX 1939 Автодорожный институт, г. Саратов, и.о. заведующего кафедрой теоретической механики

X 1939 – X 1944	Гидрометеорологический институт (Высший военный гидрометеорологический институт), г. Москва, доцент кафедры математики
X 1946 – V 1963	Государственный океанографический институт, г. Москва, старший научный сотрудник, начальник отдела физики моря
V 1963 – II 1967	Всесоюзный заочный институт связи, г. Москва, заведующий кафедрой математики
II 1967 – V 1981	Гидрометцентр СССР, г. Москва, старший научный сотрудник, начальник лаборатории динамики моря

Редакционные и научные и советы

Редколлегия реферативного журнала «Геофизика»
Редколлегия сборника «Итоги науки – Океанология»
Редколлегия журнала «Океанология»
Научный совет по проблеме «Океаны» ГКНТ при СМ СССР
Океанографическая комиссия при Президиуме АН СССР, бюро секции морских течений
Межведомственный геофизический комитет СССР, комиссия по изучению взаимодействия океана и атмосферы

СПИСОК НАУЧНЫХ ТРУДОВ П.С. ЛИНЕЙКИНА

- К теории приливов в бассейнах и каналах // Журнал геофизики. 1937. Т. 7. Вып. 1. С. 5–46.
- О колебании пластинки на поверхности жидкости // Труды Саратовского автомобильно-дорожного института. 1939. Сб. 3. С. 245–274.
- О качении автомобиля // Труды Саратовского автомобильно-дорожного института. 1939. Сб. 5. С. 3–22.
- Гидродинамическая теория муссонов над круглым островом // Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз. 1947. Т. 11. № 2. С. 103–126.
- Муссонные явления над островом круглой формы. Доклады ГОИН, № 114. М.–Л.: Гидрометеоиздат, 1947. 8 с.
- О тепловой конвекции в воздушном потоке // Труды ГОИН. 1948. Вып. 8(20) . С. 76–85.
- О переносе тепла потоком // Труды ГОИН. 1948. Вып. 11(23) . С. 19–22.
- Теория конвекции в прямоугольном бассейне // Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз. 1949. Т. 13. № 5. С. 393–408.
- Об охлаждении поверхностного слоя моря // ДАН СССР. 1951. Т. 80. № 2. С. 205–208.
- Об уравнениях тепловой конвекции // Прикладная математика и механика. 1951. Т. 15. Вып. 4. С. 433–438.
- О некоторых вопросах теоретической океанографии // Вопросы географии. 1951. Вып. 26. С. 220–234.
- К теории расчета температуры воды в период охлаждения. // Труды ГОИН. 1952. Вып. 21(33). С. 32–53.
- К теории самовозбуждающихся колебаний в конвекционном течении // Труды ГОИН. 1953. Вып. 23(35) . С. 16–3.
- Об изменении солености поверхностного слоя моря при выпадании осадков // Изв. АН СССР, сер. геофиз. 1953. № 2. С. 148–154.
- О распределении солености в мелководном море // ДАН СССР. 1953. Т. 91. № 1. С. 71–73.
- Об определении толщины бароклинного слоя моря // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. № 3. С. 461–464.
- О ветровых течениях в бароклинном слое моря // Труды ГОИН. 1955. Вып. 29(41) . С. 34–64.
- К динамике установившихся течений в неоднородном море // ДАН СССР. 1955. Т. 105. № 6. С. 1215–1217.
- Теория и расчет ветровых течений Северного Каспия (совм. с А.И. Фельзенбаумом) // Труды ГОИН. 1955. Вып. 020. С. 60–78.
- Метод расчета распределения солености в мелководном море (Азовское море) // Труды ГОИН. 1955. Вып. 020. С. 454–470.

К теории неустановившихся ветровых течений в глубоком море // ДАН СССР. 1956. Т. 106. № 1. С. 47–50.

О состоянии теории океанических течений за рубежом // Метеорология и гидрология. 1956. № 7. С. 45–51.

О ветровых течениях в глубоком море // Метеорология и гидрология. 1956. № 12. С. 26–43.

Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеиздат, 1957. 139 с.

К динамике бароклинного слоя в океане // Докл. АН СССР. 1957. Т. 117. № 6. С. 971–974.

Об установившихся ветровых течениях и распределении плотности в глубоком море // ДАН СССР. 1957. Т. 116. № 3. С. 389–392.

О влиянии поверхности раздела на ветровые течения в глубоком море // Труды ГОИН. 1958. Вып. 42. С. 89–104.

Течения и стратификация вод в море // Труды ГОИН. 1959. Вып. 47. С. 13–29.

О бароклинном эффекте при ветровых течениях в глубоком море / В кн.: Труды третьего всесоюзного математического съезда. М., июнь-июль 1956 г., Т. 4. М.: Изд. АН СССР, 1959. С. 119.

Некоторые вопросы динамики течений в глубоком море // Метеорология и гидрология. 1959. № 10. С. 45–49.

The theory of deep currents in a baroclinic ocean // International Oceanographic Congress. 31 August – 12 September 1959. Preprints.-Washington. P. 437–440.

Упрощенный метод определения течений поверхностного и глубинного слое моря от берегов // Труды ГОИН. 1960. Вып. 50. С. 5–26.

Некоторые задачи гидродинамики морских течений / В кн.: Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. М., 27 января – 3 февраля 1960 г. Аннотации докладов. М.: Изд. АН СССР, 1960. С. 85–86.

К вопросу о развитии исследований морских течений // Труды Океанографической комиссии. 1960. Т. 10. Вып. 1. С. 16–21.

Определение элементов ветровой океанической циркуляции // Труды ГОИН. 1961. Вып. 61. С. 4–21.

Ветровая и термогалинная циркуляция в океане // Докл. АН СССР. 1961. Т. 138. № 6. С. 1341–1344.

О взаимодействии полей скорости и плотности в условиях океанических течений большого масштаба / В кн.: Материалы конференции по проблеме «Взаимодействие атмосферы и гидросферы в северной части Атлантического океана». Ленинградский гидрометеорологический институт, 1958 г. Вып. 3–4. Исследования циркуляции вод и льдов. Л.: Гидрометеиздат. 1961. С. 3–12.

Обзор новых зарубежных исследований по теории морских течений // *Метеорология и гидрология*. 1961. № 9. С. 51–56.

О нулевой поверхности и глубоководных течениях в северной части Атлантического океана // *Изв. АН СССР, сер. геофиз.* 1962. № 6. С. 776–794.

Видоизмененный метод определения океанских течений // *Труды ГОИН*. 1962. Вып. 67. С. 5–14.

О некоторых новых работах по гидродинамике океанических течений // *Journal Oceanogr. Soc. Japan*. 20th Annivers. Volume. 1962. P. 448–457.

Гидродинамические модели неоднородного океана // *Океанология*. 1963. Т. 3. Вып. 3. С. 369–377.

Новые задачи динамики океанических течений / В кн.: Второй всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. М., 29 января – 5 февраля 1964 г. Аннотации докладов. М.: Наука, 1964. С. 133.

О дифракции длинных волн в океане / В кн.: Третий всесоюзный симпозиум по дифракции волн. Тбилиси, 24–30 сентября. Рефераты докладов. М.: Наука, 1964. С. 14.

Динамика непериодических течений глубокого моря / В кн.: *Итоги науки. Геофизика*. 1963. М.: ВИНТИ АН СССР, 1965. С. 124–186.

Турбулентность течения и приливные волны в океане / В кн.: *Итоги науки. Геофизика*. 1965. М.: ВИНТИ АН СССР, 1966. С. 279–305.

Теория течений в бароклинном океане // *Метеорология и гидрология*. 1967. № 2. С. 3–8.

О влиянии глубины океана на структуру термоклина // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1968. Вып. 34. С. 3–13.

Гидродинамика морских течений / В кн.: Третий всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. М., 25 января – 1 февраля 1968 г. Аннотации докладов. М.: Наука, 1968. С. 193.

Рельеф дна и глубинные течения в океане // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1969. Вып. 51. С. 16–28.

К теории течений в океане конечной глубины // *Океанология*. 1969. Т. 9. Вып. 1. С. 58–62.

Гидродинамика океанических течений. Обнинск: Изд. Обнинского отделения Гидрометцентра СССР, 1969. 55 с.

О решении краевой задачи теории океанических течений // *Метеорология и гидрология*. 1970. № 12. С. 34–51.

On the theory of thermocline and barotropic currents in the ocean / In: *Proceedings of Joint Oceanographic Assembly IAPSO IABO CMG SCOR*. 13–25 September 1970. “The ocean world”. Tokyo. 1971. P. 237.

О работах Б.А. Тареева по динамике океана (совм. с Ю.А. Ивановым, А.С. Мониным, А.И. Фельзенбаумом, К.А. Чекотило) // *Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана*. 1972. Т. 8. № 12. С. 1327–1331.

XV Генеральная ассамблея МГТС (обзоры по ассоциациям). Международная ассоциация физических наук об океане (совм. с С.И. Кан) // Земля и вселенная. 1972. № 2. С. 56–58.

Теория главного термоклина (обзор) // Океанология. 1974. Т. 14. Вып. 6. С. 965–981.

Динамика течений северной части Атлантического океана и их сезонные изменения (совм. с А.А. Кутало) // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1974. Т. 10. № 4 С. 387–399.

Об уравнении диффузии плотности // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1975. Т. 11. № 1. С. 90–92.

О формировании течений и поля плотности в океане // Труды Гидрометцентра СССР. 1975. Вып. 161. С. 3–15.

Dynamics of the North Atlantic currents and their seasonal variations (with A.A. Kutalo) // In: International Union of Geodesy and Geophysics. XVI General Assembly. Abstracts of papers. Grenoble. 1975.

Эффект диффузии и диссипативных сил в бароклинном океане // Труды Гидрометцентра СССР. 1976. Вып. 182. С. 3–18.

Динамика океанической циркуляции (совм. с В.С. Мадеричем) / В кн.: Итоги науки и техники. Океанология. Т. 4. М.: Изд. ВИНТИ АН СССР. 1977. С. 35–87.

Основные вопросы гидродинамики бароклинного океана (совм. с В.С. Мадеричем) / В кн.: I Съезд советских океанологов. М., 20–25 июля 1977 г. Тезисы докладов. Вып. 1 М.: Наука, 1977. С. 4–5.

О нелинейных волновых возмущениях в главном океаническом термоклине // ДАН СССР. 1978. Т. 241. № 6. С. 1436–1439.

Нестационарная двухпараметрическая модель главного океанического термоклина (совм. с А.В. Фроловым) // Метеорология и гидрология. 1979. № 1. С. 72–85.

Развитие гидродинамических методов морских прогнозов (совм. с С.Н. Овсиенко, Ю.Д. Реснянским) / В кн.: Пятьдесят лет центру гидрометеорологических прогнозов. Л.: Гидрометеоиздат. 1979. С. 165–177.

Гидродинамическая теория главного термоклина в океане / В кн.: Пятый всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата, 27 мая – 3 июня 1981 г. Аннотации докладов. Алма-Ата; Изд. Наука, Казахской ССР. 1981. С. 234.

Теория океанического термоклина моря (совм. с В.С. Мадеричем). Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 500 с.

Об определении глубины главного океанического термоклина // Труды Гидрометцентра СССР. 1983. Вып. 255. С. 3–15.

Об одном механизме возбуждения планетарных сезонных волн (совм. с В.Э. Рябининым, А.В. Фроловым) / В кн.: Вопросы динамики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. С. 15–25.

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ СЕВЕРНОГО КАСПИЯ¹

П.С. Линейкин, А.И. Фельзенбаум

По теории установившихся ветровых течений мелкого моря к настоящему времени имеется лишь две опубликованные работы В.Б. Штокмана, позволяющие рассчитать скорости течений в поперечном сечении замкнутого моря при ветре, направленном перпендикулярно к данному сечению. В первой из этих работ [3] глубина моря по всему сечению предполагается постоянной, учитывается лишь неравномерность ветра над данным сечением моря и вертикальный турбулентный обмен в море. Во второй работе [4] введен еще один весьма важный для мелководного моря фактор – переменная глубина моря. Однако и с этим дополнением развитая теория рассматривает течения в море как двумерное движение и не учитывает влияния рельефа дна, береговой черты и неравномерности ветрового поля над всем морем. Теория не содержит также какой-либо количественной оценки влияния указанных факторов, которые представляются нам весьма существенными для динамики течений в море: сколько-нибудь полная теория течений должна быть трехмерной. В настоящее время создание такой теории необходимо для решения многих практических задач, в частности для расчета течений в Северном Каспии.

1. Теоретические основы расчета

При разработке трехмерной теории течений в мелководном море будем учитывать главные факторы, определяющие характер возникающих течений: ветер с учетом его неравномерности, конфигурацию берегов и рельеф дна. Кроме того, будет учитываться турбулентный обмен количеством движения в вертикальном направлении, наклоны поверхности моря и трение о дно. Силу Кориолиса, а также турбулентный обмен в горизонтальных направлениях мы учитывать не будем. Первое, как это показал Экман, оказывается возможным ввиду близости дна [5], второе – ввиду вертикальной однородности морской воды, обусловленной ветровым перемешиванием.

¹ Перепечатка из Трудов Государственного океанографического института, 1955, вып. 020, с. 454-471.

Наблюдения над течениями, а также теоретические расчеты Н.А. Багрова [1] показывают, что при действии постоянного ветра течение в мелком море быстро достигает установившегося состояния, причем необходимое для этого время не превышает 3–4 часов. Указанное обстоятельство позволяет при расчете течений мелководного моря считать их установившимися. Во всем дальнейшем мы будем предполагать, что ветер и вызываемое им течение не меняются во времени.

Исходя из указанных выше исходных предположений, авторы разработали две схемы решения, причем первая исходила из уровня, а вторая применила метод полных потоков. Ниже приводится вторая схема.

Уравнения установившегося движения в мелком море запишем в виде

$$A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (1)$$

где u , v – компоненты скорости течения вдоль прямоугольных осей координат x и y ; p – давление; A_z – коэффициент турбулентного обмена количеством движения в вертикальном направлении.

В качестве третьего уравнения возьмем уравнение гидростатики

$$-g\rho_0 = \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (2)$$

где g – ускорение силы тяжести; ρ_0 – плотность морской воды, которая считается постоянной.

Начало координат расположено на невозмущенной поверхности моря, ось z направлена вертикально вниз.

Уравнение неразрывности запишется в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где w – вертикальная компонента скорости течения.

На поверхности моря тангенциальное давление ветра уравновешивается турбулентным трением в морской воде:

$$A_z \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = -T_x; \quad A_z \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=0} = -T_y. \quad (4)$$

Кроме того, на поверхности моря давление в морской воде равно атмосферному давлению

$$(p)_{z=0} = p_a. \quad (5)$$

На дне моря движение отсутствует

$$(u)_{z=H} = (v)_{z=H} = (w)_{z=H} = 0. \quad (6)$$

Исключим из уравнений движения (1) давление p , для чего проинтегрируем уравнение гидростатики (2) по z от поверхности моря $z = \xi$ до некоторой глубины z . Получим

$$p = p_a + g\rho_0(z - \xi), \quad (7)$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y}.$$

Подставляя (7) в (1), получим уравнения движения в виде

$$A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x};$$

$$A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y}. \quad (8)$$

Исключая из уравнения неразрывности (3) вертикальную компоненту скорости течения w , получим уравнение неразрывности в интегральной форме

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi}^H u \, dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\xi}^H v \, dz = 0. \quad (9)$$

Исключим из уравнений движения (8) возвышение уровня ξ , для чего продифференцируем первое уравнение (8) по y , второе по x и вычтем из второго первое. Получим

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (10)$$

откуда

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = f z + \varphi, \quad (11)$$

где через f и φ обозначены некоторые функции горизонтальных координат.

Интегрируя выражение (11) по z от $z = 0$ до $z = H$, получим:

$$\frac{\partial S_y}{\partial x} - \frac{\partial S_x}{\partial y} = \frac{H^2}{2} f + H\varphi, \quad (12)$$

где S_x и S_y , называемые нами компонентами полного потока, определяются формулами

$$S_x = \int_0^H u dz; \quad S_y = \int_0^H v dz. \quad (13)$$

Введем функцию полных потоков Ψ , определив ее формулами

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = S_y; \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -S_x. \quad (14)$$

При таком выборе Ψ уравнение неразрывности в формуле (9) удовлетворится, если пренебречь возвышением уровня моря.

Подставляя (14) в (12), получим

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = \frac{H^2}{2} f + H\varphi. \quad (15)$$

Функции f и φ определяются из (11) и условий на поверхности моря (4) и на дне (6). Действительно, дифференцируя (11) по z , полагая $z = 0$ и учитывая (4), получим

$$f(x, y) = -\frac{1}{A_z} \operatorname{rot} T. \quad (16)$$

Полагая в (11) $z = H$, получим далее

$$\varphi(x, y) = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{z=H} - f H. \quad (17)$$

При горизонтальном дне первое слагаемое в правой части (17) обращается в нуль в силу условий на дне (6). При наклонном дне это слагаемое, вообще говоря, отлично от нуля, но мы пренебрежем им, что равносильно пренебрежению наклонами дна. Таким образом, мы будем учитывать в дальнейшем изменение глубины, пренебрегая в то же время наклонами дна. Учитывая это и подставляя (16) и (17) в уравнение (15), получим уравнение для функции полных потоков в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{H^2}{2A_z} \operatorname{rot} T. \quad (18)$$

У берегов поток в направлении нормали к береговой черте отсутствует, поэтому на береговой черте функция ψ должна сохранять постоянное значение. Так как функция ψ определена согласно (14) с точностью до произвольного постоянного слагаемого, то можно считать, что на береговой черте z замкнутого моря она равна нулю:

$$(\psi)_z = 0. \quad (19)$$

Таким образом, определение функции полных потоков ψ в мелководном море сведено к решению уравнения Пуассона (18) при граничных условиях (19).

Если рассматривается мелководная часть моря, то при решении задачи необходимо задать функцию ψ не только на берегах, но и на воображаемой «жидкой» границе мелководной области. Эта граница должна быть выбрана условно так, чтобы отделить мелководную часть моря от глубоководной. Расходы воды на жидких границах должны быть определены дополнительно.

Именно такой случай мы имеем для Северного Каспия, отделенного жидкой границей от глубоководного Среднего Каспия.

Для определения расходов воды на границе между Северным и Средним Каспием мы проведем расчеты водообмена в указанном сечении, считая, что условная жидкая граница между Северным и Средним Каспием является срединным поперечным сечением моря удлинённой формы, а ветер меняется только в поперечном направлении (именно такие условия преобладают на границе между Северным и Средним Каспием). Предварительно найдем решение задачи о полных потоках для моря прямоугольной формы со сторонами $x = (0, a)$, $y = (0, b)$.

Решение для прямоугольной области будем искать в виде двойного ряда Фурье

$$\Psi = \sum_{m,n=1}^{\infty} \Psi_{mn} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \quad (20)$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}; \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}, \quad (21)$$

причем b – продольный, a – поперечный размер моря.

Разлагая $\text{rot } T$ в ряд Фурье вида

$$\text{rot } T = \sum_{m,n=1}^{\infty} T_{mn}^2 \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \quad (22)$$

и подставляя (20) и (22) в (18), получим выражения для неизвестных коэффициентов Фурье Ψ_{mn} в виде

$$\Psi_{mn} = \frac{-H^2 T_{mn}^2}{2A_z(\alpha_m^2 + \beta_n^2)}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (20), получим выражение для функции полных потоков в прямоугольной области:

$$\Psi = \frac{H^2}{2A_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{-T_{mn}^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y. \quad (24)$$

Пусть ветер меняется только в поперечном направлении, т.е. $T = T(x)$. Тогда выражение (24) для функции полных потоков удобно представить в иной форме, перенося начало координат в точку $(0, b/2)$:

$$\psi = \frac{H^2}{2A_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{-T_m^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \sin \alpha_m x \sin \left(\beta_n y + \frac{n\pi}{2} \right). \quad (25)$$

Если теперь неограниченно увеличивать b , что соответствует неограниченному удлинению канала, положить $y = 0$ в выражении (25) и преобразовать это выражение интегрированием по частям, то получится следующее выражение для функции тока на срединном поперечном сечении канала:

$$\psi = \frac{H^2}{2A_z} \left[\int_0^x T_y dx - \frac{x}{a} \int_0^a T_y dx \right]. \quad (26)$$

Выражения для компонент полного потока в срединном сечении согласно (14) и (26) запишутся в виде

$$S_x = 0, \quad S_y = \frac{H^2}{2A_z} [T_y(x) - T_y^c], \quad (27)$$

где через T_y^c обозначена осредненная в поперечном направлении компонента тангенциального давления ветра

$$T_y^c = \frac{1}{a} \int_0^a T_y(x) dx. \quad (28)$$

Отметим, что решение, полученное для срединного сечения удлиненного моря, совпадает с результатом, полученным ранее В.Б. Штокманом, исходящим из других соображений.

Переходим к определению скоростей течения на отдельных горизонтах. При этом мы будем считать, что компоненты полного потока S_x и S_y уже вычислены.

Интегрируя уравнения (8) по переменной z , получим

$$A_z u = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{z^2}{2} + \varphi_1 z + \eta_1;$$

$$A_z v = -g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{z^2}{2} + \varphi_2 z + \eta_2, \quad (29)$$

где через φ и η обозначены некоторые функции горизонтальных координат, определяемые из условий на поверхности моря (4) и на дне (6).

Подставляя (29) в (4), получим

$$\varphi_1 = -T_x; \quad \varphi_2 = -T_y. \quad (30)$$

Подставляя (29) в (6) и учитывая (30), получим далее

$$\begin{aligned} \eta_1 &= g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{H^2}{2} + T_x H; \\ \eta_2 &= g\rho_0 \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{H^2}{2} + T_y H. \end{aligned} \quad (31)$$

Выражения для компонент скорости течения согласно (29), (30), (31) запишутся в виде

$$\begin{aligned} u &= \frac{g\rho_0}{2A_z} \frac{\partial \xi}{\partial x} (H^2 - z^2) + \frac{T_x}{A_z} (H - z); \\ v &= \frac{g\rho_0}{2A_z} \frac{\partial \xi}{\partial y} (H^2 - z^2) + \frac{T_y}{A_z} (H - z). \end{aligned} \quad (32)$$

Первые слагаемые в правой части (32) представляют собой компоненты скорости градиентного течения, обусловленного наклонами поверхности моря, вторые – компоненты скорости чистого дрейфового течения, обусловленного непосредственно влекущим действием ветра.

Свяжем наклоны поверхности моря с полными потоками, для чего проинтегрируем выражения (32) по z от поверхности моря $z = 0$ до дна $z = H$. Учитывая при этом (13), получим

$$S_x = \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{H^2}{2A_z} T_x;$$

$$S_y = \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{H^2}{2A_z} T_y, \quad (33)$$

откуда

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{3}{2g\rho_0 H^3} (2A_z S_x - H^2 T_x);$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{3}{2g\rho_0 H^3} (2A_z S_y - H^2 T_y). \quad (34)$$

Подставляя (34) в (32), получим выражения для компонент скорости течения в виде

$$u = \frac{3(H^2 - z^2)S_x}{2H^3} + \frac{T_x}{4A_z H} (H^2 - 4Hz + 3z^2);$$

$$v = \frac{3(H^2 - z^2)S_y}{2H^3} + \frac{T_y}{4A_z H} (H^2 - 4Hz + 3z^2). \quad (35)$$

Полагая в формуле (35) $z=0$, получим выражения для компонент скорости поверхностного течения u_0 и v_0 :

$$u_0 = \frac{3}{2} \frac{S_x}{H} + \frac{T_x H}{4A_z};$$

$$v_0 = \frac{3}{2} \frac{S_y}{H} + \frac{T_y H}{4A_z}. \quad (36)$$

До сих пор мы считали коэффициент обмена A_z постоянным. При расчетах течений в Северном Каспии оказалось необходимым учитывать изменения этого коэффициента в зависимости от глубины моря.

Из соображений размерности следует, что коэффициент A_z пропорционален глубине моря H и скорости ветра v . Действительно, если считать A_z функцией указанных величин, рассматривая рельеф глубин и поле ветра как главные факторы, обуславливающие процесс турбулентного обмена в море,

то основной комбинацией величин H и ν , обладающей размерностью A_z , является произведение $H\nu$.

Представим A_z в виде

$$A_z = A_z^c \frac{H}{H_c}, \quad (37)$$

где H_c – средняя глубина моря; A_z^c – коэффициент обмена, соответствующий этой средней глубине.

Введем для удобства дальнейших вычислений функцию тока для скорости, осредненной от поверхности моря до дна Ψ_c , связанную с функцией полных потоков Ψ соотношением

$$\Psi_c = \frac{\Psi}{H}. \quad (38)$$

Тогда, учитывая (37), получим вместо (18) уравнение

$$\frac{\partial^2 \Psi_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_c}{\partial y^2} = \frac{H_c}{2A_z^c} \operatorname{rot} T, \quad (39)$$

более удобное для численного интегрирования.

Вводя компоненты средней скорости U_c и V_c , определяемые формулами

$$U_c = \frac{S_x}{H}; \quad V_c = \frac{S_y}{H}, \quad (40)$$

подставляя (40) в (35) и учитывая (37), получим окончательные выражения для компонент скорости течения на любых горизонтах

$$\begin{aligned} U &= \frac{3U_c}{2} \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right) + \frac{T_x H_c}{4A_z^c} \left(1 - \frac{4z}{H} + \frac{3z^2}{H^2}\right); \\ V &= \frac{3V_c}{2} \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right) + \frac{T_y H_c}{4A_z^c} \left(1 - \frac{4z}{H} + \frac{3z^2}{H^2}\right) \end{aligned} \quad (41)$$

и, в частности, на поверхности моря

$$U_0 = \frac{3U_c}{2} + \frac{T_x H}{4A_z}; \quad V_0 = \frac{3V_c}{2} + \frac{T_y H}{4A_z}. \quad (42)$$

2. Методы расчета

При произвольном контуре моря функция ψ_c , через которую выражаются все искомые элементы, находится из уравнения (39) численным интегрированием по методу сеток. Для этой цели преобразуем уравнение (39) к разностной форме, связывающей значения искомой функции лишь в отдельных точках, расположенных внутри области. Точки эти выберем так, чтобы они образовали квадратную сетку, состоящую из двух систем взаимно перпендикулярных прямых, отстоящих одна от другой на расстоянии h , называемом шагом разности. На построенной сетке наметим контур, наилучшим образом приближающийся к очертаниям моря. Этот контур ограничит так называемую сеточную область, в узлах которой и производятся вычисления. Перенесем граничные значения функции ψ_c , заданные на контуре моря, на контур сеточной области. После этого уже можно вместо уравнения (39) решать уравнение в конечных разностях, к выводу которого мы и приступим.

Допустим, что мы будем вести вычисления в точке с индексом «0» сеточной области, которая вместе с системой координат указана на рис. 1. При указанной нумерации точек вихрь тангенциального давления ветра $\text{rot } T$, входящий в правую часть уравнения (39), запишется в разностной форме в виде

$$(\text{rot } T)_0 = \frac{1}{2h} [T_y(4) - T_y(2) - T_x(3) + T_x(1)]. \quad (43)$$

Тангенциальное давление ветра будем вычислять по известной формуле:

$$T = \gamma w^2, \quad (44)$$

где w – скорость ветра; γ – коэффициент, равный 0,032 (скорость ветра измеряется при этом в м/сек., а тангенциальное давление – в дн/см²).

Выражения для компонент тангенциального давления ветра на основании формулы (44) запишем в виде

$$T_x = \gamma w w_x; \quad T_y = \gamma w w_y, \quad (45)$$

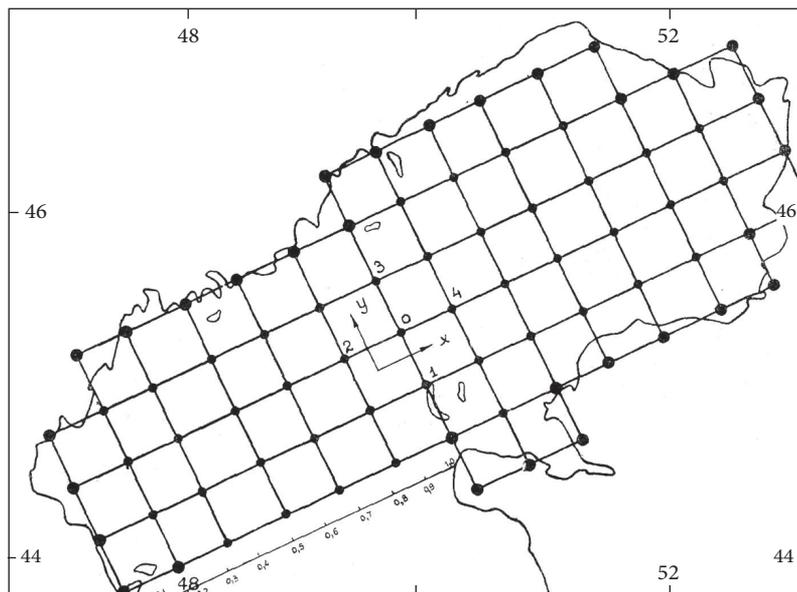


Рис. 1. Сеточная область

где w – абсолютная величина скорости ветра; w_x и w_y – проекции скорости ветра на координатные оси.

Подставляя (30) в (29), получим

$$(\text{rot } T)_0 = \frac{\gamma f_0}{200 h}, \quad (46)$$

где через f_0 обозначена величина

$$f_0 = 100 [w w_y(4) - w w_y(2) - w w_x(3) + w w_x(1)], \quad (47)$$

причем f_0 выражается целым числом, так как скорости ветра выражаются в м/сек. с одним знаком после запятой.

Вторые производные в левой части уравнения (39) выражаются через частные разности так:

$$\left(\frac{\partial^2 \psi_c}{\partial x^2} \right)_0 = \frac{1}{h^2} [\psi_c(4) - 2\psi_c(0) + \psi_c(2)], \quad (48)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \psi_c}{\partial y^2}\right)_0 = \frac{1}{h^2} [\psi_c(3) - 2\psi_c(0) + \psi_c(1)]. \quad (49)$$

Складывая (48) и (49) и подставляя результат в уравнение (39), получим, учитывая (46),

$$\psi_c(1) + \psi_c(2) + \psi_c(3) + \psi_c(4) - 4\psi_c(0) = \frac{H_c \gamma h f_0}{400 A_z^c}. \quad (50)$$

Введем вспомогательную функцию $\bar{\psi}_c$, определив ее формулой

$$\psi_c = \frac{H_c \gamma h}{400 A_z^c} \bar{\psi}_c, \quad (51)$$

тогда из (50) получим окончательную формулу для интегрирования уравнения (39) численным методом

$$(\bar{\psi}_c)_0 = \frac{1}{4} [\bar{\psi}_c(1) + \bar{\psi}_c(2) + \bar{\psi}_c(3) + \bar{\psi}_c(4) - f_0]. \quad (52)$$

Для того чтобы начать вычисления методом итерации, нужно задать начальное распределение функции $\bar{\psi}_c$ внутри сеточной области. Указанные значения проще всего отождествить со значениями функции $-f_0$. После этого строятся вычислительные шаблоны и начинается процесс последовательных приближений, который продолжается до тех пор, пока в пределах заданной точности два последовательных шаблона не совпадут.

После того, как функция $\bar{\psi}_c$ вычислена, по формуле (51) вычисляется функция ψ_c , характеризующая горизонтальный перенос, отнесенный к единице глубины.

Компоненты полного потока, определяемые формулами (14), вычисляются по соответствующим разностным формулам:

$$S_y = \frac{1}{2h} [\psi(4) - \psi(2)]; \quad S_x = \frac{1}{2h} [\psi(1) - \psi(3)]. \quad (53)$$

После того как компоненты полного потока S_x и S_y определены, формулы (41) дают значения скорости в любой точке моря.

В случае наличия жидких границ, прежде чем решать уравнение (39), необходимо вычислить функцию ψ_c на этой жидкой границе. Вычисление этой функции проводится по формуле

$$\psi_c = \frac{H_c}{2A_z^c} \left[\int_0^x T_y dx - \frac{x}{a} \int_0^a T_y dx \right], \quad (54)$$

полученной на основании формул (37) и (38). Интегралы в правой части (54) вычисляются численным методом по обычным правилам.

3. Расчет ветровых течений Северного Каспия при современном уровне и при падении его на 1 и 3 м

Ветер является главной причиной морских течений в Каспийском море. Располагая картами установившихся ветровых полей над морем и данными теории морских течений, мы могли бы составить соответствующие карты течений, по которым можно было бы определить количественные характеристики циркуляции и водообмена между различными районами моря в течение года. К сожалению, таких карт в нашем распоряжении еще нет. Отдельные же карты полей ветра над морем, для которых повторяемость и длительность существования неизвестны, не дают возможности ответить на ряд вопросов, связанных с динамикой течений в северной части Каспийского моря и весьма важных для практики. Тем не менее наш анализ особенностей циркуляции и течений на отдельных горизонтах позволяет проследить некоторые изменения, которые произойдут со временем в режиме течений в связи с понижением уровня моря. По этой причине изложенные ниже результаты расчетов представляют, как нам кажется, существенный интерес для океанологов-практиков.

Расчет ветровых течений Северного Каспия при современном уровне и при падении его на 1 и 3 м мы провели по четырем характерным полям ветра, заимствованным у С.Д. Кошинского и Л.Г. Пылаева [2]. Эти поля ветра изображены на рис. 2.

Для вычислений были выбраны сеточные области, указанные на рис. 1. Сеточные области для случая падения уровня на 1 и 3 м были получены путем деления на четыре части квадратов сеточной области при современном уровне. Это позволило при сужении контура моря добиться необходимой точности в расчетах.

Коэффициент турбулентного обмена количеством движения в вертикальном направлении A_z , определяемый в зависимости от глубины моря формулой (37), выбирался отдельно для каждого ветрового поля в соответствии со

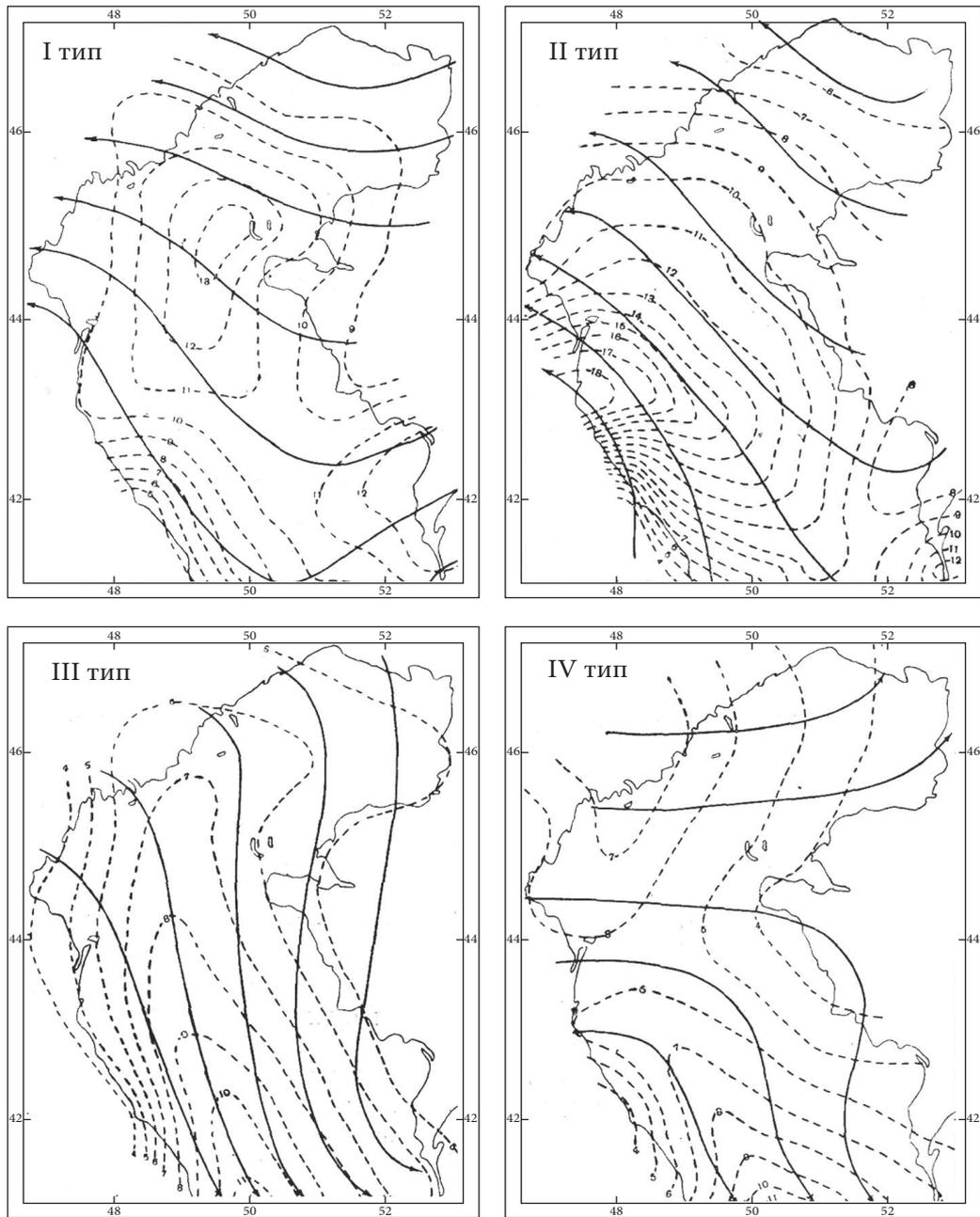


Рис. 2. Поля ветра над морем. Усл. обозначения: сплошные линии указывают направление ветра, пунктирные – изотахи, цифры показывают величины скоростей в м/сек.

средней скоростью ветра для данного типа. Величины A_z^c в системе CGS при средней глубине моря, принятой округленно в 5 м, указаны в табл. 1, где w_c – средняя для данного поля ветра скорость ветра в м/сек. При составлении таблицы принималось во внимание, что коэффициент A_z пропорционален средней скорости ветра.

Таблица 1

Значения коэффициента вертикального обмена для средней глубины моря

Тип ветра	I	II	III	IV
w_c	10	9	6	5
A_z^c	20	18	12	10

Для определения функции ψ_c на разрезе между Северным и Средним Каспием мы провели расчеты этой функции в девяти точках, указанных на рис. 1. При этом предполагалось, что ветер и все остальные элементы меняются только вдоль рассматриваемого сечения. Благодаря этому предположению оказалось возможным вести расчеты по формулам (54). Результаты вычисления функции ψ_c , характеризующей водообмен между Северным и Средним Каспием, отнесенный к единице глубины, указаны в табл. 2.

Значения функции ψ_c указаны в м³/сек. на 1 м глубины.

Все последующие вычисления, расчет функций ψ_c и ψ , а также скоростей поверхностных течений проводились на стандартных бланках.

Таблица 2

Значения функции тока для средней скорости на границе между Северным и Средним Каспием

Тип ветра	Точки										
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
I	0	-1540	-2380	-2230	-1700	-730	190	1050	1460	1130	0
II	0	3440	5840	7350	8190	9100	7630	5670	4710	2670	0
III	0	820	1010	550	2430	1500	-2230	-2460	-2130	-1300	0
IV	0	-470	-900	-1260	-1520	-1620	-1590	-1400	-1050	-570	0

Мы ограничились вычислением функции полных потоков, функций тока для средних по вертикали скоростей и скоростей поверхностных течений. При этом под полным потоком мы понимаем алгебраическую сумму объемов воды, протекающих за единицу времени через площадь прямоугольника, в основании которого лежит отрезок длиной 1 м, а высотой служит глубина моря в данной точке. Графическое изображение полученных результатов см. рисунки.

Переходим к описанию особенностей течений (рис. 3, 4, 5). Так как типы ветровых полей, для которых эти карты построены, не связаны между собой, то эти описания приводим отдельно, заключая их некоторыми общими выводами. Для краткости записи мы называем линию м. Тюб-Караган – о. Жесткий разрезом *I*, линию о. Чечень – м. Тюб-Караган – границу между Северным и Средним Каспием разрезом *II*. Заметим, что «установившиеся» течения, о которых ниже идет речь, обладают сравнительно небольшой инерцией. Теоретические расчеты показывают, что при средних величинах поперечника моря и глубины, соответствующих размерам Северного Каспия, требуется около 3 часов после возникновения данного поля ветра для того, чтобы установилось рассматриваемое течение. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при оценке применимости теории установившихся течений к практике.

Течения и водообмен при I типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Направление ветра в западной части моря юго-восточное, в восточной части восточное. Ветры сильные, доходящие в центральной части до крепких. Скорости ветра от 9–10 м/сек. на западе и на востоке до 12–13 м/сек. в центральной части Северного Каспия. Подобные ветровые поля наблюдаются в холодное полугодие и отличаются большой устойчивостью.

Поверхностные течения (рис. 3а). В восточной части Северного Каспия течения, примерно следуя ветру, меняют направление с юго-западных на северные и северо-западные на разрезе *I*, имея тенденцию к образованию циркуляции по часовой стрелке. В западной части Северного Каспия течения, напротив, имеют тенденцию к образованию циркуляции противоположного направления. Скорости достигают наибольших величин (26–27 см/сек.) на указанной линии разреза *I*. При этом севернее границы между Северным и Средним Каспием скорости поверхностных течений направлены примерно на север.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Через среднюю часть разреза *II* из Среднего Каспия в Северный Каспий втекает (из расчета на 1 м высоты) около 4000 м²/сек. воды. Большая часть этой струи (около 2500 м²/сек.) попадает в западную часть Северного Каспия, причем линии тока образуют там замкнутую систему, характеризующую циркуляцией с направлением вращения против часовой стрелки. Меньшая часть (около 1600 м²/сек.) попадает в восточную часть Северного Каспия, образуя там также замкнутую циркуляцию с направлением вращения по часовой стрелке. Интенсивность этой циркуляции, несколько более сильной, чем в западном районе Северного Каспия, характеризуется величиной объема воды (около 5,500 м²/сек. на 1 м высоты), проносимой ежесекундно между береговой линией восточной части Северного Каспия и центром циркуляции,

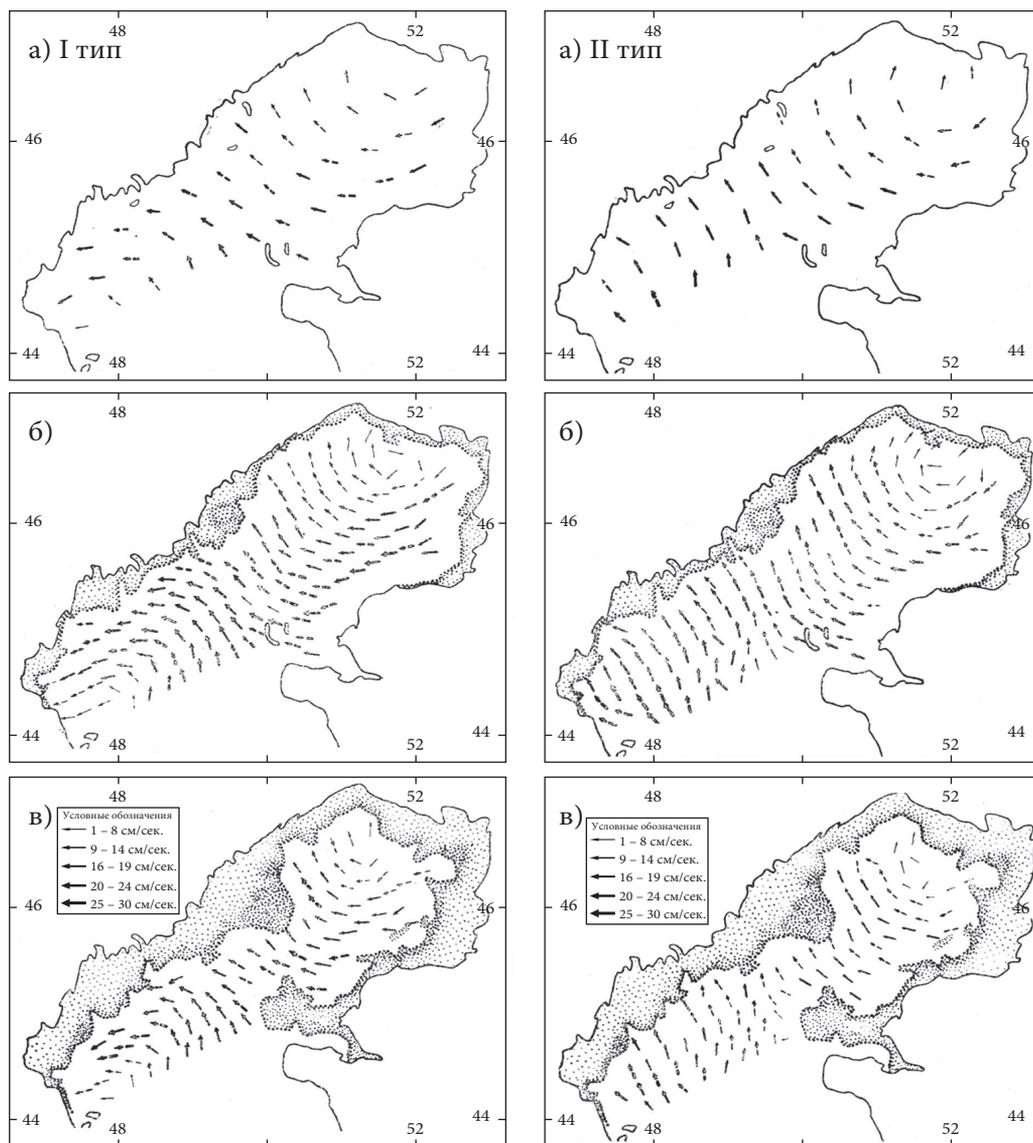


Рис. 3. Карты поверхностных течений: а – при современном уровне, б – при понижении уровня на 1 м, в – при понижении уровня на 3 м.

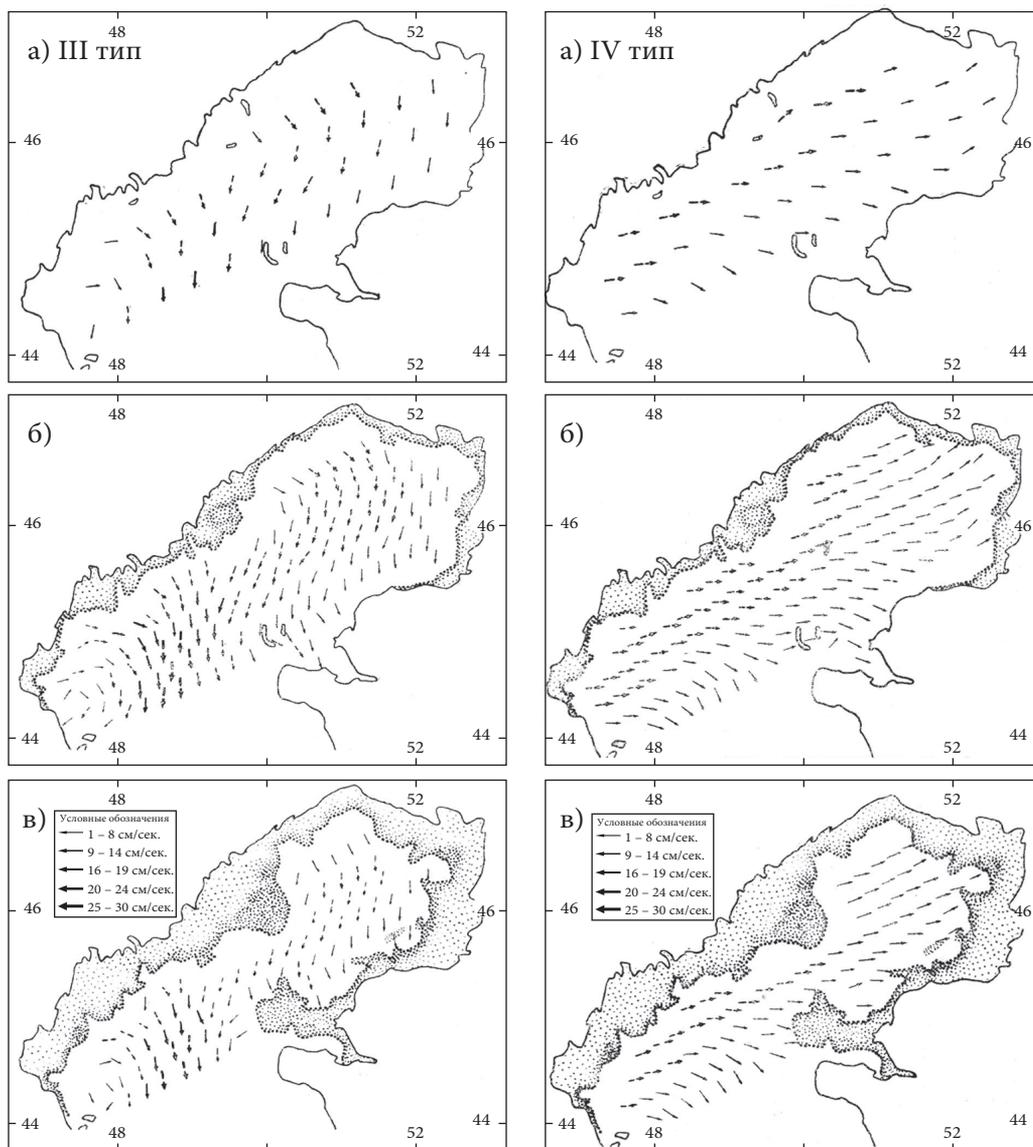


Рис. 3. – Продолжение

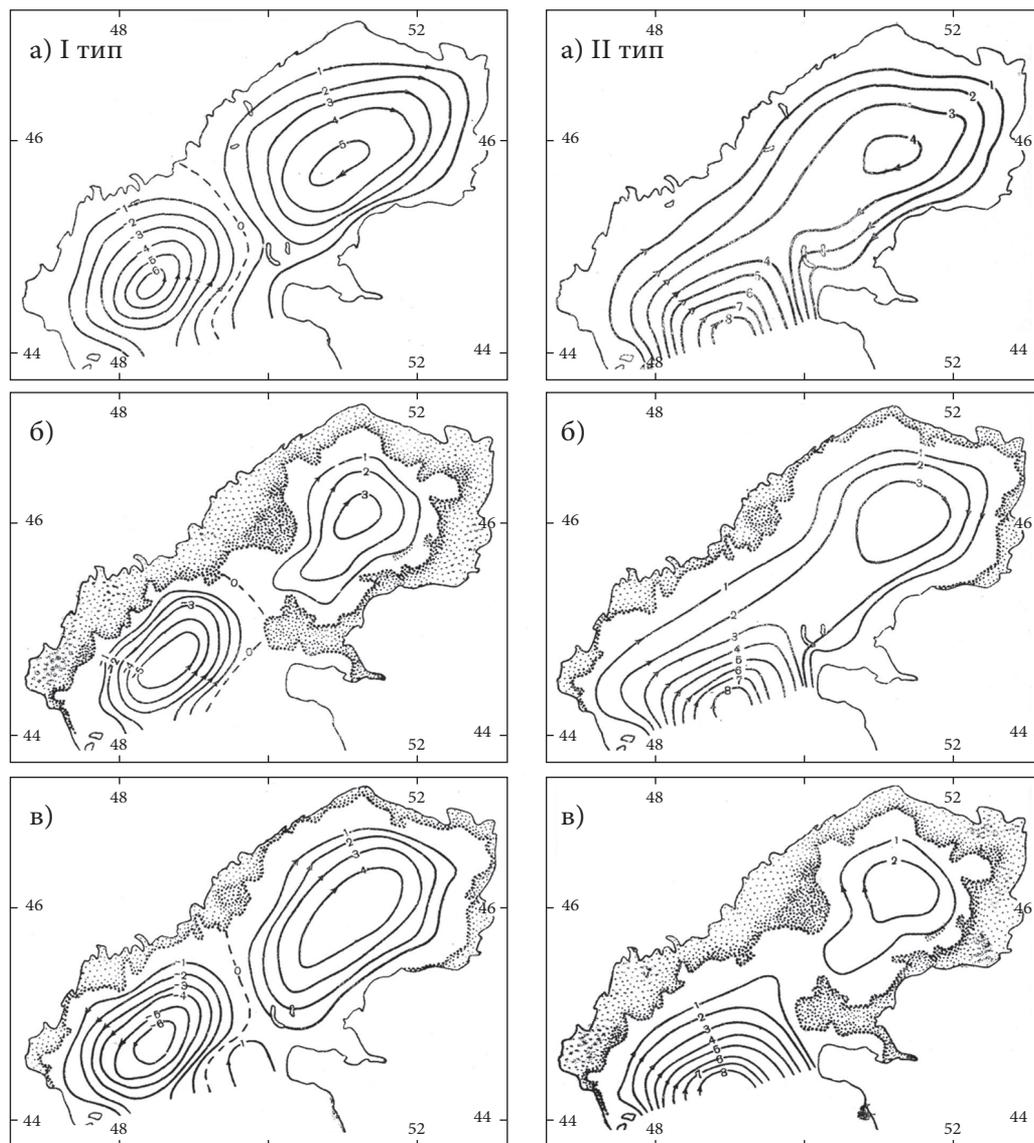


Рис. 4. Карты горизонтального переноса, осредненного по глубине: а – для современного состояния, б – при понижении уровня на 1 м, в – при понижении уровня на 3 м.

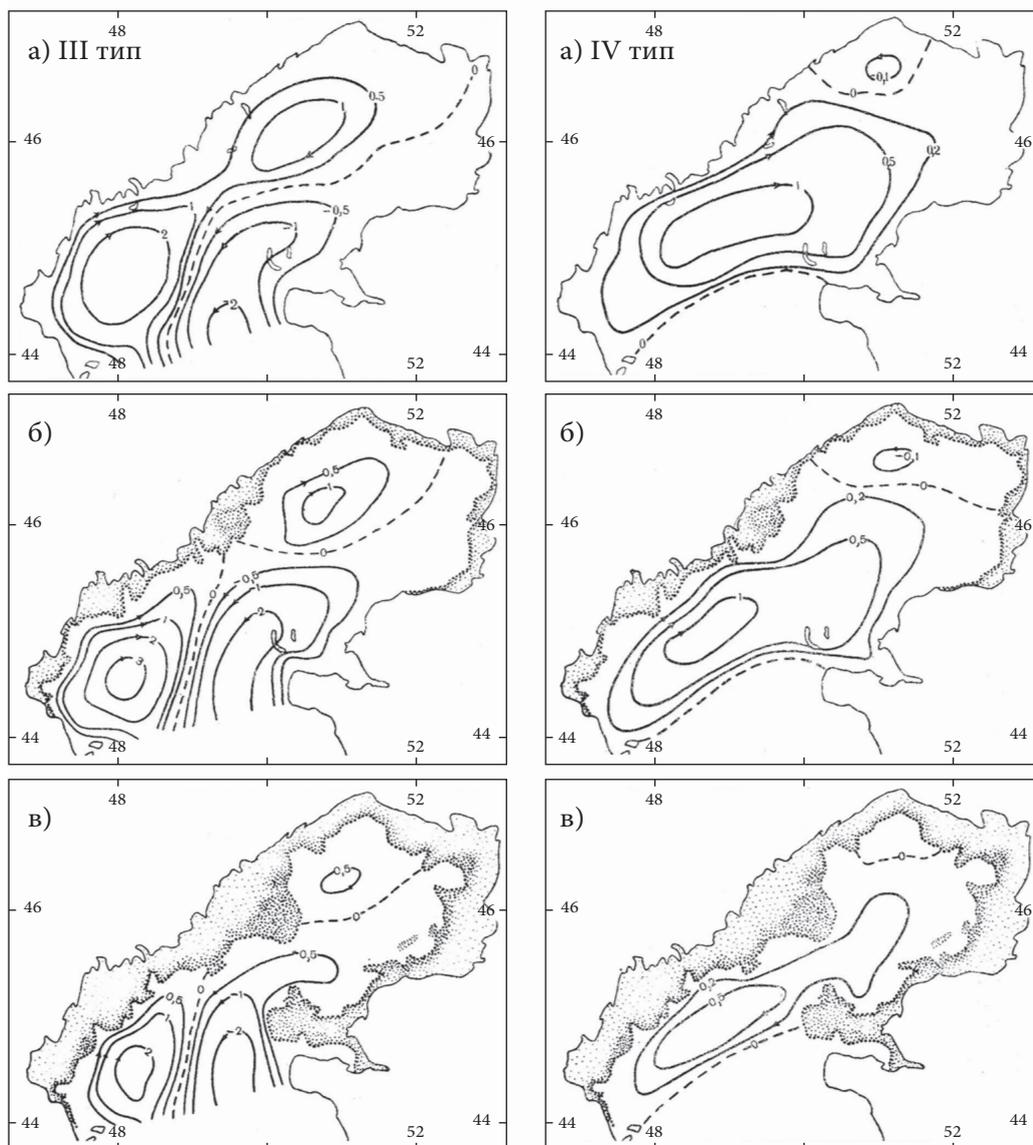


Рис. 4. – Продолжение

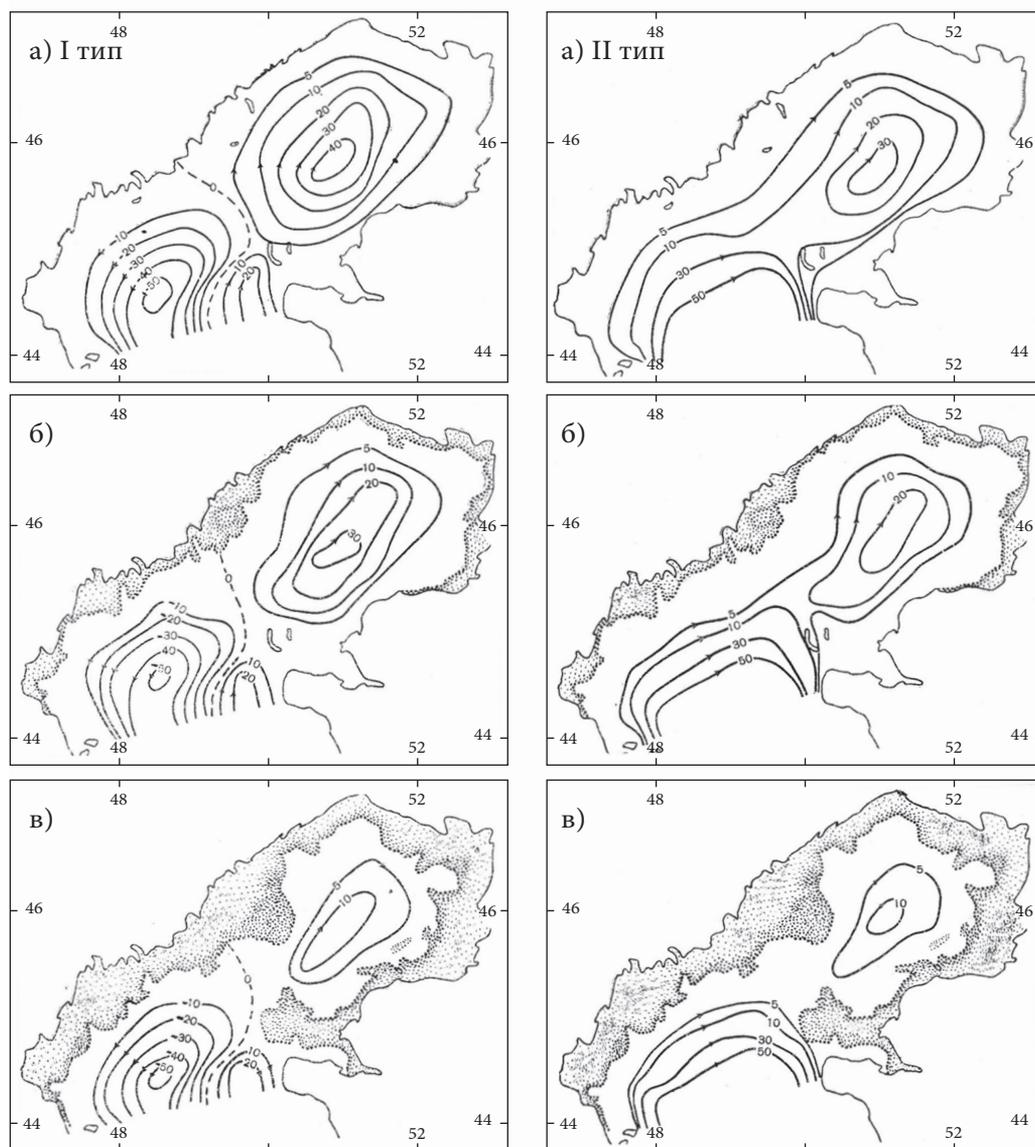


Рис. 5. Карты горизонтального переноса от поверхности моря до дна:
а – при современном состоянии, б – при понижении уровня на 1 м,
в – при понижении уровня на 3 м.

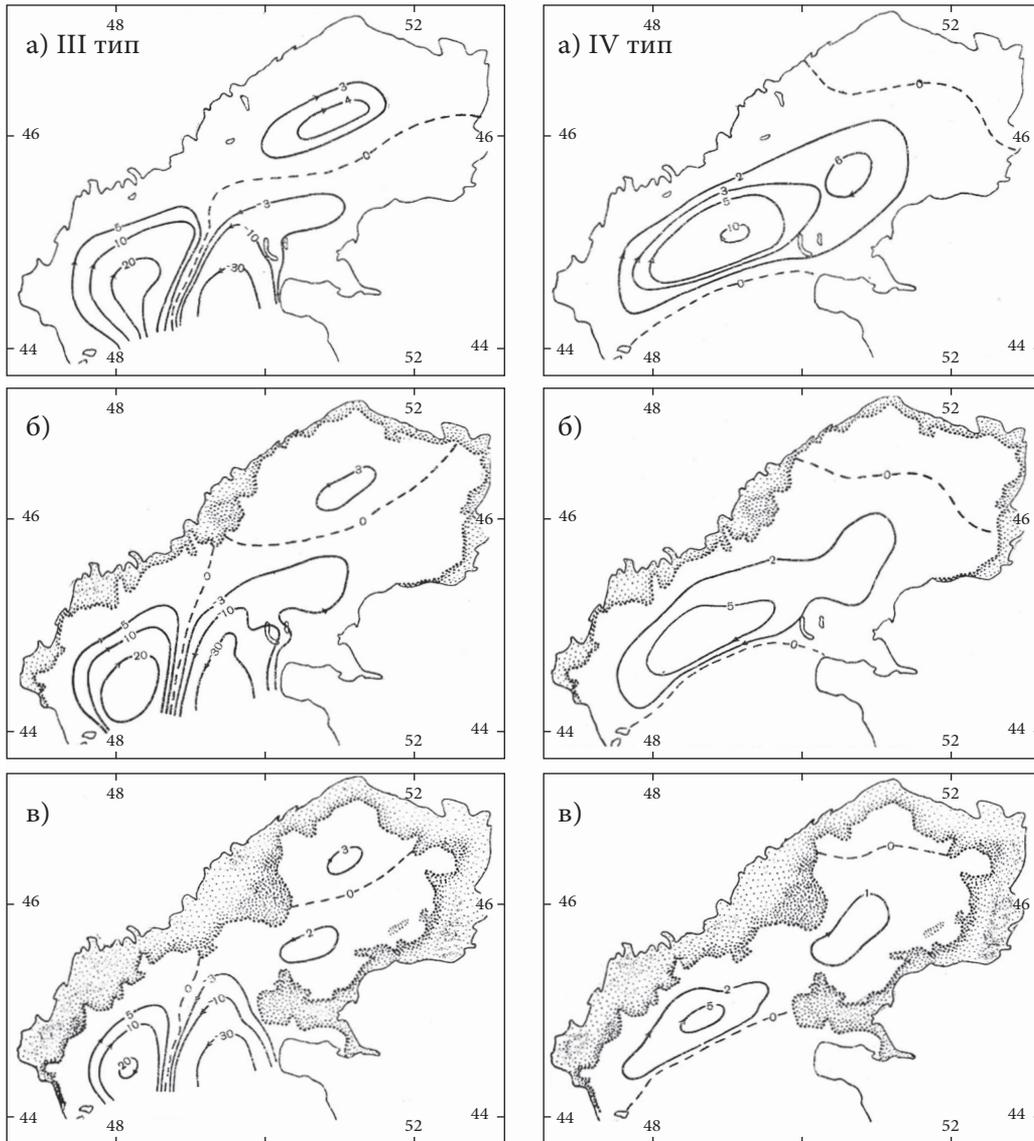


Рис. 5. – Продолжение

расположенным примерно на 46°С , 51°В . При этом средние скорости течения составляют 3–5 см/сек., несколько увеличиваясь вблизи юго-восточной береговой линии.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Более полные данные о судьбе вод Среднего Каспия, втекающих через разрез II, можно получить по карте полных потоков. Согласно этим данным, общий характер циркуляции совпадает с указанным выше, однако при наличии интенсивного водообмена (около $70\,000\text{ м}^3/\text{сек.}$) между Северным и Средним Каспием водообмен между западной и восточной частью моря составляет лишь $4500\text{ м}^3/\text{сек.}$, т.е. около 7%. Важно отметить, что воды западной части втекают в восточную часть моря через северную половину разреза I.

Изменение течений при понижении уровня моря на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Величины и направление скоростей поверхностных течений и общий характер циркуляции, насколько можно судить об этом по картам средних скоростей и полных потоков, сохраняются без существенных перемен. Несколько ослабляется интенсивность циркуляции в восточной части моря и, наоборот, несколько усиливается циркуляция в западной части. Средние скорости течений в восточной части составят 2,5–4,0 см/сек. (при понижении уровня на 1 м) и 1,5–2,5 см/сек. (при понижении уровня на 3 м). При том же примерно водообмене через разрез II водообмен через разрез I сокращается до $3500\text{ м}^3/\text{сек.}$ (при понижении на 1 м) и до $150\text{ м}^3/\text{сек.}$ (при понижении на 3 м). Все эти изменения вызваны изменениями конфигурации берегов и уменьшением объема моря. В частности, на убывании полных потоков непосредственно сказывается уменьшение глубин, вызванное понижением уровня моря.

Течения и водообмен при II типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Ветры юго-восточного направления с резко выраженной неравномерностью меняются от умеренных в восточной части до штормовых в районе Махачкала. Скорости от 6 до 13 м/сек. встречаются преимущественно в холодное время года и переходные периоды. Продолжительность от 1–2 суток (циклоны) до 5–6 суток (антициклоны в Средней Азии).

Поверхностные течения (рис. 3а) направлены преимущественно на северо-запад, в восточной части Северного Каспия имеют тенденцию к повороту от западных (на востоке) до северо-западных (на разрезе II). Скорости течений равномерно возрастают от 0–10 см/сек. (на северо-востоке) до 20–30 см/сек. на юго-востоке Среднего Каспия. На разрезе I скорости течения составляют около 15 см/сек. Несколько севернее разреза II скорости течения направлены на северо-северо-запад и равны по величине 10–30 см/сек.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Через западную часть разреза *II* из Среднего Каспия в Северный Каспий втекает (из расчета на 1 м высоты) около 8500 м²/сек. Примерно 3500 м²/сек. проносится вдоль северного берега Северного Каспия в восточную часть, остальные водные потоки возвращаются в Средний Каспий, достигнув линии разреза *I*. Циркуляция в восточной части моря происходит по часовой стрелке, интенсивность ее характеризуется величиной объема воды (около 4500 м²/сек. на 1 м высоты), проносающегося между береговой линией и центром циркуляции, расположенными на 46°С, 51°В, как и ранее, в случае ветра типа *I*. Средние скорости течения составляют 4–6 см/сек. в восточной части моря и 8–12 см/сек. в западной части моря.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Общий характер циркуляции такой же, как и для средних скоростей. Водобмен между Северным и Средним Каспием составляет около 180 000 м³/сек., причем на западной половине разреза *II* имеет место втекание вод Среднего Каспия, на восточном – наоборот. Однако до середины западной части Северного Каспия доходит лишь небольшая часть этого потока (около 20 000 м³/сек.) и еще меньшая часть попадает в восточную часть моря (12 000 м³/сек., т.е. около 6–7%). Потоки из западной части моря в восточную пересекают, как и ранее, северную половину разреза *I*.

Изменения течений при понижении уровня на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Распределение поверхностных скоростей течений по величине и направлению, а также общий характер циркуляции, соответствующей средним скоростям и полным потокам, в целом сохраняется без перемен. Несколько более четко выявляется линия схождения поверхностных скоростей, примерно по разрезу *I*, а следовательно, усиливается при понижении уровня вертикальная циркуляция в плоскости этого разреза. Средние скорости течения в восточной части моря несколько ослабляются.

Водобмен через разрез *II* составляет 180 000 и 160 000 м³/сек. при понижении уровня соответственно на 1 и 3 м. В восточную часть моря поступает при этом 8500 и 1000 м³/сек.

Течения и водобмен при III типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Умеренные северные и северо-западные ветры, усиливающиеся к югу в западной части моря. Скорости ветра от 4 до 7 м/сек. Этот тип ветра особенно характерен для устойчивой летней погоды.

Поверхностные течения (рис. 3а) направлены, примерно следуя ветру, на юг, с небольшими отклонениями к востоку (у северных берегов) и к западу (у южных границ Северного Каспия). Намечается слабая тенденция

к образованию циркуляции, направленной по часовой стрелке. Скорости течений меняются в пределах 5–15 см/сек., нарастая к средней части Северного Каспия и достигая наибольших значений несколько западнее линии разреза *I*.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Через прибрежные отрезки разреза *II* в Северный Каспий из Среднего Каспия направлены потоки, расход которых составляет 1500 м³/сек. (на западе) и 2500 м³/сек. (на востоке) на 1 м высоты слоя. Восточная струя частично проникает в юго-восточную часть Северного Каспия, западная – преимущественно в западную и частично в северо-восточную часть Северного Каспия, где образуется слабая циркуляция с направлением вращения по часовой стрелке. Центр этой циркуляции расположен в точке с координатами 46°С, 50°30'В. Средние скорости течения составляют при этом 3–4 см/сек., несколько увеличиваясь в районе струи, вытекающей через среднюю часть разреза *II* в Среднем Каспии.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Общий характер циркуляции тот же, что и для средних скоростей. Вдоль восточного берега моря протекает в Средний Каспий около 70 000 м³/сек., из них в восточную часть Северного Каспия попадает 5500 м³/сек. Вдоль западного берега в Северный Каспий протекает около 20 000 м³/сек., из которых в восточную часть Северного Каспия попадает 1500 м³/сек. Общий водообмен между Средним и Северным Каспием составляет 90 000 м³/сек., водообмен между западной и восточной частями моря равен 7000 м³/сек., т.е. по отношению к предыдущему около 10%. Таким образом, водные потоки в западную и восточную часть Северного Каспия направлены вдоль берегов; обратные потоки занимают центральную часть моря. Направление полных потоков, как и средних скоростей течения, резко отличается от направлений скоростей поверхностного слоя.

В отличие от типов *I* и *II*, здесь бросается в глаза меньшая площадь, охваченная замкнутой циркуляцией в восточной части моря. Видимо, это объясняется взаимодействием рельефа глубин и особенностей ветрового поля.

Изменения течений при понижении уровня на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Более четко проявляется тенденция к искривлению линий тока поверхностных течений, обращенных выпуклостями к востоку, а также линия схождения скоростей к западу от разреза *I*. При понижении уровня образуются отдельные районы замкнутых циркуляций в западной и северо-восточной частях Северного Каспия.

Воды западной струи не проникают более в восточную часть моря. Водообмен между Средним Каспием и юго-восточной частью Северного Каспия достигает 6500 м³/сек. (при 60 000 м³/сек., поступающих вдоль восточного берега из Среднего Каспия) при понижении уровня на 1 м и всего 900 м³/сек. (при 50 000 м³/сек., поступающих вдоль восточного берега моря из Среднего

Каспия) при понижении уровня на 3 м. В последнем случае восточный район Северного Каспия образует почти изолированную область с двумя слабо выраженными центрами циркуляции: на севере – по часовой стрелке и на юге – против часовой стрелки. Средние скорости течения (в восточной части Северного Каспия) составляют около 2,5 см/сек. Водообмен вдоль западного берега Среднего Каспия и Северный Каспий составляет около 20 000 м³/сек. Таким образом, полный водообмен между Средним и Северным Каспием равен 80 000 м³/сек. при понижении на 1 м и 70 000 м³/сек. при понижении на 3 м.

Течения и водообмен при IV типе ветра

Краткая характеристика поля ветра (рис. 2). Западные ветры, умеренные и свежие; скорости ветра от 4 до 7 м/сек. (на западе). Этот тип ветра наблюдается преимущественно в холодное время года.

Поверхностные течения (рис. 3а) преимущественно западных направлений, с переходом к юго-западным на линии разреза II. Скорости течения меняются от 5 до 13 см/сек., достигая наибольших значений в северо-западной части моря.

Средние (по вертикали) скорости течений (рис. 4а). Обширная область замкнутой циркуляции занимает почти весь Северный Каспий, за исключением крайнего севера моря, где имеется едва выраженная циркуляция, направленная против часовой стрелки. Средние скорости течений достигают наибольших значений 3 см/сек. вблизи разреза II. Водообмен со Средним Каспием почти отсутствует. Поток в восточную часть моря составляет около 1000 м³/сек. и направлен вдоль северной половины разреза I.

Полные потоки (суммарные по вертикали) (рис. 5а). Общий характер переноса водных масс соответствует установленной выше картине линий тока для средних скоростей течения. В крайних северо-восточных районах Северного Каспия полные потоки практически отсутствуют. Водообмен между Средним и Северным Каспием составляет около 40 000 м³/сек., однако он захватывает лишь узкую полосу моря, непосредственно прилегающую к разрезу II. Водообмен между западной и восточной частями моря равен 4200 м³/сек., осуществляется переносом водных масс с запада на восток через северную половину разреза I и с востока на запад через южную половину того же разреза.

Изменения течений при понижении уровня на 1 и 3 м (рис. 3, 4, 5 б, в). Направления и величины поверхностных скоростей, а также общий характер циркуляции в Северном Каспии почти не меняется. Водообмен между Средним и Северным Каспием уменьшается до 37 000 м³/сек. при понижении на 1 м и до 33 000 м³/сек. при понижении на 3 м, однако, как и ранее, этот водообмен не имеет сколько-нибудь существенного значе-

ния для Северного Каспия. Водообмен между западной и восточной частями моря убывает до 3000 м³/сек. при понижении на 1 м и до 400 м³/сек. при понижении на 3 м. Средние скорости течений убывают, особенно в восточной части Северного Каспия, где они едва достигают 0,25 см/сек. Восточная часть Северного Каспия превращается в отдельную область, почти полностью изолированную от всего моря. На крайнем севере этой области перенос водных масс практически отсутствует, на юго-западе образуется слабо выраженная циркуляция с направлением вращения по часовой стрелке.

Общие замечания

Необходимо отметить, что характер течений определяется в каждом случае всеми особенностями ветрового поля, т.е. не только направлением ветра, но и распределением скоростей ветрового поля по всей акватории моря.

Общей для всех четырех типов ветров является тенденция к выделению восточной части Северного Каспия при понижении уровня моря в изолированный район с самостоятельной более или менее четко выраженной циркуляцией (по часовой стрелке). Так как выбранные типы ветров различны как по направлению, так и по характеру своей неравномерности, то особенности ветрового поля не могут вызвать указанной тенденции. Причиной ее является рельеф дна Северного Каспия, который затрудняет водообмен между западной и восточной частями, что особенно сильно должно проявиться при предстоящем понижении уровня моря.

То обстоятельство, что скорости поверхностных течений вдали от берега почти всюду направлены в основном по ветру, тогда как характер горизонтальной циркуляции весьма разнообразен, приводит нас к выводу о наличии интенсивной вертикальной циркуляции в различных направлениях на каждой вертикали.

В заключение приводим некоторые сводные данные о скоростях течений и водообмене при всех четырех типах ветров (табл. 3 и 4).

Таблица 3

Скорости течений (в см/сек.)

Тип ветра	Скорость ветра в м/сек.	Поверхностный слой			Средние (по вертикали)		
		Понижение уровня					
		0	1 м	3 м	0	1 м	3 м
I	9–13	5–25	5–25	5–25	3–5	2,5–4	1,5–2,5
II	6–13	10–30	10–30	10–30	4–12	4–12	3–10
III	4–7	5–15	5–15	5–15	3–4	3–4	2–3
IV	4–7	5–15	5–15	5–15	0–3	0–3	0–0,5

Таблица 4

Водообмен (в 1000 м³/сек.)

Тип ветра	Между Средним и Северным Каспием			Между западной и восточной частями Северного Каспия		
	Понижение уровня					
	0	1 м	3 м	0	1 м	3 м
I	70	70	65	4,3	3,4	0,15
%	100	100	93	100	79	3
II	180	180	160	12	8,5	1,0
%	100	110	89	100	71	84
III	90	80	70	7,0	6,5	0,9
%	100	89	78	100	93	13
IV	40	37	33	4,2	3,0	0,4
%	100	93	83	100	72	10

Выводы

Изложенные ниже выводы основаны на рассмотрении указанных в работе полей ветра. В какой мере эти выводы обладают общностью для всевозможных других полей ветра, оценить не представляется возможным, так как в распоряжении авторов не было данных о продолжительности и повторяемости ветровых условий над Каспийским морем в течение года.

1. Общий характер горизонтальной циркуляции вод в Северном Каспии при понижении уровня моря не будет претерпевать сколько-нибудь существенных изменений.

2. При понижении уровня на 1 и 3 м водообмен между западной и восточной частями Северного Каспия будет составлять 50–80% и соответственно 3–15% современного.

3. Общий механизм водообмена через разрез I (между западной и восточной частями Северного Каспия) сохраняется при понижении уровня моря неизменным: через северную половину разреза вода втекает в восточную часть моря, через южную – вытекает².

4. Поверхностные и средние (по вертикали) скорости течений, а также водообмен между Средним и Северным Каспием и между западной и восточной частями Северного Каспия вычислены при четырех различных ветровых полях. Данные вычислений сведены в табл. 1.

² Расхождение между выводами Г. В. Ржеплинского (в сборнике Тр. ГОИН, 1955, вып. 020) и авторами данной статьи, как было установлено специальной проверкой, объясняется частным характером рассмотренных в данной работе ветровых полей. Данные о ветре, которыми пользовался Г.В. Ржеплинский, являются более подробными для разреза I, но они не пригодны для трехмерного расчета течений, так как не охватывают всей акватории моря. Прим. ред. Тр. ГОИН, 1955, вып. 020.

5. Поверхностные течения в основном следуют направлению ветра. При этом, так как направления поверхностных и средних скоростей течения не совпадают, вертикальная циркуляция в море должна быть развита достаточно интенсивно, чтобы глубинные течения выполняли роль компенсационных.

6. Примененный метод расчета не дает возможности выявить влияние отдельных физико-географических факторов на характер течений в море. Однако есть основания полагать, что рельеф дна служит причиной постепенного выделения восточной части моря в отдельный изолированный район.

Большую помощь в работе оказали А.А. Ющак и В.А. Леднев. Итерации при решении уравнений Пуассона выполнены в ЦНИГМА, графические работы в их окончательном виде выполнены картографическим отделом ГОИН.

Литература

1. Багров Н. А. Развитие ветрового нагона в замкнутом море. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1946.
2. Кошинский С.Д. и Пылаев Л.Г. Краткая синоптическая характеристика полей ветра. Рук., Баку, 1951.
3. Штокман В.Б. Поперечная неравномерность нагонного ветра как одна из важнейших причин горизонтальных циркуляции в море. ДАН, 45, т. 52, № 2.
4. Штокман В.Б. Влияние рельефа дна и поперечной неравномерности ветра на горизонтальную циркуляцию в мелком море или водохранилище. «Метеорология и гидрология», № 8, 1953.
5. Шулейкин В.В. Физика моря, изд. АН СССР, 1953.

ТЕОРИЯ ТЕРМОКЛИНА И П.С. ЛИНЕЙКИН

В.С. Мадерич

*Институт проблем математических машин
и систем Национальной академии наук Украины, Киев*

С именем Павла Самойловича Линейкина (1910–1981) связано создание и развитие теории главного океанического термоклина, а также другие значительные достижения в исследовании динамики океана и атмосферы. В статье представлен обзор работ П.С. Линейкина по теории термоклина в контексте последующего развития этой теории.

1. Жизненный путь П.С. Линейкина

Павел Самойлович Линейкин родился 6 апреля 1910 года в Саратове. В двадцатилетнем возрасте он закончил Саратовский университет по физико-техническому отделению педагогического факультета. Научная деятельность П.С. Линейкина началась в 1932 г. после поступления в аспирантуру Научно-исследовательского геофизического института в Москве. Здесь под руководством крупнейшего специалиста в области гидромеханики и геофизики Л.Н. Сретенского и сформировались его научные интересы. В 1936 г. была защищена диссертация «К теории приливов в бассейнах и каналах». С тех пор изучение проблем динамики океана и атмосферы составляло основу разносторонней и плодотворной научной деятельности П.С. Линейкина.

Педагогическая деятельность, занимавшая значительное место в его жизни, началась еще в 1931 г. с работы ассистентом кафедры математики Института прядильных культур в Иванове. Многие годы работы и.о. заведующего кафедрой теоретической механики Автодорожного института в Саратове (1936–1939 гг.), доцентом кафедры математики Гидрометеорологического института в Москве (1939–1944 гг.), заведующим кафедрой Всесоюзного заочного института связи (1963–1967 гг.), чтение ряда курсов на механико-математическом и географическом факультетах МГУ позволили в полной мере проявиться его таланту преподавателя. Павел Самойлович говорил, что чтение лекций помогает исследователю яснее и доходчивее излагать свои мысли.

Два наиболее важных периода в научном творчестве П.С. Линейкина связаны с Государственным океанографическим институтом (ГОИН) в 1946–1963 гг. и с Гидрометеорологическим научно-исследовательским центром СССР, в котором он работал с 1967 г. до последних дней жизни. Приглашенный в 1946 г. тогдашним директором ГОИНа, выдающимся океанографом Н.Н. Зубовым, в теоретический отдел института, Павел Самойлович начал свой цикл работ по гидротермодинамике океана, приведший менее чем через 10 лет к построению линейной теории термоклина. Результаты этих исследований были обобщены в докторской диссертации, защищенной в 1956 г., и в монографии (*Линейкин, 1957а*). В 1967 г. по приглашению директора Гидрометцентра СССР В.А. Бугаева он возглавил лабораторию динамики моря, созданную при отделе морских прогнозов. Небольшой, но сплоченный коллектив лаборатории внес существенный вклад в развитие численных методов прогноза штормовых нагонов, гидротермодинамики ледового покрова в неарктических морях, параметров верхнего перемешанного слоя океана и, конечно, в развитие моделей общей циркуляции бароклинного океана (*Линейкин и др., 1979*). Интересы самого П.С. Линейкина, в первую очередь, были сосредоточены на развитии нелинейной и нестационарной теории термоклина, и фундаментальная монография (*Линейкин, Мадерич, 1982*), в которой подводились итоги 25-летнего развития теории термоклина, закончила творческий путь Павла Самойловича.

Чтобы лучше понять место работ Павла Самойловича в исторической перспективе развития теории океанической циркуляции, уместно охарактеризовать эпоху 40–70-х как время революционных сдвигов в понимании механизмов динамики океана, обусловленных как открытиями наблюдательной океанографии, так и развитием теории. Действительно, в этот относительно короткий промежуток времени были открыты экваториальные подповерхностные противотечения и противотечения под западными пограничными течениями, обнаружена мезомасштабная изменчивость в открытом океане, установлено наличие тонкой структуры течений, температуры и солёности. Появились теоретические модели крупномасштабной ветровой циркуляции в открытом океане, модели западных пограничных течений, экваториальной циркуляции, модели термоклина и абиссальной циркуляции, составившие основу трехмерной картины циркуляции океана, которая в последующие десятилетия будет уточняться и детализироваться с помощью численных моделей. Павел Самойлович успешно работал в различных областях геофизической гидродинамики, включая теорию приливов, теорию конвекции, моделирование муссонов и мелководных морей, но главным его вкладом в науку было создание и развитие теории океанического термоклина.

2. Проблема термоклина

В отличие от тропосферы в воздушной оболочке Земли, воды Мирового океана в основном устойчиво стратифицированы. В вертикальных профилях температуры, солёности и плотности в океанах и морях выделяются: *поверхностный квазиоднородный слой* толщиной порядка 100 м, сезонный слой повышенных градиентов (*сезонный термоклин*) толщиной 50–100 м и слой толщиной порядка 1 км, в котором плотность заметно увеличивается с глубиной. Обычно этот слой называется *главным термоклин*ом, поскольку наибольший вклад в стратификацию вносят изменения температуры. В некоторых областях океана и в морях (например, в Северном Ледовитом океане или в Черном море) устойчивая стратификация поддерживается за счет распреснения поверхностного слоя и потому здесь следует именовать этот слой *халоклин*ом. Основная масса слабо стратифицированных вод называется *абиссалью*. Термин бароклинный слой не вполне точен, потому что влияние бароклинности существенно и в глубинных слоях океана. Вкратце, *проблема термоклина* состоит в выяснении причин, по которым главный термоклин существует как относительно тонкий пограничный слой, и в объяснении механизма влияния крупномасштабных процессов в термоклине на перенос тепла, солей и импульса в океане.

В приближении Буссинеска уравнениями теории термоклина являются уравнения движения в приближениях гидростатики и геострофии, уравнение неразрывности и уравнения переноса температуры и солёности. Линеаризация уравнения состояния при некоторых упрощающих предположениях сводит их к одному уравнению для отклонения (аномалии) плотности. Записанные для простоты в приближении планетарной β -плоскости, эти уравнения планетарно-геострофической динамики имеют вид (Линейкин, Мадерич, 1982):

$$-fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = g\delta, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + u \frac{\partial \delta}{\partial x} + v \frac{\partial \delta}{\partial y} + w \frac{\partial \delta}{\partial z} = \kappa \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} + \kappa_H \nabla^2 \delta, \quad (3)$$

где u, v, w – составляющие вектора скорости вдоль осей координат x, y, z , направленных на восток, север и вниз соответственно; p – возмущение давления; $f = f_0 + \beta y$ – параметр Кориолиса; g – ускорение силы тяжести; $\delta = \rho - \rho_0$ –

отклонение плотности ρ от невозмущенного значения ρ_0 ; κ и κ_H — коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентной диффузии соответственно. На верхней границе термоклина, совпадающей с нижней границей слоя трения, задается вертикальная экмановская скорость w_e и потоки тепла и соли, выраженные через возмущения плотности, или же распределение плотности. На дне задаются условия обтекания и отсутствия потоков тепла и соли.

3. Линейная теория термоклина

С середины 50-х годов и до последних дней жизни интересы П.С. Линейкина были сосредоточены на построении и усовершенствовании теории термоклина. В основе первых моделей термоклина П.С. Линейкин положил ряд допущений. В линеаризованном уравнении состояния морской воды плотность предполагается линейной функцией температуры и солёности. Коэффициенты диффузии тепла и соли для движущейся среды считаются одинаковыми, что позволяет свести эти уравнения к одному уравнению «диффузии плотности» (3). Хотя последний термин впоследствии самим Линейкиным был признан не вполне удачным, уравнение «диффузии плотности» часто используется в теоретических исследованиях. В самых первых работах Линейкина в уравнении неразрывности учитывалась сжимаемость морской воды, но выводы теории от этого эффекта не зависели, и впоследствии уравнения движения и неразрывности использовались в приближении Буссинеска. Более строгий вывод уравнения (3) для потенциальной плотности приведен в работе (Линейкин, 1975а). Условия, при которых граничные условия на поверхности океана для температуры и солёности сводятся к граничному условию для плотности, рассмотрены в (Линейкин, 1974). Следующее упрощение заключается в том, что уже замкнутая система уравнений для скорости, давления и плотности воды в гидростатическом приближении линеаризуется относительно состояния покоя, в котором через толщу вод моря проходит не зависящий от координат и времени поток тепла сверху. При постоянных коэффициентах диффузии профиль невозмущенной плотности оказывается линейным. Все эти упрощения, введенные для преодоления математических трудностей решения задачи, не искажают, тем не менее, важнейших физических особенностей бароклинной циркуляции и позволяют получить аналитические решения для бассейнов простой геометрической формы (глубокий канал, круглое море, случай бесконечного прямолинейного берега).

Вначале П.С. Линейкин изучил структуру течений и поля плотности в бесконечном канале (однородном вдоль продольной оси) без учета широтного изменения параметра Кориолиса (Линейкин, 1955а). Из полученного им решения следует, что движение в канале бесконечной глубины складывается из чисто дрейфового течения, глубина которого ограничивается экмановским слоем трения у поверхности моря, и градиентного течения, обусловленного наклоном уровня и перераспределением плотности в поперечном сечении

канала. Глубина проникновения градиентного течения, затухающего, как и возмущения плотности, при удалении от поверхности моря по экспоненциальному закону, характеризуется масштабом

$$\Lambda_f = (fL/N)\sqrt{\kappa/\nu}, \quad (4)$$

где L – горизонтальный масштаб течений; N – частота Брента-Вяйсяля; ν – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости. Термоклин здесь представляет собой своеобразный пограничный слой, образующийся под действием вертикальной диффузии, уравнивающейся вертикальной адвекцией. Градиентно-конвекционные течения находятся в геострофическом равновесии, поэтому в первом приближении при постоянном параметре Кориолиса горизонтальные течения бездивергентны. Лишь учет относительно малой вязкости приводит к появлению вертикальных движений, ответственных за формирование термоклина. Это и объясняет наличие в соотношении (4) зависимости глубины термоклина не только от диффузии, но и от вязкости.

Уже первая статья (Линейкин, 1955а) произвела сильное впечатление на сообщество теоретиков-океанологов. Ссылки на нее сопровождалась эпитетами «наиболее интересная и стимулирующая» (Stommel, 1957), «важная» (Robinson and Stommel, 1959), «интересная» (Welander, 1959). Начиная с обзора (Stommel, 1957), в последующих зарубежных публикациях масштаб (4) обычно назывался «масштабом Линейкина», а сам слой – «слоем Линейкина».

Также впервые (Линейкин, 1957а) был изучен механизм ветрового апвеллинга у берега стратифицированного моря. Оказалось, что наличие стратификации в глубоком море приводит к сосредоточению области подъема вод в бароклинном слое. Структура апвеллинга в стратифицированном океане существенно отличается от однородного океана, в котором влияние апвеллинга простирается до дна. При оценке этого исследования следует иметь в виду, что область апвеллинга имеет сложную погранслоиную структуру. В 50-х годах методы сингулярных асимптотических разложений в приложении к гидродинамике только начинали развиваться, и поэтому можно лишь удивляться аналитическому искусству Павла Самойловича. Решения этих задач, заново полученные в монографии (Линейкин, Мадерич, 1982) уже асимптотическими методами, оказались практически теми же. Пионерский характер этих работ подчеркивает то обстоятельство, что широкое изучение апвеллинга в стратифицированных морях развернулось лишь в конце 60-х годов. То же можно сказать и о задаче нестационарной динамики течений термоклина (Линейкин, 1956, 1957а), в которой исследовалось установление полей плотности и течений в канале под действием ветра.

Выводы, полученные при решении указанных задач, относятся к не очень большим морям или прибрежным областям морей, тогда как при описании движения в океанах необходимо учитывать сферичность Земли (β -эффект). Линейная модель океанического термоклина в приближении β -плоскости

практически одновременно была построена в работах (*Линейкин, 1957б; Stommel and Veronis, 1957*). Вертикальный масштаб океанического термоклина определяется соотношением

$$\Lambda_{\beta} = \left[(f^2 \kappa L) / (N^2 \beta) \right]^{1/4}. \quad (5)$$

Океанический термоклин также представляет собой пограничный слой, образующийся под действием вертикальной диффузии, которая уравнивается вертикальной адвекцией. Течения вне слоев Экмана находятся в геострофическом равновесии, но наличие β -эффекта приводит к дивергенции горизонтальных течений и к появлению вертикальных движений, ответственных за формирование термоклина.

П.С. Линейкин не ограничивался рассмотрением только моделей идеализированных бассейнов типа канала или круглого моря, но и разработал методы расчета полей течений и плотности в реальных морях и океанах (*Линейкин, 1961, 1962б*), основанные на линеаризации относительно частных зональных решений уравнений (1)–(3). Расчеты этими методами проводились как его коллегами в ГОИНе, так в других научных учреждениях. Несмотря на ограничения, обусловленные линеаризацией, рассчитанные поля течений и плотности в северных половинах Атлантического и Тихого океанов в целом согласовались с климатическими данными.

Конечно, Павлу Самойловичу были ясны ограничения, связанные с линеаризацией исходных уравнений (она приводила, в частности, к необходимости задания линейного распределения плотности при постоянных по глубине коэффициентах диффузии плотности). Этот недостаток он пытался преодолеть, рассматривая море в виде двухслойной среды с постоянными в каждом из слоев (но отличающимися друг от друга) невозмущенными вертикальными градиентами плотности (*Линейкин, 1958*). С начала 60-х годов интересы П.С. Линейкина сместились в сторону развития нелинейных моделей термоклина, и при написании монографии (*Линейкин, Мадерич, 1982*) он настоял на включении раздела, озаглавленного «Критика линейной теории». Тем не менее, несмотря на присущие линейной теории ограничения, линеаризация позволяет аналитически исследовать трехмерную структуру полей скорости и плотности. Поэтому линейные модели до сих пор часто используются в теоретических исследованиях. Как отметил Адриан Гилл (*Gill, 1985*), «значимость нелинейной теории не может быть должным образом оценена без полного понимания линейных результатов».

В частности, линейная модель на f -плоскости была использована в серии работ (*Булгаков, Коротаев, 1987; Булгаков и др., 1996*) для объяснения причин формирования циклонической циркуляции в Черном море под действием потоков плавучести через устья рек и пролив Босфор. Близкая задача о цирку-

ляции в небольшом полузамкнутом море была решена в (Pedlosky, 2003). Бароклинная циркуляция в замкнутом океане на β -плоскости была рассмотрена в (Pedlosky, 1969). Наряду с описанием циркуляции в открытом океане была проанализирована структура пограничных слоев у берегов океана, оказавшаяся достаточно сложной. Важным результатом этой работы оказалось то, что крупномасштабная циркуляция замыкается посредством слоев апвеллинга у берегов, исследование которых, как уже упоминалось выше, также было начато в работе (Линейкин, 1957а). Более простая линейная модель термоклина на β -плоскости (Barcilon, 1971), в которой учитывалась горизонтальная диффузия плотности в западном пограничном течении, продемонстрировала зональную асимметрию циркуляции и полей плотности, обусловленную β -эффектом. В работе (Gill, 1985) было найдено аналитическое решение, описывающее термоклин в океане постоянной глубины, ограниченном восточным берегом. Замена «стандартного» представления трения и диффузии на релеевские члены (пропорциональные скорости и отклонению плотности) позволила существенно упростить описание пограничных слоев в модели циркуляции океана (Salmon, 1986) сравнительно с моделью (Pedlosky, 1969). Наконец, линейная модель бароклинной абиссальной циркуляции, движимой подъемом воды в термоклин, была развита в работе (Pedlosky, 1992), показавшей многослойный характер течений в абиссали. Однако надо иметь в виду, что в этом случае возмущения плотности могут быть одного порядка с невозмущенным профилем из-за слабой стратификации абиссали.

4. Нелинейная теория термоклина

Уже через четыре года после появления статьи Линейкина (Линейкин, 1955а) чрезвычайно важный шаг в развитии нелинейной теории термоклина был сделан в двух статьях (Robinson and Stommel, 1959; Welander, 1959), опубликованных в одном и том же номере журнала *Tellus*. В первой из них океанический термоклин рассматривается как специфический пограничный слой, в котором направленный вниз поток тепла за счет вертикальной диффузии уравновешивается нелинейной адвекцией, подобно его линейному аналогу. Однако во второй статье рассматривается задача, в которой диффузия отсутствует. Но и в этом случае термоклин существует: в частном решении, найденном Веландером, скорости и возмущения плотности экспоненциально затухают с глубиной, что подвергает сомнению аналогию термоклина с классическим пограничным слоем. Как отметил Линейкин (Линейкин, 1974), «на основании полученных частных результатов однозначно решить вопрос о природе термоклина не представляется возможным». Все же в 60-х годах основные усилия теоретиков были направлены на развитие адвективно-диффузионной модели, для которой аналогия с классической теорией вязкого пограничного слоя оказалась методологически полезной: были получены автомодельные решения и построены приближенные решения на основе методов интегральных соотно-

шений, восходящих к работам Кармана и Польгаузена. Удобная и компактная форма записи уравнений термоклина с использованием вспомогательной функции Q была предложена в (Каменкович, 1958; Welander, 1959). Заметим, что сама эта функция появилась еще в (Линейкин, 1957a). Система уравнений (1)–(3) сводится к одному уравнению для $Q(x, y, z, t)$

$$Q_{zzt} + \frac{g}{\rho_0} \left[\frac{1}{f} J(Q_z, Q_{zz}) + \frac{\beta}{f^2} Q_x Q_{zzz} \right] = \kappa Q_{zzzz} + \kappa_H \nabla^2 Q_{zz}, \quad (6)$$

в котором нижние индексы x, y, z, t обозначают дифференцирование по этим переменным, а $J(,)$ – якобиан по x, y . Основные переменные задачи выражаются через Q следующим образом:

$$u = -\frac{g}{\rho_0 f} Q_{zy}, \quad v = \frac{g}{\rho_0 f} Q_{zx}, \quad w = \frac{g\beta}{\rho_0 f^2} Q_{zx}, \quad p = gQ_z, \quad \delta = Q_{zz}. \quad (7)$$

Исследования П.С. Линейкина в этот период были направлены как на отыскание автомодельных решений (Линейкин, 1962a, 1963), так и на построение приближенных решений на основе методов интегральных соотношений (Линейкин, 1962a). В последнем случае сложная трехмерная задача (6) свелась к решению более простой двумерной задачи для глубины термоклина. Еще один важный аспект работы (Линейкин, 1962a) – описание геострофической циркуляции в ограниченном бассейне с учетом горизонтальной диффузии. Даже такая упрощенная постановка задачи позволила впервые показать, что совместный эффект бароклинности и переменности параметра Кориолиса с широтой приводит к концентрации изолиний глубины термоклина у западной границы и формированию струйного течения (аналога Гольфстрима). Как уже отмечено выше, подобный результат в линейной постановке позже был получен в (Barcilon, 1971).

Несмотря на значительные усилия (Линейкин, 1963; Robinson and Welander, 1963; Blandford, 1965; Козлов, 1966), лишь несколько точных частных решений уравнения адвективно-диффузионного термоклина (6) при $\kappa_H = 0$ были получены преобразованием подобия

$$Q = m(x, y)F(\xi), \quad \xi = zk(x, y), \quad (8)$$

где m и k определяются в ходе решения задачи таким образом, чтобы уравнение (6) сводилось к обыкновенному дифференциальному уравнению для $F(\xi)$. Среди этих частных решений наиболее интересным оказалось экспоненциальное решение $F = e^{-\xi}$, отличающееся от адвективного решения (Welander, 1959) наличием подъема глубинных вод, уравновешивающего вертикальную диффузию.

Метод Козлова (Козлов, 1966), предложившего расщеплять уравнение для F на отдельные уравнения, впоследствии был обобщен в монографии (Линейкин, Мадерич, 1982), в которой получены почти все известные автомодельные решения без обычного предположения о степенном характере зависимости m и k от горизонтальных координат. Автомодельные решения, описывающие вертикальную диффузию, согласованную с профилем плотности, исследовались в (Мадерич и др., 1988). Основными недостатками автомодельных решений являются предположение об универсальности профиля плотности, хотя он существенно различен в циклоническом и антициклоническом круговоротах, и невозможность одновременно удовлетворить всем граничным условиям на верхней границе термоклина. Коллекция частных аналитических решений была получена инвариантно-групповыми методами учеником П.С. Линейкина Ю.Г. Филипповым (Филиппов, 1968) и впоследствии в (Salmon, 1990; Salmon and Hollerbach, 1991; Hood, 1996; Hood and Williams, 1996; Edwards, 1996). Однако применимость их к реальному океану также довольно ограничена.

Измерения в океане показывают, что в главном термоклине коэффициент вертикальной диффузии $\kappa \ll 1 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ и эффекты диффузии ограничены тонкими пограничными слоями, тогда как вне их существует адвективный термоклин. Интерес к моделям адвективного термоклина возродился в 70-х годах во многом благодаря работам (Welander, 1971a, 1971b). Во второй из них Веландер предложил общий метод нахождения решений стационарного адвективного (идеального) термоклина, основанный на том, что система уравнений (1)–(3) при $\kappa = \kappa_H = 0$ имеет три инварианта, сохраняющиеся вдоль линий тока. Это потенциальная завихренность $\Omega_p = f \partial \delta / \partial z$, функция Бернулли $B = p - \delta g z$ и отклонение плотности δ , между которыми существует функциональная связь $\Omega_p = \Phi(\delta, B)$, где Φ – произвольная функция δ и B . В рамках этой постановки задачи был получен ряд решений (Janowitz, 1986; Killworth, 1986; Huang, 1988, 1989, 2001), описывающих адвективный термоклин при различном выборе Φ . Следует упомянуть развитую по совету Павла Самойловича адвективную модель термоклина (Фролов, 1976), для которого было найдено точное решение, для двухпараметрической модели плотности $\delta = (\delta(x, y, 0) + nz) \exp(-kz)$ (где n и k – искомые функции, зависящие от горизонтальных координат), позволившую описать особенности антициклонического круговорота.

Переход к более простой постановке задачи, в которой непрерывная стратификация аппроксимировалась невязкими и несмешивающимися слоями постоянной плотности (Luyten *et al.*, 1983) позволил выявить важные свойства циркуляции в термоклине. В этой модели «вентилируемого термоклина» более теплая (легкая) вода из поверхностного слоя в антициклоническом круговороте «закачивается» в вентилируемые слои, выходящие на поверхность, и тем самым поддерживает устойчивую стратификацию в адвективном термоклине без необходимости диффузионного потока тепла сверху.

У восточных границ возникают «теневые области», где слои не выходят на поверхность, а под вентилируемыми слоями в области замкнутых геостро-

фических контуров происходит слабое перемешивание, моделью (Luyten *et al.*, 1983) не описываемое, приводящее к гомогенизации потенциальной завихренности (Rhines and Young, 1982). Вклад мезомасштабных вихрей в процессы перемешивания рассматривался в работах (Radko and Marshall, 2005).

Адвективная модель вентилируемого термоклина должна дополняться слоями, в которых диффузия важна. Так, в циклоническом круговороте вертикальная экмановская скорость направлена вверх, плотность не может задаваться на поверхности, и потому существует относительно тонкий диффузионный слой (Welander, 1971a), посредством которого это граничное условие удовлетворяется. На рис. 1а приведена схема слоев в океане (Welander, 1971a), основная особенность которой состоит в постулировании адвективного главного термоклина, ниже которого находится диффузионная абиссаль, а выше в циклонических круговоротах – диффузионные слои.

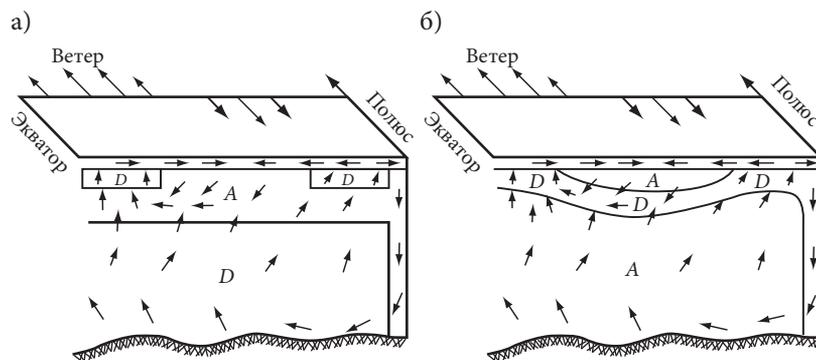


Рис. 1. Возможные схемы термоклина в океане. Схема (а) предложена в работе (Welander, 1971a), схема (б) – в книге (Линейкин, Мадерич, 1982). А – адвективный слой; D – диффузионный слой.

Альтернативная схема на рис. 1б была предложена в монографии (Линейкин, Мадерич, 1982). Здесь абиссаль является адвективной, а между верхним и нижним адвективными слоями в антициклоническом круговороте расположен внутренний диффузионный пограничный слой, прототип которого был исследован еще в (Stommel and Webster, 1962). Положение этого слоя связано с глубиной смены знака вертикальной скорости. Последующее развитие теории и результаты численного моделирования (Young and Lerley, 1986; Salmon, 1990; Samelson and Vallis, 1997b) показали, что в океане реализуется именно схема 1б.

Однако не только «закачка» вод за счет дивергенции в экмановском слое (Dewar *et al.*, 2005) вызывает существование специфического слоя почти однородной «модальной» или «18-градусной» воды в Саргассовом море и в его аналоге в центральной части антициклонического круговорота в Тихом океане. Зимняя конвекция в северной части круговоротов также вносит вклад в формирование этого слоя. Подходящим средством для исследования этих про-

цессов оказалась двухслойная модель (Niiler and Dubbelday, 1970), верхний слой в которой представлял собой слой перемешанной воды, а нижний – описывается моделью термоклина (Needler, 1967). Модифицированная в работах учеников Павла Самойловича (см. Линейкин, Мадерич, 1982; Рябинин, 1986) модель позволила изучить процессы формирования модальных вод. Схема антициклонического круговорота, построенная по данным моделирования в (Линейкин, Мадерич, 1977), приведена на рис. 2.

Согласно этой схеме, первоначально источником модальных вод является относительно теплая и легкая вода из системы западного пограничного течения, которая движется на юг и охлаждается. При охлаждении, поддерживаемом опусканием вследствие конвергенции полных потоков в экмановском слое, формируется мощный слой с малыми градиентами плотности. Плотность этого слоя сначала возрастает к югу за счет охлаждения и вовлечения нижележащих слоев. Южнее поток тепла становится направленным в океан, антициклоническая структура становится менее выраженной, а плотность вод уменьшается. Таким образом, в северной части «18-градусной воды» адвективный механизм не является доминирующим, и положение внутреннего термоклина контролируется также неадиабатическими процессами зимней конвекции, тогда как в южной части субтропического круговорота существуют два термоклина – адвективный у поверхности и адвективно-диффузионный на нижней границе модальных вод (Samelson and Vallis, 1997b).

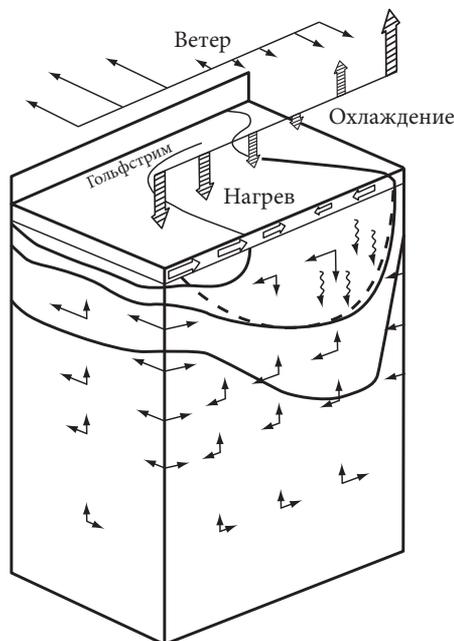


Рис. 2. Схема антициклонического круговорота (Линейкин, Мадерич, 1977).

Рассмотренные выше исследования выполнены, в основном, в пренебрежении эффектами глубинных (абиссальных) течений, а следовательно, и рельефа дна на динамику термоклина. Первые модели термоклина в океане конечной глубины были рассмотрены в работах (Козлов, 1967; Needler, 1967). В работах (Линейкин, 1968, 1969а, 1969б) эти результаты обобщены для океана с переменным рельефом дна. Как оказалось, глубинные (абиссальные) составляющие скорости изменяются обратно пропорционально характерной глубине океана. В большинстве моделей абиссальной циркуляции предполагалось, что течения носят баротропный характер. Однако анализ (Мадерич, 1976) показал, что бароклиный вклад в циркуляцию в абиссали соизмерим с баротропным, а эффекты вертикальной диффузии много меньше, чем в термоклине.

Работой (Линейкин, 1970) открывается обширный цикл исследований (Линейкин, 1975б, 1976, 1983) по решению краевой задачи океанической циркуляции. Включив в рассмотрение придонное трение и горизонтальную диффузию, Павел Самойлович, по существу, перешел от исследований термоклина в открытом океане к изучению динамики течений и плотности в океаническом бассейне, включая интенсивные негеострофические потоки у западного берега океана. В работе (Линейкин, 1970), одновременно с работой Гутмана (Гутман, 1970), классическая постановка задачи Экмана о градиентных течениях в океане была дополнена уравнением диффузии плотности. Задача свелась к решению нелинейного трехмерного уравнения для «бароклиной» функции M и двумерного нелинейного уравнения для отклонения придонного давления N , которое создает баротропную составляющую течений. Сложным образом сцепленную систему уравнений для M и N можно расцепить, если искать решение задачи в виде разложения в ряд по малому параметру μ , представляющему собой отношение характерной глубины термоклина к характерной глубине океана. На первом этапе решается уравнение для M в приближении бесконечно глубокого океана, затем по известному полю M определяется N , вычисляются поправки к полю M за счет конечности глубины океана и т.д. Этот подход естественно вытекал из вышеупомянутых исследований (Линейкин, 1968, 1969а, 1969б). Решение задачи для M находилось методом интегральных соотношений. Рассчитанная циркуляция океана содержала интенсивные западные пограничные течения.

Это исследование нашло последующее развитие в работах (Линейкин, 1975б, 1976, 1982), в которых разложение в ряд по малому параметру μ уже не использовалось. Основное внимание в (Линейкин, 1976) было уделено анализу динамики западного пограничного течения. Сформулированная ранее постановка задачи была дополнена введением диссипативных сил по Релею для приближенного моделирования агеострофических эффектов. Было исследовано влияние горизонтальной диффузии плотности, придонного трения и диссипативных сил на формирование западных пограничных течений. Показано, что при удачном выборе параметров получаемые в модели ширина пограничного течения и скорость потока близки к наблюдаемым значениям.

Бароклиный поток, направленный к полюсу (Гольфстрим, Куроисио) сопровождается подповерхностным противотечением, направленным к экватору. Важным оказалось то, что ни бароклинное западное пограничное течение, ни противотечение под ним не являются в общем случае чисто компенсационными потоками для течений открытого океана, как в частном случае постоянной плотности на поверхности (*Мадерич, 1975a*). Бароклиный и баротропный переносы в струе пограничного течения превосходят аналогичный перенос на параллелях через остальной океан. Таким образом, в районе западного пограничного течения происходит вовлечение вод из абиссали. Этим механизмом и объясняется существенное расхождение между измеренными расходами Гольфстрима и переноса в открытом океане. Последней в жизни Павла Самойловича оказалась работа (*Линейкин, 1983*), в которой рассматривалась фундаментальная для теории океанического термоклина задача однозначного определения его толщины в замкнутом океаническом бассейне.

Развитый в работах (*Линейкин, 1975b, 1976, 1982*) подход к упрощению задачи общей циркуляции океана нашел дальнейшее развитие в работе (*Реснянский, Тросников, 1984*), где была построена двухуровневая модель циркуляции океана. Впоследствии многоуровневые модели с использованием релеевского трения применялись в ряде моделей для описания структуры океанического термоклина в замкнутом бассейне (например, *Salmon, 1990; Samelson and Vallis, 1997a, 1997b*).

Большое внимание П.С. Линейкин уделял исследованию крупномасштабных возмущений, создаваемых в океане сезонными колебаниями ветра и потоков тепла и массы. Из анализа нестационарной задачи (6) с помощью разложения в ряд по μ и использования метода интегральных соотношений в работе (*Линейкин, Кутало, 1974*) было показано, что реакция океана на сезонные атмосферные воздействия имеет волновой характер. Возникающие возмущения представляют собой сумму стоячих и распространяющихся на запад длинных недиспергирующих волн Россби (*Мадерич, 1975b*). Фазовая скорость этих волн в Северной Атлантике составляет несколько сантиметров в секунду, а их длина 500–1000 км. Отклонения плотности от среднего состояния малы, но нестационарные составляющие скорости оказались соизмеримыми с климатическими значениями. Колебания в расходе Гольфстрима по оценке (*Линейкин, Кутало, 1974*) составляют 15–20%, что вполне согласуется с наблюдениями.

Работа (*Линейкин, Кутало, 1974*) оказалась важным этапом в исследовании крупномасштабной изменчивости океана. Следует отметить, что ко времени ее появления данные, подтверждающие волновой характер изменчивости главного термоклина, отсутствовали. Лишь через несколько лет были опубликованы результаты многолетних наблюдений в Тихом океане (*White, 1977*), подтвердившие теоретические предсказания. Впоследствии было обнаружено, что сезонные колебания плотности и уровня на восточной границе (*Кутало, 1975; Линейкин и др. 1984*) существенно увеличивают амплитуду волн. В работах (*Мадерич, 1984; Cessi, 2000*) показано, что перемещение круп-

номасштабных аномалий температуры воды, возникающих при взаимодействии океан – атмосфера с периодами в несколько лет, также описывается теорией длинных бароклиных недиспергирующих волн Россби. Устойчивость решений теории термоклина рассматривалась в (Фролов, 1982).

При нестационарной эволюции поля плотности в термоклине нелинейность уравнения диффузии плотности приводит к искажению первоначально гладких полей плотности и течений и образованию фронтов в поле плотности, но увеличение крутизны фронта может компенсироваться диффузионным и дисперсионным расплыванием. Эти эффекты были изучены в ряде статей, появившихся почти одновременно (Линейкин, 1978; Мадерич, 1978; Михайлова, Шапиро, 1979; Anderson and Killworth, 1979). Для Павла Самойловича, показавшего, что эффекты образования фронтальных зон имеют место при любом автомодельном распределении плотности, это исследование было непосредственным продолжением работы (Линейкин, Кутало, 1974). Впоследствии, в работах (Линейкин, Фролов, 1979; Линейкин и др. 1984; Рябинин, 1986) было оценено влияние рельефа дна на время образования фронта и влияние профиля плотности на этот процесс. Эффекты нелинейности позднее продолжали исследоваться в ряде работ (см., например, Dewar, 1989).

В целом, развитие теории термоклина привело к синтезу двух представлений о природе термоклина – адвективного и диффузионно-адвективного термоклина. На вопрос о природе термоклина теперь можно ответить, что термоклин образуется как за счет вентиляции, обусловленной дивергенцией потоков в экмановском слое, так и за счет турбулентных потоков тепла, благодаря которым формируются относительно тонкие диффузионно-адвективные слои над или между адвективными слоями. Роль сезонной конвекции в формировании слабо стратифицированных объемов модалных вод нуждается в дальнейшем исследовании, так же как и механизмы взаимодействия с синоптическими вихрями. Значение работ Павла Самойловича, так же как и его коллег-теоретиков, среди которых, прежде всего, надо упомянуть Генри Стомела и Пьера Веландера, в создании современной теории термоклина трудно переоценить. Несмотря на солидный возраст теории – 55 лет, интерес к ней не ослабевает, но теперь он связан с проблемой изменения климата, для которой понимание процессов, происходящих в глубинах океана, является ключевым.

5. Школа Линейкина

Характерной чертой научного стиля Павла Самойловича был интерес к задачам, богатым физическим содержанием, хотя, может быть, и сложным для решения. Он мастерски владел математическим аппаратом, но, кажется, ему было интереснее получить приближенное решение более сложной задачи, чем точное более простой, хотя менее содержательной физически. При этом он считал, что приближенные решения вполне допустимы «...если они действительно являются приближениями, т.е. отражают эффект главных

физических факторов процесса. Это существенно и неизбежно в решении прикладных вопросов всякой отрасли знания». В то же время его подход к проблемам был очень конкретным. Ставились только задачи, разрешимые в обозримом будущем. В этой связи следует вспомнить статью (Линейкин, 1951), носящую программный характер, в которой были сформулированы 22 конкретные задачи гидродинамики океана, относящиеся к динамике течений, ветровому волнению, приливам и сейшам, динамике ледяного покрова и перемешиванию водных масс, большинство из которых были решены в последующие годы.

П.С. Линейкин всегда подчеркивал прикладной характер проблем океанологии, и поэтому его работы, как уже отмечалось, обычно доводились до «числа». Следует упомянуть, что одними из первых работ по численному моделированию течений и расчету структуры гидрологических полей в море были работы (Линейкин, Фельзенбаум, 1955; Линейкин, 1955б). В годы работы в Гидрометцентре исследования, проводившиеся им самим или под его руководством, были направлены на построение конкретных гидродинамических методов краткосрочного и долгосрочного прогноза состояния системы атмосфера – океан. Будучи океанологом-теоретиком, всегда требовавшим «гидродинамической» строгости в исследованиях, он был очень далек от переоценки возможностей современной теории (Линейкин, 1960) и всегда предостерегал от торопливого «внедрения», приводящего к дискредитации в целом правильных подходов. К сожалению, в этом он не всегда встречал понимание.

Высокий научный и моральный авторитет Павла Самойловича привлекал к нему научную молодежь. Энциклопедические знания и глубокое понимание физики явлений позволяли ему руководить диссертационными работами по самым разным областям океанологии. Кроме вопросов бароклинной циркуляции океана, ветровое волнение, динамика ледового покрова, процессы в квазиоднородном слое, сгонно-нагонные явления, проблема Эль-Ниньо, вихри Ленгмюра, малопараметрические модели системы океан – атмосфера – вот только часть диапазона тем, разрабатывавшихся его многочисленными учениками в семидесятые годы (Линейкин и др., 1979). Следует отметить, что для многих работ учеников Павла Самойловича, посвященных развитию численных моделей (в том числе моделей общей циркуляции океана и атмосферы, негидростатических моделей динамики океана, динамики и термодинамики ледового покрова, моделей распространения нефтяных пятен и переноса различных загрязнений и других) характерен упор на физическую основу моделей – именно этому он их и учил. Впоследствии из 24 аспирантов и соискателей восемь человек защитили докторские диссертации, а один из них (А.Б. Полонский) стал членом-корреспондентом Национальной академии наук Украины.

Хотя общение Павла Самойловича со своими зарубежными коллегами затруднялось тем, что он был «невъездной» (среди оставшихся его заметок

сохранился длинный список персональных приглашений на различные конференции с 1956 по 1975 гг.), он прекрасно знал, что происходит на переднем крае теоретической океанологии. Павел Самойлович был и сам богат на научные идеи и оригинальные решения. Многие из его учеников помнят про «заветные» тетрадки, куда заносились эти идеи, которыми он с исключительной щедростью делился с учениками. В то же время, П.С. Линейкин никогда не навязывал свой подход к задаче и превыше всего ценил самостоятельность мышления. Иногда, даже зная окончательный ответ на поставленный вопрос, он предпочитал дать ученику возможность получить его самостоятельно.

Важную роль в научной жизни ГОИНа и Гидрометцентра играли научные семинары, которыми он руководил. Все участники, а их география была очень широка, помнят высокий научный уровень обсуждения вопросов на них, объективность оценок и, в то же время, очень благожелательное отношение Павла Самойловича. Традиционная фраза: «Мы рассмотрели очень интересный доклад...», с которой начиналось выступление председателя семинара, не была простой вежливостью. В этих выступлениях он искал и обычно находил интересные и оригинальные моменты доклада, которые, бывало, оставались не ясны и самому автору. Нельзя сказать, что новые идеи всегда находили в Павле Самойловиче немедленный и положительный отклик, однако его позиция всегда была глубоко аргументированной. В таких случаях для окончательного решения ему требовалось время, после чего появлялся либо аргумент, доказывающий ошибочность данной идеи, либо он с удовольствием «сдавал позиции», а исходная идея при таком критическом анализе значительно развивалась.

Вспоминая Павла Самойловича, видишь его прежде всего как человека деликатного и чуткого к окружающим, с мудрой снисходительностью понимающего человеческие слабости, но бескомпромиссного в главном, и в науке и в жизни.

Литература

Булгаков С.Н., Коротаев Г.К. Аналитическая модель струйной циркуляции в замкнутых водоемах // Морской гидрофизический журнал. 1987. № 3. С. 434–446.

Булгаков С.Н., Коротаев Г.К., Уайтхед Дж.А. Роль потоков плавучести в формировании крупномасштабной циркуляции и стратификации вод Черного моря. Ч. 1. Теория. // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 1996. Т. 32. № 5. С. 548–556.

Гутман Л.Н. О крупномасштабных течениях в бароклинном океане // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1970. Т. 6. № 9. С. 908–921.

Каменкович В.М. О некоторых упрощениях уравнений динамики стационарных течений в бароклинном море // Докл. АН СССР. 1958. Т. 119. № 6. С. 1134–1137.

Козлов В.Ф. Некоторые точные решения нелинейного уравнения адвекции плотности в океане // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1966. Т. 2. № 11. С. 1205–1207.

Козлов В.Ф. К теории термохалинной циркуляции в океане конечной глубины // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1967. Т. 3. № 4. С. 434–446.

- Кутало А.А. К мезомасштабным возмущениям в океане // *Метеорология и гидрология*. 1975. № 10. С. 58–62.
- Линейкин П.С. О некоторых вопросах теоретической океанографии // *Вопросы географии*. 1951, вып. 26. с. 220–234.
- Линейкин П.С. Об определении толщины бароклинного слоя моря // *Докл. АН СССР*. 1955а. Т. 101. № 3. С. 461–464.
- Линейкин П.С. Метод расчета распределения солёности в мелководном море (Азовское море) // *Труды ГОИН*. 1955б. Вып. 020. С. 454–470.
- Линейкин П.С. К теории неустановившихся ветровых течений в глубоком море // *ДАН СССР*. 1956. Т. 106. № 1. С. 47–50.
- Линейкин П.С. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеиздат, 1957а. 139 с.
- Линейкин П.С. К динамике бароклинного слоя в океане // *Докл. АН СССР*. 1957б. Т. 117. № 6. С. 971–974.
- Линейкин П.С. О влиянии поверхности раздела на ветровые течения в глубоком море // *Труды ГОИН*. 1958. Вып. 42. С. 89–104.
- Линейкин П.С. К вопросу о развитии исследований морских течений. // *Труды Океанографической комиссии*. 1960. Т. 10, вып. 1. С. 16–21.
- Линейкин П.С. Ветровая и термогалинная циркуляция в океане // *Докл. АН СССР*. 1961. Т. 138. № 6. С. 1341–1344.
- Линейкин П.С. О нулевой поверхности и глубоководных течениях в северной части Атлантического океана // *Изв. АН СССР, сер. геофиз.* 1962а. № 6. С. 776–794.
- Линейкин П.С. Видоизмененный метод определения океанских течений // *Труды ГОИН*. 1962б. Вып. 67. С. 5–14.
- Линейкин П.С. Гидродинамические модели неоднородного океана // *Океанология*. 1963. Т. 3. Вып. 3. С. 369–377.
- Линейкин П.С. О влиянии глубины океана на структуру термоклина // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1968. Вып. 34. С. 3–13.
- Линейкин П.С. Рельеф дна и глубинные течения в океане // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1969а. Вып. 51. С. 16–28.
- Линейкин П.С. К теории течений в океане конечной глубины // *Океанология*. 1969б. Т. 9. Вып. 1. С. 58–62.
- Линейкин П.С. О решении краевой задачи теории океанических течений // *Метеорология и гидрология*. 1970. № 12. С. 34–51.
- Линейкин П.С. Теория главного термоклина (обзор) // *Океанология*. 1974. Т. 14. Вып. 6. С. 965–981.
- Линейкин П.С. Об уравнении диффузии плотности // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1975а. Т. 11. № 1. С. 90–92.
- Линейкин П.С. О формировании течений и поля плотности в океане // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1975б. Вып. 161. С. 3–15.
- Линейкин П.С. Эффект диффузии и диссипативных сил в бароклинном океане // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1976. Вып. 182. С. 3–18.
- Линейкин П.С. О нелинейных волновых возмущениях в главном океаническом термоклине // *ДАН СССР*. 1978. Т. 241. № 6. С. 1436–1439.
- Линейкин П.С. Об определении глубины главного океанического термоклина // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1983. Вып. 255. С. 3–15.

- Линейкин П.С., Кутало А.А.* Динамика течений северной части Атлантического океана и их сезонные изменения // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1974. Т. 10. № 4. С. 387–399.
- Линейкин П.С., Мадерич В.С.* Динамика океанической циркуляции // В кн.: Итоги науки и техники. Океанология. Т. 4. М.: Изд. ВИНТИ АН СССР, 1977. С. 35–87.
- Линейкин П.С., Мадерич В.С.* Теория океанического термоклина. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 271 с.
- Линейкин П.С., Овсиенко С.Н., Реснянский Ю.Д.* Развитие гидродинамических методов морских прогнозов // В кн.: Пятьдесят лет центру гидрометеорологических прогнозов. Л.: Гидрометеиздат. 1979. С. 165–177.
- Линейкин П.С., Рябинин В.Э., Фролов А.В.* Об одном механизме возбуждения планетарных сезонных волн // В кн.: Вопросы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1984. С. 15–25.
- Линейкин П.С. Фельзенбаум А.И.* Теория и расчет ветровых течений Северного Каспия // Труды ГОИН. 1955. Вып. 020. С. 60–78.
- Линейкин П.С., Фролов А.В.* Нестационарная двухпараметрическая модель главного океанического термоклина // Метеорология и гидрология. 1979. № 1. С. 72–85.
- Мадерич В.С.* Динамика западных пограничных течений в бароклинном океане // Океанология. 1975а. Т. 15. Вып. 3. С. 415–421.
- Мадерич В.С.* Частное решение нестационарного уравнения переноса плотности // Труды Гидрометцентра СССР. 1975б. Вып. 161. С. 16–25.
- Мадерич В.С.* К теории абиссальной циркуляции // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12. № 4. С. 402–409.
- Мадерич В.С.* Нелинейная эволюция крупномасштабных аномалий плотности в океане // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1978. Т. 14. № 11. С. 1219–1222.
- Мадерич В.С.* Модель крупномасштабного взаимодействия океана и атмосферы // В кн.: Вопросы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1984. С. 36–42.
- Мадерич В.С., Никишов В.И., Стеценко А.Г.* Динамика внутреннего перемешивания в стратифицированной среде. Киев: Наукова думка, 1988. 239 с.
- Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* О роли нелинейности и дисперсии при эволюции возмущений в главном термоклине // Морские гидрофизические исследования. 1979. № 3(86). С. 28–33.
- Реснянский Ю.Д., Тросников И.В.* Расчет элементов совместной циркуляции атмосферы и океана // В кн.: Вопросы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1984. С. 60–70.
- Рябинин В.Э.* Вопросы теории термоклина. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 118 с.
- Филиппов Ю.Г.* Применение инвариантно группового метода к решению задачи определения течений неоднородного океана // Метеорология и гидрология. 1968. № 9. С. 53–62.
- Фролов А.В.* Двухпараметрическая модель стационарного термоклина в океане // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12. № 4. С. 402–409.
- Фролов А.В.* О бароклинной неустойчивости крупномасштабной океанической циркуляции // Океанология. 1982. Т. 22. Вып. 1. С. 5–11.
- Anderson D.L.T., and Killworth P.D.* Non-linear propagation of long Rossby waves // Deep-Sea Res. 1979. V. A26. P. 1033–1050.
- Barcilon V.A.* A simple model of the thermocline in a bounded ocean // J. Phys. Oceanogr. 1971. V. 1. P. 7–11.
- Blandford R.* A note on the the theory of the thermocline // J. Mar Res. 1965. V. 23. P. 18–29.
- Cessi P.* Thermal feedback on wind-stress as a contributing cause of climate variability // J. Clim. 2000. V. 13. P. 232–244.
- Dewar W.K.* A nonlinear, time-dependent thermocline theory // J. Mar Res. 1989. V. 54. P. 793–826.

- Dewar W.K., Samelson R.M., and Vallis G.K.* The ventilated pool: A model of subtropical mode water // *J. Phys. Oceanogr.* 2005. V. 54. P. 137–150.
- Edwards N.R.* Unsteady similarity solutions and oscillating ocean gyres // *J. Mar. Res.* 1996. V. 54. P. 793–826.
- Gill A.E.* An explicit solution of the linear thermocline equations // *Tellus.* 1985. V. 37A. P. 276–285.
- Hood S.* New similarity solutions of the thermocline equations with vertical variations of diffusion // *J. Mar. Res.* 1996. V. 54. P. 187–209.
- Hood S., and Williams R.G.* On frontal and ventilated models of the main thermocline // *J. Mar. Res.* 1996. V. 54. P. 211–238.
- Huang R.X.* On boundary value problems of the ideal-fluid thermocline // *J. Phys. Oceanogr.* 1988. V. 18. P. 619–641.
- Huang R.X.* The generalized eastern boundary conditions and the three-dimensional structure of the ideal fluid thermocline // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94(C4). P. 4855–4865.
- Huang R.X.* An analytical solution of the ideal-fluid thermocline // *J. Phys. Oceanogr.* 2001. V. 31. P. 2441–2457.
- Janowitz G.S.* A surface density and wind-driven model of the thermocline // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91. P. 5111–5118.
- Killworth P.D.* A continuously stratified nonlinear ventilated thermocline // *J. Phys. Oceanogr.* 1986. V. 17. P. 1925–1943.
- Luyten J., Pedlosky J., and Stommel H.* The ventilated thermocline // *J. Phys. Oceanogr.* 1983. V. 13. P. 292–309.
- Needler G.T.* A model for the thermohaline circulation in an ocean of finite depth // *J. Mar. Res.* 1967. V. 25. P. 329–342.
- Niiler P.P., and Dubbelday P.S.* Circulation in wind swept and cooled ocean // *J. Mar. Res.* 1970. V. 28. P. 135–149.
- Pedlosky J.* Linear theory of the circulation of a stratified ocean // *J. Fluid Mech.* 1969. V. 35. P. 185–205.
- Pedlosky J.* The baroclinic structure of the abyssal ocean circulation // *J. Phys. Oceanogr.* 1992. V. 22. P. 652–659.
- Pedlosky J.* Thermally driven circulations in small oceanic basins // *J. Phys. Oceanogr.* 2003. V. 33. P. 2333–2340.
- Radko T., and Marshall J.* The leaky thermocline // *J. Phys. Oceanogr.* 2005. V. 34. P. 1648–1662.
- Rhines P.B., and Young W.R.* A theory of the wind-driven circulation I. Mid-ocean gyres // *J. Mar. Res.* 1982. V. 40(Suppl). P. 559–596.
- Robinson A.R., and Stommel H.* The oceanic thermocline and the associated thermohaline circulation // *Tellus.* 1959. V. 11. P. 295–308.
- Robinson A.R., and Welander P.* Thermal circulation on a rotating sphere; with application to the oceanic thermocline // *J. Mar. Res.* 1963. V. 21. P. 25–28.
- Salmon R.* A simplified linear ocean circulation theory // *J. Mar. Res.* 1986. V. 44. P. 695–711.
- Salmon R.* The thermocline as an internal boundary layer // *J. Mar. Res.* 1990. V. 47. P. 1–31.
- Salmon R., and Hollerbach R.* Similarity solutions of the thermocline equations // *J. Mar. Res.* 1991. V. 49. P. 249–280.
- Samelson R.M., and Vallis G.K.* A simple friction and diffusion scheme for planetary geostrophic basin models // *J. Phys. Oceanogr.* 1997a. V. 27. P. 186–194.

Samelson R.M., and Vallis G.K. Large scale circulation with small diapycnal diffusion: the two-thermocline limit // *J. Mar. Res.* 1997b. V. 55. P. 223–275.

Stommel H. A survey of ocean current theory // *Deep-Sea Res.* 1957. V. 4. P. 149–184.

Stommel H., and Veronis G. Steady convective motion in a horizontal layer of fluid heated uniformly from above and cooled non-uniformly from below // *Tellus.* 1957. V. 9. P. 401–417.

Stommel H., and Webster J. Some properties of the thermocline equations in a subtropical gyre // *J. Mar. Res.* 1962. V. 20. P. 42–56.

Welander P. An advective model of the ocean thermocline // *Tellus.* 1959. V. 11. P. 309–318.

Welander P. The thermocline problem // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 1971a. V. 270. P. 415–421.

Welander P. Some exact solutions to the equations describing an ideal-fluid thermocline // *J. Mar. Res.* 1971b. V. 29. P. 60–68.

White W.B. Annual forcing of baroclinic long waves in the tropical North Pacific // *J. Phys. Oceanogr.* 1977. V. 7. P. 50–61.

Young W.R., and Jerley G.R. Eastern boundary conditions and weak solutions of the ideal thermocline equations // *J. Phys. Oceanogr.* 1986. V. 16. P. 1884–1900.

THEORY OF THERMOCLINE AND P.S. LINEYKIN

V.S. Maderich

The name of Pavel Samoilovich Lineykin (1910–1981) is associated with the creation and development of the theory of the main oceanic thermocline, as well as with other significant achievements in studies of the ocean and atmosphere dynamics. The article presents a survey of works of P.S. Lineykin in the theory of the thermocline on the background of the subsequent development of this theory.

П.С. ЛИНЕЙКИН И МОДЕЛИРОВАНИЕ БАРОКЛИННОГО СЛОЯ ОКЕАНА

А.С. Саркисян

Институт вычислительной математики РАН, Москва

В статье представлены воспоминания автора о его встречах и общении с П.С. Линейкиным, а также оценка его вклада в теорию морских течений.

В данном сборнике, очевидно, будут статьи, в которых высказываются мнения, отличные от моего, о выдающемся ученом П.С. Линейкине. И это – нормально, ибо в воспоминаниях принято писать только о хорошем, но я считаю возможным осветить здесь все стороны научного творчества Линейкина и наших взаимоотношений с ним. Кроме того, чтобы показать, насколько важную роль сыграл Павел Самойлович в моей судьбе, я позволю себе без ложной скромности написать кое-что и о себе, понимая при этом, что, согласно К. Марксу, нельзя судить о человеке по тому, как он о себе думает.

Мы с Павлом Самойловичем совместных работ не публиковали, я не был его аспирантом, работали мы в разных институтах, и все же мы активно сотрудничали. Дело в том, что мой научный руководитель – широко известный, выдающийся ученый, член-корреспондент АН СССР И.А. Кибель – являлся специалистом в области динамической метеорологии. Не будучи океанологом, но прочитав статью В. Манка по океанологии, он решил, что один из его учеников должен заняться моделированием океана, с тем чтобы подготовить основу для последующего моделирования взаимодействия атмосферы с океаном. Его выбор, естественно, пал на меня – начинающего аспиранта. Консультироваться тогда я мог только с В.Б. Штокманом и П.С. Линейкиным. Владимира Борисовича я также считаю своим учителем, он тоже был официальным оппонентом моей кандидатской диссертации, но отношения с ним не сложились, и вскоре наши пути с ним совсем разошлись.

Другое дело П.С. Линейкин – невысокомерный, скромный, терпеливый, всепрощающий (однажды я его обманул, но он меня великодушно простил; об этом чуть позже), на редкость трудолюбивый. Сначала он был моим учи-

телем, официальным оппонентом не только кандидатской, но и докторской (кстати, весьма строгим), затем мы стали друзьями и дружили семьями, пока я с семьей не уехал из Москвы. То обстоятельство, что моя статья начинается не с оценки научного вклада П.С. Линейкина, а с воспоминаний о нашем общении, объясняется моим глубоким уважением к нему как ученому, так и человеку с незаурядными человеческими качествами.

Самый плодотворный период научной деятельности П.С. Линейкина относится к 1955–1957 гг. В 1955 году он опубликовал две статьи в Докладах академии наук СССР (*Линейкин, 1955а, 1955б*) и статью в Трудах Государственного океанографического института (*Линейкин, 1955в*), год спустя еще одну статью в Докладах АН СССР (*Линейкин, 1956*). Результаты этих работ Павел Самойлович обобщил в весьма интересной монографии (*Линейкин, 1957*), о которой в основном и пойдет речь в последующем изложении.

В постановке задачи П.С. Линейкин исходит из двух нелинейных уравнений движения, уравнения статики и нелинейных уравнений теплопроводности, диффузии солей, а также надлежащих начальных и граничных условий. Я их не привожу, поскольку сегодня все модельеры именно такие уравнения решают. Это означает, что во второй половине 50-х годов П.С. Линейкин стартовал с уравнений, которые не утратили своей актуальности и до наших дней. И уже одно это свидетельствует о его глубоком понимании основных вопросов, относящихся к динамике океана, и о его лидирующей позиции в изучении этих вопросов среди его современников. На оценке этой позиции остановлюсь чуть ниже, а пока – об одном личном достижении Линейкина. Сначала он приводит известное тогда уравнение состояния

$$\rho = 1 + 10^{-3} (\varepsilon_1 S + \varepsilon_2 \theta - \varepsilon_3 S \theta - \varepsilon_4 \theta^2 + \varepsilon_5 P), \quad (1)$$

где ρ – плотность морской воды; S и θ – ее соленость и температура соответственно; P – давление; ε_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) – числовые коэффициенты.

Затем, исходя из значений коэффициентов ε_i и приводя некоторые физические соображения (пренебрегая, в частности, сжимаемостью воды), он показывает, что производные плотности воды по солености и по температуре можно приближенно заменить некоторыми их средними значениями, поскольку S и θ меняются в узких пределах и их значения не близки к точкам наибольшей плотности морской воды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial S} \approx \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_0 = \alpha, \quad \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \approx \left(\frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right)_0 = \beta. \quad (2)$$

Отсюда следует, что производные плотности по времени и пространству линейно связаны с соответствующими производными температуры и солености:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \alpha \frac{\partial S}{\partial t} + \beta \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} = \alpha \frac{\partial S}{\partial y} + \beta \frac{\partial \theta}{\partial y}. \quad (3)$$

В результате из уравнений теплопроводности и диффузии солей легко выводится уравнение для плотности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{K_x}{\rho_0} \Delta \rho + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial \rho}{\partial z}. \quad (4)$$

Можно, конечно, поспорить насчет обоснованности упрощений, использованных при выводе уравнения (4), но, во-первых, в то время Линейкину необходимо было сделать еще ряд других, не менее серьезных упрощений, иначе аналитически не решить математически весьма трудную задачу моделирования бароклинного океана, во-вторых, как увидим ниже, область применения уравнения (4) оказалась даже шире, чем полагал сам П.С. Линейкин.

О некоторых других упрощениях, использованных в монографии (*Линейкин, 1957*). Если упрощенная форма большинства используемых там исходных уравнений не вызывает возражений, то этого нельзя сказать про уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Легко показать, что все члены в этом уравнении, содержащие производные от ρ , малы по сравнению с остальными, поэтому современный вид уравнения неразрывности очень простой:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Сохранение формы (5) создало П.С. Линейкину трудности, которые невозможно преодолеть аналитическими методами без линеаризации. Для этого автор представил безразмерную плотность в виде

$$\rho = 1 + \gamma z + \delta, \quad (7)$$

где γ – основная, стационарная часть вертикальной стратификации морской воды, а δ – малое возмущение плотности.

Подстановка (7) в уравнение (5) приводит к следующему виду уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \gamma w = 0. \quad (8)$$

Первое и последнее слагаемые этого уравнения настолько малы по сравнению с остальными тремя, что вовсе не нужны, и их сохранение создало дополнительные трудности. Павел Самойлович упростил таким же образом предложенное им уравнение (4) и пренебрег всеми нелинейными членами уравнений движения. После всех упрощений уравнение (4) с использованием безразмерных переменных приведено к следующему виду:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \gamma w = \lambda \left(\Delta \delta + \varepsilon \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} \right), \quad (9)$$

где γ , λ и ε – безразмерные параметры.

Еще одно упрощение требует более подробного освещения. В то время основоположники так называемой теории полных потоков – В.Б. Штокман, Г. Свердруп и У. Манк – считали, что с глубиной затухает не только аномалия плотности, но и скорость течения. Иными словами, нижняя граница бароклинного слоя моря – просто нулевая поверхность динамического метода. Если в динамическом методе это считается искусственно вводимым предположением, то основоположники метода полных потоков считали это как нечто само собою разумеющееся и вообще полагали, что можно моделировать характеристики бароклинного слоя океана изолированно от его глубинной части. С таким положением согласился и Линейкин, заменив тем самым аномалию давления формулой динамического метода. То обстоятельство, что нулевую поверхность вышеназванные ученые называют глубиной бароклинного слоя, а Линейкин вместо конкретного значения этой глубины H_0 пишет ∞ , существа дела не меняет.

После всех этих упрощений Павел Самойлович приходит к четырем линейным нестационарным интегро-дифференциальным уравнениям относительно u , v , w , δ как функций трех координат и времени. Чтобы дать читателю представление о них, приведем еще одно из упрощенных уравнений движения из монографии (Линейкин, 1957):

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c v = \lambda \left(\Delta u + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - a \int_{\infty}^z \frac{\partial \delta}{\partial x} dz, \quad (10)$$

где c и a – безразмерные параметры, в первый из которых входит параметр Кориолиса, а во второй – ускорение свободного падения.

Другими являются уравнения (8) и (9), а второе из упрощенных уравнений движения имеет такой же вид, как (10).

Я неоднократно пишу об упрощениях, но результирующая система уравнений настолько сложна, что для ученого, желающего получить аналитическое решение такой системы из четырех интегро-дифференциальных уравнений, – это задача грандиозной трудности.

Чтобы читателю проще было понять степень трудности задачи, я вынужден сделать небольшой экскурс в свои студенческие годы. На курсе по одному предмету – теории функции комплексного переменного, конформным преобразованиям, операционным функциям – я был одним из первых. Так вот, выполненные Линейкиным математические преобразования были настолько трудными, что даже мне сложно было проследить их до конца. Помню, я неоднократно спрашивал Павла Самойловича, не закончил ли он обещанную монографию, а он отвечал, что все еще нет. И только после того, как монография вышла из печати, я понял, насколько трудную задачу он себе поставил и все же нашел ее решение.

Но в этом он был «последним из могикан». Математики-метеорологи перешли к численным методам, отказавшись от аналитических, а если кто и пытался сделать что-то с использованием аналитических методов, то это было решение крайне упрощенных задач. Метеорологам следовали математики-океанологи.

Безусловной смелостью П.С. Линейкина является то, что, в отличие от основоположников «теории» полных потоков, он считает аномалию плотности важной искомой характеристикой. Но это и осложнило широкое признание его теории среди океанологов. В монографии из 140 страниц приводится всего десяток иллюстраций с вертикальными эпюрами и разрезами скорости течений, нет ни одной карты течений в конкретном морском или океанском бассейне, зато множество страниц, испещренных громоздкими математическими выкладками. Кому из океанологов это может понравиться? Ведь тогда среди них не было математиков уровня П.С. Линейкина. Тогда широкое распространение имел метод расчета полных потоков. Основоположники метода (пусть ошибочно) считали, что результаты его применения дают представление о циркуляции бароклинного океана, рисовали карты функции полных потоков для всего Мирового океана. А Павел Самойлович оставался «белой вороной», в одиночестве занятой громоздкими математическими выкладками. Павел Самойлович, конечно, критически относился к методу полных потоков. Но свое отношение к этому выражал в очень вежливой, но точной форме, отдавая при этом должное подходу, предложенному Штокманом.

Чтобы пояснить это, приведу длинную цитату из книги Линейкина:

«Метод полных потоков не может также дать нам нужных сведений о распределении скорости и плотности по вертикали. Не зная вертикальной

структуры потока, трудно оценить, в какой мере «полные потоки» характеризуют действительные перемещения морских вод. Впрочем, в последнее время развиваемая теория получила существенное дополнение благодаря привлечению различных «плотностных моделей», из которых, по-видимому, наиболее совершенная принадлежит также Штокману (*Штокман, 1951*). В основе этой плотностной модели лежит допущение о том, что структура вертикального распределения плотности одинакова для всех районов моря. Это допущение подтверждается, согласно Штокману, многократными наблюдениями в море и дает возможность изучить вертикальную структуру течения.

Не останавливаясь здесь на подробном обсуждении указанной плотностной модели, заметим, что привлечение такой модели, с одной стороны, вносит в теорию элементы полуэмпирического характера, с другой же – не может не нарушить те внутренние связи, которые должны существовать между полем плотности и распределением скоростей во всяком потоке неоднородной жидкости. Если это последнее обстоятельство оставалось до сих пор незамеченным, то в теории рассматриваемого метода такая внутренняя связь в полной мере не учитывается».

После такой по форме очень вежливой, а на деле точной, правильной и принципиальной оценки метода полных потоков, П.С. Линейкин зря рассчитывал на нормальное развитие научных контактов с В.Б. Штокманом. С присущей ему наивностью Линейкин судил о других людях на основе собственных представлений, ибо сам, как я отметил выше, был всепрощающим.

Приведу пример наших взаимоотношений. Хотя мы с ним дружили семьями в обычной жизни, а я в своих работах опирался и всячески подчеркивал важность уравнения Линейкина, мы с ним часами горячо спорили по научным вопросам, и зачастую каждый из нас оставался затем при своем мнении. Дело в том, что я решал (конечно, численно) полное нелинейное уравнение (4), а Павел Самойлович пренебрегал адвекцией плотности. Подчеркивая важность адвекции, я наступал на его «любимую мозоль». Однажды он дал добро на публикацию моей статьи при моем устном обещании исключить из текста акцентирование важной роли адвекции. На деле же я оставил в статье эту часть, т.е. не выполнил своего обещания. Иначе я не мог поступить, ибо без адвекции плотности Гольфстрим – вовсе не Гольфстрим. После очередных горячих споров на арендованной им даче Павлуша (так я его звал в беседе со своими сверстниками) меня простил. Он и не мог поступить иначе, так как я был его гостем. Не мог же Павлуша, поругавшись, выгнать меня с женой с дачи – это было не в его правилах.

А вот Штокман не простил Линейкину его критическую оценку метода полных потоков. Я тогда был доволен тем, что Владимир Борисович приглашал меня на свои семинары. Линейкин же такие приглашения не получал с ссылкой на то, что в комнате, в которой проводились семинары, мало воздуха.

Комната была действительно мала, нам с многочисленными учениками Штокмана было в ней тесновато. Но не в этом крылась причина отсутствия Линейкина среди участников семинара.

Если Штокман не признавал научных заслуг Линейкина, в то время как Павел Самойлович по уровню математического мастерства превосходил и Штокмана, и других своих современников-океанологов, в том числе и автора этих строк, то кто должным образом оценит вклад Линейкина в исследования динамики океана, кроме меня и его учеников? Павлуше я говорил, что начинается эра численных методов в океанологии. Пусть он не специалист в вычислительной математике, но со своей эрудицией мог руководить учениками, если бы ориентировал их на переход к новым методам, но он оставался приверженцем аналитических методов.

В тот период наиболее слабым местом ЭВМ была ограниченная память. Благодаря предложенному Линейкиным уравнению диффузии плотности, вместо температуры и солёности было достаточно сохранить только одну неизвестную функцию – плотность воды, что значительно облегчало задачу программирования циркуляционных моделей при крайне ограниченных в то время вычислительных возможностях.

Так получилось, что заслуги П.С. Линейкина многими учеными не были оценены в свое время должным образом. Что касается меня, то могу похвастаться: как при жизни, так и после смерти П.С. Линейкина в двадцати из своих статей я сослался на его работы. Совсем недавно я цитировал одну из его статей в двух своих работах (*Саркисян, 2006; Sarkisyan and Sündermann, 2009*).

Литература

Линейкин П.С. Об определении толщины бароклинного слоя моря // Докл. АН СССР. 1955а. Т. 101. № 3. С. 461–464.

Линейкин П.С. К динамике установившихся течений и неоднородном море // Докл. АН СССР. 1955б. Т. 105. № 6. С. 1215–1217.

Линейкин П.С. О ветровых течениях и бароклинном слое в море // Тр. ГОИН. 1955в. Вып. 29(41). С. 34–64.

Линейкин П.С. К теории неустановившихся ветровых течений в глубоком море // Докл. АН СССР. 1956. Т. 106. № 1. С. 47–50.

Линейкин П.С. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеоздат, 1957. 139 с.

Штокман В.Б. Определение стационарных течений и поля масс, обусловленных ветром в бароклинном море // Тр. ин-та океанологии АН СССР. 1951. Т. VI.

Саркисян А.С. Сорок лет открытию роли совместного эффекта бароклинности и рельефа дна в моделировании климатических характеристик океана // Изв РАН, Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 5. С. 582–603.

Sarkisyan A.S., and Sündermann Yu.E. Modelling ocean climate variability. Springer. 2009. 374 p.

А.С. Саркисян

P.S. LINEYKIN AND MODELLING OF THE OCEAN BAROCLINIC LAYER

A.S. Sarkisyan

The paper presents the author's reminiscences of his meetings and personal contacts with P.S. Lineykin, as well as the appraisal of his contribution to the theory of ocean currents.

БАРОКЛИННЫЙ СЛОЙ МОРЯ: ОТ ТЕОРИИ ЛИНЕЙКИНА ДО ОПЕРАТИВНОЙ ОКЕАНОГРАФИИ

Г.К. Коротаев

Морской гидрофизический институт Национальной академии наук Украины, Севастополь

П.С. Линейкин был первым, кто определил океанский термоклин как термический пограничный слой. Эта идея является основополагающей в теории морских течений. В частности, на представлении термоклина как пограничного слоя базируется знаменитая схема глубинных течений Мирового океана Стоммела, объясняющая меридиональный перенос тепла в океане. В настоящей работе на основе идеи П.С. Линейкина рассматривается простая модель термоклина и вытекающая из соотношений теории зависимость уровня моря от вертикального распределения аномалии плотности морской воды в пределах пограничного слоя. Затем отмечается, что то же самое соотношение справедливо применительно к движениям синоптического масштаба. Также показывается, что зависимость уровня от распределения плотности морской воды играет ключевую роль в алгоритме ассимиляции спутниковых наблюдений уровня моря в численных вихреразрешающих моделях. В конце статьи приводится пример ассимиляции спутниковой альтиметрии в модели циркуляции Черного моря.

Введение

Бурное развитие физической океанографии, наблюдавшееся в течение второй половины XX века, оказалось совершенно уникальным. Вплоть до начала пятидесятых годов океанография оставалась фактически ветвью географии. Заключительным аккордом этой эпохи, по-видимому, можно считать открытие в 50–60-е годы экваториальных подповерхностных противотечений в Тихом и Атлантическом океане – течений Кромвелла и Ломоносова. Во второй половине века обусловленное потребностями флота развитие новых технологий и методик наблюдений привело к смещению приоритетов в область физических исследований различных процессов, протекающих в океане. В качестве примера можно отметить открытия синоптических вихрей в океане и тонкой структуры полей температуры и солёности.

Ярко выраженной тенденцией второй половины прошлого века явилось также широкое развитие теоретических исследований с применением разнообразного математического аппарата, начиная с создания моделей отдельных явлений и кончая численным моделированием циркуляции океана. Резкое увеличение объема теоретических исследований дало основание В.Б. Штокману (*Штокман, 1970*) высказать мнение, что исследования циркуляции океана находятся в кризисе, поскольку «слишком много людей вычисляют и слишком мало людей делают хорошие наблюдения». Однако на самом деле значительное увеличение теоретических работ в купе с новыми наблюдениями, охватывающими практически все мыслимые пространственные и временные масштабы, позволили, в конце концов, дать практически исчерпывающую классификацию изменчивости полей океана. Такой вывод, в частности, сделан Вуншем в 2003 году по завершении крупномасштабных проектов WOCE и JGOFS: «Циркуляция океана (во второй половине 20 столетия) наблюдалась на всех масштабах от миллиметров до 10 000 км, завершив, таким образом, эру исследований физики океана, которая началась в 18-м веке». Таким образом, можно согласиться с мнением А.И. Фельзенбаума, считавшим, что вторая половина XX века, посвященная исследованиям и моделированию широкого спектра разнообразных процессов, является золотым веком физической океанографии.

Начало бума теоретических исследований в области теории морских течений, по-видимому, можно связать с работами В.Б. Штокмана (*Штокман, 1946*), Г. Стоммела (*Stommel, 1948*) и П.С. Линейкина (*Линейкин, 1955a, 1955b*). В работах первых двух авторов с использованием метода полных потоков были заложены основы теории ветровых течений в океане, давшей объяснение формирования наблюдающейся структуры океанических круговоротов, включая теорию Межпассатного противотечения и теорию западных пограничных течений, таких как Гольфстрим и Куроисио. Достоинством метода полных потоков является схематизация сложных процессов, позволяющая анализировать горизонтальную структуру течений вне связи с формированием стратификации океана. Трехмерная структура течений на основе обобщения теории Экмана рассматривалась А.И. Фельзенбаумом (*Фельзенбаум, 1956*) в однородной жидкости (см. также *Линейкин, Фельзенбаум, 1955*).

Новизна исследований П.С. Линейкина заключалась в рассмотрении вертикальной структуры течений с учетом неоднородности морской воды. Его работы дали толчок развитию нелинейной теории океанского термоклина. Одним из выводов нелинейной теории явилось представление о подъеме вод на нижней границе главного термоклина. Основываясь на теории термоклина Г. Стоммел (*Stommel, 1957*) смог предложить теоретически схему глубинной циркуляции океана. В дальнейшем стало общепринято, что меридиональный перенос тепла в Мировом океане обусловлен разнонаправленными течениями в термоклине и в абиссали в полном соответствии со схемой Стоммела.

Модели, объяснившие горизонтальную и вертикальную структуру течений в океане, были основаны на параметризации процессов турбулентной вязкости и диффузии. Была выведена система так называемых примитивных уравнений, положенная в основу численного расчета морских течений. Наконец, в 60-е годы прошлого века в работах А.С. Саркисяна (*Саркисян, 1966*) начала развиваться идея совместного использования наблюдений и моделей для восстановления реальных характеристик морских течений. Современные численные модели океанической циркуляции, позволяющие ассимилировать наблюдения, дали основу развитию оперативных прогностических систем, позволяющих непрерывно контролировать изменения полей температуры, солености морской воды и течений с высокой подробностью в пространстве и во времени.

Прогресс в области численного моделирования циркуляции океана в значительной степени базировался на физических представлениях, заложенных при исследованиях горизонтальной и вертикальной структуры полей океана. Следует отметить, однако, что, например, отдельные положения теории термоклина, развитые в работах П.С. Линейкина, в частности, понятие бароклинного слоя, фактически напрямую используются при реализации систем морских прогнозов. Целью настоящей работы является выявление такой преемственности.

1. Основные положения теории пикноклина

Представление о бароклинном слое как приповерхностном пограничном слое, лежащем ниже слоя трения Экмана, является фундаментальным выводом, сделанным П.С. Линейкиным в его работах (*Линейкин, 1955а, 1955б*). Так как в океане плотность морской воды в верхних его слоях в основном определяется температурой, бароклинный слой зачастую отождествляется с термоклинном. Такое отождествление не вполне корректно, так как плотность морской воды зависит и от солености, причем в некоторых бассейнах, например в Черном море, плотностная стратификация, в основном, определяется соленостью. Тем не менее, в дальнейшем мы употребляем слово «термоклин» как синоним бароклинного слоя, поскольку включение солености морской воды в общее рассмотрение усложняет дальнейшие выкладки.

Общие положения теории бароклинного слоя океана можно вывести из полной системы примитивных уравнений, включающих проекции уравнений бюджета количества движения на горизонтальные оси координат, уравнение гидростатики, уравнение неразрывности, уравнения диффузии тепла и соли и уравнение состояния. Однако эти уравнения нелинейны даже вдали от районов расположения струйных течений. Поэтому получить простые выражения, поддающиеся анализу, можно только упростив общие уравнения теории течений, сохранив при этом основные черты явления. П.С. Линейкин (*Линейкин, 1955а, 1955б*) использовал линеаризованные уравнения

движения и уравнение состояния, связывающее плотность морской воды с температурой и соленостью линейным соотношением. Тогда, в предположении о равенстве коэффициентов диффузии тепла и соли, вместо уравнений, описывающих изменения температуры и солености морской воды, можно ввести одно уравнение, так называемое *уравнение диффузии плотности морской воды*. Однако это уравнение все еще нелинейно и не разрешимо в общем виде. Дальнейшее его упрощение основано на предположении, что существует базовая плотностная стратификация, зависящая только от вертикальной координаты. При постоянном коэффициенте вертикальной диффузии единственной возможностью задания устойчивой базовой стратификации является линейный рост плотности с глубиной.

После введения базовой стратификации оказывается возможным провести линеаризацию уравнения диффузии плотности. Рассмотрим далее, основываясь на идеях Линейкина, движение на вращающейся плоскости (т.е. без учета сферичности Земли), не зависящее от одной из горизонтальных координат. В таком случае уравнения, описывающие стратификацию бассейна и течения в пределах основного пикноклина ниже слоя трения Экмана, запишем в виде:

$$r \cdot u - f \cdot v = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

$$r \cdot v + f \cdot u = 0, \quad (2)$$

$$-g \cdot \rho = -\frac{\partial p}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\Gamma \cdot w = \kappa \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2}. \quad (5)$$

В уравнениях (1)–(5) u , v – проекции скорости на оси x и y соответственно (оси x и y расположены в горизонтальной плоскости); w – проекция скорости на вертикаль (ось z направлена вниз); ρ – аномалия плотности морской воды, нормированная на среднюю плотность морской воды; p – аномалия давления, нормированная на среднюю плотность морской воды. Уравнения (1)–(2) являются проекцией уравнений сохранения количества движения на

горизонтальные оси. Вместо горизонтального турбулентного обмена в этих уравнениях включена сила сопротивления, пропорциональная скорости движения с коэффициентом пропорциональности r . Такое допущение сделано с целью сократить последующие выкладки. Уравнения (3) и (4) являются уравнением гидростатики и уравнением неразрывности морской среды соответственно. Наконец, уравнение (5) – линейризованное уравнение диффузии плотности. Оставшиеся обозначения включают: f – параметр Кориолиса; g – ускорение силы тяжести; κ – коэффициент вертикальной «диффузии плотности» и Γ – вертикальный градиент базового поля плотности, нормированный на среднюю плотность морской воды.

Для решения системы уравнений (1)–(5) поставим следующие граничные условия

$$\rho = \rho_0(x), w = w_0(x) \text{ при } z = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = 0, w = 0 \text{ при } z = H, \quad (7)$$

где H – глубина бассейна.

Отметим, что уравнения (1), (2) справедливы ниже слоя трения Экмана, поэтому вертикальная скорость в граничном условии (6) является скоростью экмановского подсоса.

Исключая из системы уравнений (1)–(5) последовательно все переменные, получим одно уравнение для аномалии плотности морской воды

$$\frac{\partial^4 \rho}{\partial z^4} - \frac{g \cdot \Gamma \cdot r}{\kappa \cdot (r^2 + f^2)} \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

и граничные условия

$$\rho = \rho_0(x), \frac{\kappa}{\Gamma} \cdot \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = w_0(x) \text{ при } z = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = 0, \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = 0 \text{ при } z = H. \quad (10)$$

Вместо того, чтобы задавать граничные условия на горизонтальных границах, предположим, что поверхностная аномалия плотности морской воды и вертикальная скорость на нижней границе экмановского слоя пропорцио-

нальны одной и той же гармонической функции с периодом $2l$. Тогда уравнение (8) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^4 \rho}{\partial z^4} - \frac{g \cdot \Gamma \cdot r \cdot \pi^2}{\kappa \cdot (r^2 + f^2) \cdot l^2} \cdot \rho = 0. \quad (11)$$

Прежде всего, из уравнения (11) следует выражение для внутреннего масштаба глубины

$$h = \left(\frac{\kappa \cdot (r^2 + f^2) \cdot l^2}{g \cdot \Gamma \cdot r \cdot \pi^2} \right)^{1/4}. \quad (12)$$

Оценим величину этого масштаба, полагая перепад плотности в базовой стратификации равным 4 кг м^{-3} , так что $\Gamma = 10^{-5} \text{ м}^{-1}$, $r = 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $f = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, $g = 10 \text{ м с}^{-2}$, $\kappa = 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$, и $l = 4 \cdot 10^5 \text{ м}$ (типичный размер океанского круговорота). Находим, что $h \approx 600 \text{ м}$. Таким образом, внутренний масштаб глубины оказывается существенно меньшим характерной глубины океана, равной 4 км . Это означает, что решение уравнения (11) при выбранных значениях параметров имеет погранслоный характер, причем пограничные слои формируются как у поверхности, так и у дна. В основной толще моря в уравнении (11) можно пренебречь первым слагаемым. Находим, что аномалия плотности морской воды равна нулю вне пограничных слоев. Далее, пограничный слой у дна не образуется в силу того, что решение в основной области удовлетворяет обоим граничным условиям (10). Таким образом, все изменения аномалии плотности морской воды происходят в пределах пограничного слоя у поверхности моря.

Сопоставляя оценку толщины пограничного слоя h с наблюдаемой глубиной главного термоклина в океане, мы увидим поразительное соответствие, показывающее, что термоклин является своеобразным пограничным слоем, в котором сосредоточены изменения температуры и солености морской воды. Анализ более полной постановки задачи (1)–(5), выполненный в работе (*Barcilon and Pedlosky, 1966*), показывает, что приближение, основанное на введении линейной базовой стратификации, при учете сферичности Земли позволяет описать наблюдаемое уменьшение толщины пикноклина в направлении восточных берегов океана. Замечательно, что почти все основные черты океанского термоклина удается воспроизвести в рамках простой линейной модели. Нелинейная модель термоклина (*Robinson and Stommel, 1959*) по существу добавила только один, хотя и исключительно важный эффект: необходимость подъема вод на нижней границе бароклинного слоя.

Отметим еще одно следствие из трактовки термоклина как пограничного слоя, имеющее место вне зависимости от того, рассматривается линейная или нелинейная его модель. Как уже отмечалось выше, аномалии плотности морской воды и давления затухают с увеличением глубины. В силу этого из уравнения гидростатики выводится простое выражение для аномалии давления

$$p = -g \cdot \int_z^d \rho \cdot dz, \quad (13)$$

где требуется только, чтобы d была существенно больше h . Далее, поскольку

$$p(0) = -g \cdot \zeta, \quad (14)$$

где ζ – уровень моря, находим

$$\zeta = \int_0^d \rho \cdot dz. \quad (15)$$

Выражение (15) хорошо известно в физической океанографии, поскольку оно соответствует соотношениям динамического метода расчета морских течений (отметим только, чтобы избежать путаницы, что в рассматриваемой системе координат уровень моря положителен при смещении поверхности моря вниз, тогда как рассчитанный динамическим методом уровень положителен при смещении морской поверхности вверх). Основное отличие заключается в том, что в динамическом методе глубина d обычно выбирается переменной по пространству, в соответствии с расположением нулевой поверхности, т.е. такой глубины, где горизонтальная скорость течений обращается в нуль. Теория бароклинного слоя П.С. Линейкина дает совсем другую трактовку нулевой поверхности. А именно, динамический метод эффективен при расчете геострофических течений постольку, поскольку термоклин является приповерхностным пограничным слоем. При этом точный выбор глубины отсчетной поверхности для расчета аномалии давления не столь важен. Необходимо только, чтобы она располагалась заметно глубже нижней границы бароклинного слоя.

Формула (15) для вычисления топографии морской поверхности обсуждается также в работе (Саркисян, Передерия, 1972). Она рассматривается как хорошее приближенное решение интегрального уравнения для уровня моря в диагностическом методе расчета течений.

2. Синоптическая изменчивость главного пикноклина

Модель главного пикноклина П.С. Линейкина описывает медленно меняющееся, почти стационарное состояние океана, что вполне соответствовало существовавшей в 50-е гг. XX века концепции о течениях в открытой части Мирового океана. Однако в 70-е гг., после наблюдений на буйковых станциях в рамках эксперимента «Полигон-70» (Кошляков, 1973), было определено установлено, а затем и подтверждено дополнительными наблюдениями, что даже в открытом океане, вдали от расположения интенсивных струйных течений, развиваются интенсивные вихри, подобные циклонам и антициклонам в атмосфере. Эти вихри имеют пространственный масштаб, определяемый локальным радиусом деформации Россби, и перемещаются преимущественно на запад. По аналогии с атмосферными процессами эти вихри получили название синоптических.

Развитие методов дистанционного зондирования океана с искусственных спутников Земли (ИСЗ) позволило дать намного более подробное представление о роли синоптических процессов. Как оказалось, наличие синоптических вихрей в морских бассейнах является скорее правилом, чем исключением. Скорости течений в синоптических вихрях в районе их расположения по своей интенсивности заметно превышают средние течения и определяют погоду в океане.

Синоптические вихри проявляются не только в скорости течений. Они существенно деформируют изопикнические поверхности, смещая их по вертикали от положения равновесия. В силу этого для наблюдения синоптических процессов используются гидрологические полигонные съемки. Синоптические вихри выделяются по замкнутым изолиниям на картах распределений температуры, солёности или плотности морской воды на отдельных горизонтах или волнообразными смещениями изоповерхностей на разрезах. Первоначально делались попытки отождествить синоптические вихри с линейными волнами Россби (Кошляков, 1973; *McWilliams and Robinson, 1974*). Однако практически сразу после экспериментального наблюдения вихрей открытого океана посредством численных расчетов было показано, что при достаточной нелинейности динамики синоптические вихри возникают в расчетах циркуляции океана за счет развития бароклиной неустойчивости (*Holland, 1978*). Впоследствии нелинейная природа синоптических вихрей в океане была показана на основе анализа наблюдений (Нелено, Кортаев, 1979) и посредством численного (*McWilliams and Flierl, 1979*) и аналитического (Кортаев, 1980) моделирования.

Вертикальная структура синоптической изменчивости существенно зависит от характеристик бароклиного слоя моря в рассматриваемом регионе. В частности, расчеты скорости течений динамическим методом как на по-

лигоне в тропической Атлантике, так и на полигоне ПОЛИМОДЕ показали, в целом, неплохое соответствие прямым измерениям скорости течений на буях, если отсчетная поверхность помещалась на достаточной глубине. Это означает, что синоптические процессы наиболее интенсивны в бароклинном слое океана, а на больших глубинах как флуктуации температуры и солёности, так и скорости течений существенно ослабевают.

Простое объяснение этого обстоятельства и возможные неточности при использовании формулы (15) следуют из анализа модовой структуры линейных волн Россби. Для проведения этого анализа выведем уравнение, описывающее синоптические процессы. Используем для этого в качестве исходного уравнение сохранения потенциального вихря

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial}{\partial z} \right) \left((\omega + f) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = 0. \quad (16)$$

В уравнении (16) $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ – относительная завихренность поля скорости; $f = f_0 + \beta \cdot y$, а остальные обозначения – такие же, как и выше.

Используем далее квазигеострофическое приближение, в соответствии с которым горизонтальные компоненты скорости течений и нормированная на среднюю плотность морской воды аномалия давления выражаются через функцию тока $\psi(x, y, z)$:

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (17)$$

$$p = f_0 \cdot \psi + c(z). \quad (18)$$

Представим нормированную плотность морской воды в виде суммы

$$\rho = \rho_0(z) + \rho', \quad (19)$$

где $\rho_0(z)$ – средняя плотностная стратификация в рассматриваемом районе моря или океана, а $\rho'(x, y, z, t)$ – ее возмущение, вызванное движениями синоптического масштаба. Тогда, в силу уравнения гидростатики

$$g \cdot \rho' = f_0 \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (20)$$

Упростим теперь выражение для потенциального вихря, сохранив основные слагаемые:

$$(\omega + f) \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z} \approx (\omega + f) \cdot \frac{d\rho_0}{dz} + f_0 \cdot \frac{\partial \rho'}{\partial z}. \quad (21)$$

Введя частоту Вайсяля-Брента $N^2(z) = g \cdot \frac{d\rho_0}{dz}$ и учитывая малость вертикальной компоненты скорости течений, уравнение (16) запишем в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\omega + f + \frac{f_0}{N^2} \cdot \frac{\partial g \cdot \rho'}{\partial z} \right) + \frac{f_0 \cdot w}{N^2} \cdot \frac{dN^2}{dz} = 0. \quad (22)$$

Привлечем теперь условие сохранения плотности морской воды для исключения w из уравнения (22). С учетом малости вертикальной компоненты скорости течений соответствующее уравнение имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial}{\partial y} \right) (g \cdot \rho) + w \cdot N^2 = 0. \quad (23)$$

Комбинируя (22) и (23) с учетом (17) и (20) получим:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\nabla^2 \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \beta \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0. \quad (24)$$

Линеаризованное уравнение (24)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 \psi + \frac{\partial}{\partial z} \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \beta \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (25)$$

описывает баротропные и бароклинные волны Россби. Отсутствие флуктуаций плотности на поверхности и на дне моря

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0, H \quad (26)$$

дает необходимые граничные условия по вертикали.

Уравнение (25) решается методом разделения переменных так, что вертикальная структура движений находится из задачи на собственные значения

$$\frac{d}{dz} \frac{1}{N^2} \frac{d\varphi}{dz} + \lambda^2 \varphi = 0, \quad \frac{d\varphi}{dz} = 0 \text{ при } z = 0, H. \quad (27)$$

Уравнение (27) имеет тривиальное решение при нулевой величине собственного значения, соответствующее баротропной моде волны Россби. Все остальные моды соответствуют бароклинным волнам Россби первой, второй и т.д. мод. Собственная функция волны Россби первой бароклинной моды имеет одно пересечение нуля, второй бароклинной моды – две смены знака и т.д. В силу ортогональности собственных функций их интеграл по вертикали от поверхности до дна равен нулю для всех бароклинных мод.

Как мы видели в предыдущем разделе, аномалия плотности морской воды затухает на достаточно больших глубинах. В свою очередь, частота Вьяйсяля-Брента существенно убывает при выходе из бароклинного слоя. Собственные функции уравнения (27), соответствующие бароклинным модам, также затухают с глубиной, и, следовательно, движения синоптического масштаба концентрируются в бароклинном слое моря, введенном П.С. Линейкиным. В силу уравнения (20) запишем

$$f_0 \cdot \psi(0) \approx -g \cdot \int_0^d \rho' \cdot dz, \quad (28)$$

если глубина d достаточно велика. Учитывая (18) и (14), мы найдем, что формула (15) применима и для синоптических процессов, если интенсивность баротропных процессов мала. Таким образом, топография морской поверхности вплоть до синоптических масштабов определяется распределением плотности морской воды, причем изменения плотности морской воды концентрируются в пределах бароклинного слоя Линейкина.

Справедливость формулы (15) показана выше применительно к линейной динамике. Реальные процессы синоптического масштаба, такие как мандры интенсивных течений, вихри, фронты являются существенно нелинейными. Однако и в этом случае формула (15) оказывается справедливой. Такой вывод получается из анализа вертикальной структуры эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), рассчитанных по данным синоптических полигонных съемок. Оказывается, что более 90% энергии флуктуаций температуры или солености морской воды содержится в трех первых ЭОФ, причем каждая из них затухает ниже основного пикноклина или бароклинного слоя Линейкина.

3. Ассимиляция спутниковых альтиметрических наблюдений в моделях морской динамики

Новая эра в развитии океанографии связана с созданием глобальной океанической наблюдательной системы, позволяющей в реальном масштабе времени контролировать состояние морской среды. Современная наблюдательная система в первую очередь базируется на наблюдениях океана с ИСЗ. Существенным дополнением к наблюдениям с ИСЗ являются измерения температуры и солёности морской воды, а также скорости течений на различных горизонтах с помощью буев-профилометров. Наблюдения с поверхностных дрейфующих буйев, попутных судов и автономных необитаемых подводных аппаратов также являются важным компонентом современной глобальной океанической наблюдательной системы.

Среди дистанционных наблюдений поверхности моря с ИСЗ наиболее важными являются альтиметрические измерения, т.е. измерения топографии морской поверхности. Ввиду плохого знания земного геоида, альтиметрические измерения дают лишь отклонение поверхности моря от некоего среднего значения. Однако, используя накопленные многолетние наблюдения распределений температуры и солёности морской воды по глубине, по спутниковым наблюдениям удастся восстанавливать именно топографию морской поверхности. В силу этого мы будем говорить в дальнейшем об альтиметрических наблюдениях уровня моря с ИСЗ. Важность альтиметрических наблюдений уровня моря с ИСЗ заключается в том, что они позволяют осуществлять мониторинг синоптической изменчивости океана в масштабе времени близком к реальному.

К сожалению, даже самые современные наблюдения не могут обеспечить непрерывный контроль всех необходимых характеристик морской среды и, тем более, оценивать состояния морской среды в будущем. Поэтому, так же как и в метеорологии, наблюдения интерполируются и экстраполируются с помощью моделей циркуляции, способных давать анализ состояния морской среды и прогноз ее изменений. Необходимым компонентом таких моделей является блок ассимиляции данных наблюдений. Современные методы ассимиляции данных наблюдений основаны на применении либо фильтра Калмана, либо вариационного метода. Остановимся подробнее на использовании фильтра Калмана для ассимиляции данных наблюдений в моделях общей циркуляции океана.

Суть фильтра Калмана довольно проста. Численная модель циркуляции океана осуществляет расчет течений и полей температуры и солёности при заданном атмосферном воздействии вплоть до момента поступления наблюдений. Затем результаты расчета сравниваются с наблюдениями и полученные невязки интерполируются с помощью метода оптимальной интерполяции Гандина. Проинтерполированные невязки добавляются к расчетным полям, формируя новые начальные условия для расчета и прогноза морской

динамики вплоть до следующего момента поступления наблюдений. Затем та же процедура повторяется.

Сложность применения фильтра Калмана в его точной формулировке заключается в том, что для применения процедуры оптимальной интерполяции требуется знать ковариационную матрицу ошибок прогноза полей океана. В случае линейных систем оказывается возможным выписать уравнение, описывающее эволюцию ковариационной матрицы ошибок прогноза. Однако даже в этом случае применение фильтра Калмана в его точной формулировке оказывается практически нереализуемым ввиду высокой размерности ковариационной матрицы ошибок прогноза. В случае же нелинейной системы, каковой является морская динамика, невозможно даже получить уравнение, описывающее эволюцию ковариационной матрицы ошибок прогноза. В силу этого используются различные упрощения, связанные с выбором ковариационной матрицы ошибок прогноза.

Наиболее простым и часто используемым приемом является замена ковариационной матрицы ошибок прогноза ее априорной оценкой, не меняющейся затем со временем. Априорная оценка матрицы ковариаций строится либо на основе наблюдений, либо по данным численных экспериментов. Простота и относительно высокая эффективность такого подхода являются основой широкого его применения.

Спутниковые наблюдения топографии морской поверхности ввиду их регулярности и высокого пространственного разрешения являются одним из основных источников информации о синоптических процессах в океане. При ассимиляции наблюдений уровня моря с ИСЗ наиболее естественным кажется внесение коррекции в поля уровня и скоростей поверхностных течений. Однако такая коррекция почти не оказывает влияния на распределения температуры и солености в толще моря и в итоге слабо приближает траекторию модели к наблюдениям.

Для построения простой и более эффективной процедуры ассимиляции данных спутниковых наблюдений уровня моря обратимся к формуле (15), связывающей топографию поверхности моря с вертикальными распределениями температуры и солености. Рассмотрим ситуацию, когда доминирующий вклад в изменения плотности морской воды вносит температура, и будем рассматривать линейное уравнение состояния. Как уже отмечалось выше, естественные вариации поля температуры обладают устойчивой вертикальной структурой, которая может быть представлена разложением по эмпирическим ортогональным функциям, причем первые три моды описывают более 90% дисперсии температурных флуктуаций. В силу этого запишем отклонение температуры от среднего профиля в виде

$$T'(z) = q_1 \cdot \phi_1(z) + q_2 \cdot \phi_2(z) + q_3 \cdot \phi_3(z), \quad (29)$$

где q_i – некоррелированные между собой случайные переменные с дисперсией σ_i^2 , а $\phi_i(z)$ – ЭОФ соответствующей моды. Тогда с высокой степенью точности

$$\zeta' = q_1 \cdot I_1 + q_2 \cdot I_2 + q_3 \cdot I_3, \quad (30)$$

где, в соответствии с формулой (15) и в предположении линейной зависимости плотности морской воды от температуры, $I_i = -\alpha \cdot \int_0^d \phi_i(z) \cdot dz$ (здесь α – коэффициент термического расширения).

Получим теперь выражение для коррекции профиля температуры по наблюдениям уровня. Будем искать оценку коррекции $\delta T(z)$ пропорциональной ошибке прогноза уровня моря $\delta \zeta$ с коэффициентом пропорциональности, зависящим от глубины:

$$\delta T(z) = \mu(z) \cdot \delta \zeta, \quad (31)$$

потребовав, чтобы среднеквадратичное отклонение оценки от ошибки прогноза $\delta T(z)$ было минимально (угловые скобки означают осреднение):

$$\langle \mu(z) \cdot \delta \zeta - \delta T(z) \rangle^2 = \mu^2(z) \cdot \langle \delta \zeta^2 \rangle - 2 \cdot \mu(z) \cdot \langle \delta \zeta \cdot \delta T(z) \rangle + \langle [\delta T(z)]^2 \rangle = \min. \quad (32)$$

Дифференцируя (32) по $\mu(z)$, находим $\mu(z) = \langle \delta \zeta \cdot \delta T(z) \rangle / \langle \delta \zeta^2 \rangle$. Заменяя затем корреляции ошибок прогноза на естественные корреляции самих полей, с учетом (29) и (30), получаем:

$$\begin{aligned} \mu(z) = \frac{\langle \delta \zeta \cdot \delta T(z) \rangle}{\langle \delta \zeta^2 \rangle} &= \frac{\sigma_1^2 \cdot I_1}{\sigma_1^2 \cdot I_1^2 + \sigma_2^2 \cdot I_2^2 + \sigma_3^2 \cdot I_3^2} \cdot \phi_1(z) + \frac{\sigma_2^2 \cdot I_2}{\sigma_1^2 \cdot I_1^2 + \sigma_2^2 \cdot I_2^2 + \sigma_3^2 \cdot I_3^2} \cdot \phi_2(z) + \\ &+ \frac{\sigma_3^2 \cdot I_3}{\sigma_1^2 \cdot I_1^2 + \sigma_2^2 \cdot I_2^2 + \sigma_3^2 \cdot I_3^2} \cdot \phi_3(z), \end{aligned} \quad (33)$$

где $\sigma_i^2 = \langle q_i^2 \rangle$ – дисперсии амплитуд ЭОФ.

Таким образом, профиль температуры при поступлении наблюдений уровня моря корректируется суммой профилей основных ЭОФ с различными весовыми коэффициентами. Относительный вес каждой из ЭОФ пропорционален той части дисперсии температурных флуктуаций, которая описывается данной модой. Обычно первая ЭОФ воспроизводит не менее 70% полной дисперсии. Если учесть также, что первая ЭОФ положительна на

всех глубинах, а вторая и третья моды знакопеременны, то интегралы I_2 и I_3 должны быть меньше, чем I_1 . Поэтому первое слагаемое в формуле (33) является основным и коррекция профиля температуры почти пропорциональна первой ЭОФ.

Приведенные соображения позволяют утверждать, что изложенный выше метод ассимиляции наблюдений уровня моря наиболее эффективен в том случае, если основная энергия сосредоточена в колебаниях основного термоклина как целого. В районах, где значительны баротропная компонента движения или внутренние деформации термоклина, альтиметрические наблюдения желательно дополнять наблюдениями профиля температуры.

В реальном океане плотность морской воды зависит как от температуры, так и от солёности. Обобщение обсуждаемого метода ассимиляции спутниковых наблюдений уровня моря на случай учета солёности морской воды очевидно. К сожалению, все его отмеченные выше недостатки при этом сохраняются.

4. Ассимиляция наблюдений уровня в Черном море

В качестве примера остановимся на результатах ассимиляции спутниковых наблюдений уровня моря в простой модели динамики Черного моря. В соответствии с изложенным в предыдущем разделе, Черное море является почти идеальным бассейном для ассимиляции уровня моря. Пикноклин в Черном море достаточно мелкий и узкий, поэтому чисто баротропные движения, не искаженные влиянием рельефа дна, в нем должны быть весьма слабыми или полностью отсутствовать в глубоководной части моря, а первая мода флуктуаций температуры и солёности должна описывать значительную часть общей дисперсии. Предположение относительно интенсивности баротропных движений проверить по данным наблюдений достаточно сложно. В то же время, анализ профилей температуры, полученных по результатам измерений буями-профиломерами во все сезоны 2002–2007 гг. на всей акватории Черного моря в слое до 1500 м, показывает, что первая ЭОФ действительно воспроизводит более 80% полной дисперсии (рис. 1).

Высокое содержание энергии в основной ЭОФ дает основание использовать уравнения мелкой воды или так называемую «полутораслойную» модель для воспроизведения горизонтальной циркуляции в Черном море на основе ассимиляции спутниковых наблюдений уровня моря.

Такое исследование было выполнено в работе (Korotaev *et al.*, 2003). Поскольку полутораслойная модель основана на аппроксимации термоклина поверхностью раздела между двумя несмешивающимися жидкостями разной плотности, необходимо преобразовать соответствующим образом формулу (15).

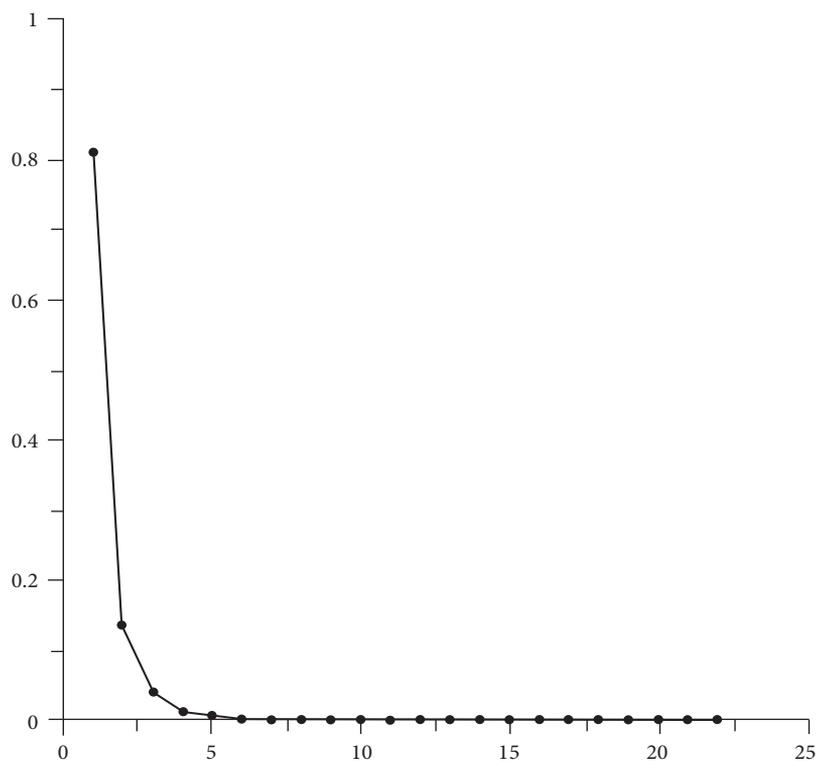


Рис. 1. Процент дисперсии отклонений температуры воды от среднего профиля по данным измерений буями-профилемерами в зависимости от номера моды ЭОФ.

Прежде всего заметим, что флуктуация плотности $\rho'(z)$ представляется в виде

$$\rho'(z) = \frac{1}{g} \cdot N^2(z) \cdot \xi(z), \quad (34)$$

где $\xi(z)$ – смещение изопикнической поверхности. В случае предельно резкой – двухслойной – стратификации частота Вьяйсяля-Брента имеет следующий вид:

$$N^2(z) = g \cdot \Delta\rho \cdot \delta(z - h), \quad (35)$$

где $\Delta\rho$ – перепад плотности между слоями.

Подставляя (34) и (35) в (15), получим хорошо известную формулу

$$\zeta = \Delta\rho \cdot \xi, \quad (36)$$

где ξ означает смещение поверхности раздела, которая отождествляется со средней глубиной пикноклина. Таким образом, в «полутораслойной» модели циркуляции должно ассимилироваться смещение поверхности раздела, пересчитанное по формуле (36) через измеренный уровень моря.

Ассимиляция спутниковых наблюдений уровня в «полутораслойной» модели циркуляции вод Черного моря была осуществлена в работе (Korotaev *et al.*, 2003). Пример восстановленной циркуляции приведен на рис. 2. Как видно на рис. 2, модель восстанавливает все известные черты циркуляции в Черном море. В частности, отчетливо видна струя Основного Черноморского течения, его меандры и прибрежные антициклонические вихри. Аналогичные карты приведены в работе (Korotaev *et al.*, 2003), где обсуждается степень достоверности восстановленной циркуляции.

Отметим, что сама по себе «полутораслойная» модель способна генерировать только вихри, возникающие за счет обтекания орографических особенностей, например у западной оконечности Крыма (Korotaev *и др.*, 2002). В то же время значительная часть вихрей синоптического масштаба в Черном море, например у Кавказского побережья, генерируется за счет бароклинной неустойчивости. Таким образом, представленные на рис. 2 прибрежные антициклоны воспроизводятся моделью исключительно за счет ассимиляции данных наблюдений. Вместе с тем, эволюция образований синоптического масштаба в промежутке между поступлением наблюдений описывается «полутораслойной» моделью достаточно адекватно.

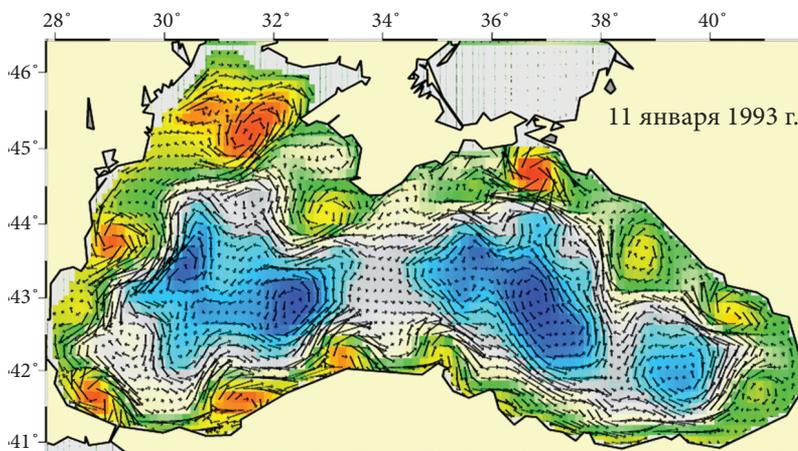


Рис. 2. Картина течений, наложенная на карту смещений поверхности раздела, полученная в результате непрерывной ассимиляции спутниковых наблюдений уровня моря в полутораслойной модели в 1992–1998 гг.

Заключение

Большие успехи в развитии численных методов решения уравнений общей циркуляции океана, позволяющие моделировать морские течения в широком диапазоне пространственных и временных масштабов, наблюдений и методов их ассимиляции, существенно изменяют приоритеты исследований морской динамики. В этой связи может показаться, что идеи, развивавшиеся классиками теории морских течений, в том числе П.С. Линейкиным, устарели и не актуальны. В настоящей работе на простом примере показано, что понимание особенностей формирования циркуляции и стратификации морских бассейнов, в частности, знание основ теории бароклинного слоя моря, предложенной Линейкиным, позволяет находить эффективные решения новых задач современной океанологии.

Литература

- Кортаев Г.К.* Асимптотический режим динамики изолированного баротропного синоптического вихря // Морские гидрофизические исследования. 1980. № 1. С. 5–18.
- Кортаев Г.К., Огуз Т., Никифоров А.А., Бекли Б.Д., Коблински Ч.Дж.* Динамика антициклонов в Черном море по данным спутниковых альтиметрических измерений // Исследования Земли из Космоса. 2002. № 6. С. 60–69.
- Кошляков М.Н.* Результаты наблюдений на атлантическом полигоне 1970 г. в свете некоторых моделей свободных волн Россби // Океанология. 1973. Т. 135. С. 760–767.
- Линейкин П.С.* Об определении толщины бароклинного слоя моря // ДАН СССР. 1955а. Т. 101. № 3. С. 461–464.
- Линейкин П.С.* К динамике установившихся течений в неоднородном море // ДАН СССР. 1955б. Т. 105. № 6. С. 1215–1217.
- Линейкин П.С., Фельзенбаум А.И.* Теория и расчет ветровых течений Северного Каспия // Труды ГОИН. 1955. Вып. 020. С. 454–471.
- Нелено Б.А., Кортаев Г.К.* Структура синоптической изменчивости по данным гидрологических съемок на полигоне ПОЛИМОДЕ // Морские гидрофизические исследования. 1979. № 3. С. 5–20.
- Саркисян А.С.* Основы теории и расчет океанических течений. Л.: Гидрометеиздат, 1966. 123 с.
- Саркисян А.С., Передерий А.Н.* Динамический метод как первое приближение при расчете уровня поверхности бароклинного океана // Метеорология и гидрология. 1972. № 4. С. 45–54.
- Штокман В.Б.* Уравнения поля полных потоков, возбуждаемых ветром в неоднородном море // ДАН СССР. 1946. Т. 54. № 5.
- Штокман В.Б.* Некоторые соображения о состоянии и задачах теории океанической циркуляции / Избранные труды по физике моря. Л.: Гидрометиздат, 1970. С. 323–335.
- Фельзенбаум А.И.* Метод полных потоков в классической теории морских течений // Труды ИОАН СССР. 1956. Т. 19.
- Barcilon V., and Pedlosky J.* Linear theory of rotating stratified fluid motion // Journal Fluid Mech. 1966. V. 29. P. 1–16.
- Holland W.R.* The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean – numerical experiment using a wind-driven quasi-geostrophic model // Journal Phys. Oceanogr. 1978. V. 8. No. 3. P. 363–392.

Korotaev G., Oguz T., Nikiforov A., and Koblinsky C. Seasonal, interannual and mesoscale variability of the Black Sea upper layer circulation derived from altimeter data // *Journal Geophys. Res.* 2003. V. 108. No. C4.

McWilliams J.C., and Flierl G.R. Evolution of isolated, nonlinear vortices // *Journal Phys. Oceanogr.* 1979. V. 9. No. 6. P. 1155–1182.

McWilliams J.C., and Robinson A.R. A wave analysis of the POLYGON array in the tropical Atlantic // *Deep Sea Res.* 1974. V. 21. No. 5. P. 359–368.

Robinson A.R., and Stommel H. The oceanic thermocline and the associated thermohaline circulation // *Tellus.* 1959. V. 11. No. 3.

Stommel H. The westward intensification of wind-driven ocean currents // *Trans. Amer. Geophys. Union.* 1948. V. 29. No. 2.

Stommel H. A survey of ocean current theory // *Deep Sea Res.* 1957. V. 4. No. 3.

BAROCLINIC LAYER OF THE SEA: FROM LINEIKIN'S THEORY TO OPERATIONAL OCEANOGRAPHY

G.K. Korotaev

P.S. Lineykin was the first who has defined the thermocline as a thermal boundary layer. This is the basic idea of the marine current theory. Particularly, the famous scheme of deep ocean currents proposed by Stommel and explaining the meridional heat flux in the World Ocean follows from the presentation of thermocline as a boundary layer. A simple model of thermocline, which is based on the Lineykin's idea is considered in this paper to remember the relationship defining the sea level dependence on the density anomaly profile across the boundary layer. Then it is pointed out that the same relationship is valid on the synoptic scales. It is shown also the key role of the sea level dependence on the density anomaly profile in the algorithm of the space altimetry assimilation in eddy-resolving models. Example of the space altimetry assimilation in the Black Sea circulation model is presented at the end of the paper.



НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ П.С. ЛИНЕЙКИНА И НЕКОТОРЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ

А.А. Кутало

Гидрометцентр России, Москва

Дан краткий исторический очерк исследований главного термоклина, начиная с основополагающих работ П.С. Линейкина 1955 г. Рассмотрены результаты нестационарной теории, описывающей волновые возмущения крупномасштабной циркуляции и возможные механизмы формирования среднемасштабной изменчивости и гидрологических фронтов. Обрисованы перспективы структурно-фронтального представления вод океана как методологической базы для физического и математического моделирования системы океан – атмосфера.

Природная среда как объект моделирования

Построение гидродинамических моделей, описывающих крупномасштабную структуру полей плотности воды и циркуляцию океана в их взаимосвязи, было центральным в исследованиях П.С. Линейкина. Самыми перспективными в этом направлении видятся его совместные с учениками исследования природы и свойств бароклинного слоя океана, или так называемого главного термоклина. Начало этому направлению дала работа (*Линейкин, 1955*). В этой работе, отправляясь от наблюдаемой, базовой стратификации вод океана и рассматривая баланс вертикальных турбулентных потоков тепла и солей (объединенных в «поток плотности») и их вертикальной адвекции, в рамках линеаризированной модели получены оценки толщины бароклинного слоя. Такая гидродинамическая модель позволила рассматривать *главный термоклин* как своеобразный пограничный слой океана.

Водные массы бароклинного слоя располагаются над холодными, сравнительно однородными глубинными водами. В структурном плане их можно рассматривать как природные объекты, допускающие описание в рамках двухслойной модели. Нижняя часть главного термоклина представляется естественной пограничной областью, отделяющей его от глубинных водных

масс. В такой модели толщина бароклинного слоя, объемы и пространственно-временные особенности распределения «теплых» и «холодных» вод Мирового океана, включая физико-географические характеристики *сезонного термоклина* как его неотъемлемой части, определяются как следствия перераспределения тепла и солей внутри океана, поступающих с потоками через его поверхность в процессе взаимодействия с атмосферой.

С другой стороны, эти параметры главного термоклина, как структурно выделяемого географического природного феномена, можно рассматривать и как значимые характеристики состояния двух основных водных масс океана. Эти характеристики представляются более компактными и проще измеримыми характеристиками состояния вод океана в сравнении с традиционными измерениями гидрофизических характеристик, равномерно распределенными по всему объему вод. Массивы значений обобщенных параметров состояния «теплых» и «холодных» водных масс можно рассматривать как базовую основу для отслеживания за изменениями состояния не только вод океана, но и совместной системы атмосфера – гидросфера.

Устойчивые структуры и волновые возмущения крупномасштабной циркуляции океана

Главный и сезонный термоклина, как и другие наблюдаемые устойчивые особенности строения вод океана, в исследованиях П.С. Линейкина и его учеников были опорными структурными элементами при построении гидродинамических моделей. Значимость представлений о главном термоклине как важнейшем элементе системы атмосфера – гидросфера можно оценить в свете географических, структурных обобщений А. Дефанта о тропосферных и стратосферных водах Мирового океана. В этих обобщениях используется аналогия со структурной моделью атмосферы, представляемой воздушными массами тропосферы, стратосферы, мезосферы и ионосферы. Так, особенности топографии и разрывы тропопаузы, представляющей собой границу между тропосферой и стратосферой, являются важными элементами синоптического анализа при составлении прогнозов погоды (*Погосян, 1989*). Тропопаузу можно сравнить с нижней границей бароклинного слоя океана, а ее разрывы и приуроченные к ним струйные течения представляются аналогами крупномасштабных океанских течений.

Обобщения А. Дефанта по океанским водным массам были развиты А.Д. Добровольским и В.Л. Лебедевым до понятий о теплом и холодном сверхокеанах (*Добровольский, Лебедев, 1977*). В рамках этих представлений нижняя часть бароклинного слоя, топография его нижней границы, местоположение выхода этой границы на поверхность океана, наблюдаемое как Полярные фронтальные зоны, включая Антарктическое циркумполярное течение, являются результатом перераспределения солнечной энергии, поступающей в климатическую систему. Структурный подход позволяет рас-

смагивать особенности топографии нижней границы бароклинного слоя и сезонного термоклина в виде устойчивых элементов, дающих обобщенное представление о состоянии вод океана (Кутало, 1987).

Исследования П.С. Линейкина по проблеме главного термоклина начались с задачи определения его толщины и получения оценок роли турбулентных механизмов переноса на основе двухмерной гидродинамической модели. Развитие этих исследований в применении к условиям Северной Атлантики позволило установить ведущую роль ветрового воздействия и порождаемых им адвективных процессов, развивающихся в океане, в сравнении с турбулентными механизмами формирования гидрологических полей (Линейкин, Кутало, 1974; Линейкин и др., 1984; Кутало, 1987). В рамках даже весьма упрощенных гидродинамических моделей удалось воспроизвести многие наблюдаемые пространственно-временные особенности в распределениях его характеристик.

Прежде всего, это крупномасштабные, планетарные циркуляционные системы с антициклонической и циклонической завихренностью. На ветровую природу этих систем указывают пространственно-временные соответствия между наблюдаемыми и смоделированными особенностями топографии нижней границы главного термоклина, местоположения и формы гидрологического фронта как зоны выхода на поверхность глубинных «холодных» водных масс. В Северной Атлантике эта зона естественным образом отожествляется с левыми по направлению течений границами Гольфстрима, Североатлантического, Норвежского, Западно-Шпицбергенского, Нордкапского и Мурманского течений (Кутало, 1987).

Удалось дать физическую интерпретацию «отрыва» Гольфстрима от берега на широте мыса Гаттерас как следствия достижения течением критической величины переноса вод. С увеличением расхода поворот Гольфстрима в открытый океан происходит на более южных широтах, а с его уменьшением точка отрыва, к которой приурочен выход нижней границы бароклинного слоя на поверхность, смещается к северу. По модельным оценкам, сам Гольфстрим является компенсационным течением, замыкающим антициклонический круговорот вод бароклинного слоя вокруг Саргассова моря. Сопряжение струи Гольфстрима с Североатлантическим течением формирует наблюдаемую S-образную форму гидрологического фронта в этом районе. Само Североатлантическое течение, в соответствии с результатами моделирования, формируется климатически устойчивой ветровой системой Азорского максимума и Исландского минимума атмосферного давления.

Ориентация на ветровую природу горизонтальной океанической циркуляции позволила воспроизвести реакцию океана на периодические возмущения, включающие сезонные изменения ветрового воздействия, проявляющиеся в виде дивергентных волновых движений (Линейкин и др., 1984; Кутало, 1986; Кутало, 1987). Эти движения, создаваемые вынужденными стоячими и рефрагирующими волнами, приводят к значимым эффектам. На их основе

удается объяснить многие наблюдаемые особенности пространственно-временной изменчивости гидрофизических полей. Волновые возмущения охватывают всю толщу вод океана и определяются адвективными процессами с дивергентно-конвергентным перераспределением гидрофизических полей.

Стоячие волны проявляются в изменении площади выклинивания глубинных вод на поверхность океана. В фазе волнового усиления горизонтальной циркуляции эта площадь увеличивается, а в фазе ослабления уменьшается. Этот эффект проявляется в соответствующих смещениях Полярного фронта Северной Атлантики и связанной с ним системы течений.

В фазе усиления циркуляции происходит общее смещение Полярного фронта к берегам Европы. С ослаблением циркуляции акватория теплых вод главного термоклина увеличивается, они как бы растекаются по ниже-расположенным холодным арктическим водам. Полярный фронт удаляется от Европы, нижняя граница бароклинного слоя в Саргассовом море приподнимается.

Характерной особенностью стоячих волн является их запаздывание по фазе на четверть периода по отношению к внешним периодическим воздействиям. Так, на летнее ослабление ветров над Северной Атлантикой и их зимнее усиление волновая реакция океанической циркуляции запаздывает на три месяца. Эта реакция прослеживается в виде ослабления циркуляции осенью и ее усиления в весенний период. Указанные закономерности согласуются с сезонными изменениями расхода и местоположения Гольфстрима и могут служить перспективной основой их прогнозирования.

Теоретические оценки параметров вынужденных рефрагирующих волн годового периода применительно к условиям Северной Атлантики показывают, что между Европой и Полярным фронтом располагается около 10 таких волн, а в низких широтах, между Африкой и Америкой – всего 2–3 волны. В топографии нижней границы главного термоклина циклоническим ячейкам соответствуют области ее подъема, а антициклоническим – зоны опускания, с которыми связаны соответствующие адвективные перераспределения гидрофизических параметров.

Еще одна важная особенность рефрагирующих волн связана с зависимостью их фазовой скорости от структуры вод. Эта скорость оказывается пропорциональной квадрату толщины бароклинного слоя. Такая зависимость приводит к тому, что подошвы волн смещаются в западном направлении быстрее, чем их гребни. Вследствие этого первоначальные чисто гармонические возмущения нижней границы бароклинного слоя по мере продвижения к западу трансформируются в пилообразные. Вследствие геострофичности эта особенность будет проявляться в поле течений в виде сужения и усиления потоков северо-восточного направления. В юго-западных потоках, наоборот, в силу постоянства длины волны должно наблюдаться ослабление течений и увеличение их ширины. Эти особенности рефрагирующих волн представ-

ляются действенным механизмом формирования наблюдаемых среднемасштабных гидрологических фронтов в океане.

Одним из ключевых вопросов физического и математического моделирования процессов в гидросфере следует считать описание турбулентных процессов, определению результирующих эффектов которых в крупномасштабной циркуляции присуща большая степень неопределенности. Наибольший вклад турбулентных процессов отмечается в поверхностном и придонном слоях трения. Для формирования крупномасштабной структуры вод более значимыми являются процессы в поверхностном, так называемом деятельном слое моря, включающем перемешанный слой и сезонный термоклин. Значимость процессов, развивающихся в поверхностном слое, определяется тем, что они протекают в зоне прямого контакта океана с атмосферой. Оценка вертикальных потоков здесь часто осложняется наличием ячеек Лангмюровской циркуляции с горизонтальной осью, выявление которых в природных условиях и оценка их воздействия на результирующие потоки представляет собой непростую задачу (Зеленько, 1983). Не менее сложная задача возникает при сопряжении адвективных процессов в главном термоклине и процессов мелкомасштабного перемешивания в сезонном термоклине, включая такие явления как перемежающаяся турбулентность.

Представления о доминирующей роли адвективных процессов в формировании гидрофизических полей океана позволили предложить перспективную физическую концепцию происхождения так называемой тонкой структуры вод океана (Кутало, 1986). Существование мелкомасштабной переслоенности вод может рассматриваться как свидетельство ламинарного характера движения в однородных прослойках, разделенных скачками со сравнительно большими перепадами свойств. Однородные прослойки центральных водных масс главного термоклина, выделяемых по вертикальным T,S-кривым, могут выступать в виде трассеров, несущих информацию с места своего образования. Прослойки представляются своего рода записями условий их формирования в ходе развития зимней конвекции, сохраняющимися до начала весенне-летнего прогрева. Определенным подтверждением этому служит соответствие между вертикальными и горизонтальными температурно-соленостными кривыми, построенными по данным, относящимся к периоду до начала весенне-летнего прогрева.

Возникновение таких прослоек, наблюдающихся ниже верхнего квазиоднородного слоя, может объясняться механизмом так называемых *конвективных пробоев*, развивающихся в период летнего прогрева. Физический механизм образования пробоев связан с тем, что воды поверхностной пленки при интенсивном испарении переохлаждаются и как более тяжелые срываются с поверхности, накапливаясь на горизонтах гидростатического равновесия. Однородные прослойки деятельного слоя в прибрежной зоне могут образоваться также и через прибойное смешение вод у берегов.

О перспективах структурно-фронтального подхода к гидродинамическому моделированию

Представления о переслоенности и повсеместной распространенности фронтальных разделов следует рассматривать как перспективный подход к описанию физических механизмов формирования наблюдаемых особенностей вод океана с единых позиций. Анализ природных процессов в рамках структурных представлений образует методологическую основу математического моделирования. Можно предложить и ряд опорных положений для общего описания системы атмосфера – гидросфера. Такими положениями могут быть:

1. *Устойчивость форм* вертикальных температурно-соленостных, T,S-кривых и их соответствие поверхностным кривым слоев зимней конвекции на периоды начала весеннего прогрева вод. Эта устойчивость позволяет структурно выделять однородные объемы вод и трактовать их как водные массы.

2. Крупномасштабные, планетарные *циркуляционные ветровые системы* Мирового океана антициклонической и циклонической завихренности как опорные звенья водообмена в системе атмосфера – гидросфера.

3. Резкие подъемы пограничного слоя между тропосферными и стратосферными водами и выход его на поверхность океана как *гидрологические фронты* и пограничные течения в планетарных масштабах.

4. *Отрыв Гольфстрима* от берега на широте мыса Гаттерас и *S-образная* форма гидрологического фронта в районе перехода Гольфстрима в Североатлантическое течение.

5. *Локализация* южного переноса вод антициклонического круговорота в центральной части океана (на восточной периферии Саргассова моря), а северного переноса циклонического круговорота – вблизи гидрологического фронта в виде Североатлантического течения как отражение увеличения наклонов поверхности в топографии нижней границы бароклинного слоя.

6. *Среднемасштабная перемежаемость* вод, проявляющаяся прежде всего в циклическом, волновом характере изменчивости течений и в виде синоптических вихревых образований. Скорости течений в этих образованиях на порядок превышают осредненные среднемноголетние значения и служат отражением устойчивой цикличности возмущений.

7. *Устойчивость тонкой структуры и вертикальной переслоенности* вод как свидетельство *ламинарности* в перераспределениях вод и импульсном характере физических механизмов первоначального их формирования.

Заключение

Как бывший аспирант Павла Самойловича Линейкина считаю своим долгом подчеркнуть его человеческое качество быть учителем жизни и только потом научным руководителем. Научными трудами и собственным примером он ориентировал на гидродинамику океана как на эффективный матема-

тический инструментарий познания природных процессов и явлений. Опора на установление структурных особенностей природных явлений и выяснение их физической природы явственно просматривается в названиях его научных работ. Такая ориентация исследований не утратила своей актуальности и в настоящее время.

Обозначенные в данной статье ориентиры видятся перспективной основой создания структурно-ранжированной топологической планетарной модели системы атмосфера – гидросфера. Регламентирующим условием создания такой модели должно стать отражение в ней всей совокупности знаний о природной среде. Выполнение этих условий позволит модели стать естественной опорой в конкретных задачах природопользования, в исследованиях и в отслеживании опасных природных явлений и процессов.

В структурном плане перспективной представляется концепция планетарных воздушных и водных масс как базовых природных объектов, местоположение и состояние которых определяют погоду и климат. Ориентация на местоположение границ (фронтальных разделов) выделяемых воздушных и водных масс, на их объемы, энергетические и другие обобщенные структурные характеристики упростит проведение и анализ наблюдений по сравнению со сложившимися подходами сплошного покрытия измерениями воздушной и водной сред. Такое упрощение следует из того, что потребуются целенаправленные измерения по отслеживанию только местоположения границ структурно выделенных, эталонных природных объектов и их значимых параметров состояния. Создание такой топологической модели на основе структурно выделяемых воздушных и водных масс как природных объектов представляется перспективным направлением развития теоретических моделей, могущих составить основу гидрометеорологического обеспечения хозяйства и жизнедеятельности в целом.

Литература

- Добровольский А.Д., Лебедев В.Л.* Географическая структура океана // *Земля и Вселенная*. 1977. № 2. С. 46–53.
- Зеленько А.А.* Расчет характеристик деятельного слоя и циркуляция Лангмюра в океане // *Тр. Гидрометцентра СССР*. 1983. Вып. 255. С. 15–22.
- Кутало А.А.* К изучению гидрометеорологических полей океана и атмосферы // *Тр. Гидрометцентра СССР*. 1986. Вып. 329. С. 58–66.
- Кутало А.А.* Местоположение полярного фронта Северной Атлантики как индикатор состояния вод океана // В кн.: *Структура вод и водные массы*. АН СССР. МФ Географического общества СССР. М., 1987. С. 133–140.
- Линейкин П.С.* Об определении толщины бароклинного слоя моря // *Докл. АН СССР*. 1955. Т. 101. № 3. С. 461–464.
- Линейкин П.С., Кутало А.А.* Динамика течений Северной Атлантики и их сезонные изменения // *Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана*. 1974. Т. 10. № 4. С. 387–399.

А.А. Кутало

Линейкин П.С., Рябинин В.Э., Фролов А.В. Об одном механизме возбуждения планетарных сезонных волн // В кн.: Вопросы динамики океана. Л.: Гидрометеоздат, 1984. С. 15–25.

Погосян Х.П. Очерки по истории развития синоптической метеорологии в СССР. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 96 с.

P.S. LINEYKIN'S SCIENTIFIC HERITAGE AND SOME CONTEMPORARY PROBLEMS OF OCEAN AND ATMOSPHERE DYNAMICS

A.A. Kutalo

The studies of the ocean main thermocline are considered in a brief historical outline beginning from fundamental P.S. Lineykin's works of 1955. The results of non-stationary theory are examined, describing wave-like perturbations of large scale circulation and possible mechanisms for generating of middle scale variability and of hydrological fronts. The perspectives of structural-frontal conception in studies of the ocean waters structure are considered as a methodological base for physical and mathematical modelling of the ocean-atmosphere system.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БАРОКЛИННОГО ОКЕАНА С ВАРИАЦИОННОЙ ИНИЦИАЛИЗАЦИЕЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Г.И. Марчук¹, В.Б. Залесный¹, В.О. Ивченко²

¹Институт вычислительной математики РАН, Москва

²Национальный океанографический центр, Саутгемптон, Англия

Рассматривается задача численного моделирования и анализа бароклинной циркуляции Мирового океана. Численная модель разработана в ИВМ РАН и основана на уравнениях общей циркуляции океана, записанных в обобщенной сферической σ -системе координат. Уравнения модели аппроксимируются на сетке $2.5^\circ \times 2^\circ \times 33$ со сдвинутой на материк точкой северного координатного полюса. Численный эксперимент проводится в два этапа. На первом – рассчитывается циркуляция Мирового океана под действием климатического атмосферного воздействия на срок 350 лет. На втором этапе проводится два прогностических расчета, отличающихся начальными условиями. Первый – стандартный, является продолжением предыдущего расчета на 1 год. Второй расчет проводится в режиме 4-мерная вариационная инициализация – прогноз. В качестве ассимилируемых данных используются среднеянварские поля температуры и солёности, заданные южнее 30° ю.ш. Цель экспериментов состоит в изучении реакции бароклинной циркуляции океана к изменению начального условия. Расчеты показывают, что наибольшие региональные изменения гидрофизических полей происходят в Северном Ледовитом океане. Здесь формируются заметные изменения уровня моря и локальные аномалии полей температуры и солёности.

Введение

Изучение процессов, формирующих общую циркуляцию морей и океанов, и развитие математических моделей динамики Мирового океана и его отдельных акваторий является актуальной задачей современных исследований. Модели – необходимый инструмент для понимания природы физических явлений (Линейкин, 1957; Марчук и др., 1987; Саркисян, 2002; Семенов, 2008), изучения глобальной пространственно-временной структуры океана

и его взаимодействия с атмосферой (Марчук и др., 1987; Blaker et al., 2006), региональной изменчивости морей и океанов (Яковлев, 2003; Семенов, 2008). Особое значение модели приобретают в задачах обработки и ассимиляции данных натурных наблюдений (Le Dimet and Talagrand, 1986; Agoshkov et al., 2008).

Математическое моделирование динамики морей и океанов имеет более чем столетнюю историю. За это время произошло существенное обогащение знаний о физических явлениях и процессах, протекающих в океанской среде, развитие моделей и методов их анализа. В качестве одного из традиционных здесь можно выделить вопрос о соотношении баротропного и бароклинного компонентов динамики океанских течений. Он возникает в середине XX века вместе с первой моделью бароклинного океана П.С. Линейкина (Линейкин, 1955) и не утрачивает значимости до настоящего времени (Саркисян, 2002; Wunsch, 2002; Ivchenko et al., 2006). Ниже мы коснемся этого вопроса в связи с возникновением удаленного трансокеанского баротропно-бароклинного отклика на бароклинное возмущение, заданное в Южном океане и передаваемое на большие расстояния за счет быстрых баротропных волн.

Наряду с исследованиями закономерностей формирования общей структуры бароклинных полей в последние годы все более пристальное внимание привлекают задачи формирования и эволюции разного рода возмущений и аномалий в океане. Здесь интерес представляют задачи интерпретации данных наблюдений (Кошляков и др., 1998), теоретической оценки распространения возмущений в идеализированной океанской среде (Reznik and Zeitlin, 2009) и численного моделирования (Ivchenko et al., 2004, 2006). Исследования различных аспектов формирования аномалий в океане развиваются в разных направлениях, включая изучение пространственно удаленных связей, формирование бароклинного и баротропного отклика вдали от источников внешнего воздействия. Интересные результаты по выявлению удаленных связей получены на основе данных наблюдений, например, между изменчивостью тропической части Тихого океана и вариациями площади Антарктического льда (Кошляков и др., 1998; Kwok and Comiso, 2002). Установлены и изучены физические механизмы, формирующие удаленные связи в океане (Ivchenko et al., 2004, 2006; Залесный, Ивченко, 2005) и в совместной системе атмосфера – океан (Blaker et al., 2006).

В нашей работе рассматривается задача численного моделирования бароклинной динамики Мирового океана, близкая к практической задаче гидродинамического прогноза с учетом данных наблюдений полей температуры и солености. Задача решается в режиме вариационной инициализации – прогноз; данные наблюдений используются для расчета начального условия. В качестве основного исследуется вопрос о том, как изменяется динамика океана при изменении его начальных полей. Задача состоит в следующем. Пусть нам требуется сделать прогностический расчет бароклинной динамики Мирового океана на срок порядка 1 года. Одной из основных возникающих при этом

проблем является задание начального условия: полей течений, уровня моря, температуры и солёности. Как известно, полного набора данных наблюдений на практике нет. Для подготовки начального условия можно привлечь лишь измерения температуры и солёности, иногда в некоторой ограниченной акватории, и уровень моря. Возникает вопрос: как может измениться результат прогноза при использовании для подготовки начальных полей информации о температуре и солёности, заданной не во всей трехмерной расчетной области, а лишь в некоторой подобласти. Мы полагаем, что данные о температуре и солёности заданы в Южном океане, южнее 30° ю.ш. С помощью численного эксперимента требуется исследовать пространственно удаленные изменения термохалинной динамики – те, которые произойдут при этом в северном полушарии, в том числе в Северном Ледовитом океане в течение 1 года. Изучаются следующие вопросы.

1. Какой характер будут иметь возможные изменения – баротропный или бароклинный?
2. Какие гидрофизические поля и характеристики изменятся, и в каком районе возникнут их наиболее значимые аномалии?
3. На какой срок по времени в течение годового цикла будет проследиваться влияние изменения начальных полей?
4. Каково будет количественное изменение некоторых расчетных полей и средних по заданному региону энергетических характеристик при изменении начального условия?

Расчеты проводятся с помощью новой версии глобальной модели Мирового океана, разработанной в ИВМ РАН. Модель основана на уравнениях общей циркуляции, с использованием вертикальной σ -координаты и обобщенной горизонтальной ортогональной системы координат. В частном случае, это может быть система с произвольным расположением на сфере координатных полюсов. В нашей работе южный координатный полюс оставлен на месте, а северный – смещен на материк в точку (60° в.д., 60.5° с.ш.). Модельные уравнения аппроксимируются на сетке с горизонтальным разрешением 2.5° по долготе, 2° по широте и 33 уровнями по вертикали.

1. Уравнения модели бароклинного океана в σ -системе координат

Сформулируем уравнения модели в σ -системе координат на сфере с приведенной глубиной $\sigma = (z - \zeta)/(H - \zeta)$. Сделаем некоторые традиционные упрощения и перепишем уравнения в симметризованной форме (*Zalesny and Gusev, 2009*):

$$\frac{du}{dt} - \left[l + \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} \cdot v - \frac{\partial r_x}{\partial y} \cdot u \right) \right] v = - \frac{1}{\rho_0 r_x} \frac{\partial}{\partial x} \left(p - \frac{g}{2} \rho Z \right) + \frac{g}{2 \rho_0 r_x} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial x} - Z \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \Lambda_u u,$$

$$\frac{dv}{dt} + \left[l + \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} \cdot v - \frac{\partial r_x}{\partial y} \cdot u \right) \right] u = -\frac{1}{\rho_0 r_y} \frac{\partial}{\partial y} \left(p - \frac{g}{2} \rho Z \right) + \frac{g}{2 \rho_0 r_y} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial y} - Z \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \Lambda_v v,$$

$$0 = -\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(p - \frac{g}{2} \rho Z \right) + \frac{g}{2} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - Z \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right),$$

$$-\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (Z_\sigma r_y u) + \frac{\partial}{\partial y} (Z_\sigma r_x v) \right] + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \left(Z_\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial Z_\sigma T}{\partial t} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r_y r_x} \frac{\partial}{\partial x} (Z_\sigma r_y u T) + \frac{Z_\sigma u}{r_x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} (Z_\sigma r_x v T) + \frac{Z_\sigma v}{r_y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega T) + \omega \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right] = \Lambda T,$$

$$\frac{1}{2} \left(Z_\sigma \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Z_\sigma S}{\partial t} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r_y r_x} \frac{\partial}{\partial x} (Z_\sigma r_y u S) + \frac{Z_\sigma u}{r_x} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} (Z_\sigma r_x v S) + \frac{Z_\sigma v}{r_y} \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega S) + \omega \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] = \Lambda S,$$

$$\rho = \rho(T, S, Z).$$

Здесь (x, y, σ) – пространственные координаты,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{r_x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{v}{r_y} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\omega}{Z_\sigma} \frac{\partial}{\partial \sigma}, \quad \omega = w - \left(\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{u}{r_x} \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{v}{r_y} \frac{\partial Z}{\partial y} \right),$$

$$Z(t, x, y, \sigma) = \sigma (H(x, y) - \zeta(t, x, y)) + \zeta(t, x, y), \quad Z_\sigma \equiv \frac{\partial Z}{\partial \sigma},$$

$$\rho = \rho(T, S, p) - \rho(\bar{T}, \bar{S}, 0), \quad (2)$$

w – вертикальная скорость в обычной z -системе координат; r_x, r_y – метрические коэффициенты; ζ – отклонение уровня моря.

Остальные обозначения, включая вид операторов турбулентного обмена, можно найти в (Zalesny and Gusev, 2009). Горизонтальный обмен импульсом описывается операторами второго и четвертого порядков, температуры и солёности – оператором второго порядка со смешанными производными. Процесс глубокой конвекции, развивающейся при неустойчивой стратификации, параметризуется увеличением на несколько порядков коэффициента вертикального обмена теплом и солью. Система уравнений (1) рассматривается в трехмерной многосвязной области Σ единичной высоты с элементарным объемом

$$d\Sigma = r_x r_y dx dy d\sigma. \quad (3)$$

Граничные и начальные условия для системы уравнений (1) имеют вид: на свободной поверхности океана $\sigma = 0$:

$$\frac{v_u}{Z_\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = -\frac{\tau_x}{\rho_0}, \quad \frac{v_v}{Z_\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} = -\frac{\tau_y}{\rho_0}, \quad \omega = 0, \quad p = p_{atm}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -Q_r^0, \quad \frac{\partial S}{\partial n} = -Q_s^0; \quad (5)$$

на дне $\sigma = 1$:

$$\frac{v_u}{Z_\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} = R_u, \quad \frac{v_v}{Z_\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} = R_v, \quad \omega = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial n} = 0; \quad (7)$$

на цилиндрической береговой поверхности Σ ставятся условия непротекания и отсутствия потоков тепла и соли.

Начальные условия следующие:

$$u = u^0, \quad v = v^0, \quad \zeta = \zeta^0, \quad T = T^0, \quad S = S^0. \quad (8)$$

2. Численный метод и решение задачи вариационной инициализации

Численное решение задачи (1)–(8) производится с помощью метода многокомпонентного расщепления (Марчук, 1980, 1988). На отдельном этапе расщепления решается более простая система уравнений по сравнению с исходной системой. Вычисленное на текущем этапе решение используется как начальное условие при решении последующего этапа. Внутри отдельного этапа задача может вторично расщепляться на ряд более простых подзадач. Расщепление может осуществляться различным образом: на основе выделения различных физических процессов и параметризаций, разделения по отдельным пространственным плоскостям, координатам и т.д. Например, для решения уравнений переноса – диффузии температуры и солёности используется расщепление по координатам x , y , σ .

При решении прогностических задач термохалинной динамики океана требуется задание начального условия для горизонтальных компонент скорости, уровня моря, температуры и солёности. Таких данных наблюдений для всех прогностических функций в один момент времени в 3-мерной акватории Мирового океана нет. Возникает задача инициализации – построения начальных полей в океане на основе комбинации измерений и модельных расчетов. Универсальным методом решения задачи инициализации является метод сопряженных уравнений или 4-мерной вариационной ассимиляции данных наблюдений (Marchuk and Penenko, 1978; Le Dimet and Talagrand, 1986; Marchuk et al., 1996; Агошков, 2003; Zalesny and Rusakov, 2007). Метод состоит в минимизации функционала стоимости, описывающего отклонение модельного решения от данных наблюдений на заданном интервале времени, где имеются наблюдения – интервале усвоения. Сформулируем эту задачу в рамках используемого нами подхода.

Пусть в качестве данных наблюдений имеется информация о полях температуры и солёности. Тогда в качестве основы системы вариационной ассимиляции данных можно выбрать уравнения переноса – диффузии полей температуры и солёности, линеаризованные на расчетной модельной траектории. Это означает, что на интервале усвоения данных наблюдений, составляющем в нашем случае 5 суток, компоненты вектора скорости $u(x, y, \sigma, t)$, $v(x, y, \sigma, t)$, $w(x, y, \sigma, t)$ являются известными функциями. Они заранее рассчитаны в каждой точке 4-мерной области при решении прогностической задачи (1)–(8) с некоторым приближенным начальным условием.

Задача инициализации состоит в следующем. Построить в момент времени $t = t_0$ начальные поля горизонтальных течений, уровня моря, температуры и солёности (u , v , ζ , T , S), согласованные с модельным решением и данными наблюдений. Потребуем, чтобы это были такие поля, стартуя с которых решение системы уравнений (1)–(7) минимально отклонялось бы от данных наблюдений на заданном интервале по времени (t_0, t_1) . Поскольку в качестве данных наблюдений нам известны поля температуры и солёности, в отклонение включаются только эти характеристики.

Решение задачи осуществляется вариационным методом, основанным на теории сопряженных уравнений (*Marchuk et al., 1996; Агошков, 2003*). Требуется найти минимум функционала, описывающего отклонение модельного решения от данных наблюдений в некоторой 4-мерной пространственно-временной области. Задачу можно рассматривать, как задачу условной минимизации – ее решение осуществляется на множестве решений модельных уравнений (1)–(7) с неизвестным начальным условием. Выберем минимизируемый функционал в следующем виде:

$$J = \frac{1}{2 \cdot \text{mes}(\Sigma)} \int_{\Sigma} \left\{ \frac{1}{(t_1 - t_0)} \int_{t_0}^{t_1} [\alpha_T (T - \hat{T})^2 + \alpha_S (S - \hat{S})^2] dt + \right. \\ \left. + [\alpha_T^0 (T^0 - \hat{T}^0)^2 + \alpha_S^0 (S^0 - \hat{S}^0)^2] \right\} d\Sigma, \quad (9)$$

где T, S, T^0, S^0 – решение модели, а $\hat{T}, \hat{S}, \hat{T}^0, \hat{S}^0$ – данные наблюдений. Задача решается итерационно, алгоритм ее решения может быть представлен следующим образом.

1. На первом шаге задаются приближенные начальные условия: поле течений, уровень моря, температура и соленость. На первой итерации это модельные поля в начальный момент времени.

2. На втором шаге, на интервале 5 суток, решаются полные уравнения модели (1)–(7) с заданным начальным условием и вычисляются компоненты вектора скорости.

3. На третьем шаге на этом же интервале по времени решается задача вариационной минимизации функционала J (9) – связанная система прямых и сопряженных уравнений, называемая системой оптимальности. В качестве задачи вариационной инициализации выбирается локально-одномерная модель. В результате ее решения находятся новые значения T^0, S^0 , которые служат новым итерационным приближением начальных условий для температуры и солености.

4. Начальные условия для полей горизонтальных течений и уровня моря определяются в результате пересчета полной модели на заданном интервале по времени с новыми начальными условиями T^0, S^0 . Далее происходит переход к первому шагу на новую итерацию, либо процесс заканчивается, если функционал J достигает минимума.

Пересчитанные таким образом начальные условия для всех гидрофизических полей полагаются найденными, и модель, используя их, рассчитывается на более долгий срок в режиме прогноза.

Заметим, что в нашем эксперименте решается локально-одномерная задача вариационной инициализации с заданными, изменяющимися от итерации к

итерации, вертикальными скоростями. Дополнительные расчеты показывают, что на интервале усвоения 5 суток разница между решениями трехмерной и локально-одномерной моделями незначительна.

Таким образом, на каждой итерации минимум функционала J ищем на множестве решений следующей системы уравнений:

$$\mathbf{v} - \mathbf{v} \left(\frac{\partial \rho_{pot}}{\partial \sigma} \right) = 0,$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\partial DT}{\partial t} + D \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega T) + \omega \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right] = \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \mathbf{v} \frac{\partial T}{\partial \sigma}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\partial DS}{\partial t} + D \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega S) + \omega \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] = \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \mathbf{v} \frac{\partial S}{\partial \sigma}, \quad 0 < \sigma < 1$$

$$\frac{\mathbf{v}}{H} \frac{\partial T}{\partial \sigma} = -Q_T, \quad \frac{\mathbf{v}}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} = -Q_S, \quad \sigma = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\mathbf{v}}{H} \frac{\partial T}{\partial \sigma} = 0, \quad \frac{\mathbf{v}}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} = 0, \quad \sigma = 1. \quad (12)$$

Здесь \hat{T} , \hat{S} – данные наблюдений; α_T , α_S – заданные весовые функции.

Уравнения (10)–(12) рассматриваются в 3-мерной области Σ , на интервале усвоения (t_0, t_1) при произвольных начальных полях температуры и солёности. Решение задачи вариационной ассимиляции обычным образом сводится к решению системы оптимальности, построенной из необходимого условия экстремума функционала (9). Система оптимальности включает (10)–(12), дополненные следующей системой сопряженных уравнений:

$$-\frac{1}{2} \left[\frac{\partial DT^*}{\partial t} + D \frac{\partial T^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega T^*) + \omega \frac{\partial T^*}{\partial \sigma} \right] + \alpha_T (T - \hat{T}) = \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \mathbf{v} \frac{\partial T^*}{\partial \sigma} - \frac{\partial \rho_{pot}}{\partial T} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} (\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}^*),$$

$$-\frac{1}{2} \left[\frac{\partial DS^*}{\partial t} + D \frac{\partial S^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega S^*) + \omega \frac{\partial S^*}{\partial \sigma} \right] + \alpha_S (S - \hat{S}) = \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial \sigma} \mathbf{v} \frac{\partial S^*}{\partial \sigma} - \frac{\partial \rho_{pot}}{\partial S} \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma} (\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}^*),$$

$$v^* + \frac{1}{D} \left(\frac{\partial T}{\partial \sigma} \frac{\partial T^*}{\partial \sigma} + \frac{\partial S}{\partial \sigma} \frac{\partial S^*}{\partial \sigma} \right) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{v}{D} \frac{\partial T^*}{\partial \sigma} = 0, \quad \frac{v}{D} \frac{\partial S^*}{\partial \sigma} = 0 \text{ при } \sigma = 0, \sigma = 1, \quad (14)$$

где v' – производная по аргументу.

Краевые условия по времени для уравнений (10)–(14) имеют вид:

$$T^* = S^* = 0 \text{ при } t = t_1,$$

$$DT^* + \alpha_T^0 (T^0 - \hat{T}^0) = 0, \quad DS^* + \alpha_S^0 (S^0 - \hat{S}^0) = 0 \text{ при } t = t_0. \quad (15)$$

Для решения системы оптимальности (10)–(15) используется процедура M1QN3 (*Gilbert and Lemarchal, 2006*).

3. Численные эксперименты

На первом этапе проведены расчеты квазиравновесной циркуляции Мирового океана, интегрирование проведено на 350 лет. Модельные уравнения аппроксимировались на сетке $2.5^\circ \times 2^\circ \times 33$, шаг по времени составлял 6 часов. В качестве начальных условий для температуры и солёности использовались данные из климатического массива за январь (*Levitus et al., 1998*), горизонтальные компоненты скорости и уровень океана были положены равными нулю. На поверхности океана задавалось атмосферное воздействие, построенное по средним за весь период 1958–2004 гг. данным CORE – климатический сезонный ход с 6-часовой дискретностью (*Griffies et al., 2004*). Основные модельные параметры были заданы следующим образом. Коэффициент горизонтальной вязкости равнялся $5 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, коэффициент горизонтальной вязкости 4-го порядка – $10^{22} \text{ см}^4 \text{ с}^{-1}$, коэффициент горизонтальной диффузии тепла и соли – $10^7 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, коэффициент вертикальной вязкости – $10 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, коэффициенты вертикальной диффузии тепла и соли: $v_{\min} = 1$, $v_{\max} = 10^3 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$.

Расчет проведен на 350 лет, в течение этого периода произошел выход решения на некоторый динамически сбалансированный режим. Режим характеризуется установлением регулярного сезонного хода гидрофизических полей в верхнем деятельном слое океана толщиной порядка километра и их некоторым трендом в более глубоких слоях. Сравнение рассчитанных полей температуры и солёности с наблюдениями показывает, что модель качественно воспроизводит основную структуру гидрофизических полей в течение климатического сезонного цикла. Следует, однако, отметить, что в связи

с невысоким пространственным разрешением главный пикноклин в модели размыт. Этим объясняется, в частности, увеличение средней глобальной модельной температуры до 4.2°C – на полградуса выше, чем по натурным данным (*Levitus et al.*, 1998).

Цель второго этапа состояла в изучении чувствительности рассчитанной на первом этапе крупномасштабной циркуляции океана к изменению начального условия. Проведено два расчета. В первом, стандартном, используя в качестве начальных условий рассчитанные на первом этапе поля течений, уровня моря, температуры и солености, был продолжен модельный расчет на 1 год. Во втором – вначале пересчитано начальное условие, а затем сделан расчет на 1 год. Новое начальное условие рассчитано с помощью метода вариационной инициализации – усвоения данных наблюдений полей температуры и солености, заданных южнее 30° ю.ш. Усвоение данных проведено на интервале 5 суток, с 1-го по 5-е января. В качестве ассимилируемых данных использованы среднеянварские значения температуры и солености (*Levitus et al.*, 1998). Заметим, что в модели усваивались те же данные массива Левитуса, которые были использованы и в качестве начального условия на первом этапе. Однако в результате интегрирования на 350 лет модельное решение заметно отклонилось от них. Так, например, средняя температура по всему объему Мирового океана возросла с 3.7°C до 4.2°C , а температура среднего слоя (на среднем σ -уровне) – с 7.2°C до 9.4°C .

Опишем кратко основные особенности нового, восстановленного в результате инициализации, начального состояния океана, и затем вызванного им «аномального» прогностического режима по сравнению с невозмущенным сезонным ходом.

Инициализация океана. В результате вариационной инициализации изменилось начальное состояние полей течений, уровня моря, температуры и солености. Изменения произошли не только южнее 30° ю.ш., в подобласти усвоения данных наблюдений, но, хотя и в меньшей степени, в остальной области Мирового океана. Это связано с тем, что функционал, описывающий отклонение модельных полей температуры и солености от данных наблюдений минимизировался во всей области Мирового океана. При этом в акватории севернее 30° ю.ш. в качестве «данных наблюдений» использованы значения модельных полей T, S . На каждой итерации эти модельные поля, также как и ассимилируемые климатические данные, не зависели от времени, они равнялись расчетным полям в конечной точке 5-суточного интервала усвоения. Нетрудно видеть, что стоящие в сопряженных уравнениях (13) источники $\alpha_T(T - \hat{T})$, $\alpha_S(S - \hat{S})$ могут быть значительными в области усвоения данных наблюдений и близки к нулю в остальной подобласти, где в качестве усваиваемой информации используются модельные поля. Это обуславливает в результате процедуры вариационной инициализации или, другими словами, в результате решения задачи (10)–(15), заметное изменение полей тем-

пературы, солёности и плотности южнее 30° ю.ш. Поскольку при инициализации поля течений, уровень моря и коэффициенты вертикального обмена пересчитываются, то изменения в поле плотности меняют все динамические характеристики. Хотя наибольшие изменения следует ожидать там, где усваиваемая информация значительно отклоняется от расчетных полей, однако локальные аномалии могут отмечаться также в зонах высокой чувствительности решения к возмущениям. Как правило, это происходит в условиях высокой динамической активности и быстрых процессов глубокой конвекции.

Какие же наиболее яркие изменения произошли в результате инициализации? Прежде всего отметим, что если до инициализации значение функционала J , описывающего среднюю разницу между наблюдаемыми и расчетными полями, составляло 0.30, то после завершения процедуры оно уменьшилось примерно в 37 раз и стало равным $8.24 \cdot 10^{-3}$. Как и следовало ожидать, наибольшие изменения произошли в районе Южного океана. Как ранее отмечалось, за время расчета океана на срок 350 лет вертикальная структура модельных полей стала более гладкой, например, температура в глубоких слоях океана заметно выше, чем по данным наблюдений. При решении задачи инициализации произошла подстройка полей температуры, солёности и плотности к данным наблюдений. Она сопровождалась изменением структуры коэффициентов вертикального обмена, перестройкой зон глубокой конвекции. Так например, локальные аномалии температуры (разность между возмущенным и стандартным расчетом) южнее 30° ю.ш. доходят до $-3-4^\circ\text{C}$ на глубине 1000 м. Яркой особенностью «восстановленного» начального состояния является ликвидация в Атлантическом секторе Южного океана двух локальных зон глубокой конвекции, которые имелись в невозмущенном океане, и возникновение новой – в восточной части котловины Беллинсгаузена. Произошедшая перестройка начального состояния определила нелокальную аномалию уровня океана и, впоследствии при прогностическом расчете с нового начального условия, заметно повлияла на формирование удаленного «аномального» отклика.

Итак, в результате усвоения данных наблюдений южнее 30° ю.ш. происходит значительная перестройка вертикальной структуры потенциальной плотности и над особенностями рельефа дна возникают аномалии полей температуры, солёности и уровня моря. Наиболее ярко это проявляется в подобластях Южного океана: в море Уэдделла, южном секторе Индийского океана, в котловине Беллинсгаузена и проливе Дрейка, где формируются аномалии уровня до 100 см. Существенное влияние на формирование аномалий температуры и солёности оказывает перестройка процесса глубокой конвекции. В результате инициализации формируется новое начальное состояние. По отношению к невозмущенному состоянию оно характеризуется появлением аномалий расчетных гидрофизических полей, проникающих за счет перестройки конвекции на значительные глубины.

Расчет «аномального» прогностического режима. В течение первых трех месяцев в акваториях Мирового океана северного полушария возникают заметные аномалии полей температуры и солёности. Наиболее заметно они проявляются в зоне Сомалийского течения в Индийском океане, в Бенгальском заливе, в экваториальном секторе Тихого океана и в северной части Атлантики. На глубине 100 м они составляют величину около 1.5°C . В течение следующих трех месяцев аномалии снижаются почти всюду за исключением Северного Ледовитого океана, где они даже несколько возрастают.

Замечательной особенностью решения является то, что примерно через 7–8 месяцев удаленные от источника возбуждения аномалии уровня моря, температуры и солёности видны только в Арктике. В конце расчетного периода аномалии температуры на глубине 100 м достигают 2°C , а аномалии уровня моря -25 см.

Возникает вопрос о том, за счет каких энергетических процессов происходит удаленная генерация аномалий уровня, температуры и солёности.

4. Анализ энергетических характеристик и особенности формирования удаленного отклика

Решение вопроса о возможном механизме формирования удаленного отклика в Арктике в ответ на возмущения начального условия будем основывать на анализе энергетических переходов. Если в системе модельных уравнений (1) пренебречь диссипацией и диффузией и положить $\rho = \rho_{pot}$, то можно вместо двух уравнений для температуры и солёности записать уравнение для потенциальной плотности. В этом случае имеем

$$\frac{du}{dt} - \left[l + \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} \cdot v - \frac{\partial r_x}{\partial y} \cdot u \right) \right] v + \frac{1}{\rho_0 r_x} \frac{\partial}{\partial x} \left(p - \frac{g}{2} \rho Z \right) - \frac{g}{2 \rho_0 r_x} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial x} - Z \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = 0,$$

$$\frac{dv}{dt} + \left[l + \frac{1}{r_x r_y} \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} \cdot v - \frac{\partial r_x}{\partial y} \cdot u \right) \right] u + \frac{1}{\rho_0 r_y} \frac{\partial}{\partial y} \left(p - \frac{g}{2} \rho Z \right) - \frac{g}{2 \rho_0 r_y} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial y} - Z \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) = 0,$$

$$0 = -\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(p - \frac{g}{2} \rho Z \right) + \frac{g}{2} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - Z \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right),$$

$$\frac{\partial Z_{\sigma}}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (Z_{\sigma} r_y u) + \frac{\partial}{\partial y} (Z_{\sigma} r_x v) \right] + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{1}{2} \left\{ Z_\sigma \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Z_\sigma \rho}{\partial t} + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial x} (Z_\sigma r_y u \rho) + \frac{Z_\sigma u}{r_x} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{1}{r_x r_y} \frac{\partial}{\partial y} (Z_\sigma r_x v \rho) + \frac{Z_\sigma v}{r_y} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (\omega \rho) + \omega \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right\} = 0.$$

Умножая уравнения (16) соответственно на $\rho_0 Z_\sigma u$, $\rho_0 Z_\sigma v$, ω , $p - \frac{g}{2} \rho Z$, $-gZ$, интегрируя по области Σ и выделяя баротропный и бароклинный компоненты скорости, можно получить уравнения, описывающие процесс энергообмена:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_0 \left\{ \underbrace{Z_\sigma \left(\frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2} + \frac{u'^2 + v'^2}{2} \right)}_{KE_0} + \underbrace{\frac{g}{2} \zeta^2}_{PE_0} \right\} - \underbrace{\frac{g}{2} \left\langle \frac{Z_\sigma \bar{u}}{r_x} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial x} - Z \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{Z_\sigma \bar{v}}{r_y} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial y} - Z \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right\rangle}_{JE_0} - \\ - \underbrace{\frac{g}{2} \left\langle \frac{Z_\sigma u'}{r_x} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial x} - Z \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{Z_\sigma v'}{r_y} \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial y} - Z \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \omega \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - Z \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) \right\rangle}_{JE_1} - \underbrace{\left\langle \rho \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - Z \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right\rangle}_{BO_1} = \\ = - \underbrace{\frac{g}{2} \left\langle \left(\rho \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - Z \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) \frac{\partial Z}{\partial t} \right\rangle}_{BO_0} = F_s, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\langle -\frac{g}{2} Z Z_\sigma \rho \right\rangle - \underbrace{\frac{g}{2} \left\langle \frac{Z}{r_x r_y} \left[\frac{\partial (Z_\sigma r_y \bar{u} \rho)}{\partial x} + r_y Z_\sigma \bar{u} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial (Z_\sigma r_x \bar{v} \rho)}{\partial y} + r_x Z_\sigma \bar{v} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right] \right\rangle}_{JE_0} - \\ - \underbrace{\frac{g}{2} \left\langle \frac{Z}{r_x r_y} \left[\frac{\partial (Z_\sigma r_y u' \rho)}{\partial x} + r_y Z_\sigma u' \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial (Z_\sigma r_x v' \rho)}{\partial y} + r_x Z_\sigma v' \frac{\partial \rho}{\partial y} \right] + Z \left[\frac{\partial (\omega \rho)}{\partial \sigma} + \omega \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right] \right\rangle}_{JE_1} + \underbrace{\left\langle \rho \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{\partial \rho}{\partial t} Z \right\rangle}_{BO_0} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\langle (\bullet) \rangle$ – интеграл по некоторой выделенной трехмерной подобласти Мирового океана $\bar{\Sigma}$,

$$\langle (\bullet) \rangle = \int_{\bar{\Sigma}} (\bullet) d\bar{\Sigma} \equiv \int_{\bar{\Sigma}} (\bullet) r_x r_y dx dy d\sigma, \quad \overline{(\bullet)} = \int_0^1 (\bullet) d\sigma, \quad (\bullet)' = (\bullet) - \overline{(\bullet)},$$

$$Z_t = \frac{1-\sigma}{r_x r_y} \left[\frac{\partial}{\partial x} (Z_\sigma r_y \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (Z_\sigma r_x \bar{v}) \right],$$

F_S – поток на жидком контуре.

В уравнениях (17)–(18) отмечены компоненты энергии, стоящие под знаком производной по времени, и слагаемые, описывающие энергетические переходы между ними. Последние – энергетически попарно нейтральны, они сокращаются при сложении уравнений. В том случае, если интегрирование проводится по всей области Мирового океана, без жидких границ, это свидетельствует о выполнении закона сохранения полной энергии. Каждый член уравнений (17)–(18) имеет определенный физический смысл, описывая отдельные компоненты энергетического обмена. В качестве компонент энергии выделены баротропная кинетическая энергия (KE_0), бароклинная кинетическая энергия (KE_1), баротропная потенциальная энергия (PE_0) и бароклинная потенциальная энергия (PE_1). В качестве слагаемых, описывающих процессы обмена энергией, отмечены интегральный (JE_0) и бароклинный (JE_1) компоненты эффекта Сэбир (Саркисян, 1977), баротропный (BO_0) и бароклинный (BO_1) компоненты плавучести. Отметим, что вид отдельных членов энергетического обмена связан с формулировкой модельной системы (1) – σ -координатой и симметризованной формой уравнений.

Выделим подобласть Северного Ледовитого океана (СЛО) и рассмотрим для нее поведение во времени средних значений аномалий температуры и солёности (рис. 1–3), а также компонент энергетического обмена (рис. 4–6). Под аномалиями понимаются разности соответствующих величин, вычисленных в возмущенном и стандартном экспериментах.

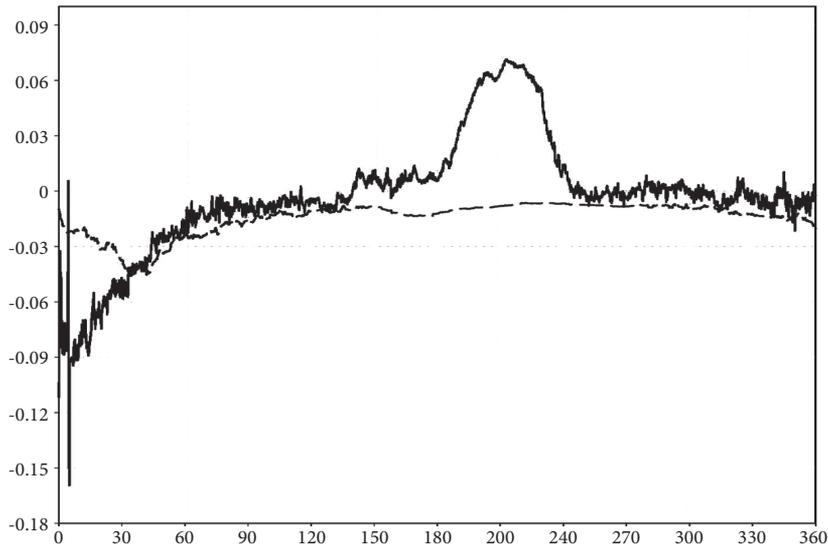


Рис. 1. Разность средних по СЛО температур (между расчетом с инициализацией и стандартным): на 1-м (сплошная) и среднем (пунктир) расчетном σ -уровне.

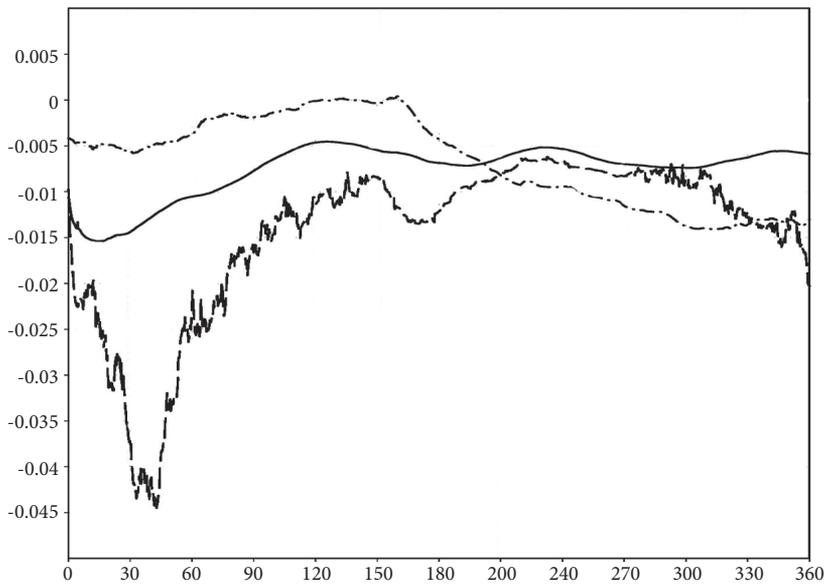


Рис. 2. Разность средних по СЛО температур: средней по объему (сплошная), на среднем (пунктир) и последнем расчетном σ -уровне (точка, пунктир).

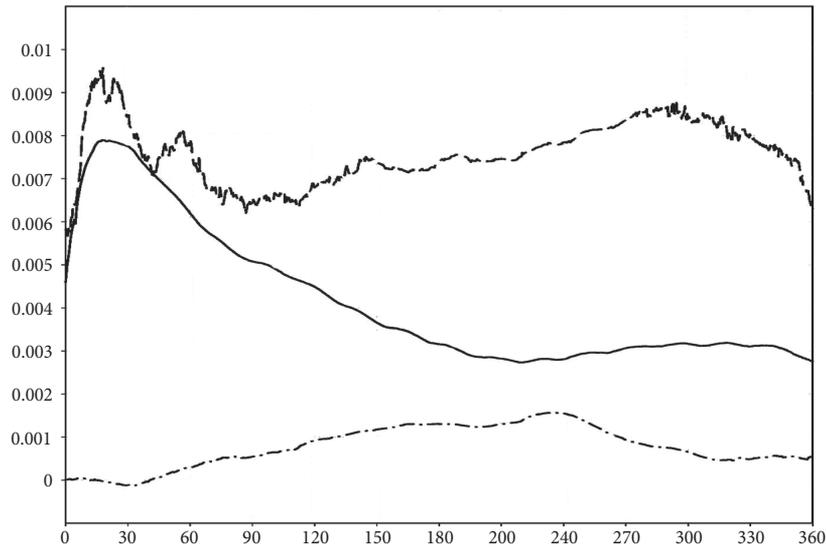


Рис. 3. Разность средних по СЛО соленостей: средней по объему (сплошная), на среднем (пунктир) и последнем расчетном σ -уровне (точка, пунктир).

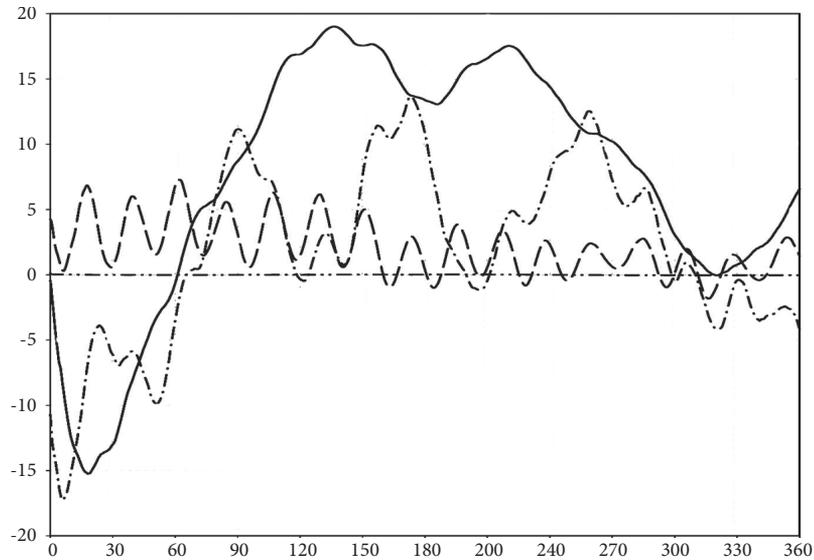


Рис. 4. Разность средних по СЛО компонент энергии: бароклиной потенциальной энергии PE_1 (сплошная), баротропной потенциальной энергии PE_0 (пунктир), баротропной кинетической энергии KE_0 (точка, пунктир), бароклиной кинетической энергии KE_1 (две точки, пунктир).

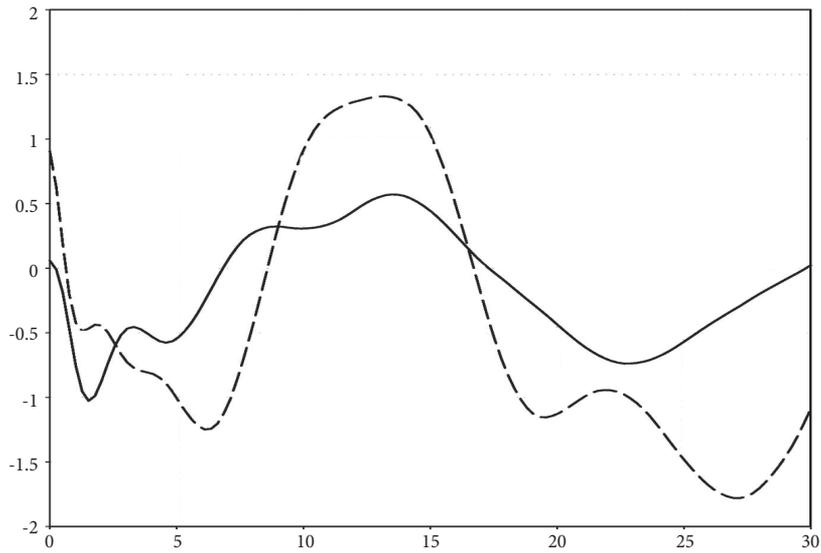


Рис. 5. Разность средних по СЛО компонентов энергии: баротропной плавучести BO_0 (сплошная) и интегрального СЭБИР JE_0 (пунктир).

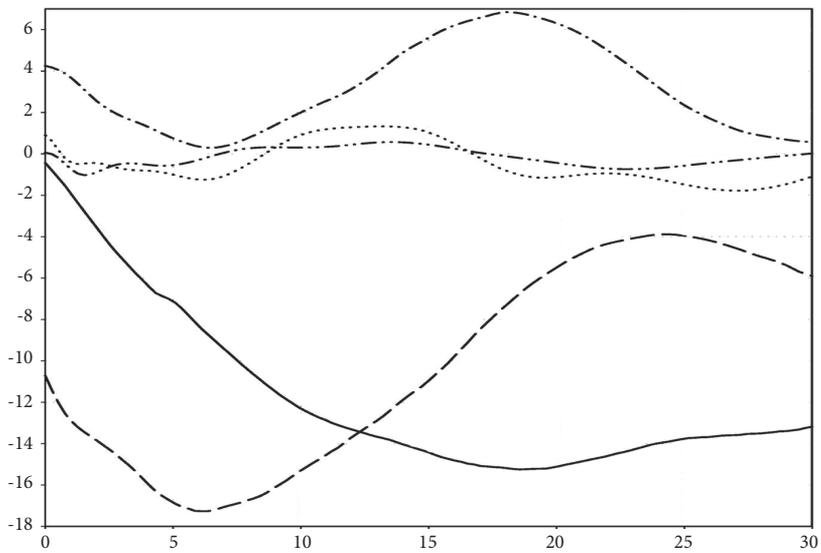


Рис. 6. Разность средних по СЛО: бароклинной потенциальной энергии PE_1 (сплошная), баротропной кинетической энергии KE_0 (пунктир), баротропной потенциальной энергии PE_0 (точка, пунктир), баротропной плавучести BO_0 (две точки, пунктир) и интегрального СЭБИР JE_0 (точки).

На основе анализа результатов расчетов можно отметить следующее.

1. На протяжении всего годового цикла видна заметная разница между поведением в СЛО средних характеристик температуры и солености. Она проявляется как в верхнем, так и в глубоких слоях океана и отражает интенсивность удаленного регионального отклика (рис. 1–3).

2. Разность между возмущенным и стандартным расчетом бароклинной кинетической энергии (KE_1) в Северном Ледовитом океане пренебрежимо мала. Она на 2–3 порядка меньше остальных составляющих. Следовательно, на формирование аномального режима в Северном Ледовитом океане на временном масштабе порядка года локальная бароклинная динамика не оказывает существенного влияния.

3. В трех остальных составляющих энергии – разностях потенциальной (PE_1 , PE_0) и баротропной кинетической энергии (KE_0) – наблюдаются заметные изменения (рис. 4). Экстремальных значений в течение первого расчетного месяца они достигают через 2.5–3 недели. Компоненты PE_0 и KE_0 на этом интервале меняются почти синфазно, их минимум приходится на 7-е, а максимум – на 20-е сутки. Это подтверждает вывод о том, что бароклинный отклик формируется за счет передачи энергии возмущений в СЛО быстрыми баротропными волнами из южного полушария (Ivchenko et al., 2004, 2006; Залесный, Ивченко, 2005).

4. В течение последующих 11 месяцев в акватории СЛО происходит заметное увеличение разностей PE_1 и KE_0 . Их амплитуда в 3–6 раз превосходит амплитуду PE_0 . Разница максимальной, средней по площади величины KE_0 составляет около $15 \text{ см}^2 \text{ с}^{-2}$, PE_1 примерно в 2 раза больше, а PE_0 – в 3 раза меньше (рис. 4). Аномалии баротропной кинетической энергии KE_0 и потенциальной бароклинной энергии PE_1 в акватории СЛО в течение годового цикла растут, достигая максимальных значений, примерно через полгода. Их интенсивность сохраняется до конца года, с чем связан рост аномалий термохалинных полей в СЛО к концу года. В изменчивости KE_0 наблюдается 3-месячная цикличность, а в PE_1 – полугодовая. В колебаниях PE_0 виден регулярный характер с периодом около 22 сут., их амплитуда сохраняется в течение всего года (рис. 4).

5. Указанные изменения компонент энергии сопровождаются заметными изменениями составляющих энергетического обмена – разностей баротропных компонент «плавучести» (BO_0) и интегрального эффекта Сэбир (JE_0) (рис. 5). Сравнивая поведение JE_0 , KE_0 и PE_0 в течение первого расчетного месяца, можно сделать предположение о том, что эффект СЭБИР во многом определяет изменчивость компонент энергии KE_0 и PE_0 (рис. 6). Следует, однако, заметить, что эффект баротропной «плавучести» BO_0 также существенен, особенно в течение первой расчетной недели.

6. Характерной особенностью интегрального компонента Сэбир (JE_0) является то, что эта величина и в основном, и в возмущенном эксперименте отрицательна. Из этого следует, что интегральный Сэбир «работает» постоянно на увеличение баротропной кинетической энергии и, соответственно, уменьшение

потенциальной энергии. Баротропная плавучесть (BO_0) почти в 10 раз меньше, чем интегральный Сэбир (JE_0). Она меняет знак в зависимости от времени, показывая, что передача энергии происходит то в одну, то в другую сторону.

Итак, эксперименты показывают, что на масштабе порядка года процесс формирования аномального режима в Северном Ледовитом океане сопровождается интенсивным энергообменом между баротропной кинетической энергией и потенциальной энергией. Наблюдаемые в СЛО возмущения энергии генерируются извне. Их источник расположен в южном полушарии, возмущения передаются с помощью быстрых баротропных волн.

Заметные аномалии формируются в полях температуры, солености, уровня моря во всем северном полушарии (рис. 7–10). В качестве основной особенности здесь можно выделить то, что эти аномалии в разных подобластях Мирового океана ведут себя по-разному. Во всех океанах, за исключением Северной Атлантики – Северного Ледовитого океана, максимальные изменения полей приходятся на первые три месяца расчета. В этот период наиболее заметные аномалии видны в районах струйных течений (Сомалийское, Куроисио, Гольфстрим) и экваториальном поясе (рис. 8). К концу года почти во всем северном полушарии аномалии затухают, кроме акватории Северной Атлантики – Северного Ледовитого океана, где они даже несколько усиливаются (рис. 9–10).

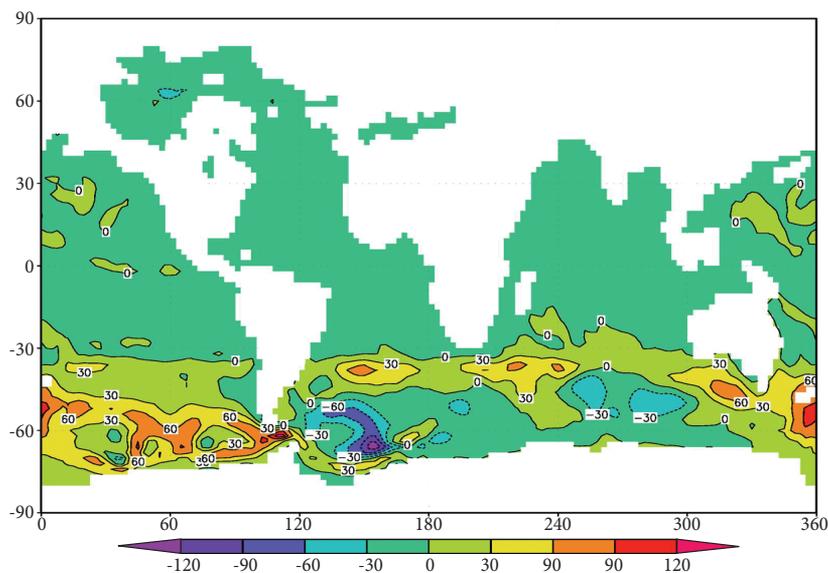


Рис. 7. Аномалии уровня моря (разность между расчетом с инициализацией и стандартным, в см). Здесь и далее результаты приведены в расчетной сферической ортогональной системе координат со смещенным на материк северным координатным полюсом – в точку (60° в.д., 60.5° с.ш.). Время расчета 1 мес.

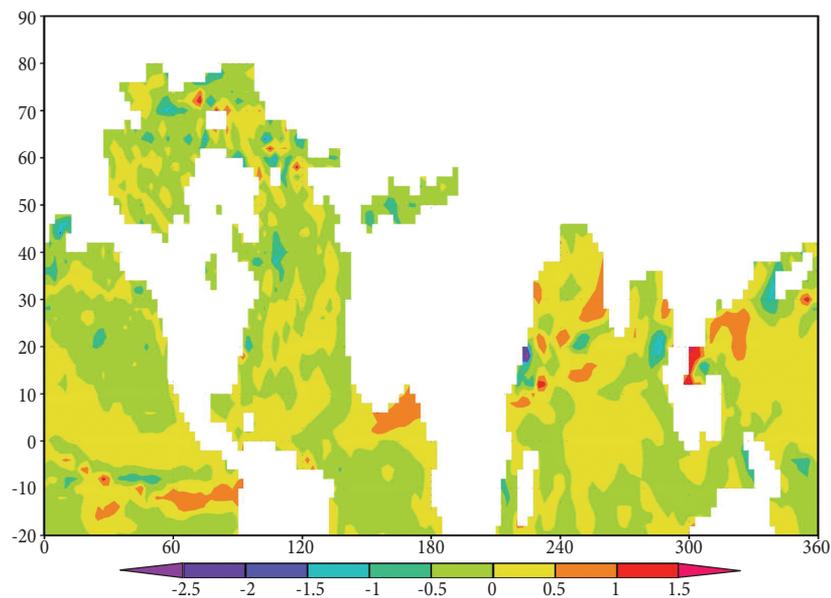


Рис. 8. Аномалии температуры (разность между расчетом с инициализацией и стандартным, в °С) в северном полушарии на глубине 100 м. Время расчета 1 мес.

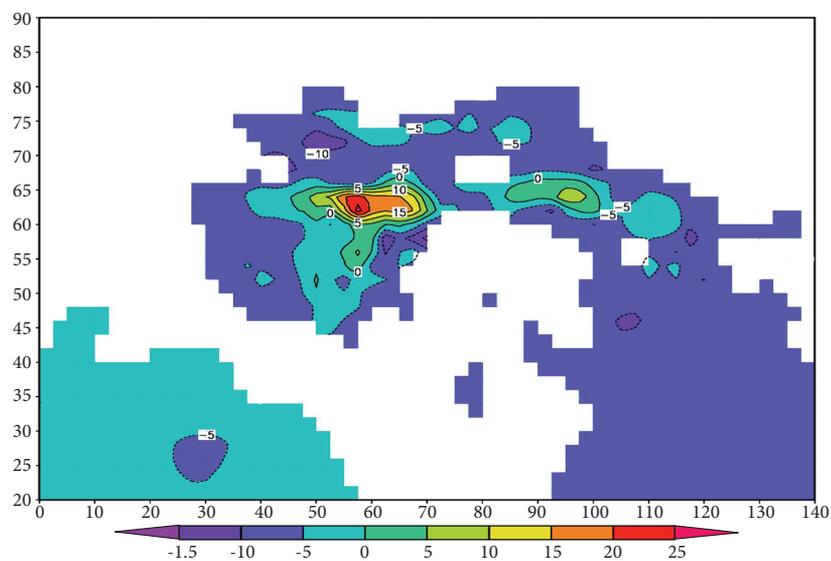


Рис. 9. Аномалии уровня моря в Северном Ледовитом океане. Время расчета 10 мес.

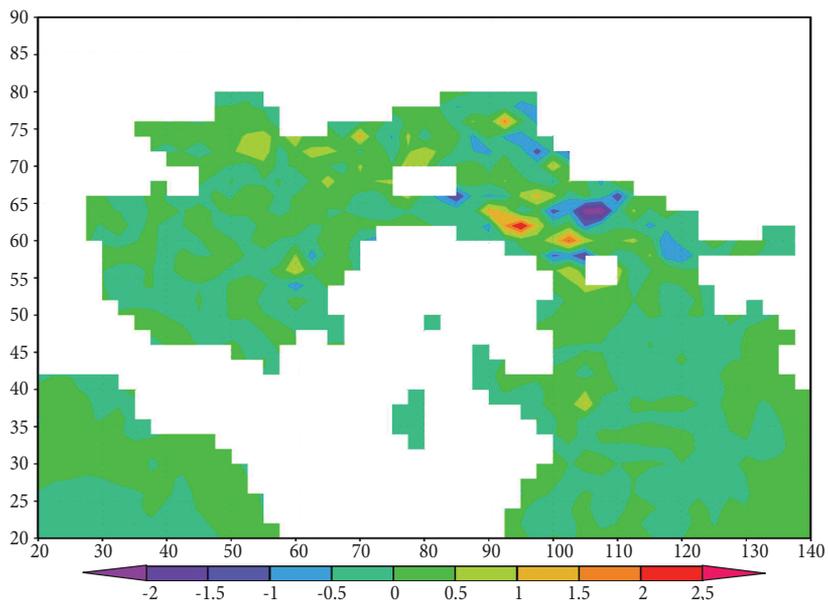


Рис. 10. Аномалии температуры в СЛО на глубине 100 м. Время расчета 10 мес.

Выводы

На основе вычислительных экспериментов с моделью динамики Мирового океана изучен процесс формирования регионального удаленного отклика при изменении начального состояния океана с учетом вариационного усвоения данных наблюдений, заданных южнее 30° ю.ш. Численный эксперимент показал, что при решении задачи в режиме инициализации – прогноз с учетом усвоения данных наблюдений, заданных не во всей области Мирового океана, а в ее некоторой подобласти – прогностические поля изменяются глобально. Наиболее заметно это происходит в подобласти, где заданы данные наблюдений, но их отпечаток сказывается также в удаленных районах.

Анализ процессов энергетического обмена показывает, что процесс развития аномалий характеризуется непосредственным интенсивным энергообменом между баротропной кинетической энергией и потенциальной бароклининой энергией.

Изменения прогнозируемых характеристик в удаленных районах связаны с быстрой передачей сигнала на большие расстояния за счет баротропных волн (Ivchenko et al., 2004, 2006). Усвоение бароклининых данных наблюдений в Южном океане приводит к появлению баротропно-бароклининого отклика в северном полушарии, в районах струйных течений и экваториальных зонах на сезонном временном интервале. Там генерируются аномалии уровня моря

порядка 20–30 см, что составляет примерно 30% его средней величины, а также значительные аномалии температуры – около 1.5–2°С на глубине 100 м.

Наибольшие долгоживущие аномалии гидрофизических полей формируются в акватории Северной Атлантики – Северного Ледовитого океана, севернее 45° с.ш. Замечательной особенностью решения является то, что через 7–8 месяцев удаленные аномалии уровня моря, температуры и солености видны только в Арктике.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-05-00421а). Ивченко В.О. был поддержан стандартным грантом NERC (Ocean teleconnections between Antarctica and the Equatorial Pacific and Atlantic, NE/E0050044/1).

Литература

- Агошков В.И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. М.: Изд. ИВМ РАН, 2003. 256 с.
- Залесный В.Б., Ивченко В.О. Влияние аномальных режимов Южного океана на динамику экваториальных вод // Известия РАН, Физ. атм. и океана. 2005. Т. 41. № 3. С. 341–359.
- Кошляков В.М., Романов А.А., Романов Ю.А. Эль-Ниньо Южное колебание и распределение айсбергов в тихоокеанской Антарктике // Океанология. 1998. Т. 38. № 4. С. 485–495.
- Линейкин П.С. Об определении толщины бароклинного слоя моря // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. № 3. С. 461–464.
- Линейкин П.С. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеиздат, 1957. 139 с.
- Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980. 536 с.
- Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988. 264 с.
- Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. Л.: Гидрометеиздат, 1987. 296 с.
- Саркисян А.С. Численный анализ и прогноз морских течений. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 181 с.
- Саркисян А.С. Основные достижения и проблемы моделирования долгопериодных изменений климата Мирового океана // Изв. РАН, Физ. атм. и океана. 2002. Т. 38. № 6. С. 750–769.
- Семенов Е.В. Состояние и развитие гидродинамических моделей океана. СПб: Наука, «Фундаментальная и прикладная гидрофизика», 2008. № 1. С. 12–28.
- Яковлев Н.Г. Совместная модель общей циркуляции океана и эволюции морского льда в Северном Ледовитом океане // Изв. РАН, Физ. атм. и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 394–409.
- Agoshkov V.I., Parmuzin E.I., and Shutyaev V.P. A numerical algorithm of variational data assimilation for reconstruction of salinity fluxes on the ocean surface // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modeling. 2008. V. 23. No. 2. P. 135–161.
- Blaker A.T., Sinha B, Ivchenko V.O., Wells N., and Zalesny V.B. Identifying roles of the ocean and atmosphere in the creating a rapid equatorial response to a perturbation in the Southern Ocean // Geoph. Res. Letters. 2006. V. 33. P. L06720.
- Gilbert J.C., and Lemarechal C. The module M1QN3. Version 3.1 (June 2006). INRIA Rocquencourt & Rhone-Alpes, 2006. 16 p.
- Griffies S.M., Winton M., and Samuels B.L. The Large and Yeager dataset and CORE. NOAA Geophysical Fluid Dynamics Laboratory PO Box 308, Forrestal Campus Princeton, New Jersey, 08542 USA, 2004.

- Ivchenko V.O., Zalesny V.B., and Drinkwater M.R.* Can the equatorial ocean quickly respond to Antarctic sea ice/salinity anomalies? // *Geoph. Res. Letters*. 2004. V. 31. P. L15310.
- Ivchenko V.O., Zalesny V.B., Drinkwater M., and Schroeter J.* A quick response of the equatorial ocean to Antarctic sea ice/salinity anomalies // *J. of Geoph. Res.* 2006. V. 111. P. C10018.
- Kwok R., and Comiso J.C.* Southern Ocean climate and sea ice anomalies associated with the Southern Oscillation // *J. of Climate*. 2002. V. 15. P. 487–501.
- Le Dimet F.-X., and Talagrand O.* Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: Theoretical Aspects // *Tellus*. 1986. V. 38A. P. 97–110.
- Levitus S., Boyer T.P., Conkright M.E., O'Brien T., Antonov J., Stephens C., Stathoplos L., Jonson D., and Gelfeld R.* World Ocean Database. NOAA Atlas NESDIS 18. 1998. 346 p.
- Marchuk G.I., Agoshkov V.I., and Shutyaev V.P.* Adjoint Equations and Perturbation Algorithms in Nonlinear Problems. New York: CRC Press Inc., 1996. 275 p.
- Marchuk G.I., and Penenko V.V.* Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment / Marchuk (ed.) // *Modelling and Optimization of Complex Systems. Proc. IFIP-TC7 Working conf.* Springer. New York. 1978. P. 240–252.
- Reznik G.M., and Zeitlin V.* Resonant excitation of coastal Kelvin waves by inertia-gravity waves // *Physics Letters A*. 2009. V. 373. No. 11. P. 1019–1021.
- Wunsch C.* What is the thermohaline circulation? // *Science*. 2002. V. 298. P. 1179–1180.
- Zalesny V.B., and Gusev A.V.* Mathematical model of the World ocean dynamics with temperature and salinity variational data assimilation algorithms // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modeling*. 2009. V. 24. No. 2. P. 171–191.
- Zalesny V.B., and Rusakov A.S.* Data assimilation numerical algorithm based on splitting and adjoint equation methods // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modeling*. 2007. V. 22. No. 2. P. 199–219.

MODELLING OF THE DYNAMICS OF BAROCLINIC OCEAN WITH VARIATIONAL INITIALIZATION OF HYDROGRAPHY FIELDS

G.I. Marchuk, V.B. Zalesny, V.O. Ivchenko

The problem of numerical modelling and analysis of baroclinic circulation of the World Ocean is studied. The numerical model has been developed in the INM RAS and is based on equations of general ocean circulation in a spherical generalized sigma-coordinate system. The model's equations are approximated on a grid with resolution 2.5 degrees in longitude, 2 degrees in latitude, with 33 sigma layers with the North Pole displaced to the continent. There are two stages for the numerical experiments. The circulation of the World Ocean under climatological atmospheric forcing is simulated for 350 years in the first stage. In the second stage two prognostic simulations are made, differing in initial conditions. The first is a control, continuing the previous run for a period of one year. The second is made in a regime of 4D variational initialization - forecast. The mean January temperature and salinity in the area to the south of 30° S are used as assimilated data. The aim of the experiments is to study the response of baroclinic ocean circulation to changes in initial conditions. According to the results, the strongest regional changes in hydrography take place in the Arctic Ocean, where substantial changes of sea surface height and local anomalies of temperature and salinity are formed.



МОНИТОРИНГ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ОКЕАНА

А.А. Зеленко, Ю.Д. Реснянский, М.Д. Цырульников, Б.С. Струков, П.И. Свиренко

Гидрометцентр России, Москва

Кратко излагается предыстория одной из главных задач оперативной океанологии – мониторинга текущего состояния океана. Показано, что внедрение наблюдательной системы Арго создало отсутствовавшую прежде информационную основу для оперативного анализа основных гидрофизических полей Мирового океана. Представлена глобальная система усвоения океанографических данных, построенная по циклической последовательной схеме «анализ – прогноз – анализ» с процедурой трехмерного вариационного анализа. Обсуждаются основные составляющие системы: модель общей циркуляции океана, схема анализа и особенности технологической реализации системы. Представлены предварительные результаты работы системы. Ряд теоретических аспектов разработки подобных систем мониторинга океана восходит к идеям и трудам П.С. Линейкина и его последователей.

Введение

На рубеже веков, с началом нового тысячелетия, в области изучения океана окончательно установилось новое направление – «оперативная океанология», предметом которой является получение диагностических и прогностических оценок состояния океана в режиме, близком к реальному времени. Становление этой отрасли океанологии является естественным продолжением фактографического периода описательной океанографии и последующего периода теоретических и экспериментальных исследований разнообразных процессов в Мировом океане.

Первые, датируемые началом 1980-х годов, оперативные информационные системы для морского гидрометеорологического обслуживания оперировали характеристиками, традиционно относящимися к предмету морской метеорологии. Это, в первую очередь, параметры состояния приводного слоя

атмосферы (атмосферное давление, скорость ветра, температура и влажность воздуха) и характеристики поверхности океана (температура воды, элементы ветрового волнения, в редких случаях – соленость у поверхности океана). Такого рода информация крайне важна для многих областей морской деятельности. Однако во многих случаях необходимы также сведения об эволюции основных гидрофизических полей в толще Мирового океана (скорость течений, температура, соленость и плотность морской воды, скорость звука, глубина перемешанного слоя и т.д.). Именно поэтому в ряде крупных центров развиваются и уже действуют на регулярной основе системы усвоения океанографических данных, предназначенные для глобального диагноза, а в отдельных случаях и прогноза, некоторых полей Мирового океана (*Ocean Weather Forecasting...*, 2005).

К настоящему времени сложился ряд обстоятельств, образующих основу для решения этого круга задач. В области оперативной океанологии за последние годы произошли принципиальные качественные изменения, собственно и породившие саму эту отрасль. Заметное развитие получили гидродинамические модели океана, которые позволяют (на базе высокопроизводительных вычислительных систем) воспроизводить с гораздо большей адекватностью реальное состояние океана. В части наблюдательных систем, помимо резкого увеличения объемов информации и повышения оперативности её распространения, решающее значение имеет внедрение новых наблюдательных подсистем. Это, в первую очередь, международная программа профилирования океана с помощью ныряющих буев (Арго) и новые системы дистанционных наблюдений – спутниковая альтиметрия, спутниковые миссии Terra/Aqua, система геостационарных спутников нового поколения. В процедурах обработки оперативных наблюдений сформировалась устойчивая тенденция к применению сравнительно новых для океанологии методов (вариационное усвоение данных, фильтрация Калмана и др.), оказавшихся весьма эффективными при решении задач численного прогноза погоды. Тем самым сложилась необходимая основа для создания оперативных систем диагноза и прогноза состояния Мирового океана и морей, подобных успешно действующим метеорологическим системам.

Современный подход к оценке текущего состояния океана опирается на концепцию «усвоения данных». Суть процедур усвоения данных состоит в комбинировании (синтезе) данных наблюдений и результатов расчетов по соответствующей эволюционной модели, которая выступает в роли пространственно-временного экстраполятора для областей, слабо освещенных наблюдениями. Оба участника – наблюдения и модель – несовершенны и содержат (в общем случае плохо известные) ошибки. В конечном итоге процедура усвоения данных сводится к построению оптимальной комбинации из этих двух источников информации с учетом статистической структуры

ошибок каждого из них. Получаемая при этом оценка оказывается более точной, чем оценки, извлекаемые порознь из наблюдений или из модельных расчетов.

В таблице 1 представлена сводка основных систем усвоения океанографических данных, предназначенных для получения оценок текущего состояния гидрофизических полей Мирового океана. Приведены сведения только о тех системах, которые функционируют на регулярной основе и обеспечивают анализ глобальных полей в оперативном (близком к реальному времени) режиме. Помимо этого, имеется еще ряд систем регионального масштаба для усвоения данных по отдельным областям океана и морским акваториям. Отмечается также интенсивный рост публикаций по исследованию отдельных аспектов процедур усвоения океанографических данных, в которых часто реализуются экспериментальные версии систем усвоения. И хотя общее число публикаций на эту тему, по крайней мере, на порядок уступает аналогичным работам в области метеорологии, текущая ситуация свидетельствует о резкой актуализации работ по оперативному мониторингу гидрофизических полей океана. Отражением этого является и проведение крупного международного эксперимента по глобальному усвоению океанографических данных GODAE – Global Ocean Data Assimilation Experiment (*GODAE Report, 2001*). Основная задача первого этапа этого эксперимента – создание действующих прототипов оперативных информационно-прогностических систем. В рамках проекта GODAE организован свободный доступ к разнообразной оперативной информации, включая данные наблюдений и продукцию ведущих метеорологических центров.

Таблица 1

**Основные глобальные системы усвоения океанографических данных,
действующие в оперативном режиме
(по состоянию на декабрь 2009 года)**

Центр, год внедрения	МОЦО, коfiguration	Атмосфер- ный форсинг	Процедура усвоения. Данные	Описание
NCEP/NOAA (США), 2004	МOM-3 75° ю.ш. – 65° с.ш. 1°×1°, у экватора ~1°×0.3°; 40 уровней	Реанализ 2 (NCEP). Релаксация к набл. T_0 и S_0 .	3D-Var. T, S	<i>Behringer and Xue, 2004</i>
Mercator (Фран- ция), 2004	OPA 8.2 Трехполюсная глобаль- ная сетка; 2°; у экватора 0.5° (55–222 км); 31 уровень	Оперативный анализ ECMWF	KF (SEEK). T, S, SSH	www.mercator- ocean.fr

ECCO Consortium (США), 2004	MIT gcm 80° ю.ш. – 80° с.ш. 1°×1°, у экватора ~1°×0.3°; 46 уровней	Реанализ NCEP	KF. T, S, SSH	<i>Wunsch et al., 2009</i>
ECMWF (страны ЕС) версия S3, 2006	HOPE 80° ю.ш. – 80° с.ш. 1°×1°, у экватора ~1°×0.3°; 29 уровней	Оперативный анализ ECMWF	MvOI. T, S, SSH	<i>Balmaseda et al., 2007</i>
Гидрометцентр России, 2006	HMC OGCM 3.1 78° ю.ш. – 80° с.ш. 2°×2°, севернее 40° с.ш. – 2°×2°cosφ, 32 уровня	Оперативный анализ NCEP	2D-Var. T, S	<i>Зеленко и др., 2007</i>
Naval Research Laboratory (США), 2006	NLOM 72° ю.ш. – 65° с.ш.; 1/32° (~3 км); 6 слоев + ВПС	Оперативная система NOGAPS	MvOI. T, S, SSH	<i>Shriver et al., 2007</i>
Naval Research Laboratory (США), 2007	NCOM Трехполюсная глобальная сетка; 1/8°; 41 уровень	Оперативная система NOGAPS	MvOI. T, S, SSH	<i>Barron et al., 2007</i>
Naval Research Laboratory (США), 2008	HYCOM Глобальная сетка; 1/12° (~7 км); 32 уровня	Оперативная система NOGAPS	MvOI. T, S, SSH	www.hycom.org
Mercator (Франция), 2008	NEMO (OPA 9) Трехполюсная глобальная сетка; 0.25° (6–26 км); 50 уровней	Оперативный анализ ECMWF	KF (SEEK). T, S, SSH	<i>Barnier et al., 2005</i>
NCOF (Великобритания), 2009	NEMO Трехполюсная глобальная сетка; 0.25° (6–26 км); 50 уровней	Оперативный анализ UKMO	4D-Var. T, S, SSH	www.ncof.co.uk

Примечания.

МОЦО – модель общей циркуляции океана.

T, S, SSH – данные наблюдений по температуре, солености и отклонениях уровенной поверхности (спутниковая альтиметрия) соответственно.

2D-Var, 3D-Var, 4D-Var – двумерный, трехмерный и четырехмерный вариационный анализ.

KF – фильтр Калмана.

MvOI – многоэлементная оптимальная интерполяция.

В данной статье рассматривается глобальная система усвоения океанографических данных, которая представляет собой развитие предшествующей версии системы, действующей в Гидрометцентре России с 2006 года (*Зеленко и др., 2007*). Главные модификации связаны с внедрением трехмерного варианта вариационной схемы анализа (3D-Var) и повышением (удвоением) пространственного разрешения модели океана и выходной продукции системы. Далее будет описано построение этой системы и представлены полученные с ее помощью предварительные результаты.

1. Данные оперативных наблюдений

Одна из главных предпосылок интенсификации нынешних разработок по мониторингу состояния океана – это существенное развитие наблюдательной системы, опирающейся как на контактные измерения непосредственно в океане, так и на данные дистанционного зондирования, получаемые со спутников. На смену сравнительно немногочисленным и разрозненным наблюдениям пришли согласованные международные проекты, направленные на организацию и поддержание регулярных измерений не только у поверхности океана, но и в его толще. Сохраняется и развивается наметившаяся в 90-х годах тенденция к переводу наблюдательных систем в статус оперативных, когда все большее число океанских данных распространяется по международным каналам с минимальной задержкой по времени, как это давно уже практикуется для метеорологических данных в рамках Всемирной метеорологической организации (ВМО).

Основные особенности и информационные возможности сложившейся к настоящему времени наблюдательной сети можно проследить по составу входной информации для конкретной, рассматриваемой здесь, системы усвоения океанографических данных. Источником оперативных океанографических данных для системы служит сервер, поддерживаемый в рамках проекта USGODAE (*USGODAE Workshop, 2001*) и предназначенный для сбора информации из многочисленных источников и предоставления всем заинтересованным центрам однотипного набора исходной информации.

Основу входной информации для систем усвоения составляют данные профильных измерений температуры и солёности морской воды. Географическое распределение и количественный состав типичной 10-суточной порции данных, поступающих в оперативном режиме из главных наблюдательных подсистем, иллюстрирует рис. 1.

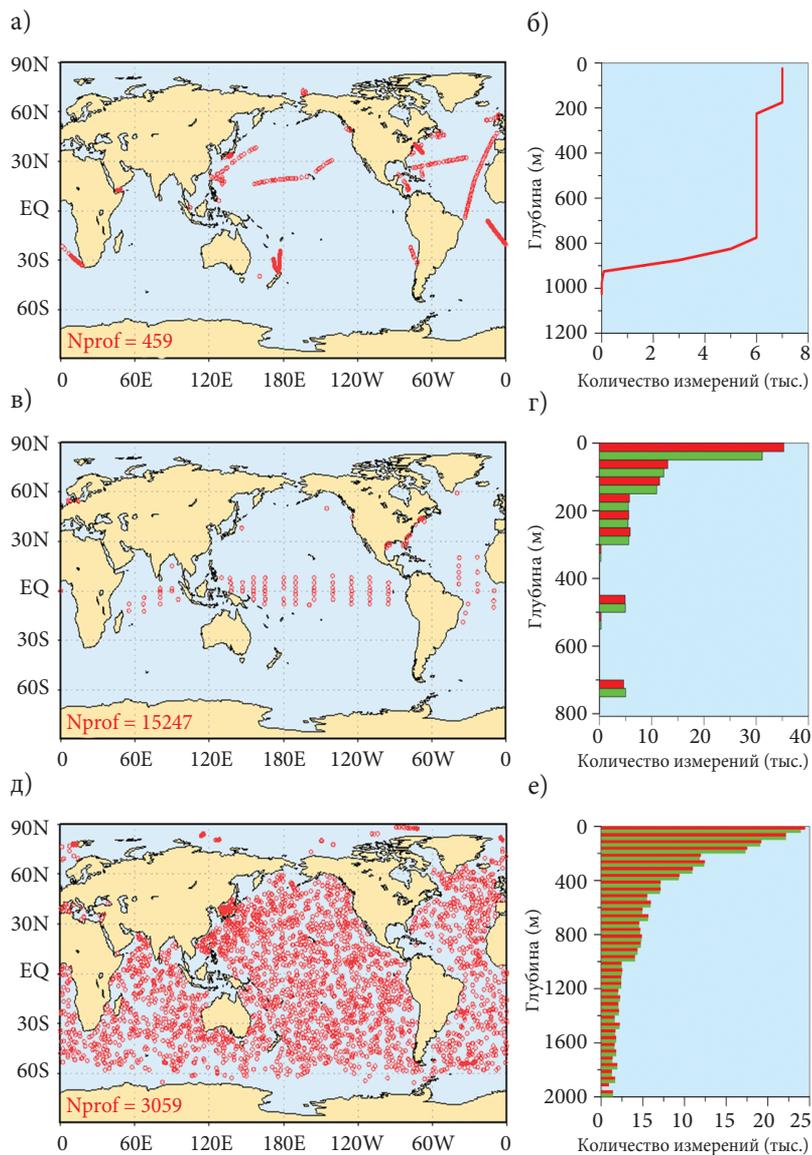


Рис. 1. Географическое положение профильных измерений температуры и солёности морской воды (слева) и распределение измерений по глубине (справа) за период 1–10 октября 2009 года для разных наблюдательных подсистем: (а, б) – измерения температуры обрывными зондами ХВТ; (в, г) – данные, поступающие с заякоренных буев; (д, е) – информация автономных «ныряющих» буев Арго. На правых панелях красные линии – измерения температуры, зелёные – солёности.

Первой по времени наблюдательной подсистемой, разрабатываемой для целей оперативного мониторинга не только поверхности океана, но и его подповерхностных слоев, была программа попутных измерений профилей температуры с помощью обрывных батитермографов (ХВТ). В рамках этой программы (*Dexter et al., 1996*) в дополнение к ХВТ-зондированиям, выполняемым научно-исследовательскими судами, аналогичные измерения начали производиться персоналом коммерческих судов по ходу их движения в открытом океане (без изменения скоростного режима). Соответствующее оборудование для выполнения измерений и передачи информации размещается на судах, совершающих регулярные трансокеанические переходы, чаще всего – это крупные контейнеровозы. Географическое распределение таких измерений, поступивших в систему усвоения данных за период 1–10 октября 2009 г. показано на рис. 1а.

Справа от карты (на рис. 1б) представлено соответствующее суммарное за эти 10 суток количество измерений на разных глубинах. К достоинствам информации этого типа можно отнести высокую плотность и повторяемость данных вдоль фиксированных океанических маршрутов движения судов, а также однородность распределения данных по глубине в слое 0–800 м. Основной недостаток – приуроченность данных к ограниченным по площади районам следования судов, участвующих в программе попутных ХВТ-наблюдений. Кроме того, следует отметить сравнительно невысокую точность измерений и время от времени появляющиеся свидетельства (*Gouretski and Koltermann, 2007*) о систематических смещениях в массивах данных этого типа.

Следующая по времени ввода в действие наблюдательная подсистема для оперативного мониторинга океана использует в качестве наблюдательной платформы систему заякоренных буев. Основу подсистемы составляют несколько групп буев, размещенных в тропической зоне Мирового океана:

- массив буев ТАО в экваториальной зоне Тихого океана (*McPhaden et al., 1998*);
- массив буев TRITON в самой западной части той же зоны (*Kuroda, 2002*);
- массив буев PIRATA в тропиках Атлантического океана (*Bourles et al., 2007*);
- массив буев РАМА в Индийском океане (*McPhaden et al., 2009*).

Кроме указанных групп, значительное число буев присутствует в шельфовой зоне; их размещают отдельные страны в своих прибрежных водах (рис. 1в). На буях, как правило, измеряется комплекс метеорологических параметров. А гирлянды приборов, прикрепленные к буям, обеспечивают массовые измерения температуры воды, её солёности (на меньшем числе горизонтов) и (в редких случаях) скорости течений. Данные измерений, выполняющихся несколько раз в сутки, передаются в береговые центры посредством спутни-

ковой связи и далее оперативно распространяются по каналам Глобальной системы телесвязи ВМО. Помимо высокой частоты и стационарности поступления данных, к достоинствам этой подсистемы следует отнести и сравнительно высокую точность измерений. И хотя, с точки зрения обеспечения глобальных систем усвоения данных, информация ограничена в основном приэкваториальной зоной, а измерения достаточно неоднородно распределены по глубине (рис. 1г), эта наблюдательная подсистема очень значима для мониторинга Мирового океана, и особенно при диагностике и прогнозировании явлений Эль-Ниньо – Южное колебание, для чего она, собственно, первоначально и разрабатывалась.

Основная часть профильных измерений температуры и солености воды в океане приходится на систему автономных «ныряющих» буев Арго, размещение которых началось в 2000 году и вышло на плановый уровень (3000 буев) в ноябре 2007 года. В отличие от двух рассмотренных выше наблюдательных подсистем, которые выполняют измерения в рамках эйлерова подхода (в фиксированных точках), данная система реализует комбинированный эйлерово-лагранжев подход. Типичный рабочий цикл буя Арго имеет продолжительность 10 суток и включает следующие этапы:

- нахождение на поверхности океана в течение нескольких часов для передачи данных измерений на спутник;
- погружение на заданную глубину дрейфа (со скоростью около 10 см с^{-1});
- дрейф буя на заданной глубине в течение примерно 9 суток;
- погружение на глубину нижней границы слоя зондирования;
- всплытие (со скоростью около 10 см с^{-1}) с одновременным измерением температуры и солености (электропроводности) воды;
- подъем на поверхность океана для передачи данных.

Сравнение географического распределения профилей, поставляемых буями Арго (рис. 1д) и другими системами, впечатляет и показывает, какая именно наблюдательная подсистема открывает возможности для глобального мониторинга подповерхностных гидрофизических полей океана. Массовые измерения температуры и солености морской воды охватывают слой глубиной до 2 км (рис. 1е), при этом их инструментальная погрешность¹ приемлема для многих приложений.

Дополнительный источник информации о вертикальных распределениях температуры и солености воды, используемый в системе усвоения данных, – это измерения термосолезондами (CTD), выполняемые, как правило,

¹ Например, для измерительной платформы PROVOR CTS3 – одного из типов буев Арго – погрешность измерения составляет $\pm 0.002^\circ\text{C}$ для температуры и ± 0.003 е.п.с. для солености (см. http://www.ifremer.fr/dtmsi/anglais/produits/marvor/provor_uk.htm).

с борта научно-исследовательских судов. Эти данные характеризуются высокой точностью; измерения часто выполняются до больших глубин вдоль гидрологических разрезов. Большой объем уникальной информации такого рода был получен в период выполнения международной программы по исследованию глобальной циркуляции океана (WOCE) на регулярных трансокеанических разрезах с зондированиями от поверхности до дна океана. Значимость этой наблюдательной подсистемы для мониторинга океана снижается нерегулярностью и фрагментарностью наблюдений, а также тем обстоятельством, что данные этого типа редко распространяются в оперативном режиме.

С программой Арго тесно связан наблюдательный проект по спутниковой альтиметрии. Постоянно поддерживаемая система нескольких спутников обеспечивает оперативный мониторинг отклонений свободной поверхности океана с высоким разрешением вдоль спутниковых треков и достаточно высокой точностью (± 3 см для аномалий уровенной поверхности). Наряду с мониторингом полей температуры поверхности океана (ТПО), спутниковая альтиметрия позволяет получать сведения о синоптической изменчивости океана. Но, в отличие от ТПО, данные по альтиметрии, совместно с информацией о вертикальном распределении температуры и солености морской воды (рис. 1), позволяют восстановить вертикальную структуру циркуляции вод в бароклинном слое океана. Взаимосвязь соответствующих наблюдательных подсистем оказалась столь тесной, что даже повлияла на эволюцию названия системы Арго. В связи с появлением спутниковой альтиметрической миссии Jason-1, первоначальная аббревиатура ARGO (Array for Real-time Geostrophic Oceanography) под влиянием ассоциаций с древнегреческой мифологией трансформировалась в имя существительное Argo (*Argo Science Team, 1998*).

Входная информация для рассматриваемой далее системы усвоения океанографических данных основана на профильных измерениях, характеристики которых проиллюстрированы на рис. 1. Многочисленные наблюдения на поверхности океана, в первую очередь ТПО, напрямую пока не усваиваются. Обычной практикой является использование готовых анализов ТПО, основанных в значительной степени на спутниковых данных, качество которых постоянно улучшается.

С точки зрения оперативного мониторинга состояния океана, решающее значение имеет регулярное поступление сравнительно однородных данных. Как следует из рис. 2, в последние годы сложились довольно стационарные потоки оперативной информации, образующей основу для системы усвоения океанографических данных.

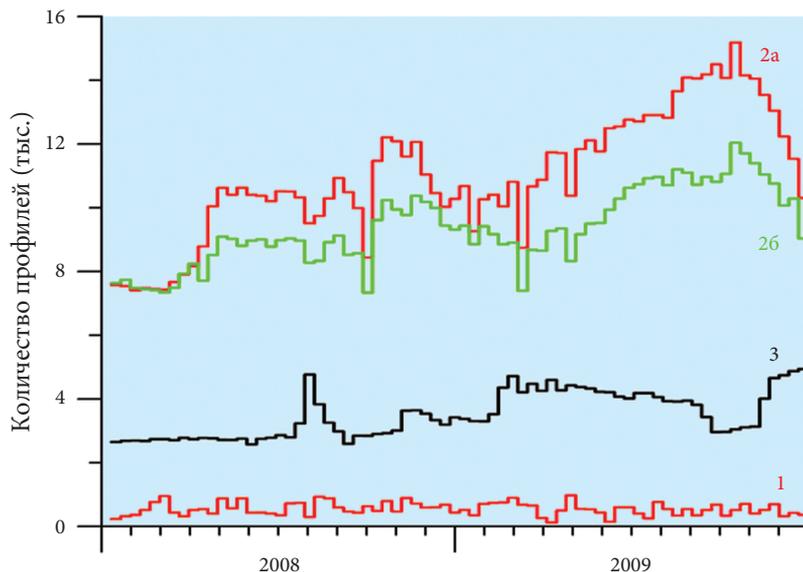


Рис. 2. Временной ход количества профилей по 10-суточным интервалам для разных наблюдательных подсистем: 1 – измерения температуры зондами ХВТ; 2а, 2б – измерения на заякоренных буях температуры и солёности, соответственно; 3 – данные буев Арго, кривые для измерений температуры и солёности графически неразличимы.

2. Система усвоения океанографических данных

Для усвоения данных, рассмотренных выше, применяется подход с циклической схемой «анализ – прогноз – анализ», который уже длительное время успешно используется в метеорологии, а в последние годы стал широко внедряться и в океанологических системах.

Базовыми элементами, которыми оперирует схема, являются поля первого приближения анализируемых величин и отклонений наблюдений от этих полей (так называемые инновации). Задача шага «прогноз» состоит в получении полей первого приближения на основе расчетов по эволюционной гидродинамической модели, стартующей из состояния анализа предшествующего цикла. Затем вычисляются инновации (в пространстве наблюдений), которые на шаге «анализ» посредством той или иной объективной процедуры проектируются на пространство модели (получаемые поля отклонений наблюдений на сетке модели называют «инкрементами»). После добавления инкрементов к текущему модельному состоянию осуществляется шаг «прогноз» следующего цикла. Термин «прогноз» здесь означает получение предварительной оценки искомого поля посредством

непродолжительного интегрирования эволюционной модели. В океанологических системах это интегрирование чаще выполняется в расчетном (диагностическом) режиме по заданным атмосферным воздействиям на поверхности океана. В такой циклической схеме на шаге анализа усваиваются фактически, как текущие наблюдения (непосредственно в процедуре анализа), так и прошлые наблюдения (опосредованно, через поле первого приближения). При этом эволюционная модель выполняет еще и роль пространственно-временного экстраполятора данных в областях, плохо освещенных наблюдениями.

Таким образом, основу системы усвоения океанографических данных образуют две взаимосвязанные ее составные части – гидродинамическая модель общей циркуляции океана (МОЦО), описывающая пространственно-временную эволюцию гидрофизических полей, и подсистема объективного анализа, обеспечивающая оптимальную в статистическом смысле оценку инкрементов наблюдений. Рассматриваемая глобальная система усвоения океанографических данных базируется на МОЦО и на вариационных схемах анализа, которые развиваются в Гидрометцентре России. В обсуждаемых здесь конфигурациях системы используется последняя версия модели океана (НМС-OGCM 3.2) и процедура трехмерного вариационного анализа (3D-Var).

2.1. Модель общей циркуляции океана

Современные численные модели общей циркуляции океана являются результатом развития упрощенных теоретических моделей, применимых при выполнении определенных допущений. В ходе их изучения в прошлом веке заложены основы понимания главных закономерностей, управляющих формированием океанских движений, и получено объяснение наблюдающихся в природе крупномасштабных особенностей распределения гидрологических полей и структуры океанских течений. Среди теоретических исследований такого рода важное место принадлежит теории главного океанского термоклина, основополагающий вклад в развитие которой внесли работы П.С. Линейкина (*Линейкин, 1955, 1957, 1968; Линейкин, Мадерич, 1982*).

Модель, используемая в системе усвоения океанографических данных, построена на базе так называемых полных (примитивных) уравнений, вытекающих из системы уравнений Навье-Стокса в стратифицированной жидкости с применением традиционных для описания крупномасштабной циркуляции океана допущений. Основные конструктивные особенности модели (*Реснянский, Зеленько, 1992; Зеленько, Реснянский, 2007*), позиционирующие ее среди нескольких сложившихся к настоящему времени классов МОЦО, включают:

- приближения гидростатики и Буссинеска;
- применение z -координаты в вертикальном направлении;

– приближение «жесткой крышки» с использованием интегральной функции тока;

– интегральную модель верхнего перемешанного слоя океана.

Основные уравнения модели в сферической системе координат (λ – географическая долгота, φ – широта, z – вертикальная координата, направленная вниз, с началом отсчета на невозмущенной поверхности воды) записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + L_a u - \frac{uv \operatorname{tg} \varphi}{a} - f v = & - \frac{1}{\rho_r a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial u}{\partial z} + \\ & + A_M \left[\nabla^2 u + \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \varphi) u}{a^2} - \frac{2 \sin \varphi}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + L_a v + \frac{u^2 \operatorname{tg} \varphi}{a} + f u = & - \frac{1}{\rho_r a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial v}{\partial z} + \\ & + A_M \left[\nabla^2 v + \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \varphi) v}{a^2} + \frac{2 \sin \varphi}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = g \rho, \quad (3)$$

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (v \cos \varphi) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + L_a T = \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial T}{\partial z} + A_H \nabla^2 T - \lambda_T (T - T_g), \quad (5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + L_a S = \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial S}{\partial z} + A_H \nabla^2 S - \lambda_S (S - S_g), \quad (6)$$

$$\rho = \rho(T, S, p). \quad (7)$$

Здесь a – радиус Земли; u , v и w – компоненты скорости вдоль осей λ , φ и z соответственно; p – давление; ρ – плотность морской воды; ρ_r – ее стандарт-

ное значение; f – параметр Кориолиса; g – ускорение свободного падения; T – потенциальная температура воды; S – ее соленость; μ и A_M – коэффициенты соответственно вертикальной и горизонтальной турбулентной вязкости; κ и A_H – коэффициенты соответственно вертикальной и горизонтальной турбулентной диффузии; λ_T и λ_S – коэффициенты с размерностью с^{-1} , задаваемые на основе эмпирических соображений ($\lambda_T, \lambda_S \geq 0$); $L_a \alpha$ и $\nabla^2 \alpha$ – операторы соответственно адвекции и горизонтальной диффузии:

$$L_a \alpha = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} (u \alpha) + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (v \alpha \cos \varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (w \alpha), \quad (8)$$

$$\nabla^2 \alpha = \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{a^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} \cos \varphi \right). \quad (9)$$

Последние (часто называемые релаксационными) слагаемые в правых частях уравнений (5) и (6), не являющиеся строгим следствием физических законов сохранения тепла и соли, «притягивают» решение к состоянию T_g, S_g , задаваемому на основе дополнительных соображений. Обычно их действие ограничивается отдельными частями расчетной области. Чаще всего – это релаксация рассчитываемых в модели температуры и солености к климатическим распределениям в буферных зонах вблизи искусственных вертикальных границ, вводимых при моделировании отдельных бассейнов. Такими границами могут быть, например, сечения некоторых проливов, не разрешаемых сеткой МОЦО, но обеспечивающих поступление в расчетную область водных масс с особыми свойствами и влияющих, таким образом, на структуру гидрофизических полей в открытом океане. Включение релаксационных добавок – это паллиативный прием, необходимость использования которого должна исчезать по мере совершенствования моделей и систем усвоения данных. Эти члены могут также использоваться для реализации простейшего способа усвоения данных (в англоязычной литературе получившего название “nudging”), если T_g и S_g – это данные наблюдений. В предельном случае $\lambda_T \rightarrow \infty, \lambda_S \rightarrow \infty$ приходим к так называемой диагностической модели (Саркисян, 1966).

В качестве рабочей формулы уравнения состояния (7) используется аппроксимация рациональной функцией (McDougall et al., 2003), построенная с учетом дополнительных экспериментальных данных и являющаяся более точной, чем широко использовавшаяся до недавнего времени форма ЮНЕСКО.

Область, в которой ищутся решения уравнений МОЦО, ограничивается поверхностью океана $z = \zeta(\lambda, \varphi, t)$, его дном $z = H(\lambda, \varphi)$ и твердыми боковыми

границами Γ_{si} , $i = 1, 2, \dots, N_s$ (N_s – количество замкнутых береговых контуров). В общем случае область расчета является неодносвязной с вычленениями в виде материков или островов; в этом случае $N_s > 1$.

Поскольку связанные с крупномасштабными движениями отклонения поверхности океана $z = \zeta(\lambda, \varphi, t)$ от ее невозмущенного положения $z = 0$ весьма малы в сравнении с характерным вертикальным масштабом, то формулируемые здесь граничные условия можно отнести к уровню $z = 0$, учтя это в выражении для поверхностного давления $p|_{z=0} = p_a - g \rho_r \zeta$, где p_a – атмосферное давление. Такое приближение используется при изучении крупномасштабной циркуляции океана, начиная с классических теоретических моделей, в том числе и теории главного океанского термоклина (*Линейкин, 1955, 1957*). Поверхностное давление при этом пропорционально отклонению уровня. Изменение со временем отклонений уровня может быть определено из проинтегрированного по глубине уравнения неразрывности (4) с учетом кинематического условия на поверхности воды. В такой постановке исходная система (1)–(7) описывает основные типы возможных низкочастотных движений в океане, в том числе и длинные поверхностные гравитационные волны, распространяющиеся со скоростью \sqrt{gH} (см., например, *Каменкович, 1973*). Для исключения этих быстрых волн (типичная скорость ~ 200 м с⁻¹ при $H = 4000$ м), воспроизведение которых в численных моделях накладывает жесткие ограничения на величину шага по времени, в данной модели, как и во многих других моделях такого класса (см., например, *Bryan, 1969; Semtner, 1986*), в качестве кинематического условия на поверхности океана ставится условие «жесткой крышки»:

$$w|_{z=0} = 0. \quad (10)$$

Изменения уровня (и поверхностного давления) при этом не могут быть непосредственно определены из исходных уравнений, и для получения замкнутой системы вводится дополнительное уравнение для функции тока полных потоков ψ , через которую выражаются составляющие средней по вертикали скорости течений:

$$\bar{u} = \frac{1}{H} \int_0^H u dz = -\frac{1}{Ha} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad \bar{v} = \frac{1}{H} \int_0^H v dz = \frac{1}{Ha \cos \varphi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda}. \quad (11)$$

Уравнение для ψ выводится путем применения операции вихря к проинтегрированным по вертикали уравнениям движения (1), (2). В результате получаем:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{H \cos \varphi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \lambda \partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{H} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi \partial t} \right) \right] - \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{f}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{f}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \right) \right] = \\ & - \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{g}{\rho_r H} \int_0^z \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} dz' dz \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{g}{\rho_r H} \int_0^z \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial \lambda} dz' dz \right) \right] + \\ & + \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{a}{H} \int_0^H G^\varphi dz \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{a \cos \varphi}{H} \int_0^H G^\lambda dz \right) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где G^λ и G^φ – сумма нелинейных и вязких членов в уравнениях (1) и (2).

Остальные граничные условия на поверхности воды, отнесенные, как указано выше, к уровню $z=0$, сводятся к заданию потоков импульса, тепла и пресной воды:

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = - \frac{(\tau^\lambda, \tau^\varphi)}{\rho_r}, \quad (13)$$

$$\kappa \left(\frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = - \left[\frac{Q_0}{\rho_r c_p} - \Delta z_1 \lambda_{T_0} (T - T_g) \Big|_{z=0}, \frac{Q_0^S}{\rho_r} - \Delta z_1 \lambda_{S_0} (S - S_g) \Big|_{z=0} \right]. \quad (14)$$

Здесь $(\tau^\lambda, \tau^\varphi)$ – вектор касательного напряжения ветра; Q_0 и Q_0^S – потоки тепла и соли через поверхность океана, $Q_0^S = -Q_0^F S \Big|_{z=0}$ (Q_0^F – поток пресной воды). Слагаемые $\Delta z_1 \lambda_{S_0} (S - S_g) \Big|_{z=0}$ и $\Delta z_1 \lambda_{T_0} (T - T_g) \Big|_{z=0}$ в условии (14) описывают релаксацию поверхностных значений температуры и солёности к заданным поверхностным распределениям $T_g \Big|_{z=0}$ и $S_g \Big|_{z=0}$, известным, например, по наблюдениям или из климатических обобщений. В частном случае при $\lambda_{T_0} = \lambda_{S_0} = 0$ получаем обычное условие с заданием потоков. В другом предельном случае, $\lambda_{T_0} \rightarrow \infty$, $\lambda_{S_0} \rightarrow \infty$, получаем условие первого рода, соответствующее заданным поверхностным значениям температуры и солёности воды.

На дне океана $z = H(\lambda, \varphi)$ принимаются условия квадратичного трения и отсутствия вертикальных потоков тепла и соли:

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} = -c_b (u^2 + v^2)^{1/2} (u, v) \Big|_{z=H}, \quad (15)$$

$$\kappa \left(\frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} = (0, 0), \quad (16)$$

где c_b – безразмерный коэффициент трения. В частном случае при $c_b = 0$ имеем условие свободного скольжения.

На всех твердых боковых границах Γ_{si} для скорости принимаются условия прилипания

$$(u, v) \Big|_{\Gamma_{si}} = (0, 0) \quad (17)$$

и непроницаемости этих границ для потоков тепла и соли

$$\mathbf{n} \cdot (\nabla T, \nabla S) \Big|_{\Gamma_{si}} = (0, 0), \quad (18)$$

где \mathbf{n} – внешняя нормаль к границе Γ_{si} ; ∇ – оператор горизонтального градиента.

Еще одно условие, требующееся для определения функции тока полных потоков ψ на боковых границах $\psi \Big|_{\Gamma_{si}} = \psi_{ci}$ (постоянной вдоль каждого из береговых контуров, как это требуется условием непротекания; ψ_{ci} – константа, подлежащая определению в ходе решения задачи), выводится путем осреднения уравнений (1) и (2) по вертикали, использования определения функции тока (11) и вычисления контурного интеграла от полученных соотношений вдоль каждого берегового контура с учетом требования однозначности функции поверхностного давления $p \Big|_{z=0} = p_a - g \rho_r \zeta$ (равенства нулю контурного интеграла от $\nabla p \Big|_{z=0}$):

$$\begin{aligned} & \oint \left(-\frac{\cos \varphi}{H} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi \partial t} d\lambda + \frac{1}{H \cos \varphi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \lambda \partial t} d\varphi \right) = \\ & = -\oint \frac{g}{\rho_r H} \left[\left(\int_0^H \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial \lambda} dz' dz \right) d\lambda + \left(\int_0^H \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} dz' dz \right) d\varphi \right] + \\ & + \oint \left[\left(\frac{a \cos \varphi}{H} \int_0^H G^\lambda dz \right) d\lambda + \left(\frac{a}{H} \int_0^H G^\varphi dz \right) d\varphi \right]. \quad (19) \end{aligned}$$

В случае односвязной области значение «береговой» константы ψ_{c1} на единственном контуре ($N_s = 1$) может быть задано произвольным значением.

В неодносвязной области уравнение (19) служит для определения ψ_{ci} на всех остальных контурах Γ_{si} , $i = 2, \dots, N_s$.

При рассмотрении глобальной области для всех искомым переменных задается также условие периодичности (с периодом 2π по долготе λ).

Для решения выписанной выше системы уравнений, включающей производные по времени в уравнениях (1), (2), (5), (6), (12), необходимо также задать начальные условия для искомым функций:

$$(u, v, T, S, \psi) \Big|_{t=0} = (u_0, v_0, T_0, S_0, \psi_0). \quad (20)$$

Использование уравнений переноса тепла (5) и соли (6) для расчета температуры и солёности воды с постоянными значениями коэффициента турбулентной диффузии к дает лишь грубую оценку вертикальных распределений этих величин в верхнем слое океана. Роль мелкомасштабных процессов вертикального турбулентного перемешивания, весьма схематично описываемых К-теорией, здесь гораздо более существенна, чем в толще воды, а сам этот слой часто называют верхним перемешанным слоем (ВПС) океана. Для более точного описания необходимо отказаться от предположения о существовании простой линейной зависимости турбулентных потоков тепла и соли от соответствующих вертикальных градиентов и определять эти потоки из дополнительных соображений. В представляемой здесь модели общей циркуляции океана для описания процессов в его верхнем слое используется так называемая интегральная модель ВПС (Реснянский, Зеленько, 1991; Зеленько, Реснянский, 2007). В соответствии с многочисленными эмпирическими свидетельствами, вертикальные градиенты температуры, солёности и плотности воды в пределах ВПС предполагаются настолько малыми, что ими можно пренебречь, а толщина слоя с пренебрежимо малыми вертикальными градиентами температуры и солёности воды определяется из уравнения, являющегося следствием уравнения бюджета кинетической энергии турбулентности (КЭТ):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{2}{(g/\rho_r)h \Delta\rho} \left[P - \frac{h}{2} B_0 \right] + w_h, \quad (21)$$

где P – скорость преобразования КЭТ в потенциальную энергию плотностной стратификации, B_0 – вертикальный поток плавучести на поверхности океана, $\Delta\rho$ – перепад плотности в слое скачка, g – ускорение свободного падения, w_h – вертикальная скорость на нижней границе ВПС, определяемая путем интерполяции на уровень $z = h$ тех значений вертикальной скорости, которые рассчитываются в циркуляционной модели на фиксированных уровнях z_k .

В диапазоне $z \in (0, h)$ потенциальная температура и соленость воды считаются не зависящими от глубины (т.е. «перемешиваются») на каждом временном шаге. Получаемые таким образом значения h используются также для задания коэффициентов вертикальной турбулентной диффузии и вязкости в соответствии с (22). Средние значения T_m и S_m определяются путем выравнивания T и S по вертикали z в пределах $z \in (0, h)$, как это показано на рис. 3.

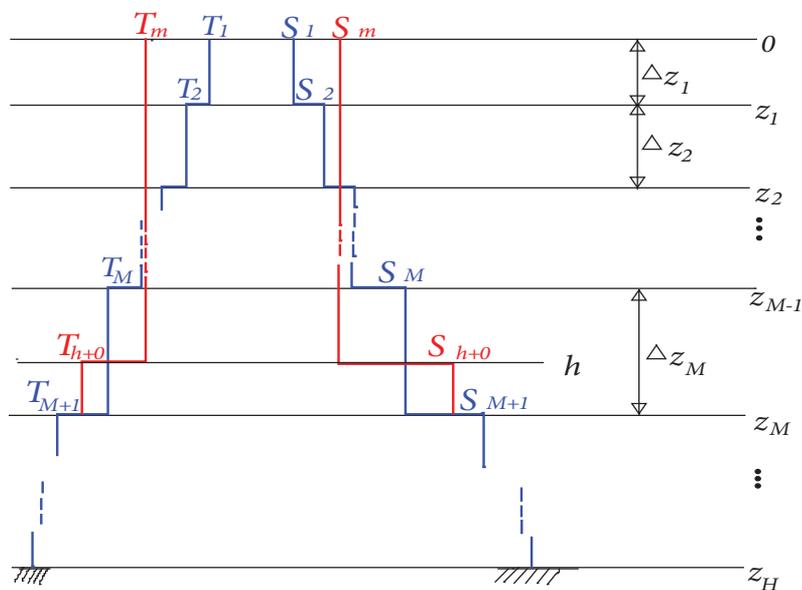


Рис. 3. Схема представления вертикальных профилей температуры воды T и ее солености S в модели ВПС (красные линии) и в модели общей циркуляции океана до передачи в нее эффектов вертикального перемешивания (синие линии). На глубинах $z > z_M$ профили в обеих моделях совпадают.

Параметризация турбулентного перемешивания, используемая в модели, обеспечивает при определенных условиях в ходе углубления ВПС переход от режима проникающей конвекции к режиму непроникающей конвекции. Существование последнего из режимов в классе решений уравнений модели ВПС является необходимым условием для воспроизведения циклических состояний верхнего слоя океана.

Еще один механизм вертикального обмена, связанный с плотностной конвекцией, параметризуется по схеме конвективного приспособления, включающейся всякий раз, как только обнаруживаются статически неустойчивые сочетания значений плотности в соседних слоях воды. Эта схема достаточно

адекватно воспроизводит процессы глубокой конвекции в океане на разных временных масштабах (Зеленько, Реснянский, 2007).

Знание рассчитываемой по интегральной модели (21) толщины ВПС $h = h(\lambda, \varphi, t)$ позволяет ввести зависимость коэффициентов вертикальной турбулентной вязкости μ и турбулентной диффузии κ от глубины z и времени t по следующей схеме:

$$\mu = \begin{cases} \mu_1 & \text{при } z \leq h \\ \mu_2 & \text{при } z > h \end{cases}, \quad \kappa = \begin{cases} \kappa_1 & \text{при } z \leq h \\ \kappa_2 & \text{при } z > h \end{cases}. \quad (22)$$

Эта зависимость учитывает большие различия интенсивности мелкомасштабной турбулентности в пределах ВПС, охваченного развитой сплошной турбулентностью, и ниже ВПС, где турбулентность подавляется плотностной стратификацией.

Конечно-разностная аппроксимация исходных дифференциальных уравнений МОЦО следует общей схеме, предложенной в работе (Bryan, 1969), и строится с использованием так называемого бокс-метода на основе анализа балансов в элементарных объемах, образуемых смежными узлами сеточной области. Для адвективных членов это приводит к центральным разностям с осреднением некоторых сеточных переменных на шахматной сетке типа B по известной классификации Аракавы. По времени применяется явная схема «чехарды» (с полуявным описанием отдельных членов уравнений движения – силы Кориолиса и барического градиента), дополненная фильтром Робера (Asselin, 1972) для подавления двухшагового расщепления решения.

При построении разностной схемы для уравнений движения используется разделение горизонтальной скорости на две составляющие, подобно тому как в теории главного океанского термоклина суммарная скорость подразделяется на баротропную и бароклинную компоненты (Линейкин, 1968). Вектор скорости горизонтальных течений (u, v) представляется суммой внутренней (бароклинной) (u', v') и внешней (баротропной) (\bar{u}, \bar{v}) составляющих: $(u, v) = (\bar{u}, \bar{v}) + (u', v')$, где черта сверху обозначает осреднение по глубине, а штрихи – отклонения от средней по глубине.

Для нахождения (u', v') на каждом временном шаге исходные уравнения (1) и (2) интегрируются по времени в пренебрежении не зависящим от глубины вкладом градиентов поверхностного давления $\nabla p|_{z=0}$. Вычитая из полученных таким образом значений компонентов скорости на следующем временном шаге их среднюю по глубине величину, можно получить искомую внутреннюю моду (u', v') . Баротропная часть скорости течений находится из решения конечно-разностного аналога эллиптической задачи (12), (19) относительно приращения интегральной функции тока на временном шаге $\Delta\psi \approx (\partial\psi / \partial t) \Delta t$.

Для нахождения $\Delta\psi$, осуществляемого путем решения системы линейных уравнений, аппроксимирующих задачу (12), (19), в предыдущих версиях МОЦО применялся итерационный метод последовательной верхней релаксации, который оказался достаточно эффективным при грубом пространственном разрешении модели (вплоть до глобальной конфигурации $2^\circ \times 2^\circ$). При дальнейшем повышении разрешения затраты на решение эллиптической задачи итерационным методом становятся неприемлемо большими. Поэтому в новой версии МОЦО (НМС-OGCM 3.2) используется прямой метод, разработанный для решения больших систем линейных уравнений с разреженной матрицей (*Schenk and Gärtner, 2004*) и реализуемый библиотекой программ Intel MKL PARDISO.

2.2. Трехмерный вариационный анализ

Методология объективного анализа развивалась в последние десятилетия от оптимальной интерполяции (ОИ) к двумерному, трехмерному и четырехмерному вариационному усвоению (2D-Var, 3D-Var и 4D-Var соответственно). В представляемой системе используется методика и схема усвоения данных на основе так называемого трехмерного вариационного усвоения (3D-Var), в соответствии с которым поле анализа ищется как минимум функционала (*Lorenc, 1986*)

$$J[X] = \frac{1}{2}(X - X^f)^T B^{-1}(X - X^f) + \frac{1}{2}(X^{obs} - HX)^T R^{-1}(X^{obs} - HX), \quad (23)$$

где X – вектор, представляющий искомое поле (состояние океана на момент анализа на сетке анализа), X^f – поле прогноза по гидродинамической модели океана, X^{obs} – вектор наблюдений, B – матрица ковариаций ошибок поля первого приближения (поля прогноза), R – матрица ковариаций ошибок наблюдений, H – оператор наблюдений, связывающий наблюдения с истинным состоянием океана:

$$X^{obs} = HX + \eta, \quad (24)$$

а η – вектор ошибок наблюдений. Для используемых нами наблюдений оператор H можно считать линейным, так как он сводится к линейной интерполяции данных из узлов сеточной области в точки наблюдений с произвольными координатами.

Для решения оптимизационной задачи $J[X] \rightarrow \min$ функционал J дифференцируется по X ,

$$\frac{\partial J}{\partial X} = B^{-1}(X - X^f) + H^T R^{-1}(HX - X^{obs}), \quad (25)$$

и вычисленный таким образом градиент $\partial J / \partial X$ приравняется к нулю.

В результате, после преобразований, для оптимальной оценки X^a получаем

$$Y^a = (B^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} Y^{obs}, \quad (26)$$

где $Y^a = X^a - X^f$ – инкремент анализа, а $Y^{obs} = X^{obs} - HX^f$ – вектор инноваций.

Запись уравнения анализа в форме (26) называется анализом «в пространстве модели», так как матрица $\tilde{C} = B^{-1} + H^T R^{-1} H$, которую необходимо обратить в (26), имеет размерность, равную размерности вектора численного прогноза, используемого как первое приближение при анализе.

При численном решении уравнения (26) не требуется явно обращать матрицу \tilde{C} . Достаточно численно решить систему уравнений

$$\tilde{C}Y^a = H^T R^{-1} Y^{obs}. \quad (27)$$

Решение этой системы уравнений производится с использованием метода сопряженных градиентов (Бахвалов, 1975).

Для моделирования пространственных ковариаций поля ошибок первого приближения (ошибок расчета по МОЦО) используется обобщение на пространственный случай хорошо известной в теории случайных процессов (Бокс, Дженкинс, 1974) модели авторегрессии и скользящего среднего (АРСС). Пространственное обобщение – ПАРСС. В данной реализации схемы стохастическая модель случайного поля ошибок первого приближения ξ при анализе (численного прогноза) имеет вид авторегрессии по вертикали, причем коэффициенты этой авторегрессии есть дискретизованные горизонтальные интегральные операторы:

$$\xi_k = \sum_{j=k-q(k)}^{k-1} F_{kj} \xi_j + U_k \alpha_k, \quad (28)$$

где k и j обозначают номера вертикальных уровней, ξ_k – моделируемое случайное поле на уровне k , F_{kj} и U_k – горизонтальные операторы, α_k – взаимно (между уровнями) независимые поля горизонтального белого шума, а $q(k) \geq 0$ – вертикальный порядок, зависящий от уровня.

Вычислительная эффективность анализа 3D-Vар при этом следует из высокой степени разреженности возникающих при дискретизации задачи матриц, в частности и в первую очередь, блочной уни-треугольности (а значит, непосредственной обратимости) матрицы M в матричном представлении модели (28) в виде:

$$M\xi = V\alpha, \quad (29)$$

причем матрица V является блочно-диагональной.

Разработана система оценивания (синтеза) формирующих операторов модели ковариаций. Система основана на спектральном разложении по многочленам Лежандра исходной горизонтальной матричной ковариационной функции, уравнениях Юла-Уокера в спектральном пространстве по вертикали и оптимального синтеза дискретизованных горизонтальных операторов в физическом пространстве.

Такая модель обладает необходимой вычислительной эффективностью и универсальностью, будучи применимой для анализа как метеорологических, так и океанографических данных. Она позволяет также учитывать зависимость статистической структуры ошибок от географического положения и от меняющихся со временем динамических полей.

Система анализа 3D-Var была полностью оттестирована с помощью специально разработанных генераторов псевдослучайных полей, имеющих заданную ковариационную структуру. Это гарантирует отсутствие серьезных ошибок в программном коде данной системы. Первые результаты с применением данной системы опубликованы в работе (*Tsyruulnikov et al., 2006*). Заметим, что ядро данного анализа 3D-Var используется также и в атмосферных приложениях (*Цырульников и др., 2010*).

В ходе применения описанной выше схемы анализа к усвоению океанографических данных матрица ковариаций ошибок наблюдений R принималась диагональной, т.е. предполагалась некоррелированность ошибок наблюдений в разных точках (что представляется реалистичным предположением для используемых контактных наблюдений). Дисперсия ошибок наблюдений задавалась пропорциональной дисперсии ошибок первого приближения, зависящей только от глубины, с коэффициентом пропорциональности 0.5. Такая формулировка обусловлена доминирующей ролью ошибок репрезентативности при используемых нами разрешениях горизонтальной модельной сетки порядка градуса.

Матрица ковариаций ошибок поля первого приближения B (дисперсии, а также горизонтальные, вертикальные и «наклонные» корреляции) задавалась в соответствии с моделью ПАРСС. Модель построена путем аппроксимации эмпирических ковариаций ошибок поля первого приближения, рассчитанных на основе экспериментов по усвоению данных с 2D-Var версией анализа на интервале времени с января 2006 г. по март 2008 г. и осредненных по всему Мировому океану. Трехмерные эмпирические ковариации были оценены согласно описанной ранее методике (*Реснянский и др., 2010*).

По вертикали был принят первый порядок авторегрессии. Широтная, долготная и сезонная зависимости не учитывались (такой учет предполагается ввести в дальнейшем). Кросс-корреляциями ошибок первого приближения температуры и солёности мы также пока пренебрегаем. Форму полученных таким путем ковариаций иллюстрирует рис. 4, на котором представлены инкременты анализа для единичных инноваций, относящихся к трем различным точкам на одной вертикали и на достаточном удалении друг от друга по глубине. Структура поля инкрементов анализа, соответствующего таким инновациям, как известно, совпадает со структурой корреляций, задаваемых в схеме анализа.

Структура инкрементов, изображенных на рис. 4, отражает особенности, во многом схожие с отмеченными в (Реснянский и др., 2010) для отклонений от климатических распределений:

- уменьшение горизонтальных масштабов от поверхности до глубины около 500 м и последующее их слабое увеличение с дальнейшим ростом глубины;
- более протяженные по горизонтали ковариации температуры в верхнем слое в сравнении с соответствующими ковариациями солености;
- более сильно выраженная зависимость горизонтальных масштабов от глубины для температуры в сравнении с соленостью.

Объяснение происхождения указанных особенностей и обсуждение географических аспектов можно найти в (Реснянский и др., 2010).

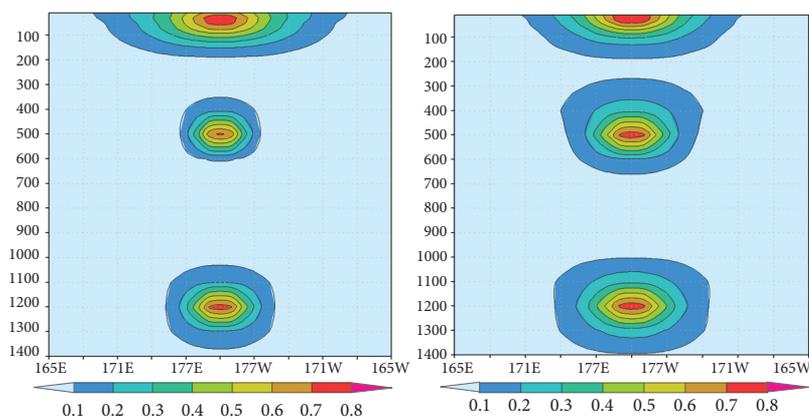


Рис. 4. Зональный разрез инкрементов 3D-Var анализа для трех единичных инноваций температуры (слева) и солености (справа), локализованных в плоскости разреза на глубинах 30 м, 500 м и 1200 м. Отношение ошибок наблюдений к ошибкам поля первого приближения принято равным 0.5. Горизонтальная сетка анализа $1^\circ \times 1^\circ$.

2.3. Технологическая схема усвоения данных

Система усвоения опирается на данные профильных измерений распределений температуры и солености воды в верхнем двухкилометровом слое океана, которые обсуждались в разделе 1. На шаге анализа в каждом цикле усваиваются все наблюдения по температуре и солености воды во временном окне шириной 10 суток. Такая группировка данных, относящихся к разным моментам времени, производится для того, чтобы получить приемлемую однородность и плотность наблюдений на каждом шаге анализа (рис. 1). Десятисуточный интервал позволяет полагать изменчивость крупномасштабных полей, не учитываемую в пределах временного окна, в большинстве случаев

не слишком существенной. С другой стороны, этот интервал совпадает с типичным периодом поступления информации от буев Арго, то есть всякая порция анализируемых данных должна содержать сообщение от каждого (или подавляющего большинства) из действующих в штатном режиме буев.

Усвоение данных по температуре и солености воды производится циклически, в рамках последовательной схемы «анализ – прогноз – анализ». Периодичность цикла совпадает с временным окном накопления данных наблюдений и составляет 10 суток. Как уже отмечалось в начале раздела, цикл усвоения в функциональном отношении включает следующие действия: расчет посредством интегрирования МОЦО поля первого приближения X^f ; обработку данных измерений для получения вектора наблюдений X^{obs} и вектора инноваций $X^{obs} - HX^f$; процедуру анализа, т.е. получение по вектору инноваций оптимальной оценки поля инкрементов анализа $Y^a = \delta X^a$ (на модельной сетке); и наконец добавление инкрементов анализа к переменным МОЦО с получением поля анализа, используемого в качестве начальных данных для прогноза на следующем цикле.

И хотя базовые составные части системы усвоения – МОЦО и анализ по схеме 3D-Var – отличаются стройной и достаточно строгой исходной формулировкой, технологические процедуры их объединения уже не являются столь однозначными. Поэтому обычным путем построения эффективной системы усвоения данных в этой части оказывается метод проб и ошибок, часто опирающийся на соображения практического, технологического, интуитивного характера. В данной статье рассматриваются три варианта реализации принятого цикла усвоения $X^f \rightarrow (X^{obs} - HX^f) \rightarrow \delta X^a \rightarrow X^f$, схематически представленные на рис. 5.

Первый, наиболее простой, вариант (рис. 5а) буквально реализует обрисованный выше цикл усвоения. Полученные в результате объективного анализа (3D-Var) поля инкрементов одновременно добавляются к текущему состоянию модели, формируя тем самым начальные условия для следующего интервала интегрирования МОЦО. Однако при значительной ширине временного окна накопления данных, инкременты могут достигать больших значений, тем самым внося шоковые возмущения в модель с рядом нежелательных последствий для всей системы усвоения.

Поэтому в двух других вариантах конструкции цикла усвоения применяется так называемый метод дробных инкрементов (*Bloom et al., 1996*). По этой схеме вначале проводится предварительное интегрирование МОЦО для получения полей первого приближения, затем вычисляемые на этапе анализа поля инкрементов вводятся в модель не одновременно, как в предшествующем случае, а добавляются по частям на всем интервале второго (основного) интегрирования МОЦО. Обычно дробные инкременты добавляются на каждом временном шаге модели. Различие двух используемых схем с дробным добавлением инкрементов (рис. 5б, в) сводится к

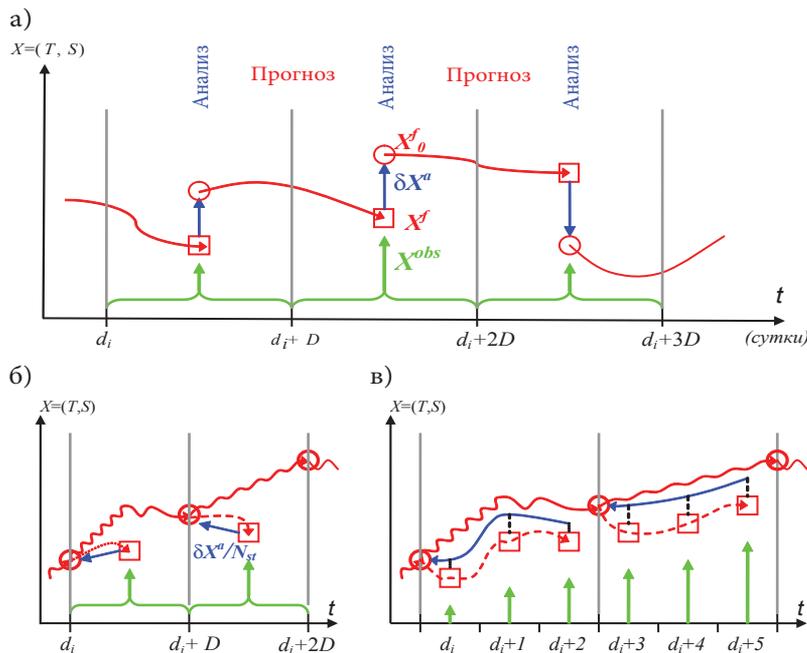


Рис. 5. Используемые в работе варианты схемы последовательного усвоения океанографических данных «анализ – прогноз – анализ». Исходные данные наблюдений сгруппированы в суточные наборы данных. Период цикла (и ширина окна накопления данных для совокупного анализа) составляет D суток: (а) схема с единовременным вводом инкрементов в модель; (б) схема дробных инкрементов – после предварительного интегрирования МОЦО (пунктир) вычисляются инкременты, дробные части которых (полный инкремент деленный на число временных шагов в цикле усвоения) вводятся на каждом временном шаге на всем интервале основного интегрирования МОЦО; (в) схема аналогичная предыдущей, но с уточненным вычислением инноваций – по ежесуточным полям первого приближения (схема соответствует случаю $D=3$).

Красным цветом показаны этапы интегрирования МОЦО: кривые отражают эволюцию (траекторию) соответствующей переменной, кружки – начальное состояние для интегрирования, квадраты – получаемое модельное поле первого приближения. Зеленые стрелки и горизонтальные фигурные скобки отражают подачу данных в процедуру анализа (способ вычисления инноваций). Синий цвет иллюстрирует этап объективного анализа данных, т.е. процедуру расчета инкрементов анализа (пространство МОЦО) по вектору инноваций (пространство наблюдений).

способу вычисления инноваций. По варианту «б» вычисляется единое для всего интервала накопления данных поле первого приближения (точнее говоря – комплект полей первого приближения). То есть, наряду с пренебрежением изменчивостью данных измерений в пределах временного окна не учитывается и эволюция модельных полей на этом же временном интервале. Последнее предположение в некоторых случаях может оказаться слишком грубым. Это относится к описанию «быстрых» океанических процессов, таких как глубокая конвекция (Зеленко, Реснянский, 2007), эволюция ВПС в штормовых условиях, меандрирование струйных течений и фронтальных зон (воспроизводимые при соответствующем увеличении разрешения МОЦО) и т.п. Поэтому третий вариант схемы усвоения (рис. 5в), учитывающий изменчивость внутри временного окна, подразумевает вычисление для каждого временного окна набора ежесуточных полей первого приближения и соответствующих ежесуточных инноваций. В остальном две схемы с дробными инкрементами совпадают. При этом очевидно, что затраты машинного времени на интегрирование МОЦО в двух вариантах увеличиваются по сравнению с первым вариантом в полтора и два раза соответственно.

В технологическом отношении глобальная система усвоения океанографических данных состоит из набора взаимодействующих между собой блоков (подсистем):

- подсистема обработки оперативных океанографических данных;
- программный комплекс гидродинамической модели общей циркуляции океана, описывающей пространственно-временную эволюцию гидрофизических полей;
- подсистема объективного анализа, обеспечивающая оптимальную в статистическом смысле оценку инкрементов;
- подсистема обработки информация об атмосферных воздействиях на поверхности океана (потoki тепла, пресной воды, импульса);
- программно-технологический комплекс, обеспечивающий функционирование всех составных блоков в единой системе.

Перечисленные технологические элементы реализуются отдельными вычислительными программами и программными комплексами, обмен информацией между которыми осуществляется, как правило, через соответствующие файлы данных.

Исходные данные наблюдений, получаемые с сервера USGODAE, сгруппированы в суточные наборы данных. Предварительная обработка используемых данных включает в себя первичный контроль, формирование 10-суточных выборок, приведение к дискретному набору горизонтов (глубин), объединение, в случае необходимости, географически близких наблюдений (т.е. формирование так называемых супернаблюдений). В ходе предварительной обработки исключаются повторы, наблюдения с ошибочной географической привязкой (попадающие на сушу), а также данные, отклоняющиеся от средних сезонных климатических значений на величину, превышающую

$\pm c_T \sigma_T^{Cl} (\pm c_S \sigma_S^{Cl})$. Здесь c_T и c_S – числовые параметры, определяющие ширину интервала «достоверных» значений анализируемых переменных, а σ_T^{Cl} (σ_S^{Cl}) – зависящие только от глубины среднеквадратичные отклонения температуры (солености), рассчитанные по данным цифрового климатического атласа WOA-2001 (Stephens et al., 2002; Boyer et al., 2002).

Для исследования возможностей системы усвоения данных, в дополнение к расчетам по трем вариантам схемы усвоения, представленных на рис. 5, применялись также две конфигурации МОЦО, отличающиеся горизонтальным разрешением. В первой из них, использовавшейся в предшествующих приложениях (Зеленько и др., 2007), расчетной областью является весь Мировой океан, за исключением приполярной зоны к северу от 80° с.ш. Горизонтальное разрешение составляет $2^\circ \times 2^\circ$ в большей части расчетной области с уменьшением шагов по широте $\sim \cos \varphi$ к северу от параллели 40° с.ш. Вертикальная структура аппроксимирована 32-мя уровнями со сгущением в поверхностных слоях.

Имея в виду дальнейшее развитие системы усвоения океанографических данных, качество которой существенно зависит от пространственного разрешения динамической модели и системы анализа, была реализована новая конфигурация МОЦО с повышенным пространственным разрешением. Глобальная расчетная область практически совпадает с двухградусной конфигурацией, но горизонтальное разрешение составляет $1^\circ \times 1^\circ$ в районе экватора с монотонным уменьшением широтных шагов сетки пропорционально косинусу широты по мере приближения к полюсам. Таким образом, шаги горизонтальной сетки МОЦО меняются в диапазоне примерно от 100 км в районе экватора до 20 км у северной границы области. Как и в первой версии модели, вся толща океана (от поверхности до 5.5 км) по глубине разбита на 32 слоя, толщина которых увеличивается от поверхности до дна, соответственно типичному распределению вертикальных градиентов температуры и солености в океане. При построении сеточной области принято ограничение на минимальную глубину океана, равное 40 м. Введение такого ограничения позволяет уменьшить вычислительные затраты на решение эллиптической задачи по определению баротропной составляющей скорости. Многосвязная расчетная область, помимо основного Евро-Азиатского контура, содержит еще 21 замкнутый граничный контур, на которых необходимо вычислять изменения со временем постоянной вдоль контура функции тока полных потоков с использованием условия (19).

Создание новой конфигурации МОЦО сопряжено с настройкой параметров модели. Модель содержит ряд физических и алгоритмических параметров, значения которых, во-первых, зависят от сеточного разрешения и, во-вторых, влияют на эффективность вычислительного процесса. Теоретические соображения позволяют получить лишь общие рекомендации в отношении значений этих параметров. На практике, оптимальные значения параметров определяются путем проведения настроечных численных экспериментов. Набор полученных таким образом параметров для используемых конфигураций МОЦО представлен в табл. 2.

Таблица 2

Физические и алгоритмические параметры для двух конфигураций МОЦО

Параметр	Единицы измерения	Сетка 2°×2°	Сетка 1°×1°	Пояснения
δt	с	720	720	Шаг по времени
A_M	м ² с ⁻¹	3×10^5	2×10^4	Коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости
A_H	м ² с ⁻¹	10^4	5×10^3	Коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии
μ_1	м ² с ⁻¹	5×10^{-3}	5×10^{-3}	Коэффициент вертикальной турбулентной вязкости для верхнего перемешанного слоя
μ_2	м ² с ⁻¹	10^{-4}	10^{-4}	Коэффициент вертикальной турбулентной вязкости вне перемешанного слоя
κ_1	м ² с ⁻¹	10^{-3}	10^{-3}	Коэффициент вертикальной турбулентной диффузии для верхнего перемешанного слоя
κ_2	м ² с ⁻¹	10^{-5}	10^{-5}	Коэффициент вертикальной турбулентной диффузии вне перемешанного слоя
K_{\min}	–	2	2	Минимальное количество слоев в модельной сетке соответствует глубине 40 м
α_T	с ⁻¹	1.16×10^{-6}	1.16×10^{-6}	Коэффициент релаксации в граничных условиях 1-го рода для температуры
C_b	–	2.5×10^{-3}	2.5×10^{-3}	Коэффициент придонного (квадратичного) трения
α_{ice}	град.	–20.0	–20.0	Угол дрейфа льда относительно направления приводного ветра (отрицательные значения – отклонение вправо в северном полушарии)
δ_τ	–	0.8	0.8	Коэффициент ослабления потока импульса за счет ледового покрова

При интегрировании МОЦО в качестве граничных условий необходимо задавать поля атмосферных воздействий на поверхности океана – потоки тепла, пресной воды и импульса. Единственным источником такой информации в глобальном масштабе оказывается продукция систем прогноза метеорологических полей (в первую очередь, это среднесрочный прогноз погоды на 5–10 суток). Модели атмосферы, составляющие основу таких систем, включают блоки параметризации конвективных, облачных и радиационных процессов, а также процессов мелкомасштабного турбулентного перемешивания в пограничном слое атмосферы. В рамках этих

блоков, помимо прочего, вычисляются и требуемые потоки на границе океан – атмосфера.

Потоки тепла, влаги и импульса получаются из атмосферной прогностической модели, в которой температура поверхности океана – основной параметр влияния океана на атмосферные процессы – задается неизменной на интервале прогнозирования по данным за исходный срок метеорологического прогноза. Ясно, что в такой схеме происходит некоторое огрубление обратных связей, существующих в реальной системе океан – атмосфера. Непрерывное по времени взаимодействие между океаном и атмосферой заменяется дискретным обменом информацией между океанским и атмосферным блоками, осуществляемым с периодичностью в несколько суток. Такое приближение, однако, оправдано тем обстоятельством, что в большинстве случаев характерное время изменчивости температуры поверхности океана намного больше, чем время развития синоптических процессов в атмосфере.

Подборку информации нескольких метеорологических центров по потокам, специально ориентированную на океанологические приложения, поддерживает уже упоминавшийся сервер USGODAE, который мы и использовали в качестве источника этой информации. В экспериментах с рассматриваемой системой усвоения используется выходная продукция оперативной системы глобального прогноза (система GFS – Global Forecast System), выпускаемая американским центром NCEP/NOAA. Необходимые для интегрирования МОЦО атмосферные воздействия на поверхности океана (потоки тепла, пресной воды и количества движения) задаются по данным ежедневных анализов NCEP. В процессе расчетов эти данные, представленные на сетке с горизонтальным разрешением около 0.3° и с 6-часовой дискретностью по времени, линейно интерполируются по горизонтали на сетку МОЦО и по времени на каждый временной шаг, составляющий 12 мин.

Наряду с потоками, в состав продукции системы GFS входят текущие поля ТПО и сплоченности морского льда, которые используются при усвоении океанографических данных – первые для релаксации поверхностной температуры к данным спутниковых и контактных измерений, вторые – для учета эффектов влияния морского льда на обмен атмосферы и океана импульсом и теплом. При наличии ледового покрова (в соответствии с наблюдениями) вектор касательного напряжения на поверхности воды поворачивается на некоторый угол, его модуль уменьшается (см. табл. 2), а суммарный поток тепла через поверхность воды обнуляется.

Расчет инкрементов осуществляется по изложенной выше схеме трехмерного вариационного анализа на сетке с горизонтальным разрешением $1^\circ \times 1^\circ$ и с 21 уровнем в пределах бароклинного слоя океана 10–1400 м. Глубины уровней совпадают с соответствующими уровнями МОЦО. В последующем получаемые таким образом поля инкрементов переинтерполируются по горизонтали на сетку модели с переменным по широте разрешением.

2.4. Предварительные результаты

Для исследования и настройки параметров системы усвоения океанографических данных выполнен ряд экспериментов с несколькими конфигурациями системы. Все расчеты проводились на интервале времени с 1.04.2008 по 2.11.2009 с десятисуточным циклом усвоения и таким же периодом накопления данных для анализа. Перед первым циклом усвоения МОЦО разогонялась из состояния покоя (с климатическими распределениями температуры и солености воды на заданный день) в течение 10 суток при циклически повторяющихся полях атмосферных воздействий на поверхности океана за 1.04.2008. Различия экспериментов сводятся к варьированию технологических схем усвоения, представленных на рис. 5, и использованию двух конфигураций МОЦО с различающимся в два раза горизонтальным разрешением. По завершению интегрирования МОЦО на каждом цикле усвоения имеется динамически согласованный массив данных, характеризующих состояние основных гидрофизических полей на соответствующий момент времени.

На рис. 6а в качестве примера, иллюстрирующего работу системы усвоения данных, показано полученное в результате анализа распределение температуры воды на горизонте 100 м на 1 ноября 2009 г. Видно, что крупномасштабная структура поля характеризуется теплыми зонами субтропических круговоротов с наиболее высокой температурой в южном (весеннем) полушарии. Хорошо просматриваются зоны холодных течений, а также языки теплых вод, приуроченные к зонам Гольфстрима и Куроисио. Для характеристики временной изменчивости показателен рис. 6б, на котором представлены разности температуры воды со сдвигом в один год, который отфильтровывает сезонную изменчивость. Крупные различия приурочены в основном к зонам сильных течений и могут быть связаны с меандрированием этих течений, но явно преобладает изменчивость в экваториальной зоне. Мощное потепление верхнего слоя океана в Тихом океане связано с эпизодом явления Эль-Ниньо, который начал проявляться в аномалиях ТПО в октябре–ноябре 2009 г. Как следует из рис. 6в, положительная аномалия не ограничивается поверхностью океана, а охватывает верхний слой глубиной около 200 м. Механизм ее формирования в системе Эль-Ниньо–Южное колебание достаточно хорошо известен, если начинать рассуждения с процесса устойчивого ослабления пассатных ветров в тропиках Тихого океана (причины таких аномалий циркуляции не столь понятны). При ослаблении пассатов уменьшаются как интенсивность экваториального апвеллинга, так и дрейфовый перенос более холодных вод на запад, естественным следствием чего оказывается формирование положительной аномалии температуры воды. Следует отметить, что система усвоения данных улавливает эти процессы, о чем свидетельствует рис. 7, иллюстрирующий заметное ослабление экваториального апвеллинга на рассматриваемом временном интервале.

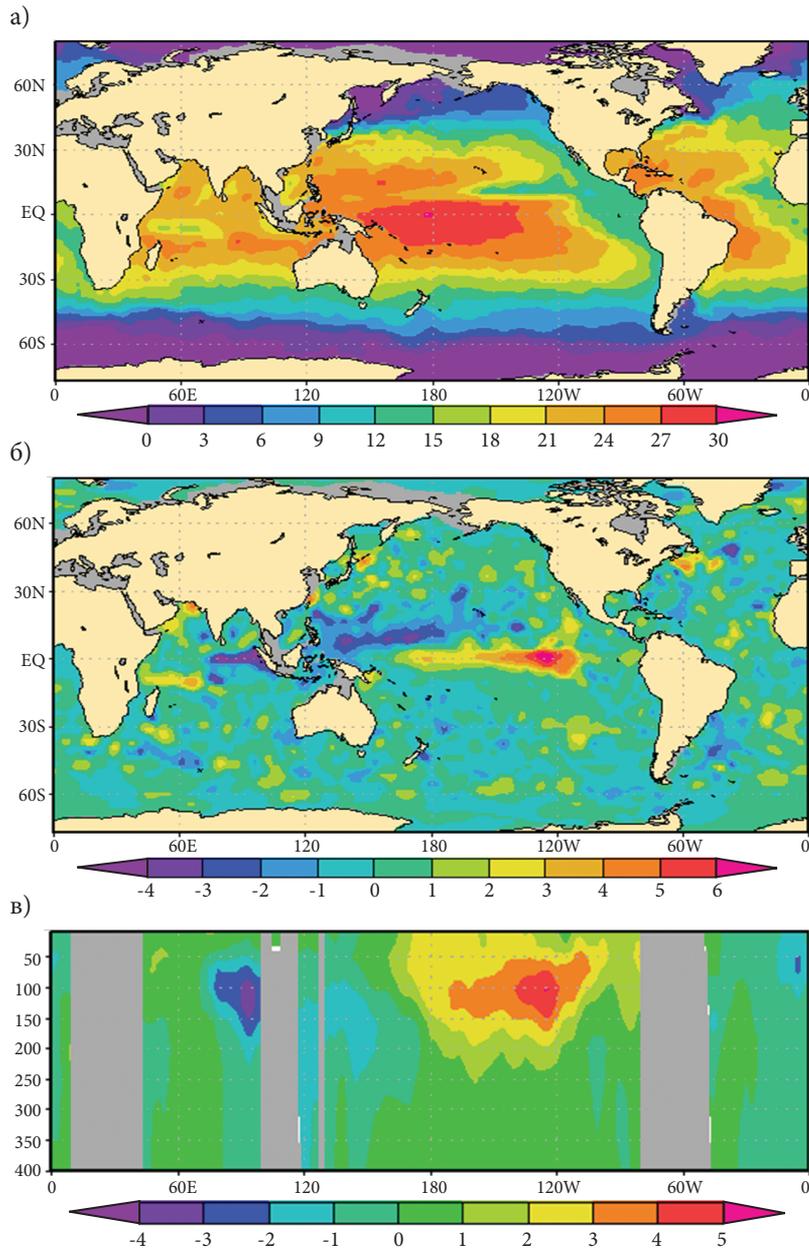


Рис. 6. Распределения температуры воды ($^{\circ}\text{C}$) на горизонте 100 м на 01.11.2009 (а) и разностей температур между 01.11.2009 и 01.11.2008 (б). Экваториальный разрез тех же разностей температур (в). Серым цветом на разрезе отмечены области суши. Система усвоения данных с разрешением $1^{\circ}\times 1^{\circ}$; вариант схемы усвоения «в» из представленных на рис. 5.

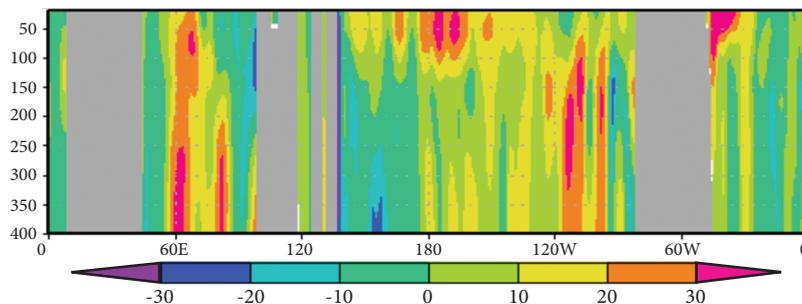


Рис. 7. Экваториальный разрез разностей вертикальной составляющей скорости течений ($10^{-4} \text{ см с}^{-1}$) между 01.11.2009 и 01.11.2008. Положительным значениям скорости соответствует поток, направленный вниз. Система усвоения данных с разрешением $1^\circ \times 1^\circ$; вариант схемы усвоения «в» из представленных на рис. 5.

Разобранный пример показывает некоторые возможности мониторинга крупномасштабных океанических процессов, а также иллюстрирует одно из главных достоинств усвоения данных – получение расширенного набора динамически согласованных полей. В дополнение к полям температуры и солености воды, данные измерений которых служат входной информацией для системы, на ее выходе получают оценки вектора скорости течений, плотности воды, скорости звука в океане и других, производных от переменных МОЦО, характеристик. К таким полям, важным для ряда приложений, относится распределение глубины верхнего перемешанного слоя (ВПС) океана. Примеры таких распределений представлены на рис. 8, характеризующем особенности поля толщины ВПС в конце зимнего и летнего океанических сезонов.

До сих пор рассматриваемые примеры относились к наиболее детальной (в смысле вычисления наблюдательных инноваций по ежесуточным полям первого приближения) схеме усвоения с дробными инкрементами (см. рис. 5в), которая является и наиболее затратной в отношении требуемого машинного времени. Поэтому необходимо оценить различия этой схемы и более экономичного варианта схемы из представленных на рис. 5 с единым, отнесенным к середине временного окна, полем первого приближения. Наиболее значимые различия следует ожидать для полей, связанных с «быстрыми» процессами, характерное время которых сопоставимо или меньше ширины временного окна для накопления данных наблюдений. Если пока оставить в стороне динамику быстрых баротропных и бароклинных волн, то межсуточную изменчивость гидрофизических полей следует связывать с эффектами синоптической изменчивости атмосферных воздействий на поверхности океана (характерный синоптический период в средних широтах составляет 3–5 суток).

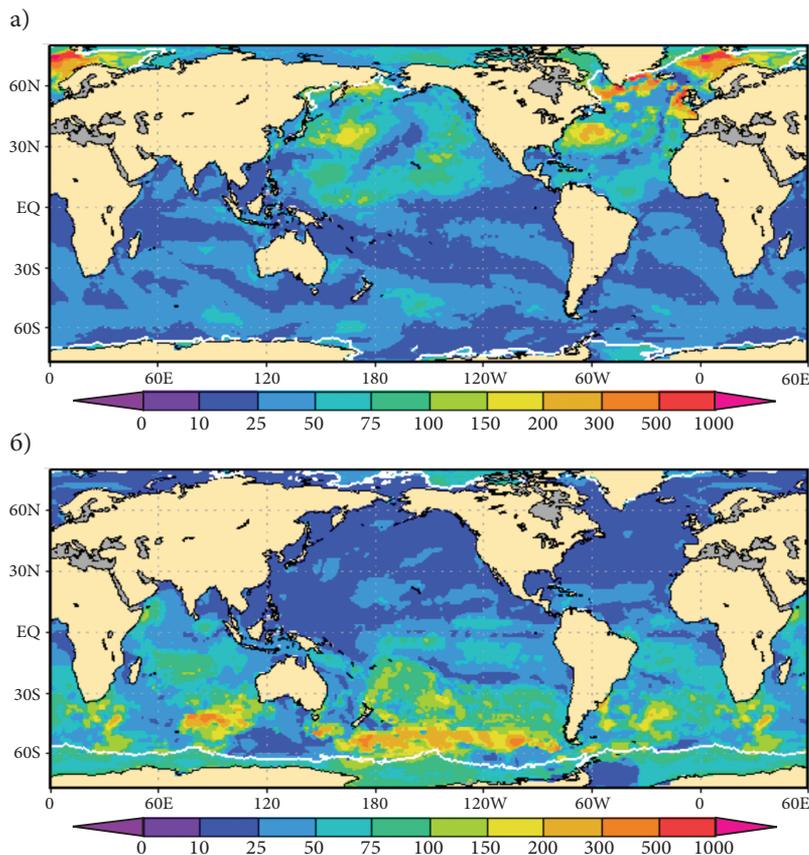


Рис. 8. Распределение глубины верхнего перемешанного слоя (м) на 15 февраля (а) и 15 августа (б) 2009 г. Белые линии в полярных областях показывают положение границы ледового покрова, соответствующей сплоченности льда 2 балла. Система усвоения данных с разрешением $1^\circ \times 1^\circ$; вариант схемы усвоения «в» из представленных на рис. 5.

К основным эффектам такого рода относится эволюция ТПО и изменчивость полей в верхних слоях океана, подверженных эпизодам глубокой конвекции (Зеленько, Реснянский, 2007). Если исследование чувствительности полей ТПО к варианту схемы усвоения особого смысла не имеет из-за того, что при всех вариантах применяется процедура релаксации расчетных значений температуры к задаваемым из внешних источников полям ТПО, то роль эффектов глубокой конвекции оказывается близкой к ожидаемой. На рис. 9б показана разность полей глубины ВПС в Северной Атлантике, относящихся к одному моменту времени – 12 час. 24 февраля 2009 г., но полученных по разным схемам (схема «в» минус схема «б»). На большей ча-

сти показанной акватории (и всего Мирового океана) различия не слишком существенны, но в районах, подверженных эпизодам глубокой конвекции, они оказываются вполне значимы и могут влиять на воспроизведение процессов не только в этих локальных, но и удаленных от них областях. Предположение о том, что различия между двумя схемами усвоения связаны, в первую очередь, с описанием процессов глубокой конвекции подтверждает анализ временного хода средних разностей глубины ВПС, осредненных по нескольким обширным океаническим областям. На рис. 10 показана временная эволюция средних разностей в главном термоклине, на глубине 500 м, для трех из таких областей: глобальной, северного полушария и зонального пояса 60–80° с.ш. Максимальные отличия двух схем приходятся на приполярную область и на период максимального выхолаживания поверхности океана, то есть соответствуют условиям благоприятным для глубокой конвекции.

Рассмотренные отклонения в поле температуры воды приводят естественным образом, в силу взаимного приспособления полей плотности и скорости течений, заложенного в основе МОЦО, к изменениям в динамических характеристиках, вплоть до интегрального по глубине переноса вод. Таким образом, для адекватного учета «быстрых» океанических процессов следует применять схему с более точным расчетом инноваций – по суточным полям первого приближения. Следует также иметь в виду, что мы имеем дело с МОЦО грубого разрешения. При достаточном его повышении до значений, разрешающих внутренний радиус деформации Россби (требуемый горизонтальный шаг сетки 5–10 км), набор значимых «быстрых» процессов будет возрастать. И вполне возможно, что в качестве альтернативы используемой схеме, потребуется процедура четырехмерного усвоения данных.

До сих пор рассмотренные материалы не касались вариантов расчетов с двухградусной конфигурацией МОЦО и схемой единовременного ввода данных наблюдений в МОЦО (см. рис. 5а). Эти варианты, в соответствии с ожиданиями, уступают по ряду ключевых характеристик рассмотренным выше схемам реализации системы усвоения. Так, основной эффект недостаточного пространственного разрешения МОЦО – занижение скоростей течений в океане – иллюстрирует рис. 11. Удвоение горизонтального разрешения приводит к более подробному описанию структуры полей скорости, струйные течения гораздо более выражены, их экстремальные значения возрастают более чем в два раза и приближаются к наблюдаемым значениям.

Необходимость применения схем дробных инкрементов показывает рис. 12, на котором для наугад выбранной точки в Северной Атлантике показан временной ход температуры воды при интегрировании МОЦО по всем трем схемам усвоения из представленных на рис. 5. Единовременный ввод ин-

крементов вносит на начальном этапе 10-суточного интегрирования МОЦО значительные флуктуации, которые, вообще говоря, могут приводить к неустойчивости модели. Начальные отклонения в цикле интегрирования (следует думать в большинстве случаев, как и на рис. 12) могут уменьшаться в процессе интегрирования и в итоге модельная траектория будет приближаться в конце интервала к оценкам по схемам дробных инкрементов. Появ-

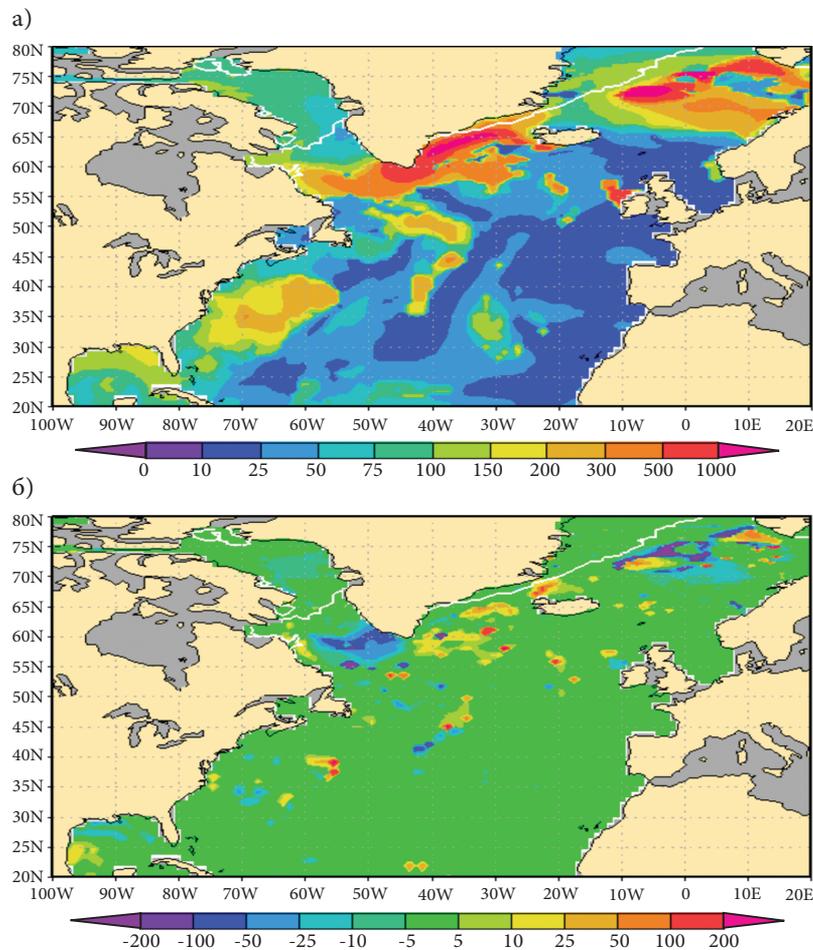


Рис. 9. (а) Распределение глубины верхнего перемешанного слоя в Северной Атлантике (м) на 24.02.2009 по схеме усвоения «в». (б) Поле разности глубин ВПС между схемами усвоения «в» и «б». Белые линии в полярной области показывают положение границы ледового покрова, соответствующую сплоченности льда 2 балла. Система усвоения данных с разрешением $1^\circ \times 1^\circ$.

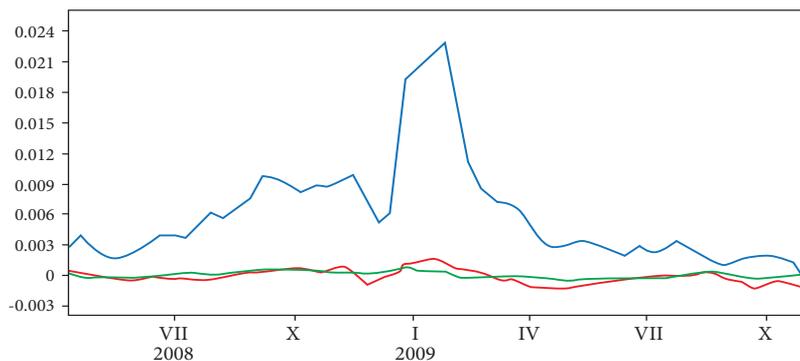


Рис. 10. Временной ход средних разностей температуры воды на горизонте 500 м ($^{\circ}\text{C}$) между схемой усвоения «в» (рис. 5в) с ежесуточными полями первого приближения и схемой «б» (рис. 5б) с единым полем первого приближения для всего окна накопления данных наблюдений. Зеленая кривая – осреднение по глобусу, красная – по северному полушарию, синяя – осреднение в зоне $60\text{--}80^{\circ}$ с.ш.

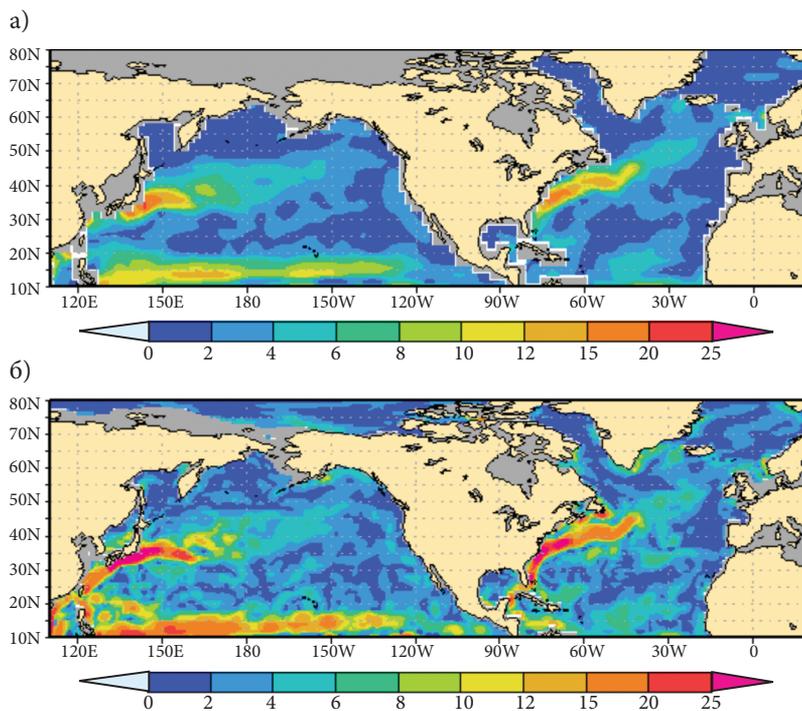


Рис. 11. Модуль скорости горизонтальных течений на глубине 50 м (cm s^{-1}) по состоянию на 01.11.2009: (а) – схема усвоения с разрешением $2^{\circ}\times 2^{\circ}$; (б) – схема усвоения с разрешением $1^{\circ}\times 1^{\circ}$.

ление последних как раз и объясняется стремлением избежать шоковых возмущений МОЦО и получить гладкую эволюцию полей в процессе усвоения данных наблюдений. Вместе с тем, можно видеть, что разброс оценок по разным схемам усвоения не столь значителен по завершению каждого интервала. То есть, в тех случаях, когда требуется дискретная информация о состоянии гидрофизических полей, в нашем случае – через каждые 10 суток, может быть оправданным применение наиболее экономичной в вычислительном отношении схемы усвоения с единовременным вводом инкрементов (см. рис. 5а).

В тех же случаях, когда необходимо иметь временные ряды полей, становится неизбежным применение схем дробных инкрементов, причем различия в результатах двух использованных вариантов этих схем на приведенном примере (рис. 12) оказываются не слишком значимыми.

Количественная оценка качеств систем усвоения океанографических данных, со свойственным им дефицитом наблюдательной информации и зачастую неблагоприятными значениями отношения сигнал-шум, оказывается не столь простой и очевидной задачей. Здесь пока неприменим подход, используемый в метеорологических приложениях, где мерой успешности той или иной системы усвоения данных служит поведение устоявшегося набора количественных оценок оправданности прогноза, отправляющегося от анализа, даваемого системой усвоения данных.

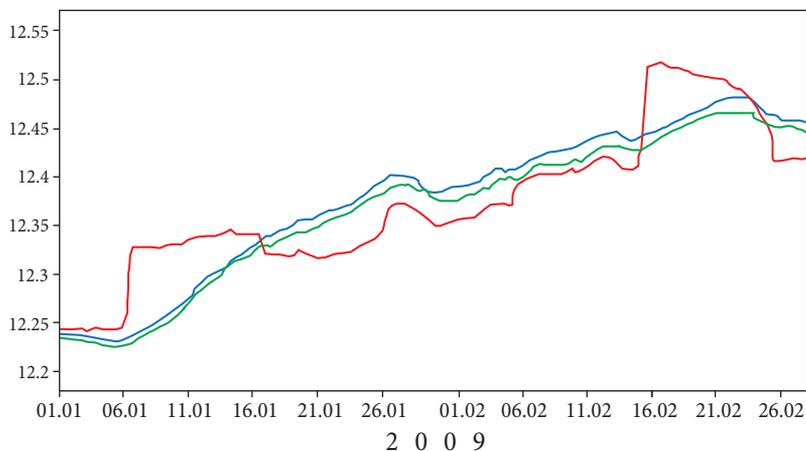


Рис. 12. Временной ход температуры воды на глубине 500 м (°C) в точке 40° с.ш., 30° з.д. для трех вариантов схемы усвоения данных из представленных на рис. 5 с разрешением 1°×1°. Красная кривая – единовременный ввод инкрементов в МОЦО (рис. 5а); зеленая – метод дробных инкрементов (рис. 5б) с единым для 10-суточного интервала полем первого приближения; синяя – метод дробных инкрементов с ежесуточными полями первого приближения (рис. 5в).

Вместе с тем, существует тест, который должна проходить любая океанографическая система усвоения. До недавнего времени единственным источником сведений о гидрофизических полях служили климатические обобщения, в качестве которых чаще всего используется известная серия электронных атласов WOA. Поэтому первое естественное требование состоит в том, чтобы оценки полей, даваемые системой усвоения, были ближе к наблюдениям, чем климатические поля. На рис. 13 представлены обобщенные (по пространству и времени) статистики разностей расчетных полей в конце цикла усвоения с данными независимых, относящихся к следующим смежным суткам, наблюдений с буев Арго, как наиболее однородных из всех имеющихся данных. Для сравнения приведены такие же статистики разностей, полученных применительно к климатическим полям, приведенным по структуре к полям МОЦО посредством линейной пространственно-временной интерполяции. При вычислениях данные по глубине группировались по слоям, соответствующим вертикальной структуре расчетной области МОЦО. Можно видеть, что для смещений система усвоения по сравнению с климатом дает почти везде улучшенные оценки, за исключением значений для солёности в слое 30–50 м. В терминах средних квадратических отклонений выигрыш по системе усвоения отмечается на всех глубинах без исключений как для температуры, так и для солёности воды.

Таким образом, оценки текущего состояния основных гидрофизических полей в рассмотренной системе усвоения океанографических данных оказы-

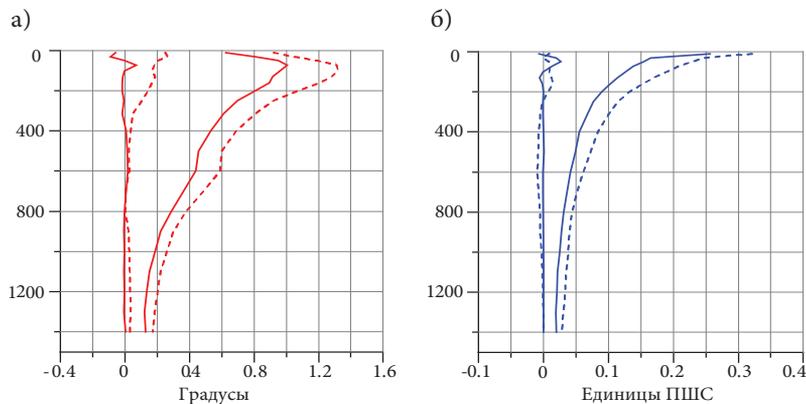


Рис. 13. Распределение по глубине средних и средних квадратических отклонений разностей оценок полей температуры (а), солёности (б) и наблюдений Арго (сплошные кривые) и аналогичные статистики для климатических полей (пунктир), полученные за период 11.04.2008–01.11.2009. Система усвоения данных с разрешением $1^\circ \times 1^\circ$; вариант схемы усвоения «в» из представленных на рис. 5.

ваются информативнее, чем оценки по климатическим обобщениям, которые прежде были основным источником сведений о состоянии подповерхностных слоев океана. Продолжающаяся в настоящее время работа по сравнению полученных результатов с данными прямых измерений скоростей течений и интегральных переносов вод в океане должна дать более подробные сведения о качествах и возможностях рассмотренной системы усвоения океанографических данных.

Заключение

Последнее десятилетие отмечено существенным развитием оперативных наблюдений в Мировом океане. Внедрение наблюдательных систем спутниковой альтиметрии и профилирующих буев Арго образовало недостающую прежде информационную основу мониторинга океана. По аналогии с успешно действующим в метеорологических приложениях подходом, для получения оценок текущего состояния основных полей океана применяются процедуры усвоения данных.

В данной статье рассмотрена система усвоения океанографических данных, базирующаяся на модели общей циркуляции океана и процедуре трехмерного вариационного анализа, которые разработаны и развиваются в Гидрометцентре России. Представленные предварительные результаты показывают, что система позволяет восстанавливать структуру крупномасштабной изменчивости основных гидрофизических полей как в задержанном, так и в оперативном режиме. Регулярно выпускаемая продукция подобных систем предназначена, в первую очередь, для мониторинга климатической системы и инициирования среднесрочного прогноза (5–10 суток) океанических полей, а также долгосрочных метеорологических прогнозов на базе совместных моделей океан – атмосфера.

Построение применяемой в системе усвоения данных модели общей циркуляции океана, как и многих других современных численных моделей, невозможно представить без использования результатов теоретических исследований по теории главного океанского термоклина, основополагающий вклад в развитие которой внесли работы П.С. Линейкина. Постановка граничных условий, относимых к невозмущенной поверхности океана, и построение алгоритма численного решения, включающего разделение суммарной скорости на баротропную и бароклинную компоненты, опираются на идеи, сформулированные в этих работах более полувека назад.

Подход, предложенный П.С. Линейкиным, для описания пограничного бароклинного слоя океана нашел свое применение при разработке теоретического обоснования масштабной взаимосвязанной наблюдательной системы зондирующих буев Арго и спутниковой альтиметрии (*Коротаев, 2010*).

Понадобилось почти полвека для того, чтобы теоретические идеи П.С. Линейкина и его современников воплотились в технологии наблюдения и моделирования океана, сделали возможной постановку задачи рутинного мониторинга и прогнозирования гидрофизических полей океана. Идеи ученых нередко опережают время.

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП «Мировой океан» (подпрограмма ЕСИМО) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 08-05-13569-офи_ц).

Литература

Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975. 631 с.

Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Выпуск 1: Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. 406 с.

Зеленко А.А., Реснянский Ю.Д. Глубокая конвекция в модели общей циркуляции океана: изменчивость на суточном, сезонном и межгодовом масштабах // *Океанология*. 2007. Т. 47. № 2. С. 211–224.

Зеленко А.А., Реснянский Ю.Д., Цырульников М.Д., Струков Б.С., Свиренко П.И. Глобальная система усвоения океанографических данных: Пилотная версия // Труды VI Российской научно-технической конференции «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» («НО-2007»), 23–25 мая 2007 г. СПб., 2007. С. 464–473.

Каменкович В.М. Основы динамики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 240 с.

Коротаев Г.К. Бароклинный слой моря: От теории Линейкина до оперативной океанографии // *Наст. сборник*. 2010. С. 79–97.

Линейкин П.С. О ветровых течениях в бароклинном слое моря // Труды ГОИН. 1955. Вып. 29(41). С. 34–64.

Линейкин П.С. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеиздат, 1957. 139 с.

Линейкин П.С. О влиянии глубины океана на структуру термоклина // Труды Гидрометцентра СССР. 1968. Вып. 34. С. 3–13.

Линейкин П.С., Мадерич В.С. Теория океанического термоклина. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 271 с.

Реснянский Ю.Д., Зеленко А.А. Численная реализация модели общей циркуляции океана с параметризацией верхнего перемешанного слоя // Труды Гидрометцентра СССР. 1992. Вып. 323. С. 3–31.

Реснянский Ю.Д., Цырульников М.Д., Струков Б.С., Зеленко А.А. Статистическая структура пространственной изменчивости термохалинных полей океана по данным профильных наблюдений системы ARGO за 2005–2007 гг. // *Океанология*. 2010. Т. 50. № 2.

Саркисян А.С. Основы теории и расчет океанических течений. Л.: Гидрометеиздат, 1966. 123 с.

Цырульников М.Д., Свиренко П.И., Горин В.Е., Горбунов М.Е., Климова Е.Г. Разработка схемы трехмерного вариационного усвоения данных в Гидрометцентре России // В кн.: 80 лет Гидрометцентру России. М.: ТРИАДА ЛТД, 2010. С. 21–35.

Argo Science Team, 1998. On the design and implementation of Argo: An initial plan for a global array of profiling floats. International CLIVAR Project Office Report 21, GODAE Report 5. GODAE International Project Office, Melbourne, Australia, 1998. 32 p.

Asselin R. Frequency filter for time integration // *Monthly Weather Rev.* 1972. V. 100. No. 6. P. 487–490.

- Balmaseda M., Vidard A., and Anderson D.* The ECMWF System 3 ocean analysis system // ECMWF Technical Memorandum. No. 508. 2007.
- Barron C.N., Kara A.B., Rhodes R.C., Rowley C., and Smedstad L.F.* Validation Test Report for the 1/8 Global Navy Coastal Ocean Model Nowcast/Forecast System NR // Tech. Report, NRL/MR/7320-07-9019. 2006.
- Behringer D.W., and Xue Y.* Evaluation of the global ocean data assimilation system at NCEP // The Pacific Ocean. *Eighth Symposium on Integrated Observing and Assimilation Systems for Atmosphere, Oceans, and Land Surface*, AMS 84th Annual Meeting, Washington State Convention and Trade Center, Seattle, Washington, 11–15. 2004.
- Bloom S.C., Takacs L.L., Da Silva A.M., and Ledvina D.* Data assimilation using incremental analysis updates // *Mon. Wea. Rev.* 1996. V. 124. No. 6. P. 1256–1271.
- Bourles B., Lumpkin R., McPhaden M.J., Hernandez F., Nobre P., Campos E., Yu L., Planton S., Busalacchi A., Moura A.D., Servain J., and Trotte J.* The PIRATA Program: History, Accomplishments, and Future Directions // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2008. V. 89. P. 1111–1125.
- Boyer T.P., Stephens C., Antonov J.I., Conkright M.E., Locarnini R.A., O'Brien T.D., and Garcia H.E.* World Ocean Atlas 2001. Volume 2: Salinity. / S. Levitus, Ed., NOAA Atlas NESDIS 50, U.S. Government Printing Office, Wash., D.C. 2002. 165 p., CD-ROMs.
- Bryan K.* A numerical method for the study of the circulation of the world ocean // *J. Comput. Phys.* 1969. V. 4. No. 3. P. 347–376.
- Cummings J.A.* Operational multivariate ocean data assimilation // *Quart. J. Royal Met. Soc.* 2005. Part C. No. 131(613). P. 3583–3604.
- Dexter P., Determmerman V., and Hillard B.* The international co-ordination of ship of opportunity programmes for operations and research // In: *Oceanology International 96: The global ocean – towards operational oceanography*. Proceedings, 1996. New Malden: Spearhead Exhibitions. V. 3. P. 197–211.
- Global Ocean Data Assimilation Experiment*. Strategic Plan // GODAE Report. No. 6. 2001.
- Gouretski V., and Koltermann K.P.* How much is the ocean really warming? // *Geophys. Res. Lett.* 2007. V. 34. L01610. doi:10.1029/2006GL027834.
- Kuroda Y.* TRITON: Present status and future plan. Report for the International Workshop for Review of the Tropical Moored Buoy Network. JAMSTEC, 2002. 77 p.
- Lorenc A.C.* Analysis methods for numerical weather prediction // *Quart. J. Roy. Met. Soc.* 1986. V. 112. P. 1177–1194.
- McDougall T.J., Jackett D.R., Wright D.G. et al.* Accurate and computationally efficient algorithms for potential temperature and density of seawater // *J. of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2003. V. 20. No. 5. P. 730–741.
- McPhaden M.J., Busalacchi A.J., Cheney R., Donguy J.R., Gage K.S., Halpern D., Ji M., Julian P., Meyers G., Mitchum G.T., Niiler P.P., Picaut J., Reynolds R.W., Smith N., and Takeuchi K.* The Tropical Ocean-Global Atmosphere (TOGA) observing system: A decade of progress // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P. 14169–14240.
- McPhaden M.J., Meyers G., Ando K., Masumoto Y., Murty V.S.N., Ravichandran M., Syamsudin F., Vialard J., Yu L., and Yu W.* RAMA: The Research Moored Array for African-Asian-Australian Monsoon Analysis and Prediction // *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 2009. V. 90. P. 459–480.
- Ocean Weather Forecasting: An Integrated View of Oceanography*. E. Chassignet and J. Verron, Eds. Springer Verlag, 2005.
- Semtner A.J.* Finite-difference formulation of a world ocean model // *Advanced Physical Numerical Modelling*. Proc. NATO Advanced Study Inst., 2–15 June 1985 / Ed. J.J. O'Brien. NATO ASI Ser. V. 186. Dordrecht, 1986. P. 187–202.
- Schenk O., and Gärtner K.* Solving unsymmetric sparse systems of linear equations with PARDISO // *Journal of Future Generation Computer Systems*. 2004. V. 20(3). P. 475–487.

Shriver J.F., Hurlburt H.E., Smedstad O.M., Wallcraft A.J., and Rhodes R.C. 1/32° real-time global ocean prediction and value-added over 1/16° resolution // *J. Mar. Sys.* 2007. V. 65. P. 3–26.

Stephens C., Antonov J.I., Boyer T.P., Conkright M.E., Locarnini R.A., O'Brien T.D., and Garcia H.E. World Ocean Atlas 2001, Volume 1: Temperature // S. Levitus, Ed., NOAA Atlas NESDIS 49, U.S. Government Printing Office, Wash., D.C., 2002. 176 p., CD-ROMs.

Tsyrlunikov M.D., Svirenko P.I., and Zaripov R.B. Development of a 3-D spatial ARMA-filters based analysis scheme // *Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling. WMO.* 2006. Rep. No. 34.

USGODAE Workshop: Assimilation: Prospects & Strategies // University of Maryland, 2001. 64 p.

Wunsch C., Heimbach P., Ponte R., and Fukumori I. The global general circulation of the ocean estimated by the ECCO-consortium // *Oceanography.* 2009. V. 22. No. 2. P. 88–103.

MONITORING OF LARGE-SCALE STRUCTURE OF HYDROPHYSICAL FIELDS IN THE OCEAN

A.A. Zelenko, Yu.D. Resnyansky, M.D. Tsyrlunikov, B.S. Strukov, and P.I. Svirenko

The monitoring of the current ocean state, one of the basic problems in operational oceanology, is reviewed. It is shown that the implementation of the Argo observation system has formed the information basis for operational analysis of main hydrophysical fields in the World Ocean. A global ocean data assimilation system is presented. The system is based on sequential cyclic scheme “analysis–forecast–analysis” with a three-dimensional variational analysis procedure. The main components of the system are described: an ocean global circulation model, an analysis scheme, and technological aspects of the system implementation. Preliminary results of the system’s performance are given. Some theoretical aspects involved in the development of this sort of ocean monitoring systems follow the ideas and works of Pavel Lineykin and his disciples.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ГЛУБОКОВОДНЫХ ТЕРМОХАЛИННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Е.В. Семенов

Институт океанологии им. П.П. Шириова РАН, Москва

Представлен метод усвоения глубоководных термохалинных измерений на основе вариационной формулировки с решением обратной задачи, отличающийся простотой реализации. Рассмотрено применение этого подхода к решению нестационарной и стационарной задач. Приведены результаты расчетов по предлагаемым методам.

Нестационарные задачи обработки термохалинных измерений

Глубоководные термохалинные измерения являются важным источником информации о состоянии гидрофизических полей океана, так как распределение плотности морской воды, зависящей от ее температуры и солености, вследствие гидростатического баланса непосредственно определяет бароклинный градиент гидростатического давления и так называемую динамическую часть баротропного градиента давления. Знание существенной части гидростатического градиента давления позволяет оценивать и циркуляцию вод на крупных и мезомасштабах с использованием так называемого «диагностического метода».

Рассмотрим морской бассейн, имеющий как твердые, так и жидкие границы. Состояние морской среды описано, если известен как функция времени в заданных точках пространства вектор состояния $F(U, P, T, S, \rho)$, в котором U – трехмерный вектор скорости течения; P – гидростатическое давление; T, S и ρ – температура, соленость и плотность морской воды соответственно. Предполагая существование «идеальной» математической модели, вектор состояния находим как решение начально-краевой задачи

$$F = L(G^0, G^b), \quad (1)$$

где $L(G^0, G^b)$ – замкнутая система дифференциальных уравнений в частных производных геофизической гидродинамики с начальными условиями G^0 и краевыми условиями G^b ; верхний индекс « 0 » здесь и далее означает начальное условие, а верхний индекс « b » – граничное условие.

Предполагается использование традиционных приближений для крупномасштабной и мезомасштабной динамики океана: приближения несжимаемой жидкости, Буссинеска, гидростатики и соответствующей этим приближениям записи силы Кориолиса.

Проблема определения состояния океана на основе глубоководных термохалинных измерений возникает вследствие того, что существующие системы измерений в океане не обеспечивают информацию обо всех компонентах векторов G^0 и G^b . Известен же, как правило, лишь вектор состояния $\Phi(T, S)$, представляющий собой подмножество вектора $F(U, P, T, S, \rho)$, т.е. известно решение для температуры и солености в отдельных точках интересующей области моря и в отдельные моменты времени.

Следовательно, на первом этапе задача состоит в определении приближенных значений вектора начальных условий g^0 и вектора граничных условий g^b по значениям неполного вектора состояния $\Phi(T, S)$, известного в отдельных точках расчетной области, т.е. имеем обратную задачу.

Решение обратных задач, которые относятся к классу некорректно поставленных, представляет известные трудности (Тихонов, Арсенин, 1979; Тихонов и др., 1995). На искомое решение в этом случае накладываются ограничения по гладкости (регуляризация решения), причем гладкость решения зависит, в первую очередь, от количества и качества (точности) измеренного решения $\Phi(T, S)$.

В общем виде задача ставится как вариационная, включающая решение обратной задачи, и может быть сформулирована следующим образом. Варьируя значения приближенных векторов начальных g^0 и граничных g^b условий, найти с использованием модели геофизической гидродинамики $L(g^0, g^b)$ такое решение начально-краевой задачи $\Phi = L(g^0, g^b)$, которое доставляет минимум принятому функционалу ошибки относительно измеренных компонент вектора состояния Φ . В нашем случае среднеквадратичную ошибку расчета температуры и солености определим как функционал вида

$$RMSE = J[(\Phi - \underline{\Phi}, \Phi - \underline{\Phi})]^{1/2}, \quad (2)$$

где $(,)$ – знак скалярного произведения.

При этом основную сложность представляет нахождение градиентов в функциональном пространстве, которые необходимы для выполнения оптимальных вариаций краевых условий. Нетрудно показать в линейном случае,

что, например, для вариации начальных условий при выборе функционала ошибки в виде (2), градиент будет иметь вид (*Le Dimet and Talagrand, 1986*):

$$\nabla J = 2R^*(\Phi - \underline{\Phi}), \quad (3)$$

где $R^*(\cdot)$ – сопряженный оператор, действующий на разность измеренных значений и прямого решения задачи.

На этом пути возникают проблемы с формулировкой сопряженного оператора $R^*(\cdot)$ для сложных нелинейных систем геофизической гидродинамики и с необходимостью хранить при решении сопряженной задачи решение прямой задачи Φ для каждого шага по времени. После линеаризации исходной нелинейной системы при численной аппроксимации сопряженный оператор может быть найден. Сложнее обстоят дела с необходимостью хранить, как правило, большие массивы решения прямой задачи.

Поэтому имеют смысл поиски упрощенного решения задачи. На практике, можно использовать подход, разработанный в институте океанологии им. П.П. Ширшова РАН и неоднократно апробированный при обработке глубоководных термохалинных измерений (*Семенов, Русецкий, 1987; Семенов, 1989; Семенов, Бирюк, 1991; Семенов и др., 1992*). Обоснование предлагаемого подхода основано на том соображении, что конкретный метод нахождения решения сформулированной выше вариационной задачи несущественен, лишь бы он был реализуем, доставлял необходимый минимум ошибки, и решение удовлетворяло исходной системе уравнений геофизической гидродинамики. Предлагаемый подход основан на формулировке задачи как вариационной и применим к сложным нелинейным системам уравнений термогидродинамики океана. Внешний итерационный цикл можно описать следующим образом.

Первый шаг:

$$1. \text{ а) } \Phi_{1,m} = L(g_{1,0}^0, g_{1,t}^b), t = t_0, \dots, t_m, \Delta t > 0, \text{ расчет ошибки } RMSE.$$

$$\text{б) } \Phi_{2,0} = L^*(g_{1,m}^0, g_{1,t}^b) + \alpha Q_f(\Phi_{1,t}, \underline{\Phi}), t = t_m, \dots, t_0, \Delta t < 0,$$

усвоение измерений $\underline{\Phi}$,

где двумя нижними индексами обозначены номер итерации при $1 \leq i \leq N$ и номер шага по времени при $t_0 \leq t \leq t_m$; $g_{1,0}^0$ – первое приближение начальных условий, которое задается на основе измеренных данных, отнесенных к начальному моменту времени или на основе какой-либо базы данных; $g_{i,t}^b$ – вектор варьируемых граничных условий (метод определения граничных условий будет приведен ниже); $L^*(\cdot)$ – оператор интегрирования по времени назад, отличающийся от $L(\cdot)$ знаками перед локальной производной по

времени и перед слагаемыми, описывающими трение и процессы турбулентной вязкости и диффузии; $Q_f(\Phi, \underline{\Phi})$ – оператор (конкретный вид приведен ниже), описывающий процедуру ассимиляции натуральных данных, в данном случае, глубоководных термохалинных измерений; параметр $\alpha = 1$ для уравнений переноса тепла и солей и $\alpha = 0$ в остальных случаях.

Второй шаг:

2. а) $\Phi_{2,m} = L(g_{2,0}^0, g_{2,t}^b)$, $t = t_0, \dots, t_m$, $\Delta t > 0$, расчет ошибки *RMSE*.

$$\text{б) } \Phi_{3,0} = L^*(g_{2,m}^0, g_{2,t}^b) + \alpha Q_f(\Phi_{2,t}, \underline{\Phi}), \quad t = t_m, \dots, t_0, \quad \Delta t < 0, \quad (4)$$

усвоение измерений $\underline{\Phi}$, и т.д.

На этапе (а) осуществляется решение прямой задачи на основе очередного приближения краевых условий. В качестве нулевого приближения начальных условий можно задавать или климатические данные, или данные измерений, отнесенные к начальному моменту времени. На этом этапе происходит расчет среднеквадратичной ошибки на основе данных измерений, которые считаются точными.

На этапе (б) исходная система уравнений термогидродинамики океана интегрируется по времени назад. При этом все слагаемые, описывающие турбулентный обмен и трение в системе, сохраняют свой знак по отношению к производной по времени. На этом этапе происходит ассимиляция данных наблюдений с помощью оператора $Q_f(\Phi, \underline{\Phi})$, который имеет вид ньютоновского источника, т.е. зависит от разности измеренного и расчетного значений функции

$$Q_f(\Phi, \underline{\Phi}) = \gamma(\Phi'' - \underline{\Phi}), \quad (5)$$

где γ – параметр усвоения (при предельном значении $\gamma = 1/\Delta t$ расчетное значение заменяется измеренным; Δt – шаг по времени при интегрировании системы); $\underline{\Phi}$ – измеренное и приведенное к точке расчета значение температуры или солености, которое находится из соотношения, в данном случае, одинаковым образом по пространству и времени:

$$\Phi'' = (1-b)\Phi + b\underline{\Phi},$$

$$b = (R^2 - r^2)/(R^2 + r^2), \quad R \geq r, \quad R_t \geq dt,$$

$$b = 0, \quad R < r, \quad R_t < dt, \quad (6)$$

где R и R_t – радиусы усвоения измеренной информации по пространству и времени; r – расстояние по пространству или времени между расчетным

узлом сетки и ближайшим измерением; b – весовая функция, которая в общем виде не изотропна и зависит от характеристик движения типа f/H и структуры течения (f – параметр Кориолиса, H – глубина); dt – временной интервал между моментом измерения и текущим моментом расчета.

Следующее приближение начального условия получается непосредственно при интегрировании по времени назад и достижении момента времени t_0 .

Рассмотрим, как варьируются граничные условия $g_{i,t}^b$. Здесь принципиально используются два положения: 1) применение условий излучения для нахождения граничных условий первого рода на жидкой границе; 2) факт интегрирования системы уравнений вперед-назад по времени.

Расчет условий первого рода $g_{i,t}^b$ на жидкой границе происходит с привлечением на каждом шаге по времени условий радиационного излучения вида

$$\partial\phi/\partial t + C_f\partial\phi/\partial n = 0, \quad (7)$$

где ϕ – любая из расчетных функций, в эволюции которой доминируют процессы адвективного переноса, описываемые дивергентной схемой (предполагается преобладание гиперболичности в уравнении эволюции); C_f – фазовая скорость распространения возмущений, определяемая по эволюции значений функции вблизи границы внутри области (Orlanski, 1976; Семенов и др., 1992); n – внешняя нормаль к границе области.

При использовании условий излучения (7), когда возмущение стремится покинуть область расчета, полученные при расчете краевые условия являются следствием всей совокупности процессов внутри области и тем самым являются с ними согласованными, в том числе с усвоенными данными измерений. Остаются, тем не менее, точки, где фазовая скорость возмущения направлена внутрь области и где граничные условия должны быть заданы.

Разрешение данной проблемы происходит при смене направления интегрирования системы уравнений, когда меняется знак приращения по времени и, соответственно, знак фазовой скорости возмущения C_f (знак фазовой скорости определяет тип граничной точки). Точки втока становятся в этом случае точками вытока и, в свою очередь, определяются с использованием условия излучения, т.е. являются следствием всей совокупности процессов внутри области и, тем самым, являются с ними согласованными, в том числе и с усвоенными данными измерений. Таким образом, все граничные точки в итоге определяются по условиям излучения, а значит, и по данным измерений. Другими словами, граничные условия находятся по данным измерений, т.е. из решения обратной задачи.

Имеет место важный момент, связанный с вычислением граничных значений. При использовании ньютоновских источников порождаются инерционно-гравитационные волны, которые, унося избыточную геострофически не согласованную энергию, покидают область расчета при

применении условий излучения. Поэтому временной ряд, полученный при использовании условий излучения в точке, содержит значительный эффект инерционно-гравитационных волн, не имеющих физического смысла, которые должны быть отфильтрованы при смене направления интегрирования перед использованием временного ряда граничных условий.

Процесс решения контролируется по эволюции среднеквадратичной ошибки $RMSE$, которая при правильном варьировании g^0 и g^b должна уменьшаться. Принимаются те значения g^0 и g^b , которые минимизируют $RMSE$. Минимум достигается, когда наступает баланс между коррекцией решения за счет усвоения натуральных данных и работой диссипативных слагаемых на каждой итерации. Минимум зависит, в первую очередь, от количества и качества (точности) натуральных данных. После определения g^0 и g^b решается задача:

$$\Phi = L(g^0, g^b) \quad (8)$$

и находится приближенное решение $F(U, P, T, S, \rho)$ во всей области 4-мерного пространства.

Предлагаемый метод тестировался на точных решениях и показал вполне приемлемые результаты (Семенов, Бирюк, 1991, 1992). Данный алгоритм неоднократно использовался при обработке глубоководных термохалинных измерений на полигоне Гольфстрима (1984 г.), Мегаполигоне (1987 г.), полигоне г. Пулковской (1989 г.), на полигоне в Баренцевом море к северо-западу от Новой Земли (1997), на центральном полигоне в Баренцевом море 21 экспедиции НИС «Ак. С. Вавилов» (2005 г.), на динамическом полигоне в Белом море в рейсе НИС «Эколог» (2007 г.).

Конечным этапом решения задачи четырехмерного анализа данных наблюдений является решение начально-краевой задачи (8) на основе полученных приближенных начальных и граничных условий.

На рис. 1 и 2 приведены первые расчеты по изложенному выше алгоритму на основе глубоководных термохалинных измерений, выполненных в ходе эксперимента «Мегаполигон» в 1987 г. в районе Курошио. Представленная на рис. 2 геострофическая функция тока на глубине 4500 м построена по данным термохалинных измерений в слое до глубины 1500 м, т.е. изображенная здесь картина представляет собой экстраполяцию решения за пределы области измерений. Прослеживающееся в поле функции тока противотечение отмечается и по данным прямых измерений скорости. Аналогичное противотечение было ранее получено и для Гольфстрима, но отсутствие прямых измерений скорости не позволило тогда настаивать на наличии противотечения.

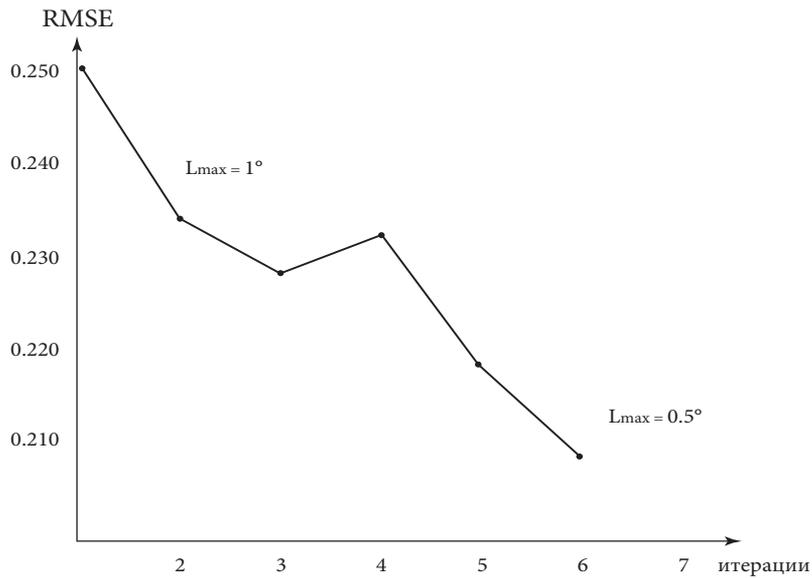


Рис. 1. Эволюция среднеквадратичной ошибки температуры воды $RMSE$ при решении задачи (4). Обработка термохалинных измерений эксперимента «Мегаполигон» в 1987 г. Вертикальная шкала – среднеквадратичная ошибка температуры воды $RMSE$, горизонтальная ось – номер итерации.

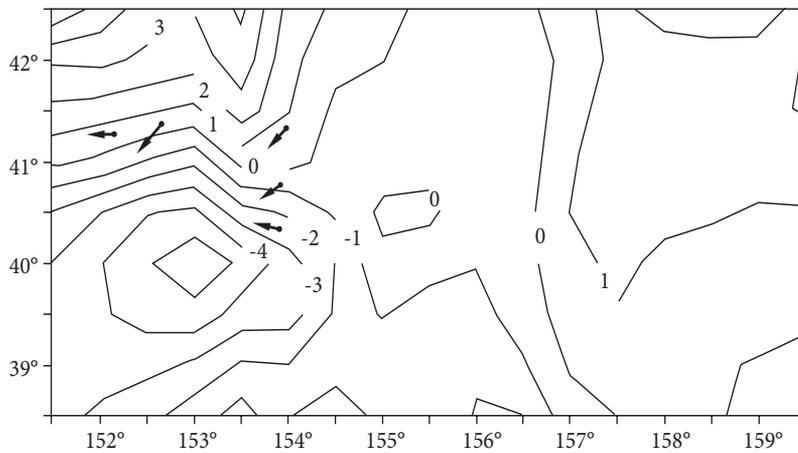


Рис. 2. Поле геострофической функции тока $\psi = p/\rho_0g$ и вектора прямых измерений скорости течения на глубине 4500 м по данным обработки измерений в эксперименте «Мегаполигон» в Тихом океане (1987).

Стационарные задачи обработки термохалинных измерений

Традиционно расчеты стационарной циркуляции вод, основанные на осредненных или просто отнесенных к одному моменту времени данных глубоководных термохалинных измерений, называются *диагностическими*. Сам термин и первые численные диагностические модели были введены в 70-х годах А.С. Саркисяном. По-видимому, не осталось ни одного морского бассейна и даже крупного озера, для которого диагностические расчеты не были выполнены. Роль выполненных расчетов, создавших в итоге основные представления о циркуляции вод конкретных бассейнов, трудно переоценить.

Формулировку задачи диагностических расчетов проще всего получить из общей постановки задачи четырехмерного анализа натуральных данных. Следует различать при этом диагностические расчеты, выполняемые на основе осредненных за достаточно большой период времени данных наблюдений (баз данных), и расчеты, которые выполнялись на основе единичных съемок, когда натурные измерения относились к одному моменту времени.

Выполнение расчетов на основе единичных съемок должно выполняться в общем случае по схеме четырехмерного анализа, например по приведенной выше схеме, а затем полученное нестационарное решение может быть осреднено в необходимых пределах.

Иная ситуация при выполнении диагностических расчетов на основе имеющихся баз данных, где приходилось решать стационарную задачу методом установления. При этом в первых вариантах диагностических расчетов поле плотности не пересчитывалось. Многолетний опыт использования диагностических расчетов на основе баз данных показал, что диагностические расчеты в этом случае имеют ряд недостатков. Имеют место трудности с определением граничных условий на открытой части границы для скоростей и функции уровня. Здесь не станем подробно останавливаться на используемых ранее методах определения граничных условий. Для функции уровня и скоростей ставятся краевые задачи первого, второго рода или смешанные краевые условия. Задача Дирихле, как правило, формулируется на основе динамического метода. При диагностических расчетах могут возникать проблемы с выполнением условий разрешимости в зависимости от принимаемых граничных условий.

Поскольку в диагностических расчетах исходное поле плотности не пересчитывалось, то возникали искусственные циркуляционные системы, являющиеся следствием рассогласования заданного поля плотности с используемой системой уравнений геофизической гидродинамики и внешних параметров, из которых наиболее важным является рельеф дна. Указанные трудности могут быть разрешены путем проведения так называемых адаптационных расчетов.

Стационарное состояние в этом случае оценивается путем решения нестационарной задачи (1), в которой в качестве начальных условий используются значения из баз осредненных данных. Граничные условия при этом остаются, как правило, не меняющимися со временем. Интегрирование выполняется на некоторый период времени, достаточный для согласования информации из базы данных с решаемой системой уравнений. При проведении таких рас-

четов возникали неконтролируемые переходы энергии, связанные и с неточными граничными условиями, что могло приводить к фиктивному перераспределению энергии в системе. Тем не менее, решения, полученные таким образом, часто лучше удовлетворяли имеющимся представлениям.

Однако и в случае использования в качестве исходной информации баз данных для решения стационарных диагностических задач можно предложить воспользоваться постановкой обратной задачи четырехмерного анализа, которая позволяет устранить два основных недостатка уже адаптационных расчетов. Во-первых, недостаток, связанный со стационарными и, вообще говоря, неизвестными граничными условиями при решении нестационарной задачи, во-вторых, снять неопределенность со временем интегрирования системы уравнений геофизической гидродинамики.

Сформулируем физическую постановку задачи, которая отличается от постановки нестационарной задачи четырехмерного анализа. Физическая задача состоит в согласовании всех натуральных данных и параметров задачи между собой через решение системы уравнений геофизической гидродинамики. При этом необходимо отвести избыточную энергию, связанную с несогласованностью полей и входных параметров, а также с отклонением натуральных данных от условий геострофического баланса. Предполагается, что осредненные базы данных содержат эффект процессов, отвечающих квази-геострофическому балансу сил.

Для этого достаточно переформулировать исходную диагностическую задачу в обратную, понимая заданные поля температуры и солёности как некоторое неточно заданное решение в начальный момент времени и рассматривая варьируемые начальные условия уже как искомое решение диагностической задачи. Искомое решение, подлежащее определению, должно удовлетворять системе уравнений геофизической гидродинамики (1) и относиться к моменту времени, для которого определена исходная база данных. Отклонение решения от исходных значений базы данных $g_{0,0}^0$ не должно превышать заданной нормы. Последнее требование достигается заданием величины отклонения $RMSD$ полученного начального условия $g_{i,0}^0$ от начальных значений базы данных. Предлагаемый алгоритм может быть записан следующим образом:

Первый шаг:

$$1. \text{ а) } \Phi_{1,m} = L(g_{0,0}^0, g_{1,t}^b), t = t_0 - t_m, \Delta t > 0.$$

На этом этапе граничные условия первого рода $g_{i,t}^b$ находятся с использованием условия радиационного излучения (7), а начальные условия $g_{0,0}^0$ для температуры и солёности задаются на основе базы данных. Расчет ведется от состояния покоя.

$$\text{б) } \Phi_{2,0} = L^*(g_{1,m}^0, g_{1,t}^b) + \alpha \delta Q_f(g_{0,0}^0, g_{1,0}^0), t = t_0 - t_m, \Delta t < 0.$$

Расчет отклонения $RMSD$ начального условия $g_{0,0}^0$, определяемого базой данных, от расчетного значения $g_{1,0}^0$ при $t = t^0$; $\delta = 1$ при $t = t^0$; $\delta = 0$ в осталь-

ных случаях. Параметр $\alpha = 1$ для уравнений переноса тепла и солей и $\alpha = 0$ в остальных случаях.

Второй шаг:

$$2. \text{ а) } \Phi_{2,m} = L(g_{1,0}^0, g_{2,t}^b), t = t_0 - t_m, \Delta t > 0,$$

$$\text{б) } \Phi_{3,0} = L^*(g_{2,m}^0, g_{2,t}^b) + \alpha \delta Q_f(g_{0,0}^0, g_{2,0}^0), t = t_m - t_0, \Delta t < 0, \text{ и т.д.} \quad (9)$$

В остальном, изложенный выше алгоритм решения стационарной задачи остается неизменным. Критерием достижения оптимального стационарного решения диагностической задачи, т.е. нахождения начального условия, является достижение квазипостоянного при итерировании среднеквадратичного отклонения *RMSD*. Определение нижней грани величины *RMSD* осуществляется путем задания параметра усвоения γ в уравнении (5), который в данном случае задает отклонение решения в начальный момент времени от заданного значения в базе данных. При этом варьируются и граничные условия, а решение диагностической задачи строго относится к моменту времени, для которого создана база данных. Ньютоновские источники при этом включаются только в начальный момент на этапе (а) после определения среднеквадратичного отклонения *RMSD* очередного приближения начального условия (решения диагностической задачи).

Численные эксперименты показали сходимость предложенного итерационного процесса при достижении некоторого минимального значения среднеквадратичного отклонения начального условия от значений базы данных (рис. 3). В данном расчете $\gamma = 0.95(1/\Delta t)$, что означает отклонение решения от значений базы данных в среднем не более 5%. Эволюция величин *RMSD* для температуры и солёности приведена на рис. 3.

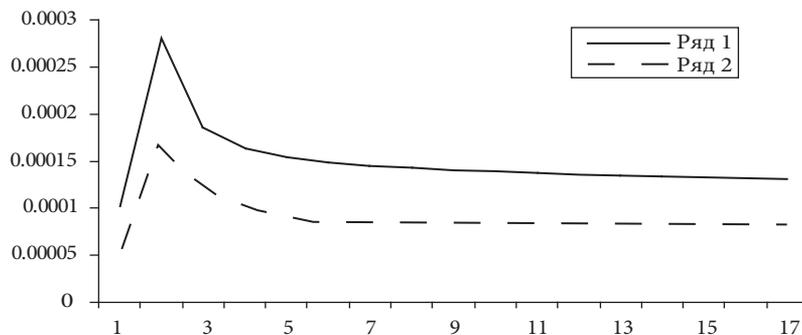


Рис. 3. Эволюция *RMSD* по итерациям (отклонения решения задачи (9) от значений базы данных Левитуса) для температуры (сплошная кривая) и солёности (пунктирная кривая). Шкала слева объединяет числовые значения *RMSD* для температуры ($^{\circ}\text{C}$) и для солёности (промилле). Горизонтальная шкала указывает номер итерации. В расчете принято $\gamma = 0.95(1/\Delta t)$.

Отклонение $RMSD$ зависит, как показывает опыт, от «качества» базы данных, используемой системы уравнений геофизической гидродинамики и настройки параметров усвоения значений из базы данных, в первую очередь, значения γ .

На рис. 4 приведены поля уровенной поверхности Баренцева моря для первой и 17-й итераций. Начальные условия для расчета были получены из решения задачи (9) при отключенных ньютоновских источниках, т.е. при $\alpha = \delta = 0$.

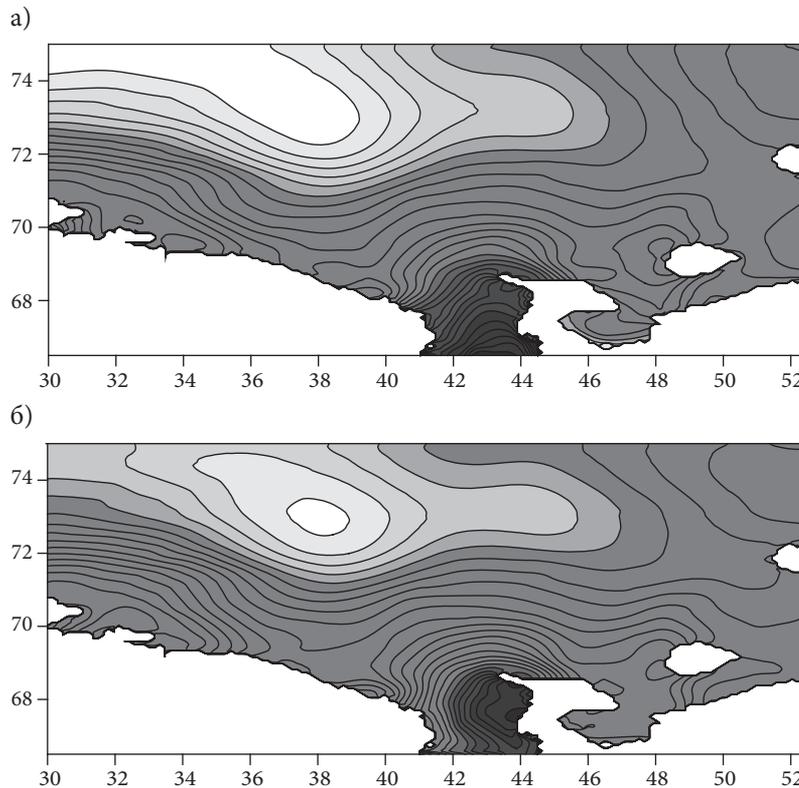


Рис. 4. Поле уровенной поверхности Баренцева моря для первой (а) и 17-й (б) итераций. База данных Левитуса (июнь). Интервал изолиний 0.5 см.

Полезно было бы сравнить результат с традиционным расчетом диагностическим методом, но неопределенность с постановкой граничных условий в случае традиционного расчета умаляет ценность такого сравнения.

Памяти замечательного человека и ученого, П.С. Линейкина, посвящает автор свою работу.

Литература

- Семенов Е.В., Бирюк С.В. Применение метода множителей Лагранжа к задачам усвоение натуральных данных // Известия АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 12. С. 1316–1324.
- Семенов Е.В., Бирюк С.В. Восстановление начального условия для линейного одномерного уравнения переноса тепла градиентным методом / Эксперимент «Мегаполигон». М.: Наука, 1992. С. 363–370.
- Семенов Е.В., Ефимов С.С., Русецкий К.К. Четырехмерный анализ гидрологических наблюдений в эксперименте «Мегаполигон-87» / Эксперимент «Мегаполигон». М.: Наука, 1992. С. 358–367.
- Семенов Е.В., Русецкий К.К. Численная модель для обработки полигонных термохалинных измерений // Известия АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 23. № 3. С. 314–319.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 285 с.
- Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука, Физматлит, 1995. 311 с.
- Le Dimet F., and Talagrand O. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects // Tellus. 1986. 38A. P. 97–110.
- Orlanski J. A simple boundary conditions for unbounded hyperbolic flows // J. Comput. Phys. 1976. V. 21. № 3. P. 251–269.
- Semenov E.V. Ein numerisches Schema der vierdimensionalen Analyse von thermohalinen Feldmessungen im Ozean // Berlin: Beitr. Meereskd. 1989. V. 60. P. 41–52.

METHODS FOR ASSIMILATION OF DEEP OCEAN TEMPERATURE AND SALINITY OBSERVATIONS

E.V. Semyonov

A simple method for assimilating deep ocean temperature and salinity measurements is presented. The method allowing a simple realization is based on a variational formulation and involves a solving of the inverse task. The application of the method to the solution of a stationary and nonstationary tasks is considered. The numerical results are also presented.

ОБ ЭНЕРГООБМЕНЕ И РАЗВИТИИ МОРСКИХ ВОЛН

Г.С. Голицын¹, Ю.И. Троицкая²

¹Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

²Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Дана оценка скорости диссипации энергии ветра в слое постоянного потока импульса в приводном пограничном слое атмосферы, которая в среднем для Мирового океана составляет порядка 1 Вт м^{-2} . На основании анализа автомоделных степенных законов развития ветрового волнения показано, что лишь от 2 до 5% от нее идет на рост энергии волнения. Проведено сравнение с доступными из печати результатами моделирования волнения в Мировом океане за 2007 год (*Kantha et al., 2009*), которые позволяют оценить баланс расхода ветровой мощности: основная часть порядка 80% идет на генерацию турбулентности в приводном слое воздуха, несколько процентов – на рост энергии волнения, оставшаяся часть – на генерацию турбулентности в воде, в основном, путем обрушения волн.

1. Диссипация механической энергии ветра в приводном пограничном слое атмосферы

Изначальным источником энергии для всех процессов в атмосфере Земли и на ее поверхности является излучение Солнца. Поток этой энергии на расстоянии одной астрономической единицы ($1 \text{ а.е} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ м}$) равен приблизительно 1365 Вт м^{-2} . На диск нашей планеты с учетом альбедо $A = 0.3$ приходится мощность $1.2 \cdot 10^{17} \text{ Вт}$. Баланс тепла поддерживается тепловым излучением, уходящим в космическое пространство со всей площади планеты. Средняя его мощность 239 Вт м^{-2} . Движения в атмосфере, находящейся в поле земного тяготения, возникают из-за неравномерности разогрева сферической атмосферы. В статистически стационарном случае скорость генерации ветра в среднем равна ее скорости диссипации. Первая глобальная оценка этой величины была предпринята в 1917 году Х. Свердрупом, который получил 2.55 Вт м^{-2} . (Эту и другие оценки можно найти в книге Э. Лоренца (*Лоренц,*

1970)). Сейчас принята оценка (Oort, 1964) в 2.3 Вт м^{-2} , т.е. около 1% поступающей к нам в среднем мощности солнечной энергии идет на генерацию ветра.

Оценим приток энергии ветра в приводный пограничный слой как работу напряжения трения на верхней границе слоя постоянного потока импульса L . При нейтральной стратификации приводного слоя атмосферы будем полагать $L = 10 \text{ м}$, как это принято в океанологии; в случае стратифицированной атмосферы условимся считать L равным $1/10$ масштаба Мони́на-Обухова (Монин, Яглом, 1965), т.е. $L = 0.1 u_*^3 / b$ ($b = \langle w' \rho' \rangle g / \rho_0$ – кинематический поток плавучести). Тогда этот приток энергии равен

$$q_e = D = \tau U_L = \rho_a u_*^2 U_L = c_{DL} \rho_a U_L^3. \quad (1)$$

Здесь $\tau = \rho_a \langle u' w' \rangle$ – напряжение ветра, равное произведению плотности воздуха на второй момент от флуктуаций горизонтальных и вертикальных компонент скорости ветра; U_L – средняя скорость на высоте L от среднего положения водной поверхности; $c_{DL} = u_*^2 / U_L^2$ – коэффициент аэродинамического сопротивления воздуха. Мощность, оцениваемая (1), тратится на генерацию турбулентности в слоях воздуха и воды, примыкающих к поверхности их раздела, а какая-то часть идет на генерацию энергии волнения. Оценка всех этих частей дается ниже.

Коэффициент сопротивления c_{DL} зависит от скорости ветра на уровне отсчета. Для нейтральной стратификации атмосферы обычно используется следующая эмпирическая зависимость, справедливая для ветров, меньших 25 м с^{-1} , а скорость ветра определяется на условном уровне 10 м (Komen et al., 1994):

$$10^3 c_{D10} = 0.8 + 0.065 U_{10} \times \max(U_{10}, 7.5 \text{ м с}^{-1}). \quad (2)$$

2. Рост энергии ветрового волнения

Для оценки эффективности преобразования ветровой мощности в скорость роста энергии волнения воспользуемся эмпирическими законами роста поверхностных волн или законами разгона. Для описания волн на поверхности воды далее используются следующие основные понятия. Во-первых, это дисперсионное соотношение для волн на глубокой воде, связывающее частоту ω с волновым числом k :

$$\omega^2 = kg, \quad (3)$$

где g – гравитационное ускорение. Фазовая скорость волны

$$c_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} = \left(\frac{g}{k} \right)^{1/2} \quad (4)$$

оказывается вдвое большей групповой скорости

$$c_{gp} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{2}c_\phi = \frac{g}{2\omega} = \frac{1}{2}\left(\frac{g}{k}\right)^{1/2}. \quad (5)$$

Во-вторых, это возраст волнения, определяемый как отношение скорости ветра на стандартной в океанологии высоте 10 м и фазовой скорости c_p основного спектрального пика волнения на частоте ω_p

$$\Omega = \frac{U_{10}}{c_p} = \frac{U_{10}\omega_p}{g}. \quad (6)$$

Параметр возраста волнения убывает из-за уменьшения частоты спектрального пика. Как будет показано ниже и хорошо известно опытным океанографам-волновикам, среднее по Мировому океану значение Ω близко к 1.2, а волнение, в котором $\Omega \approx 0.83 \pm 0.01$, называется насыщенным (*Phillips, 1977*).

В-третьих, это понятие разгона, расстояние x , на котором дует ветер и развивается волнение, например расстояние от подветренного берега. В рассматриваемой системе волн и заданных внешних параметров есть масштабы времени и длины:

$$T_0 = \frac{U_{10}}{g}, \quad (7)$$

$$\Lambda = \frac{U_{10}^2}{g}. \quad (8)$$

В большинстве наблюдательных экспериментах измеряются спектры волнения в зависимости от разгона. «Законы развития» волнения представляют в виде зависимости частоты спектрального пика ω_p и энергии волн E от безразмерного разгона $X = \frac{gx}{U_{10}^2}$:

$$\omega_p = \frac{g}{U_{10}} AX^{-\alpha}, \quad (9)$$

$$E = \frac{\rho_w g}{16} \frac{U_{10}^4}{g^2} BX^\beta, \quad (10)$$

где A и B – эмпирические константы, получаемые вместе со значениями α и β в результате обработки массивов данных наблюдений. Отметим, что безразмерная частота совпадает с параметром возраста волнения $\Omega = AX^{-\alpha}$.

Заметим сразу, что согласно (Komen et al., 1994; Badulin et al., 2007) величины α и β , как и A и B в (9) и (10), зависят от стратификации приводного слоя воздуха. Они меньше, когда вода холоднее воздуха, то есть в условиях устойчивости, чем при неустойчивости, когда вода теплее воздуха и над водной поверхностью возникает конвекция. Величины показателей степени находятся (Komen et al., 1994) в пределах $0.24 \leq \alpha \leq 0.33$ и $0.77 \leq \beta \leq 1.0$. Между показателями степени в двух законах разгона существует приближенное соотношение

$$3\alpha \approx \beta, \quad (11)$$

которое согласуется с «законом 3/2» (Toba, 1972), связывающим законы разгона с существенной высотой волн $h_s = 4\Lambda B^{1/2} X^{\beta/2}$ и частоты спектрального пика ω_p . Детальный учет стратификации как в природных, так и в лабораторных условиях, а также в численных моделях развития волнения – еще мало разработанное направление исследований в современной океанографии.

Заметим, что уменьшение частоты пика волнения с разгоном и со временем является ярким примером обратного каскада. Прямой каскад, как это наблюдается в турбулентности, когда энергия неустойчивости больших масштабов передается ко все меньшим путем дробления вихрей, пока не переходит в тепло под действием вязкости вблизи микромасштаба турбулентности, введенного в 1941 году А.Н. Колмогоровым. В случае развивающегося морского волнения максимум в спектральном распределении его энергии находится вблизи его пика. Соответствующие этому пику период и длина волны со временем растут, то есть энергия передается от мелких масштабов ко все более крупным временным и пространственным масштабам. Энергия на развитие волн черпается от ветра, как и в каком размере будет выясняться ниже. Сброс энергии идет путем обрушения волн.

Для оценок скорости нарастания волн воспользуемся законами разгона. Соотношение между скоростью нарастания волн и потоком энергии, поступающей к волнам, может быть выведено из уравнения переноса для спектра поверхностных волн:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\varepsilon \dot{x}_\alpha) + \frac{\partial}{\partial k_\alpha} (\varepsilon \dot{k}_\alpha) = Q_{nl} + Q_{wind} + Q_{diss}, \quad (12)$$

где ε – спектральная плотность энергии волн; Q_{nl} – «интеграл столкновений», определяющий перенос энергии по спектру волн за счет нелинейных взаимо-

действий; Q_{wind} – поток энергии, поступающей от ветра к данной спектральной гармонике; Q_{diss} – скорость необратимой диссипации данной спектральной гармонике за счет обрушения волн и вязкого трения. Законы разгона (9)–(11) описывают интегральные характеристики стационарного пространственно развивающегося решения уравнения (12), в котором ε зависит от одной координаты x , направленной по ветру:

$$\frac{d}{dx}(\varepsilon c_{gr}) = Q_{nl} + Q_{wind} + Q_{diss}. \quad (13)$$

Вычислим интегральный вклад ветровой накачки и диссипации в скорость нарастания энергии волн:

$$D = \int_0^{\infty} (Q_{wind} + Q_{diss}) d\vec{k}. \quad (14)$$

Вычислим интеграл от уравнения (13) по волновым числам и примем во внимание, что по определению полная энергия волнового поля

$$E = \int_0^{\infty} \varepsilon d\vec{k}.$$

Учтем, что волны на воде имеют узкий спектр, сосредоточенный в области спектрального пика, тогда имеем приближенно

$$\int_0^{\infty} C_{gr} \varepsilon d\vec{k} \approx EC_{gr}(k_p). \quad (15)$$

Тогда окончательно интегрирование (13) дает поток энергии по волнам

$$\Pi = \frac{d}{dx}(EC_{gr}(k_p)).$$

С учетом дисперсионного соотношения (4) легко видеть, что

$$\Pi = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(E \frac{g}{\omega_p} \right).$$

С учетом законов разгона (9)–(11) и выражения для параметра возраста волнения через разгон имеем:

$$\Pi = \rho_w U_{10}^3 \frac{B}{32 A^{(1-\beta)/\alpha}} (\alpha + \beta) \Omega^{(1-\alpha-\beta)/\alpha}. \quad (16)$$

Эта формула принимает очень простой вид для законов разгона волн при нейтральной стратификации приводного слоя атмосферы, когда $\beta = 1$ и $\alpha \approx 1/3$, тогда

$$\Pi = \rho_w U_{10}^3 \frac{B}{24 \Omega}. \quad (17)$$

Сделаем оценки, возьмем согласно (*Badulin et al., 2007; Komen et al., 1994*): $U = 9 \text{ м с}^{-1}$; $\beta = 1$; $\alpha = 1/3$; $B = 1.6 \cdot 10^{-7}$, $\Omega = 1.2$. Тогда получим $dE_M / dt \approx 40 \text{ мВт м}^{-2}$.

Следует заметить, что оценки скорости нарастания волн могут оказаться полезными при определении качества моделей ветровой генерации волн. Действительно, если известны инкременты нарастания гармоник в спектре поверхностных волн $\text{Im} \omega$, то можно найти поток энергии от ветра к волнам:

$$\Pi = \int_0^{\infty} 2 \text{Im} \omega(\vec{k}) \varepsilon(\vec{k}) d\vec{k}. \quad (18)$$

Инкремент поверхностных волн (*Komen et al., 1994*)

$$\text{Im} \omega(\vec{k}) = \frac{1}{2} \frac{u_*^2}{c^2} \beta_1(k, \theta) \omega \cos^2 \theta,$$

где c – фазовая скорость волн; $\beta_1(k, \theta)$ – параметр взаимодействия ветра и волн, зависящий от волнового числа гармоника и направления ее распространения по отношению к ветру θ .

Существует целый ряд теоретических моделей для расчета $\beta_1(k, \theta)$ (*Miles, 1957; Belcher, 1999; Jenkins, 1992; Реутов, Троицкая, 1995*), эта величина измерялась в ряде экспериментов (*Donelan et al., 2006*, и ссылки там), однако эти исследования далеки до завершения, при этом модели прогноза ветрового волнения при задании функции источника используют эмпирическую формулу Планта (*Plant, 1982*), в которой β_1 считается константой с разбросом экспериментальных данных 50%: $\beta_1 = 32 \pm 16$.

Сделаем оценки величины потока энергии от ветра к волнам Π для модели Планта. Важно заметить, что в поток энергии от ветра к волнам большой вклад вносят короткие волны. К настоящему времени предложен целый ряд эмпирических аппроксимаций пространственного спектра ветровых волн, включающих их коротковолновую область, например, (*Donelan et al., 1985; Phillips, 1958; Elfouhaily et al., 1997*). Для оценок мы воспользуемся последним по времени спектром Элfoxейли и др., в котором учтены недочеты формул предшественников:

$$S(\vec{k}) = k^{-3} (B_l(k) + B_h(k)) \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta. \quad (19)$$

Функции B_l и B_h называются длинноволновым и коротковолновым спектрами насыщения соответственно. Длинноволновый спектр насыщения описывается выражениями, предложенными в разделе 11.9 (*Komen et al., 1994*). Волновое число отсечки, задающее верхнюю границу энергонесущего интервала, $k_0 = 3k_p$, как в модели WAM (*Komen et al., 1994*). Для коротковолновой части спектра насыщения использовалась формула, предложенная в (*Elfouhaily et al., 1997*):

$$B_h = \frac{10^{-2}}{2} \left(1 + 3 \ln \frac{u_*}{c} \right) \frac{u_*}{c} e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{k}{k_m} - 1 \right)^2}; \quad k_m = \frac{2g}{(23 \text{ cm/s})^2}.$$

Подстановка спектра (19) в (18) дает

$$\Pi = \frac{3}{4} \rho_a u_*^2 g \int_0^\infty k^{-3} (B_l(k) + B_h(k)) \omega \beta(k) dk. \quad (20)$$

Для эмпирической формулы Планта из (20) расчет дает следующую оценку: $\Pi = 75 \pm 38 \text{ мВт м}^{-2}$, которая превышает оценку по закону разгона примерно вдвое.

Меньшее значение Π получается при использовании параметра взаимодействия ветра и волн $\beta(k)$, рассчитанного в рамках полуэмпирической квазилинейной модели атмосферного пограничного слоя над взволнованной поверхностью воды (*Реутов, Троицкая, 1995*). В этом случае рассчитанная зависимость $\beta(k)$ показана на рис. 1 для скорости ветра 8 м с^{-1} и параметра возраста волнения $\Omega = 1.2$, нейтральной стратификации и спектра (19). При этом рассчитанное значение $\Pi = 35 \text{ мВт м}^{-2}$.

Надо заметить, что экспериментальная точность в определении параметров спектра волнения может отличаться у разных авторов на порядок.

Исходя из этого можно заключить, что оценка потока энергии от ветра к волнам по спектру волн согласуется с теоретическими и экспериментальными оценками инкремента волн в пределах экспериментальной погрешности. Однако аппроксимация Планта дает завышенные значения инкремента волн. Следует заметить, что это отличие, возможно, связано с тем, что формула (20) задает только поток энергии от ветра к волнам и не учитывает диссипации волн. Наблюдаемое расхождение двух оценок можно объяснить, если допустить, что скорости генерации волн и их необратимой диссипации одного порядка, тогда суммарный эффект может быть существенно меньше каждого из слагаемых.

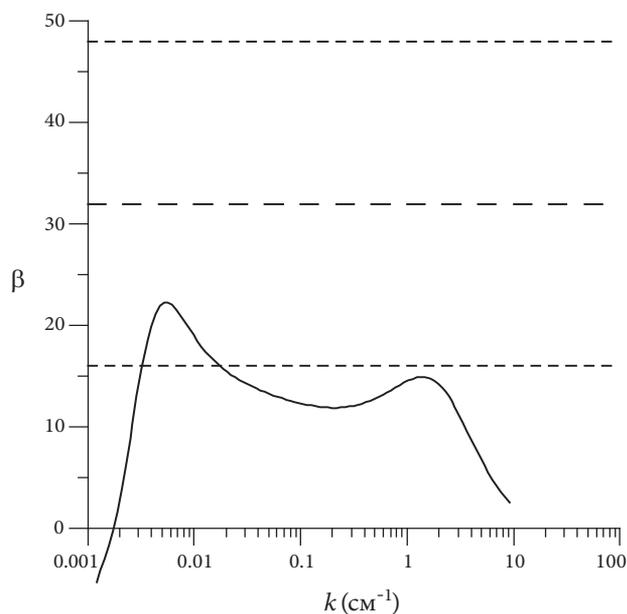


Рис. 1. Параметр взаимодействия ветра и волн. Сплошная линия – расчет в рамках модели (Реутов, Троицкая, 1995) для $U_{10} = 8 \text{ м с}^{-1}$, $\Omega = 1.2$; штриховые линии – формула Планта (Plant, 1982).

3. О балансе энергии ветра и волн

Эффективность преобразования энергии волн можно характеризовать параметром:

$$\eta = \frac{\Pi}{D} = \frac{\rho_w}{\rho_a c_{D10}} \frac{U_{10}^3}{U_{10}^3} \frac{B}{32A^{(1-\beta)/\alpha}} (\alpha + \beta) \Omega^{(1-\alpha-\beta)/\alpha}. \quad (21)$$

Для нейтральной стратификации при $\alpha = 1/3$, $\beta = 1$

$$\eta = \frac{\Pi}{D} = \frac{\rho_w B}{24 \rho_a c_{DL} \Omega}. \quad (22)$$

Оценим значения η для средней скорости $U_{10} = 8 \text{ м с}^{-1}$, когда $A_1 = 2\pi \cdot 3.55 = 7.1\pi$ (см. *Badulin et al., 2007*); $B = 1.6 \cdot 10^{-7}$; $\Omega = 1.2$ и $c_D = 1.3 \cdot 10^{-3}$. Тогда к.п.д. $\eta \approx 3\%$. При ветре $U_{10} = 30 \text{ м с}^{-1}$, когда $c_{D10} = 2.5 \cdot 10^{-3}$, формула (22) дает $\eta = 1.5\%$. В условиях сильной устойчивости при ветре 8 м с^{-1} получим $\eta = 1.9\%$. Впрочем, это все только оценки, особенно при устойчивой стратификации, когда необходимы более длительные и тщательные измерения, особенно конкретизация температурной стратификации приводного слоя воздуха. Цифра в 3–4% содержится также и в работе Донелана (*Donelan, 1998*).

Такая низкая эффективность преобразования энергии ветра в волны связана с тем, что энергообмен между ветром и волнами происходит в тонком приповерхностном слое воздуха, который имеет ничтожную толщину по сравнению с толщиной атмосферного пограничного слоя. Действительно, рассмотрим рис. 2, на котором показан рассчитанный в рамках модели (*Реутов, Троицкая, 1995*) профиль нормированного касательного турбулентного напряжения для $U_{10} = 8 \text{ м с}^{-1}$, $\Omega = 1.2$, выражение, для которого следует из условия сохранения в пограничном слое полного потока импульса (турбулентного T_{turb} и волнового T_{wave}):

$$T_{turb} + T_{wave} = u_*^2.$$

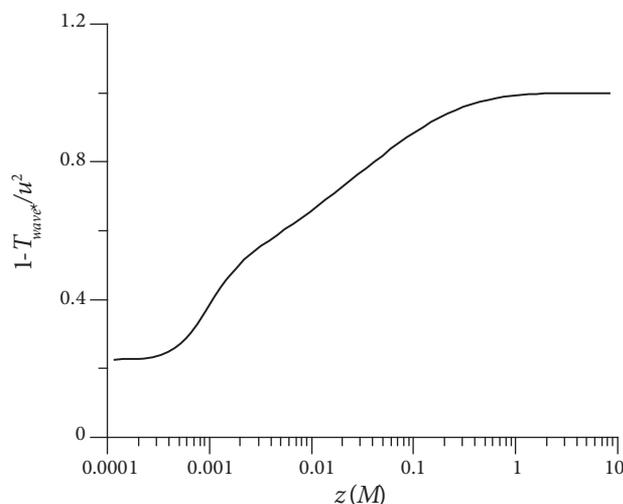


Рис. 2. Нормированный поток импульса, рассчитанный в рамках модели (*Реутов, Троицкая, 1995*), $U_{10} = 8 \text{ м с}^{-1}$, $\Omega = 1.2$.

Видно, что T_{turb} отличается от постоянного значения u_*^2 лишь в приповерхностном слое толщиной около 30 см. Именно в этом слое, толщина которого составляет примерно 3% от 10-метрового пограничного слоя, и происходит передача энергии от ветра к волнам.

Нам надо оценить теперь мощность, поступающую к приводному слою толщиной 10 м согласно формуле (19). Для этого нужна средняя по времени и пространству величина $G = D = c_D \rho U_{10}^3$, необходимо знать распределение вероятностей для приводной скорости ветра. Оно было оценено в работе (Monahan, 2006), где найдено, что это распределение Вейбулла. В работе (Голицын, 2010) был проведен анализ этих результатов и обнаружено, что, если среднее значение $U(z=10 \text{ м})$ близко к 8 м с^{-1} в глобальном и сезонном осреднении, то наиболее вероятное значение $\langle U^3 \rangle^{1/3}$ близко к 9 м с^{-1} . Согласно (2), при этом $c_D = 1.38 \cdot 10^{-3}$. Среднее по глобусу значение температуры $T = 15^\circ\text{C} = 288 \text{ К}$. Тогда средняя плотность воздуха $\rho_a = 1.23 \text{ кг м}^{-3}$, и мы получаем $G = D \cong 1.2 \text{ Вт м}^{-2}$, а при $U = 8 \text{ м с}^{-1}$ получим $G = 0.87 \text{ Вт м}^{-2}$. Ввиду некоторого произвола в нахождении средней скорости и ее третьего момента можно сказать, что величина мощности, поступающей к нижнему слою атмосферы, в среднем порядка 1 Вт м^{-2} . Выше мы уже оценили, что порядка 2–5% мощности, поступающей к приводному слою воздуха, идет непосредственно на скорость роста волн, что составляет порядка 50 мВт м^{-2} .

Как расходуются остальные 95% поступающей к приводному слою ветровой мощности, нам помогли оценить результаты работы (Kantha et al., 2009). В этой работе приведены средние за 2007 год энергия волн и ее диссипации для всего Мирового океана по данным оперативной модели прогноза ветрового волнения Военно-морского флота США. Приведены следующие глобальные оценки: энергия ветра, передаваемая волнам, равнялась $70 \text{ ТВт} = 7 \cdot 10^{13} \text{ Вт}$, энергия волнового поля была в среднем равна $1.7 \text{ ЕДж} = 1.7 \cdot 10^{18} \text{ Дж}$, причем больше в Южном полушарии (где площадь океанов больше), чем в Северном, и больше зимой, чем летом. Эта энергия менялась с сезоном от $0.9 \cdot 10^{18}$ до $2.1 \cdot 10^{18} \text{ Дж}$.

Площадь Мирового океана $3.5 \cdot 10^8 \text{ км}^2$. На единицу его площади приходит от ветра $0.2 \text{ Вт м}^{-2} = 200 \text{ мВт м}^{-2}$, что составляет 20% от нашей оценки в 1 Вт м^{-2} , приходящей к слою ниже 10 м от поверхности раздела. Поэтому порядка 0.8 Вт м^{-2} должны тратиться на генерацию турбулентности в приводном слое воздуха. При этом скорость диссипации на единицу массы кинетической энергии турбулентности в этом слое толщиной 10 м должна оцениваться цифрой в $0.065 \text{ м}^2 \text{ с}^{-3}$. Как было оценено выше, порядка 50 мВт идет на прямой рост энергии волн, несмотря на их обрушение в процессе этого роста. Обрушение – главный источник турбулентности в слое воды, примыкающем к поверхности раздела снизу. На ее генерацию идет порядка 150 мВт м^{-2} . Другой механизм генерации – неустойчивость вертикального

профиля дрейфового течения, возбуждаемого ветром и волнами. По оценкам (Kantha et al., 2009) на него глобально тратится 2.5 ТВт, т.е. 1/28 часть поступающей ветровой мощности 70 ТВт. Примерно такая же часть энергии ветровых волн Мирового океана диссипирует в зоне прилива.

Оценка полной энергии волн в Мировом океане позволяет вычислить их среднюю высоту. При $\alpha = 1/3$ и $\beta = 1.0$ она оказывается равной 2.73 м с сезонными изменениями от 2.05 до 3.0 м. Их возраст при этом $\Omega = 1.17 \approx 1.2$. Полученные здесь аналитические формулы позволяют оценивать основные параметры волнения в их пространственной и/или временной эволюции.

Литература

- Голицын Г.С. Энергетический цикл морских ветровых волн // ДАН. – 2009. – Т. 428. № 2. С. 686–690.
- Голицын Г.С. Энергетический цикл ветровых волн на поверхности океана и законы разгона // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 1. С. 3–11.
- Китайгородский С.А. Применение теории подобия к анализу генерации ветровых волн, как случайному процессу // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1962. № 1. С. 73–82.
- Лоренц Э. Природа и теория общей циркуляции атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1970. 240 с.
- Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. М.: Физматгиз, 1965. Т. 1. 640 с., 2-е изд. Л.: Гидрометеиздат, 1992. 696 с.
- Реутов В.П., Троицкая Ю.И. О нелинейных эффектах при взаимодействии волн на воде с турбулентным ветром // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1995. Т. 31. № 6. С. 825–834.
- Троицкая Ю.И., Рыбушкина Г.В. Квазилинейная модель взаимодействия поверхностных волн с сильными ураганскими ветрами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 5. С. 621–646.
- Badulin S.I., Babanin A.V., Zakharov V.E., and Resio D. Weakly turbulent laws of wind-wave growth // J. Fluid Mech. 2007. V. 591. P. 339–378.
- Belcher S.E. Wave growth by non-separated sheltering // Eur. J. Mech. 1999. V. 3B. P. 447–462.
- Donelan M.A. Air-water exchange processes. In: Imberger J. (Ed.) Physical Processes in Lakes and Oceans. Vol. 54. Coastal and Estuarine Studies. AGU. 1998. P. 19–36.
- Donelan M.A., Babanin A.V., Young I.R., Banner M.L., and McCormick C. Wave follower field measurements of the wind input spectral function. Part II: Parameterization of the wind input // J. Phys. Oceanogr. 2006. V. 36. P. 1672–1689.
- Donelan M., Hamilton J., and Hui W.H. Directional spectra of wind generated waves // Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A. 1985. V. 315. P. 509–562.
- Elfouhaily T.B., Chapron B., Katsaros K., and Vandemark D. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves // J. Geophys. Res. 1997. V. 107. P. 15781–15796.
- Hasselmann K. On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part I: general theory // J. Fluid Mech. 1962. V. 12. No. 3. P. 481–509.
- Jenkins A.D. Quasi-linear eddy-viscosity model for the flux of energy and momentum to wind waves using conservation-law equations in a curvilinear coordinate system // J. Phys. Oceanogr. 1992. V. 22. P. 843–858.
- Kantha L., Withmann P., Sclavo M., and Carniel S. A preliminary estimate of the Stokes dissipation of

- the wave energy in the global ocean // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36. P. L02605.
- Komen G.J., Cavaleri L., Donelan M., Hasselmann K., Hasselmann S., and Janssen P.A.E.M.* Dynamics and Modeling of Ocean Waves. Cambridge Univ. Press, 1994. 532 p.
- Miles J.W.* On the generation of surface waves by shear flows // *J. Fluid Mech.* 1957. V. 3. No. 2. P. 185–204.
- Monohan A.H.* The probability distribution of sea surface wind speeds. Part I. Theory and sea winds observations // *J. Climate.* 2006. V. 19. No. 3. P. 497–520.
- Oort A.* On estimate of the atmospheric energy cycle // *Mon. Wea. Rev.* 1964. V. 92. No. 4. P. 483–499.
- Phillips O.M.* On the generation of waves by turbulent wind // *J. Fluid Mech.* 1957. V. 2. No. 3. P. 417–445.
- Phillips O.M.* The equilibrium range in the spectrum of wind generated water waves // *J. Fluid Mech.* 1958. V. 4. P. 426–434.
- Phillips O.M.* The Dynamics of the Upper Ocean. Cambridge Univ. Press. 2-nd ed., 1977.
- Plant W. J.* A relationship between wind stress and wave slope // *J. Geophys. Res.*, 1982, V. 87. P. 1961–1967.
- Toba Y.* Local balance in the air-sea boundary process. 3. On the spectrum of wind waves // *J. Oceanogr. Soc. Japan.* 1972. V. 29. P. 209–220.

DEVELOPMENT OF SEA WAVES AND THEIR ENERGY CYCLE

G.S. Golitsyn, Yu.I. Troitskaya

An estimate is presented for the wind energy dissipation rate in the lower 10 m air layer. Its mean value for the World Ocean is of order 1 W m^{-2} . It is shown basing on analysis of self-similar power fetch laws, that only 2 to 5 per cent depending on the wind speed comes to the direct increase of the wave energy. Comparing the estimates with the available results of the wave modeling for the World Ocean for 2007 allows one to estimate the main fractions of the wind energy spending: of the order of 80 per cent comes to the turbulence generation in the near-water air layer, few percent comes to the increase of the wave energy, and the rest is spent on the turbulence generation in water, mainly by the wave breaking.

ПРИМЕНЕНИЕ РЯДОВ ФУРЬЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В СФЕРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

А.В. Фролов¹, В.И. Цветков²

¹ Росгидромет, Москва

² Гидрометцентр России, Москва

Рассмотрен алгоритм построения двумерных рядов Фурье в сферической системе координат по полному набору ортогональных ультрасферических многочленов, частными случаями которых являются многочлены Лежандра, многочлены Чебышева первого и второго рода. Предложенные ряды равномерно сходятся во всех точках сферы, включая полюса. В отличие от традиционных спектральных разложений на сфере, они содержат в явном виде дополнительные слагаемые, которые характеризуют нечетную составляющую искомой аналитической функции относительно полюсов. Показано, что в малой окрестности полюсов («полярных шапках») разложение упрощается за счет близости к нулю слагаемых ряда Фурье, ответственных за аппроксимацию нечетных относительно полюсов составляющих функций.

В обширном научном наследии профессора П.С. Линейкина несомненно центральное место занимают работы по теории морских течений. Он является автором теории главного океанического термоклина. Им были получены основополагающие результаты, позволившие рассчитать толщину и особенности вертикальной структуры бароклинного слоя океана, оценить вклад различных физических механизмов в формирование, поддержание и эволюцию этого слоя, сделать вывод о компенсационной природе западных пограничных течений, открыть механизм нелокальной реакции стратифицированного океана на сезонные колебания потоков тепла и импульса на его свободной поверхности. Итоги его многолетнего плодотворного труда подведены в монографии (*Линейкин, Мадерич, 1982*).

Следует отметить, что важную роль в теории главного термоклина играет совместный эффект сферичности и вращения Земли. Этот эффект, с одной стороны, создает дивергенцию крупномасштабных течений, которая необ-

ходима для поддержания главного термоклина, и, с другой, при наличии вынуждающей силы в виде сезонного воздействия атмосферы порождает класс дивергентных планетарных волн в стратифицированном океане, формирующих его долгопериодную изменчивость (Линейкин, Мадерич, 1982). Планетарные волны указанного типа недостаточно хорошо изучены до настоящего времени, несмотря на значительную роль, которую они, вероятно, могут оказывать на короткопериодные колебания климата.

Для того чтобы избежать математических трудностей, профессор П.С. Линейкин учитывал эффекты сферичности Земли в приближении бета-плоскости, на которой параметр Кориолиса считается постоянным. В сферической системе координат из-за пересечения меридианов в полюсах появляются особые точки, в которых векторные функции и нечетные производные скалярных функций терпят разрыв. Их существование не позволяет построить равномерно сходящиеся ряды на всей сфере, включая полюса. В связи с этим возникает проблема при интерполировании, дифференцировании и интегрировании функций, заданных на сфере, и проблема нелинейной вычислительной неустойчивости при решении прикладных задач по начальным данным.

В работах (Фролов, Цветков, 2004; Фролов, Цветков, 2006) приведен способ построения интерполяционных двойных рядов Фурье по ультрасферическим многочленам, которые могут быть применены для решения задач в сферической геометрии.

Пусть задана полная система ортогональных многочленов Якоби $\{P_n^{(\alpha, \beta)}(x)\}$ степени n :

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \mu_n^{(\alpha, \beta)} x^n + \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

ортогональных на отрезке $[-1, 1]$ с весовой функцией $h(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta$ такой, что $\int_{-1}^1 h(x) dx > 0$. Интегрируемость $h(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ обеспечивается условиями $\alpha > -1, \beta > -1$.

При $\alpha = \beta$ многочлены Якоби называются *ультрасферическими многочленами*. Простейшими ультрасферическими многочленами являются многочлены Лежандра

$$\alpha = \beta = 0; \quad P_n^{(0, 0)}(x) \equiv P_n(x), \quad (2)$$

многочлены Чебышева 1 рода

$$\alpha = \beta = -\frac{1}{2}; \quad P_n^{\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)}(x) = \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots 2n} T_n(x), \quad P_0^{\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)}(x) = 1, \quad (3)$$

многочлены Чебышева 2 рода

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2}; P_n^{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}(x) = 2 \frac{1 \cdot 3 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n+2)} U_n(x), P_0^{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}(x) = 0. \quad (4)$$

Рассмотрим этот алгоритм более подробно. Известно (Szegő, 1962), что все ультрасферические многочлены в сферической системе координат представляются через комбинации многочленов Чебышева первого рода.

Введем новую переменную $x = \cos \theta$: $x \in [-1, 1]$, $\theta \in [0, \pi]$. Заменой $x = \cos \theta$ весовая функция для всех α становится тригонометрическим многочленом. При этом ультрасферический многочлен $P_n^{(\alpha, \alpha)}(\cos \theta)$ становится четной функцией по θ и может быть представлен в виде конечного косинус-многочлена (ряда по многочленам Чебышева 1 рода) на отрезке $[0, \pi]$. Следовательно, если непрерывная функция $f(x)$ задана аналитически на отрезке $x \in [-1, 1]$ и ее модуль непрерывности удовлетворяет необходимым условиям сходимости, то ее разложение по ультрасферическим многочленам есть четная функция по переменной θ на отрезке $[0, 2\pi]$ (рис. 1).

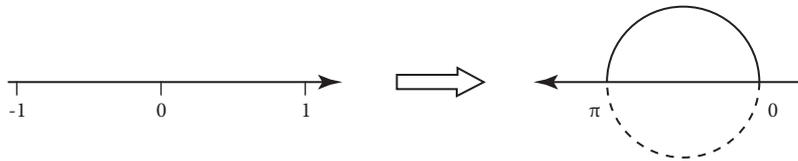


Рис. 1. Изменение области определения ультрасферических многочленов при замене переменной $x = \cos \theta$.

Причем, поскольку на отрезке $[-1, 1]$ ряд по многочленам Чебышева 1 рода сходится во всех точках, включая концы, то этими же свойствами будет обладать ряд по тригонометрическим многочленам. Его можно записать в виде

$$f(\cos \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n^{(\alpha, \alpha)}(\cos \theta), \theta \in [0, \pi],$$

$$a_n = \int_0^{\pi} (\sin^2 \theta)^{\alpha+1/2} f(\cos \theta) P_n^{(\alpha, \alpha)}(\cos \theta) d\theta. \quad (5)$$

Однако на отрезке $[0, \pi]$ заведомо могут существовать также нечетные 2π -периодические функции, например функция $\sin \theta$. Возникает вопрос, как их разложить в ряд Фурье на этом отрезке. Конечно, формально любая функция $g(\theta)$, интегрируемая в пределах от 0 до π , может быть представлена на этом отрезке посредством ряда (5) без какого бы то ни было заранее вводимого предположения о ее четности, нечетности, периодичности и вообще определенности где-нибудь вне этого интервала. Но в этом случае не будет даже гарантии сходимости разложения типа (5), поскольку свойства ряда Фурье будут полностью зависеть от вида функции $g(\theta)$. В этом состоит проблема разложения на отрезке $[0, \pi]$ произвольных аналитических функций по ультраферическим многочленам.

Новый подход к решению этой проблемы изложен в работах (Фролов, Цветков, 2004, 2006, 2009). С учетом замены переменной $x = \cos \theta$ многочлены Чебышева 2 рода можно записать в виде:

$$U_n(\cos \theta) = \frac{\sin[(n+1)\theta]}{\sin \theta}, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$h(\cos \theta) = \sin \theta. \quad (6)$$

Отметим тот факт, что нечетная функция $\sin(n+1)\theta$ преобразуется в четную функцию $U_n(\cos \theta)$ делением на $\sin \theta$.

Рассмотрим вспомогательную функцию $F(\theta) = \sin \theta \cdot f(\cos \theta)$. Функция $F(\theta)$ удовлетворяет необходимым условиям непрерывности, поэтому, учитывая нечетность этой функции, имеем сходящееся разложение

$$F(\theta) = \sin \theta \cdot f(\cos \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta,$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta \cdot f(\cos \theta) \cdot \sin n\theta \cdot d\theta, \quad n = 1, 2, \dots$$

Далее находим

$$f(\cos \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}. \quad (7)$$

Условия сходимости рядов Фурье по многочленам Чебышева 2 рода во внутренних точках сегмента ортогональности аналогичны условиям сходи-

мости для тригонометрических рядов Фурье. Сходимость в концевых точках имеет место при дополнительных ограничениях на разлагаемую функцию (Фролов, Цветков, 2004, 2006, 2009).

Рассмотрим теперь произвольную, аналитически заданную функцию $g(\theta)$ на интервале $[0, \pi]$. Представим ее в виде суммы двух функций

$$g(\theta) = g^+(\theta) + g^-(\theta), \tag{8}$$

где $g^+(\theta) = \frac{g(\theta) + g(\pi - \theta)}{2}$ – четная функция; $g^-(\theta) = \frac{g(\theta) - g(\pi - \theta)}{2}$ – нечетная функция на интервале $[0, 2\pi]$. Четную функцию $g^+(\theta)$ можно разложить по ультрасферическим многочленам

$$g^+(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n^{(\alpha, \alpha)}(\cos \theta),$$

$$a_n = \int_0^{\pi} (\sin^2 \theta)^{\alpha + 1/2} g^+(\theta) P_n^{(\alpha, \alpha)}(\cos \theta) d\theta. \tag{9}$$

Рассмотрим нечетную функцию $g^-(\theta)$. Эта функция является линейной комбинацией $\sin(j\theta)$, $j=1, 2, \dots$. Введем в рассмотрение вспомогательную четную функцию

$$G^+(\theta) = \frac{g^-(\theta)}{\sin \theta}. \tag{10}$$

Функция $G^+(\theta)$, таким образом, является линейной комбинацией многочленов Чебышева 2 рода $\frac{\sin(j\theta)}{\sin \theta}$, $j=1, 2, \dots$. Она удовлетворяет необходимым условиям непрерывности, и, следовательно, имеет место сходящееся разложение:

$$G^+(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n P_n^{(\alpha, \alpha)}(\cos \theta),$$

$$b_n = \int_0^\pi (\sin^2 \theta)^{\alpha+1/2} G^+(\theta) P_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos \theta) d\theta. \quad (11)$$

В итоге, с учетом (9)–(11) получаем сходящееся разложение по ультрасферическим многочленам функции $g(\theta)$:

$$g(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n P_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos \theta) + \sin \theta \cdot b_n P_n^{(\alpha,\alpha)}(\cos \theta)). \quad (12)$$

Отметим тот факт, что при нахождении коэффициентов разложения четных $g^+(\theta)$ и нечетных $g^-(\theta)$ составляющих функции $g(\theta)$ могут использоваться различные типы ультрасферических многочленов. Например, многочлены Чебышева 1 рода для $g^+(\theta)$ и Чебышева 2 рода для $g^-(\theta)$. В этом случае получаем стандартное разложение функции $g(\theta)$ по тригонометрическим функциям:

$$g(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta. \quad (13)$$

На практике приходится иметь дело с таблично заданными функциями. В работах (Фролов, Цветков, 2004, 2006) предложен алгоритм построения интерполяционных рядов Фурье типа (13) для таблично заданных функций, удовлетворяющих условиям непрерывности на сфере. В работе (Фролов, Цветков, 2004) доказана теорема о том, что непрерывную, 2π -периодическую функцию $f^*(x)$, заданную в точках

$$0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < x_{n+1} < x_N < 2\pi, \quad N = 2n, \quad x_{N-k+1} + x_k = 2\pi, \quad (k = 1, \dots, n)$$

можно равномерно и сколь угодно точно приблизить при помощи тригонометрического многочлена

$$f^*(x) \cong F_n(x) = \sum_{k=1}^n (a_{k-1} \cos(k-1)x + b_k \sin kx),$$

где

$$a_{k-1} = \sum_{i=1}^n A_{i,k}^{(-1/2,-1/2)} \frac{f^*(x_i) + f^*(x_{N-i+1})}{2},$$

$$b_k = \sum_{i=1}^n A_{i,k}^{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})} \frac{f^*(x_i) - f^*(x_{N-i+1})}{2 \sin(x_i)},$$

$$A_{i,k}^{(\alpha, \beta)} = \sum_{j=1}^N C_j^{(\alpha, \beta)} \frac{\omega(\xi_j^{(\alpha, \beta)})}{(\xi_j^{(\alpha, \beta)} - x_k) \omega'(x_k)} P_i^{(\alpha, \beta)}(\xi_j^{(\alpha, \beta)}), \quad i = 0, \dots, N-1, \quad k = 1, \dots, N,$$

$\omega_k(x) = \frac{\omega(x)}{(x - x_k) \omega'(x_k)}$, $\xi_j^{(\alpha, \beta)}$ ($j = 1, \dots, N$) – действительные корни ортогонального многочлена $P_N^{(\alpha, \beta)}(x)$.

Следовательно, равномерное приближение функций тригонометрическими многочленами на отрезке $[0, 2\pi]$ существует для произвольных сеток, что позволяет построить двойные сходящиеся ряды Фурье на сфере.

При решении уравнений гидротермодинамики, записанных в сферических координатах на сфере, традиционно в качестве базиса используются сферические гармоники, являющиеся собственными функциями сферического оператора Лапласа. Как показано в работе (Sege, 1962), сферические функции однозначно выражаются через многочлены Чебышева 1 рода, и не представляет труда построить ряды типа (13) и по присоединенным многочленам Лежандра.

В качестве примера проведен численный эксперимент по разложению в двойной ряд Фурье орографии земной поверхности (высоты поверхности Земли над уровнем моря). Максимальная абсолютная ошибка при восстановлении орографии по двойному ряду Фурье не превышала 10^{-8} метров.

Литература

- Линейкин П.С. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеоиздат, 1957. 139 с.
- Линейкин П.С., Мадерич В.С. Теория океанического термоклина. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 271 с.
- Сеге Г. Ортогональные многочлены. М.: Физматгиз, 1962. 128 с.
- Фролов А.В., Цветков В.И. О гармоническом анализе действительных функций на сфере // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2004. Т. 44. № 11. С. 1964–1971.
- Фролов А.В., Цветков В.И. О равномерном приближении геофизических полей на сфере тригонометрическими многочленами // Докл. РАН. 2006. Т. 408. № 4. С. 1–4.
- Фролов А.В., Цветков В.И. О разложении аналитических функций по ультрасферическим многочленам на сфере // Метеорология и гидрология. 2009. № 9. С. 5–13.

USE OF FOURIER SERIES IN THE SPHERICAL GEOMETRY PROBLEMS

A.V. Frolov, V.I. Tsvetkov

We consider an algorithm for construction of two-dimensional Fourier series in spherical coordinates using a complete set of orthogonal ultraspherical polynomials, whose special cases are the Legendre and Chebyshev polynomials of the first and second kinds. The series obtained with the new algorithm uniformly converge in all points of the sphere, including the poles. In contrast to traditional spectral expansions on a sphere, the series explicitly include some additional terms, characterizing an odd (with respect to poles) component of the desired analytical function. It is shown that in a small vicinity of the poles (in 'polar caps') the expansion becomes simpler because the Fourier terms, responsible for the approximation of the odd (with respect to poles) components of the functions, tend to zero in this region.

К ЧИСЛЕННОМУ ПРОГНОЗУ КЛИМАТА СРЕДНИХ И ВЫСОКИХ ШИРОТ НА СЕЗОННОМ И ДЕСЯТИЛЕТНЕМ МАСШТАБАХ ВРЕМЕНИ

В.Э. Рябинин

Секретариат Всемирной метеорологической организации, Женева, Швейцария

В статье, имеющей обзорный характер, обсуждается круг вопросов, связанных с разрабатываемыми в настоящее время методами численного прогноза климата. Основной вывод состоит в том, что прогнозы климата на десятилетия вперед осуществимы, но решение этой задачи исключительно сложно технически. Важнейшие задачи исследований состоят в усовершенствовании моделей циркуляции океана, как компонентов климатической прогностической системы, и снижении их систематических ошибок, а также разработке способов задания начальных условий для модели океана с использованием данных современных систем наблюдений. Исследования динамики аномалий в главном океанском термодомине, проводившиеся в работах представителей школы П.С. Линейкина в 1970-х и 1980-х годах, а также их основные выводы могут оказаться весьма актуальными для развития методов климатических прогнозов на сезоны и десятилетия.

Введение

В данной статье предпринимается попытка рассмотреть перспективные направления исследований по развитию долгосрочных прогнозов на сроки от сезона до десятилетий.

Под сезонными прогнозами подразумеваются вероятностные оценки будущего состояния атмосферных переменных, осредненные по месяцам и сезонам, а также пространственно, и выраженные в терминах аномалий переменных, то есть их ожидаемых отклонений от климатического значения. Оценки основных переменных, например средней температуры воздуха у поверхности земли и суммы осадков, могут впоследствии быть использованы для прогностической оценки производных величин, таких как вероятность волн тепла или особо холодных эпизодов, засух или избыточного увлажнения и так далее. Под прогнозами на десятилетия в настоящее время

подразумеваются оценки средних многолетних климатических переменных, чаще всего также осредненных пространственно – глобально или для крупных регионов.

Осредненные за несколько лет или десятилетий аномалии температуры воздуха у поверхности суши и осадков возникают в результате естественной изменчивости климатической системы. Глобальный фон температур меняется также за счет глобального потепления, но при современных концентрациях парниковых газов и аэрозолей глобальные аномалии температуры изменяются за счет этого фактора от года к году в пределах десятых долей градуса. В отличие от глобальных, региональные климатические аномалии температуры могут развиваться более быстро и достигать величины порядка нескольких градусов. Региональные аномалии осадков также бывают весьма значительными (*Schneider et al., 2008*), в то время как глобальный тренд осадков в целом незначителен. Среди известных прошлых климатических аномалий десятилетнего масштаба времени можно назвать драматические аномалии осадков в средних широтах и субтропиках, такие как засухи в Бразилии, Сахели в 1970-х и 1980-х годах, США (например, способствовавшая экологической катастрофе "Dust Bowl" в 1930-х годах), наводнения в Египте, Восточной Европе, Индии, Италии, Китае, потепление в Арктике в 1940-х годах, аномалии активности тропических циклонов, а также региональная аномалия осадков в Бассейне Волги, приведшая к неожиданному и исключительно резкому повышению уровня Каспийского моря на два с половиной метра с 1977 г. до середины 1990-х гг. Прогноз таких региональных многолетних аномалий имеет ключевое значение для жизнедеятельности и безопасности регионов и стран.

1. Координация работ по развитию прогнозов климата и климатическому обслуживанию и их современное состояние

Третья Всемирная Климатическая Конференция (Женева, 31 августа – 4 сентября 2009 г.) приняла решение об основании Глобальной Рамочной Основы Климатического Обслуживания. Была подтверждена необходимость создания такой системы, определены основные потребители, подготовлены предварительные списки необходимых данных и типов информации, которая должна предоставляться потребителям. Эффективная адаптация к происходящим и ожидаемым изменениям климата нуждается в предоставлении специализированной климатической информации и обслуживании. Среди секторов экономики, которые особенно заинтересованы в долгосрочных прогнозах, называются сельское хозяйство и пищевая промышленность, водопользование, энергетика, рыбное хозяйство и рыболовство, транспорт, охрана окружающей среды, землепользование, медицина, охрана здоровья и туризм. Вместе с тем, в основополагающих документах по будущим системам климатического обслуживания не в полной мере отражен тот воисти-

ну колоссальный объем научных разработок, которые должны осуществить ученые, чтобы определить саму возможность и пути эффективного развития долгосрочных прогнозов как основы будущей системы климатического обслуживания.

Именно долгосрочные прогнозы должны составить основу будущего климатического обслуживания. Использование климатологических норм для планирования хозяйственной деятельности, например в сельском хозяйстве, энергетике, водном пользовании, полезно, но может часто приводить к ошибочным результатам, особенно во временных масштабах сезона (*Goddard et al., 2009*). Потребность в долгосрочных климатических прогнозах в значительной степени связана с высокой изменчивостью климата.

Успешность современных прогнозов климата на пространственном масштабе порядка тысячи километров и на сроки порядка сезона, а тем более года, очень невысока. Возможность практических прогнозов климата на десятилетия еще только рассматривается. В недавнем прошлом пространственное разрешение наиболее совершенных климатических моделей измерялось в сотнях километров. По данным (*Gong et al., 2003*) оценки качества численных долгосрочных прогнозов улучшаются по мере увеличения пространственного масштаба осреднения модельных переменных, оставаясь малоутешительными для оценок, соответствующих значениям прогностических переменных в отдельных точках модельной сетки. Поэтому реально можно говорить только о прогнозе аномалий с пространственным масштабом порядка тысячи километров и более.

Большая часть современных исследований по развитию методов долгосрочных прогнозов проводится под эгидой Всемирной Программы Исследования Климата (ВПИК). Одним из важнейших результатов этих исследований стала успешная демонстрация возможности прогнозирования явления Эль-Ниньо в сезонном масштабе времени. Она была достигнута в рамках первого завершенного проекта ВПИК «Тропический Океан – Глобальная Атмосфера» (ТОГА). Наблюдательная система ТОГА и комплекс выявленных синхронных и асинхронных взаимосвязей тропического океана с изменениями в глобальной циркуляции атмосферы («Эль-Ниньо – Южное Колебание», ЭНЮК) с тех пор служат основными инструментами разработки долгосрочных прогностических схем в мире. Тропические области Земли действительно являются наиболее «предсказуемыми» на длительных масштабах времени, хотя причины такой повышенной предсказуемости изучены далеко не полностью. Одним из факторов, безусловно, является существенная доля изменчивости предсказуемого явления ЭНЮК в общем спектре изменчивости атмосферы, на фоне невысокой общей изменчивости тропической атмосферы и сильной зависимости происходящих в ней процессов от температуры поверхности океана. Следует также отметить, что статистика эпизодов Эль-Ниньо не остается неизменной. Продемонстрированы существенные изменения его статистической структуры (см. *Ashok and Yamagata, 2009; Yeh et al., 2009* и

другие публикации). Имеется ряд исследований, демонстрирующих также связи аномальной изменчивости температуры поверхности Атлантического и Индийского океанов, состояния так называемого «диполя» в Индийском океане с последующими аномалиями осадков и развития муссона. Энергетика тропической атмосферы тесно связана с гидрологическим циклом. Экспоненциальный характер уравнения Клаузиуса-Клайперона указывает на высокий уровень энергии влажных атмосферных процессов на фоне повышенных значений температуры подстилающей поверхности. Эта зависимость должна только усиливаться при дальнейшем потеплении климата.

Меньший, чем для тропиков, прогресс был достигнут в прогнозировании климата средних и высоких широт, что объясняется, в частности, большей изменчивостью климата в этих широтах. Советская школа долгосрочного метеорологического прогноза добилась значительных успехов в исследовании общей циркуляции атмосферы и ее долгопериодных возмущений и в использовании этих научных знаний в практическом долгосрочном прогнозе. Были найдены и применены в практике прогнозирования весьма перспективные связи аномалий температуры и теплосодержания верхнего слоя океана и аномалий температуры и осадков на территории СССР. Эти работы успешно продолжаются в Гидрометцентре России, где, в частности, были найдены статистические связи, позволившие предсказать прекращение роста уровня Каспийского моря в середине 90-х годов, а также регулярно выпускаются месячные и экспериментальные сезонные прогнозы погоды.

«Западная» школа долгосрочного прогноза в большей степени сконцентрирована на исследовании основных составляющих крупномасштабной изменчивости атмосферы, таких как Декадное Тихоокеанское Колебание (ДТК), Северо-Атлантическое Колебание, Десятилетнее Атлантическое Колебание и ряд других. Выявлены устойчивые статистические связи Алеутской зоны пониженного давления с аномалиями температуры поверхности океана (ТПО) в северной части Тихого океана (*Mantua, 1997*). Установлено, что явление «Междесятилетнего Тихоокеанского Колебания» характеризуется аномалиями ТПО и циркуляции, как в атмосфере, так и в океане, и создает аномалии температуры и осадков на континентах, окружающих океан (*Trenberth and Hurrell 1994; Deser et al., 2004*). Основным «игроком» для Атлантики является Десятилетнее Атлантическое Колебание (ДАК, Atlantic Multi-Decadal Oscillation). В то время как природа Эль-Ниньо может быть охарактеризована как проявление автоколебаний в системе Тропический Океан – Глобальная Атмосфера (*Волков, 1980*), ДАК доминирует в спектре изменчивости для масштабов времени более одного года (*Knight et al., 2005*). До сих пор не известно с необходимой степенью достоверности, не является ли ДАК проявлением «красного спектра» изменчивости, и насколько тесно ДАК связано с аномалиями меридиональной океанической циркуляции. Ряд исследователей отмечали, что в последнее время в циркуляции Атлантики, ее ТПО, и пресноводном балансе отмечались заметные аномалии (*Curry and*

Mauritzen, 2005). Если ДТК сильнее влияет на климат районов, окружающих Тихий океан, то ДАК, а также аномалии ТПО в Северной Атлантике оказываются более сильно влияющими на климат Европы, востока Северной Америки, Африки и части Бразилии.

Основные методики прогноза, используемые в настоящее время в мире, основаны на интегрировании «ансамблей» моделей атмосферы и океана и выделении из множества численных решений одного или нескольких подмножеств, к которым притягиваются прогностические траектории. Эти подмножества соответствуют наиболее вероятным состояниям будущего климата. Способ создания ансамблей для прогнозов активно обсуждается в научной литературе (см., напр., *Min et al., 2009*). Существенные различия в физических параметризациях моделей приводят к их принципиально различному «поведению» при прогнозе и сильно отличающимся между собой случайным и систематическим ошибкам, поэтому наиболее распространенным способом создания ансамбля стало использование нескольких моделей климата с отличающейся «физикой» (см. *Doblas-Reyes et al., 2005* и ряд других публикаций). В настоящее время также изучается возможность варьирования комплекса физических параметризаций модели (см. монографию *Palmer and Williams, 2008*), которое могло бы не только заменить «многомодельный» подход, но и более корректно представить статистическую структуру эволюционирующих прогностических траекторий.

Долгосрочный прогноз климата – это вероятностная задача. Потеря предсказуемости при увеличении заблаговременности приводит к неизбежному и существенному разбросу прогнозов. В значительной части долгосрочных прогнозов не удастся найти статистически значимое отклонение аномалии от климатической нормы. В этом смысле будет целесообразно оценивать информативность прогноза. Например, если прогнозируется результат бросания монеты, и «орлу» присваивается значение 1, а решке – 0, то информативная система спрогнозирует 50%-ю частоту обоих возможных исходов, а не информативная система всего лишь выдаст средний результат: 0.5, то есть ни «орел» и ни решка.

Практическое применение долгосрочных прогнозов координируется в рамках Всемирной Программы Климата (ВПК). Большое внимание уделяется оперативному обслуживанию потребителей, часто основанному на использовании статистических асинхронных связей и субъективной адаптации численного долгосрочного прогноза специалистами. Уже сейчас значительный объем прогностической информации, генерируемой с помощью моделей климата, регулярно поставляется для обслуживания потребителей. Эта информация полезна, но, по мнению специалистов ВПИК, потенциальная предсказуемость на сезонном масштабе времени, имеющаяся в климатической системе, в настоящее время используется далеко не полностью (*WCRP, 2008*). Сезонный прогноз – это задача с начальными условиями для климатической системы. По данным ряда исследований, начальные условия для

атмосферы играют при сезонном прогнозе значительно меньшую роль, чем аналогичные условия для океана, характеризующегося медленными изменениями и бóльшей энергетикой. Тем не менее в работе (*Stan and Kirtman, 2008*) показано, что различия в начальных условиях для атмосферы также могут быть существенными.

2. Предсказуемость климата

Следует различать предсказуемость климата и успешность его прогноза. Предсказуемость (*predictability*) является свойством климатической системы и рассматриваемой климатической переменной. Успешность прогноза (*predictive skill*) – это свойство, отражающее качество прогностической системы. Теоретически, успешность прогноза, полученного с помощью идеальной прогностической системы и представленного количественно, может приближаться к предсказуемости, выраженной в тех же единицах. Нельзя говорить об улучшении предсказуемости для неизменной климатической системы. При изменении климата предсказуемость отдельных его параметров может меняться.

Предсказуемость атмосферы интенсивно исследовалась в 1980-х годах в цикле исследований Дж. Шуклы (*Shukla, 1981*). Мерой прогнозируемости является оценка, характеризующая как быстро атмосфера «забывает» начальное состояние. В экспериментах Шуклы было показано, что из-за существования фундаментального предела детерминистической предсказуемости прогноз средних месячных аномалий возможен на срок порядка одного месяца. Позднее в ряде других исследований, в том числе также и в работах Шуклы (напр., *Shukla and Wallace, 1983*), было показано, что даже если начальные условия для атмосферы существенно разнятся, но условия на подстилающей поверхности, в частности аномалии температуры поверхности океана ТПО близки, то решения модельных уравнений для атмосферы могут «притягиваться» к состоянию, диктуемому подстилающей поверхностью. Поэтому в действительности предсказуемость климата на сроки от месяцев до нескольких лет в сильной степени определяется предсказуемостью океана в его взаимодействии с атмосферой. Исследования предсказуемости океана с помощью сложных моделей начались уже в XXI веке. Коллинз с соавторами (*Collins et al., 2006*) рассмотрел, как быстро расходятся в модели два идентичных начальных состояния для океана, если начальные условия для атмосферы различны. Оказалось, что средние годовые аномалии теплосодержания океана, осредненные глобально, «помнят» начальное его состояние порядка десяти лет. Аналогичные результаты получены в экспериментах (*Hurrell et al., 2009*), см. рис. 1. Начальные возмущения ансамбля численных решений не позволили климатической системе, представленной интенсивностью меридиональной океанической циркуляции (МОЦ), забыть начальное состояние в течение примерно двух десятилетий!

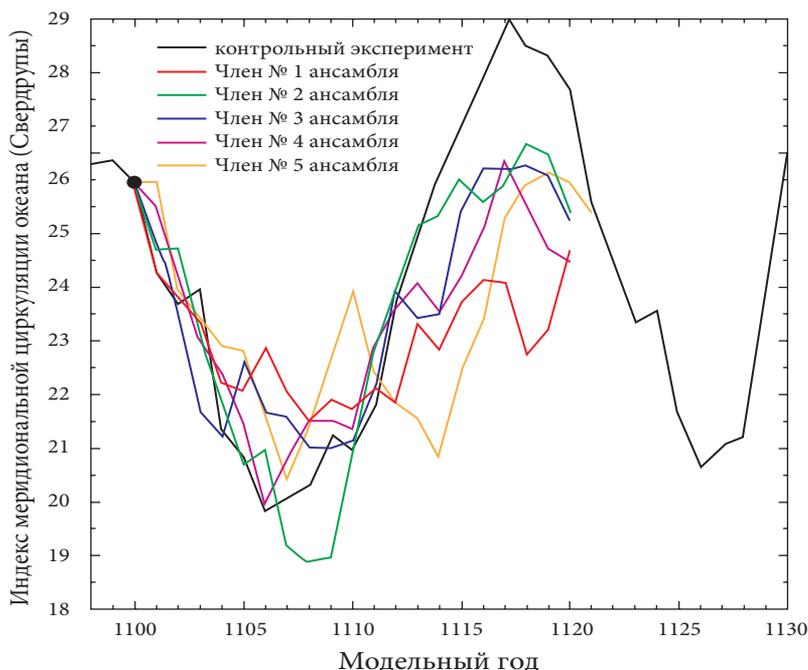


Рис. 1. Темпы роста разброса десятилетних ансамблевых экспериментальных прогнозов индекса меридиональной циркуляции океана (Hurrell et al., 2009).

Влияние МОЦ на поверхность океана характеризуется выраженной региональной изменчивостью, поэтому определенные региональные аномалии на масштабах времени порядка десятилетий, которые создаются в океане в результате «местных» океанских процессов, могут также быть предсказуемыми. Этот вывод был сделан и в работе (Collins et al., 2006), и в исследовании (Boer and Lambert, 2008), см. рис. 2.

Весьма важно, что подобная предсказуемость может ожидать не в тропических, а в умеренных и полярных широтах. Существование «долгоживущих» аномалий в Атлантическом и Тихом океанах и их проявление в атмосфере в виде известных «мод» циркуляции показывают, что естественная изменчивость климата в умеренных и полярных широтах может быть прогнозируема на десятилетнем масштабе времени. Для этого важно выделить подобные аномалии из многомасштабной изменчивости климатической системы, «инициализировать» гидродинамические прогностические системы и «научить» их воспроизводить аномалии в океане и атмосфере с минимально возможной ошибкой. Безусловно, подобная задача исключительно сложна при воплощении. Прогресс будет достигнут лишь при значительных усилиях на всех направлениях развития численных прогнозов климата.

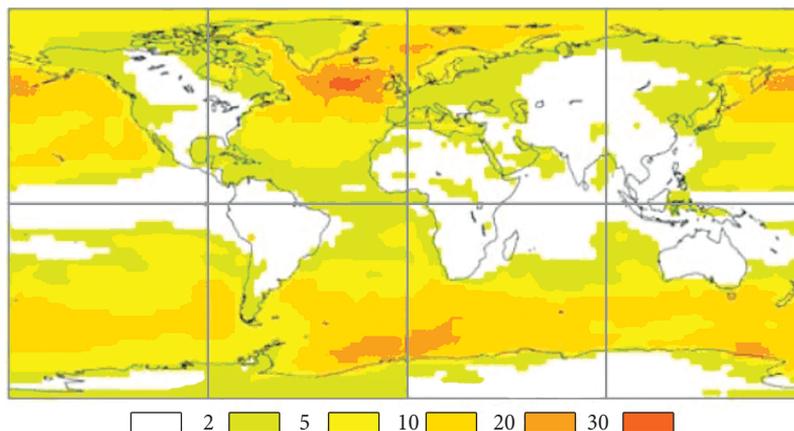


Рис. 2. Оценка предсказуемой доли изменчивости ТПО (в %) на десятилетнем масштабе времени по данным цикла экспериментов СМIP3 (Boer and Lambert, 2008).

3. Необходимость дальнейшего развития прогностических моделей и схем усвоения данных

Усовершенствование прогностических моделей является одним из важнейших направлений исследований. Оно должно быть ориентировано на учет всех существенных физических и биогеохимических процессов, происходящих в «системе Земля» и постоянно увеличивающееся численное разрешение модели, как по пространству, так и по времени. При этом необходима точная и эффективная численная схема решения уравнений модели. Все большее число физических процессов будет рассчитываться явно, без использования параметризаций. Важнейшую роль в прогностических схемах будут играть их океанские модули. В настоящее время они еще не достигли необходимого уровня развития. На рис. 3 из работы (Hurrell *et al.*, 2009) показано, как различные варианты двух моделей климата воспроизводят индекс меридиональной циркуляции в Атлантическом океане. Обозначение модели и соответствующие средние по времени значения переноса (в Свездрупах: $1 \text{ Св} = 10^6 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$) указаны сверху у каждого рисунка. Видно, что не во всех случаях удалось вывести модель на установившийся режим. Во всех экспериментах Лаборатории Геофизической Гидродинамики Принстонского Университета (GFDL R15, CM2.1, CM2M, CM2G, CM2.4) модели для атмосферы, криосферы и поверхности суши были идентичны. Модели океана отличались и привели к несопоставимым результатам расчета циркуляции океана. В моделях Центра Атмосферных Исследований США (CCSM T42, T85 и CCSM4) установлена зависимость результатов от того, какая модель атмосферы участвовала в экспериментах и при каком пространственном разрешении.

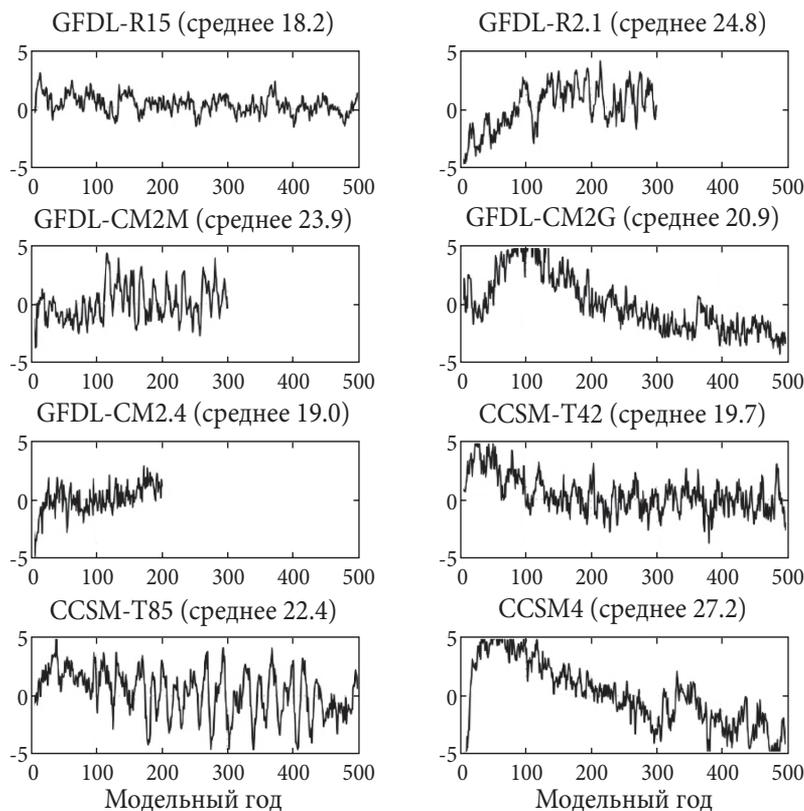


Рис. 3. Изменения со временем индекса меридиональной циркуляции океана по результатам экспериментов с различными моделями океана и атмосферы, по данным (Hurrell et al., 2009).

Для прогнозов также требуется высокоточная и надежная система наблюдений всех климатических переменных, которая охватывала бы все в большей степени всю «систему Земля», и соответствующая ей по качеству система усвоения данных наблюдений в рамках модели климата. Большие ожидания связываются с созданием комбинированных и стандартизированных прогностических систем для всех масштабов времени, в рамках которых имеется возможность использовать для прогнозирования на более длительные сроки всю прогностическую информацию, имеющуюся для более коротких сроков прогнозирования.

Концепция таких систем только создается, и в английском языке этот подход получил название “seamless forecasting/prediction system” (хотя это определение еще не имеет однозначного толкования (Shapiro et al., 2007)). Наконец, наиболее важен полный и точный учет в наблюдениях, моделях и прогностических схемах всех факторов и процессов, обладающих предсказуемостью.

4. Источники предсказуемости аномалий климата

Можно назвать четыре источника предсказуемости аномалий климата за пределами срока возможного детерминистического прогноза погоды. К ним относятся:

- атмосферные процессы с продолжительными временными масштабами, такие как, например, «блокирование» основного потока в тропосфере или последовательность развития возмущений в системе океан – атмосфера – подстилающая поверхность, развитие которой занимает время порядка нескольких недель, месяцев, или лет;

- воздействия внешних для климатической системы факторов, таких как аномалии солнечной радиации или выброс в атмосферу газов и аэрозолей после массивного извержения вулкана;

- комплекс изменений климатической системы, вызванных человеческой деятельностью;

- влияние на атмосферу процессов, происходящих на подстилающей поверхности суши и в океане и имеющих продолжительный временной масштаб, таких например, как аномалии влажности поверхности суши или процессов в океане.

4.1. Процессы в атмосфере

По-видимому, имеется ряд ситуаций, когда начальные условия для атмосферы могут играть при климатическом прогнозе большую роль, чем в среднем. В ситуациях, ведущих к явлениям блокирования в атмосфере, из-за того, что блокирование может продолжаться до нескольких недель и приводить к выраженным аномалиям температуры и осадков, начальные условия для атмосферы могут быть весьма важными. Роль ансамблевого подхода к прогнозированию блокирования в атмосфере обсуждалась в статье (*Pelly and Hoskins, 2003*). Предсказуемость блокирования и других типов циркуляции атмосферы остается одной из тем современных исследований (*Matsueda, 2009*). Подавляющее большинство современных моделей климата в той или иной степени искажает климатические особенности циркуляции атмосферы и океана – «динамику». В частности, модели имеют тенденцию недооценивать частоту и продолжительность ситуаций с блокированием (*Pelly and Hoskins, 2003*).

В известном исследовании (*Baldwin and Dunkerton, 2001*), а также в цикле работ Эдэма Скейфа (*Adam Scaife*) изучалось влияние внезапных стратосферных потеплений и похолоданий на полярную тропосферу. В частности, авторы показывают, что возмущения в стратосфере наступают раньше, чем в тропосфере, и могут быть использованы при прогнозе (см. рис. 4). Как можно заключить из всей совокупности исследований в рамках стратосферного проекта ВПИК SPARC (Stratospheric Processes and Their Role in Climate),

вертикальная область расчета прогностических моделей должна включать в себя всю стратосферу, и модели должны иметь достаточно высокое разрешение для стратосферных уровней. Это нужно не только для более точного моделирования всей атмосферы. Процессы в стратосфере в целом имеют более длительные временные масштабы, чем в тропосфере, и их учет может способствовать повышению успешности долгосрочных численных прогнозов. Ведущиеся в настоящее время разработки направлены на уточнение условий возникновения стратосферных возмущений, а также исследование предсказуемости стратосферных процессов и генерации аномалий в стратосфере за счет переноса возмущений из тропосферы с помощью гравитационных или планетарных волн. В частности, удается показать, что «сигнал», приводящий к стратосферным возмущениям, происходит из тропосферы (*Hirooka et al., 2007*). Если в результате этих исследований удастся проследить всю последовательность тропосферных процессов, генерирующих возмущения в стратосфере, и их вероятные последствия в тропосфере в результате стратосферных воздействий, может быть найдена потенциально предсказуемая продолжительная цепочка взаимосвязанных процессов в системе тропосфера – стратосфера – тропосфера.

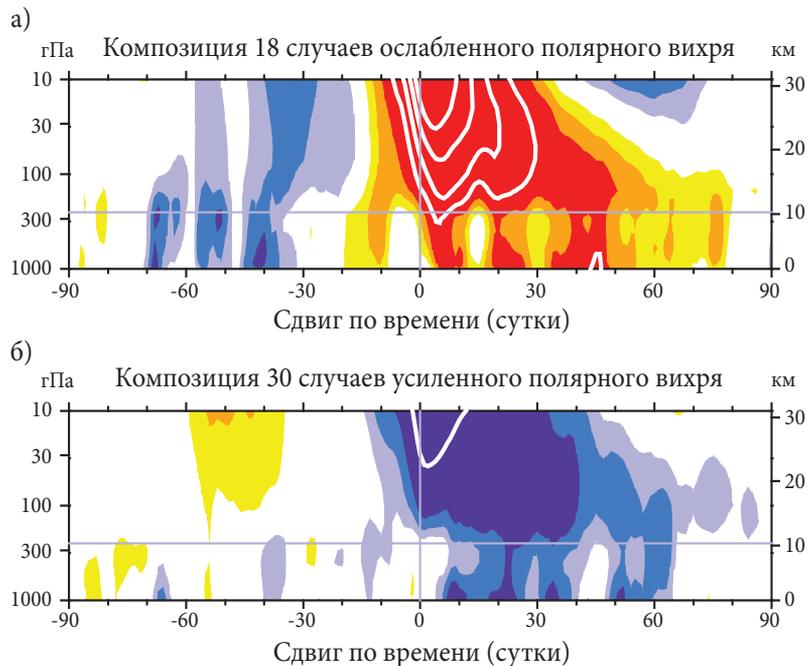


Рис. 4. Иллюстрация распространения возмущений из стратосферы в тропосферу, по (*Baldwin and Dunkerton, 2001*) для случаев ослабленного (а) и усиленного (б) полярного вихря.

4.2. Солнечная радиация, извержения вулканов, парниковый эффект, влияние растительности и биогеохимических процессов

Влияние аномалий солнечной постоянной связано преимущественно с 11-летним циклом солнечной активности. В исследовании (Meehl et al., 2009) было показано, что взаимодействие изменений стратосферного озона, вызванных аномалиями солнечного излучения, и ряд эффектов, создаваемых прямым нагревом поверхности океана, действуя одновременно, могут вызвать определенные изменения в распределении облаков и осадков над Тихим океаном. Квазидвухлетняя цикличность в стратосфере и ее взаимодействие с 11-летним солнечным циклом также являются источником упорядоченных изменений и модуляции сигналов в атмосфере (Ito et al., 2009; Lu et al., 2009). Однако далеко не все модели климата в состоянии воспроизводить эти колебания, не говоря уже об их взаимодействии с другими процессами.

Современная наука не в состоянии предсказать сильное извержение вулкана. Если же оно происходит, то его ожидаемые вероятные последствия для атмосферы Земли можно представить на основе сведений о предыдущих сильных извержениях (Stenchikov et al., 2006; Shiogama et al., 2009). В этом случае можно говорить о предсказуемом, в определенной степени, учете воздействия извержений вулканов на климат.

Несмотря на то, что суммарное влияние парниковых газов и аэрозолей приводит к плавным и в масштабах сезона мало заметным изменениям климата (Liniger et al., 2007; Boer, 2009), ВПИК рекомендует (WCRP, 2008) учитывать эти факторы в прогностических схемах, начиная уже с сезонного масштаба времени (см., напр., Lee et al., 2006).

Работы, посвященные связи предсказуемости на сезонном и десятилетнем масштабах времени с влиянием аномалий растительности или биогеохимических процессов, автору не известны.

4.3. Процессы на поверхности суши

В рамках второго Глобального Эксперимента ВПИК по Взаимодействию Подстилающей Поверхности и Атмосферы (Global Land – Atmosphere Coupling Experiment-2, GLACE-2 – Koster et al., 2006; Guo et al., 2006) показано, что крупномасштабные аномалии увлажнения поверхности суши оказывают существенное влияние на атмосферные процессы и их учет может улучшить прогноз поверхностной температуры воздуха на сроки порядка двух месяцев.

Имеется целый ряд работ, в которых показано наличие синхронных и асинхронных связей между аномалиями снежного покрова и аномалиями температуры и осадков в средних и высоких широтах Северного Полушария. Установлены статистические связи и причинно-следственные зависимости

между аномалиями снежного покрова в зимне-весенний период и интенсивностью муссонных дождей в Индии. Они известны уже с XIX века (*Blandford, 1884*). В десятилетнем цикле работ Коэна и соавторов, итоги которых подведены в (*Gong et al., 2007*), показано, что аномалии снежного покрова в Сибири, инициируя действие ряда механизмов (см. рис. 5), могут приводить к возникновению аномальной модуляции планетарных волн, влиять через процессы в стратосфере на интенсивность полярного вихря и тропосферные барические поля. В частности, аномалии снежного покрова выступают важным (но не единственным) предиктором последующего знака Северо-Атлантического Колебания (*Cohen and Fletcher, 2007*).

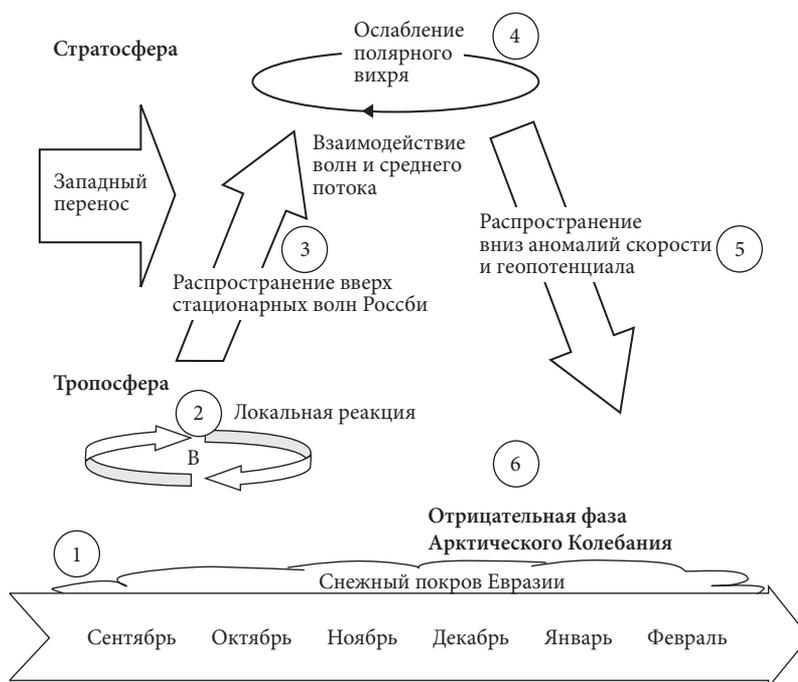


Рис. 5. Механизмы возникновения аномалий Арктического Колебания вследствие аномалий площади снежного покрова Евразии, по данным (*Cohen and Fletcher, 2007*).

На рис. 6 показаны графики аномалий снежного покрова Евразии в октябре и зимних температур в Северном Полушарии (севернее 20° с.ш.) из (*Cohen and Fletcher, 2007*). Выявлены также и другие связи между аномалиями снежного покрова Евразии и атмосферной циркуляции Северного Полушария (см. *Orsolini and Kvamsto, 2009*).



Рис. 6. Изменения со временем аномалий площади снежного покрова Евразии в октябре и зимних температур в Северном Полушарии из работы (Cohen and Fletcher, 2007).

4.4. Учет взаимодействия океана и атмосферы

Наиболее существенные перспективы для десятилетнего прогноза связаны с учетом взаимодействия океана и атмосферы. В рамках пятого Эксперимента ВПИК по Сравнению Совместных Моделей (Coupled Model Intercomparison Experiment 5, CMIP5) выполняется цикл экспериментальных прогнозов для XXI века (причем часть прогнозов рассчитывается до конца XXIII века), и, кроме того, производится расчет тестовых десятилетних прогнозов по нескольким наиболее развитым моделям атмосферы (см. рис. 7).



Рис. 7. Конфигурация экспериментальных десятилетних прогнозов в рамках эксперимента CMIP5, осуществляемого ВПИК.

Эксперименты CMIP5 продолжают цикл работ, в которых показано, что при достаточно точном учете влияния океана на атмосферу может оказаться возможным воспроизведение долговременных аномалий средней температуры у поверхности суши и осадков. В трех первых идеализированных экспериментах такого рода (*Smith et al., 2007; Keenlyside et al., 2008; Pohlmann et al., 2009*) было продемонстрировано, что численный прогноз климата на десятилетие вперед может быть практически полезен. Смысл всех указанных экспериментов состоял в том, что для климатической модели были заданы начальные условия, определенные по наблюдениям. Далее модели интегрировались на десять лет вперед с учетом всех возможных вынуждающих сил, в том числе парникового эффекта. Различные подходы к заданию начальных условий, а именно, использование глобальных условий в работе (*Smith et al., 2007*) и только аномалий в Атлантике в (*Keenlyside et al., 2008; Pohlmann et al., 2009*), привели к заметной разнице в полученных результатах (рис. 8).

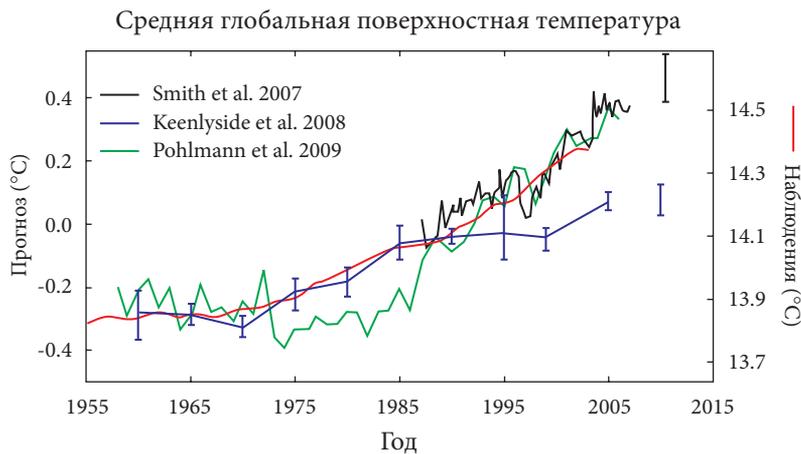


Рис. 8. Сравнение результатов трех первых численных экспериментов по практическому десятилетнему прогнозу с результатами наблюдений – по данным (*Hurrell et al., 2009*).

Результаты трех первых экспериментов по десятилетней предсказуемости климата показывают, что долгоживущие аномалии температуры поверхности океана, которые в свою очередь могут быть связаны с длительными аномалиями температуры и солености вод в океанском термоклизе, могут быть ценным предиктором климата.

Теоретическое изучение динамики аномалий в термоклизе получило развитие в СССР и за его рубежом в 1970-х и 1980-х годах. В частности, в исследованиях школы П.С. Линейкина, итоги которых были подведены в монографии (*Линейкин, Мадерич, 1982*), и публикациях автора (*Рябинин, 1986*)

были установлены закономерности эволюции крупномасштабных аномалий температуры (или плотности вод) в океанском термоклизе, которые могут оказаться перспективными для создания новых методов прогноза климата. Подобные аномалии могут возникать за счет атмосферных воздействий, например, аномалий сезонного потока тепла или аномалий апвеллинга на восточной границе океана (Рябинин, 1982), и распространяться в глубине океана на дальние расстояния. Собственная динамика аномалий и их взаимодействие с осредненной циркуляцией океана могут приводить к возникновению возмущений с различными пространственными масштабами и направлениями распространения, как показано, например, на рис. 9 из работы (Рябинин, 1986).

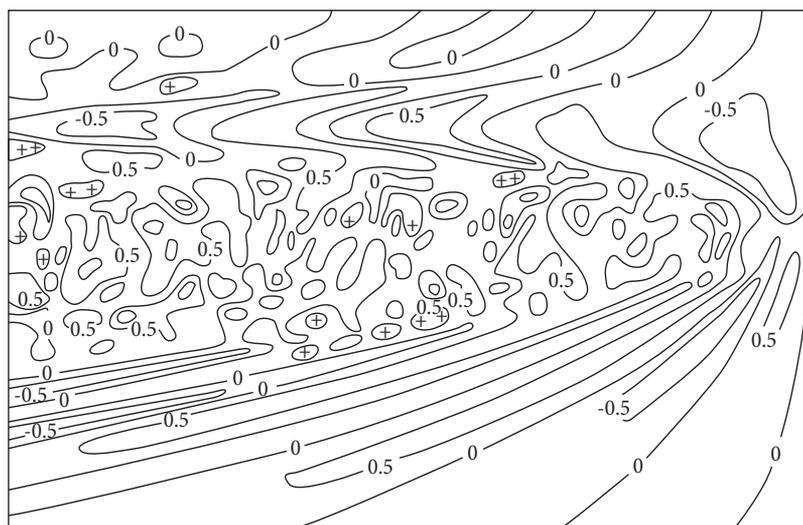


Рис. 9. Возмущения в главном термоклизе в результате сезонного хода аномалий потока тепла – по данным аналитического исследования (Рябинин, 1986).

Характерное поведение аномалий температуры в главном термоклизе, открытое теоретически учениками П.С. Линейкина, было впоследствии обнаружено по наблюдениям, в частности, в цикле работ сотрудников Scripps Institution of Oceanography (White, 1983). В исследованиях А.А. Кутало (Кутало, Макаров, 1976; Кутало, Чернявский, 1980) предпринята попытка оценить значимость подобных возмущений в общей изменчивости океана и выяснить возможность их проявления на поверхности океана и в придном слое атмосферы. Возможности для обнаружения подобных аномалий в 1980-х годах отсутствовали, но, как становится понятно сейчас, понимание механизмов изменчивости температуры в главном океанском термоклизе

может представить большой интерес для совершенствования долгосрочных прогнозов уже в XXI веке.

Беспрецедентный прогресс в океанографических наблюдениях, в частности выполнение программы Арго, спутниковая альтиметрия поверхности океана, успешное завершение Глобального Эксперимента по Усвоению Океанских Данных (*GODAE, 2000*), заметное повышение точности так называемых «океанских реанализов», выполняющихся под эгидой Проекта ВПИК по Изменчивости и Предсказуемости Климата (*Climate Variability and Predictability, CLIVAR*) – все эти крупные достижения океанографии последнего времени создают основу для диагностики аномалий температуры и солёности в океанском термоклизе. В результате возникает возможность подготовить для использования в расчетах достаточно «осмысленные» начальные условия для океана. Если в экспериментах (*Keenlyside et al., 2008*) начальные условия для температуры и солёности вод в глубине океана были генерированы за счет усвоения моделью только данных о ТПО, то в экспериментах (*Smith et al., 2007; Pohlman et al., 2009*) уже использовались данные океанского реанализа.

Вместе с тем, в настоящее время недостаточное внимание уделяется усовершенствованию моделей с точки зрения их способности точно воспроизводить потоки тепла, массы и импульса между океаном и атмосферой. Не ведется систематическая работа по сравнению потоков, рассчитанных по параметризациям моделей климата и по наиболее совершенным диагностическим методикам, развитым исследователями взаимодействия океана и атмосферы. В исследовании (*Trenberth et al., 2009*) продемонстрировано наличие крупных систематических ошибок в потоках, рассчитанных по данным реанализа. Наличие систематических и крупных случайных ошибок в параметризациях потоков между атмосферой и океаном по существу означает приговор всем попыткам практического гидродинамического прогноза климата на десятилетия.

Несмотря на значительные усилия разработчиков, имеющимся климатическим моделям по-прежнему присущи существенные систематические ошибки при воспроизведении температуры поверхности океана в тропиках и организованной тропической конвекции. В ряде моделей обнаруживаются проблемы при моделировании внутритропической зоны конвергенции. Основные надежды ученых связаны с дальнейшим развитием вычислительной техники, которая в будущем должна позволить рассчитывать конвективные процессы явно, практически без использования параметризаций.

Совокупность систематических ошибок при расчете термодинамических переменных в модели океана, так называемый «дрейф модельного климата», а также ошибки в расчете параметров взаимодействия океана и атмосферы заставляют ученых применять упрощенные методы задания и оценки аномалий для прогностических экспериментов. Практикуется подход, когда аномалии, рассчитанные по наблюдениям и отсчитываемые от климатического

фона, также определенного по наблюдениям, добавляются при экспериментах к специфическому «климату» модели, что должно уменьшить влияние систематических ошибок в модели на воспроизведение эволюции аномалий. В будущем при прогнозировании будут использоваться совместные системы усвоения для атмосферы и океана, элементы которых создаются уже сейчас (Zhang et al., 2007).

4.5. Процессы в высоких широтах

Быстрые изменения ледяного покрова Северного Ледовитого океана с 1990-х годов по настоящее время и тот факт, что ни одна из климатических моделей, результаты экспериментов с которыми были проанализированы в Четвертом Оценочном Докладе (ОД4) Межправительственной Группы Экспертов ВМО и ЮНЕП по Изменению Климата (МГЭИК), не смогла их предсказать, привлекают внимание к комплексу проблем прогноза климата для полярных областей. Одним из важных результатов исследований этой проблемы является заключение (С. Bitz, 2010), что подавляющее число моделей, в которых уменьшение летнего ледяного покрова недооценивалось, систематически занижало поток тепла из Атлантики в Северный Ледовитый океан. Продолжающееся развитие океанского реанализа для Атлантики, совершенствование всех аспектов моделирования климата высоких широт, включая динамические – термодинамические модели ледяного покрова и его взаимодействия с атмосферой и океаном, должны, в конечном счете, устранить эти недостатки и открыть возможность более надежно моделировать взаимодействие океана и атмосферы в этом регионе.

Как показано в цикле исследований ряда сотрудников Нансеновского Исследовательского Центра (см., напр., Johannessen et al., 2004), десятилетнее повышение климатической температуры в 1930-х и 1940-х гг. тесно связано с отрицательной аномалией ледяного покрова в Баренцевом море. Это море, по-видимому, является одной из «энергоактивных зон», и аномалии ледяного покрова здесь устойчиво коррелируют с аномалиями температуры воздуха в Арктике. Имеется ряд процессов, включающих аномалии облачного покрова, которые действуют системно и создают в Арктическом регионе аномальную климатическую ситуацию. В указанном выше цикле исследований была продемонстрирована связь аномалий ледяного покрова с вариациями переноса тепла Прибрежным Норвежским течением, которое, в свою очередь, имеет весьма тесную асинхронную связь с дивергенцией вектора касательного напряжения ветра в более южных широтах. Сдвиг по времени между вариациями ветра и переносом вод в течении – немного более одного года.

Все указанные выше синхронные и асинхронные связи представляют значительный интерес для прогноза многолетних аномалий климата в Арктике. Вместе с тем, до сих пор не проведены исследования, в которых эти связи были бы комплексно проанализированы.

Многочисленные проекты, осуществленные в Арктике в период Международного полярного года 2007–2008 (МППГ) по существу заложили основы региональной системы наблюдений. Если эти разрозненные начинания удастся превратить в устойчиво функционирующую наблюдательную систему, то большинство из параметров и переменных, необходимых для разработки и верификации прогноза, можно будет наблюдать в квазиоперативном режиме. С этой целью можно рекомендовать выполнение проекта «реанализа Арктики» с полным учетом процессов, происходящих в Северном Ледовитом океане (см., напр., *Overland and Wang, 2010*). Многочисленные исследования, выполняющиеся в настоящее время, показывают сильное взаимное влияние атмосферы на океан, переноса тепла в океане на ледяной покров и ледяного покрова на потоки тепла в атмосферу. Поэтому есть основания считать, что в климатической системе Арктики можно найти элементы предсказуемости. При продолжающемся уменьшении ледяного покрова интенсивность термодинамического взаимодействия океана и атмосферы только возрастет и это может усилить предсказуемость региональной климатической системы.

Заключение

Анализ современных исследований по прогнозированию климата, выполненный в данной работе, далек от исчерпывающего. Тем не менее, он позволяет сделать ряд выводов, представляющихся автору полезными. Точность прогнозов климата на сроки порядка сезона можно улучшить, если прогностические системы будут в более полной мере учитывать процессы в стратосфере, на подстилающей поверхности суши и в океане. При этом можно рассчитывать на улучшение прогнозов в средних и высоких широтах, что представляет особый интерес для России. Прогнозы климатической изменчивости на десятилетия возможны, однако их практическая реализация требует значительных усилий и преодоления больших технических сложностей. Так же, как и в случае сезонных прогнозов, климат в масштабах десятилетий может быть прогнозируем для средних и высоких широт. Основным из важнейших направлений разработок в этой области должно быть дальнейшее совершенствование прогностических моделей и устранение в них систематических ошибок. Не менее важна разработка методов задания начальных условий для климатических моделей и, особенно, их океанских составляющих, по данным современных систем наблюдений, способных выявить крупномасштабные аномалии в океане, как на его поверхности, так и в глубине. Фундаментальные исследования динамики термоклина и эволюции аномалий в глубине океана, которые были осуществлены в многолетнем цикле работ школы П.С. Линейкина в 1970-х и 1980-х гг., представляются весьма актуальными для прогнозирования климата в XXI веке. Они могут помочь более точно определять аномалии в океане по наблюдениям и более полно учитывать их влияние на атмосферу при численных прогнозах климата.

Литература

- Волков Ю.Н. Моделирование явления Эль-Ниньо автоколебательным процессом в системе океан – атмосфера // Изв. АН СССР, Физ. атм. и океана. 1980. Т. 16. № 11. С. 1179–1188.
- Кутало А.А., Макаров С.С. Внутригодовая изменчивость вертикальной структуры бароклинного слоя океана // Труды Гидрометцентра СССР. 1976. Вып. 182. С. 53–62.
- Кутало А.А., Чернявский Е.Б. Среднемасштабные структуры гидрологических полей юго-западной части Саргассова моря и планетарные волны // Труды Гидрометцентра СССР. 1980. Вып. 229. С. 3–9.
- Линейкин П.С., Мадерич В.С. Теория океанического термоклина. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 271 с.
- Рябинин В.Э. Вопросы теории термоклина. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 117 с.
- Рябинин В.Э. Эволюция крупномасштабных аномалий температуры в главном термоклине // Метеорология и гидрология. 1984. № 1. С. 58–65.
- Соломон С. и др. Изменение климата 2007: научно-физическая основа. МГЭИК, 2007. 163 с.
- Ashok K., and Yamagata T. The El Niño with a difference // Nature. 2009. V. 24. 481–484.
- Bitz. pers. comm. 2010.
- Blandford H.F. On the connection of the Himalaya snowfall with dry winds and seasons of drought in India // Proc. Roy. Soc. London, 1884. V. 37. P. 3–22.
- Boer G.J. Climate trends in seasonal forecasts // Atmosphere – Ocean. 2009. V. 47. P. 123–138.
- Boer G.J., and Lambert S.J. Multi-model decadal potential predictability of precipitation and temperature // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. doi:10.1029/2008GL033234.
- Cohen J., and Fletcher C. Northern Hemisphere Winter Surface Temperature Predictions based on Land-Atmosphere Fall Anomalies // J. Climate. 2007. V. 20. No. 16. P. 4118–4132. doi: 10.1175/JCLI4241.1.
- Collins M. et al. Interannual to Decadal Climate Predictability: A Multi-Perfect-Model-Ensemble Study // J. Climate. 2006. V. 19. P. 1195–1203. doi:10.1175/JCLI3654.1.
- Curry R., and Mauritzen C. Dilution of the northern North Atlantic in recent decades // Science. 2005. V. 308. P. 1772–1774.
- Deser C. et al. Pacific interdecadal climate variability: Linkages between the tropics and the north Pacific during boreal winter since 1900 // J. Climate. 2004. V. 17. P. 3109–3124.
- Doblas-Reyes F.J. et al. The rationale behind the success of multimodel ensembles in seasonal forecasting - II. Calibration and combination // Tellus A. 2005. V. 57. P. 234–252. doi:10.1111/j.1600-0870.2005.00104.x.
- Gong G. et al. Hemispheric-scale climate response to Northern Eurasia land surface characteristics and snow anomalies // Global and Planetary Change. 2007. V. 56. Issues 3-4. P. 359–370.
- GODAE: The Global Ocean data Assimilation Experiment, Strategic Plan. GODAE Report. 2000. No. 6. 35 p.
- Goddard L. et al. Providing Seasonal-to-Interannual Climate Information for Risk Management and Decision Making // White Paper for World Climate Conference – 3. 2009. 44 p.
- Gong X. et al. The effect of spatial aggregation on the skill of seasonal precipitation forecasts // J. Climate. 2003. V. 16. P. 3059–3071.
- Guo Z. et al. GLACE: The Global Land-Atmosphere Coupling Experiment. Part II: Analysis // Journal of Hydrometeorology. 2006. V. 7. P. 611–625.
- Hahn D.J., and Shukla J. An apparent relationship between Eurasian snow cover and Indian monsoon rainfall // J. Atmos. Sci. 1976. V. 33. P. 2461–2462.

- Hirooka T. et al.* Predictability of stratospheric sudden warmings as inferred from ensemble forecast data: Intercomparison of 2001/02 and 2003/04 winters // Journal of the Meteorological Society of Japan. 2007. V. 85. No. 6. P. 919–925.
- Hurrell J. et al.* Decadal climate variability, predictability and prediction. OceanObs'09 White Paper. 2009. 16 p.
- Hurrell J. et al.* A unified modeling approach to climate system prediction // Bull. Amer. Meteorol. Soc. 2009. doi:10.1175/2009BAMS2752.1.
- Ito K. et al.* Combined effects of QBO and 11-year solar cycle on the winter hemisphere in a stratosphere-troposphere coupled system // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. P. L11804. doi:10.1029/2008GL037117.
- Johannessen O.M. et al.* Arctic climate change – observed and modeled temperature and sea ice variability. Nansen Environmental and Remote Sensing Center, Report No. 218, Bergen 2002 // Tellus. V. 56A. P. 328–341. corr. 559–560.
- Keenlyside N.S. et al.* Advancing decadal-scale climate prediction in the North Atlantic sector // Nature. 2008. V. 453. P. 84–88. doi: 10.1038/nature06921.
- Koster R.D. et al.* GLACE: The Global Land - Atmosphere Coupling Experiment, Part I: Overview // Journal of Hydrometeorology. 2006. V. 7. P. 590–610.
- Lee T.C.K. et al.* Evidence of decadal climate prediction skill resulting from changes in anthropogenic forcing // J. Climate. 2006. V. 19. P. 5305–5318.
- Liniger M.A. et al.* Realistic greenhouse gas forcing and seasonal forecasts // Geophys. Res. Letters. 2007. V. 34. P. L04705.
- Lu H. et al.* The 11-year Solar Cycle Signature in the Southern Hemispheric Winter and its QBO Modulated Effects on the Southern Annular Mode // Q.J.R. Meteorol. Soc., submitted. 2009.
- Mantua N.J. et al.* A Pacific interdecadal climate oscillation with impacts on salmon production // Bull. Amer. Meteor. Soc. 1997. V. 78. P. 1069–1079.
- Matsueda M.* Blocking Predictability in Operational Medium-Range Ensemble Forecasts // SOLA (Scientific Online Letters on the Atmosphere). 2009. V. 5. P. 113–116, doi:10.2151/sola.2009-029.
- Min Y.-Mi et al.* A probabilistic multimodel ensemble approach to seasonal prediction // Weather and Forecasting. 2009. V. 24. P. 812–828.
- Orsolini Y.J., and Kvamsto N.* The role of the Eurasian snow cover upon the winter time circulation: decadal simulations forced with satellite observations // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. P. D19108. doi:10.1029/2009JD012253.
- Overland J. and Wang M.* Large-scale atmospheric circulation changes are associated with the recent loss of Arctic sea ice // Tellus. 2010. V. 62A. P. 1–9.
- Palmer T. and Williams P. (Eds.)* Stochastic Physics and Climate Modelling. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2008. 480 p.
- Pelly J.L., and Hoskins B.J.* How well does the ECMWF ensemble prediction system predict blocking? // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2003. V. 129. P. 1683–1702.
- Pohlmann H. et al.* Initializing Decadal Climate Predictions with the GECCO Oceanic Synthesis: Effects on the North Atlantic // J. Climate. 2009. V. 22. No. 14. P. 3926.
- Saito K. et al.* Changes in the sub-decadal covariability between northern hemisphere snow cover and the general circulation of the atmosphere // Int. J. Climatol. 2004. V. 24. P. 33–44.
- Schneider U. et al.* Global Precipitation Analysis Products of the GPCC // Global Precipitation Climatology Centre (GPCC). Internet Publikationpp. 2008. P. 1–12. DWD.
- Shapiro M. et al.* The Socioeconomic and Environmental Benefits of a Revolution in Weather, Climate and Earth-System Analysis and Prediction // A Weather, Climate and Earth-System Prediction Project for the 21st Century. WCRP/WWRP. 2007.

- Shiogama H. et al.* Can decadal predictability of the natural variability survive against disturbances due to a large volcanic activity in near-term climate predictions? // *Geophys. Res. Lett.* 2009.
- Shukla J.* Dynamical predictability of monthly means // *J. Atm. Sci.* 1981. V. 38. P. 2547–2572.
- Shukla J., and Wallace J.M.* Numerical simulation of the atmospheric response to equatorial Pacific sea surface temperature anomalies // *J. Atm. Sci.* 1983. V. 40. P. 1613–1630.
- Smith D.M. et al.* Improved surface temperature prediction for the coming decade from a global climate model // *Science.* 2007. V. 317. P. 796–799.
- Sorteberg A., Kattsov V., Walsh J.E., and Pavlova T.* The Arctic Surface Energy Budget as Simulated with the IPCC AR4 AOGCMs // *Climate Dynamics.* 2007. doi:10.1007/s00382-006-0222-9.
- Stan C., and Kirtman B.P.* The influence of atmospheric noise and uncertainty in ocean initial conditions on the limit of predictability in a coupled GCM // *J. Climate.* 2008. V. 21. doi 10.1175/2007JCLI2071.1.
- Stenchikov G. et al.* Climate impacts of volcanic eruptions in the IPCC AR4 climate models // *J. Geophys. Res.* 2006. V. 111. doi: 10.1029/2005JD006286.
- Stockdale T. et al.* Understanding and Predicting Seasonal to Interannual Climate Variability – the Producer Perspective. // White Paper for World Climate Conference 3. 2009. 45 p.
- Trenberth K.E., and Hurrell J.W.* Decadal atmosphere-ocean variations in the Pacific // *Clim. Dyn.* 1994. V. 9. P. 303–319.
- Trenberth K.E. et al.* Earth's global energy budget // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* 2009. V. 90. No. 3. P. 311–324.
- WCRP Position Paper on Seasonal Prediction // Report from the First WCRP Seasonal Prediction Workshop (Barcelona, Spain, 4–7 June 2007), February 2008, WCRP Informal Report No. 3/2008. 2008. 25 p.
- White W.B.* Westward propagation of short-term climatic anomalies in the western North Pacific Ocean from 1964-1974 // *Journal of Marine Research.* 1983. V. 41. No. 1. P. 113–125.
- Yeh S.-W. et al.* El Niño in a changing climate // *Nature.* 2009. V. 24. P. 511–514.
- Zhang S. et al.* System design and evaluation of coupled ensemble data assimilation for global oceanic climate studies // *Mon. Wea. Rev.* 2007. V. 135. No. 10. P. 3541–3564.

TOWARDS NUMERICAL PREDICTION OF MID- AND HIGH-LATITUDE CLIMATE ON SEASONAL AND DECADAL TIME SCALES

V.E. Ryabinin

This article reviews a range of issues related to the ongoing development of methods for numerical prediction of climate. The main conclusion is that the decadal prediction is feasible but its practical achievement is highly technically difficult. A most important goal is to develop ocean circulation models as components of the climate prediction system, reduce their biases, and complement them with a method of setting the initial conditions based on the use of modern observing systems. The series of studies into the dynamics of anomalies in the main oceanic thermocline, which were conducted by the School of Prof. P.S. Lineykin in the 1970-s and 1980-s, and their main conclusions, appear to be relevant for the development of methods for climate prediction on seasonal and decadal time scales.

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ЦИРКУЛЯЦИИ МИРОВОГО ОКЕАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ КЛИМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

А.Б. Полонский

Морской гидрофизический институт Национальной академии наук Украины, Севастополь

Кратко изложены основные достижения теории крупномасштабной океанической циркуляции, важные для понимания механизмов изменчивости климатической системы. Основное внимание уделено тем направлениям исследований, в развитие которых существенный вклад внесли работы представителей школы П.С. Линейкина. Показано, что П.С. Линейкин с учениками, начиная с середины 50-х годов XX столетия, принимал самое активное участие в развитии важнейших направлений современной физической океанографии: теории океанического термоклина и крупномасштабной циркуляции Мирового океана, теории деятельного слоя и методов расчета характеристик верхнего перемешанного слоя в океане. Все эти направления исследований так или иначе связаны с теорией климата. Их развитие привело к качественно новому пониманию функционирования климатической системы и позволило объяснить многие (ранее непонятные) механизмы ее эволюции на временных масштабах от нескольких лет до тысячелетий, обусловленные внутренней океанической динамикой и взаимодействием океана с атмосферой.

Введение

До середины XX века под «климатом» чаще всего подразумевалось осредненное состояние метеорологических параметров нижней тропосферы. Главными факторами, формирующими изменения климата на Земном шаре, считались внешние по отношению к нижней тропосфере воздействия, а именно:

- вариации величины солнечной постоянной (т.е. количества энергии, поступающей в среднем за год на единицу площади верхней границы атмосферы в единицу времени);
- вызванные естественными причинами изменения радиационных свойств толщи атмосферы, связанные с интенсивными вулканическими из-

- вержениями, приводящими к выбросам большого количества различных газов и аэрозолей в высокие слои атмосферы;
- дрейф континентов, приводящий к изменению конфигурации береговой черты и общей циркуляции Мирового океана;
- парниковый эффект антропогенного происхождения.

Одним из основных достижений теории климата второй половины XX века можно считать установление новых эффективных механизмов формирования квазипериодической изменчивости климатической системы. Изменилось и само понятие об этой системе. В настоящее время под термином «климатическая система» понимают систему, включающую в себя Мировой океан, атмосферу, криосферу, верхний слой литосферы и биосферу. Статистический ансамбль состояний, характеризующий поведение этой системы за временной промежуток около 30 лет называется климатом (Монин, 1999).

Известно (Кондратьев, 2002; Монин, 1999; Полонский, 2001; Bjerknes, 1964), что океан в принципе воздействует на климат следующим образом:

1. Он сравнительно медленно нагревается и охлаждается из-за значительно большей теплоемкости по сравнению с атмосферой (теплоемкость верхнего перемешанного слоя в океане превышает теплоемкость всей атмосферы), демпфируя таким образом климатические контрасты и уменьшая амплитуду сезонных колебаний гидрометеорологических параметров.

2. Океан служит основным источником водяного пара для атмосферы, регулируя таким образом облачность и радиационный баланс поверхности Земли. Кроме этого, океан принципиально воздействует на тепло- и газообмен с атмосферой.

3. Он обеспечивает более половины общего меридионального переноса тепла в системе океан – атмосфера в низких широтах, уменьшая таким образом межширотные климатические контрасты и континентальность климата.

4. Океан навязывает климатической системе собственные частоты, обусловленные типичным временем бароклинного приспособления крупномасштабных океанических круговоротов и глобальной термохалинной циркуляции к меняющимся атмосферным условиям.

Термодинамическое воздействие океана на атмосферу (особенно эффективное вследствие большой термической инерции океана и реализации скрытого тепла при конденсации в атмосфере испарившейся влаги) трансформирует циркуляцию атмосферы. Последняя, в свою очередь, управляет циркуляцией океана посредством варьирующих потоков энергии и импульса на его верхней границе. Таким образом, океан и атмосфера представляют собой взаимосвязанную систему, в которой океан отвечает за формирование низкочастотной части спектра изменчивости.

Наиболее ярким примером связанных колебаний в системе океан – атмосфера служит явление Эль-Ниньо: ослабление пассатных ветров в Тихом

океане приводит к ослаблению апвеллинга и формированию крупномасштабных аномалий полей температуры и зональных течений в экваториальной зоне Тихого океана. Это приводит к глобальному атмосферному отклику и сопровождается климатическими изменениями в различных регионах Земного шара (*Bjerknes, 1969*). Время распространения термической аномалии на всю экваториальную часть Тихого океана составляет несколько месяцев и определяется скоростью экваториально-захваченных планетарных волн (см. *Moore and Philander, 1977* и раздел 2).

Во многих работах показано, что квазипериодическая изменчивость климатической системы с временными масштабами от нескольких лет до нескольких тысячелетий в значительной степени обусловлена собственными колебаниями в системе океан – атмосфера – криосфера. Ясно, например, что одним из существенных факторов, регулирующих текущее состояние климатической системы, являются вариации альбедо подстилающей поверхности (в первую очередь, вследствие изменчивости площади снежного покрова и ледников). В результате развития теории термоклина и установления физических механизмов изменчивости крупномасштабной океанической циркуляции выяснилось, что потоки тепла на границе раздела океан – атмосфера, характеристики морского льда, снежный покров и другие компоненты климатической системы могут существенно меняться за счет внутренней океанической изменчивости. Работы П.С. Линейкина и его учеников сыграли важную роль в развитии теории термоклина, термохалинной циркуляции и установлении роли океана в изменениях климата.

Цель настоящей работы заключается в кратком изложении основных достижений теории крупномасштабной океанической циркуляции, важных для понимания механизмов изменчивости климатической системы. При этом основное внимание уделено тем направлениям исследований, в развитие которых существенный вклад внесли работы П.С. Линейкина и его последователей.

Решение полной системы уравнений, описывающей крупномасштабную циркуляцию Мирового океана и эволюцию главного термоклина, может быть получено только численными методами. Численные модели общей циркуляции океана являются в настоящее время основой большинства практических приложений. Вместе с тем, самые общие физические закономерности, в результате которых формируется наблюдаемая циркуляция вод Мирового океана, могут быть определены из анализа упрощенных уравнений, допускающих аналитические решения. Именно такой подход к исследованию механизмов формирования наблюдаемой крупномасштабной структуры океана использовался в работах П.С. Линейкина (*Линейкин, 1957; Линейкин, Мадерич, 1982*).

1. Теория ветровой циркуляции Свердруп-Стоммела

Простые оценки порядка основных слагаемых в уравнениях движения для крупномасштабных океанических течений, неоднократно производившиеся в различных работах, начиная с классических работ Свердруп и Стоммела (см., напр., *Sverdrup, 1947; Стоммел, 1963, 1965; Саркисян и др., 1986*), показывают, что во внутренних частях океанических круговоротов движение геострофично. В верхнем слое океана важен также вертикальный турбулентный обмен. Действительно, при характерных горизонтальных масштабах крупномасштабных течений в океане в 1000 км на временных масштабах – больше года и скоростях в несколько см с⁻¹ нестационарностью, нелинейностью и горизонтальным турбулентным обменом в уравнениях движения можно пренебречь. Тогда баланс импульса для крупномасштабных движений в океане можно записать в следующем виде:

$$-f v = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \quad f u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}. \quad (1)$$

Здесь u и v – горизонтальные составляющие вектора скорости течения вдоль осей x и y соответственно; f – параметр Кориолиса; P – давление; ρ_0 – стандартное значение плотности морской воды; τ_{xz} и τ_{yz} – компоненты тензора вязких напряжений, обусловленных турбулентным перемешиванием. Отметим, что в (1) не используются какие-либо предположения для вязких напряжений τ_{xz} и τ_{yz} .

Уравнения (1) позволили Свердрупу получить классические соотношения, связывающие интегральную циркуляцию в океане с завихренностью крупномасштабного поля ветра (*Sverdrup, 1947*). Интегрируя уравнения (1) от поверхности до некоторой достаточно большой глубины H , на которой отсутствуют движения и касательные напряжения, выполняя перекрестное дифференцирование и принимая во внимание уравнение неразрывности с учетом зависимости параметра Кориолиса от широты (β -эффект), получим:

$$S_y = \int_0^H v dz = -\frac{\text{rot}_z \tau_0}{\beta}, \quad (2)$$

где τ_0 – вектор касательного напряжения на поверхности океана, $\beta = \partial f / \partial y$ – изменение параметра Кориолиса с широтой.

Под H можно понимать толщину бароклинного слоя или глубину океана. В обоих случаях предположение о постоянстве H приводит к недооценке роли бароклинности и рельефа дна в формировании интегральной циркуляции океана (*Саркисян и др., 1986*). Тем не менее, соотношение Свердруп

верно отражает тенденцию формирования интегральной циркуляции крупномасштабным полем ветра. Действительно, все основные крупномасштабные океанические круговороты располагаются под ветровыми системами, формирующими завихренность соответствующего знака. Крупномасштабное поле температуры, построенное по осредненным данным для любого горизонта, лежащего в главном термоклине, ясно показывает наличие как крупномасштабных круговоротов ветрового происхождения, так и термохалинной циркуляции (рис. 1).

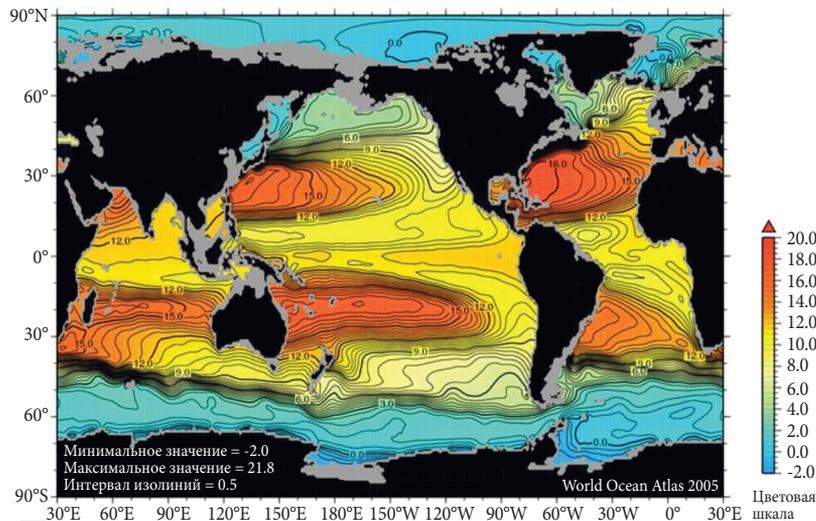


Рис. 1. Поле температуры Мирового океана на горизонте 300 м, осредненной за весь период наблюдений (по данным *Locarnini et al., 2006*).

Соотношение Свердрупа проверялось для Тихого и Атлантического океанов в работах (*Deser et al., 1999; Mayer et al., 1998*). Оказалось, что свердруповский баланс выполняется достаточно точно для субтропической зоны и в средних широтах, по крайней мере, на декадном (десятилетнем) масштабе.

При анализе интегральной циркуляции в прибрежных пограничных слоях океана необходимо как минимум учитывать горизонтальный турбулентный обмен или придонное трение. Впервые такая задача была решена аналитически в работе Стоммела (*Stommel, 1948; Стоммел, 1965*). В ней решалась следующая задача:

$$K_L \nabla_h^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{rot}_z \tau_0, \quad (3)$$

где ψ – интегральная функция тока, которую вводят на основе уравнения неразрывности; причем $\psi = 0$ на боковых границах области;

Стоммелом было показано, что интенсификация интегральной циркуляции наблюдается в западном пограничном слое вследствие β -эффекта (т.е. из-за того, что Земля имеет сферичную форму и вращается с запада на восток). Таким образом, было впервые объяснено, почему меридиональные течения в западной части крупномасштабных океанических круговоротов намного интенсивнее, чем в восточной.

При увеличении скорости западных пограничных течений до критических значений (т.е. при достижении безразмерного числа Россби, характеризующего отношение инерционных членов в уравнениях движения к кориолисовым, величины порядка единицы) становятся важны также нелинейные слагаемые в уравнениях движения. Нелинейная задача об интегральной океанической циркуляции в общем случае не имеет аналитического решения. Численные решения показывают, что оптимальную величину коэффициента горизонтального турбулентного обмена нужно выбирать таким образом, чтобы ширина инерционного и вязкого пограничных слоев были близки между собой. В этом случае структура моделируемого западного погранслоя наиболее близка к наблюдаемой (Полонский, 1989). Это означает, что в западных пограничных течениях типа Гольфстрима важны все слагаемые в уравнениях движения. Причем, если не ограничиваться анализом стационарной циркуляции, необходимо учитывать и локальную производную по времени, что особенно важно для моделирования изменчивости климатической системы (Стоммел, 1965).

2. Теория главного термоклина. Планетарные волны. Волны Россби малой амплитуды

Начиная с середины 1950-х годов, П.С. Линейкин начал развивать теорию термоклина с использованием аналитических методов. Для того, чтобы применять именно аналитические методы, привлекались различные упрощения. Во-первых, предполагалось, что коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентной вязкости – известные и заданные константы. Во-вторых, вместо полных уравнений движения использовались геострофические соотношения, поскольку для крупномасштабных океанических движений геострофическое приближение выполняется с достаточной точностью (см. выше). В-третьих, производилась линеаризация уравнения диффузии плотности относительно заданного базового состояния в предположении, что вариации потоков плотности и самой плотности в главном пикноклине (термоклине) невелики. Это дало возможность получить ряд аналитических решений (Линейкин, 1957; Линейкин, Мадерич, 1982). Наиболее интересны нестационарные решения, которые могут быть интерпретированы как планетарные волны (или волны Россби). Действительно, учет нестационарности океанической циркуляции в линейном приближении (т.е. в предположении

о малости возмущений) сводится к отысканию волновых решений. Важнейшим классом планетарных волн, в значительной степени определяющих структуру крупномасштабной океанической изменчивости, являются волны Россби. Планетарные волны играют особую роль в формировании наблюдаемой крупномасштабной изменчивости океанологических и атмосферных полей. В развитии теории нестационарной океанической циркуляции в главном термоклине особую роль сыграли работы представителей школы П.С. Линейкина (*Линейкин, 1978; Линейкин, Мадерич, 1982; Линейкин, Фролов, 1979; Мадерич, 1975б; Фролов, 1979*).

Следуя работе (*Фролов, 1979*), рассмотрим безбрежный океан постоянной глубины H на β -плоскости, заполненный стратифицированной невязкой жидкостью, характеризуемой частотой Вайсяля $N(z)$.

Будем искать периодические решения для малых возмущений, находящиеся в квазигеострофическом равновесии. Другими словами, рассмотрим волновые решения для синоптического и планетарного масштабов с характерной длиной волны от сотен до тысяч километров. Исходное уравнение для возмущений давления P' записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla^2 P' - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial P'}{\partial z} \right) \right] + \beta \frac{\partial P'}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

с граничными и начальными условиями:

$$z = 0: \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{g}{N^2} \frac{\partial P'}{\partial z} + P' \right) = 0, \quad z = H: \frac{\partial^2 P'}{\partial z \partial t} = 0, \quad t = 0: P' = P^0(x, y, z). \quad (4a)$$

Решение задачи (4), (4a) представляется в виде

$$P' = \sum_0^{\infty} P_m(x, y, t) \Psi_m(z), \quad (5)$$

где функции $P_m(x, y, t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 P_m - \frac{f_0^2}{gh_m} P_m \right) + \beta \frac{\partial P_m}{\partial x} = 0, \quad m = 0, 1, \dots, \quad (6)$$

а h_m и $\Psi_m(z)$ есть собственные значения и собственные функции одномерной задачи.

Уравнение (6) описывает распространение баротропных ($m=0$) и бароклинных ($m=1,2,\dots$) волн Россби с дисперсионным соотношением

$$\sigma_m = -\frac{\beta k}{k^2 + \ell^2 + \gamma_m^2}, \quad (7)$$

где $m = 0, 1, \dots$ – номер моды, k и ℓ – волновые числа по осям x и y соответственно;

$$\gamma_m^2 = f_0^2 / gh_m.$$

Эти волны в классической гидродинамике известны давно (см., например исторический обзор Г. Платцмана (*Platzman, 1968*)). Но К. Россби (*Rossby, 1939*) первым показал их исключительную важность для метеорологии. В метеорологической и океанографической литературе их поэтому называют волнами Россби. Дифференцированием (7) по k, ℓ находится вектор групповой скорости:

$$C_g = \left(\frac{\partial Q_m}{\partial k}, \frac{\partial Q_m}{\partial \ell} \right) = \frac{\beta}{k^2 + \ell^2 + \gamma_m^2} (k^2 - \ell^2 - \gamma_m^2, 2k\ell). \quad (8)$$

Соотношения (7)–(8) справедливы для синоптических движений (с горизонтальными масштабами порядка радиуса Россби) малой амплитуды. Для движений планетарного масштаба с достаточной точностью можно записать следующие выражения для частоты Q_m и групповой скорости C_g :

$$Q_m = -\frac{\beta k}{\gamma_m^2}, \quad C_g = \left(-\frac{\beta}{\gamma_m^2}, 0 \right). \quad (9)$$

Таким образом, синоптические движения малой амплитуды есть дисперсионные, а планетарные движения – бездисперсионные волны Россби. Интересно отметить, что если дивергенция горизонтальной скорости на планетарном масштабе равна нулю, то задача (4) не имеет решений, зависящих от времени. На этом основании планетарные движения иногда называют дивергентными волнами (*Dickinson, 1978*). Напротив, предложение о бездивергентности горизонтального движения приводит к следующим выражениям для частоты волн Q_m и зональной проекции вектора C_g :

$$Q_m = -\frac{\beta k}{k^2 + \ell^2}, \quad C_{g,x} = \frac{\beta}{k^2}. \quad (10)$$

Из (7), (8) следует, что гребни волн Россби всегда распространяются на запад, но энергия волнового пакета может переноситься в обоих направлениях. Предельные формулы (9), (10) уточняют, что на запад энергию переносят дивергентные бездисперсионные, а на восток бездивергентные дисперсионные волны Россби.

Несмотря на множество упрощений, введенных при выводе уравнений для волн Россби, эти волны не являются математической абстракцией и достаточно часто наблюдаются в океане. Так, авторы работы (*Bernstein and White, 1974*), анализируя данные глубоководных зондирований в субтропической зоне Тихого океана, обнаружили термические возмущения в главном термоклине, которые можно интерпретировать как проявление волн Россби. Позднее по спутниковым данным неоднократно регистрировались возмущения уровня, распространяющиеся на запад (*Killwort et al., 1999; Osychny et al., 2004*). Причем их характеристики были близки к характеристикам свободных волн Россби малой амплитуды, хотя их фазовая скорость чаще всего превышала фазовую скорость волн Россби примерно в два раза. Большинство авторов объясняют этот факт модификацией свойств свободных волн средним течением и влиянием рельефа дна. На эффективность последнего механизма указывает значительное изменение свойств прогрессивных возмущений планетарного масштаба в западной части Атлантического океана, после пересечения этими волнами Срединно-Атлантического хребта. В окрестности хребта второе из граничных условий (4а) не выполняется и формирование стоячих по вертикали мод маловероятно.

Необходимо отметить, что фазовая скорость бароклинных мод волн Россби сравнительно невелика. В субтропической области Атлантики, например, она не превышает несколько см с^{-1} . Это означает, что в этой области вероятно возникновение так называемых критических слоев, в которых фазовая скорость волн и средняя скорость течений равны между собой. Здесь волновые решения приведенного выше вида невозможны, т.к. при учете средней циркуляции в знаменателе дисперсионного соотношения появляется разность средней скорости течения и фазовой скорости волны. В результате знаменатель обращается в нуль и в решении возникает сингулярность. В критических слоях энергия может передаваться от волн к среднему течению, что приводит к уменьшению их амплитуды до нуля, т.е. происходит поглощение волновой энергии. Возможен и другой вариант: энергия может поступать от среднего течения к растущим волновым возмущениям, т.е. реализуется неустойчивость средней циркуляции. Для формального описания критических слоев необходимо с самого начала искать волновые решения в комплексной области, что позволяет найти характеристики растущих по амплитуде возмущений, т.е. неустойчивых решений (*Монин, Яглом, 1965; Шакина, 1990*). Последние близки к наблюдаемым в открытых частях Мирового океана синоптическим вихрям, которые часто интерпретируются (по аналогии с атмосферой) как результат неустойчивости средней циркуляции океана. Можно тем не менее

отметить, что по имеющимся наблюдениям обычно бывает затруднительно различить нейтральные (с постоянной амплитудой) и растущие волновые возмущения планетарного масштаба. С одной стороны, они имеют достаточно большие периоды (сотни суток) и длины (сотни, тысячи км), что затрудняет их надежное выделение по ограниченным пространственно-временным реализациям. С другой, характеристики нейтральных и растущих возмущений могут отличаться между собой очень незначительно. Поэтому проекции наблюдаемых возмущений на ортогональные моды первого и второго типа оказываются близкими между собой.

В бассейне, ограниченном берегами (твердыми стенками), наблюдаются волны Россби разного типа. Длинные дивергентные и бездисперсионные волны Россби преобладают в открытых частях океана, обычно внутри крупномасштабных океанических круговоротов, где отсутствуют интенсивные средние течения и, следовательно, критические слои. Бездивергентные и дисперсионные волны Россби возникают после отражения этих длинных волн от западного берега и переносят энергию на восток. Однако, поскольку они значительно короче, на них более эффективно воздействует вязкость. Поэтому короткие волны Россби диссипируют в западной части бассейна, что может служить «волновым» объяснением западной интенсификации, наблюдающейся в крупномасштабных океанических круговоротах. Если берега, ограничивающие океан, имеют достаточно простую конфигурацию, около них возникают и сравнительно просто обнаруживаются по данным наблюдений захваченные волны типа волн Кельвина или Пуанкаре. Подробный анализ соответствующих волновых решений дан, например, в работе Мура и Филандера (*Moore and Philander, 1977*). Однако в реальном океане со сложной конфигурацией береговой черты эти волны обычно бывает трудно выделить по данным наблюдений.

В экваториальной зоне океана возникает особый класс экваториально захваченных волн, амплитуда которых максимальна на экваторе и затухает по экспоненте по направлению к полюсам. Здесь присутствует целый спектр таких волн, среди которых есть экваториально захваченные волны Россби, Кельвина, а также смешанные Россби-гравитационные волны (или волны Янаи, названные так по имени автора, впервые опубликовавшего экспериментальное доказательство их наличия в экваториальной атмосфере). Подробный их анализ можно найти, например, в работах Филандера (*Philander, 1978, 1979*) (см. также работу *Зеленько и др., 1984*, в которой анализировались результаты численного эксперимента по сезонной изменчивости гидрофизических полей применительно к экваториальной зоне Атлантического океана).

Экваториально захваченные волны Россби характеризуются значительно (на порядок) большими фазовыми скоростями, чем волны Россби в субтропиках и средних широтах. Однако, учитывая наличие в экваториальной зоне струйных зональных течений, направленных на запад в поверхностном слое

(прежде всего, это Южное пассатное течение) и на восток в подповерхностном слое (Экваториальные противотечения – Кромвела в Тихом, Ломоносова в Атлантическом и Тареева в Индийском океанах), волны Россби, а также волны Янаи часто разрушаются в критических слоях. Волны Кельвина значительно более быстрые. Их фазовые скорости направлены на восток и достигают для первых мод $10\text{--}15\text{ м с}^{-1}$. Поэтому они неоднократно наблюдались по экспериментальным данным. Причем во многих работах показано, что их роль в экваториальной динамике и, в частности, в развитии событий Эль-Ниньо очень велика. После отражения волн Кельвина от восточного берега генерируются волны Россби, перемещающиеся на запад в экваториальном волноводе (если они не поглощаются в критических слоях – см. выше), и захваченные берегом волны Кельвина (или Пуанкаре), переносящие энергию из экваториального волновода к полюсам (хотя, как сказано выше, их не всегда можно обнаружить в экспериментальных данных, особенно при сложной конфигурации береговой черты). Последние могут генерировать внеэкваториальные волны Россби, уносящие энергию от восточных границ бассейна на запад, но со значительно меньшей фазовой скоростью, чем волны Россби в экваториальной зоне. Описанный механизм, в частности, может служить одной из причин, определяющих влияние событий Эль-Ниньо на изменчивость субтропических круговоротов в Тихом океане. В отличие от передачи возмущений из зоны максимальных аномалий, возникающих в зрелую фазу Эль-Ниньо в экваториальной зоне, во внетропические широты через «атмосферный мост», в данном случае передача возмущений происходит исключительно за счет внутренних океанических механизмов. Поэтому описанный процесс имеет значительно большие временные масштабы по сравнению с процессом передачи аномальных условий, возникающих в зрелую фазу Эль-Ниньо, с помощью «атмосферного моста». Некоторые авторы обнаруживали океанические последствия интенсивных Эль-Ниньо в субтропической зоне Тихого океана через ~ 10 лет после их зрелой фазы, что интерпретировалось ими как проявление описанного выше внутреннего океанического механизма (см. обсуждение этого механизма в работе *Полонский, 2008а*).

Как указывалось выше, длинные волны Россби переносят кинетическую энергию в западном направлении, что приводит к накоплению волновой энергии у западных берегов океанов и проявляется в западной интенсификации. При этом значительно увеличиваются амплитуды флюктуаций гидрофизических полей. В результате предположение о малости возмущений становится уже неоправданным. Причем западные пограничные течения активно взаимодействуют с интенсивными динамическими образованиями – синоптическими вихрями, характерный горизонтальный масштаб которых 100 км , а время жизни от месяцев до нескольких лет. Вихри эволюционируют в соответствии с законом сохранения абсолютного вихря. Наиболее изучены циклонические ринги (вихри) Гольфстрима, которые отрываются от основного течения справа от потока и перемещаются преимущественно в юго-

западном направлении. Экспериментальные данные показывают, что значительная часть этих рингов вновь поглощается Гольфстримом юго-западнее точки их отрыва. В осредненной циркуляции субтропического антициклонического круговорота Атлантического океана этот процесс проявляется в виде рециркуляции Гольфстрима. Подобная эволюция течения Гольфстрима и синоптических вихрей (рингов) служит ярким проявлением так называемой «отрицательной вязкости», т.е. такого физического процесса, при котором энергия передается от пульсационных вихревых компонент к среднему движению. Для его корректного моделирования в численных моделях необходимо существенно уменьшить величину коэффициента горизонтального турбулентного обмена, поскольку эффект «отрицательной вязкости» не может быть описан в рамках К-теории, и коэффициент горизонтального турбулентного обмена в этом случае вводится для параметризации мезомасштабных процессов перемешивания (подсеточных по отношению к синоптическим вихрям, но обладающих достаточно большой энергией).

Важной особенностью вихрей (типа рангов Гольфстрима) служит захват и перенос ими вод с отличными от окружающих вод свойствами, в том числе и по температуре. Это приводит, в частности, к тому, что вихри (в отличие от волн) вносят определенный вклад в меридиональный перенос тепла в океане. По сравнению с атмосферой, этот вклад относительно невелик. Кроме отличия в физических свойствах морской воды и воздуха, важную роль здесь играет тот факт, что атмосфера не имеет меридиональных границ, а ее осредненная циркуляция характеризуется зональностью. Океаны (за исключением Южного океана), напротив, ограничены с запада и востока материками и характеризуются интенсивными меридиональными течениями, особенно в области западного пограничного слоя. Именно поэтому меридиональный перенос тепла в атмосфере (в особенности в средних и высоких широтах) носит, в основном, вихревой характер, тогда как в океане главная часть меридиональных переносов обусловлена квазистационарными течениями.

3. Теория термохалинной циркуляции. Термохалинная катастрофа

Кроме ветрового воздействия, еще одним механизмом возбуждения океанической циркуляции служит термохалинная конвекция. Из-за охлаждения поверхности океана в высоких широтах и ее нагревания в низких формируется меридиональная конвективная ячейка. Причем, из-за асимметрии в распределении суши на Земле и физико-географических особенностей взаимодействия океана с атмосферой, глубинные воды образуются только в Северной Атлантике, а придонные – в Антарктическом секторе Южного океана. Скорость формирования глубинных североатлантических вод оценивается в 20 Свдрупов (Св., $1 \text{ Св} = 10^6 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$), а придонных антарктических – в 5 Св. В верхнем бароклинном слое формируется компенсационный перенос. Это приводит к интегральной термохалинной циркуляции в верхнем слое, на-

правленной на север Атлантики (*Стоммел, 1965; Broecker et al., 1999; Rumstorf, 1995*). Причем фактически термохалинная конвекция является термической, поскольку изменения плотности в океане регулируются, в основном, температурными вариациями. Действительно, если температурные перепады по вертикали (от поверхности до дна) и в меридиональном направлении (от экватора до полярных зон) достигают в Мировом океане более 30 °С, то перепады солености не превышают нескольких промилле (или единиц практической солености – е.п.с.). Конвекция, вызванная соленостным фактором, наблюдается главным образом в субтропических круговоротах, где интенсивное испарение и пониженное количество осадков приводит к повышению солености на поверхности океана до ≥ 37.5 е.п.с. Во внутритропической зоне конвергенции и высоких широтах соленость понижается на 1–3 е.п.с. Такие перепады совершенно недостаточны, чтобы привести к принципиально важному влиянию солености на глобальную термохалинную циркуляцию.

Вместе с тем, двухкомпонентность морской воды, в принципе, допускает формирование другого циркуляционного режима с преимущественно халинной конвективной ячейкой. Для ее реализации необходимо понижение солености на поверхности океана в высоких широтах более чем на 5 е.п.с. по сравнению с наблюдаемыми величинами. В этом случае термохалинная конвекция здесь может прекратиться. На такую возможность впервые указал Стоммел (*Stommel, 1961*). Прекращение термохалинной конвекции из-за понижения солености поверхностных вод в высоких широтах получило название «термохалинной катастрофы». Действительно, при таком сценарии должны резко интенсифицироваться атмосферная циркуляция и произойти похолодание в средних и высоких широтах, поскольку меридиональный перенос тепла в океане при этом практически исчезает, что сопровождается резким увеличением термических контрастов между низкими и высокими широтами в атмосфере.

Палеоданные показывают, что, вероятно, подобная катастрофа произошла около 8.2 тыс. лет тому назад, что привело к понижению зимней температуры в Гренландии на $\sim 10^\circ\text{C}$. Главной причиной этому послужила, по видимому, неустойчивость Гренландского ледового щита, приведшая к быстрому сползанию большого объема льда в океан, дальнейшему его таянию и понижению солености в поверхностном слое. Авторы работы (*Thompson and Goldstein, 2005*) отмечают, что периодическая неустойчивость ледовых щитов, индуцированная, по всей видимости, орбитальными изменениями, вообще типична для климатической системы Земли. Другая возможная причина резкого опреснения верхнего слоя океана – быстрый дренаж крупных озер ледникового происхождения (*Ellison et al., 2006*). В современную климатическую эпоху развитие термохалинной катастрофы из-за глобального потепления парникового происхождения маловероятно. Антропогенно обусловленное потепление носит слишком медленный характер для реализации подобного сценария.

Для того, чтобы показать это, воспользуемся трехбоксовой моделью, состоящей из двух мелких приповерхностных боксов и одного глубинного (Полонский, 2008б). Таким образом, рассмотрим область океана глубиной $D+\delta D$, состоящую из трех однородных боксов, изображенных на рис. 2, и имитирующую Северную Атлантику. Отметим, что используемая модель фактически представляет собой вариант упрощенной модели Стоммела (Stommel, 1961). Тем не менее, даже такая предельно упрощенная модель позволяет оценить вероятность (или точнее, малую вероятность) возникновения термохалинной катастрофы в современную климатическую эпоху. Боксовыми такие модели названы потому, что в них океан рассматривается как совокупность однородных ящиков («боксов»), обменивающихся между собой различными свойствами.

Разбиение на боксы производилось таким образом, чтобы приток тепла на границе раздела океан – атмосфера в южном боксе компенсировался его оттоком в северном, т.е. чтобы существовал стационарный термический режим океана. Полагалось также, что осадки, выпадающие над вторым боксом, формируются в результате испарения воды в первом боксе. Размер верхних боксов по вертикали ограничивался толщиной деятельного слоя океана, которая в умеренных широтах составляет около 200 м.

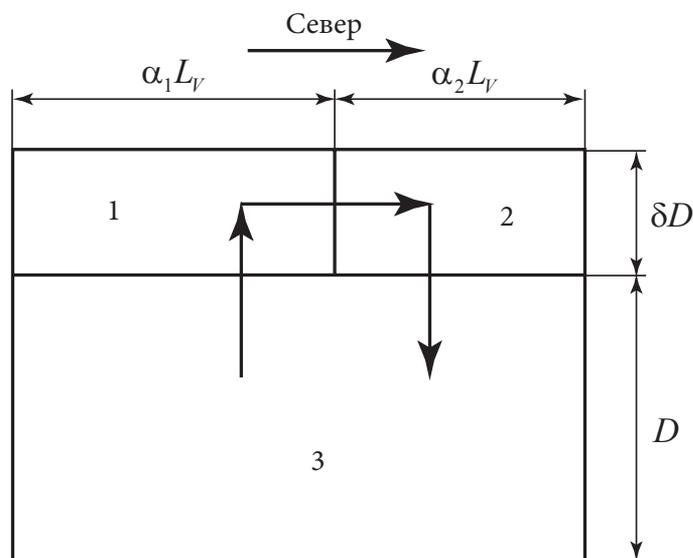


Рис. 2. Схематическое изображение боксов в трехбоксовой модели: 1 – верхний южный (тропический + субтропический) бокс; 2 – верхний северный бокс; 3 – глубинный бокс. Стрелками показано направление термохалинной циркуляции.

Уравнения переноса тепла и солей, проинтегрированные по боксам, приводят к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений для температуры и солёности:

$$V_1 \frac{d}{dt} T_1 = R_1^T (T_3 - T_1) + Q_1^T, \quad (11)$$

$$V_2 \frac{d}{dt} T_2 = R_2^T (T_1 - T_2) - Q_2^T, \quad (12)$$

$$V_3 \frac{d}{dt} T_3 = R_3^T (T_2 - T_3), \quad (13)$$

$$V_1 \frac{d}{dt} S_1 = R_1^S (S_3 - S_1) + Q_2^S, \quad (14)$$

$$V_2 \frac{d}{dt} S_2 = R_2^S (S_1 - S_2) - Q_2^S, \quad (15)$$

$$V_3 \frac{d}{dt} S_3 = R_3^S (S_2 - S_3). \quad (16)$$

В уравнениях (11)–(16) T_i , S_i и V_i – температура, солёность и объём боксов ($i = 1, 2, 3$); Q_i^S – пресный баланс, а Q_i^T – поток тепла на поверхности океана; R_i^T и R_i^S характеризуют скорость объёмного переноса тепла и солей.

Для решения системы (11)–(16) необходимо задать начальные условия, в качестве которых принимались средние в пределах каждого бокса значения температуры и солёности, рассчитываемые по данным цифрового атласа (*Locarnini et al., 2006*): $T_1 = 21.6^\circ\text{C}$; $S_1 = 36.4$ е.п.с.; $T_2 = 7.0^\circ\text{C}$; $S_2 = 34.6$ е.п.с. Соответствующая этим значениям плотность воды в боксах: $\rho_1 = 1.02541$ г см⁻³, $\rho_2 = 1.02712$ г см⁻³. Видно, что плотность воды второго бокса существенно больше плотности воды первого из них, что и приводит к наблюдаемой меридиональной термохалинной циркуляции. Характеристики третьего бокса в стационарном случае можно выразить через характеристики первых двух, принимая во внимание, что для системы (11)–(16) в этом случае сохраняется неизменность температурного режима и количества солей.

Стационарное решение системы (11)–(13) удовлетворяет следующим условиям:

$$T_1 = \Delta \cdot (1 + \alpha_2 \delta) / (1 + \delta), \quad T_2 = -\Delta \cdot \alpha_1 \delta / (1 + \delta),$$

где $\Delta = Q_T / R^T$, δ – отношение глубины верхних боксов к глубине нижнего, α_i ($i=1, 2$) – отношение объемов каждого из верхних двух боксов к их суммарному объему. Аналогичное соотношение можно выписать в стационарном случае для солености.

Из общих физических соображений ясно, что при существенном превышении плотности воды второго бокса над плотностью воды первого система должна быть устойчива к малым возмущениям. Для существования неустойчивых возмущений необходимо, чтобы плотность воды в первом и втором боксах была примерно одинакова, либо амплитуда возмущений была близка к базовому перепаду плотности между боксами. Реализацию хотя бы одного из этих условий исключительно трудно представить при современной климатической ситуации. Действительно, чтобы понизить плотность второго бокса до величины, близкой к $\rho_1 = 1.02541$, необходимо уменьшить соленость (при неизменной температуре) приблизительно на 2 е.п.с. Можно рассчитать, какой приток пресной воды (допустим для определенности, что этот приток происходит в течение полугода; такой временной отрезок выбран потому, что максимальная продолжительность непрерывного периода таяния льдов в Северной Атлантике при аномально теплых условиях в современный период составляет около полугода) необходим для этого. Объем вне-тропического бокса составляет $3.4 \times 10^{15} \text{ м}^3$; 2 е.п.с. – это около 6% от 34.6 е.п.с. Следовательно, объем необходимой пресной воды около $2.1 \times 10^{14} \text{ м}^3$ (6% от исходного объема). Полученный объем делим на $\frac{1}{2}$ года и получаем 13 Св, что более чем на порядок превышает приток пресной воды за счет таяния ледового покрова в высоких широтах Северной Атлантики вследствие потепления (Полонский 2008б; Curry, Mauritzen, 2005). В действительности, при фактической реализации такого сценария температура воды в соответствующем боксе должна уменьшаться. Это делает возможность достижения рассматриваемой системой состояния, близкого к критическому, еще менее вероятной.

Если увеличить время необходимого опреснения (для достижения системой состояния, близкого к критическому) до нескольких десятилетий, то соответствующий расход пресных вод уменьшится на два порядка. Кажется, таким образом, что при длительном потеплении высоких широт критический уровень распреснения, в принципе, может быть достигнут. Однако в этом случае необходимо учитывать другие процессы в системе океан – атмосфера, не описываемые уравнениями (11)–(16) и представляющие, главным образом, отрицательные обратные связи, стабилизирующие климатическую систему (Полонский, 2008а; Ellison et al., 2006). Проведенный анализ косвенно подтверждает, что фактически термическая мода является единственной устойчивой меридиональной термохалинной модой, на что обращалось внимание авторами работ (Manabe and Stouffer, 1999; Manabe et al., 2001).

Возникает естественный вопрос: за счет какого механизма термохалинная катастрофа описываемого типа могла реализовываться в прошлом? Для ответа на этот вопрос необходимо вспомнить, что в период максимального развития ледового покрова при последнем оледенении (около 21 000 лет тому назад) лед покрывал практически целиком Северную Америку и северо-западную часть Евразии. Значительно большее количество льда, чем в настоящее время, покрывало и Гренландию. В результате потепления весь этот ледовый покров начал таять. При этом предположительно образовывалось огромное количество айсбергов, таяние которых и привело к понижению солености вод Северной Атлантики. До недавнего времени считалось, что именно этот процесс привел к термохалинной катастрофе. Однако по данным последних работ, использующих седиментационный анализ донных отложений в Северной Атлантике, в период резкого потепления 8200 лет тому назад (как раз тогда, когда, по данным палеорекоkonструкций, вероятно и возникла термохалинная катастрофа), отсутствуют доказательства быстрого таяния армады айсбергов на исследуемой акватории. Зато представлены различные свидетельства формирования на Североамериканском континенте обширных озер ледникового происхождения. Именно прорыв массы талой воды через разрушающуюся перемычку на акваторию Северной Атлантики и привел, по всей вероятности, к термохалинной катастрофе около 8200 лет тому назад (*Ellison et al., 2006; Полонский, 2008б*).

Таким образом, результаты последних работ, в которых рассматривались различные палеоданные, свидетельствуют о том, что даже в период перехода от ледникового периода к межледниковью скорость таяния ледовых щитов и сезонных полей льда на акватории Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана была недостаточной для возникновения термохалинной катастрофы за счет быстрого таяния армады айсбергов. Тем более трудно представить себе реализацию такого сценария в современную климатическую эпоху. Для нее характерен режим квазипериодической изменчивости меридионального переноса тепла в Северной Атлантике, проявляющийся в виде Атлантической мультидекадной осцилляции, к описанию которой мы и переходим.

4. Атлантическая мультидекадная осцилляция

Атлантической мультидекадной осцилляцией (АМО) называют квазипериодические изменения температуры поверхности океана в Северной Атлантике с характерным временным масштабом от 50 до 100 лет. Естественная изменчивость в системе океан – атмосфера с таким масштабом описывалась во многих работах (см. работу *Полонский, 2008б* и библиографию в ней). В работе (*Enfield and Mestas-Nunez, 1999*) был установлен следующий важный факт. Междесятилетняя мода глобальной температуры поверхности океана является одним из главных глобальных сигналов в поле температуры Миро-

вого океана на масштабах от межгодового до междекадного, не связанных с Эль-Ниньо – Южным колебанием. Она вызывает значимый отклик в поле атмосферного давления и, следовательно, влияет на циркуляционные характеристики атмосферы. Амплитуда этого сигнала максимальна в Северной Атлантике. Другими словами, это – фактически квазипериодический процесс североатлантического происхождения, амплитуда которого достигает максимума юго-восточнее Гренландии. Поэтому в некоторых работах она названа междекадной модой Североатлантического колебания (САК). Термин АМО стал общеупотребительным по отношению к этой моде лишь в самые последние годы. Он подчеркивает не только атлантическое происхождение, но и низкочастотный характер колебания.

Для количественной характеристики АМО обычно используют величину, называемую индексом АМО, который представляет собой среднегодовую аномалию температуры поверхности океана в Северной Атлантике (осредненную между экватором и 60° с.ш.). Изменчивость этого индекса имеет квазипериодический характер. В качестве другой характеристики АМО можно использовать сглаженный низкочастотным фильтром индекс САК. Анализ долговременных рядов индекса САК, восстановленных по палеоданным с 1675 года, выявил, что 54–68-летние вариации индекса САК значимы на 99%-м уровне.

Главным механизмом, отвечающим за формирование низкочастотной изменчивости температуры поверхности океана и потоков тепла на границе раздела океан – атмосфера (т.е. АМО), считаются квазипериодические колебания меридионального переноса тепла в Северной Атлантике. Эта точка зрения подтверждается как прямыми оценками пространственно-временной изменчивости меридионального переноса тепла в Северной Атлантике, так и результатами численных экспериментов с наиболее разработанными на сегодня моделями системы океан – атмосфера. Вместе с тем, относительно основной причины генерации АМО существуют разные точки зрения. Одни авторы считают, что квазипериодические низкочастотные колебания МПТ в Северной Атлантике являются следствием сдвига фаз между термической и халинной модами. Другие настаивают на преимущественно термическом происхождении АМО. В последнем случае считается, что АМО поддерживается сдвигом фаз между изменчивостью температуры поверхности океана и потоков тепла на границе раздела океан – атмосфера (см. обсуждение этого вопроса в работах *Полонский, 2008а, 2008б*). Независимо от деталей механизма формирования низкочастотной изменчивости МПТ в Северной Атлантике можно констатировать, что типичная амплитуда соответствующих вариаций МПТ в Субтропической Атлантике составляет около 10–15% средней величины МПТ (рис. 3).

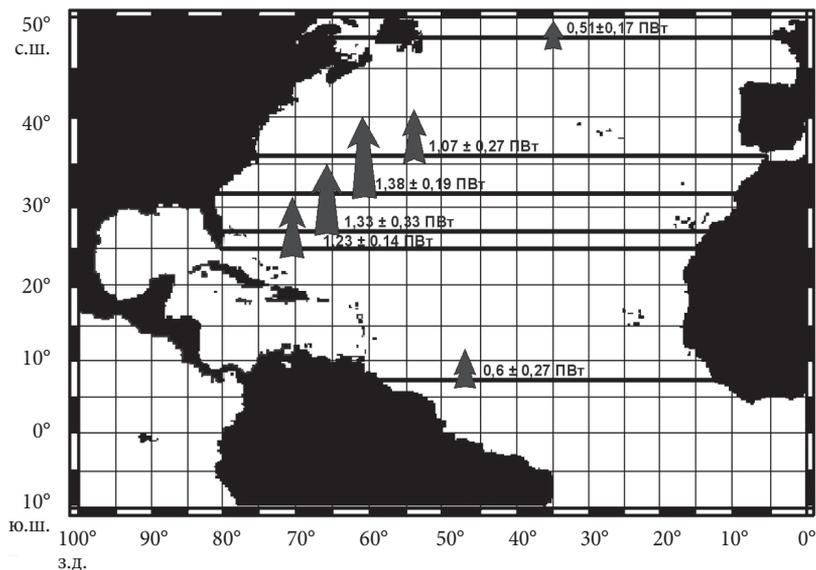


Рис. 3. Средние меридиональные переносы тепла в северной части Атлантического океана и их среднеквадратические вариации во второй половине XX века. Значения переносов указаны в Петаваттах (ПВт), 1 ПВт = 10^{15} Вт.

Значимый атмосферный отклик на аномалии температуры поверхности воды в Северной Атлантике в разные фазы АМО проявляется во всей нижней и средней тропосфере. Вследствие этого общая циркуляция атмосферы характеризуется различными режимами при высоких и низких индексах АМО, а сам индекс АМО коррелирует с различными климатическими характеристиками: температурой воздуха и стоками рек в Европейском и Северо-Американском регионах, количеством и интенсивностью тропических циклонов в Атлантике, параметрами среднеширотных циклонов и антициклонов в Атлантико-Европейском регионе. В значительной степени быстрый рост приземной температуры в последней трети XX века (особенно в Северной Атлантике и прилегающих материковых регионах) связан с совпадением знака тренда и квазипериодической компоненты изменчивости с характерным периодом в несколько десятков лет, которая в настоящее время находится в фазе роста (Полонский, 2008b).

Важно отметить, что характеристики низкочастотных квазипериодических изменений в системе океан – атмосфера, получаемых в лучших глобальных моделях (например, Knight et al., 2005), существенно отличаются от тех, что выделяются по наблюдениям, на что обращалось внимание в работах (Полонский, 2008a, 2008b). Главной причиной такого несоответ-

ствия является неточность моделирования циркуляции и перемешивания вод Мирового океана, а также потоков тепла на его поверхности. Следствием этого является некоторая недооценка интенсивности меридиональной циркуляции в большинстве моделей системы океан – атмосфера и больший (примерно в 1.5 раза) период низкочастотных осцилляций по сравнению с наблюдаемым периодом. В этой связи необходимо подчеркнуть непреходящую актуальность более точного описания процессов перемешивания в моделях общей циркуляции, особенно процессов в верхнем перемешанном слое.

На более точное описание процессов перемешивания в океане направлена целая серия работ школы П.С. Линейкина (см., например, обзоры *Зилитинкевич и др., 1978; Полонский, 1989*). Среди них можно выделить работу (*Зеленько, 1979*), посвященную развитию теории циркуляции Лэнгмюра, серию работ Ю.Д. Реснянского с соавторами (*Реснянский, 1975; Реснянский, Тросников, 1980; Реснянский, Зеленько, 1991*), в которых предложено уточнение параметризации турбулентных процессов в верхнем перемешанном слое с использованием соображений подобия; статью В.С. Мадерича (*Мадерич, 1975а*), в которой подчеркивалась важная роль верхнего перемешанного слоя в переносе тепла крупномасштабными течениями. Последняя проблема была всесторонне исследована в монографии В.И. Калацкого (*Калацкий, 1978*). С использованием полученных результатов в Гидрометцентре России реализована оперативная прогностическая система, учитывающая адвекцию тепла в перемешанном слое (*Нестеров, 2005*).

Заключение

Приведенные результаты далеко не исчерпывают всей многогранной деятельности представителей школы П.С. Линейкина. Тем не менее, они свидетельствуют о том, что, начиная с середины 50-х годов XX столетия, П.С. Линейкин с учениками принимал самое активное участие в развитии важнейших направлений современной физической океанографии – теории океанического термоклина и крупномасштабной циркуляции Мирового океана, теории деятельного слоя и методов расчета характеристик верхнего перемешанного слоя в океане. Все эти направления исследований так или иначе связаны с теорией климата. Их развитие привело к качественно новому пониманию функционирования климатической системы и позволило объяснить многие (ранее непонятные) причины ее эволюции на временных масштабах от нескольких лет до тысячелетий, обусловленные внутренней океанической динамикой и взаимодействием океана с атмосферой.

Литература

- Зеленько А.А.* Динамика циркуляции Лэнгмюра и расчет характеристик деятельного слоя океана / Диссертация на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук. М., Гос. комитет СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды, 1979. 147 с.
- Зеленько А.А., Михайлова Э.Н., Полонский А.Б., Шапиро Н.Б.* Моделирование сезонной изменчивости полей течений и температуры в экваториальной Атлантике. В сб.: Вопросы динамики океана. Л., Гидрометеоздат, 1984. С. 70–79.
- Зеленько А.А., Реснянский Ю.Д.* Глубокая конвекция в модели общей циркуляции океана: изменчивость на суточном, сезонном и межгодовом масштабах // *Океанология*. 2007. Т. 4. № 2. С. 211–224.
- Зилитинкевич С.С., Реснянский Ю.Д., Чаликов Д.В.* Теоретическое моделирование верхнего слоя океана. В сб.: Механика жидкости и газа (Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР). М., 1978. Т. 12. С. 5–51.
- Калацкий В.И.* Моделирование вертикальной термической структуры деятельного слоя океана. Л.: Гидрометеоздат, 1978. 214 с.
- Кондратьев К.Я.* Изменение глобального климата: реальность, предположения и вымысел // *Исслед. Земли из космоса*. 2002. № 1. С. 3–31.
- Линейкин П.С.* Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеоздат, 1957. 139 с.
- Линейкин П.С.* О нелинейных волновых возмущениях в главном океаническом термоклине // *ДАН СССР*. 1978. Вып. 241. № 6. С. 1436–1439.
- Линейкин П.С., Мадерич В.С.* Теория океанического термоклина. Л.: Гидрометеоздат, 1982. 272 с.
- Линейкин П.С., Фролов А.В.* Нестационарная двухпараметрическая модель главного океанического термоклина // *Метеорология и гидрология*. 1979. № 1. С. 72–85.
- Мадерич В.С.* О роли верхнего квазигомогенного слоя в переносе тепла океаническими течениями // *Метеорология и гидрология*. 1975а. № 10. С. 63–72.
- Мадерич В.С.* Частное решение нестационарного уравнения переноса плотности // *Труды Гидрометцентра СССР*. 1975б. Вып. 161. С. 16–25.
- Монин А.С.* Гидродинамика атмосферы, океана и земных недр. СПб.: Гидрометеоздат, 1999. 524 с.
- Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Ч.1. М.: Наука, 1965. 639 с.
- Нестеров Е.С.* Оперативные системы прогноза параметров морской среды для европейских морей // *Метеорология и гидрология*. 2005. № 1. С. 121–126.
- Перри А.Х., Уокер Дж. М.* Система океан – атмосфера. Л.: Гидрометеоздат, 1979. 196 с.
- Полонский А.Б.* Горизонтально-неоднородный деятельный слой океана и его моделирование. Севастополь–Обнинск: Изд. ВНИИГМИ–МЦД, 1989. 234 с.
- Полонский А.Б.* Роль океана в изменениях климата. Киев: Наукова думка, 2008а. 184 с.
- Полонский А.Б.* Глобальное потепление, крупномасштабные процессы в системе океан – атмосфера, термохалинная катастрофа и их влияние на климат Атлантико-Европейского региона. Серия «Современные проблемы океанологии». Вып. 5. Севастополь: Морской гидрофизический институт НАН Украины, 2008б. 45 с.
- Реснянский Ю.Д.* О параметризации интегральной диссипации турбулентной энергии в верхнем квазигомогенном слое океана // *Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана*. 1975. Т. 11. № 7. С. 726–733.

- Реснянский Ю.Д., Зеленько А.А. Параметризация верхнего перемешанного слоя в модели общей циркуляции океана // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 10. С. 1080–1088.
- Реснянский Ю.Д., Тросников И.В. Параметризация деятельного слоя океана при моделировании зональной циркуляции атмосферы // Тр. Гидрометцентра СССР. 1980. Вып. 229. С. 18–31.
- Саркисян А.С., Демин Ю.Л., Бреховских А.Л. и др. Методы и результаты расчета циркуляции вод Мирового океана. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 152 с.
- Стоммел Г. Гольфстрим. М.: Иностранная литература, 1963. 227 с.
- Стоммел Г. Обзор теории морских течений. В кн.: Проблемы океанической циркуляции. М.: Мир, 1965. С. 5–14.
- Фролов А.В. Расчет долгопериодной изменчивости вертикальных профилей плотности в океане / Диссертация на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук. М.: Гос. комитет СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды, 1979. 154 с.
- Шакина Н.П. Гидродинамическая неустойчивость в атмосфере. Л.: Гидрометеиздат, 1990. 310 с.
- Bernstein R.L., White W.B. Time and length scale of baroclinic eddies in the Central North Pacific ocean // J. Phys. Ocean. 1974. V. 4. № 4. P. 613–624.
- Bjerknes J. Atlantic air-sea interaction // Adv. Geophys. 1964. V. 10. No. 1. P. 1–82.
- Bjerknes J. A large-scale disturbance of the atmospheric circulation presumably originating from the equatorial Pacific. В сб.: Динамика крупномасштабных атмосферных процессов. М.: Наука, 1969. С. 257–260.
- Broecker W.S., Sutherland S., and Peng T-H. A possible 20th-Century Slowing of Southern Ocean Deep Water Formation // Science. 1999. V. 286. No. 5442. P. 1132–1135.
- Curry R., and Mauritzen C. Dilution of the Northern North Atlantic Ocean in Recent Decades // Science. 2005. V. 308. No. 5729. P. 1729–1774.
- Deser C., Alexander M.A., and Timlin M.S. Evidence for Wind-Driven Intensification of the Kuroshio Current Extension from the 1970s to the 1980s // J. Climate. 1999. V. 12. No. 6. P. 1697–1706.
- Dickinson P.E. Rossby waves long-period oscillations of oceans and atmosphere // Ann. Rev. Fluid. Mech. 1978. V. 10. P. 159–195.
- Ellison C.R.W., Chapman M.R., and Hall I.R. Surface and Deep Ocean Interactions During the Cold Climate Event 8200 Years Ago // Science. 2006. V. 312. No. 5783. P. 1929–1932.
- Enfield D., and Mestas-Nunez A.M. Multiscale variability in global SST and their relationships with tropospheric climate patterns // J. Climate. 1999. No. 12. No. 9. P. 2719–2730.
- Killworth P.D., and Blundell J.R. The Effect of Bottom Topography on the Speed of Long Extratropical Planetary Waves // J. Phys. Oceanogr. 1999. V. 9. No. 10. 2689–2710.
- Knight J., Allan R., Folland C., Vellinga M. and Mann M. The Atlantic Multidecadal Oscillation: A Signature of Thermohaline Circulation Cycles in Observed Climate // CRCES Workshop on Decadal Climate Variability, 19 October 2005.
- Locarnini R.A., Mishonov A.V., Antonov J.I., Boyer T.P., and Garcia H.E. World Ocean Atlas 2005, Volume 1: Temperature. S. Levitus, Ed. NOAA Atlas NESDIS 61, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 182 pp.
- Manabe S., and Stouffer R.J. Are two modes of thermohaline circulation stable // Tellus. 1999. V. 51A. No. 3. P. 400–411.
- Manabe S., Knutson T.R., Stouffer R.J., and Delworth T.L. Exploring natural and anthropogenic variation of Climate // Q. J. Royal Meteor. Society. 2001. V. 127. Part A. No. 571. P. 1–24.
- Mayer D.A., Molinari R.L., and Festa J.F. The mean and annual cycle of upper layer temperature fields in relation to Sverdrup dynamics within the gyres of the Atlantic Ocean // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. No. C9. P. 18545–18566.

- Moore D.W., and Philander S.G.H.* Modelling of the equatorial oceanic circulation / In: The sea. Vol. 6. New York London –Sydney. –1977.
- Osychny V., and Cornillon P.* Properties of Rossby Waves in the North Atlantic Estimated from Satellite Data // J. Phys. Oceanogr. 2004. V. 34. No. 1. P. 61–76.
- Philander S.G.H.* Instability of zonal equatorial currents // J. Geophys. Res. 1978. V. 83. No. C7. P. 3679–3682.
- Philander S.G.H.* Equatorial waves in the presence of the equatorial undercurrent // J. Phys. Oceanogr. 1979. V. 9. No. 2. P. 254–262.
- Platzman G.W.* The Rossby wave // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1968. V. 94. P. 225–248.
- Rosby C.G.* Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action // J. Mar. Res. 1939. V. 2. P. 38–55.
- Rumstorf S.* Bifurcations of the Atlantic thermohaline circulation in response to changes in the hydrological cycle // Nature. 1995. V. 376. P.145–149.
- Stommel H.* The westward intensification of wind-driven ocean currents // Trans Am. Geophys. Union. 1948. V. 99. P. 202–206.
- Stommel H.* Thermohaline convection with two stable regimes of flow // Tellus. 1961. V. 13. No. 2. P. 224–230.
- Sverdrup H.U.* Wind-driven currents in a baroclinic ocean, with application to the equatorial currents of the eastern Pacific. Proc. Natl. Acad. // Science. 1947. V. 33. P. 318–326.
- Thompson W.G., and Goldstein S.L.* Open System Coral Ages Reveal Persistent Suborbital Sea level Cycles // Science. 2005. 308. No. 5720. P. 401–404.

DEVELOPMENT OF THE WORLD OCEAN CIRCULATION THEORY FOR CLIMATE APPLICATIONS

A.B. Polonsky

A brief description is given of principal achievements of the theory of large-scale ocean circulation, which are important for the understanding of mechanisms of climate system variability. Focus points to those directions of investigation which are significantly developed by Prof. Pavel Lineikin and his followers. It has been shown that they (started from the mid of 1950s) took a very active part in development of recent problems of physical oceanography, such as theory of thermocline and large-scale circulation, theory of upper mixed layer and calculation of its characteristics. All these directions are related with the climate theory. Their development led to new understanding of evolution of climate system on time scales from a few years to millenniums caused by the internal ocean dynamics and by ocean-atmosphere interaction.



ОЦЕНКА ВЗАИМНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭЛЬ-НИНЬО – ЮЖНОГО КОЛЕБАНИЯ И ИНДИЙСКОГО МУССОНА

И.И. Мохов¹, Д.А. Смирнов^{2,3}, П.И. Наконечный³, С.С. Козленко¹, Ю. Куртс⁴

¹ Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

² Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Саратов

³ Саратовский государственный университет, Саратов

⁴ Институт климатических исследований общества Макса Планка, Потсдам, Германия

Проведен анализ взаимосвязи Эль-Ниньо – Южного колебания (ЭНЮК) и индийского муссона с помощью оценки причинности по Грейнджеру по данным за период 1871–2003 гг. В дополнение к известным результатам о наличии отрицательной корреляции между процессами установлено, что связь является двунаправленной, и получены характеристики ее инерционности и нелинейности. Анализ вариаций характеристик связи с использованием скользящего окна шириной от 10 до 100 лет показывает, что взаимодействие процессов представляет собой чередование различных режимов, включая и интервалы почти однонаправленной связи.

Введение

С проявлениями Эль-Ниньо – Южного колебания (ЭНЮК) и индийского муссона связаны важнейшие процессы в Азиатско-Тихоокеанском регионе, имеющие глобальное значение (см. *Climate Change*, 2007). Сильнейшие межгодовые вариации глобальной приповерхностной температуры зависят от интенсивности явлений ЭНЮК. В области влияния муссонов с ключевой ролью индийского муссона проживает более двух третей населения Земли (*Zhou et al.*, 2008). Исследование взаимосвязи ЭНЮК и активности индийского муссона представляет не только региональный, но и глобальный интерес. Взаимосвязь этих процессов установлена различными методами с высокой надежностью (*Bliss and Walker*, 1932; *Kripalani and Kulkarni*, 1997; *Kumar et al.*, 1999; *Krishnamurthy and Goswami*, 2000; *Kripalani et al.*, 2001; *Kripalani et al.*,

2001; Sarkar et al., 2004; Maraun and Kurths, 2005; Zubair and Ropelewski, 2006; Climatic Change, 2007; Yim et al., 2008).

Увеличение температуры поверхности океана (ТПО) в экваториальных широтах в Тихом океане во время Эль-Ниньо с соответствующим изменением конвективных процессов, зональной циркуляции Уокера и меридиональной Хэдли, смещением внутритропической зоны конвергенции сопровождается значительными сезонными аномалиями температуры и осадков во многих регионах. При этом для сильной антикорреляционной связи характеристик Эль-Ниньо и индийского муссона проявляются существенные вариации, в частности, отмечено заметное ослабление, начиная с последней четверти XX века (см., напр., *Climatic Change*, 2007). Исследование взаимосвязи ЭНЮК и индийского муссона должно включать, наряду с анализом когерентности этих процессов, оценки интенсивности воздействия одного процесса на другой, т.е. количественные оценки направленных связей, а также тенденций их изменения при изменениях климата. В данной работе подобные оценки получены с помощью анализа причинности по Грейнджеру, как линейного (*Granger*, 1969), так и нелинейного (*Ancona et al.*, 2004; *Feldmann and Bhattacharya*, 2004; *Ishiguro et al.*, 2008), что все чаще используется в науках о Земле (см., напр., *Wang et al.*, 2004; *Mokhov and Smirnov*, 2006a; *Mokhov and Smirnov*, 2006b; *Mosedale et al.*, 2006; *Mokhov and Smirnov*, 2008).

1. Используемые данные и предварительный анализ

Для анализа использовались среднемесячные данные для индексов ЭНЮК (I_{EN}) и Индийского муссона (I_{IN}) для периода 1871–2003 гг. В качестве индекса ЭНЮК использовалась ТПО в области Nino-3 (5° ю.ш. – 5° с.ш., 150° з.д. – 90° з.д.) в Тихом океане по данным GISST2.3 (U.K. Meteorological Office) за период 1871–1996 гг. (*Rayner et al.*, 2003) (доступны на сайте <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/nino3data.asc>), дополненным данными Climate Prediction Center за период 1997–2003 гг. (*Reynolds and Smith*, 1994) (доступны на сайте <http://www.cpc.noaa.gov/data/indices/sstoi.indices>), аналогично подходу Торренса и Компо, представленному на сайте (<http://atoc.colorado.edu/research/wavelets/wavelet1.html>). Индийский муссон характеризовался вариациями среднемесячного количества осадков над Индией (*Mooley and Parthasarathy*, 1984). Индекс, характеризующий муссон, обозначен как $x_1(t)$, а ЭНЮК – как $x_2(t)$.

Сезонные вариации в обоих процессах связаны с общим внешним воздействием – годовым ходом инсоляции. Наличие общего внешнего воздействия может привести к ошибочным выводам о влиянии одного процесса на другой при дальнейшем анализе. Поэтому для исключения сезонной изменчивости из обоих временных рядов был удален годовой ход. Для этого рассчитывались средние (для всего анализируемого периода 1871–2003 гг.) значения величины x_k ($k = 1, 2$) для каждого месяца, например для января. Полученное

среднее значение вычиталось из всех январских значений x_k и т.д. Далее обозначения x_1 и x_2 сохраняются для индексов с удаленным годовым ходом.

Полученные временные ряды представлены на рис. 1, а их локальные и интегральные вейвлет-спектры (см. *Torrence and Compo, 1998*) – на рис. 2. Для муссона наибольшая мощность сосредоточена во внутригодовых вариациях, как видно из локального спектра. Для ЭНЮК выделяются компоненты с периодами около 3 и 5 лет как в интегральном спектре, так и в локальном.

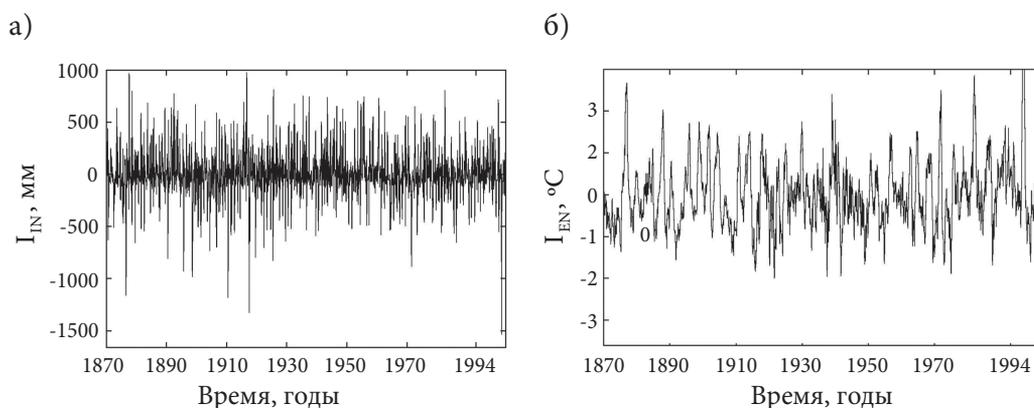


Рис. 1. Изменения со временем индексов, характеризующих Индийский муссон (а) и ЭНЮК (б), после удаления из них сезонного хода.

Оценка взаимной корреляционной функции (ВКФ) для рассматриваемых сигналов имеет максимальное абсолютное значение -0.22 при временном запаздывании ЭНЮК относительно муссона на 3 месяца. Стандартное отклонение оценки ВКФ согласно формуле Бартлетта (*Bartlett, 1978*) равно 0.025 . В предположении гауссовского закона распределения оценки ВКФ, что справедливо для имеющих достаточно длинных рядов, можно найти и 95%-й доверительный интервал: -0.22 ± 0.05 . Несмотря на то, что абсолютное значение ВКФ невелико, оно отлично от нуля с очень высокой доверительной вероятностью.

Кросс-вейвлетный анализ (аналогично, напр., *Jevrejeva et al., 2003*) выявляет наиболее сильную когерентность ЭНЮК и муссона на масштабах 2–7 лет (рис. 3). При этом наряду с интервалами с высокой когерентностью отмечаются интервалы ослабления и даже отсутствия значимой взаимосвязи этих процессов. Кроме того, варьируется и степень сфазированности в целом противофазных взаимных изменений со сменой ведущего и ведомого процессов.

Вейвлет-когерентность свидетельствует о наличии взаимосвязи исследуемых процессов (преимущественно в противофазе), но не позволяет диагностировать однонаправленность или двунаправленность связи.

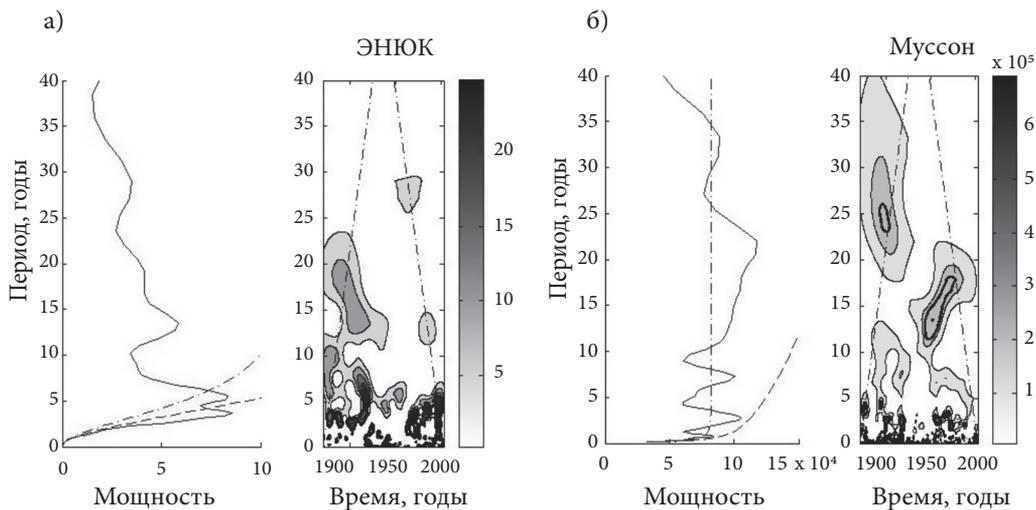


Рис. 2. Интегральные (слева) и локальные (справа) вейвлет-спектры для ЭНЮК (а) и индийского муссона (б). На локальных спектрах штрих-пунктирные линии отделяют области краевых эффектов, а жирные линии ограничивают области, где мощность сигнала больше, чем ожидается для «модели стационарного красного шума» на уровне значимости $p = 0.05$. На интегральных спектрах штриховые линии показывают 95%-й квантиль значений мощности для модели стационарного красного шума, а штрих-пунктирные – ее среднее значение.

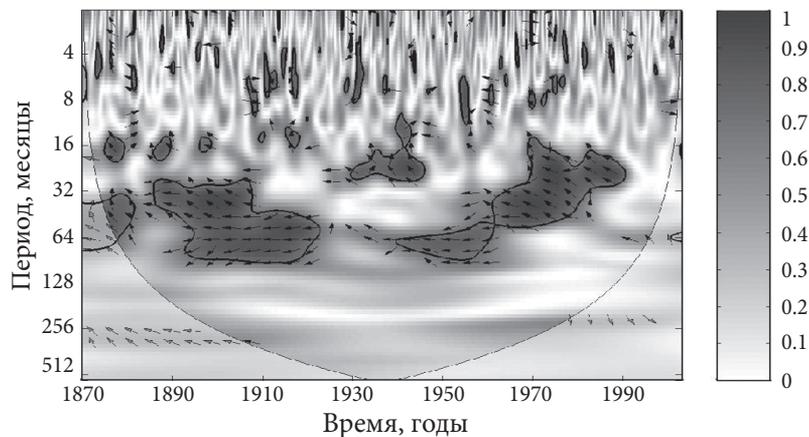


Рис. 3. Вейвлет-когерентность между индийским муссоном и ЭНЮК. Сплошные линии отделяют области краевых эффектов, а жирные линии ограничивают области, где вейвлет-когерентность отлична от нуля на уровне значимости $p = 0.05$.

2. Метод оценки «причинно-следственных» связей по Грейнджеру

Пусть имеются временные ряды от двух процессов $\{x_k(t)\}$, $t = 1, 2, \dots, N$, $k = 1, 2$, где x_k – переменные; N – длина рядов. Требуется выяснить, влияет ли процесс x_1 на x_2 (воздействие $1 \rightarrow 2$) и обратно (воздействие $2 \rightarrow 1$). Если воздействие обнаружено, то нужно получить его количественные характеристики, включая оценки инерционности, нелинейности и пр. Для этого используется понятие «причинности по Грейнджеру», оценки которой основаны на построении эмпирических моделей и расчете ошибок прогноза одного процесса с учетом и без учета другого.

При линейной оценке причинности по Грейнджеру (Granger, 1969) для процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ сначала строятся «индивидуальные» авторегрессионные (АР) модели

$$x_k(t) = A_{k,0} + \sum_{i=1}^{d_k} A_{k,i} x_k(t-i) + \xi_k(t), \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

где d_k – порядок соответствующей модели; ξ_k – нормальный белый шум.

Введем обозначения: \mathbf{A}_k – вектор коэффициентов $A_{k,i}$;

$$\Sigma_k^2 = \sum_{t=i_0+1}^N \left(x_k(t) - A_{k,0} - \sum_{i=1}^{d_k} A_{k,i} x_k(t-i) \right)^2$$

– сумма квадратов остаточных оши-

бок модели; i_0 – см. ниже. Вектор \mathbf{A}_k оценивается методом наименьших квад-

ратов: $\hat{\mathbf{A}}_k = \arg \min_{\mathbf{A}_k} \Sigma_k^2$. Обозначим $s_k^2 = \min_{\mathbf{A}_k} \Sigma_k^2$, тогда несмещенная оценка

дисперсии шума ξ_k есть $\hat{\sigma}_k^2 = \frac{s_k^2}{N - i_0 - (d_k + 1)}$, где $d_k + 1$ – число оценивае-

мых коэффициентов.

Далее строится совместная АР-модель

$$x_k(t) = a_{k,0} + \sum_{i=1}^{d_k} a_{k,i} x_k(t-i) + \sum_{i=1}^{d_{j \rightarrow k}} b_{k,i} x_j(t-i) + \eta_k(t), \quad j, k = 1, 2, \quad j \neq k, \quad (2)$$

где $d_{j \rightarrow k}$ – размерность «добавки» в уравнение одного процесса данных от другого, которая может рассматриваться как характеристика инерционности воздействия; η_k – нормальный белый шум. Аналогично

$$\Sigma_{k|j}^2 = \sum_{t=i_0+1}^N \left(x_k(t) - a_{k,0} - \sum_{i=1}^{d_k} a_{k,i} x_k(t-i) - \sum_{i=1}^{d_{j \rightarrow k}} b_{k,i} x_j(t-i) \right)^2$$

– сумма квадра-

тов ошибок прогноза процесса x_k при учете x_j , где $i_0 = \max\{d_k, d_{j \rightarrow k}\}$. Минимальное значение $\Sigma_{k|j}^2$ обозначим $s_{k|j}^2$, а несмещенную оценку дисперсии остаточных ошибок – $\hat{\sigma}_{k|j}^2$. Улучшение прогноза x_k при учете x_j характеризует воздействие $j \rightarrow k$: $PI_{j \rightarrow k} = \hat{\sigma}_k^2 - \hat{\sigma}_{k|j}^2$. Далее везде приводится нормированная величина улучшения прогноза $PI_{j \rightarrow k} / \hat{\sigma}_k^2$.

Чтобы оценить статистическую значимость отличия полученной величины $PI_{j \rightarrow k}$ от нуля, используется F -тест (Seber, 1977). Обозначим P_k и $P_{k|j}$ – число коэффициентов в индивидуальной и совместной моделях процесса x_k соответственно. Для статистически независимых процессов x_1 и x_2 величина

$$F_{j \rightarrow k} = \frac{(N - i_0 - P_{k|j})(s_k^2 - s_{k|j}^2)}{(P_{k|j} - P_k)s_{k|j}^2} \quad (3)$$

распределена по F -закону Фишера с числом степеней свободы $(P_{k|j} - P_k, N - i_0 - P_{k|j})$. Вывод о наличии влияния $j \rightarrow k$ делается на уровне статистической значимости p , т.е. с вероятностью случайной ошибки не более p , если $F_{j \rightarrow k}$ превосходит $(1-p)$ -квантиль F -распределения.

Если необходим учет нелинейности в моделях, то процедура остается той же, но модели строятся с нелинейными функциями, например индивидуальные модели вида

$$x_k(t) = f_k(x_k(t-1), x_k(t-2), \dots, x_k(t-d_k), \mathbf{A}_k) + \xi_k(t), \quad (4)$$

и аналогичные совместные модели

$$x_k(t) = f_{k|j}(x_k(t-1), \dots, x_k(t-d_k), x_j(t-1), \dots, x_j(t-d_{j \rightarrow k}), \mathbf{A}_k) + \eta_k(t), \quad (5)$$

где $f_k, f_{k|j}$ – многочлены порядка L_k . Однако вид нелинейных функций важно подобрать должным образом. При этом регулярной процедуры, обеспечивающей «хороший» выбор, не существует. В ряде работ использовались многочлены (Ishiguro et al., 2008; Mokhov and Smirnov, 2006), радиальные базисные функции (Ancona et al., 2004), локальные модели (Feldmann and Bhattacharya, 2004). Далее используются алгебраические многочлены невысокого порядка.

Для подбора $d_k, d_{j \rightarrow k}$ и L_k используются следующие соображения. При фиксированном L_k величину d_k следует выбирать достаточно большой, чтобы остаточные ошибки модели были дельта-коррелированы. Для автоматизации процедуры удобно использовать информационный критерий Шварца (Schwartz, 1978): d_k выбирается так, чтобы минимизировать величину

$S_k = \frac{N}{2} \ln \hat{\sigma}_k^2 + \frac{\ln N}{2} P_k$. Далее достаточно проверить адекватность полученной АР-модели. Во-первых, остаточные ошибки должны быть дельта-коррелированными для применимости F -теста. Во-вторых, ее временные реализации должны быть близки к наблюдаемому ряду $x_k(t)$ в статистическом смысле: графики схожи визуально, диапазон вероятных значений модельных переменных содержит весь наблюдаемый ряд, и т.п. Если это выполняется, то индивидуальная модель удовлетворительна, иначе следует увеличивать значение d_k . Для подбора $d_{j \rightarrow k}$ при найденном d_k также можно использовать критерий Шварца, т.е. минимизировать $S_{j \rightarrow k} = \frac{N}{2} \ln \hat{\sigma}_{k|j}^2 + \frac{\ln N}{2} P_{k|j}$. Для целей выявления связи более подходит выбор такого значения $d_{j \rightarrow k}$, которое доставляет максимум $PI_{j \rightarrow k}$ или дает величину $PI_{j \rightarrow k}$, большую нуля на минимальном уровне значимости p . Последние два критерия на практике чаще всего дают одинаковые результаты. Затем проверяется адекватность построенной совместной АР-модели, как указано выше, и в случае необходимости меняется пробное значение $d_{j \rightarrow k}$. Выбор L_k проводится по критерию Шварца или по наиболее значимой величине $PI_{j \rightarrow k}$. Пробные значения $d_k, d_{j \rightarrow k}, L_k$ должны меняться в таком диапазоне, чтобы число коэффициентов любой используемой АР-модели было значительно меньше N . По грубой оценке оно не должно превышать \sqrt{N} , т.е. примерно 40 в нашем случае.

3. Результаты оценки причинности по Грейнджеру

Оценки рассчитывались сначала для всего интервала 1871–2003 гг. Затем проводился анализ со скользящим окном шириной от 10 до 100 лет.

3.1. Индивидуальные модели

При построении линейных моделей число коэффициентов равно $P_k = d_k + 1$, так что d_k может увеличиваться до 39 при построении модели по данным за весь период 1871–2003 гг. Для квадратичных моделей $P_k = \frac{(d_k + 1)(d_k + 2)}{2}$, так что даже d_k не может быть более 7. При $L_k = 3$, должно быть $d_k \leq 4$; при $L_k = 4$, $d_k \leq 3$ и т.д.

Для муссона модель оптимальна при $d_1 = 1$ для любого L_1 (рис. 4а). При этом критерий Шварца имеет меньшее значение для линейной модели. Таким образом, оптимальна линейная модель с $d_1 = 1$. Она дает ошибку прогноза с дисперсией $\hat{\sigma}_1^2 / \text{var}[x_1] = 0.98$, где $\text{var}[x_1]$ означает эмпирическую дисперсию x_1 , т.е. модель объясняет лишь 2% дисперсии x_1 .

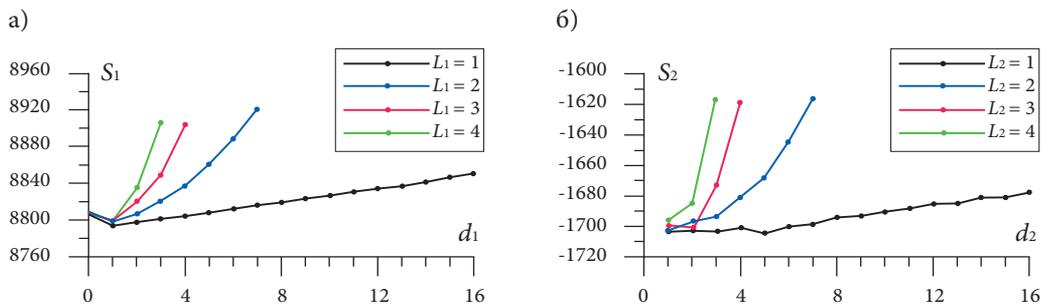


Рис. 4. Критерий Шварца для индивидуальных АР-моделей: а) муссон; б) ЭНЮК.

Для ЭНЮК два значения размерности линейной модели $d_2 = 1$ и $d_2 = 5$ дают практически одинаковое значение критерия Шварца (рис. 4б). Что касается оценки автокорреляционной функции остаточных ошибок, то при $d_2 = 1$ она значительно отличается от дельта-функции, а при $d_2 = 5$ – не значительно (графики не показаны). При $L_2 > 1$ оптимален вариант с $d_2 = 1$, однако, чтобы обеспечить некоррелированность остатков, требуется увеличивать d_2 до 5. Критерий Шварца для линейных моделей меньше, чем для нелинейных. На основании этих результатов, следует признать оптимальной линейную модель с $d_2 = 5$. Нормированная дисперсия ее ошибки прогноза равна $\hat{\sigma}_2^2 / \text{var}[x_2] = 0.18$.

Анализ остаточных ошибок прогноза оптимальных моделей обоих процессов свидетельствует об их дельта-коррелированности. Кроме того, ошибки распределены примерно по нормальному закону (графики не показаны). Так что F -тест применим при оценке причинности по Грейнджеру.

3.2. Воздействие ЭНЮК на муссон

При построении моделей для муссона с учетом ЭНЮК при различных L_1 всегда используется $d_1 = 1$ с учетом результатов, представленных на рис. 4а. При $L_1 = 1$ и $L_1 = 3$ оптимальна величина $d_{2 \rightarrow 1} = 1$ согласно критерию Шварца (рис. 5а). Из них линейная модель дает меньшее значение критерия Шварца. Однако модель с $L_1 = 3$ дает большее и наиболее значимое улучшение прогноза, и эту более сложную модель следует признать оптимальной для анализа связей. При этом улучшение прогноза составляет $PI_{2 \rightarrow 1} / \hat{\sigma}_1^2 = 0.028$, т.е. примерно 3% от дисперсии всех факторов, не объясненных индивидуальной моделью. Это влияние значительно.

Выбор $d_{2 \rightarrow 1} = 1$ соответствует «безынерционному» воздействию. Хотя линейные и нелинейные модели дают близкие результаты, все же большая статистическая значимость вывода о наличии воздействия при $L_1 = 3$ позволяет

заклучить, что имеются признаки нелинейного воздействия ЭНЮК на муссон. Модель с $L_1 = 3$ имеет вид:

$$x_1(t) = a_{1,1}x_1(t-1) + b_{1,1}x_2(t-1) + c_{1,1}x_1^2(t-1)x_2(t-1) + c_{1,2}x_2^3(t-1) + \eta_1(t), \quad (6)$$

где $\sigma_{\eta_1}^2 = 5.86 \cdot 10^4 \text{ мм}^2$, оценки коэффициентов и их стандартных отклонений (Seber, 1977) $a_{1,1} = 0.082 \pm 0.037$, $b_{1,1} = -46.7 \pm 11,2 \text{ мм К}^{-1}$, $c_{1,1} = (-3.5 \pm 0.76) \cdot 10^{-4} \text{ мм К}^{-2}$, $c_{1,2} = 15.3 \pm 3.8 \text{ мм К}^{-3}$. Показаны только те слагаемые в модели, для которых оценки коэффициентов значимо отличны от нуля хотя бы на уровне 0.05, т.е. более чем на удвоенную оценку стандартного отклонения. Линейный коэффициент связи $b_{1,1}$ отрицателен, т.е. соответствует отрицательной корреляции сигналов.

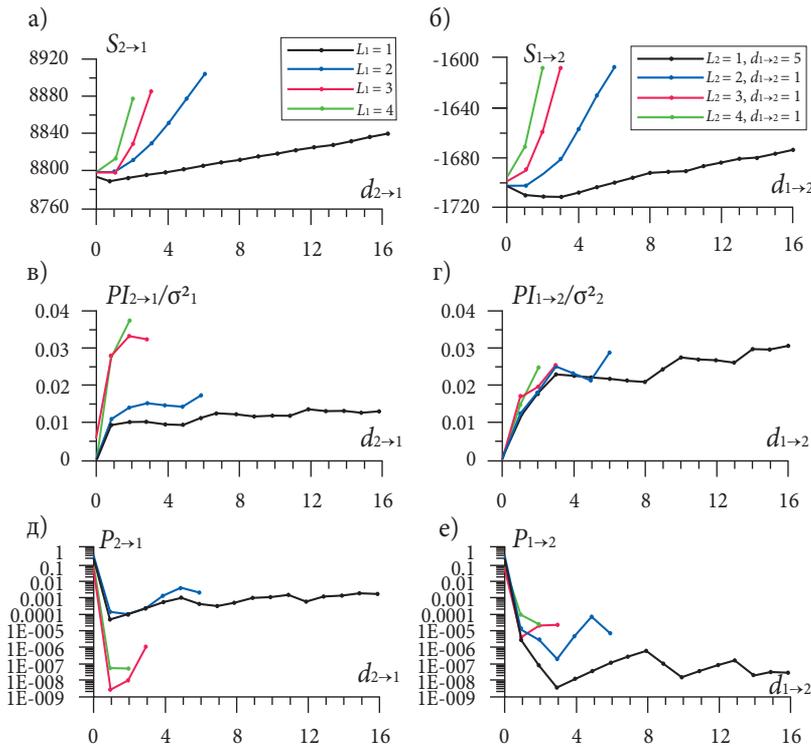


Рис. 5. Критерий Шварца (первый ряд панелей), улучшение прогноза (второй ряд панелей) и уровень значимости его отличия от нуля (третий ряд панелей) для муссона (левая колонка панелей) и для ЭНЮК (правая колонка панелей).

3.3. Воздействие муссона на ЭНЮК

Совместная модель для ЭНЮК оптимальна при $L_2 = 1$ и $d_{1 \rightarrow 2} = 3$ (рис. 56). Она соответствует и наиболее значимому улучшению прогноза, которое равно $PI_{1 \rightarrow 2} / \hat{\sigma}_2^2 = 0.024$ и больше нуля на уровне значимости $p < 5 \cdot 10^{-9}$. Эта модель имеет вид:

$$x_2(t) = a_{2,1}x_2(t-1) + a_{2,5}x_2(t-5) + b_{2,1}x_1(t-1) + b_{2,2}x_1(t-2) + b_{2,3}x_1(t-3) + \eta_2(t), \quad (7)$$

где

$$\sigma_{\eta_2}^2 = 0.11 \text{ K}^2,$$

$$a_{2,1} = 0.92 \pm 0.02,$$

$$a_{2,5} = -0.084 \pm 0.025,$$

$$b_{2,1} = (-1.48 \pm 0.34) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-1}\text{K},$$

$$b_{2,2} = (-1.00 \pm 0.35) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-1}\text{K},$$

$$b_{2,3} = (-1.08 \pm 0.35) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-1}\text{K}.$$

Воздействие инерционно: $d_{1 \rightarrow 2} = 3$, т.е. поведение индекса ЭНЮК зависит от значений индекса муссона для трех предыдущих месяцев. Коэффициенты связи $b_{2,1}$, $b_{2,2}$, $b_{2,3}$ отрицательны, что соответствует антикорреляции переменных $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Все три коэффициента связи имеют близкие значения, т.е. общий вклад индекса муссона в уравнение для ЭНЮК $b_{2,1}x_1(t-1) + b_{2,2}x_1(t-2) + b_{2,3}x_1(t-3)$ – это величина, приблизительно пропорциональная его среднему за три месяца значению. Признаков нелинейности этого воздействия не выявлено.

На правых панелях рис. 5 можно заметить, что имеет место дополнительное улучшение прогноза при $d_{1 \rightarrow 2} = 10$ со вкладом в улучшение значений индекса муссона $x_1(t-9)$ и $x_1(t-10)$. При этом коэффициенты $b_{2,9}$ и $b_{2,10}$ положительны. Однако они значимо отличны от нуля только на поточечном уровне $p = 0.02$. Поскольку это лишь два из семи дополнительно введенных коэффициентов связи, общий уровень значимости вывода об их отличии от нуля может быть оценен как $0.02 \cdot 7 = 0.14$, т.е. вывод не очень надежен. Так что можно говорить лишь о том, что выявлены слабые признаки дополнительного запаздывающего влияния муссона на ЭНЮК.

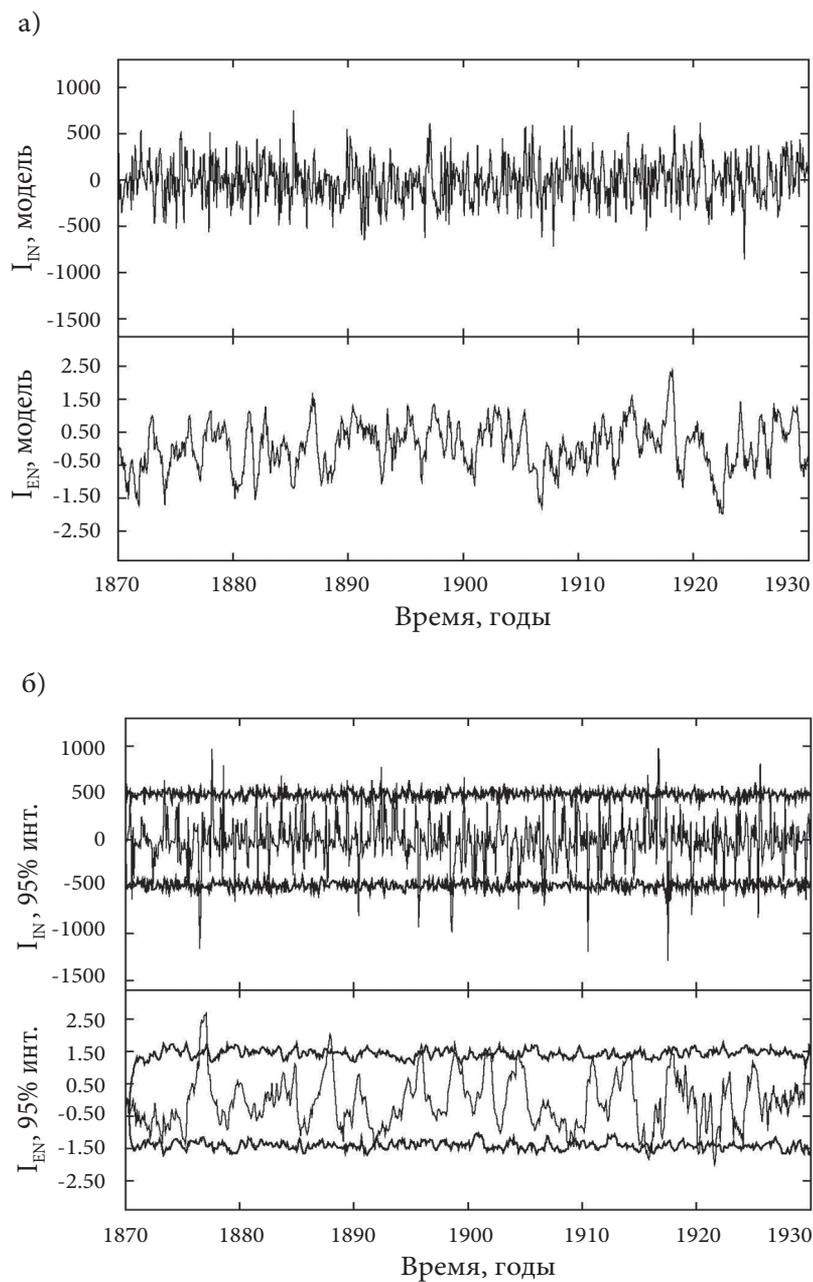
3.4. Проверка итоговой совместной модели

Временные реализации оптимальной модели ($L_1 = 3$, $d_1 = 1$, $d_{2 \rightarrow 1} = 1$, $L_2 = 1$, $d_2 = 5$, $d_{1 \rightarrow 2} = 3$) визуально схожи с исходными рядами (см. рис. 6а). Для количественной проверки генерировался ансамбль реализаций модели при одинаковых начальных условиях и определялся 95%-й диапазон модельных значений. При этом 95% наблюдаемых значений индексов муссона и ЭНЮК находятся в пределах этого диапазона (рис. 6б), что подтверждает адекватность модели. Кросс-корреляция между остаточными ошибками прогноза для муссона и ЭНЮК отсутствует, так что связь реализуется не за счет общего внешнего воздействия.

3.5. Анализ связей в скользящем окне

Расчет характеристик связи проводился в скользящем временном окне, т.е. в интервалах $[T - W, T]$, где W – ширина окна, T – координата конца окна. При фиксированном значении W (варьировавшемся в диапазоне от 10 до 100 лет с шагом 10 лет) проводились расчеты для T от 1870 до 2003 г. При анализе нескольких временных окон более сложно (с поправкой на множественный характер теста) оценивается уровень значимости вывода о наличии связи. А именно, согласно описанной выше процедуре, для каждого временного окна отдельно получают оценки улучшений прогноза и уровня значимости вывода о наличии связи. Это так называемый поточечный уровень значимости, т.е. вероятность случайной ошибки для отдельного окна. Вероятность же ошибочно сделать вывод о наличии связи, значимый на поточечном уровне p хотя бы для одного из M неперекрывающихся окон, равна $p \cdot M$ по правилу сложения вероятностей объединения независимых событий (при малой величине $p \cdot M$). Таким образом, для итогового вывода о наличии связи в одном из проанализированных окон на уровне значимости p , нужно, чтобы поточечный уровень для этого окна составлял p / M , где $1/M$ называют поправкой Бонферрони. На рис. 7 и 8 штриховые линии показывают уровень $p = 0.05 / (N / W)$, где N / W – число неперекрывающихся окон: если поточечный уровень значимости для некоторого окна меньше этой величины, то вывод о наличии связи для этого окна делается на уровне значимости меньше 0.05.

Оценки влияния ЭНЮК на муссон для оптимальной нелинейной модели с $d_1 = d_{2 \rightarrow 1} = 1$, $L_1 = 3$ представлены на рис. 7 для значений ширины окна 30 и 100 лет. Окно шириной 100 лет дает высоко значимые результаты для любого T . Долгосрочная тенденция состоит в слабом росте влияния ЭНЮК на муссон в начале исследуемого периода, достижении максимума и последующем снижении.



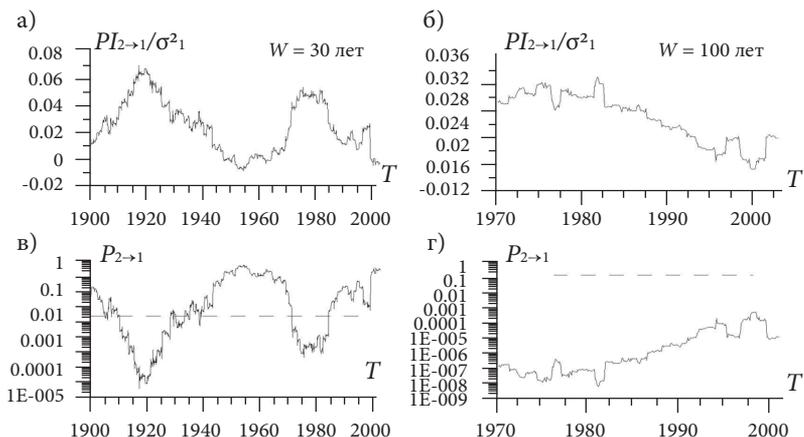


Рис. 7. Оценки влияния ЭНЮК на муссон в скользящем окне $[T-W, T]$ в зависимости от координаты конца окна T . Первый ряд панелей – улучшение прогноза, второй ряд – уровень значимости. Левая колонка – для окна шириной 30 лет, правая колонка – для окна шириной 100 лет. Штриховыми линиями показаны скорректированные с учетом поправки Бонферрони поточечные уровни значимости, соответствующие общему уровню $p = 0.05$ (см. текст).

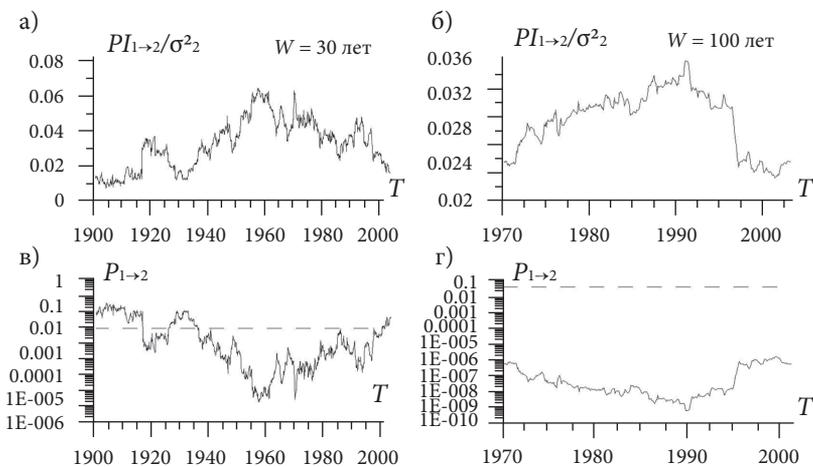


Рис. 8. Оценки влияния муссона на ЭНЮК в скользящем окне $[T-W, T]$ в зависимости от координаты конца окна T . Первый ряд панелей – улучшение прогноза, второй ряд – уровень значимости. Левая колонка – для окна шириной 30 лет, правая колонка – для окна шириной 100 лет. Штриховыми линиями показаны скорректированные с учетом поправки Бонферрони поточечные уровни значимости, соответствующие общему уровню $p = 0.05$ (см. текст).

Период уменьшения влияния более продолжителен, чем период роста. При уменьшении ширины окна снижается значимость результатов, но повышается разрешение по времени. Так, окно шириной 30 лет показывает наличие связи при $1910 \leq T \leq 1930$ и $1975 \leq T \leq 1985$, т.е. в периоды 1880–1930 гг. и 1945–1985 гг. При меньшей ширине окна нелинейная модель становится слишком громоздкой и дает менее значимые результаты. В общем можно заключить, что влияние ЭНЮК на муссон слабо до 1880 г., в период 1930–1945 гг. и после 1985 г.

Значимое влияние муссона на ЭНЮК (рис. 8) для окна шириной 100 лет имеет место при любом T . Долгосрочная тенденция та же, что для влияния ЭНЮК на муссон, но спад влияния муссона на ЭНЮК начался несколько позже (максимум зависимости ближе к 2003 г.). Значимое влияние муссона на ЭНЮК для окна шириной 30 лет наблюдается при $1917 \leq T \leq 1927$ и особенно $1935 \leq T \leq 2000$, т.е. практически на всем ряде. Меньшая длина окна приводит к тому, что значимое влияние обнаруживается только в интервале 1930–1960 гг. (длина окна 20 лет) или совсем не выявляется (ширина окна 10 лет). В общем можно заключить, что влияние муссона на ЭНЮК видно более стабильно, чем ЭНЮК на муссон. Оно не видно лишь до 1890 года, а наиболее существенно в период 1930–1950 гг. При этом интервалы наиболее сильного влияния ЭНЮК на муссон и муссона на ЭНЮК не совпадают по времени, а следуют друг за другом.

Обнаруженная связь между процессами в целом примерно симметрична: нормированное улучшение прогноза в обе стороны составляет 2–3% при анализе для всего периода 1871–2003 гг. и достигает максимум 7% при использовании окна шириной 30 лет.

В (Maraun and Kurths, 2005) были найдены интервалы синхронизации 1:1 (разность фаз двух сигналов $\phi_1 - \phi_2$ примерно постоянна) между исследуемыми процессами: период 1886–1908 гг. соответствует сильному влиянию ЭНЮК на муссон по нашим результатам, 1964–1980 гг. – аналогично. Синхронизация 1:2 (разность фаз $\phi_1 - 2\phi_2$ примерно постоянна) наблюдалась для 1908–1921 гг. (преимущественное влияние муссона на ЭНЮК), 1935–1943 гг. (наиболее сильное влияние муссона на ЭНЮК и не выявлено влияния ЭНЮК на муссон), 1981–1991 гг. (преимущественное влияние муссона на ЭНЮК). Таким образом, можно заметить, что синхронизация 1:1 совпадает с интервалами более сильного влияния ЭНЮК на муссон, тогда как синхронизация 1:2 соответствует преимущественному влиянию муссона на ЭНЮК.

Заключение

На основе анализа причинности по Грейнджеру получены новые более детальные характеристики взаимодействия исследуемых климатических процессов по сравнению с известными результатами об их антикоррелированности (*Bliss and Walker, 1932*) и наличии интервалов фазовой синхронности (*Maraun and Kurths, 2005*). С высокой достоверностью выявлена *двунаправленная* связь между ЭНЮК и индийским муссоном. Влияние ЭНЮК на муссон безынерционно и нелинейно. Воздействие муссона на ЭНЮК характеризуется как линейное со временем инерционности три месяца. Связь почти симметричная: улучшение прогноза составляет 2–3% для обоих направлений.

Анализ в скользящем окне выявил переменный характер связи процессов. Влияние муссона на ЭНЮК растет с конца XIX века примерно до периода 1930–1950 гг., когда оно максимально. Оно слабеет в последнее десятилетие XX века. Обратное влияние максимально около 1890–1920 гг., несколько заметно в 1950–1980 гг., не наблюдается между этими интервалами и после 1980 г.

Работа выполнена в рамках проектов РФФИ (гранты 07-05-00381, 08-05-00532), Министерства образования и науки РФ и программ РАН.

Литература

- Ancona N., Marinazzo D., and Stramaglia S.* Radial basis function approach to nonlinear Granger causality of time series // *Phys. Rev. E.* 2004. V. 70. P. 056221.
- Bartlett M.S.* Stochastic Processes. Cambridge: Cambridge University Press, 1978.
- Climate Change. The Physical Science Basis / Solomon S., Qin D., Manning M., Marquis M., Averyt K., Tignor M.M.B., LeRoy Miller H., Chen Z. (eds). Cambridge/New York: Cambridge University Press, 2007. 996 p.
- Feldmann U., and Bhattacharya J.* Predictability improvement as an asymmetrical measure of interdependence in bivariate time series // *Int. J. Bifurc. Chaos.* 2004. V. 14. P. 505–514.
- Granger, C.W.J.* Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods // *Econometric.* 1969. V. 37. P. 424–438.
- Ishiguro K., Otsu N., Lungarella M., and Kuniyoshi Y.* Detecting direction of causal interactions between dynamically coupled signals // *Phys. Rev. E.* 2008. V. 77. P. 026216.
- Jevrejeva S., Moore J.C., and Grinsted A.* Influence of the Arctic Oscillation and El Nino-Southern Oscillation (ENSO) on ice conditions in the Baltic Sea: The wavelet approach // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108(D21). P. 4677. doi:10.1029/2003jd003417.
- Kripalani R.H., and Kulkarni A.* Rainfall variability over Southeast Asia: Connections with Indian monsoon and ENSO extremes: New perspectives // *Int. J. Climatol.* 1997. V. 17. P. 1155–1168.
- Kripalani R.H., and Kulkarni A.* Monsoon rainfall variations and teleconnections over South and East Asia // *Int. J. Climatol.* 2001. V. 21. P. 603–616.

- Krishnamurthy V., and Goswami B.N.* Indian monsoon-ENSO relationship on interdecadal timescale // *J. Clim.* 2000. V. 13. P. 579–595.
- Kumar K.K., Rajagopalan B., and Cane A.M.* On the weakening relationship between the Indian monsoon and ENSO // *Science*. 1999. V. 284. P. 2156–2159.
- Maraun D., and Kurths J.* Epochs of phase coherence between El Niño/Southern Oscillation and Indian monsoon // *Geophys. Res. Lett.* 2005. V. 32. P. L15709. doi:10.1029/2005GL023225.
- Mokhov I.I., and Smirnov D.A.* El Niño-Southern Oscillation drives North Atlantic Oscillation as revealed with nonlinear technique from climatic indices // *Geophys. Res. Lett.* 2006a. V. 33. P. L03708. doi:10.1029/2005GL024557.
- Mokhov I.I., and Smirnov D.A.* Study of the Mutual Influence of the El Niño–Southern Oscillation Processes and the North Atlantic and Arctic Oscillations // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2006b. V. 42. P. 598–614.
- Mokhov I.I., and Smirnov D.A.* Diagnostics of a Cause–Effect Relation between Solar Activity and the Earth's Global Surface Temperature // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2008. V. 44. P. 263–272.
- Mooley D.A., and Parthasarathy B.* Fluctuations in all-India summer monsoon rainfall during 1871–1978 // *Clim. Change*. 1984. V. 6. 287–301.
- Mosedale T.J. et al.* Granger causality of coupled climate processes: Ocean feedback on the North Atlantic Oscillation // *J. Climate*. 2006. V. 19.–P. 1182–1194.
- Pikovsky A., Rosenblum M., and Kurths J.* *Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001.
- Rayner N.A., Parker D.E., Horton E.B., Folland C.K., Alexander L.V., Rowell D.P., Kent E.C., and Kaplan A.* Global analyses of sea surface temperature, sea ice, and night marine air temperature since the late nineteenth century // *J. Geophys. Res.* 2003. 108(D14). doi:10.1029/2002JD002670.
- Reynolds R.W., and Smith T.M.* Improved global sea surface temperature analyses // *J. Climate*. 1994. V. 7. P. 929–948.
- Sarkar S., Singh R.P., and Kafatos M.* Further evidences for the weakening relationship of Indian rainfall and ENSO over India // *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31 P. L13209. doi:10.1029/2004GL020259.
- Schwartz G.* Estimating the order of a model // *Ann. Stat.* 1978. V. 6. P. 461–464.
- Seber G.A.F.* *Linear regression analysis*. New York: Wiley, 1977.
- Torrence C., Compo G.P.* A practical guide to wavelet analysis // *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 1998. V. 79. P. 61–78.
- Bliss E.W. and Walker G.T.* World weather V // *Mem. R. Meteorol. Soc.* 1932. V. 4. P. 53–84.
- Wang W., Anderson B.T., Kaufmann R.K., and Myneni R.B.* The relation between the North Atlantic Oscillation and SSTs in North Atlantic basin // *J. Climate*. 2004. V. 17. P. 4752–4759.
- Yim S.-Y., Jhun J.-G., and Yeh S.-W.* Decadal change in the relationship between east Asian-western North Pacific summer monsoons and ENSO in the mid-1990s // *Geophys. Res. Lett.* 2008. V. 35. P. L20711. doi:10.1029/2008GL035751.
- Zhou T., Zhang L., and Li H.* Changes in global land monsoon area and total rainfall accumulation over the last half century // *Geophys. Res. Lett.* 2008. V. 35. P. L16707. doi:10.1029/2008GL034881.
- Zubair L., and Ropelewski C.F.* The strengthening relationship between ENSO and Northeast Monsoon rainfall over Sri Lanka and Southern India // *J. Climate*. 2006. V. 19. P. 1567–1575.

ESTIMATING MUTUAL INFLUENCE OF EL-NINO / SOUTHERN OSCILLATION AND INDIAN MONSOON

I.I. Mokhov, D.A. Smirnov, P.I. Nakonechny, S.S. Kozlenko, and J. Kurths

Interdependence between El-Nino/Southern Oscillation and Indian monsoon is analyzed with the use of Granger causality estimation from data for the period 1871–2003. We reveal bidirectional character of coupling that extends previous knowledge about the presence of negative correlation and intervals of phase synchrony between the processes. Moreover, we assess the coupling “sluggishness” and nonlinearity. Analysis in moving windows with the length ranging from 10 to 100 years shows that interaction between the processes is characterized by an alternation of different regimes including intervals of almost unidirectional coupling.



ОСОБЕННОСТИ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ В СЕВЕРНОЙ АТЛАНТИКЕ В ПОСЛЕДНИЕ ДЕСЯТИЛЕТИЯ

Е.С. Нестеров

Гидрометцентр России, Москва

Описываются характерные черты атмосферной циркуляции в регионе Северной Атлантики в последние 50–60 лет: рост индекса североатлантического колебания с середины 1960-х до начала 1990-х годов, сдвиг на восток центров действия атмосферы в Северной Атлантике в 1978–1997 гг., увеличение индекса восточноатлантического колебания после 1996 г., формирование взрывных циклонов в северо-восточной части Атлантического океана.

Введение

Природа океанической циркуляции, изучению которой посвящены наиболее известные работы П.С. Линейкина, тесно связана с циркуляцией атмосферы. В ранних работах П.С. Линейкина были выполнены теоретические исследования муссонной циркуляции, при этом основное внимание уделялось конвекции в атмосфере (*Линейкин, 1947, 1949*). На основе уравнений динамики и термодинамики воздушных потоков над неравномерно нагретой подстилающей поверхностью была получена структура воздушных потоков, выявлены особенности полей атмосферного давления и температуры воздуха, построены карты линий тока в атмосфере.

При изучении сезонной динамики течений в Северной Атлантике (*Линейкин, Кутало, 1974*) поле ветра задавалось таким образом, чтобы отразить основные черты крупномасштабной циркуляции атмосферы в регионе. Полученное решение нестационарной задачи позволило, в частности, оценить влияние ветра на сезонные изменения течений. В настоящей работе обобщаются результаты исследований особенностей циркуляции атмосферы над Северной Атлантикой в последние десятилетия.

Крупномасштабная циркуляция атмосферы в регионе Северной Атлантики является важнейшим звеном глобальной циркуляции, от состояния кото-

рого существенно зависят погода и климат Европы. Для изучения причин изменчивости циркуляции в регионе используются гидродинамические модели атмосферы и статистический анализ различных параметров циркуляции.

К основным количественным характеристикам состояния атмосферы относятся индексы циркуляции, которые рассчитываются, в частности, по данным о геопотенциале H700, H500 или о приземном давлении (Смирнов и др., 1998; Barnston and Livezey, 1987). Для региона Северной Атлантики наибольший интерес представляют индексы: NAO – североатлантическое колебание; EA – восточноатлантическое колебание; EA/WR – колебание Восточная Атлантика – Западная Россия; SCA – скандинавское колебание; POL – колебание Полярная область – Евразия. В дальнейшем для обозначения североатлантического и восточноатлантического колебаний будем использовать сокращения САК (индекс NAO) и ВАК (индекс EA) соответственно.

Считается, что наибольшее влияние на погоду и климат Европы оказывает североатлантическое колебание. Оно выражено во все сезоны года и проявляется на масштабах от нескольких суток до нескольких столетий (Мохов и др., 2000; Полонский и др., 2004). В многочисленных работах показано влияние САК на основные гидрометеорологические поля в атлантико-европейском регионе (АЕР) (Бардин, Полонский, 2005; Нестеров, 2003; Попова, Шмакин, 2003). Корреляция зимних значений индекса NAO и аномалий температуры воздуха в северной Европе составляет 0.7–0.8 (Johansson et al., 1998).

Вместе с тем, в некоторых исследованиях указывается, что для описания изменчивости характеристик циркуляции в АЕР одного индекса NAO недостаточно. В работах (Franzke and Feldstein, 2005; Mailier et al., 2006; Rogers, 1997) показано, что для описания количества, интенсивности и траекторий циклонов в Северной Атлантике (шторм-трека) целесообразно привлечение индексов EA, EA/WR, SCA и POL.

Определение временных масштабов формирования основных колебаний циркуляции атмосферы является одной из актуальных проблем. В работах (Benedict et al., 2004; Feldstein, 2000) было получено, что некоторые колебания, в частности САК и PNA (колебание Тихий океан – Северная Америка), формируются на масштабах 7–10 суток, что делает необходимым учет процессов синоптического масштаба при изучении природы колебаний. В частности, поскольку формирование потоков тепла и влаги из океана в атмосферу происходит также на масштабе в несколько суток (Гулев и др., 1994; Alexander and Scott, 1997), то целесообразно оценить влияние теплообмена океана и атмосферы на атмосферную циркуляцию. В работах (Нестеров, 2003; Нестеров, 2009a; Intercomparison and validation of ocean-atmosphere energy flux fields, 2000) было показано, что это влияние может быть существенным.

В связи с процессами, связанными с глобальным потеплением, долгопериодная изменчивость крупномасштабной циркуляции атмосферы привлекает особое внимание исследователей. В данной статье рассматриваются некоторые характерные черты циркуляции атмосферы в АЕР в течение последних 50–60 лет.

Исходные данные

В работе использовались среднемесячные индексы NAO и EA за 1948–2009 гг. (<http://www.cdc.noaa.gov/ClimateIndices/>) и суточный индекс NAO_d (http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/daily_ao_index/history/history.shtml).

Выполненные в последние годы исследования по изучению влияния процессов взаимодействия океана и атмосферы синоптического и более крупных масштабов на циркуляцию атмосферы (Нестеров, 2009а; Ciasto and Thompson, 2004; Czaya and Frankignoul, 2002; Liu and Wu, 2004) показали, что в качестве источников возмущений для атмосферы необходимо рассматривать как потоки тепла на поверхности океана, так и характеристики распределения температуры поверхности океана (ТПО). Время приспособления атмосферы к аномалиям в потоках тепла на поверхности океана, взаимодействующих с аномалиями ТПО, составляет от нескольких дней до нескольких месяцев (Deser and Timlin, 1997; Ferreira and Frankignoul, 2005; Mosedale et al., 2005).

В качестве исходных данных для анализа изменчивости ТПО будем использовать коэффициенты при первой естественной ортогональной функции (КЕОФ) разложения поля ТПО в Северной Атлантике в области 10–70° с.ш., 0–80° з.д. (Deser and Timlin, 1997). В работах (Cassou and Terray, 2001; Friederichs and Hense, 2003; Peng et al., 2003) были выявлены связи между параметрами этого разложения и характеристиками циркуляции атмосферы.

Рост индекса североатлантического колебания

Одной из главных особенностей циркуляции атмосферы в АЕР во второй половине XX века является значительный рост индекса NAO с середины 1960-х до начала 1990-х годов (рис. 1). Отметим, что на данном рисунке использовались данные для всех месяцев года, в то время как в большинстве работ учитываются в основном зимние значения индекса NAO (в этом случае рост NAO более значителен).

Увеличение индекса NAO явилось отражением существенных изменений в режиме циркуляции атмосферы. Прежде всего, произошел сдвиг к северу шторм-трека в Северной Атлантике. По данным (Wang et al., 2006) величина сдвига в зимние месяцы составила 180 км. Это привело к увеличению циклонической активности и усилению штормов в высоких широтах Северной Атлантики (Geng and Sugi, 2001; Gulev et al., 2001; McCabe et al., 2001) и увеличению высот волн в северо-восточной части Атлантического океана (Gulev and Grigorieva, 2004; Wang and Swail, 2002). Наряду с усилением циклонической активности отмечено ослабление интенсивности блокирующих ситуаций в атмосфере региона (Barriopedro et al., 2006).

Сдвиг шторм-трека к северу также привел к изменению погодных условий в Европе. В период с 1960-х по 1990-е годы отмечены повышение темпера-

туры воздуха и увеличение количества осадков в зимний период в северной Европе и противоположные изменения в южной Европе (Moberg *et al.*, 2006; Scafe *et al.*, 2007).

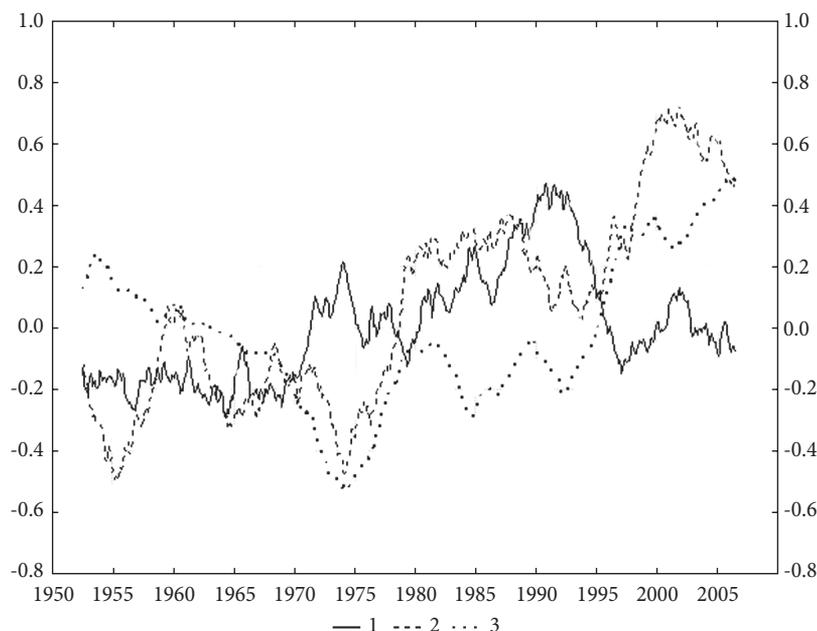


Рис. 1. Изменения со временем индексов NAO (1), EA (2) и КЕОФ ТПО (3) (5-летнее скользящее сглаживание).

Сдвиг на восток центров действия атмосферы

Как отмечалось во введении, североатлантическое колебание оказывает влияние на различные гидрометеорологические поля в атлантико-европейском регионе, что нашло отражение в корреляционных связях между индексом NAO и параметрами этих полей. Однако в период роста NAO во второй половине XX века обнаружилось, что некоторые связи ослабли или, наоборот, усилились.

Так, если в период 1958–1977 гг. корреляция между NAO и переносом льда через пролив Фрама была очень слабой (коэффициент корреляции $r = 0.1$), то в период 1978–1997 гг. она значительно увеличилась ($r = 0.7$) (Hilmer and Jung, 2000). Авторы объясняют это аномалией в меридиональной компоненте поля ветра в районе пролива Фрама, формирование которой связано со сдвигом на восток центров САК в 1978–1997 гг. по сравнению с 1958–1977 гг. В дальнейшем в работе (Jung *et al.*, 2003) было получено, что в результате этого сдвига в зимний период увеличилась вероятность выхода глубоких циклонов

на Европу, произошло повышение температуры воздуха в восточной Европе, уменьшились турбулентные потоки тепла и увеличилась площадь ледового покрова в море Лабрадор.

В этом контексте можно упомянуть результаты работы (*Polyakova et al., 2006*), где на основе обработки данных за период 1873–2001 гг. было получено, что корреляционные связи между индексом NAO и полями приземного давления, температуры воды и воздуха в Северной Атлантике неустойчивы не только во времени, но и в пространстве.

Формирование крупномасштабных колебаний типа САК процессами синоптического масштаба тесно связано с понятием режимов циркуляции, под которыми понимаются квазиустойчивые (от нескольких суток до нескольких недель) состояния атмосферы, возникающие в результате нелинейного взаимодействия процессов планетарного и синоптического масштабов (*Муравьев и др., 2009; Palmer, 2003*).

Проблеме выделения режимов циркуляции атмосферы в северном полушарии посвящены, например, работы (*Michelangeli et al., 1995; Cassou et al., 2004; Johnson et al., 2008*), в которых, в частности, для региона Северной Атлантики выделено от 2 до 6 режимов, среди них основными являются режимы циркуляции при положительном и отрицательном значении индекса NAO ($NAO > 0$ и $NAO < 0$). Причем при $NAO > 0$ Азорский максимум и Исландский минимум смещены на 30° к востоку по сравнению с $NAO < 0$ (*Cassou et al., 2004*).

Анализ частоты возникновения режимов показал, что в 1958–1977 гг. режимы с $NAO < 0$ возникали более часто, чем режимы с $NAO > 0$, а в 1978–1997 гг. ситуация обратная (*Johnson et al., 2008*). Таким образом, сдвиг на восток центров САК в 1978–1997 гг. можно трактовать как увеличение в этот период количества режимов с $NAO > 0$, что привело к смещению по долготе центров действия атмосферы.

Как отмечалось во введении, для описания циркуляции атмосферы в АЕР наряду с индексом NAO целесообразно привлекать и другие индексы, в частности, индекс восточноатлантического колебания EA, поскольку это колебание играет существенную роль в циркуляции региона (*Нестеров, 2009б; Franzke and Feldstein, 2005; Mailier et al., 2006*).

Анализ многолетней изменчивости среднемесячных индексов NAO и EA (рис. 1) показывает, что до 1996 г. можно выделить лишь один длительный период (первая половина 1970-х годов), когда значения индексов были различны по знаку и заметно отличались по абсолютной величине ($NAO > 0$, $EA < 0$). Существенные различия в ходе индексов появились начиная с 1996 г., когда индекс EA стал устойчиво больше индекса NAO. Как видно из графика, этому предшествовал устойчивый рост температуры поверхности океана с начала 1990-х годов. Можно также отметить согласованные изменения EA и ТПО в 1970-х годах.

Известно, что центры действия ВАК сдвинуты на юго-восток по отношению к центрам САК, и, таким образом, преобладание положительной фазы ВАК может приводить к интенсификации циклонической деятельности в восточной части Северной Атлантики и смещению траекторий циклонов. Сильный сдвиг на восток центров действия атмосферы в Северной Атлантике в начале 1997 г. отмечен также в работе (Курбаткин, 2008).

Анализ несглаженных значений индексов EA и NAO показал, что после 1996 г. наиболее длительные различия между ними возникли в 2006–2007 гг., когда с апреля 2006 по март 2007 г. индекс EA имел только положительные значения, в то время как в индексе NAO чередовались положительные и отрицательные значения. Этот период включает в себя зиму 2006–2007 гг., которая оказалась аномально теплой сразу в нескольких странах Европы (Levinson and Lawrimore, 2008). В частности, в Москве была зафиксирована необычно большая продолжительность периода (декабрь–январь), когда среднесуточная температура воздуха превышала климатическую норму (Исаев, 2007). Одна из причин этого явления заключалась в большой повторяемости глубоких циклонов, смещавшихся из Северной Атлантики на Европу по траекториям, которые были сдвинуты к северу по сравнению с обычными условиями.

Анализ изменений других индексов циркуляции показал, что индекс SOI, характеризующий явление Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК), в этот период был отрицательным, что свидетельствует о развитии Эль-Ниньо (положительной или «теплой» фазы ЭНЮК). В работе (Нестеров, 2000) было получено, что Эль-Ниньо может возбуждать положительную фазу восточно-атлантического колебания, а Ла-Нинья (отрицательная или «холодная» фаза ЭНЮК) – отрицательную фазу. Таким образом, устойчивая положительная фаза ВАК в 2006 г. может быть связана с развитием Эль-Ниньо в этот период.

Взрывные циклоны в северо-восточной части Атлантического океана

Одной из особенностей циркуляции атмосферы в АЕР в последние годы являются случаи выхода глубоких циклонов из Северной Атлантики на Европу, что приводит к большому ущербу. В качестве примера можно привести циклоны Anatol, Kurt, Lothar и Martin в декабре 1999 г., которые вызвали гибель 130 человек и нанесли ущерб странам западной и центральной Европы в размере около 18 млн евро (Ulbrich et al., 2001; Mailier et al., 2006).

Анализ эволюции этих и подобных им циклонов показал, что некоторые из них сформировались в северо-восточной части Атлантического океана (СВА) в области Исландского минимума, а их развитие проходило по типу взрывного циклогенеза со скоростью заглубления более 1 гПа в час. Отмечено, что эти циклоны могут группироваться в серии (кластеры), причем формирование кластеров характерно, в основном, для СВА; в западной части Северной Атлантики циклоны формируются и движутся более регулярно. Расчеты по климатическим моделям показывают, что в будущем количест-

во таких циклонов может увеличиться (Bengtsson et al., 2006; Knippertz et al., 2000; Pinto et al., 2009).

Изучение условий формирования взрывных циклонов в СВА в зимний период (Нестеров, 2010) показало, что, как правило, им предшествуют выносы холодного сухого воздуха с североамериканского континента или из Гренландии на океан при значении суточного индекса $NAO_d > 1$, для которого характерна обширная область среднесуточной отрицательной аномалии H500 в Северной Атлантике к северу от 50° с.ш. со значениями до -300 гПа, что свидетельствует об интенсификации зональных типов циркуляции.

Для определения межгодовой изменчивости условий, способствующих формированию взрывных циклонов в СВА, было подсчитано количество дней с $NAO_d > 1$ с декабря по март в период с 1950 по 2009 г. (60 сезонов). Среднее за сезон количество дней с $NAO_d > 1$ составило 14.6. Наиболее часто максимальные значения NAO_d наблюдались в первой половине 1990-х годов (рис. 2). Как и следовало ожидать, межгодовая изменчивость количества дней в декабре-марте с $NAO_d > 1$ оказалась подобной изменчивости среднего за декабрь-март месячного индекса NAO (не приводится), т.е. значения $NAO_d > 1$ наиболее часто наблюдаются в периоды с наибольшим значением индекса NAO.

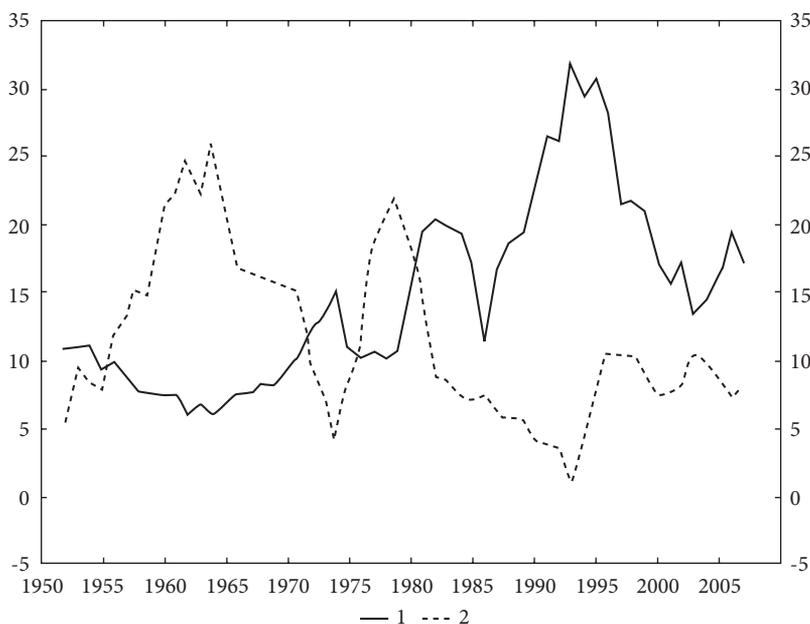


Рис. 2. Изменения со временем количества дней в декабре-марте с $NAO_d > 1$ (1) и $NAO_d < -1$ (2).

Необходимо отметить, что после 1996 г., когда индекс ЕА стал в среднем превосходить индекс NAO, в 6 из 13 зимних сезонов количество дней с $NAO_d > 1$ превысило среднее значение: 1996–1997 гг. (32 дня), 1999–2000 гг. (49 дней), 2003–2004 гг. (16 дней), 2004–2005 гг. (30 дней), 2006–2007 гг. (23 дня), 2007–2008 гг. (19 дней). Это свидетельствует о довольно высокой повторяемости в последние годы условий, благоприятных для формирования взрывных циклонов в СВА.

На рис. 2 также приведена кривая количества дней с индексом $NAO_d < -1$, для которого характерно усиление меридиональных типов циркуляции. Сравнение кривых на рис. 2 дает наглядное представление о роли синоптических процессов в формировании преобладания меридиональной циркуляции в регионе Северной Атлантики в 1950–1960-е годы и зональной циркуляции в 1990-е годы.

Заключение

В качестве основных особенностей циркуляции атмосферы в регионе Северной Атлантики в последние десятилетия можно выделить следующие.

1. Значительный рост индекса североатлантического колебания с середины 1960-х до начала 1990-х годов, с чем связаны сдвиг к северу шторм-трека в Северной Атлантике, увеличение циклонической активности и усиление штормов в высоких широтах, увеличение высот волн в северо-восточной части Атлантического океана, повышение температуры воздуха и увеличение количества осадков в зимний период в северной Европе и противоположные изменения в южной Европе.

2. Сдвиг на восток центров действия атмосферы в Северной Атлантике в 1978–1997 гг. по сравнению с 1958–1977 гг., в результате которого в зимний период увеличилась вероятность выхода глубоких циклонов на Европу и повысилась температура воздуха в восточной Европе.

3. Увеличение индекса восточноатлантического колебания после 1996 г. и его превосходство над индексом североатлантического колебания, чему предшествовал устойчивый рост температуры поверхности океана в Северной Атлантике с начала 1990-х годов. Высокие значения индекса восточноатлантического колебания и связанные с этим изменения в траектории циклонов, вероятно, явились одной из причин аномально теплой зимы в Европе 2006–2007 гг.

4. Формирование в северо-восточной части Атлантического океана в зимний период взрывных циклонов, которые в случае выхода на Европу наносят большой материальный ущерб. Возникновению таких циклонов предшествуют выносы холодного сухого воздуха с североамериканского континента или из Гренландии на океан при высоких значениях суточного индекса североатлантического колебания.

Литература

- Бардин М.Ю., Полонский А.Б.* Североатлантическое колебание и синоптическая изменчивость в Европейско-Атлантическом регионе в зимний период // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 2. С. 3–13.
- Гулев С.К., Колинко А.В., Лапто С.С.* Синоптическое взаимодействие океана и атмосферы в средних широтах. СПб.: Гидрометеиздат, 1994. 320 с.
- Исаев А.А.* О климатических рекордах в Москве зимой и в холодный сезон 2006/07 г. // Метеорология и гидрология. 2007. № 9. С. 41–47.
- Курбаткин Г.П.* Об оценке полувековой эволюции механизмов, контролирующих в годовом цикле теплообмен между высокими и средними широтами // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 4. С. 419–434.
- Линейкин П.С.* Гидродинамическая теория муссонов над круглым островом // Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз. 1947. Т. 11. № 2. С. 103–126.
- Линейкин П.С.* Теория конвекции в прямоугольном бассейне // Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз. 1949. Т. 13. № 5. С. 393–408.
- Линейкин П.С., Кутало А.А.* Динамика течений Северной Атлантики и их сезонные изменения // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1974. Т. 10. № 4. С. 387–399.
- Мохов И.И., Елисеев А.В. и др.* Североатлантическое колебание: диагноз и моделирование десятилетней изменчивости и ее долгопериодной эволюции // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана. 2000. Т. 36. № 5. С. 605–616.
- Муравьев А.В., Куликова И.А., Круглова Е.Н.* Распределение экстремальных характеристик атмосферной циркуляции по данным реанализа и гидродинамического моделирования // Метеорология и гидрология. 2009. № 7. С. 33–47.
- Нестеров Е.С.* Изменчивость характеристик атмосферы и океана в атлантико-европейском регионе в годы событий Эль-Ниньо и Ла-Нинья // Метеорология и гидрология. 2000. № 8. С. 74–83.
- Нестеров Е.С.* О фазах североатлантического колебания // Метеорология и гидрология. 2003. № 1. С. 64–74.
- Нестеров Е.С.* О влиянии температуры воды и потоков тепла на поверхности океана в Северной Атлантике на циркуляцию атмосферы // Метеорология и гидрология. 2009а. № 1. С. 39–46.
- Нестеров Е.С.* О восточноатлантическом колебании циркуляции атмосферы // Метеорология и гидрология. 2009б. № 12. С. 32–40.
- Нестеров Е.С.* О формировании взрывных циклонов в северо-восточной части Атлантического океана // Метеорология и гидрология. 2010 (в печати).
- Полонский А.Б., Башарин Д.В., Воскресенская Е.Н., Ворли С.* Североатлантическое колебание: описание, механизмы и влияние на климат Евразии // Морской гидрофизический журнал. 2004. № 2. С. 42–59.
- Попова В.В., Шмакин А.Б.* Влияние североатлантического колебания на многолетний гидротермический режим Северной Евразии. I. Статистический анализ данных наблюдений // Метеорология и гидрология. 2003. № 5. С. 62–74.
- Смирнов Н.П., Воробьев В.Н., Качанов С.Ю.* Североатлантическое колебание и климат. СПб.: РГГМУ, 1998. 121 с.

- Alexander M.A. and Scott J.D.* Surface flux variability over the North Pacific and North Atlantic oceans // *J. Climate*. 1997. V. 10. No. 11. P. 2963–2978.
- Barnston A.G., and Livezey R.E.* Classification, seasonality and persistence of low-frequency atmospheric circulation patterns // *Mon. Weath. Rev.* 1987. V. 115. No. 6. P. 1083–1126.
- Barriopedro D., García-Herrera R., Lupo A.R., and Hernández E.* A climatology of Northern Hemisphere blocking // *J. Climate*. 2006. V. 19. No. 6. P. 1042–1063.
- Benedict J.J., Lee S., and Feldstein B.S.* Synoptic view of the North Atlantic oscillation // *J. Atm. Sci.* 2004. V. 61. No. 2. P. 121–144.
- Bengtsson L., Hodges K.I., and Roeckner E.* Storm tracks and climate change // *J. Climate*. 2006. V. 19. No. 15. P. 3518–3543.
- Cassou C., and Terray L.* Oceanic forcing of the wintertime low-frequency atmospheric variability in the North Atlantic European sector: a study with the ARPEGE model // *J. Climate*. 2001. V. 14. No. 22. P. 4266–4291.
- Cassou C., Terray L., Hurrell J.W., and Deser C.* North Atlantic winter climate regimes: spatial asymmetry, stationarity with time, and oceanic forcing // *J. Climate*. 2004. V. 17. No. 5. P. 1055–1068.
- Ciasto L.M., and Thompson D.W.J.* North Atlantic atmosphere–ocean interaction on intraseasonal time scales // *J. Climate*. 2004. V. 17. No. 8. P. 1617–1621.
- Czaja A., and Frankignoul C.* Observed impact of Atlantic SST anomalies on the North Atlantic oscillation // *J. Climate*. 2002. V. 15. No. 6. P. 606–623.
- Deser C., and Timlin M.* Atmosphere–ocean interaction on weekly timescales in the North Atlantic and Pacific // *J. Climate*. 1997. V. 10. No. 3. P. 393–408.
- Feldstein S.B.* The timescale, power spectra, and climate noise properties of teleconnection patterns // *J. Climate*. 2000. V. 13. No. 24. P. 4430–4440.
- Ferreira D., and Frankignoul C.* The transient atmospheric response to midlatitude SST anomalies // *J. Climate*. 2005. Vol. 18. No. 7. P. 1049–1067.
- Franzke C., and Feldstein S.B.* The continuum and dynamics of Northern hemisphere teleconnection patterns // *J. Atm. Sci.* 2005. V. 62. No. 9. P. 3250–3267.
- Friederichs P., and Hense A.* Statistical inference in canonical correlation analyses exemplified by the influence of North Atlantic SST on European climate // *J. Climate*. 2003. V. 16. No. 3. P. 522–534.
- Geng Q., and Sugi M.* Variability of the North Atlantic cyclone activity in winter analyzed from NCEP–NCAR reanalysis data // *J. Climate*. 2001. V. 14. No. 18. P. 3863–3873.
- Gulev S.K., and Grigorieva V.* Variability of the winter wind waves and swell in the North Atlantic and North Pacific as revealed by the voluntary observing ship data // *J. Climate*. 2006. V. 19. No. 21. P. 5667–5685.
- Gulev S. K., Zolina O., and Grigoriev S.* Extratropical cyclone variability in the Northern Hemisphere winter from the NCEP/NCAR reanalysis data // *Climate Dyn.* 2001. V. 17. P. 795–809.
- Hilmer M., and Jung T.* Evidence for a recent change in the link between the North Atlantic oscillation and Arctic sea ice export // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27. P. 989–992.
- Intercomparison and validation of ocean-atmosphere energy flux fields.* Final report of the Joint WCRP/SCOR working group on air-sea fluxes (SCOR working group 110). WCRP-112. WMO/TD. No. 1036. 2000. 303 p.
- Johansson A. et al.* On the level and origin of seasonal forecast skill in Northern Europe // *J. Atm. Sci.* 1998. V. 55. No. 1. P. 103–127.

- Johnson N.C., Feldstein S.B., and Tremblay D. The continuum of Northern Hemisphere teleconnection patterns and a description of the NAO shift with the use of self-organizing maps // *J. Climate*. 2008. V. 21. No. 23. P. 6354–6371.
- Jung T., Hilmer M., Ruprecht E. et al. Characteristics of the recent eastward shift of interannual NAO variability // *J. Climate*. 2006. V. 19. No. 21. P. 5667–5685.
- Knippertz P., Ulbrich U., and Speth P. Changing cyclones and surface wind speeds over the North Atlantic and Europe in a transient GHG experiment // *Climate Research*. 2000. V. 15. P. 109–122.
- Levinson D.H., and Lawrimore J.H.(eds). State of the climate in 2007 // Special supplement to the Bulletin of the American Meteorological Society. 2008. V. 89. No. 7. 179 p.
- Liu Z., and Wu L. Atmospheric response to North Pacific SST: The role of ocean–atmosphere coupling // *J. Climate*. 2004. V. 17. No. 9. P. 1859–1882.
- Mailier P.J., Stephenson D.B., Ferro C.A.T., and Hodges K.I. Serial clustering of extratropical cyclones // *Mon. Weath. Rev.* 2006. V. 134. No. 8. P. 2224–2240.
- McCabe, G.J., Clark M.P., and Serreze M.C. Trends in Northern Hemisphere surface cyclone frequency and intensity // *J. Climate*. 2001. V. 14. No. 12. P. 2763–2768.
- Michelangioli P.A., Vautard R., and Legras B. Weather regimes: recurrence and quasi stationarity // *J. Atm. Sci.* 1995. V. 52. No. 8. P. 1237–1256.
- Moberg et al. Indices for daily temperature and precipitation extremes in Europe analyzed for the period 1901–2000 // *J. Geophys.Res.* 2006. V. 111. P. D22106. doi:10.1029/2006JD007103.
- Mosedale T.J., Stephenson D.B., and Collins M. Atlantic atmosphere–ocean interaction: a stochastic climate model-based diagnosis // *J. Climate*. 2005. V. 18. No. 7. P. 1086–1095.
- Palmer T.N. Extended-range atmospheric prediction and the Lorenz model // *Bull. Amer. Met. Soc.* 1993. V. 74. No. 1. P. 49–65.
- Peng S., Robinson W.A., and Li S. Mechanisms for the NAO responses to the North Atlantic SST tripole // *J. Climate*. 2003. V. 16. No. 12. P. 1987–2004.
- Pinto J.G., Zacharias S., Fink A.H. et al. Factors contributing to the development of extreme North Atlantic cyclones and their relationship with the NAO // *Climate Dynamics*. –2009. V. 32. No. 5. P. 711–737.
- Polyakova E.I., Journal A.G., Polyakov I.V., and Bhatt U.S. Changing relationship between the North Atlantic Oscillation and key North Atlantic climate parameters // *Geophys. Res. Lett.* 2006. V. 33. P. L03711. doi:10.1029/2005GL024573.
- Rogers J.C. North Atlantic storm track variability and its association to the North Atlantic Oscillation and climate variability of Northern Europe // *J. Climate*. 1997. V. 10. No. 7. P. 1635–1647.
- Scaife A.A., Folland C.K. et al. European climate extremes and the North Atlantic Oscillation // *J. Climate*. 2008. V. 21. No. 1. P. 72–83.
- Ulbrich U., Fink A.H., Klawa M., and Pinto J.G. Three extreme storms over Europe in December 1999 // *Weather*. 2001. V. 56. P. 70–80.
- Wang, X.L., and Swail V.R. Trends of Atlantic wave extremes as simulated in a 40-yr wave hindcast using kinematically reanalyzed wind fields // *J. Climate*. 2002. V. 15. No. 9. P. 1020–1035.
- Wang X.L., Swail V.R., and Zwiers F.W. Climatology and changes of extra-tropical storm tracks and cyclone activity: Comparison of ERA-40 with NCEP/NCAR Reanalysis for 1958–2001 // *J. Climate*. 2006. V. 19. No. 13. P. 3145–3166.

ATMOSPHERE CIRCULATION FEATURES IN THE NORTH ATLANTIC DURING THE LAST DECADES

E.S. Nesterov

Atmosphere circulation features in the North Atlantic during the last 50–60 years are described: an increase of the North Atlantic Oscillation index from the middle of 1960th until the beginning of 1990th, an eastward shift of the atmosphere action centers in the North Atlantic during 1978–1997, an increase of the East-Atlantic Oscillation index after 1996, formation of explosive cyclones in the northeast part of The Atlantic Ocean.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВОБОДНЫХ БАРОТРОПНЫХ ВОЛН РОССБИ С ЭКВАТОРИАЛЬНЫМ ВОЛНОВОДОМ

Г.М. Резник¹, В.С. Цейтлин²

¹ *Институт океанологии им. П.П. Шириова РАН, Москва*

² *Лаборатория динамической метеорологии, Высшая Нормальная Школа, Париж, Франция*

В рамках двухслойной модели на экваториальной бета-плоскости исследованы нелинейные взаимодействия между захваченными в экваториальном волноводе бароклинными модами Россби и/или Янаи и свободными баротропными волнами Россби, проходящими «сквозь» этот волновод в линейном приближении. Рассмотрены ситуации, когда свободная волна взаимодействует: 1) с двумя захваченными экваториальными модами; 2) с одной захваченной модой в присутствии среднего зонального потока. В первом случае свободная волна резонансно возбуждает пару экспоненциально растущих во времени захваченных мод, во втором – одну линейно растущую моду. Со временем рост замедляется, и постепенно происходит нелинейное насыщение амплитуд захваченных мод на уровнях, значительно превышающих амплитуду свободной волны. В свою очередь, растущие захваченные моды порождают распространяющуюся от экватора вторичную баротропную волну, амплитуда которой со временем становится сравнимой с амплитудой свободной волны. Указанный механизм обеспечивает как эффективную генерацию интенсивных экваториальных волн, так и эффективный энергетический обмен между средними широтами и экваториальной областью.

Введение

Совместное влияние вращения и сферичности Земли приводит к возникновению в океане и атмосфере особой узкой области в окрестности земного экватора – так называемого экваториального волновода. Этот волновод можно назвать полупрозрачным, поскольку указанные геофизические системы содержат как захваченные, так и свободные моды. Захваченные (или экваториальные) моды «заперты» в волноводе (Гилл, 1986) и распространяются вдоль него; их амплитуды быстро затухают с увеличением расстояния от эк-

ватора. Экваториальные волны играют чрезвычайно важную роль (особенно, экваториальные волны Россби) в динамических процессах, определяющих климат Земли, таких как явление Эль-Ниньо (*Delcroix et al, 1991; Boulanger and Menkes, 1995*) в океане или колебание Маддена-Джулиана (*Hendon and Salby, 1994*) в тропосфере. Свободные же волны, например баротропные волны Россби, могут беспрепятственно пересекать экватор, т.е. экваториальный волновод для них прозрачен. В настоящей работе мы изучаем нелинейные взаимодействия между захваченными экваториальными модами и свободными баротропными волнами Россби. Специфика и новизна задачи состоит в том, что эти волны имеют разную пространственную структуру и взаимодействия между волнами разных типов (захваченными и свободными) практически не исследованы. Основной результат работы состоит в том, что такие взаимодействия оказываются, во-первых, эффективным источником экваториальных волн и, во-вторых, могут объяснить наблюдаемую корреляцию между крупномасштабными процессами в средних и низких широтах (например, *Hoskins and Yang, 2000; Kasahara and Silva Dias, 1986*). В то же время, исследование может оказаться полезным для других областей физики (нелинейной оптики, нелинейной акустики и т.п.), где существуют полупрозрачные волноводы и возможно взаимодействие между свободными и захваченными волновыми модами.

Рассмотрение ведется в рамках простейшей двухслойной модели мелкой воды на экваториальной бета-плоскости, так что экваториальные моды оказываются чисто бароклинными, а свободные волны – баротропными. В разделе 1 работы формулируются основные уравнения. В разделе 2 рассматриваются тройные взаимодействия, когда одна свободная волна Россби взаимодействует с двумя захваченными модами Россби и/или Янаи. Генерация захваченной моды при взаимодействии свободной баротропной волны Россби с зональным экваториальным течением исследуется в разделе 3. Основные результаты работы суммируются и обсуждаются в разделе 4. Рассмотрение сопряжено с довольно громоздкими выкладками и формулами, часть которых вынесена в Приложения; более подробный их вывод можно найти в работах (*Reznik and Zeitlin, 2007a, 2009*).

1. Основные уравнения

Мы будем использовать простую модель двуслойного океана постоянной глубины с твердой крышкой на поверхности (*Гилл, 1986*). Уравнения модели, записанные в приближениях экваториальной бета-плоскости и мелкой воды, имеют вид:

$$\mathbf{u}_{it} + (\mathbf{u}_i \nabla) \mathbf{u}_i + p_i + \beta y \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u}_i = 0, \quad (1.1a)$$

$$h_{it} + \nabla \cdot (h_i \mathbf{u}_i) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (1.16)$$

Здесь оси x, y, z направлены на восток, север и вверх, соответственно; h_i – глубины слоев; $\mathbf{u}_i = (u_i, v_i)$ – горизонтальные скорости; p_i – давления в слоях, $p_2 = p_1 - g'h$; ρ_i – плотности слоев (см. рис. 1); $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$ – редуцированное ускорение силы тяжести, β – меридиональная производная параметра Кориолиса, $\hat{\mathbf{z}}$ – вертикальный орт.

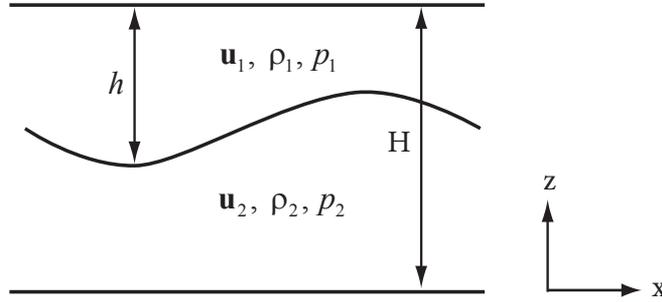


Рис. 1. Схематическое изображение двухслойного океана.

Удобно ввести баротропные \mathbf{u}_{bt} и бароклинные \mathbf{u}_{bc} скорости:

$$\mathbf{u}_{bt} = \frac{1}{H}(h_1 \mathbf{u}_1 + h_2 \mathbf{u}_2), \quad \mathbf{u}_{bc} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2. \quad (1.2a,6)$$

Система (1.1), записанная в безразмерной форме для баротропной функции тока ψ , $\mathbf{u}_{bt} = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla \psi$, бароклинной скорости $\mathbf{u} = (u, v)$ и глубины верхнего слоя h принимает вид (Benilov and Reznik, 1996; индекс bc мы для краткости опускаем):

$$\nabla^2 \psi_t + \psi_x = \varepsilon N_\psi(\psi, \mathbf{u}, h), \quad \mathbf{u}_t + \nabla h + y \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u} = \varepsilon N_u(\psi, \mathbf{u}, h), \quad (1.3a,6)$$

$$h_t + u_x + v_y = \varepsilon N_h(\psi, \mathbf{u}, h), \quad (1.3b)$$

где нелинейные слагаемые даются формулами:

$$N_\psi = -J(\psi, \nabla^2 \psi) - s(\partial_{xx} - \partial_{yy})[(1 + \varepsilon qh)(uv)] + s \partial_{xy}[(1 + \varepsilon qh)(u^2 - v^2)], \quad (1.4a)$$

$$N_u = -J(\psi, \mathbf{u}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla)(\hat{\mathbf{z}} \times \nabla \psi) - q(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \varepsilon s[2h(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \nabla)h], \quad (1.4b)$$

$$N_h = -J(\psi, h) - q \nabla \cdot (h\mathbf{u}) + \varepsilon s \nabla \cdot (h^2 \mathbf{u}). \quad (1.4b)$$

Здесь и ниже соответствующие частные производные обозначены нижними индексами; ε – параметр нелинейности; J обозначает якобиан. Модель часто используется при исследовании экваториальной динамики (например, Wang and Xie, 1996; Majda and Biello, 2003) и может быть разными способами получена из полных примитивных уравнений для вращающейся стратифицированной жидкости (Zeitlin, 2007). Постоянные коэффициенты q , s зависят от способа вывода; в рассматриваемом случае

$$q = \frac{H - 2H_1}{H}, \quad s = \frac{H_s}{H}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta H}{H_s},$$

где H_1 – невозмущенная глубина верхнего слоя; ΔH – характерное возмущение поверхности раздела; $H_s = H_1(H - H_1)/H$.

Спектр линейных волн в модели включает в себя баротропные волны Россби:

$$\Psi_0 = A_\psi e^{i(\theta + by)} + c.c., \quad \theta = kx - \sigma t \quad (1.5a,6)$$

с дисперсионным соотношением

$$\sigma = -k/(k^2 + l^2) \quad (1.5b)$$

и бароклинные экваториальные волны

$$(\mathbf{u}_0, h_0) = (\mathbf{U}, H) A e^{i\hat{\theta}} + c.c., \quad \hat{\theta} = \hat{k}x - \hat{\sigma} t \quad (1.6a,6)$$

с дисперсионным соотношением

$$\hat{\sigma}^3 - (\hat{k}^2 + 2m + 1)\hat{\sigma} - \hat{k} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1.6b)$$

Здесь k, σ и $\hat{k}, \hat{\sigma}$ – зональное волновое число и частота свободной баротропной волны и бароклиновой экваториальной моды, соответственно; волновые амплитуды A, A_ψ в линейном приближении постоянны, целая константа m обозначает меридиональное волновое число. Амплитуды $\mathbf{U} = (U, V)$, H быстро затухают при удалении от экватора:

$$U = \frac{\hat{\sigma}y \phi - \hat{k}\phi'}{\hat{\sigma}^2 - \hat{k}^2}, \quad H = \frac{\hat{k}y \phi - \hat{\sigma}\phi'}{\hat{\sigma}^2 - \hat{k}^2}, \quad V = \phi = \frac{\hat{H}_m(y) e^{-y^2/2}}{\sqrt{2^m m!} \sqrt{\pi}}. \quad (1.7a,6,в)$$

Здесь $H_m(y)$ – полином Эрмита порядка m .

Таким образом, экваториальные волны (1.6) захвачены в окрестности экватора, в то время как баротропные волны Россби (1.5) могут свободно рас-

пространяться под любым углом к экватору. Ниже мы будем изучать нелинейные взаимодействия баротропных волн Россби (1.5) и экваториальных бароклинных волн Россби и Янаи, удовлетворяющих (1.6), (1.7), при слабой нелинейности $\varepsilon \ll 1$. При заданных $m = 1, 2, \dots$ и отрицательном k частота экваториальной волны Россби равна наименьшему положительному корню уравнения (1.6в); то же справедливо для волны Янаи, соответствующей $m = 0$.

2. Тройные взаимодействия

2.1. Стадии эволюции бароклинных мод

Дисперсионные соотношения (1.5в), (1.6в) допускают только тройные взаимодействия одной баротропной моды с двумя бароклинными модами; параметры мод должны удовлетворять следующим условиям синхронизма:

$$\hat{k}_1 \pm \hat{k}_2 = k, \quad \hat{\sigma}_1 \pm \hat{\sigma}_2 = \sigma. \quad (2.1a, б)$$

Для заданных параметров баротропной волны k, σ и меридиональных волновых чисел m_1, m_2 существует не более двух пар бароклинных волн Россби и/или Янаи с параметрами $\hat{k}_1, \hat{\sigma}_1, \hat{k}_2, \hat{\sigma}_2$, удовлетворяющих (2.1) (подробнее см. *Reznik and Zeitlin, 2007a*).

Как обычно, решение системы (1.3), (1.4) представляется в виде многомасштабных асимптотических разложений:

$$(\psi, u, v, h) = (\psi_0, u_0, v_0, h_0)(x, y, t, T_1, T_2, \dots) + \varepsilon(\psi_1, u_1, v_1, h_1)(x, y, t, T_1, T_2, \dots) + \dots, \quad (2.2)$$

где $T_n = \varepsilon^n t, n = 1, 2, \dots$ – медленные времена. Подстановка (2.2) в (1.3), (1.4) дает в каждом приближении линеаризованную систему (1.3) с правыми частями, зависящими от предыдущих приближений. Условия отсутствия секулярных (т.е. приводящих к временному росту решения) членов в этих правых частях определяет зависимость полей от медленных времен. Процедура исключения секулярных членов обсуждается в Приложении 1.

Решение нулевого порядка (ψ_0, u_0, v_0, h_0) представляет собой линейные волны (1.5), (1.6) с амплитудами $A_\psi, A_\alpha, \alpha = 1, 2$, зависящими от T_n :

$$\psi_0 = A_\psi e^{i(\theta + ly)} + c.c., \quad (u_0, v_0, h_0) = \sum_\alpha \frac{1}{\sqrt{a_\alpha}} (iU_\alpha, \phi_\alpha, iH_\alpha) A_\alpha e^{i\hat{\theta}_\alpha}, \quad (2.3)$$

$$a_\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} dy (U_\alpha^2 + \phi_\alpha^2 + H_\alpha^2);$$

в такой нормировке плотность энергии захваченной моды всегда равна A_α^2 . Волны в (2.3) удовлетворяют условиям синхронизма (2.1). Анализ уравнений для первого приближения (ψ_1, u_1, v_1, h_1) показывает (см. Приложение 1), что взаимодействие между захваченными бароклиными волнами не может породить резонансные члены в правой части (1.3а), поэтому баротропная амплитуда A_ψ может считаться постоянной.

Соответственно, уравнения для бароклиных амплитуд принимают простой вид:

$$\frac{\partial A_1}{\partial T_1} = L_1^\pm A_\psi A_2^*, \quad \frac{\partial A_2^*}{\partial T_1} = (L_2^\pm)^* A_\psi^* A_1, \quad (2.4a,6)$$

где звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины, и знаки «+» и «-» соответствуют знакам в условиях синхронизма (2.1). Постоянные коэффициенты $L_{1,2}^\pm$ довольно сложным образом зависят от параметров взаимодействующих волн и приводятся в Приложении 2. Уравнения (2.4) легко сводятся к одному уравнению

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} = C^{(\pm)} |A_\psi|^2 A_1, \quad (2.5)$$

где коэффициент $C^{(\pm)}$ является вещественным, при этом $C^{(+)} > 0$, $C^{(-)} < 0$. Отсюда следует, что в случае знака «-» в (2.1) амплитуды A_1, A_2 бароклиных мод медленно колеблются во времени, а в случае знака «+» баротропная волна Россби возбуждает экспоненциально растущие бароклиные моды с частотами, меньшими, чем ее собственная частота. Далее мы будем рассматривать именно этот случай (знак «+» в (2.1)).

Очевидно, рост бароклиных мод означает, что энергия внутри триплета не сохраняется. Вместо этого сохраняется сумма

$$E_{bc} + E_{bt}^{\text{int}} = \text{const}, \quad (2.6)$$

где

$$E_{bc} = \frac{S}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle u^2 + v^2 + h^2 \rangle_x dy, \quad E_{bt}^{\text{int}} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \nabla \psi_0 \nabla \psi_1 \rangle_x dy, \quad (2.7a,6)$$

и $\langle a \rangle_x$ обозначает осреднение по x . Здесь E_{bc} – энергия захваченной бароклиной компоненты, а E_{bt}^{int} – энергия взаимодействия между «первичной» баротропной модой ψ_0 и «вторичной» баротропной модой ψ_1 , порождаемой взаимодействием бароклиных волн и удовлетворяющей уравнениям

$$\nabla^2 \psi_{1t} + \psi_{1x} = -s(\partial_{xx} - \partial_{yy})(u_0 v_0) + s \partial_{xy}(u_0^2 - v_0^2), \quad \psi_1|_{t=0} = 0. \quad (2.8a,6)$$

Решение ψ_1 локализовано по y в каждый момент времени t , но с течением времени быстро «расширяется» от экватора к полюсам.

Будучи в силу (2.8) квадратичной по бароклиным амплитудам $A_{1,2}$, поправка $\varepsilon \psi_1$ в (2.2) экспоненциально растет со временем и в конечном счете оказывается сравнимой по величине с ψ_0 , когда бароклинные амплитуды $A_{1,2}$ становятся порядка $\varepsilon^{-1/2}$. По достижении этого порогового значения взаимодействие поправки $\varepsilon \psi_1$ с бароклиными модами останавливает дальнейший рост бароклильных амплитуд. Для того, чтобы исследовать процесс насыщения, асимптотическое разложение (2.2) должно быть изменено следующим образом (см. также *Minzoni and Whitham, 1977*):

$$\psi = \psi_0(x, y, t, T_1, T_2 \dots) + \varepsilon^{1/2} \psi_1(x, y, t, T_1, T_2 \dots) + \dots, \quad (2.9a)$$

$$(u, v, h) = \varepsilon^{-1/2} (u_0, v_0, h_0)(x, y, t, T_1, T_2 \dots) + (u_1, v_1, h_1)(x, y, t, T_1, T_2 \dots) + \dots, \quad (2.9b)$$

где $T_n = \varepsilon^{n/2} t$ – медленные времена. При этом поля нулевого порядка (u_0, v_0, h_0) снова представляют собой сумму двух захваченных мод, как в (2.3), а баротропная функция тока ψ_0 является суммой баротропной волны Россби (1.5) и вторичного баротропного поля ψ_s , создаваемого взаимодействием захваченных бароклильных волн между собой:

$$\psi_0 = A_\psi e^{i(\theta+by)} + c.c. + \psi_s. \quad (2.10)$$

Для вывода уравнений, описывающих долговременную эволюцию бароклильных амплитуд, необходимо подставить разложения (2.9) в (1.3) и исключить секулярные члены. Ниже мы приводим результаты проведенного анализа.

2.2. Пространственно-однородный случай

Рассмотрим сначала интересный частный случай, когда бароклинные моды в резонансном триplete имеют одинаковые параметры, т.е.

$$k = 2\hat{k}_1, \quad \sigma = 2\hat{\sigma}_1. \quad (2.11)$$

Анализ дисперсионных соотношений (1.5в), (1.6в) показывает, что в этом случае условия синхронизма (2.1) могут быть удовлетворены для достаточно малых волновых чисел \hat{k}_1 . Очевидно, в случае (2.11) одна бароклиная волна взаимодействует с одной баротропной модой. Соответствующее уравнение для бароклиной амплитуды является уравнением типа уравнения Ландау:

$$A_T + \alpha A^* + \beta |A|^2 A = 0. \quad (2.12)$$

Коэффициенты в (2.12) даются формулами $\alpha = LA_\psi$, $\beta = P + iQ$ (см. Приложение 2), где величины L, P, Q вещественны и зависят от параметров взаимодействующих волн; важно также, что коэффициент $P > 0$. При малых амплитудах A уравнение (2.12) переходит в (2.4).

Уравнение (2.12) имеет два стационарных решения вида

$$A_\pm^2 = -\alpha / \beta. \quad (2.13)$$

При $P > 0$ эти решения устойчивы; общее решение (2.12) стремится к ним, по крайней мере, при произвольных начальных значениях A , близких к нулю (см. рис. 2).

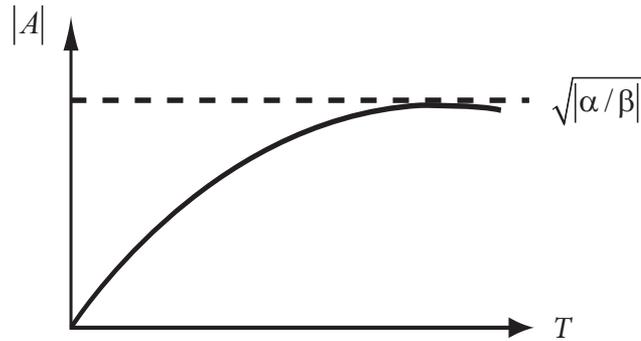


Рис. 2. Схематическое изображение насыщения амплитуды бароклинической волны в случае (2.11).

Таким образом, в этом случае всегда имеет место нелинейное насыщение растущих бароклинических мод. Решения A_\pm порядка единицы, поэтому предельные бароклинические амплитуды намного (в $\varepsilon^{-1/2}$ раз) превосходят амплитуду первичной баротропной волны (см. (2.9)).

Результирующее баротропное поле представляет собой сумму первичной баротропной волны и вторичного баротропного поля ψ_s , создаваемого нелинейным взаимодействием бароклинических мод между собой:

$$\psi_0 = A_\psi e^{i(kx+ly-\sigma t)} + \psi_s. \quad (2.14)$$

Поле ψ_s удовлетворяет уравнениям (2.8), причем

$$\psi_s \approx \pm A_s e^{i(kx \mp ly - \sigma t)}, \quad |y| \gg 1, \quad t \gg 1, \quad (2.15)$$

где A_s – постоянная амплитуда. Таким образом, баротропная поправка Ψ_s представляет собой отраженную и проходящую волновые структуры, распространяющиеся от экватора к полюсам, как это показано на рис. 3.

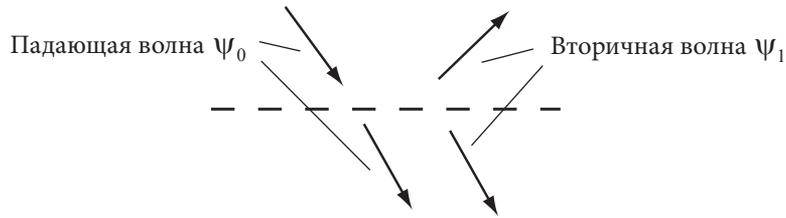


Рис. 3. Схематическое представление падающей баротропной волны Россби и вторичной баротропной моды.

В общем случае баротропная волна Россби возбуждает пару различных бароклиных волн. Соответствующие уравнения для амплитуд последних записываются в виде:

$$\begin{aligned} A_{1T} + \alpha_1 A_2^* + \beta_1 |A_2|^2 A_1 + \gamma_1 |A_1|^2 A_1 &= 0, \\ A_{2T} + \alpha_2 A_1^* + \beta_2 |A_1|^2 A_2 + \gamma_2 |A_2|^2 A_2 &= 0, \end{aligned} \quad (2.16a,б)$$

где $\text{Re} \beta_m \geq 0$ и по крайней мере один из коэффициентов $\text{Re} \gamma_m$, $m = 1, 2$ неотрицателен; выражения для коэффициентов в (2.16) весьма громоздки и приведены в (Reznik and Zeitlin, 2007a). Система (2.16), вообще говоря, не имеет стационарных решений $A_{1,2} = \text{const}$. Вместо этого она допускает существование гармонически зависящих от времени решений вида

$$A_1 = \bar{A}_1 e^{i\omega T}, \quad A_2 = \bar{A}_2 e^{-i\omega T}, \quad (2.17a,б)$$

где $\bar{A}_{1,2}$ – комплексные постоянные и ω – вещественная частота. Прямые численные эксперименты с (2.16) показывают, что, подобно равновесным решениям (2.13), гармонические решения (2.17) «притягивают» решения системы (2.16) при любых начальных условиях. Баротропное поле в этом случае снова имеет вид (2.14), но поправка Ψ_s является суммой комбинационных гармоник вида $B_{mn}^\pm(y) e^{i(\hat{\theta}_m \pm \hat{\theta}_n)}$, $\hat{\theta}_m = \hat{k}_m x - \hat{\sigma}_m t$, $m, n = 1, 2$, причем амплитуды $B_{mn}^\pm(y)$ вдали от экватора принимают форму плоских волн по y . Соответственно, отраженные и проходящие волновые структуры в этом случае также содержат комбинационные гармоники.

2.3. Пространственная модуляция

Для изучения пространственной модуляции возбуждаемых волн мы вводим в разложения (2.9) иерархию пространственных переменных вида $X_1 = \varepsilon^{1/2}x$, $X_2 = \varepsilon x$, Соответственно, асимптотические представления (2.9) принимают вид:

$$\psi = \psi_0(x, y, t, X_1, X_2, \dots, T_1, T_2, \dots) + \varepsilon^{1/2} \psi_1(x, y, t, X_1, X_2, \dots, T_1, T_2, \dots) + \dots, \quad (2.18a)$$

$$\begin{aligned} (u, v, h) &= \varepsilon^{-1/2} (u_0, v_0, h_0)(x, y, t, X_1, X_2, \dots, T_1, T_2, \dots) + \\ &(u_1, v_1, h_1)(x, y, t, X_1, X_2, \dots, T_1, T_2, \dots) + \dots \end{aligned} \quad (2.18b)$$

Стандартная техника исключения секулярных членов дает в случае (2.11) следующее уравнение для бароклиной амплитуды:

$$A_T - ic'_g(\hat{k})A_{X_1 X_1} + \alpha A^* + \beta |A|^2 A = 0. \quad (2.19)$$

Это уравнение записано в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью бароклиной волны $c_g(\hat{k})$, и сводится к уравнению (2.12) в отсутствие модуляции. Уравнение (2.19) является уравнением типа уравнения Гинзбурга-Ландау (ГЛ) и относится к классу так называемых резонансно-возбужденных уравнений ГЛ, описывающих различные физические ситуации параметрического возбуждения волн (см. работу *Barashenkov and Woodford, 2005* и библиографию к ней). Тем не менее, нам представляется, что уравнение вида (2.19) практически не изучено в литературе. Наиболее близкий к нашему случаю возникает в теории краевых волн над наклонным дном (*Akylas, 1983*).

Стационарные решения (2.13) являются также решениями (2.19); анализ показывает, что они устойчивы. Наличие двух различных равновесных состояний указывает на существование решений типа «доменной стенки», как в аналогичных уравнениях ГЛ (*Barashenkov and Woodford, 2005*). Нам не удалось получить такие решения аналитически для нашей специфической формы уравнения ГЛ, и мы провели численное исследование свойств этого уравнения. Подходящим линейным преобразованием зависимых и независимых переменных (2.19) может быть приведено к стандартной форме с одним «управляющим» параметром (для краткости индексы у независимых переменных опущены):

$$A_T + iA_{XX} + A^* + e^{i\phi_\beta} |A|^2 A = 0, \quad (2.20)$$

где ϕ_β – аргумент параметра β . Типичная эволюция первоначально локализованной амплитуды A показана на рис. 4.

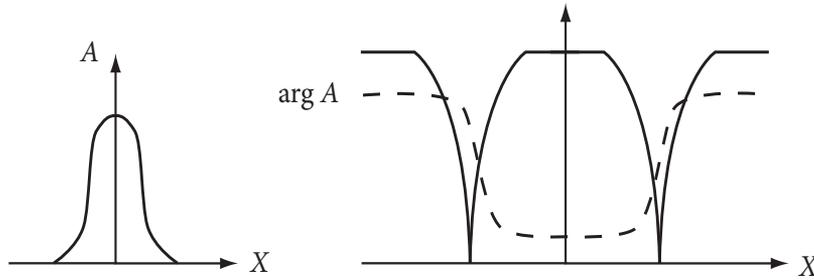


Рис. 4. Схематическое изображение временной эволюции амплитуды A согласно уравнению (2.20). Начальная амплитуда (слева) имеет форму Гауссианы. Справа изображена предельная форма огибающей с возникшими в результате эволюции «темными солитонами».

Видно, что в результате эволюции действительно появляется характерная структура типа «доменной стенки», формирующая «темный солитон» в $|A|$, типа полученного в (Coullet and Emilsson, 1992; Barashenkov et al., 2003).

В общем случае двух бароклинических волн пространственно модулированные амплитуды A_1, A_2 удовлетворяют уравнениям

$$A_{1T} + c_g(\hat{k}_1)A_{1X} + \alpha_1 A_2^* + \beta_1 |A_2|^2 A_1 + \gamma_1 |A_1|^2 A_1 = 0, \quad (2.21a)$$

$$A_{2T} + c_g(\hat{k}_2)A_{2X} + \alpha_2 A_1^* + \beta_2 |A_1|^2 A_2 + \gamma_2 |A_2|^2 A_2 = 0. \quad (2.21b)$$

Заметим, что из-за различия групповых скоростей бароклинических волн здесь невозможно исключить члены с первой пространственной производной, как в случае единственной бароклинической волны. Дисперсионные члены с пространственными производными второго порядка появляются как поправки следующего приближения. Система (2.21) представляет собой гиперболическую систему с прямыми $dX/dT = c_g(k_{1,2})$ в качестве характеристик. Для локализованного начального распределения амплитуд $A_{1,2}$ угол между этими характеристиками определяет область влияния начальных условий. Внутри этого угла амплитуды ведут себя подобно решению системы (2.16). Система (2.21) аналогична системе, описывающей динамику противоположно распространяющихся волн, возникающих вследствие эффекта Фарадея (Martel et al., 2003), с тем важным отличием, что в (2.21) отсутствуют линейные по $A_{1,2}$ члены и коэффициенты перед кубическими членами имеют более сложный вид, чем в (Martel et al., 2003).

2.4. Краткое резюме основных результатов

1. Свободные баротропные волны Россби способны резонансно возбуждать пару интенсивных захваченных экваториальных бароклинических волн Рос-

сби/Янаи с амплитудами, намного превосходящими амплитуду падающей баротропной волны. Эволюция огибающих бароклинических волн описывается уравнениями Гинзбурга-Ландау с комплексными коэффициентами.

2. Взаимодействие между растущими бароклиническими модами порождает растущую во времени вторичную баротропную моду, которая в конечном счете становится сравнимой по амплитуде с первоначальной баротропной волной. Этот механизм обеспечивает обратное воздействие захваченных экваториальных волн на баротропные и является возможным объяснением наблюдаемого обмена между экватором и средними широтами.

3. Взаимодействия свободных волн Россби с экваториальным волноводом в присутствии среднего зонального течения

Описанные выше тройные взаимодействия свободных и захваченных волн могут обеспечить эффективный обмен энергией между экваториальной областью и средними широтами. Вместе с тем, в этом механизме не участвует такой важный фактор, как зональные экваториальные течения, которые, как мы полагаем, также могут влиять на такой обмен. В настоящем параграфе исследуется случай, когда свободная баротропная волна Россби взаимодействует с зональным течением, направленным вдоль экватора. Оказывается, что такое взаимодействие также может приводить к эффективной генерации захваченных экваториальных мод большой амплитуды.

3.1. Модель

Мы будем снова использовать модель (1.3), (1.4) с тем дополнительным предположением, что слои имеют одинаковую толщину. Это предположение не является принципиальным, но существенно упрощает вычисления. Нетрудно проверить, что любое зональное течение

$$u = \varepsilon^\alpha \bar{u}(y), \quad h = \varepsilon^\alpha \bar{h}(y), \quad v = 0, \quad y\bar{u} + \bar{h}_y = 0, \quad \psi = \varepsilon^\gamma \bar{\psi}(y) \quad (3.1)$$

является точным решением системы (1.3). Параметры α, γ произвольны и задают интенсивность бароклинической и баротропной компонент потока. В дальнейшем мы будем предполагать: 1) интенсивность баротропной компоненты зонального течения не превосходит интенсивности его бароклинической компоненты; 2) зональный поток достаточно слаб, так что в низшем порядке он не влияет на структуру волновых мод. Эти предположения означают, что

$$-1 \leq \alpha \leq \gamma \leq 0. \quad (3.2)$$

Кроме того, будем считать, что баротропная и бароклиническая компоненты потока достаточно быстро затухают при удалении от экватора.

Мы будем изучать нелинейное взаимодействие волны Россби (1.5) с зональным течением (3.1). Нетрудно видеть из (1.3), (1.4), что если зональное волновое число k и частота σ баротропной волны совпадают с соответствующими параметрами m -й захваченной моды, то последняя резонансно возбуждается при таком взаимодействии. В силу (1.5в), (1.6в) это возможно, если

$$l^2 = 2m + 1 - \sigma_m^2(k) > 0, \quad m = 0, 1, \dots \quad (3.3)$$

Дисперсионное соотношение для волны Янаи, $m = 0$, имеет вид:

$$\sigma_0 = k/2 + \sqrt{1 + k^2/4}, \quad (3.4)$$

поэтому (3.3) удовлетворяется при любом $k < 0$. Для захваченных волн Россби, $m \geq 1$, (3.3) удовлетворяется всегда, поскольку (Boyd, 1983):

$$\sigma_m \cong -\frac{k}{k^2 + 2m + 1}$$

и

$$l^2 \cong 2m + 1 - \frac{k^2}{(k^2 + 2m + 1)^2} \approx 2m + 1. \quad (3.5)$$

Соотношение (3.3) задает кривую на плоскости (k, l) , поэтому в отличие от условий синхронизма в случае триплета (Reznik and Zeitlin 2007a), только дискретный спектр баротропных волн Россби резонансно взаимодействует с волновыми модами в присутствии среднего потока (рис. 5).

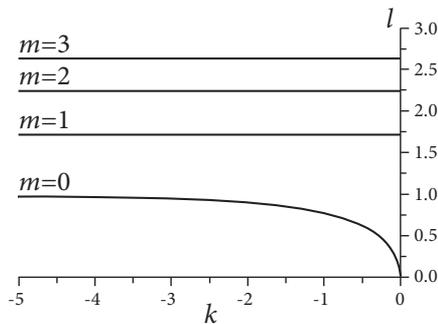


Рис. 5. Геометрические места волновых векторов (k, l) свободных баротропных волн Россби, взаимодействующих с захваченными экваториальными модами в присутствии зонального экваториального течения; m – номер экваториальной моды (зональное волновое число).

3.2. Резонансное возбуждение захваченных мод

Обычно резонансные взаимодействия исследуются с использованием асимптотических многомасштабных разложений (см. выше раздел 2). В нашем случае, однако, форма таких разложений существенно зависит от амплитуды зонального течения, т.е. от показателей α, γ в (3.1). Поэтому мы применяем несколько иной подход, который можно назвать полуэвристическим. Этот подход менее строг, чем стандартные асимптотические методы, но позволяет находить приближенные решения для произвольных α, γ .

Представим решение уравнений (1.3) в виде:

$$(\psi, u, v, h) = (\psi^{(0)}, u^{(0)}, v^{(0)}, h^{(0)}) + (\psi^{(1)}, u^{(1)}, v^{(1)}, h^{(1)}), \quad (3.6)$$

где величины с нулевым верхним индексом обозначают баротропное поле, состоящее из баротропной волны (1.5) и зонального потока,

$$\psi^{(0)} = A_{\psi} e^{i(\theta + \gamma y)} + c.c. + \varepsilon^{\gamma} \bar{\psi}^{(0)}(y); \quad (3.7)$$

и бароклинное поле, представляющее собой захваченную бароклинную волну (1.6) на фоне зонального бароклинного течения в (3.1):

$$(u^{(0)}, v^{(0)}, h^{(0)}) = \varepsilon^{\alpha} (\bar{u}^{(0)}, 0, \bar{h}^{(0)})(y, T_{\alpha_1}) + (\tilde{u}^{(0)}, \tilde{v}^{(0)}, \tilde{h}^{(0)})(x, y, T_{\beta_1}), \quad (3.8)$$

$$(\tilde{u}^{(0)}, \tilde{v}^{(0)}, \tilde{h}^{(0)})(x, y, T_{\beta_1}) = \frac{1}{\sqrt{a}} (iU, \phi, iH) A(T_{\beta_1}) e^{i\theta}. \quad (3.9)$$

Очевидно, что бароклинная мода (3.9) находится в резонансе с баротропной волной в (3.7). Медленные (и пока неизвестные) времена $T_{\alpha_1}, T_{\beta_1}$ определяются как

$$(T_{\alpha_1}, T_{\beta_1}) = (\varepsilon^{\alpha_1}, \varepsilon^{\beta_1}) t, \quad \alpha_1, \beta_1 > 0. \quad (3.10)$$

Поправки $\psi^{(1)}, u^{(1)}, v^{(1)}, h^{(1)}$ предполагаются малыми по сравнению с соответствующими полями низшего порядка. Уравнения для этих поправок имеют вид:

$$\nabla^2 \psi_t^{(1)} + \psi_x^{(1)} = N_{\psi}, \quad (3.11a)$$

$$u_t^{(1)} - yv^{(1)} + h_x^{(1)} = -\varepsilon^{\alpha + \alpha_1} \bar{u}_{T_{\alpha_1}}^{(0)} - \varepsilon^{\beta_1} \tilde{u}_{T_{\beta_1}}^{(0)} + N_u, \quad (3.11б)$$

$$v_t^{(1)} + yu^{(1)} + h_y^{(1)} = -\varepsilon^{\beta_1} \tilde{v}_{T_{\beta_1}}^{(0)} + N_v, \quad (3.11в)$$

$$h_t^{(1)} + u_x^{(1)} + v_y^{(1)} = -\varepsilon^{\alpha+\alpha_1} \bar{h}_{T_{\alpha_1}}^{(0)} - \varepsilon^{\beta_1} \tilde{h}_{T_{\beta_1}}^{(0)} + N_h. \quad (3.11\text{г})$$

Здесь

$$N_\psi = \varepsilon \left[-J(\psi^{(0)}, \nabla^2 \psi^{(0)}) - \frac{1}{4} (\partial_{xx} - \partial_{yy})(u^{(0)} v^{(0)}) + \frac{1}{4} \partial_{xy} (u^{(0)2} - v^{(0)2}) \right], \quad (3.12\text{а})$$

$$N_u = \varepsilon \left[-J(\psi^{(0)}, u^{(0)}) + u^{(0)} \psi_{xy}^{(0)} + v^{(0)} \psi_{yy}^{(0)} \right], \quad (3.12\text{б})$$

$$N_v = \varepsilon \left[-J(\psi^{(0)}, v^{(0)}) - u^{(0)} \psi_{xx}^{(0)} - v^{(0)} \psi_{xy}^{(0)} \right], \quad (3.12\text{в})$$

$$N_h = -\varepsilon J(\psi^{(0)}, h^{(0)}). \quad (3.12\text{г})$$

Нетрудно проверить, что правая часть N_ψ в (3.11а) не содержит резонансных членов в силу быстрого затухания по y функций $U(y)$, $\phi(y)$, $H(y)$ и $\bar{\psi}^{(0)}(y)$. Именно поэтому амплитуда баротропной волны и зональный баротропный поток не зависят от медленного времени в этом приближении.

Уравнения для поправки к бароклинному среднему потоку получаются осреднением уравнений (3.11б–г) по x :

$$\bar{u}_t^{(1)} - y \bar{v}^{(1)} = -\varepsilon^{\alpha+\alpha_1} \bar{u}_{T_{\alpha_1}}^{(0)} - \varepsilon \bar{R}_u, \quad (3.13\text{а})$$

$$\bar{v}_t^{(1)} + y \bar{u}^{(1)} + \bar{h}_y^{(1)} = -\varepsilon \bar{R}_v, \quad (3.13\text{б})$$

$$\bar{h}_t^{(1)} + \bar{v}_y^{(1)} = -\varepsilon^{\alpha+\alpha_1} \bar{h}_{T_{\alpha_1}}^{(0)} - \varepsilon \bar{R}_h, \quad (3.13\text{в})$$

где

$$\bar{R}_u = (l^2 \phi + kU')(A_\psi A^* e^{ily} + c.c.), \quad \bar{R}_v = ik(\phi' + 2il\phi + kU)A_\psi A^* e^{ily} + c.c.,$$

$$\bar{R}_h = k(He^{ily})' A_\psi A^* + c.c.. \quad (3.14)$$

Из дисперсионного соотношения (1.6в), формул (1.7) и (3.3) следует соотношение:

$$l^2 \phi + kU' = -kyH, \quad (3.15)$$

которое позволяет записать \bar{R}_u, \bar{R}_h в виде:

$$\bar{R}_u = -yD, \quad \bar{R}_h = D_y, \quad D = -kA_\psi A^* He^{ily} + c.c.. \quad (3.16)$$

Используя подстановку $\bar{v}^{(1)} = \bar{v}^{(1)} + D$, нетрудно показать, что ограниченное решение уравнений (3.13) существует только при условии

$$\bar{u}_{T_{\alpha_1}}^{(0)} = \bar{h}_{T_{\alpha_1}}^{(0)} = 0. \quad (3.17)$$

Это означает, что в низшем приближении бароклинное зональное течение не зависит от медленного времени.

Записывая уравнения для волновых компонент

$$(\tilde{u}^{(1)}, \tilde{v}^{(1)}, \tilde{h}^{(1)}) = (u^{(1)}, v^{(1)}, h^{(1)}) - (\bar{u}^{(1)}, \bar{v}^{(1)}, \bar{h}^{(1)}), \quad (3.18)$$

и исключая из правых частей этих уравнений резонансные члены, находим уравнение для амплитуды A :

$$\varepsilon^{\beta_1} A_{T_{\beta_1}} + \varepsilon^{1+\gamma} i L_{\psi_0} A = -\varepsilon^{1+\alpha} k L_{\psi} A_{\psi}, \quad (3.19)$$

где

$$L_{\psi_0} = -\frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} dy [(\phi U)' + k(U^2 + \phi^2 + H^2)] \bar{\psi}^{(0)'}, \quad (3.20a)$$

$$L_{\psi} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{iy} [(U\bar{u}^{(0)})' + U\bar{u}^{(0)'} + H\bar{h}^{(0)'} - k\phi\bar{u}^{(0)}]. \quad (3.20b)$$

В силу (3.2) находим, что $\beta_1 = 1 + \alpha$. Соответственно, (3.19) можно переписать в виде:

$$A_T + \varepsilon^{\gamma-\alpha} i L_{\psi_0} A = -k L_{\psi} A_{\psi}, \quad T = \varepsilon^{1+\alpha} t. \quad (3.21)$$

В отсутствие баротропной компоненты зонального течения ($\bar{\psi}^{(0)} = 0$) коэффициент $L_{\psi_0} = 0$, и в силу (3.21) амплитуда бароклинной моды A линейно растет со временем. В случае $\bar{\psi}^{(0)} \neq 0$ решение уравнения (3.21) ограничено и имеет вид:

$$A = \frac{ik L_{\psi} A_{\psi}}{\varepsilon^{\gamma-\alpha} L_{\psi_0}} (1 - e^{-i\varepsilon^{\gamma-\alpha} L_{\psi_0} T}). \quad (3.22)$$

Из (3.22) видно, что эффективность генерации захваченной бароклинной моды уменьшается с ростом амплитуды баротропной компоненты зонального течения. Если баротропная компонента зонального течения становится

ся порядка бароклиной (т.е. $\gamma = \alpha$), то амплитуда A «дорастает» только до уровня баротропной волны. Очевидно, ослабление генерации связано с тем, что член $\varepsilon^{\gamma-\alpha} iL_{\psi_0} A$ в (3.21) создает осцилляции в A , которые не находятся в резонансе с постоянной вынуждающей силой в правой части (3.21).

Усилить эффективность генерации можно, если слегка изменить параметры падающей баротропной волны так, чтобы ее частота $\sigma^{(bt)}$ отличалась на малую заданную величину (расстройку) от частоты бароклиной волны $\sigma^{(bc)}$:

$$\sigma^{(bt)} = \sigma^{(bc)} + \varepsilon^{1+\gamma} \bar{\Delta}, \quad \bar{\Delta} = -L_{\psi_0}. \quad (3.23)$$

При заданных k, m такая расстройка получается малым изменением «точного» значения меридионального волнового числа $l_p = \sqrt{2m+1 - (\sigma^{(bc)})^2}$ (см. (3.3)), так что

$$l = l_p + \varepsilon^{1+\gamma} \Delta_l, \quad \Delta_l = O(1). \quad (3.24)$$

Уравнение (3.21) в этом случае записывается в виде

$$A_T + \varepsilon^{\gamma-\alpha} iL_{\psi_0} A = -kL_{\psi} A_{\psi} e^{-i\varepsilon^{\gamma-\alpha} L_{\psi_0} T}. \quad (3.25)$$

Очевидно, что правая часть уравнения (3.25) является резонансной и $|A|$ снова линейно растет со временем.

Заметим, что при l , задаваемом соотношением (3.24), уравнение (3.15) уже несправедливо, поскольку

$$l^2 \phi + kU' = -kyH - 2\varepsilon^{1+\gamma} \Delta_l + O(\varepsilon^{2+2\gamma}). \quad (3.26)$$

В свою очередь, отсюда следует, что (ср. (3.16))

$$\bar{R}_u = -yD + O(\varepsilon^{1+\gamma}). \quad (3.27)$$

Малое дополнительное слагаемое в (3.27) в принципе может привести к тому, что зональное бароклинное течение будет медленно меняться во времени. Масштаб этого медленного времени (параметр α_1) определяется балансом слагаемого $\varepsilon^{\alpha+\alpha_1} \bar{u}_{T\alpha_1}^{(0)}$ и величины $\varepsilon(\bar{R}_u + yD) = O(\varepsilon^{2+\gamma})$, откуда следует, что $\alpha_1 = 2 + \gamma - \alpha > \beta_1 = 1 + \alpha$ (см. (3.2)). Это означает, что в случае малой расстройки (3.24) бароклинный зональный поток если и меняется, то на временах много больших, чем характерное время изменений амплитуды захваченной моды, т.е. коэффициент L_{ψ} в (3.25) снова может считаться не зависящим от времени.

Таким образом, мы приходим к важному выводу, что для любого зонального течения существует бесконечное множество взаимодействующих с ним

баротропных волн Россби, генерирующих растущие со временем захваченные моды. Этот рост в отличие от рассмотренного выше случая триплета является линейным, а не экспоненциальным. Как мы увидим ниже, механизм насыщения амплитуд захваченных мод также несколько отличается.

3.3. Нелинейное насыщение

Нулевое приближение

Будем для простоты рассматривать случай чисто бароклининого течения, когда $\bar{\psi}^{(0)} = 0$. Рост захваченной бароклининой моды означает, что энергия в триаде баротропная волна + зональное течение + захваченная мода не сохраняется. Как и в случае триплета, растущая энергия захваченной моды балансируется энергией взаимодействия «первичной» баротропной волны и поправки к этой волне, возникающей из-за самовоздействия бароклининой компоненты движения (см. выше раздел 2). Эта поправка $\psi^{(1)}$ (так называемая вторичная баротропная волна) находится из уравнения (3.11а):

$$\nabla^2 \psi_t^{(1)} + \psi_x^{(1)} = \frac{\varepsilon}{4} [-(\partial_{xx} - \partial_{yy})(u^{(0)}v^{(0)}) + \partial_{xy}(u^{(0)2} - v^{(0)2})] \quad (3.28a)$$

с нулевыми начальными условиями

$$\psi^{(1)} = 0, \quad t = 0. \quad (3.28b)$$

Очевидно, $\psi^{(1)}$ растет квадратично по медленному времени. Взаимодействие $\psi^{(1)}$ с зональным течением и бароклининой волной останавливает рост амплитуды A аналогично случаю триплета, рассмотренному выше.

Для описания этого процесса насыщения мы модифицируем нулевое приближение (3.7), (3.8) следующим образом:

$$(u^{(0)}, v^{(0)}, h^{(0)}) = \varepsilon^\alpha (\bar{u}^{(0)}, 0, \bar{h}^{(0)})(y, T_{\alpha_1}) + \varepsilon^\beta (\tilde{u}^{(0)}, \tilde{v}^{(0)}, \tilde{h}^{(0)})(x, y, T_{\beta_1}); \quad (3.29)$$

$$\psi^{(0)} = A_\psi e^{i(\theta + ly)} + c.c. + \psi^{(1)}(x, y, t, T_{\beta_1}, \varepsilon). \quad (3.30)$$

В (3.29) амплитуда захваченной моды пропорциональна ε^β , где параметр β определяет уровень насыщения и находится в процессе решения. Далее, вторичная баротропная мода $\psi^{(1)}$ в принципе может стать одного порядка с первичной баротропной волной, поэтому она должна учитываться уже в нулевом приближении, как это записано в (3.30).

Из (3.28), (3.29) находим, что $\psi^{(1)}$ имеет вид:

$$\psi^{(1)} = \varepsilon^{1+\alpha+\beta} A \psi^{(zw)} + \varepsilon^{1+2\beta} A^2 \psi^{(ww)} + c.c., \quad (3.31)$$

где первое слагаемое в правой части возникает из-за взаимодействия захваченной моды с зональным потоком, второе – из-за самовоздействия захваченной моды. Функции $\psi^{(zw)}, \psi^{(ww)}$ являются решениями уравнений

$$\nabla^2 \psi_t^{(zw)} + \psi_x^{(zw)} = \hat{F}_1(y) e^{i\theta}, \quad \nabla^2 \psi_t^{(ww)} + \psi_x^{(ww)} = \hat{F}_2(y) e^{2i\theta} \quad (3.32)$$

с нулевыми начальными условиями и имеют вид

$$\psi^{(zw)} = \hat{\psi}^{(1)}(y, t) e^{i\theta}, \quad \psi^{(ww)} = \hat{\psi}^{(2)}(y, t) e^{2i\theta}.$$

Функции $\hat{F}_1(y), \hat{F}_2(y)$ даются формулами

$$\hat{F}_1 = (\phi \bar{u}^{(0)})'' - 2k(U \bar{u}^{(0)})' + k^2 \phi \bar{u}^{(0)}, \quad \hat{F}_2 = (\phi U)'' - 2k(\phi^2 + U^2)' + 4k^2 \phi U. \quad (3.33)$$

В каждый момент t функция $\psi^{(1)}$ экспоненциально затухает при удалении от экватора, а для фиксированного y и $t \rightarrow \infty$ функция $\psi^{(1)}$ стремится к гармонически осциллирующему решению уравнения (3.28а), удовлетворяющему условиям излучения при $y \rightarrow \pm\infty$:

$$\psi^{(1)} \Big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow \psi_f^{(1)} = \varepsilon^{1+\alpha+\beta} \hat{\psi}_f^{(1)}(y) e^{i\theta} + \varepsilon^{1+2\beta} \hat{\psi}_f^{(2)}(y) e^{2i\theta} + c.c., \quad (3.34)$$

$$\hat{\psi}_f^{(1)} = -\frac{1}{8l\sigma} \left[e^{-ily} \int_{-\infty}^y \hat{F}_1 e^{ily} dy + e^{ily} \int_y^{\infty} \hat{F}_1 e^{-ily} dy \right], \quad (3.35a)$$

$$\hat{\psi}_f^{(2)} = -\frac{i}{16\bar{l}\sigma} \left[e^{-ily} \int_{-\infty}^y \hat{F}_2 e^{ily} dy + e^{ily} \int_y^{\infty} \hat{F}_2 e^{-ily} dy \right] \quad (3.35b)$$

при $\bar{l}^2 = -4k^2 - k/\sigma > 0$, и

$$\hat{\psi}_f^{(2)} = \frac{1}{16|\bar{l}|\sigma} \left[e^{-|\bar{l}|y} \int_{-\infty}^y \hat{F}_2 e^{|\bar{l}|y} dy + e^{|\bar{l}|y} \int_y^{\infty} \hat{F}_2 e^{-|\bar{l}|y} dy \right] \quad (3.35b)$$

при $\bar{l}^2 = -4k^2 - k/\sigma < 0$.

В дальнейших вычислениях мы используем предельное решение (3.34) для вторичной баротропной моды вместо (3.31), что существенно упрощает вычисления. Справедливость такой замены нетрудно показать формально; физически это упрощение возможно благодаря тому, что с ростом t решение $\Psi^{(1)}$ быстро стремится к $\Psi_f^{(1)}$ в окрестности экватора.

Поправки первого порядка

Итак, решение имеет вид (3.6), где нулевое приближение задается формулами (3.29), (3.30), а поправки первого порядка предполагаются малыми. Уравнения для поправок $u^{(1)}, v^{(1)}, h^{(1)}$ совпадают с уравнениями (3.116–г), в которых множитель ε^{β_1} в правых частях заменен на $\varepsilon^{\beta+\beta_1}$, а нелинейные члены N_u, N_v, N_h заменены на $N_u^{(1)}, N_v^{(1)}, N_h^{(1)}$, где

$$N_u^{(1)} = N_u + \frac{\varepsilon^2}{4} \left[2h^{(0)}(u^{(0)}u_x^{(0)} + v^{(0)}u_y^{(0)}) + u^{(0)}(u^{(0)}h_x^{(0)} + v^{(0)}h_y^{(0)}) \right], \quad (3.36a)$$

$$N_v^{(1)} = N_v + \frac{\varepsilon^2}{4} \left[2h^{(0)}(u^{(0)}v_x^{(0)} + v^{(0)}v_y^{(0)}) + v^{(0)}(u^{(0)}h_x^{(0)} + v^{(0)}h_y^{(0)}) \right], \quad (3.36b)$$

$$N_h^{(1)} = N_h + \frac{\varepsilon^2}{4} \left[(h^{(0)2}u^{(0)})_x + (h^{(0)2}v^{(0)})_y \right]. \quad (3.36b)$$

Осредняя уравнения для поправок по x , получаем уравнения для зональных течений, совпадающие по форме с уравнениями (3.13а–в), в которых $\varepsilon\bar{R}_u, \varepsilon\bar{R}_v, \varepsilon\bar{R}_h$ заменены на $\langle N_u^{(1)} \rangle_x, \langle N_v^{(1)} \rangle_x, \langle N_h^{(1)} \rangle_x$, соответственно; $\langle \rangle_x$ обозначает осреднение по x :

$$\langle a \rangle_x = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L a dx. \quad (3.37)$$

Используя (3.12б–г), (3.36), (3.30), (3.34) и (3.15) находим:

$$\langle N_u^{(1)} \rangle_x = -yD_1, \quad \langle N_h^{(1)} \rangle_x = D_{1y}, \quad (3.38)$$

где

$$D_1 = -\varepsilon^\beta k A_\psi A^* H e^{ily} - \varepsilon^{1+\alpha+2\beta} |A|^2 k H \hat{\Psi}_f^{(1)} + c.c. \quad (3.39)$$

(ср. (3.16)). Как и в случае аналогичной системы (3.13), уравнения (3.38) означают, что слагаемые $\langle N_u^{(1)} \rangle_x, \langle N_h^{(1)} \rangle_x$ в правых частях для поправок к зональному течению не содержат резонансов, т.е. мы снова приходим к выводу, что среднее течение не зависит от времени.

Запишем теперь уравнения для волновых поправок $(\tilde{u}^{(1)}, \tilde{v}^{(1)}, \tilde{h}^{(1)})$, определяемых, как и прежде, формулой (3.18):

$$\tilde{u}_t^{(1)} - y\tilde{v}^{(1)} + \tilde{h}_x^{(1)} = -\varepsilon^{\beta+\beta_1} \tilde{u}_{T_{\beta_1}}^{(0)} + \tilde{N}_u^{(1)}, \quad (3.40a)$$

$$\tilde{v}_t^{(1)} + y\tilde{u}^{(1)} + \tilde{h}_y^{(1)} = -\varepsilon^{\beta+\beta_1} \tilde{v}_{T_{\beta_1}}^{(0)} + \tilde{N}_v^{(1)}, \quad (3.40б)$$

$$\tilde{h}_t^{(1)} + \tilde{u}_x^{(1)} + \tilde{v}_y^{(1)} = -\varepsilon^{\beta+\beta_1} \tilde{h}_{T_{\beta_1}}^{(0)} + \tilde{N}_h^{(1)}. \quad (3.40в)$$

Здесь

$$(\tilde{N}_u^{(1)}, \tilde{N}_v^{(1)}, \tilde{N}_h^{(1)}) = (N_u^{(1)}, N_v^{(1)}, N_h^{(1)}) - \langle \bar{N}_u^{(1)}, \bar{N}_v^{(1)}, \bar{N}_h^{(1)} \rangle_x. \quad (3.41)$$

Исключая резонансные члены из правых частей системы уравнений (3.40), приходим к уравнению для амплитуды A :

$$\varepsilon^{\beta_1} A_{T_{\beta_1}} + \varepsilon^{2+2\alpha} pA + \varepsilon^{2+2\beta} q|A|^2 A = -\varepsilon^{1+\alpha-\beta} kL_{\psi} A_{\psi}. \quad (3.42)$$

Здесь p, q – постоянные комплексные коэффициенты, зависящие от параметров взаимодействующих волн и зонального течения; их выражения приведены в Приложении 3. Важно, что реальные части p, q неотрицательны, т.е. $\text{Re } p, q \geq 0$.

Анализ различных случаев

Из (3.42) видно, что рост бароклининой моды создается постоянной накачкой в правой части уравнения, возникающей благодаря взаимодействию баротропной волны со средним зональным потоком. Второй и третий члены в левой части (3.42) обеспечивают насыщение бароклининой амплитуды, поскольку $\text{Re } p, q \geq 0$. При этом линейное по A второе слагаемое возникает как результат взаимодействия вторичной баротропной моды $\psi^{(1)}$ с зональным течением, а кубический по A третий член – взаимодействия $\psi^{(1)}$ с захваченной бароклининой модой. Показатель α , определяющий интенсивность зонального течения, задан, параметры β, β_1 находятся из баланса между накачкой и затуханием в (3.42). Рассмотрим различные случаи.

1. Пусть доминирует кубическое насыщение, т.е.

$$1 + \alpha - \beta = 2 + 2\beta \leq 2 + 2\alpha. \quad (3.43a)$$

Из (3.43) следует, что

$$\beta = \frac{1}{3}(\alpha - 1), \quad \alpha \geq \beta \geq -\frac{1}{2}. \quad (3.43b)$$

2. Если доминирует линейное насыщение, то

$$1 + \alpha - \beta = 2 + 2\alpha \leq 2 + 2\beta, \quad (3.44a)$$

т.е.

$$\beta = -(1 + \alpha), \quad \beta \geq -\frac{1}{2} \geq \alpha. \quad (3.44b)$$

На основании (3.43b), (3.44b) приходим к выводу, что при $\alpha < -1/2$ доминирует линейное насыщение, при $\alpha > -1/2$ – кубическое. В обоих случаях

$$\beta \geq -\frac{1}{2}, \quad (3.45)$$

т.е. максимальный порядок предельной амплитуды волны не может превышать $\varepsilon^{-1/2}$; такая амплитуда достигается при

$$\alpha = \beta = -\frac{1}{2}. \quad (3.46)$$

Медленное время во всех случаях определяется соотношением

$$\beta_1 = 1 + \alpha - \beta. \quad (3.47)$$

Зависимость β, β_1 от α показана на рис. 6.

Очевидно, при $\alpha < -\frac{1}{2}$ уравнение (3.42) записывается в виде

$$A_{T_{\beta_1}} + pA = -kL_{\Psi} A_{\Psi}; \quad (3.48a)$$

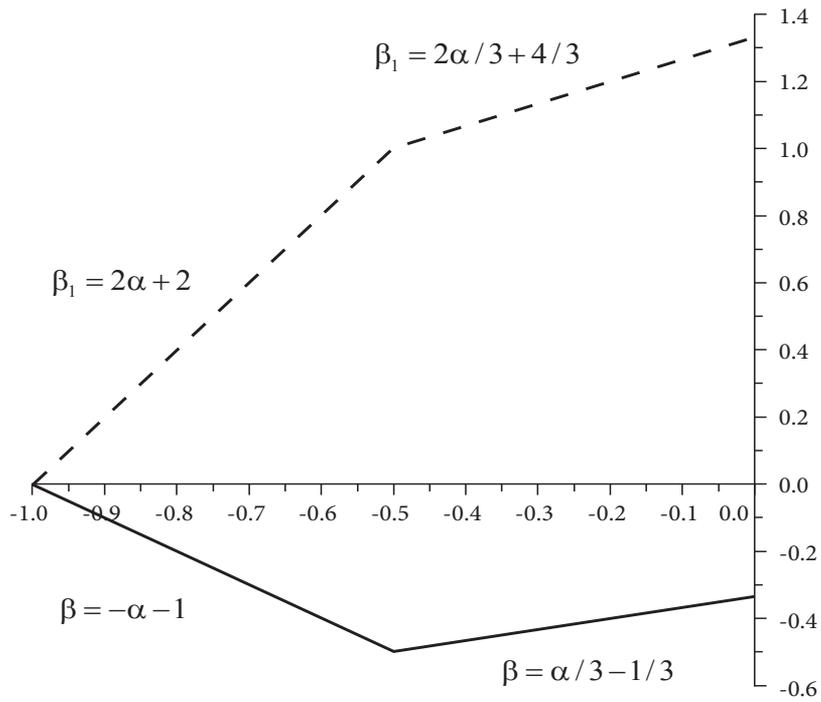


Рис. 6. Зависимость уровня насыщения (параметр β) и медленного времени (параметр β_1) от интенсивности зонального течения (параметр α).

при $\alpha > -\frac{1}{2}$ в виде

$$A_{T_{\beta_1}} + q|A|^2 A = -kL_{\psi} A_{\psi}; \quad (3.48б)$$

и, наконец, при $\alpha = -\frac{1}{2}$ в виде

$$A_{T_1} + pA + q|A|^2 A = -kL_{\psi} A_{\psi}. \quad (3.48в)$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением случая $\alpha = -\frac{1}{2}$, когда уравнение для амплитуды имеет наиболее «полный» вид (3.48в).

Как и в разделе 3.2, при выводе (3.42) (и, следовательно, (3.48)) мы не использовали регулярных асимптотических разложений, как, например в разделе 2.

Вместо этого был применен метод, опирающийся на физические соображения о балансе различных членов и являющийся, по существу, полуэвристическим. Для проверки правильности результирующих уравнений мы применили «стандартную» регулярную асимптотическую процедуру для нескольких выбранных значений параметра α и показали, что во всех случаях результирующее уравнение для бароклинной амплитуды в точности совпадает с одним из уравнений (3.48). Например, при $\alpha = 0$ (умеренный средний поток) получаем $\beta = -\frac{1}{3}$, $\beta_1 = \frac{4}{3}$, т.е. разложение надо проводить по степеням $\varepsilon^{1/3}$; соответствующее уравнение для амплитуды имеет вид (3.48б). При $\alpha = -\frac{1}{2}$ (сильный зональный поток) имеем $\beta = -\frac{1}{2}$, $\beta_1 = 1$; уравнение для A получается разложениями по степеням $\varepsilon^{1/2}$ и совпадает с (3.48в). Наконец, при $\alpha = -\frac{2}{3}$ (еще более сильный зональный поток) $\beta = -\frac{1}{3}$, $\beta_1 = \frac{2}{3}$, и разложения снова надо проводить по степеням $\varepsilon^{1/3}$. Соответствующее уравнение для амплитуды имеет вид (3.48а); предельная амплитуда совпадает по порядку с амплитудой в случае $\alpha = 0$, но насыщение происходит быстрее.

Исследование процесса насыщения

Преобразуем уравнение (3.48в) к более удобному виду, используя новые переменные

$$T = |p|T_1, \quad \tilde{A} = \frac{\sqrt{|q|}}{\sqrt{|p|}} e^{i \arg(kL_\psi A_\psi)} A. \quad (3.49)$$

Для \tilde{A} получаем уравнение (волну для краткости опускаем):

$$A_T + e^{i\chi} A + e^{i\lambda} |A|^2 A = c, \quad (3.50)$$

где

$$\chi = \arg p, \quad \lambda = \arg q, \quad c = \frac{\sqrt{|q|} |kL_\psi A_\psi|}{|p|^{3/2}}.$$

Рассмотрим стационарные решения A_0 уравнения (3.50). Для $B_0 = |A_0|$ и $b_0 = \arg A_0$ получаются следующие уравнения:

$$\cos \chi B_0 + \cos \lambda B_0^3 = c \cos b_0, \quad \sin \chi B_0 + \sin \lambda B_0^3 = -c \sin b_0, \quad (3.51)$$

откуда находим для $x = B_0^2$:

$$x^3 + 2 \cos \varphi x^2 + x - c^2 = 0, \quad \varphi = \chi - \lambda. \quad (3.52)$$

Используя теорему Виета нетрудно показать, что уравнение (3.52) имеет либо один, либо три положительных корня. Последнее выполняется при двух необходимых и достаточных условиях

$$\cos \varphi < -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } F(x^+) < c^2 < F(x^-), \quad (3.53)$$

где

$$x^\pm = -\frac{2}{3} \cos \varphi \pm \sqrt{\frac{4}{3} \cos^2 \varphi - \frac{1}{3}}.$$

При нарушении хотя бы одного из условий (3.53) уравнение (3.52) имеет один положительный корень. Зная $x = B_0^2$ можно найти из (3.51) аргумент b_0 .

Исследование устойчивости стационарных состояний $A_0 = B_0 e^{ib_0}$ показывает: 1) если положительный корень уравнения (3.52) единствен, то ему всегда соответствует устойчивое стационарное состояние; 2) в случае существования трех положительных корней двум крайним корням соответствуют устойчивые стационарные состояния, среднему корню – неустойчивое. Каждое устойчивое состояние представляет собой фокус, к которому притягивается решение, неустойчивое состояние – седловую точку. В случае единственного устойчивого стационарного состояния решение всегда к нему притягивается; в случае двух устойчивых состояний решение может притягиваться к любому из них в зависимости от начальных условий. Сценарий выхода амплитуды A на стационар зависит также от коэффициента $\text{Re } q$ при кубической нелинейности в уравнении (3.48в). Из формул (П3.5), (П3.8) Приложения 3, (3.3)–(3.5) следует, что для достаточно коротких волн Янаи ($m = 0$) и Россби ($m \geq 1$), таких что

$$|k| > \frac{1}{2\sqrt{3}}, \quad m = 0; \quad |k| \geq \sqrt{\frac{2m+1}{3}}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.54)$$

коэффициент $\text{Re } q = 0$; для достаточно длинных волн $\text{Re } q > 0$ и кубическое насыщение работает. Рис. 7 иллюстрирует различные сценарии насыщения амплитуды в зависимости от значения $\text{Re } q$, т.е. от длины возбуждаемой волны.

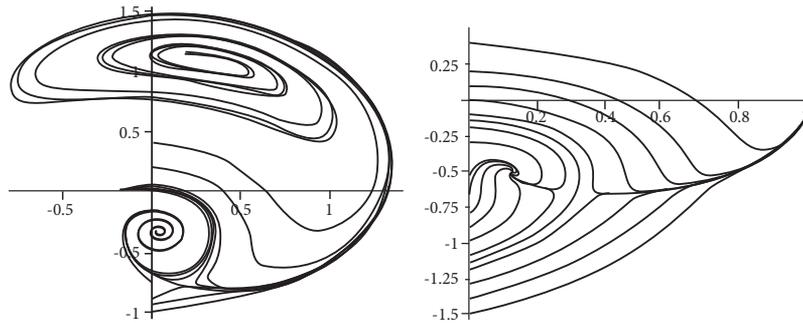


Рис. 7. Фазовые портреты системы (3.50) на плоскости $\text{Re } A - \text{Im } A$. Слева: нелинейное насыщение отсутствует, $\lambda = \pi/2$, $\text{Re } q = 0$. Справа: нелинейное насыщение присутствует, $\lambda = 0, 4\pi$, $\text{Re } q \neq 0$, $\chi = 19\pi/20$, $c = 0,3$.

3.4. Пространственная модуляция

Для изучения пространственной модуляции возбуждаемых волн мы снова рассматриваем зональное течение $\sim \varepsilon^{-1/2}$ и представляем решение в виде асимптотических разложений (2.18). Исключение секулярных членов дает следующие модуляционные уравнения для амплитуд A и A_ψ :

$$(\partial_{T_1} + c_g^{bt} \partial_{X_1}) A_\psi - \varepsilon^{1/2} \frac{i}{2} (\sigma^{bt})'' \partial_{X_1 X_1} A_\psi = 0, \quad (3.55a)$$

$$(\partial_{T_1} + c_g^{bc} \partial_{X_1}) A + \varepsilon^{1/2} \left[-\frac{i}{2} (\sigma^{bt})'' \partial_{X_1 X_1} A + pA + q|A|^2 A \right] = -\varepsilon^{1/2} k L_\psi A_\psi, \quad (3.55b)$$

где $\sigma^{bt, bc}$ – частоты баротропной и бароклинической волн, $c_g^{bt, bc} = (\sigma^{bt, bc})'$ – соответствующие зональные групповые скорости; штрих обозначает дифференцирование по k . Важно, что групповая скорость волны Янаи может существенно отличаться от групповой скорости баротропной волны Россби той же частоты, например, для длинных волн при $|k| \ll 1$, $c_g^{bc} \approx \frac{1}{2} \ll c_g^{bt} \approx -\frac{1}{|k|}$.

В то же время, групповые скорости бароклинической и баротропной волн Россби одинаковой частоты практически одинаковы.

Поэтому при возбуждении волны Янаи баротропная и бароклиническая волны «сильно» взаимодействуют только в случае «плавной» пространственной

модуляции, когда поля зависят от X_2, T_2 и не зависят от X_1, T_1 . В этом случае эффекты дисперсии слабы, и уравнения (3.55) с точностью до малых преобразуются к виду

$$(\partial_{T_2} + c_g^{bt} \partial_{X_2}) A_\psi = 0, \quad (3.56a)$$

$$\partial_{T_2} A + c_g^{bc} \partial_{X_2} A + pA + q|A|^2 A = -kL_\psi A_\psi. \quad (3.56b)$$

При переходе в систему координат, движущуюся с групповой скоростью баротропной волны c_g^{bt} , система (3.56) сводится к одному уравнению для вынужденной нелинейной простой волны с зависящей от пространственной координаты вынуждающей силой.

Если же возбуждается волна Россби, то $c_g^{bt} \cong c_g^{bc}$, и в системе координат, движущейся с общей групповой скоростью, мы получаем для баротропной модуляции линейное уравнение Шредингера

$$\partial_{T_2} A_\psi - \frac{i}{2} (\sigma^{bt})'' \partial_{X_1 X_1} A_\psi = 0, \quad (3.57a)$$

и соответствующее уравнение для бароклинической модуляции:

$$\partial_{T_2} A - \frac{i}{2} (\sigma^{bt})'' \partial_{X_1 X_1} A + pA + q|A|^2 A = -kL_\psi A_\psi. \quad (3.57b)$$

Как в случае возбуждения волны Россби, так и при возбуждении волны Янаи модуляционные уравнения имеют различный вид для малых и больших зональных волновых чисел. Как уже говорилось выше, для достаточно коротких волн, когда справедливы соотношения (3.54), нелинейное насыщение отсутствует ($\text{Re } q = 0$), а для достаточно длинных волн – работает. Масштабируя A в (3.57b) зависящей от времени фазой, мы получаем хорошо известное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) с накачкой и затуханием. В случае немодулированной баротропной волны ($A_\psi = \text{const}$) это уравнение активно исследовалось в литературе после пионерской работы (Kaup and Newell, 1978). Известно, что в зависимости от значений накачки и затухания решение этого уравнения демонстрирует либо хаотическое (с различными типами хаоса; см., например Shlizerman and Rom-Kedar, 2006), либо регулярное поведение (Terrones et al., 1990), и может быть локализованным стационарным солитоном в некотором диапазоне параметров (Barashenkov and Smirnov, 1996). Поэтому, такие динамические режимы могут ожидать в экваториальной динамике.

Для длинных волн Россби с $Re q \neq 0$ уравнение (3.576) представляет собой вынужденное уравнение Гинзбурга-Ландау с комплексными коэффициентами (КГЛ). Фазовая диаграмма однородного уравнения КГЛ хорошо известна (*Battogokh and Mikhailov, 1996*). Кроме того, вынужденное одномерное уравнение КГЛ обсуждалось в контексте контроля турбулентности (*Brush et al., 2000*). Вместе с тем, какое-либо систематическое исследование вынужденного одномерного уравнения КГЛ нам неизвестно. Вообще говоря, при наличии двух различных устойчивых равновесных состояний можно ожидать появления дефектов типа доменных стенок и, отсюда, хаоса дефектов. Такие когерентные структуры могут быть найдены тем же способом, как для НУШ с накачкой и затуханием (*Barashenkov and Smirnov, 1996*). Такое же поведение можно ожидать и для волны Янаи (уравнение (3.566)).

Некоторые примеры численного моделирования уравнений (3.56), (3.57) могут быть найдены в (*Reznik and Zeitlin, 2007b*); аналогичные расчеты для НУШ с накачкой и затуханием, соответствующие в нашем контексте возбуждению коротких волн Россби, приведены в (*Barashenkov and Smirnov, 1996; Terrones, 1990*).

Обсуждение результатов и выводы

Полученные результаты дают следующую физическую картину. В линейном приближении экваториальный волновод прозрачен для баротропных волн Россби. В случае тройных взаимодействий благодаря нелинейности баротропные волны резонансно усиливают (например, из фонового шума) пару бароклиных захваченных экваториальных мод Россби/Янаи с экспоненциально растущими во времени амплитудами. В свою очередь, взаимодействующие бароклинные волны порождают экспоненциально растущую «вторичную» баротропную волну, распространяющуюся от экватора к полюсам – поправку $\varepsilon\psi_1$ к начальной баротропной волне ψ_0 . Взаимодействие между «вторичной» баротропной волной и возбужденными волноводными модами останавливает рост последних, когда $\varepsilon\psi_1$ становится порядка ψ_0 . При этом амплитуды захваченных волн стремятся к предельным значениям, намного превосходящим амплитуду баротропной волны. Таким образом, рассмотренные нелинейные взаимодействия обуславливают одновременно и эффективный рост захваченных экваториальных мод, и обратное действие этих мод на баротропное поле. Огибающие волновых пакетов бароклиных волн описываются уравнениями Гинзбурга-Ландау, широко известными в нелинейной физике; пространственно-временная эволюция огибающих сопровождается образованием характерных «доменных стенок» и «темных солитонов».

Взаимодействие свободной баротропной волны Россби с зональным течением, направленным вдоль экватора, также может приводить к эффективной генерации захваченных экваториальных мод большой амплитуды. Одна-

ко имеются и существенные отличия от случая триплета. Во-первых, только дискретный спектр баротропных волн Россби резонансно взаимодействует с захваченными модами в присутствии экваториального течения. Во-вторых, амплитуды этих мод растут на начальном этапе линейно, а не экспоненциально, как в триплете. Уровень насыщения также может намного превышать амплитуду свободной волны, но зависит от амплитуды зонального течения. Само зональное течение при таком взаимодействии остается неизменным и играет роль «катализатора». В-третьих, огибающие захваченных волн подчиняются другим типам уравнения Гинзбурга-Ландау. Так, эволюция огибающих длинных захваченных волн Россби описывается вынужденным уравнением Гинзбурга-Ландау с комплексными коэффициентами, а огибающая коротких волн Россби – нелинейным вынужденным уравнением Шредингера с затуханием. Огибающие волн Янаи подчиняются нелинейному уравнению типа простой волны с кубической нелинейностью. Наконец, в-четвертых, подобно случаю триплета взаимодействие растущей захваченной моды с зональным потоком генерирует вторичную баротропную волну, но амплитуда этой волны (и, соответственно, степень ее воздействия на первичную волну) существенно зависит от интенсивности среднего течения.

Итак, экваториальный волновод является ярким примером полупрозрачного волновода, где захваченные моды могут резонансно возбуждаться свободными внешними модами. Такой механизм генерации весьма эффективен, т.к. результирующие амплитуды захваченных мод намного превышают амплитуду свободной моды. Нам представляется, что похожий сценарий возможен и для других типов полупрозрачных волноводов, которые рассматриваются в других областях физики, например, в нелинейной оптике и нелинейной акустике. Единственное похожее исследование, которое нам удалось найти в литературе, посвящено резонансному возбуждению захваченных у берега краевых волн над наклонным дном волнами, набегаящими из открытого океана (*Minzoni and Witham, 1977; Akylas, 1983*). Несмотря на то, что пространственно-временные масштабы, физическая природа и дисперсия краевых волн совершенно отличны от экваториальных, результирующие уравнения для огибающих оказываются весьма схожими. Уравнения эти изучены недостаточно, и наши результаты применимы, по крайней мере, качественно и к краевым волнам.

Приложение 1. Исключение секулярных членов

Подстановка асимптотических разложений в исходную систему приводит в каждом приближении к линейной вынужденной системе вида:

$$\nabla^2 \psi_t + \psi_x = Q_\psi, \quad (\text{П1.1a})$$

$$u_t - yv + h_x = Q_u, \quad v_t + yu + h_y = Q_v, \quad h_t + u_x + v_y = Q_h, \quad (\text{П1.1б,в})$$

где правые части $Q_{\psi,u,v,h}$ зависят от предыдущих приближений. Решения системы (П1.1) ограничены при выполнении следующих условий ортогональности (или, иными словами, условий отсутствия секулярных членов в $Q_{\psi,u,v,h}$):

$$\langle \hat{\psi} Q_{\psi} \rangle_{x,y,t} = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} dy \langle \hat{u} Q_u + \hat{v} Q_v + \hat{h} Q_h \rangle_{x,t} = 0, \quad (\text{П1.2а, б})$$

где $\hat{\psi}, \hat{u}, \hat{v}, \hat{h}$ – произвольное ограниченное решение уравнений (П1.1). Угловые скобки обозначают осреднение, определяемое обычным образом:

$$\langle \dots \rangle_x = \lim \frac{1}{2L_x} \int_{-L_x}^{L_x} \dots dx, \quad (\text{П1.3})$$

и аналогично для других переменных.

В нашем случае правые части имеют вид:

$$Q_{\psi,u,v,h} = \sum_q Q_{\psi,u,v,h}^q e^{i(k_q x - \sigma_q t)}, \quad (\text{П1.4})$$

где функции $Q_{\psi,u,v,h}^q(y)$ быстро затухают при $y \rightarrow \pm\infty$. Нетрудно показать, что для таких $Q_{\psi,u,v,h}^q$ условия (П1.2) являются не только необходимыми, но и достаточными условиями существования ограниченных решений уравнений (П1.1) при $k_q \neq 0, \sigma_q \neq 0$. Важное различие между (П1.2а) и (П1.2б) заключается в том, что (П1.2а) содержит осреднение по y , а (П1.2б) – интегрирование по y . Очевидно, эта разница возникает из-за того, что свободная баротропная волна Россби (1.5) и захваченные моды (1.6) имеют различную пространственную структуру. Взаимодействие захваченных мод создает в (П1.4) слагаемые вида $Q_{\psi}^q \sim m_q(y) e^{i(k_q x - \sigma_q t)}$ с локализованной функцией $m_q(y)$; при этом условия (П1.2а) тождественно удовлетворяются, и уравнение (П1.1а) всегда имеет ограниченное решение. Функции $Q_{u,v,h}$ также содержат аналогичные слагаемые, но условия (П1.2б) налагают на эти функции нетривиальные ограничения.

Приложение 2. Некоторые коэффициенты в задаче о триплете

Коэффициенты $L_{1,2}^{\pm}$ в уравнениях (2.4) даются формулами:

$$L_1^{\pm} = -\frac{i}{\sqrt{a_1 a_2}} \int dy e^{iy} F_{12}^{\pm}, \quad L_2^{\pm} = -\frac{i}{\sqrt{a_1 a_2}} \int dy e^{iy} G_{12}^{\pm}, \quad (\text{П2.1})$$

где

$$F_{12}^{\pm} = (U_1\phi_2)'' \mp k_1(U_1U_2)' + k_2(H_1H_2)' \mp k_2(\phi_1\phi_2)' \mp k(U_1U_2' + H_1H_2' \pm \phi_1'\phi_2) \pm k^2\phi_1U_2,$$

$$G_{12}^{\pm} = (U_2\phi_1)'' \mp k_2(U_1U_2)' + k_1(H_1H_2)' \mp k_1(\phi_1\phi_2)' \mp k(U_2U_1' + H_2H_1' \pm \phi_2'\phi_1) \pm k^2\phi_2U_1.$$

Коэффициенты в (2.12) представляются в виде:

$$L = - \int_{-\infty}^{\infty} dy F(y) \sin ly, \quad P = \frac{sL^2}{2l\sigma}, \quad Q = Q_0 + qQ_1 + sQ_2, \quad (\text{П2.2а,б,в})$$

где

$$Q_0 = \frac{s}{l\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dy F(y) \int_y^{\infty} dy' F(y') \sin l(y-y'), \quad (\text{П2.3а})$$

$$Q_1 = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[\hat{k}(\bar{u}_1 - \tilde{U}_1)(U^2 + \phi^2 + H^2) + (\phi U)'(\bar{u}_1 + \tilde{U}_1) + \hat{k}UH(\bar{h}_1 - \tilde{H}_1) + \right. \\ \left. \phi H'(\bar{h}_1 + \tilde{H}_1) + i(UU' + \phi\phi' - HH' - 2\hat{k}\phi U)\tilde{V}_1 \right], \quad (\text{П2.3б})$$

$$Q_2 = \frac{1}{a^2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[\phi'H \left(\phi^2 - U^2 + \frac{1}{3}H^2 \right) - \hat{k}UH(3U^2 + 5\phi^2 + 3H^2) \right]. \quad (\text{П2.3в})$$

Функции $\bar{u}_1, \bar{h}_1, \tilde{U}_1, \tilde{V}_1, \tilde{H}_1$, входящие в (П2.3б):

$$\bar{u}_1 = y \sum_m V_m, \quad \bar{h}_1 = y \sum_m V'_m, \quad V_m = \frac{\hat{V}_{0m}}{2m+1} \phi_m(y), \quad \tilde{V}_1 = \sum_m \frac{r_m}{\sigma^2 - k^2 - k/\sigma - 2m-1} \phi_m,$$

$$\tilde{U}_1 = \frac{k\tilde{V}'_1 - \sigma y \tilde{V}_1}{i(\sigma^2 - k^2)} - \frac{k\hat{H} + \sigma\hat{U}}{\sigma^2 - k^2}, \quad \tilde{H}_1 = \frac{\sigma\tilde{V}'_1 - ky\tilde{V}_1}{i(\sigma^2 - k^2)} - \frac{k\hat{U} + \sigma\hat{H}}{\sigma^2 - k^2}.$$

Здесь \hat{V}_{0m}, r_m – коэффициенты разложений функций \hat{V}_0 и

$$R = \frac{i}{\sigma} \left[(\sigma^2 - k^2)\hat{V}_1 + (k\hat{U} + \sigma\hat{H})' + y(\sigma\hat{U} + k\hat{H}) \right]$$

в ряд по функциям параболического цилиндра $\phi_m(y)$, соответственно.

Для $\hat{U}, \hat{V}_0, \hat{V}_1, \hat{H}$ имеем:

$$\hat{U} = -\frac{q}{a}(\phi U' - \hat{k}U^2), \quad \hat{V}_1 = -\frac{q}{a}\phi(\phi' - \hat{k}U), \quad \hat{H} = -\frac{q}{a}[(\phi H)' - 2\hat{k}UH],$$

$$\hat{V}_0 = -2\frac{q}{a}\phi(\phi' + \hat{k}U).$$

Приложение 3. Коэффициенты в уравнении (3.42)

В приведенных ниже формулах функции \hat{F}_1, \hat{F}_2 даются соотношениями (3.33).

$$\operatorname{Re} p = \frac{1}{8|l|\sigma a} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dy \hat{F}_1 e^{ily} \right|^2, \quad (\text{П3.1})$$

$$\operatorname{Im} p = \frac{1}{4l\sigma a} \int_{-\infty}^{\infty} dy G_1 \int_y^{\infty} dy_1 \hat{F}_1(y_1) \sin l(y - y_1) + \frac{1}{4a} \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[\phi U (2\bar{h}^{(0)} \bar{u}^{(0)'})' + \bar{h}^{(0)'} \bar{u}^{(0)} - 2k\bar{h}^{(0)} \bar{u}^{(0)} (U^2 + H^2 + \phi^2) - kUH(\bar{u}^{(0)2} + \bar{h}^{(0)2}) + H(\phi \bar{h}^{(0)2})' \right], \quad (\text{П3.2})$$

$$\operatorname{Re} q = \frac{1}{16|\bar{l}|\sigma a^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dy \hat{F}_2 e^{i\bar{l}y} \right|^2, \quad (\text{П3.3})$$

$$\operatorname{Im} q = \frac{1}{4\bar{l}\sigma a^2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \hat{F}_2 \int_y^{\infty} dy_1 \hat{F}_2(y_1) \sin \bar{l}(y - y_1) + Q \quad (\text{П3.4})$$

при

$$\bar{l}^2 = l^2 - 3k^2 > 0; \quad (\text{П3.5})$$

$$\operatorname{Re} q = 0, \quad (\text{П3.6})$$

$$\operatorname{Im} q = \frac{1}{16|\bar{l}|\sigma a^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} dy \hat{F}_2 e^{-|\bar{l}|y} \int_{-\infty}^y dy_1 \hat{F}_2(y_1) e^{|\bar{l}|y_1} + \int_{-\infty}^{\infty} dy \hat{F}_2 e^{|\bar{l}|y} \int_y^{\infty} dy_1 \hat{F}_2(y_1) e^{-|\bar{l}|y_1} \right] + Q \quad (\text{П3.7})$$

при

$$\bar{l}^2 = l^2 - 3k^2 < 0. \quad (\text{П3.8})$$

Функции Q, G_1 даются формулами:

$$Q = \frac{1}{4a^2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[\phi' H \left(\phi^2 - U^2 + \frac{1}{3} H^2 \right) - kUH (3U^2 + 5H^2 + 3\phi^2) \right],$$

$$G_1 = (k^2 - l^2) \phi \bar{u}^{(0)} - 2k(U\bar{u}^{(0)})'.$$

Литература

- Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т 2. М.: Мир, 1986. 415 с.
- Akylas T.R. Large-scale modulation of edge waves // J. Fluid. Mech. 1983. V. 132. P. 197–208.
- Barashenkov I.V., and Smirnov Y.S. Existence and stability chart for the ac-driven, damped nonlinear Schrodinger solitons // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. P. 5707–5725.
- Barashenkov I.V., Woodford S.R., and Zemlyanaya E.V. Parametrically driven dark solitons // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. P. 054103.
- Barashenkov I.V., and Woodford S.R. Complexes of stationary domain walls in the resonantly forced Ginsburg-Landau equation // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 026613.
- Battogokh D., and Mikhailov A. Controlling turbulence in the complex Ginzburg-Landau equation // Physica D. 1996. V. 90. P. 84–95.
- Benilov E.S., and Reznik G.M. The complete classification of large-amplitude geostrophic flows in a two-layer fluid // Geoph. Astrophys. Fluid Dyn. 1996. V. 42. P. 1–42.
- Boulanger J.P., and Menkes C. Propagation and reflection of long equatorial waves in the Pacific Ocean during the 1992-1993 El Nino // J. Geoph. Res. 1995. V. 100. P. 25041–25060.
- Boyd J.P. Equatorial solitary waves. Part 2. Envelope solitons // J. Phys. Oceanogr. 1983. V. 10. P. 1699–1717.
- Brush L. et al. Modulated amplitude waves and the transition from phase to defect chaos // Phys. Rev. Letters. 2000. V. 85. P. 86–89.
- Couillet P., and Emilsson K. Strong resonances of spatially distributed oscillations: a laboratory to study patterns and defects // Physica D. 1992. V. 61. P. 119–131.
- Delcroix T., Picaud J., and Eldin G. Equatorial Kelvin and Rossby waves evidenced in the Pacific ocean through Geosat sea level and surface current anomalies // J. Geoph. Res. 1991. V. 96. P. 3249–3262.
- Hendon H., and Salby M. The life cycle of the Madden-Julian Oscillation // J. Atmos. Sci. 1994. V. 51. P. 2225–2237.
- Hoskins B.J., and Yang G.-Y. The equatorial response to higher latitude forcing // J. Atmos. Sci. 2000. V. 57. P. 1197–1213.
- Kaup D.J., and Newell A.C. Solitons as particles, oscillators, and in slowly changing media: a singular perturbation theory // Proc. R. Soc. London. 1978. V. A361. P. 413–446.
- Kasahara A., and Silva Dias P.L. Response of planetary waves to stationary tropical heating in a global atmosphere with meridional and vertical shear // J. Atmos. Sci. 1986. V. 43. P. 1893–1911.
- Majda A., and Biello J.A. The nonlinear interaction of barotropic and equatorial baroclinic Rossby waves // J. Atmos. Sci. 2003. V. 60. P. 1809–1821.

- Martel C., Vega J.M., and Knobloch E.* Dynamics of counterpropagating waves in parametrically driven systems: dispersion vs. advection // *Physica D*. 2003. V. 174. P. 198–217.
- Minzoni A.A., and Whitham G.B.* On the excitation of edge waves on beaches // *J. Fluid. Mech.* 1977. V. 79. P. 273–287.
- Neelin J.D., and Zeng N.* A quasi-equilibrium tropical circulation model – formulation // *J. Atmos. Sci.* 2000. V. 57. P. 1741–1766.
- Reznik G.M., and Zeitlin V.* Interaction of free Rossby waves with semi-transparent equatorial waveguide. Part 1. Wave triads // *Physica D*. 2007a. V. 226. No. 1. P. 55–79.
- Reznik G.M., and Zeitlin V.* Resonant excitation and nonlinear evolution of waves in the equatorial waveguide in the presence of the mean current // *Phys. Rev. Lett.* 2007b. V. 99. P. 064501.
- Reznik G.M., and Zeitlin V.* Interaction of free Rossby waves with semi-transparent equatorial waveguide – wave-mean flow interaction // *Nonlin. Proc. Geophys.* 2009. V. 16. P. 381–392.
- Shlizerman E., and Rom-Kedar V.* Three types of chaos in the forced nonlinear Schrodinger equation // *Phys. Rev. Letters*. 2006. V. 96. P. 024104.
- Terrones G., McLaughlan D.W., Overman E.A., and Pearlstein A.J.* Stability and bifurcation of spatially coherent solutions of the damped-driven NLS equation // *SIAM J. Appl. Math.* 1990. V. 50. P. 791–818.
- Wang B., and Xie X.* Low frequency equatorial waves in vertically sheared zonal flow // *J. Atmos. Sci.* 1996. V. 53. P. 449–467.
- Zeitlin V.* Introduction: Fundamentals of rotating shallow water model in the geophysical fluid dynamics perspective. In: V. Zeitlin (ed), *Nonlinear Dynamics of Rotating Shallow Water. Methods and Advances*. Elsevier, 2007. P. 1–46.

INTERACTION OF FREE BAROTROPIC ROSSBY WAVES WITH EQUATORIAL WAVEGUIDE

G.M. Reznik, V.S. Zeitlin

Nonlinear interactions are studied between the baroclinic Rossby and/ or Yanai waves trapped in the equatorial waveguide and the barotropic Rossby wave freely propagating across the waveguide in the linear approximation. The situations are considered when the free wave interacts: 1) with two trapped equatorial modes; 2) with one the mode in the presence of mean zonal flow. In the first case the free wave resonantly excites a pair of exponentially growing in time trapped modes, in the second case – one linearly growing mode. With increasing time this growth stops and a nonlinear saturation of the trapped mode amplitudes takes place, the saturation levels being much greater than the barotropic wave amplitude. In turn, the growing trapped modes generate a secondary barotropic wave propagating from equator to poles; in due course, amplitude of this wave becomes of the order of the free wave amplitude. Described mechanism provides both an effective generation of large-amplitude equatorial modes and an effective energy exchange between the mid-latitudes and the equatorial region.

ВОЛНЫ В ОКЕАНЕ ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ: ОСНОВЫ ТЕОРИИ И МОДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

С.В. Музылев

Институт океанологии им. П.П. Шишова РАН, Москва

Приводятся теоретические основы линейной теории волн в океане под ледяным покровом. Лед полагается тонкой упругой пластиной постоянной толщины с постоянными значениями модуля Юнга, коэффициентов Пуассона и сжатия. Считается, что нормальная скорость на дне равна нулю, а на нижней границе льда выполнены линеаризованные кинематическое и динамическое условия. Найдены и проанализированы явные решения для изгибно-гравитационных, внутренних, краевых изгибно-гравитационных волн и волн Кельвина и соответствующие им дисперсионные уравнения. Все задачи рассматриваются с единых позиций и без использования гидростатического приближения.

Введение

Теоретическое описание волновых движений в океане с учетом рельефа дна, береговых границ, вращения Земли и стратификации вод является классической проблемой геофизической гидродинамики. Однако в большинстве широко известных монографий по волнам в океане (*Ле Блон, Майсек, 1981; Гилл, 1986; Лайтхилл, 1981; Педлоски, 1984*) нет даже упоминания о возможном влиянии ледяного покрова на такие волны. Вероятно, это связано с тем, что для корректного учета ледяного покрова требуется привлечение не только гидродинамических подходов, но и методов теории упругости, что существенно затрудняет исследования.

С другой стороны, существует обширная литература, посвященная собственно колебаниям ледяного покрова. Свойства таких волн (их называют изгибно-гравитационными) определяются совместным действием сил тяжести, инерции и упругой силы со стороны ледяного поля. В современной литературе изгибно-гравитационные волны описываются в рамках безвихревого движения жидкости, т.е. волны считаются потенциальными. Такой подход не дает возможности учитывать стратификацию вод, рельеф дна и вращение Земли.

В настоящее время два больших направления физической океанологии – динамика волн в океане и динамика волн в ледяном покрове – существуют по отдельности. Необходимо объединить оба направления и с единых позиций изучать любые типы волновых движений под ледяным покровом.

1. Постановка задачи

1.1. Основные уравнения линейной теории

Сплошной ледяной покров при достаточно естественных условиях можно рассматривать как тонкую упругую пластину, плавающую на поверхности моря. Для теоретического описания колебаний ледяного покрова нужно учитывать упругие свойства ледяной пластины, силы сжатия, а также плавучесть льда. Если не интересоваться процессами, происходящими внутри ледяного покрова, то исходную нелинейную систему уравнений движения в приближении идеальной жидкости можно записать в следующем виде:

$$\frac{dU}{dt} - fV = -\frac{1}{R_w} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x}; \quad (1)$$

$$\frac{dV}{dt} + fU = -\frac{1}{R_w} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y}; \quad (2)$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{1}{R_w} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} - g; \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{dR_w}{dt} = 0; \quad (5)$$

где U, V – компоненты горизонтальной скорости вдоль осей x и y соответственно; W – вертикальная скорость (ось z направлена вертикально вверх); R_w – плотность воды; \tilde{P} – давление; $f = \text{const}$ – параметр Кориолиса; g – ускорение свободного падения;

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} + W \frac{\partial}{\partial z}.$$

Уравнения (1)–(5) следует дополнить граничными условиями на дне $z = -H(x, y)$ и на нижней поверхности льда $z = \eta(x, y, t)$, где $\eta(x, y, t)$ – прогиб ледяной поверхности. На дне должно выполняться условие непротекания жидкости (равенство нулю нормальной составляющей скорости), которое записывается так:

$$\mathbf{U}_n \equiv (\mathbf{U}, \mathbf{n}) = U \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial y} + W = 0, \quad (6)$$

где $\mathbf{U} = (U, V, W)$ – вектор скорости; $\mathbf{n} = \left(\frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}, 1 \right)$ – вектор нормали к поверхности дна $H(x, y) + z = 0$.

На нижней поверхности льда $z = \eta(x, y, t)$ должны выполняться кинематическое

$$\frac{d\eta}{dt} = W \quad (7)$$

и динамическое условия

$$\tilde{P} = P_a, \quad (8)$$

где $P_a = P_a(x, y, t)$ – давление непосредственно на границе вода–лед.

Рассмотрим волновые движения, представляющие собой малые отклонения от гидростатического состояния равновесия при отсутствии фоновых течений в океане (переменные в состоянии равновесия выделим нижним индексом 0):

$$U_0 = V_0 = W_0 \equiv 0, \quad \eta_0 \equiv 0, \quad R_{w,0}(z) \equiv \rho_0(z), \quad P_0(z) \equiv -g \int_0^z \rho_0(z) dz. \quad (9)$$

Пусть

$$U = U_0 + u(x, y, z, t), \quad V = V_0 + v(x, y, z, t), \quad W = W_0 + w(x, y, z, t); \quad (10)$$

$$\tilde{P}(x, y, z, t) = P_0(z) + P(x, y, z, t); \quad (11)$$

$$R_w(x, y, z, t) = \rho_0(z) + \rho_w(x, y, z, t). \quad (12)$$

Естественно называть $P(x, y, z, t)$ отклонением давления от гидростатического, или возмущением давления. Когда это не будет вызывать недоразумений, мы будем говорить о давлении, подразумевая возмущенное давление P .

В линейном приближении, полагая $P(x, y, z, t) \ll P_0(z)$ и $\rho_w(x, y, z, t) \ll \rho_0(z)$, получим:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f v = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + f u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial P}{\partial z} + g \rho_w \right); \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} - \frac{N^2}{g} w = 0; \quad (17)$$

где

$$N(z) = \sqrt{-\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz}}. \quad (18)$$

частота Брента-Вяйсяля.

Удобно свести систему уравнений (13)–(17) к одному уравнению для давления P . Из (13) и (14) имеем:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}u &= -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + f \frac{\partial P}{\partial y} \right), \\ \mathcal{L}v &= -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial P}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\mathcal{L} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2$. Применяя оператор \mathcal{L} к уравнению неразрывности (16), получим

$$\mathcal{L}w_z = \frac{1}{\rho_0} \Delta \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (20)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – горизонтальный оператор Лапласа.

Исключим из уравнений (15) и (17) плотность ρ_w , тогда

$$\mathcal{M}w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 P}{\partial z \partial t}, \quad (21)$$

где

$$\mathcal{M} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2.$$

Далее для простоты будем считать частоту Брента-Вяйсяля N постоянной. Исключая из (20) и (21) вертикальную скорость, получим:

$$\left[\mathcal{L} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{N^2}{g} \frac{\partial}{\partial z} \right) + \mathcal{M} \Delta \right] \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

или

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{N^2}{g} \frac{\partial}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \Delta \right] \frac{\partial P}{\partial t} = 0. \quad (22)$$

Интегрирование этого уравнения по времени дает:

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{N^2}{g} \frac{\partial}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \Delta \right] P = Q(x, y, z). \quad (23)$$

Величина Q не зависит от времени, поэтому она определяется из начальных условий. Можно показать (Pedlosky, 2003), что функция Q пропорцио-

нальна потенциальной завихренности. Так как потенциальная завихренность сохраняется, то для периодических волновых движений $Q(x, y, z) \equiv 0$. Следовательно, уравнение для давления P имеет вид:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right)\left(\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{N^2}{g} \frac{\partial P}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2\right)\Delta P = 0. \quad (24)$$

Если из (20) и (21) исключить $\partial P / \partial t$, то получим уравнение для вертикальной скорости:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{N^2}{g} \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2\right)\Delta w = 0, \quad (25)$$

которое, как видим, совпадает с уравнением для давления (24).

1.2. Граничное условие на дне

Из условия на дне (6):

$$\left\{u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} + w\right\}_{z=-H(x,y)} = 0. \quad (26)$$

Применяя к (26) оператор \mathcal{LM} , получим граничное условие на дне, выраженное только через давление:

$$\left\{\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2\right)\left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + f \frac{\partial P}{\partial y}\right) \frac{\partial H}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial P}{\partial x}\right) \frac{\partial H}{\partial y}\right]\right\} + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2\right) \frac{\partial^2 P}{\partial z \partial t} \Big|_{z=-H(x,y)} = 0. \quad (27)$$

1.3. Граничные условия на нижней поверхности льда

Линеаризация кинематического условия (7) и его снос на невозмущенную нижнюю поверхность льда дает

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = w \Big|_{z=0}. \quad (28)$$

В дальнейшем нам понадобится выражение для прогиба ледяной поверхности $\eta(x, y, t)$ через давление $P|_{z=0}$ на поверхности льда. Чтобы получить эту связь, подействуем на обе части условия (28) оператором \mathcal{M} . Тогда:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \eta = - \frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (29)$$

Перейдем к формулированию наиболее сложного динамического условия. Из (9) и (11) в линейном приближении получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{P}(x, y, \eta, t) &\approx \tilde{P}|_{z=0} + \eta \frac{\partial \tilde{P}}{\partial z} \Big|_{z=0} \approx [P_0(0) + P(x, y, 0, t)] + \eta \frac{\partial P_0}{\partial z} \Big|_{z=0} = \\ &= P(x, y, 0, t) - g \rho_0(0) \eta(x, y, t). \end{aligned} \quad (30)$$

Если моделировать лед лежащей в горизонтальной плоскости тонкой упругой пластинкой постоянной толщины h , то из уравнения для свободных колебаний такой пластинки находим давление P_a на нижней границе льда (Ландау, Лифшиц, 1965; Liu, Mollo-Christensen, 1988):

$$\frac{1}{\rho_0(0)} P_a = B \Delta^2 \eta + Q \Delta \eta + M \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \quad (31)$$

где

$$B = \frac{E h^3}{12(1-s^2)\rho_0(0)}, \quad Q = \frac{K h}{\rho_0(0)}, \quad M = \frac{\rho_l h}{\rho_0(0)}. \quad (32)$$

Здесь коэффициент B – цилиндрическая жесткость (или жесткость при изгибе) льда; E – модуль Юнга (или модуль растяжения); s – коэффициент Пуассона; K – коэффициент сжатия льда; $\rho_l = \text{const}$ – плотность льда.

Слагаемые, пропорциональные B , M и Q , возникают соответственно из-за упругих свойств льда, сил плавучести и сил сжатия, действующих на ледяной покров. Приведем характерные значения этих величин для льда (Liu and Mollo-Christensen, 1988): $E = 3 \times 10^9 \text{ Н м}^{-2}$, $s = 0.3$, $K = 2 \times 10^6 \text{ Н м}^{-2}$, $\rho_0(0) = 1025 \text{ кг м}^{-3}$, $\rho_l = 0.9 \rho_0(0)$. Тогда при толщине льда $h = 0.5 \text{ м}$: $B \approx 5 \times 10^6 \text{ м}^5 \text{ с}^{-2}$, $Q \approx 10^3 \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$, $M = 0.9 \text{ м}$.

Из (30), (31) и динамического условия (8) имеем:

$$P|_{z=0} = \rho_0(0) \left[g + B \Delta^2 + Q \Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \eta. \quad (33)$$

При отсутствии льда (тогда $h = 0$ и поэтому $B = Q = M = 0$) условие (33) принимает стандартный вид: $P|_{z=0} = \rho_0 g \eta$. Условие (33) в дополнение к (29) дает еще одну связь между прогибом льда и давлением. В отличие от более общего выражения (29) эта связь отражает специфику именно данной постановки задачи. Из (33) с учетом уравнения (29) получаем единственное граничное условие на нижней поверхности льда, записываемое лишь через давление:

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) P + \left(g + B \Delta^2 + Q \Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right]_{z=0} = 0. \quad (34)$$

Уравнение (24) и граничные условия (27), (34) дают формализованную математическую постановку задачи о волнах в океане с учетом ледяного покрова. Мы видим, что единственное отличие данной постановки от стандартной постановки задачи о волнах в океане состоит лишь в граничном условии на его поверхности. Заметим, что мы не использовали приближения гидростатики, что, как будет ясно из дальнейшего (см. раздел 5), весьма существенно при учете ледяного покрова.

2. Изгибно-гравитационные волны

В качестве первого и наиболее простого примера рассмотрим волны в безграничном океане постоянной глубины H , заполненном жидкостью постоянной плотности; вращение Земли учитывать здесь не будем. Такие волны, как было показано в предыдущем разделе, описываются следующим уравнением и граничными условиями:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \Delta P = 0; \quad (35)$$

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \left(g + B \Delta^2 + Q \Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right]_{z=0} = 0; \quad (36)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=-H} = 0. \quad (37)$$

Будем искать решение поставленной задачи в виде плоской волны, распространяющейся в горизонтальном направлении:

$$P(x, y, z, t) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} p(z),$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – волновой вектор; $\mathbf{r} = (x, y)$, ω – частота. Подставив это выражение в (35)–(37), получим краевую задачу для функции $p(z)$:

$$\frac{d^2 p}{dz^2} - k^2 p = 0; \quad (38)$$

$$\left[(g + Bk^4 - Qk^2 - M\omega^2) \frac{dp}{dz} - \omega^2 p \right]_{z=0} = 0; \quad (39)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=-H} = 0. \quad (40)$$

Здесь $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Граничное условие при $z = -H$ удовлетворяется, если искать решение уравнения (35) в виде

$$p(z) = a \operatorname{ch}[k(H + z)], \quad (41)$$

где $a = \text{const}$ – амплитуда волны. Подстановка (41) в граничное условие (39) дает дисперсионное уравнение

$$k \operatorname{th}(kH) = \frac{\omega^2}{g + Bk^4 - Qk^2 - M\omega^2}. \quad (42)$$

При отсутствии льда, то есть при $h = 0$ (тогда $B = Q = M = 0$), дисперсионное уравнение (42) переходит в хорошо известное дисперсионное уравнение для поверхностных гравитационных волн в океане $\omega^2 = gk \operatorname{th}(kH)$ (Гилл, 1986; Ле Блон, Майсек, 1981; Лайтхилл, 1981; Педлоски, 1984).

Волны, описываемые дисперсионным уравнением (42), принято называть изгибно-гравитационными, так как их свойства определяются совместным действием силы тяжести и сил упругости со стороны плавающего ледяного покрова. С океанологической точки зрения интерес к изгибно-гравитационным волнам связан с их распространением в прикромочной зоне дрейфующих льдов. Эти волны известны уже более 100 лет (начало их теоретическому изучению положено в 1887 г. работой известного английского математика Гринхилла (*Greenhill, 1887*), и им посвящена обширная литература (*Марченко, 1999; Хейсин, 1967; Тимохов, Хейсин, 1987; Squire et al., 1995; Squire, 2007*). Важность таких волн обусловлена их ролью в механике льда и, особенно, способностью разрушать ледяные поля. Эти волны в условиях покрытого льдом океана могут распространяться на сотни километров (*Поверхностные и внутренние волны в арктических морях, 2002; Liu and Mollo-Christensen, 1988*).

3. Внутренние волны

Влияние ледяного покрова на распространение внутренних волн – практически важная, но мало изученная проблема. Обычно полагают, что приближение «твердой крышки», отфильтровывающее поверхностную (то есть изгибно-гравитационную) моду и хорошо описывающее свойства внутренних волн, можно применять и в случае, когда свободная поверхность заменяется ледяным покровом. Тогда, поскольку в приближении «твердой крышки» вертикальная скорость на поверхности равна нулю, не должно быть никаких смещений ледяного покрова вдоль вертикали, то есть в натуральных условиях практически нельзя регистрировать внутренние волны по колебаниям ледяного покрова. Такой вывод, однако, противоречит данным наблюдений (*Смирнов, 1972; Смирнов, 1996; Смирнов, Савченко, 1972; Смирнов и др., 2002; Czipott et al., 1991*). Так, на дрейфующей станции «Северный полюс-20» в 1970 г. (*Смирнов, 1972; Смирнов, 1996*) были зарегистрированы колебания ледяного покрова, которые по своим волновым характеристикам нельзя было отнести к поверхностным изгибно-гравитационным волнам. Они интерпретировались как проявления внутренних волн в условиях ярко выраженной переслоенности вод Арктического бассейна. В связи с этим возникает необходимость развития теории внутренних волн в применении к волнам в стратифицированном покрытом льдом океане (*Музылев, 2008; Музылев, Олейникова, 2007*).

В соответствии с разделом 1 внутренние волны в линейном приближении описываются следующим хорошо известным в теории внутренних волн в океане уравнением (*Гилл, 1986; Ле Блон, Майсек, 1981; Pedlosky, 2003*):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{N^2}{g} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \Delta P = 0 \quad (43)$$

и граничными условиями:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=-H} = 0. \quad (44)$$

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) P + \left(g + B\Delta^2 + Q\Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right]_{z=0} = 0. \quad (45)$$

Для простоты будем считать частоту Брента-Вяйсяля N постоянной. Слагаемое $N^2/(g \partial P/\partial z)$ в (43) в большинстве реальных случаев мало по сравнению с $\partial^2 P/\partial z^2$, поэтому мы его отбрасываем (приближение Буссинеска). Это делается лишь для упрощения выкладок, при отказе от приближения Буссинеска принципиальных трудностей не возникает.

Как и в случае изгибно-гравитационных волн, будем искать решение поставленной задачи в виде плоской волны, распространяющейся в горизонтальном направлении:

$$P(x, y, z, t) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} p(z).$$

Подставив это выражение в (43)–(45), получим краевую задачу для функции $p(z)$. Граничное условие (44) при $z = -H$ удовлетворяется, если искать решение уравнения (43) в виде $p(z) = a \cos[\lambda(H+z)]$, где $\lambda = k\sqrt{(N^2 - \omega^2)/\omega^2}$, $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Тогда из граничного условия (45) следует дисперсионное уравнение для внутренних волн под ледяным покровом

$$\lambda \operatorname{tg} \lambda H = \frac{N^2 - \omega^2}{g + Bk^4 - Qk^2 - M\omega^2}. \quad (46)$$

При отсутствии льда, то есть при $h = 0$ (тогда $B = Q = M = 0$), дисперсионное уравнение (46) переходит в хорошо известное дисперсионное уравнение для гравитационных волн в стратифицированном океане (Гилл, 1986; Ле Блон, Майсек, 1981; Лайтхилл, 1981; Педлоски, 1984).

Когда $\omega > N$, параметр λ становится чисто мнимым, в этом случае уравнение (46) имеет единственный вещественный корень $\omega_0(k)$, соответствующий изгибно-гравитационной волне. В дальнейшем мы будем интересоваться только внутренними волнами и считать $\omega < N$.

Уравнение (46) выражает неявную зависимость частоты $\omega_n(k, h)$, $n = 1, 2, \dots$, от волнового числа k для различных мод внутренних гравитационных волн под ледяным покровом постоянной толщины h . Эти зависимости показаны на рис. 1. Как видно из этого рисунка (и можно подтвердить расчетами), приведенные дисперсионные кривые практически не отличаются от дисперсионных кривых $\omega_n(k, 0)$ для внутренних волн в безледных условиях. Хорошо известно (Гилл, 1986; Ле Блон, Майсек, 1981; Pedlosky, 2003), что в приближении «твердой крышки», когда вертикальная скорость на поверхности полагается нулевой, или, что то же самое, $(\partial P / \partial z)|_{z=0} = 0$, справедливо приближенное равенство

$$\omega_n(k, 0) \approx \frac{k H N}{\sqrt{n^2 \pi^2 + k^2 H^2}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (47)$$

Из рис. 1 и расчетов следует, что $\omega_n(k, h) \approx \omega_n(k, 0)$.

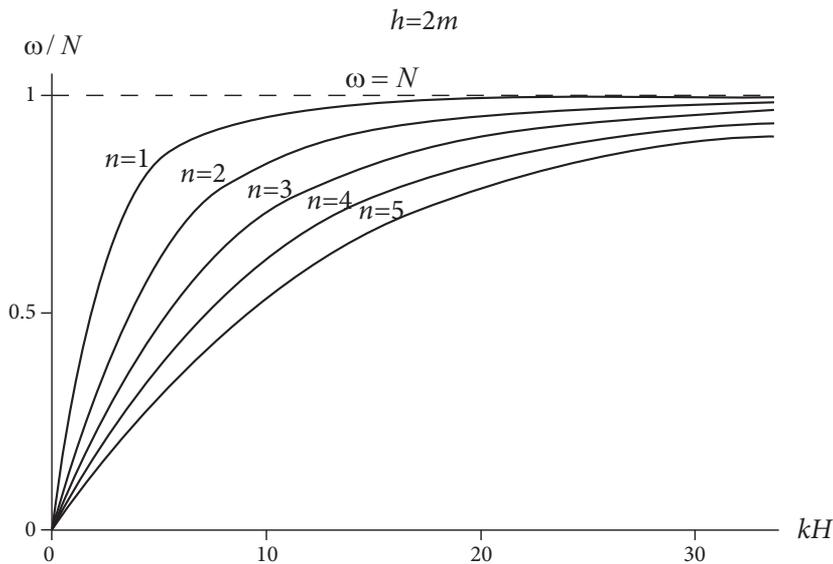


Рис. 1. Дисперсионные кривые для внутренних гравитационных волн под ледяным покровом постоянной толщины $h = 2$ м. Построения выполнены для океана глубиной $H = 3000$ м и частоты Брента-Вайсяля $N = 0.001$ с⁻¹.

Однако для прогиба ледяной поверхности ситуация более сложная. Действительно, из (29) следует, что

$$\eta(x, y, t) = \frac{a}{\rho_0(0)} \frac{\lambda \sin \lambda H}{N^2 - \omega^2} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}. \quad (48)$$

На частотах, близких к частоте Брента-Вяйсяля (т.е. при $\omega \approx N$), в выражении (48) возникает неопределенность типа $0/0$. Эту неопределенность можно раскрыть с помощью дисперсионного уравнения (46), из которого получаем

$$\eta_n(x, y, t) = \frac{a}{\rho_0(0)} \frac{\cos \lambda H}{g + Bk^4 - Qk^2 - M\omega_n^2(k, h)} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_n t)}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Поскольку приближение «твердой крышки» хорошо описывает дисперсионные кривые внутренних волн подо льдом, то окончательно имеем

$$\eta_n(x, y, t) \approx \frac{a}{\rho_0(0)} \frac{(-1)^n}{g + Bk^4 - Qk^2 - M\omega_n^2(k, 0)} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega_n t)}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (49)$$

Из (49) следует, что в общем случае прогибы внутренних мод зависят от волновых чисел k , причем при больших волновых числах и, следовательно, при частотах, близких, но меньших N , прогибы для всех внутренних мод стремятся к нулю, а не остаются постоянными и равными $a/g\rho_0(0)$, как в случае безледного моря.

Волновое число k_{max} , при котором достигается экстремум прогиба, можно найти из уравнения:

$$2Bk_{max}^2 - Q = MN^2H^2 \frac{n^2\pi^2}{(n^2\pi^2 + k_{max}^2H^2)^2}. \quad (50)$$

В реальных условиях правая часть (50) мала, поэтому $k_{max} \approx \sqrt{Q/2B}$. Тогда соответствующие нормированная частота $\sigma_{n, max} = \omega_{n, max}/N$ и фазовая скорость $c_{n, max}$ равны:

$$\sigma_{n, max} \approx H \sqrt{\frac{Q}{2n^2\pi^2B + QH^2}}, \quad c_{n, max} \approx NH \sqrt{\frac{2B}{2n^2\pi^2B + QH^2}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (51)$$

На рис. 2 показаны амплитуды прогибов η_n для внутренних мод гравитационных волн под ледяным покровом как функции нормированной частоты $\sigma = \omega/N$. Мы видим, что на частотах ω , близких к частоте Брента-Вяйсяля N , прогиб льда имеет максимум, причем с ростом номера моды этот макси-

мум смещается в сторону меньших частот. Резкое изменение прогиба льда в окрестности частоты N физически обусловлено тем, что частоты внутренних волн в океане не могут превышать N , тогда как для волн в ледяном покрове нет ограничений ни по частоте, ни по волновым числам. Заметим, что с уменьшением длины волны давление на нижней границе льда в силу (45) неограниченно растет. Для исключения его неограниченного роста, необходимо, чтобы прогиб льда стремился к нулю с уменьшением длины волны.

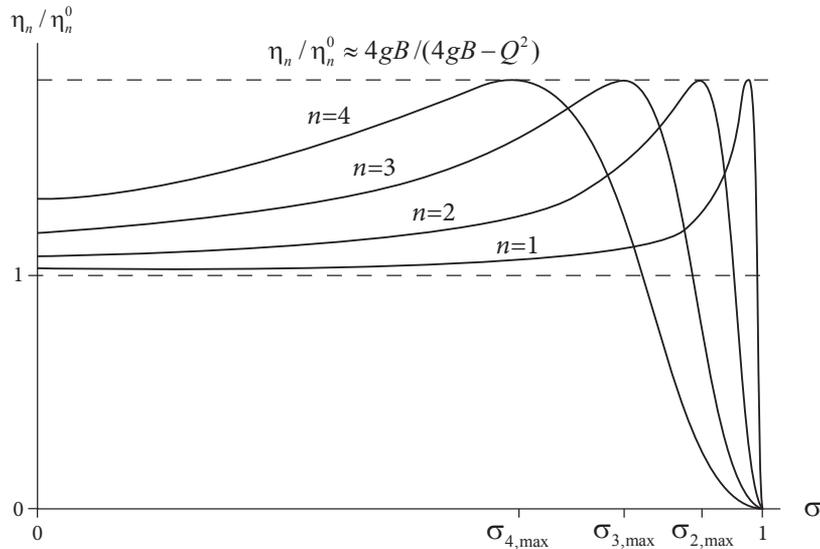


Рис. 2. Прогибы ледяного покрова η_n для первых четырех мод внутренних гравитационных волн как функции нормированной частоты $\sigma = \omega / N$. Каждый профиль нормирован на амплитуду η_n^0 волны при $\sigma = 0$ (не в масштабе).

Для всех значений параметров рассматриваемой задачи $\sigma_{n, \max} < 1$. Сравним численные значения характеристик колебаний ледяного покрова по результатам предлагаемой теории с данными наблюдений в Северном Ледовитом океане (Смирнов, 1972; Смирнов, 1996). В случае сплошных арктических полей толщиной 3 м наблюдения дают для периода волны 24 мин. Если принять частоту Брента-Вяйсяля, равной 0.01 с^{-1} , то по теории для первой моды из (11) получаем $T_{\max} = 2\pi / \omega_{\max} = 12$ мин, длину волны $L_{\max} = 2\pi / k_{\max} = 600$ м, фазовую скорость $c_{\max} = 0.8 \text{ м с}^{-1}$. Для льдов Центральной Арктики, толщина которых достигает 7 м, по наблюдениям период волны может составлять от 3 до 80 мин. По теории, если принять, что частота Брента-Вяйсяля лежит в диапазоне от 0.005 с^{-1} до 0.05 с^{-1} , для первой моды получаем: $3 \text{ мин} < T_{\max} < 36 \text{ мин}$, $L_{\max} = 1400 \text{ м}$, $0.65 \text{ м с}^{-1} < c_{\max} < 6.5 \text{ м с}^{-1}$.

Как видим, натурные и теоретические результаты сопоставимы. Нужно отметить, что числовые значения механических характеристик морского льда, в частности, коэффициента сжатия K , известны с большим разбросом. Поэтому конкретные величины определяемых в натурных условиях частот могут отличаться от простых выражений (51). Важна, однако, предсказываемая построенной теорией принципиальная возможность регистрации внутренних волн под ледяным покровом на частотах, близких к частоте Брента-Вайсяля.

С целью экспериментальной проверки теоретических выводов данного раздела о возможном влиянии коротких внутренних волн на колебания сплошного ледяного покрова были проведены экспедиционные исследования в мелководном фиорде Ван Майен в южной части Шпицбергена. Исследования проводились в нескольких точках акватории бухты Свеа. Измерения коротких внутренних волн показали, что колебания температуры и скорости течений с периодом около 10 минут и амплитудой внутренних волн около 1 м коррелируют с колебаниями ледяного покрова того же периода и амплитудой порядка нескольких миллиметров (Марченко и др., 2010). Эти результаты согласуются с теоретическими выводами.

4. Краевые волны

Шельфовая зона океана – волновод для захваченных волн (краевых, Кельвина, шельфовых). Задача о влиянии ледяного покрова на захваченные волны в шельфовой зоне океана является весьма сложной и совершенно не изученной. Наличие ледяного покрова приводит к появлению коротких изгибно-гравитационных волн, поэтому невозможно использовать стандартное (и не всегда оправданное) длинноволновое приближение для описания захваченных шельфом волн. Возникает необходимость рассматривать трехмерную задачу, переменные в которой, как правило, не разделяются.

Краевые волны распространяются вдоль берега, их амплитуда убывает экспоненциально и не обязательно монотонно в сторону открытого моря. Часто считают, что амплитуды всех мод краевых волн максимальны на берегу, однако в общем случае это не так, что показывает пример капиллярных краевых волн (Muzylev et al., 2005) и краевых волн подо льдом (см. далее). Важность краевых волн определяется тем, что они захвачены, т.е. их энергия сосредоточена только в прибрежной зоне, они не могут излучать энергию в открытое море. Сейчас имеются веские доказательства практической значимости краевых волн: они определяют динамику береговых процессов в прибрежной зоне, с их помощью объясняют образование песчаных баров, существование разрывных течений и многих других явлений. Теория краевых волн, ведущая свое начало с 1846 г. от пионерской работы Стокса (Stokes, 1880), после более чем столетнего перерыва была развита Экартом (Eckart, 1951) и Урселлом (Ursell, 1952). Сейчас теории и приложениям кра-

евых волн посвящены сотни работ, несколько монографий (Ефимов и др., 1985; Рабинович, 1993; Котар, 1998), и практически в каждой книге по волнам в океане (Гилл, 1986; Куркин, Пелиновский, 2004; Ле Блон, Майсек, 1981) есть соответствующий раздел.

Отметим, что волновые характеристики захваченных волн подо льдом зависят от толщины ледяного покрова, так как в силу упругих свойств льда от его толщины зависят коэффициенты цилиндрической жесткости, инерции и сжатия льда, а через них, в свою очередь, выражается давление на нижней границе льда. Это в дальнейшем может быть использовано для оценки многолетней и сезонной изменчивости толщины морского льда в шельфовых зонах ледовитых морей по данным сейсмометров, наклономеров и спутниковых альтиметров.

4.1. Постановка задачи

Рассмотрим заполненную жидкостью область, ограниченную прямолинейным берегом $y = 0$, сверху – ледяным покровом постоянной толщины h и снизу – плоским наклонным дном $z = -y \operatorname{tg} \alpha$ («бесконечный откос»). Ось z направлена вертикально вверх, ось x совпадает с линией берега, ось y направлена по нормали к берегу в сторону открытого моря (рис. 3).

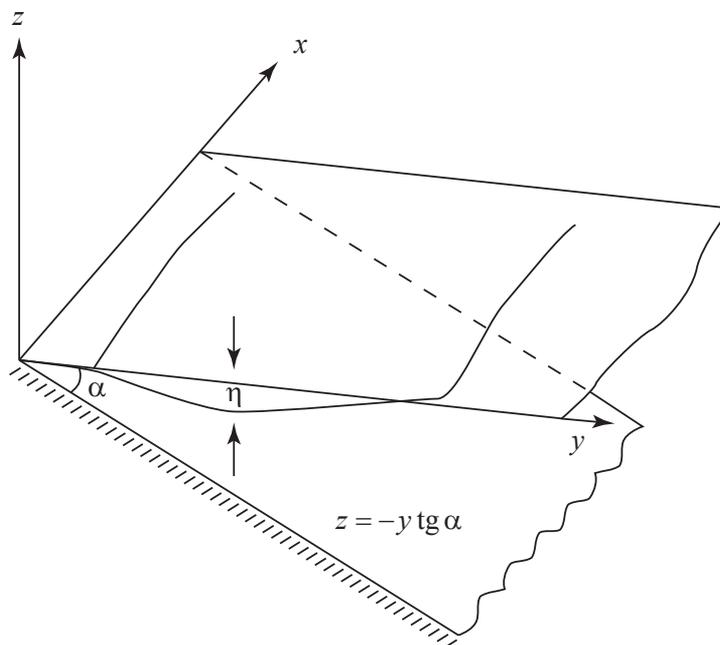


Рис. 3. Геометрия области.

Жидкость считаем однородной, невязкой, несжимаемой и невращающейся. Тогда в линейном приближении движение жидкости описывается следующими уравнениями и граничными условиями (см. раздел 1):

$$\Delta P + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0; \quad (52)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} + \operatorname{tg} \alpha \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=-y \operatorname{tg} \alpha} = 0; \quad (53)$$

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \left(g + B \Delta^2 + Q \Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right]_{z=0} = 0. \quad (54)$$

Будем искать непрерывное и дифференцируемое вместе с соответствующими производными вплоть до границ решение поставленной задачи. Тогда в силу (52) условие (54) можно переписать следующим образом:

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \left(g + B \frac{\partial^4}{\partial z^4} - Q \frac{\partial^2}{\partial z^2} + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right]_{z=0} = 0. \quad (55)$$

Поскольку мы рассматриваем волны типа краевых, то, как и в случае краевых волн без учета льда, нужно потребовать ограниченности решения на линии берега и его затухания при удалении от берега в сторону открытого моря, т.е.:

$$\text{при } y \rightarrow \infty: \quad P \rightarrow 0. \quad (56)$$

Заметим, что граничные условия (54), (55) имеют пятый порядок по пространственным переменным. Однако в силу того, что движение описывается уравнением в частных производных второго порядка, а именно, уравнением Лапласа (52), никаких дополнительных граничных условий не требуется.

4.2. Решение задачи

Будем искать ограниченные решения задачи (52), (53), (55), (56) в виде плоской волны, распространяющейся вдоль оси x :

$$P(x, y, z, t) = e^{i(kx - \omega t)} p(y, z).$$

Тогда для $p(y, z)$ получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - k^2 p = 0; \quad (57)$$

и граничные условия:

$$\text{при } z = 0: \quad \left(g + B \frac{\partial^4}{\partial z^4} - Q \frac{\partial^2}{\partial z^2} - M \omega^2 \right) \frac{\partial p}{\partial z} - \omega^2 p = 0; \quad (58)$$

$$\text{при } z = -y \operatorname{tg} \alpha: \quad \frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{tg} \alpha \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad (59)$$

$$\text{при } y \rightarrow \infty: \quad p(y, z) \rightarrow 0. \quad (60)$$

Трудность решения поставленной задачи состоит в том, что нельзя разделить переменные, поэтому необходимо изучать двумерную задачу. Решение можно искать с помощью хорошо развитого аппарата q -разностных уравнений первого порядка (Peters, 1952; Roseau, 1958; Williams, 1961). Однако в этом нет необходимости, поскольку ранее (Музылев, Одуло, 1980) при использовании такого аппарата было получено весьма общее выражение для краевых волн во вращающейся стратифицированной жидкости у прямолинейного берега с наклонным дном.

В связи с этим будем искать решение задачи (57)–(60) в следующем виде (см. также Музылев, 2006; Muzylev et al., 2005):

$$p_0(y, z) = p_0^+(y, z),$$

$$p_n(y, z) = p_0^+(y, z) + \sum_{m=1}^n A_{mn} \{p_{m-1}^-(y, z) + C_{mn} p_m^+(y, z)\}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (61)$$

где $p_m^\pm(y, z) = \exp[-\kappa y \cos(\theta + 2m\alpha^*) \pm \kappa z \sin(\theta + 2m\alpha^*)]$, $m = 0, 1, \dots, n$.

Постоянные θ , α^* , κ , A_{mn} и C_{mn} нужно найти.

Из (57) следует $\kappa = |k|$. На дне

$$p_m^\pm(y, z) \Big|_{z=-y \operatorname{tg} \alpha} = \exp \left[-\kappa y \frac{\cos(\theta \mp \alpha + 2m\alpha^*)}{\cos \alpha} \right],$$

поэтому для равенства показателей экспонент в $p_{m-1}^-(y, z)$ и $p_m^+(y, z)$ при $z = -y \operatorname{tg} \alpha$ необходимо $\alpha^* = \alpha$. Граничное условие (59) при $m = 0$ дает $\theta = \alpha$, а при $m \neq 0$ получаем $C_{mn} = 1$, $m = 1, 2, \dots, n$.

Для нахождения постоянных A_{mn} будем использовать условие на нижней поверхности льда (58). Удобно определить дифференциальный оператор

$$\mathcal{N} = g \frac{\partial}{\partial z} + B \frac{\partial^5}{\partial z^5} - Q \frac{\partial^3}{\partial z^3} - M \omega^2 \frac{\partial}{\partial z} - \omega^2.$$

Тогда

$$\mathcal{N} p_m^\pm(y, z)|_{z=0} = \left[\pm(1 + M K_m(k)) \omega_m^2(k) - (1 \pm M K_m(k)) \omega^2 \right] p_m^\pm(y, 0),$$

где

$$\omega_m^2(k) = \frac{g K_m(k) - Q K_m^3(k) + B K_m^5(k)}{1 + M K_m(k)},$$

$$K_m(k) = |k| \sin(2m+1)\alpha, \quad m = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Заметим, что $p_m^+(y, 0) = p_m^-(y, 0) \equiv \phi_m(y)$, поэтому из (58) и (61) следует

$$\begin{aligned} \mathcal{N} p_n(y, z)|_{z=0} &= (1 + M K_0(k)) [\omega_0^2(k) - \omega^2] \phi_0(y) + \\ &+ \sum_{m=1}^n A_{mn} \left\{ \left[(1 + M K_{m-1}(k)) \omega_{m-1}^2(k) + (1 - M K_{m-1}(k)) \omega^2 \right] \phi_{m-1}(y) + \right. \\ &\quad \left. + (1 + M K_m(k)) [\omega_m^2(k) - \omega^2] \phi_m(y) \right\} = 0. \end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых экспонентах $\phi_m(y)$, $m = 0, 1, 2, \dots, n$, получаем:

$$[\omega_m^2(k) - \omega^2] A_{mn} = [\omega_m^2(k) + \gamma_m(k) \omega^2] A_{m+1, n}, \quad m = 0, 1, \dots, n-1; \quad (62)$$

$$[\omega_n^2(k) - \omega^2] A_{nn} = 0. \quad (63)$$

Здесь

$$\gamma_m(k) = \frac{1 - M K_m(k)}{1 + M K_m(k)}, \quad A_{0,n} = 1.$$

Условие (63) дает

$$\begin{aligned} \omega^2 = \omega_n^2(k) &\equiv \frac{g K_n(k) - Q K_n^3(k) + B K_n^5(k)}{1 + M K_n(k)} = \\ &= \frac{g |k| \sin(2n+1)\alpha - Q |k|^3 \sin^3(2n+1)\alpha + B |k|^5 \sin^5(2n+1)\alpha}{1 + M |k| \sin(2n+1)\alpha}. \end{aligned} \quad (64)$$

Из рекуррентного соотношения (62) получаем:

$$A_{m n}(k) = \prod_{s=0}^{m-1} \frac{\omega_s^2(k) - \omega_n^2(k)}{\omega_s^2(k) + \gamma_s(k) \omega_n^2(k)}, \quad m = 1, 2, \dots, n. \quad (65)$$

Таким образом, произвольная мода краевой изгибно-гравитационной волны имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} p_0(y, z) &= \exp[-|k| y \cos \alpha + |k| z \sin \alpha], \\ p_n(y, z) &= p_0(y, z) + \\ &+ \sum_{m=1}^n A_{m n}(k) \left\{ \begin{array}{l} \exp[-|k| y \cos(2m-1)\alpha - |k| z \sin(2m-1)\alpha] + \\ + \exp[-|k| y \cos(2m+1)\alpha + |k| z \sin(2m+1)\alpha] \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (66)$$

$$n = 1, 2, \dots,$$

причем соотношение (64) служит дисперсионным уравнением для моды с номером n (рис. 4).

Между полученными решениями (66) и решениями Урселла (*Ursell, 1952*) есть взаимно однозначное соответствие, однако вопрос о существовании каких-либо других мод, специфичных только при учете ледяного покрова, остается открытым.

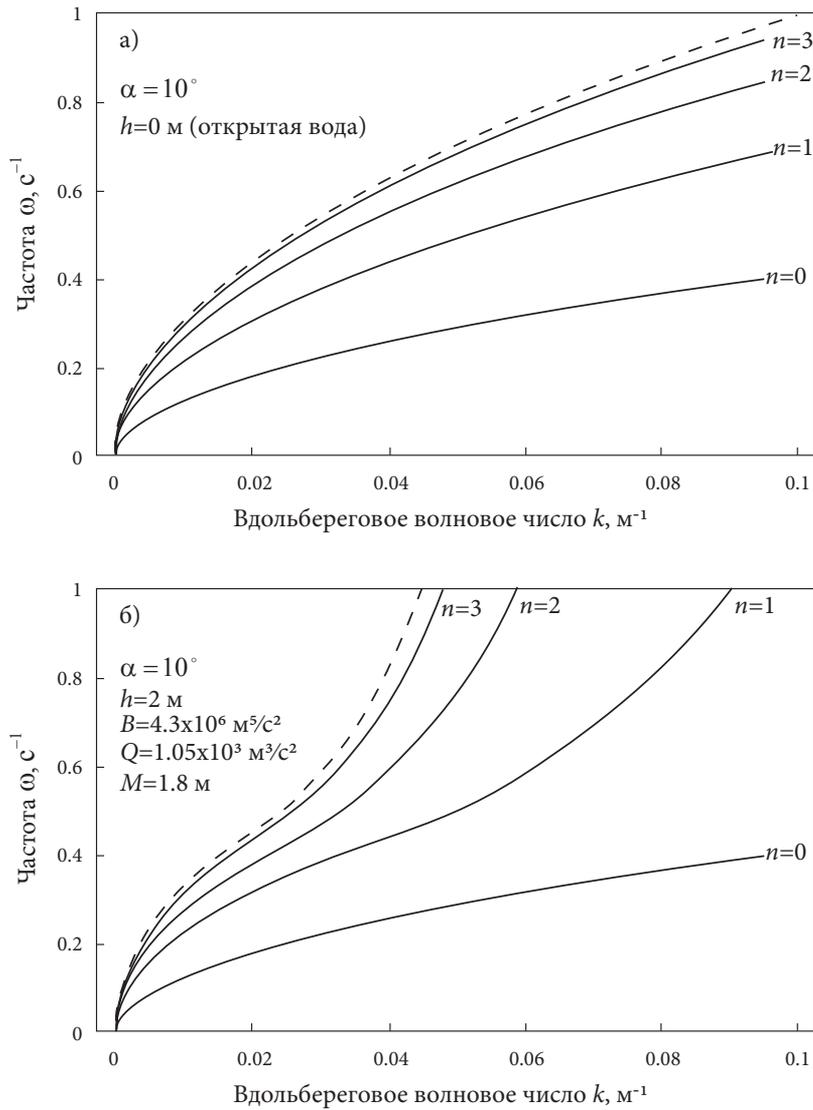


Рис. 4. Дисперсионные кривые $\omega_n(k)$ для краевых изгибно-гравитационных волн в случае открытой воды (а) и в случае ледяного покрова толщиной $h = 2$ м (б). Угол наклона дна $\alpha = 10^\circ$, n – номер моды. Штриховыми линиями показаны дисперсионные кривые $\omega_\infty(k) = \left[(g|k| - Q|k|^3 + B|k|^5) / (1 + M|k|) \right]^{1/2}$ для бесконечно глубокой жидкости.

4.3. Основные результаты

Из условия затухания (60) и явного выражения для давления в краевой волне (66) получаем ограничение на количество мод краевых волн в зависимости от угла α :

$$(2n+1)\alpha < \frac{\pi}{2}. \quad (67)$$

Это ограничение совпадает с аналогичным условием для краевых гравитационных (Ursell, 1952) и краевых капиллярных волн (Muzylev et al., 2005).

Для нулевой моды наши результаты не отличаются от результатов Молло-Кристенсена (Mollo-Christensen, 1983). При игнорировании льда ($B = Q = M = 0$) полученное решение переходит в решение Урселла (Ursell, 1952), так как в этом случае

$$A_{mn}(k) = \prod_{s=0}^{m-1} \frac{\sin(2s+1)\alpha - \sin(2n+1)\alpha}{\sin(2s+1)\alpha + \sin(2n+1)\alpha} = (-1)^m \prod_{s=0}^{m-1} \frac{\operatorname{tg}(n-s)\alpha}{\operatorname{tg}(n+s+1)\alpha}. \quad (68)$$

Если $B = M = 0$ и $Q = -\sigma/\rho_w$ (σ – коэффициент поверхностного натяжения воды), полученное решение совпадает с решением (Muzylev et al., 2005) для краевых капиллярных волн.

На рис. 4 приведены дисперсионные кривые $\omega_n(k)$ для первых четырех мод краевых волн в безледных условиях и при толщине льда $h = 2$ м. Из этого рисунка видно, что при заданном периоде и номере моды краевые волны подо льдом имеют бóльшую длину, чем такие же волны при отсутствии льда. Этот вывод справедлив и для волн в бесконечно глубоком океане (штриховые линии на рис. 4), когда дисперсионное уравнение, как известно (Liu and Mollo-Christensen, 1988), имеет вид $\omega^2 = \omega_\infty^2(k) \equiv (g|k| - Q|k|^3 + B|k|^5)/(1 + M|k|)$. При заданной частоте краевой волны ее длина увеличивается с ростом номера моды и достигает своего наибольшего значения в случае волн в бесконечно глубокой жидкости. Это следует из того простого факта, что $\omega_n(k) = \omega_\infty[k \sin(2n+1)\alpha]$. Таким образом, при заданных значениях угла наклона дна и толщины ледяного покрова для всех волновых чисел частота краевых волн $\omega_n(k)$ всегда меньше частоты $\omega_\infty(k)$. Можно показать, что при учете льда кривая $\omega = \omega_\infty(k)$ в плоскости (ω, k) отделяет область дискретного спектра задачи (52), (53), (55), (56) от непрерывного, что при $B = Q = M = 0$ (открытая вода) совпадает с ранее полученными выводами (Ursell, 1952).

Обозначим через $\lambda = 2\pi/k$ длину краевой волны вдоль берега. Фазовая скорость $c_n(\lambda) = (\lambda/2\pi)\omega_n(\lambda)$ моды с номером n краевой изгибно-гравитационной волны в отличие от чисто гравитационных краевых волн

(т.е. при отсутствии льда) не монотонна (рис. 5). Скорость распространения $c_n(\lambda)$ такой волны при возрастании длины волны λ от 0 до ∞ сначала убывает от бесконечности до некоторого минимума c_n^{\min} при $\lambda = \lambda_n^{\min}$, а потом возрастает от c_n^{\min} до бесконечности. Нетрудно показать, что при λ , много больших в сравнении с λ_n^{\min} (длинные волны), влиянием ледяного покрова на краевые волны можно пренебречь. Наоборот при λ , малых в сравнении с λ_n^{\min} (короткие волны), можно не учитывать действие силы тяжести. Отметим, что с одной и той же скоростью $c > c_n^{\min}$ могут распространяться волны двух различных длин, при этом одна из этих длин будет больше, а другая меньше λ_n^{\min} . Такое поведение скорости распространения волн типично и для капиллярных волн (Кочин и др., 1963).

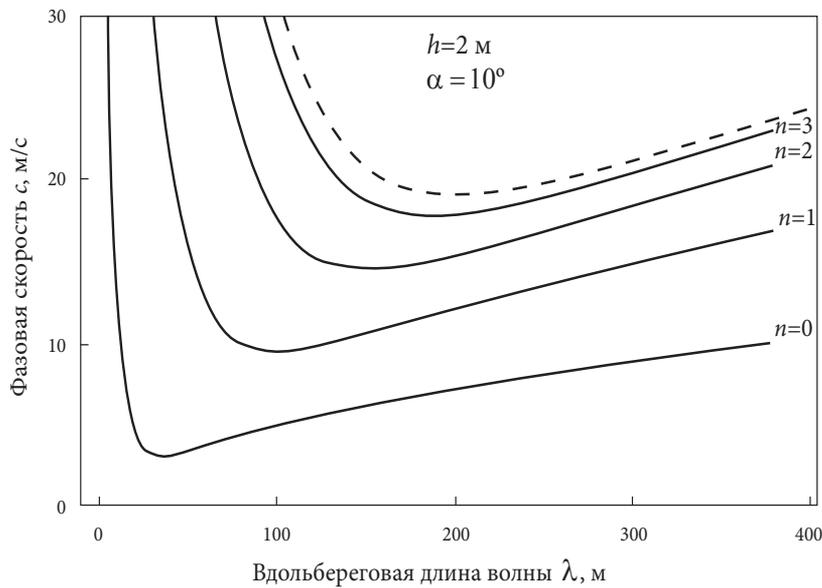


Рис. 5. Фазовая скорость $c_n(\lambda)$ краевых изгибно-гравитационных волн как функция вдольбереговой длины волны λ . Толщина ледяного покрова $h = 2$ м, угол наклона дна $\alpha = 10^\circ$, n – номер моды. Штриховой линией показана фазовая скорость изгибно-гравитационных волн для бесконечно глубокой жидкости.

Отметим, что все кривые $c_n(\lambda)$ подобны, поскольку, как нетрудно показать,

$$c_n(\lambda) = \sin(2n+1)\alpha \cdot c_\infty \left[\lambda / \sin(2n+1)\alpha \right], \quad (69)$$

где $c_\infty(\lambda)$ – фазовая скорость волн в покрытом льдом море бесконечной глубины.

Из (69) следует, что для всех мод краевых волн $c_n < c_\infty$ и $\lambda_n^{\min} = \lambda_\infty^{\min} \sin(2n+1)\alpha$, т.е. λ_n^{\min} возрастает с ростом номера моды и достигает максимального значения λ_∞^{\min} в случае бесконечно глубокой жидкости. Согласно рис. 5, при заданных параметрах ледяного покрова и угле наклона дна краевые изгибно-гравитационные волны можно считать короткими, если их длина составляет десятки и первые сотни метров, и длинными, если их длина составляет тысячу и более метров.

На рис. 6 показаны прогибы $\eta_n(y)$ ледяного покрова для первых четырех мод краевых изгибно-гравитационных волн различного периода T . Прогиб $\eta_n(y)$ находится из соотношения (29) при $N = 0$, из которого следует:

$$\eta_n(y) = \frac{1}{\omega_n^2(k)\rho_w} \left. \frac{\partial p_n(y, z)}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (70)$$

Каждый профиль $\eta_n(y)$ нормирован на значение $\eta_n^0(0)$ краевой волны на берегу при отсутствии льда, но с тем же номером моды n и тем же периодом T . Все построения выполнены для угла наклона дна $\alpha = 10^\circ$ и толщины ледяного покрова $h = 2$ м. Как видно из этого рисунка, учет ледяного покрова приводит к более сложному поведению профилей краевых волн, особенно в области малых их периодов. В частности, максимальная величина прогиба может достигаться в открытом море, а не на берегу, как в случае уровня u краевых гравитационных волн. Количество нулей моды не обязательно совпадает с ее номером. Аналогичными особенностями обладают и профили краевых капиллярных волн (*Muzylev et al., 2005*). Интересно, что из-за существования льда все моды, кроме нулевой, на берегу принимают большие значения, чем такие же моды в безледных условиях. Кроме того, амплитуда нулевой моды на урезе заметно уменьшается с уменьшением ее периода. Это связано с тем, что при отсутствии льда краевые волны с тем же периодом становятся более короткими (рис. 6).

Итак, ледяной покров существенно влияет на характеристики краевых волн в области коротких волн (десятки и первые сотни метров), для длинных же волн (тысяча и более метров) его роль незначительна. При фиксированной длине скорость распространения таких волн всегда меньше скорости изгибно-гравитационных волн в море бесконечной глубины. Существование ледяного покрова приводит к более сложной зависимости прогибов льда от нормальной к берегу координаты, особенно в области малых периодов краевых волн. В частности, в ледовых условиях амплитуда отличных от нулевой моды краевых волн на берегу превышает амплитуду аналогичных волн в безледный период, причем максимум амплитуды может достигаться и на некотором удалении от берега.

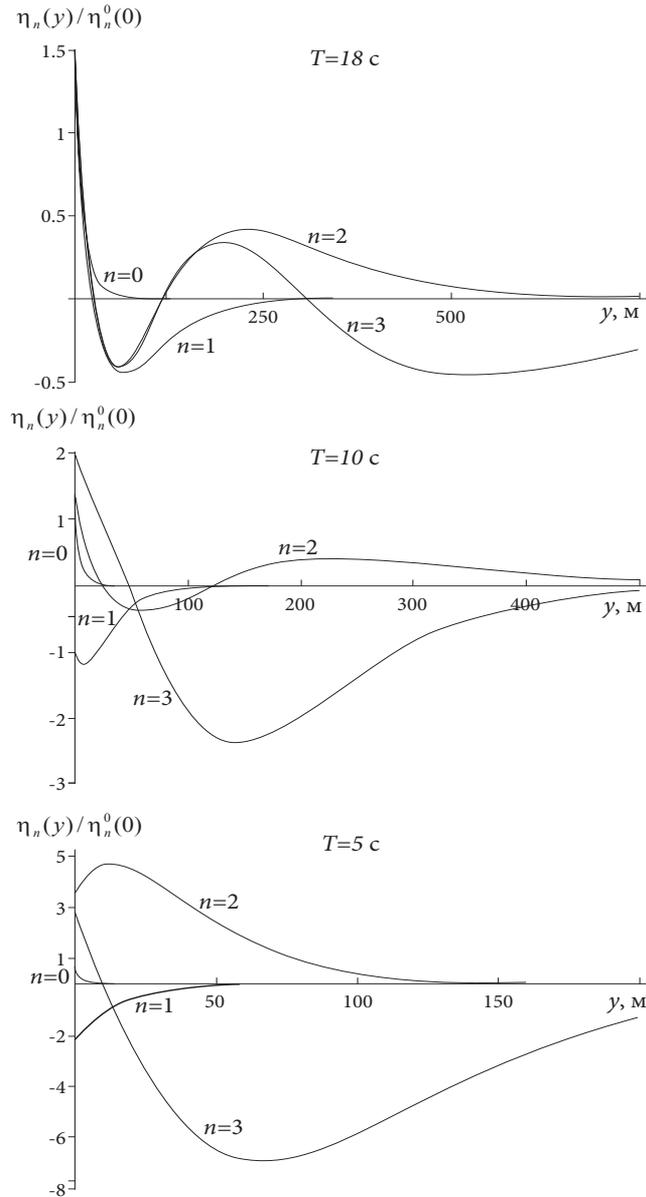


Рис. 6. Прогибы $\eta_n(y)$ ледяного покрова для краевых изгибно-гравитационных волн различного периода T как функции нормальной к берегу координаты y . Каждый профиль нормирован на амплитуду $\eta_n^0(0)$ краевой волны на урезе с тем же номером моды n и тем же периодом T , но при отсутствии льда. Во всех случаях угол наклона дна $\alpha = 10^\circ$, толщина ледяного покрова $h = 2$ м.

5. Волны Кельвина

Рассмотрим на вращающейся Земле заполненный однородной жидкостью канал с прямолинейными берегами при $y = 0$ и $y = L$. Будем полагать, что сверху канал ограничен ледяным покровом постоянной толщины h , а снизу – дном $z = -H = \text{const}$. Ось z направлена вертикально вверх, ось x совпадает с линией берега $y = 0$, ось y направлена по нормали к берегу в сторону открытого моря.

Исходная линеаризованная система уравнений движения в приближении идеальной жидкости в соответствии с разделом 1 имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Delta P}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0. \quad (71)$$

Задачу следует дополнить граничными условиями на берегах (которые будем полагать отвесными), дне и нижней поверхности льда. На берегах нормальная составляющая скорости равна нулю, т.е.:

$$v \Big|_{y=0, L} = 0. \quad (72)$$

На дне выполняется условие непротекания жидкости, которое в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=-H} = 0. \quad (73)$$

На нижней кромке ледяной поверхности – условие

$$\left[\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + (g + B \Delta^2 + Q \Delta + M \partial^2 / \partial t^2) \frac{\partial P}{\partial z} \right]_{z=0} = 0. \quad (74)$$

Условия на берегах (72) следующим образом выражаются через отклонение P давления от гидростатического:

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{y=0, L} = 0. \quad (75)$$

Таким образом, нужно найти решение уравнения (71) при граничных условиях (73)–(75). Будем искать решение задачи (71), (73)–(76) в виде плоской волны, распространяющейся вдоль оси x :

$$P(x, y, z, t) = e^{i(kx - \omega t)} p(y, z).$$

Тогда для $p(y, z)$ получаем следующее уравнение:

$$(\omega^2 - f^2) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \omega^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - k^2 p \right) = 0 \quad (76)$$

и граничные условия:

$$\left\{ \left[g + B \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right)^2 + Q \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) - M \omega^2 \right] \frac{\partial p}{\partial z} - \omega^2 p \right\}_{z=0} = 0; \quad (77)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=-H} = 0; \quad (78)$$

$$\left(\omega \frac{\partial p}{\partial y} + k f p \right)_{y=0, L} = 0. \quad (79)$$

Для простоты рассмотрим случай волн Кельвина в полуплоскости $0 \leq y < \infty$, когда ширина канала $L \rightarrow \infty$. Разделяя переменные в уравнении (76) и учитывая условие на дне (78), получим:

$$p(y, z) = a e^{-\mu y} \operatorname{ch}[\lambda(H + z)], \quad (80)$$

где $a = \text{const}$ – амплитуда волны Кельвина, постоянные $\mu > 0$ и λ связаны соотношением:

$$(\omega^2 - f^2) \lambda^2 + \omega^2 (\mu^2 - k^2) = 0. \quad (81)$$

Из условия на берегу (79) при $y = 0$ и соотношения (81) находим:

$$\mu = f k / \omega; \quad \lambda = |k|. \quad (82)$$

Условие (77) дает дисперсионное уравнение для волн Кельвина в полуплоскости при учете ледяного покрова:

$$\omega^2 = g_k(\omega, k) |k| \operatorname{th}(|k|H), \quad (83)$$

где

$$g_k(\omega, k) = g + Bk^4 \left(\frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2} \right)^2 - Qk^2 \left(\frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2} \right) - M\omega^2. \quad (84)$$

Заметим, что из (80) и (82) следует равенство нулю нормальной к берегу скорости $v(x, y, z, t)$ всюду в рассматриваемой области. Этот результат совпадает с аналогичным выводом для классических волн Кельвина.

Можно показать, что в приближении гидростатики, когда уравнение для вертикальной скорости (15) заменяется на $\partial P / \partial z + g\rho_w = 0$, дисперсионное уравнение (83) для волн Кельвина превращается в тождество. Но поскольку в приближении гидростатики составляющие скорости u и v не зависят от глубины, то после интегрирования уравнения неразрывности (16) по глубине от $-H$ до 0 и учета условий на дне (78) и на нижней поверхности льда (77), можно получить следующее уравнение для прогиба η :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + f^2 \eta - H \left(g + B\Delta^2 + Q\Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Delta \eta = 0. \quad (85)$$

Это уравнение шестого порядка по пространственным переменным, тогда как в полной постановке, т.е. без использования приближения гидростатики, задача сводится к решению уравнения (71), имеющего лишь второй порядок по пространственным переменным. Условие равенства нулю нормальной составляющей скорости на берегу в приближении гидростатики запишется так:

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(g + B\Delta^2 + Q\Delta + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \eta \right]_{y=0} = 0. \quad (86)$$

Поэтому для решения уравнения (85) кроме граничного условия (86) необходимы дополнительные условия. Однако при отказе от использования приближения гидростатики, как показано в данном разделе, никаких дополнительных условий не требуется.

Таким образом, приближение гидростатики искусственно завышает порядок уравнений для задач, в которых учитывается влияние ледяного покрова. Это утверждение справедливо и для теории капиллярных волн, в которой $B = M = 0$ и $Q \neq 0$. Исключениями являются классический для океанологии случай открытой воды ($B = M = Q = 0$) и случай моря, покрытого битым льдом ($B = Q = 0, M \neq 0$), когда порядки уравнений по пространственным переменным как в приближении гидростатики, так и в полной задаче, совпадают и равны двум.

Выводы

1. Ледяной покров существенно влияет на характеристики волн в области коротких волн (десятки и первые сотни метров), для длинных же волн (тысяча и более метров) его роль незначительна.

2. Колебания ледяной поверхности с частотой близкой, но меньшей частоты Брента-Вяйсяля могут иметь амплитуду, достаточную для регистрации внутренних волн. Это означает, что использование приближения «твердой крышки» для вертикальной скорости в задачах со льдом может приводить к неверным выводам.

3. В ледовых условиях амплитуда отличных от нулевой моды краевых волн на берегу превышает амплитуду аналогичных волн в безледный период, причем максимум амплитуды может достигаться на некотором удалении от берега.

4. Приближение гидростатики искусственно завышает порядок уравнений по пространственным переменным в задачах, в которых учитывается влияние ледяного покрова и вращения Земли.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 07-05-92211, 08-05-00124, 09-05-00599, 10-08-01010 и NWO-RFBR (047.017.2006.003).

Литература

- Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т. 2 / Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 416 с.
- Ефимов В.В., Куликов Е.А., Рабинович А.Б., Файн И.В. Волны в пограничных областях океана. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 280 с.
- Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 584 с.
- Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Волны-убийцы: факты, теория и моделирование. Н. Новгород: НГТУ, 2004. 160 с.
- Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях / Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 600 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
- Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Т. 1 / Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 480 с.

- Марченко А.В. Изгибно-гравитационные волны // Тр. ИОФАН. 1999. Т. 56. С. 65–111.
- Марченко А.В., Морозов Е.Г., Музылев С.В., Шестов А.С. Взаимодействие коротких внутренних волн с ледяным покровом в арктическом фиорде // Океанология. 2010. Т. 50. № 1. С. 18–27.
- Музылев С.В. Краевые волны подо льдом у прямолинейного берега с наклонным дном // Океанология. 2006. Т. 46. № 4. С. 500–506.
- Музылев С.В. Внутренние волны под ледяным покровом // Докл. РАН. 2008. Т. 418. № 3. С. 397–400.
- Музылев С.В., Одуло А.Б. Волны во вращающейся стратифицированной жидкости у наклонного берега // Докл. АН СССР. 1980. Т. 250. № 2. С. 331–335.
- Музылев С.В., Олейникова Л.Н. К теории внутренних волн под ледяным покровом // Океанология. 2007. Т. 47. № 2. С. 191–196.
- Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 816 с.
- Поверхностные и внутренние волны в арктических морях / Под ред. Лавренова И.В. и Морозова Е.Г. СПб.: Гидрометеоздат, 2002. 264 с.
- Рабинович А.Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. СПб.: Гидрометеоздат, 1993. 328 с.
- Смирнов В.Н. Динамические процессы в морских льдах. СПб.: Гидрометеоздат, 1996. 162 с.
- Смирнов В.Н. Колебания ледяного покрова, обусловленные внутренними волнами ледовитого океана // Докл. АН СССР. 1972. Т. 206. № 5. С. 1106–1108.
- Смирнов В.Н., Савченко В.Г. О свободных внутренних волнах в море, покрытом льдом // Тр. ААНИИ. 1972. Т. 306. С. 108–122.
- Смирнов В.Н., Шушлебин А.Н., Коростелев В.Г. Результаты натурных измерений параметров поверхностных и внутренних волн в Северном Ледовитом океане и Охотском море. В кн.: Поверхностные и внутренние волны в арктических морях / Под ред. Лавренова И.В., Морозова Е.Г. СПб.: Гидрометеоздат, 2002. С. 280–297.
- Тимохов Л.А., Хейсин Д.Е. Динамика морских льдов (математические модели). Л.: Гидрометеоздат, 1987. 272 с.
- Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеоздат, 1967. 216 с.
- Czipott P.V., Levine M.D., Paulson C.A., Menemenlis D., Farmer D.M., and Williams R.G. Ice flexure forced by internal wave packets in the Arctic Ocean // Science. 1991. V. 254. No. 5033. P. 832–835.
- Eckart C. Surface waves in water of variable depth // Mar. Phys. Lab., Scripps Inst. Oceanogr. 1951. Wave Rep. No. 100. 99 p.
- Greenhill A.G. Wave motion in hydrodynamics // Amer. J. Math. 1887. V. 9. P. 62–112.
- Komar P.D. Beach Processes and Sedimentation. Prentice-Hall, 1998. 544 p.
- Liu A.K., and Mollo-Christensen E. Wave propagation in a solid ice pack // J. Phys. Oceanogr. 1988. V. 18. No. 11. P. 1702–1712.
- Mollo-Christensen E. Edge waves as a cause of ice rideup onshore // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. No. C5. P. 2967–2970.
- Muzylev S.V., Bulgakov S.N., and Duran-Matute M. Edge capillary-gravity waves on a sloping beach // Phys. Fluids. 2005. V. 17. No. 4.
- Pedlosky J. Waves in the Ocean and Atmosphere. Springer. 2003. 264 p.
- Peters A.S. Water waves over sloping beaches and the solution of a mixed boundary value problem for $\Delta \phi - k^2 \phi = 0$ in a sector // Commun. Pure Appl. Math. 1952. V. 5. P. 87–108.
- Roseau M. Short waves parallel to the shore over a sloping beach // Commun. Pure Appl. Math. 1958. V. 11. P. 433–493.

Squire V.A. Of ocean waves and sea-ice revisited // *Cold Regions Science and Technology*. 2007. V. 49. P. 110–133.

Squire V.A., Dugan J.P., Wadhams P., Rottier P.J., and Liu A.K. Of ocean waves and sea ice // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1995. V. 27. P. 115–168.

Stokes G.G. Report on recent researches in hydrodynamics // *Math. and Phys. Papers of G.G. Stokes*. Cambridge University Press, 1880. V. 1. P. 157–187.

Ursell F. Edge waves on a sloping beach // *Proc. R. Soc. London*. 1952. V. A214. P. 79–97.

Williams W.E. Waves on a sloping beach // *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 1961. V. 57. P. 160–165.

WAVES IN AN OCEAN UNDER THE ICE COVER: FOUNDATIONS OF THEORY AND MODEL PROBLEMS

S.V. Muzylev

We provide some grounding in linearized theory of waves in the ocean under an ice cover. The ice is considered as thin elastic plate of uniform thickness, with constant values of Young's modulus, Poisson's ratio, density, and compressive stress. The boundary conditions are such that the normal velocity at the bottom is zero, and at the undersurface of the ice the linearized kinematic and dynamic boundary conditions are satisfied. We present and analyze explicit solutions for the flexural-gravity, internal, edge flexural-gravity and Kelvin waves and the dispersion equations. All problems are examined in the context of a unified theory and without the hydrostatic assumption.



БАСЕЙНОВАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ И МЕЗОМАСШТАБНАЯ ДИНАМИКА ЧЕРНОГО МОРЯ ПОД ВЕТРОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

А.Г. Зацепин¹, В.В. Кременецкий¹, С.В. Станичный², В.М. Бурдюгов²

¹Институт океанологии им. П.П. Шириова РАН, Москва

²Морской гидрофизический институт Национальной академии наук Украины, Севастополь

Обсуждается взаимодействие бассейновой циркуляции и мезомасштабной вихревой динамики вод в Черном море и их зависимость от крупномасштабного ветрового воздействия (экмановской накачки) и топографии континентального склона. Исследование проводится на основе анализа данных наблюдений, а также посредством лабораторного моделирования эволюции прибрежного бароклинного течения, динамически подобного Основному черноморскому течению (ОЧТ). Установлено, что при наличии положительной и достаточно интенсивной экмановской накачки ОЧТ имеет вид прижатой к берегу когерентной струи, а мезомасштабная вихревая динамика подавлена. При долговременном отсутствии или существенном ослаблении экмановской накачки характер затухания (релаксации) ОЧТ зависит от параметров континентального склона. На стадии релаксации в условиях узкого и крутого континентального склона, ОЧТ меандрирует и распадается на мезомасштабные вихри. В условиях широкого континентального склона оно сохраняется в виде затухающей струи. Для северо-восточной части моря, с узким и крутым континентальным склоном, установлено существование двух характерных режимов циркуляции вод, связанных с предысторией экмановской накачки: струйный и волно-вихревой. Одним из важных результатов работы является установление эмпирической связи между средней скоростью/расходом геострофического вдольберегового течения (ОЧТ) и скоростью экмановской накачки.

Введение

Черное море – квазиизолированный бассейн, заполняемый водой из двух источников приблизительно одинакового расхода. Одним из этих источников является пресноводный речной сток, другим – Нижнебосфорское течение, с которым поступает соленая вода средиземноморского происхождения.

Благодаря взаимодействию речных и средиземноморских вод сформировалась и поддерживается гидрологическая структура Черного моря, схематически изображенная на рис. 1.

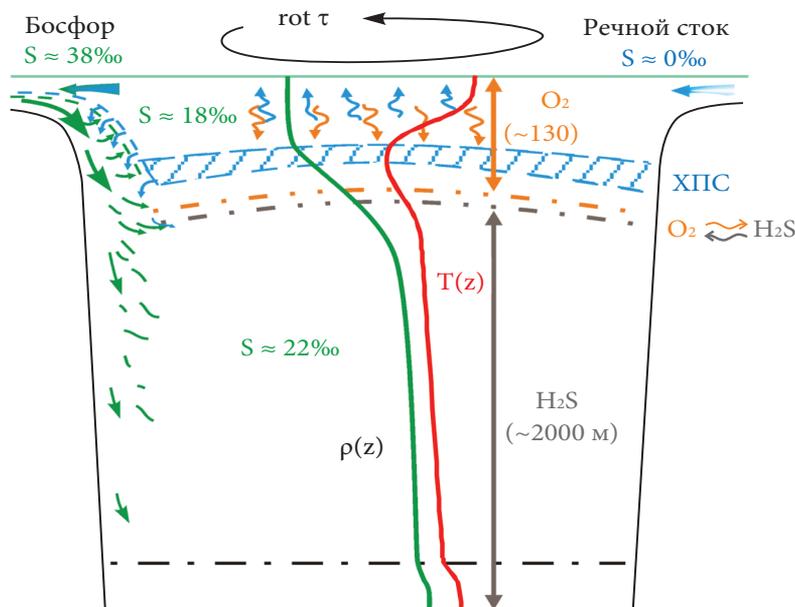


Рис. 1. Гидрологическая структура вод Черного моря. ХПС – холодный промежуточный слой, $\rho(z)$ – профиль плотности, $T(z)$ – профиль температуры, $O_2 \rightarrow H_2S$ – зона перехода от аэробных вод к анаэробным. Внизу штрих-пунктиром отделен придонный квазиоднородный слой. Волнистыми стрелками вверх обозначен процесс зимнего конвективного перемешивания, обеспечивающего формирование ХПС и вертикальный транспорт кислорода.

Наличие мощного перманентного пикно-халоклина обуславливает ярко выраженную бароклинную динамику вод Черного моря. Известно, что основные течения в этом бассейне наблюдаются в верхнем 200–250-метровом слое. Ниже скорость течения невелика и, как правило, не превышает $2\text{--}3 \text{ см с}^{-1}$ (Титов, 1980). Цель данной работы заключается в описании динамики бароклинного слоя Черного моря и ее зависимости от крупномасштабного ветрового воздействия на основе современных данных наблюдений и результатов лабораторного моделирования. Следует отметить, что динамика бароклинного слоя моря была одним из основных объектов в сфере научных интересов П.С. Линейкина, внесшего большой вклад в развитие теории бароклинных течений (Линейкин, 1957).

1. Наблюдаемые особенности циркуляции Черного моря

Хорошо известно, что важной особенностью горизонтальной циркуляции вод Черного моря является наличие общего циклонического круговорота (Книпович, 1932). В этом крупномасштабном циклоническом круговороте выделяют струйное течение (Основное Черноморское течение – ОЧТ), стрежень которого чаще всего располагается над континентальным склоном. До недавнего времени представления об общей циклонической циркуляции вод и ОЧТ складывались на основе разрозненных наблюдений течений на заякоренных буйковых станциях, а также по данным гидрологических разрезов и съемок (Блатов и др., 1984; Богатко и др., 1979; Овчинников, Титов, 1990). В период с 1999 по 2003 гг. в Черном море был проведен международный дрейферный эксперимент, который позволил проверить старые и получить новые данные о бассейновой циркуляции и мезомасштабной динамике вод в верхнем слое моря, об основных характеристиках и региональных особенностях течений (Журбас и др., 2004; Poulain et al., 2005). Так, дрейферы отчетливо показали общий циклонический перенос вод в Черном море и «среднестатистическое» наличие ОЧТ с максимумом скорости над континентальным склоном (см. рис. 2). Они подтвердили также наличие интенсивных мезомасштабных вихрей (преимущественно антициклонических) как в прибрежной, так и в центральной частях Черного моря. В некоторых из таких вихрей дрейферы вращались весьма продолжительное время (1.5–2.5 месяца) и показали очень высокую скорость орбитального движения (например, 0.6–0.8 м с⁻¹ в юго-восточной части моря). Однако наиболее полную, хотя и качественную картину мезомасштабной вихревой структуры Черного моря, ответственной за горизонтальное перемешивание вод (Гинзбург, 1994), дают спутниковые изображения поверхности моря (рис. 3).

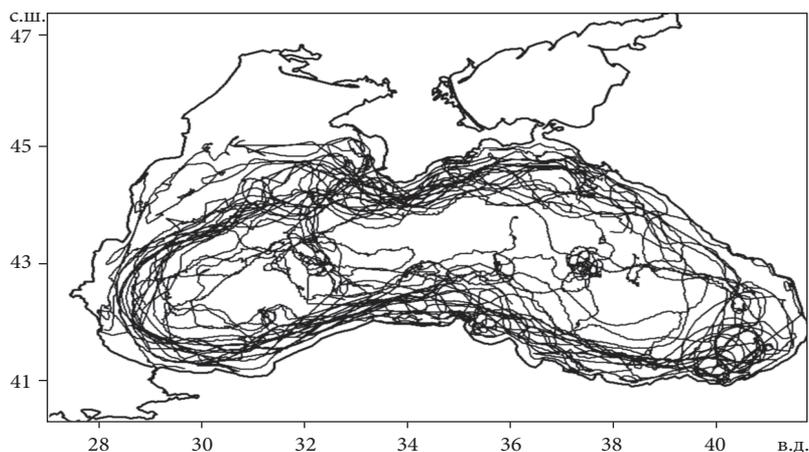


Рис. 2. Траектории 34 лагранжевых дрейферов в Черном море, запущенных в 1999–2002 гг.

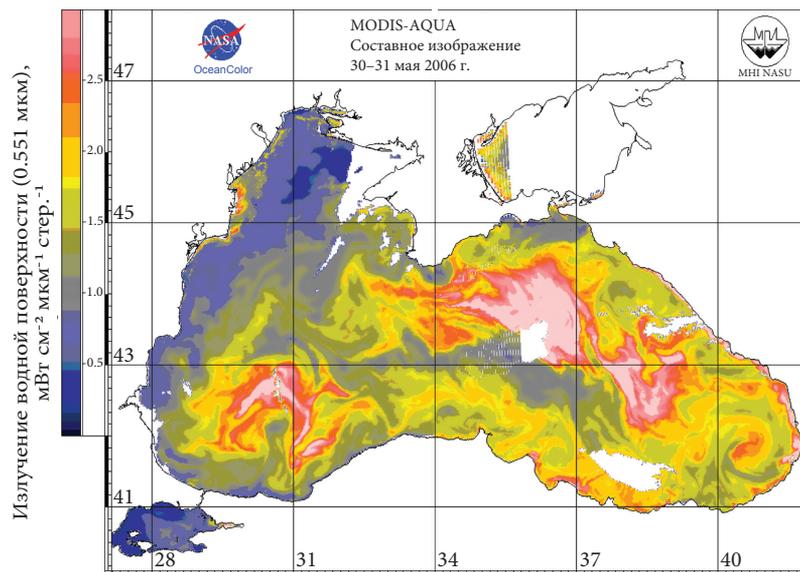


Рис. 3. Проявление мезомасштабной вихревой динамики вод Черного моря в поле пассивного трассера (цветение кокколитофорид) на спутниковом изображении.

По дрефтерным данным были рассчитаны и построены карты векторов средней скорости течения, полной кинетической энергии течений, а также величин энергии среднего течения, флуктуаций скорости и инерционных колебаний. Были оценены значения этих характеристик, как для всего моря, так и для его различных районов (глубоководная часть, континентальный склон и шельф). В среднем для всего Черного моря отношение кинетической энергии мезомасштабных флуктуаций скорости к кинетической энергии среднего течения оказалось меньшим или равным единице, тогда как для Мирового океана оно близко к 5 (Каменкович и др., 1987). Это, однако, не означает, что вихревая активность в Черном море существенно ниже, чем в Мировом океане. Просто размеры Черного моря существенно меньше любого из океанов, и на его площади размещается значительно меньше вихрей. На основе использования подхода Тейлора к анализу дрефтерных данных получена оценка коэффициента горизонтального вихревого обмена: $K = (2.0 \pm 1.0) \times 10^3 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$. С ее помощью определен масштаб времени вихревого обмена «частицами» между центральной частью моря и зоной ОЧТ, который составляет 4–8 мес. Важно отметить, что обращение дрефтера в циклоническом кольце циркуляции имеет, в среднем, тот же временной масштаб, что и поперечный к берегу вихревой водообмен. Все эти результаты прямо или косвенно подтверждают гипотезу о существовании тесной взаимосвязи

между бассейновой (крупномасштабной) циркуляцией и мезомасштабной динамикой вод в Черном море.

Одним из основополагающих вопросов гидродинамики Черного моря является вопрос о причинах, вызывающих крупномасштабную циркуляцию его вод. Из ряда работ по численному моделированию следует, что наиболее существенным фактором, определяющим не только циклонический знак, но и интенсивность бассейновой циркуляции вод в Черном море, является ветровое воздействие (*Moskalenko, 1975; Stanev, 1990; Korotaev et al., 2003*). Механизм ветрового «раскручивания» крупномасштабной циркуляции хорошо известен. Поскольку поле ветра является пространственно неоднородным, то в определенных районах моря образуются зоны конвергенции/дивергенции экмановского переноса. Вследствие конвергентно-дивергентных движений в экмановском слое, а также из-за условия неразрывности изменяется уровень поверхности моря и происходит заглублиение/подъем изопикнических поверхностей в термогалоклине. Появляются горизонтальные градиенты давления, с которыми связано возникновение и поддержание градиентных (геострофических) течений. Этот ветровой механизм генерации геострофических течений имеет название «экмановская накачка». Благодаря экмановской накачке того или иного знака в замкнутых бассейнах создаются условия, обеспечивающие существование общей горизонтальной циркуляции вод.

Функциональные связи дивергенции экмановского переноса с вертикальной скоростью W_E на нижней границе экмановского слоя, которую в дальнейшем будем называть скоростью экмановской накачки (ее положительные значения соответствуют направлению вверх), и вертикальным компонентом завихренности $rot_z \tau$ вектора касательного напряжения ветра на поверхности моря τ имеют следующий вид:

$$\nabla_H \cdot M_E / \rho = -W_E = -rot_z \tau / (\rho f). \quad (1)$$

Здесь ∇_H – оператор горизонтальной дивергенции; ρ – плотность морской воды; $M_E = \tau / f$ – двумерный расход (экмановский перенос) дрейфового течения; f – параметр Кориолиса. В соответствии с (1), дивергенция экмановского переноса и скорость экмановской накачки прямо пропорциональны завихренности касательного напряжения ветра.

В данной работе мы приведем экспериментальные свидетельства того, что механизм экмановской накачки является основным источником геострофических течений в Черном море. Однако не только ветер, но и термохалинные процессы могут создавать геострофические течения, причем до сих пор окончательно не выяснено, каков вклад этих процессов в циркуляцию Черного моря. Так, наряду с доказательствами важности ветрового фактора (*Moskalenko, 1975; Stanev, 1990; Korotaev et al., 2003*), по результатам численных экспериментов в (*Oguz et al., 1995*) делается вывод о важной роли сезонной

изменчивости потоков тепла в системе море–атмосфера в формировании реальной черноморской циркуляции. В то же время, на основании аналитических оценок и лабораторных экспериментов утверждается (Булгаков и др., 1996а, 1996б), что пресноводный сток рек может формировать наблюдаемую циркуляцию Черного моря. Поэтому основанное на анализе натуральных данных исследование влияния ветрового воздействия на изменчивость черноморских течений представляется достаточно актуальным.

2. Влияние ветрового воздействия

Характеристики ветрового поля над Черным морем, такие как τ , $\text{rot}_z \tau$ и W_E , рассчитывались на основе данных о скорости ветра из массива реанализа NCEP/NCAR. Вычисление производных по широте и долготе выполнялось путем дифференцирования бикубических сплайнов. Расчеты горизонтальных производных осуществлялись в сферической системе координат. Оценка средних по площади величин τ , $\text{rot}_z \tau$ и W_E выполнялась путем суммирования значений только в тех узлах сетки, которые относились к черноморской акватории.

На рис. 4 приведена карта распределения W_E в Черном море, построенная на основе использования данных реанализа NCEP/NCAR за 1998–2006 гг. Видно, что средняя за этот период завихренность касательного напряжения ветра над глубоководной частью моря имеет положительный (циклонический) знак.

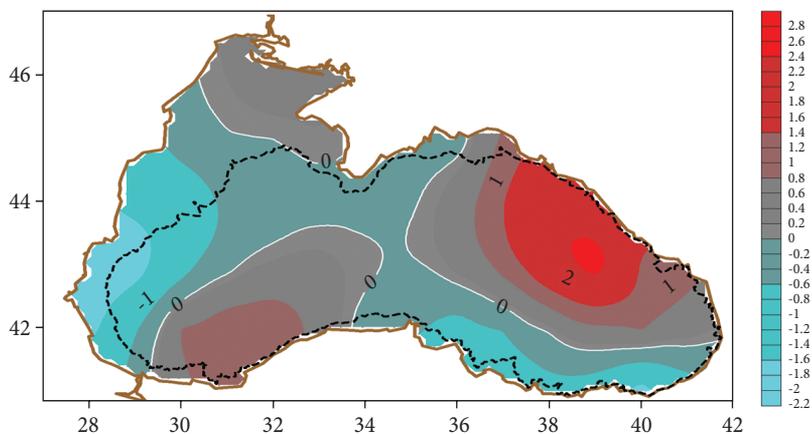


Рис. 4. Распределение средних за 1998–2006 гг. значений $W_E \cdot 10^6$ (м с^{-1}) в Черном море. Красным цветом обозначены области положительных (направленных вверх) значений W_E , соответствующих циклонической завихренности касательного напряжения ветра, голубым – отрицательных. Пунктир – положение изобаты 200 м.

Заметим, что существенный вклад в формирование суммарной завихренности напряжения ветра над глубоководной зоной Черного моря играет его северо-восточная часть, где наблюдаются ее наиболее высокие значения. Поэтому не будет преувеличением сказать, что экмановская накачка в северо-восточной части моря имеет определяющее значение в формировании общей циклонической циркуляции вод Черного моря. Отмечается также сезонная изменчивость интенсивности экмановской накачки. Как для моря в целом, так и для его северо-восточной части, W_E достигает максимальных значений в зимний период, а минимальных – в весенне-летний. Это отчетливо видно на рис 5а, где представлен годовой ход значений W_E в северо-восточной части моря, сглаженный по времени с трехмесячным скользящим шагом. Максимальная экмановская накачка наблюдается в декабре–январе, а минимальная – в мае. Таким образом, можно ожидать, что циклоническая циркуляция Черного моря должна усиливаться зимой и ослабевать летом.

Действительно, рассмотрение внутригодовой изменчивости поверхностной геострофической скорости вдольберегового течения $\langle V_g \rangle$ в северо-восточной части Черного моря (рис. 5б) свидетельствует о том, что $\langle V_g \rangle$ положительно коррелирует со средней в пределах северо-восточной части моря (от 42° с.ш. к северу до 200-метровой изобаты, между 36° и 40° в.д.) скоростью экмановской накачки $\langle W_E \rangle$ (рис. 5а). Значения V_g рассчитывались динамическим методом (с выбором нулевой поверхности на глубине 500 м) для нормальных к берегу разрезов в 50-мильной прибрежной полосе моря (в зоне ОЧТ), а затем осреднялись по длине разреза. Эти разрезы были выполнены в более чем 30 рейсах в северо-восточную часть Черного моря в 1998–2006 гг. Как видно на рис. 5б, зимой геострофическая скорость вдольберегового течения, как и скорость экмановской накачки, имеет максимальные значения, а летом – минимальные. Это хорошо согласуется с результатами анализа данных дрейфтерного эксперимента, согласно которым кинетическая энергия течений в верхнем 15-метровом слое моря имеет статистически обеспеченные максимум и минимум в конце зимы и в начале лета соответственно (*Poulain et al., 2005*).

На рис. 5в изображен годовой ход среднего расхода ОЧТ, рассчитанного с использованием указанных данных в слое 0–500 м. Видно, что расход ОЧТ максимален в зимние месяцы, причем в январе–феврале он достигает 2–4 Св, тогда как весной, летом и осенью изменяется в пределах от 0.5 до 2 Св (1 Св = $10^6 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$). Следует также обратить внимание на локальный максимум $\langle V_g \rangle$ и $\langle Q_g \rangle$ в октябре–ноябре. Скорее всего, это не артефакт, и этот максимум обусловлен некоторым повышением уровня $\langle W_E \rangle$ и усилением бароклинности в августе–сентябре.

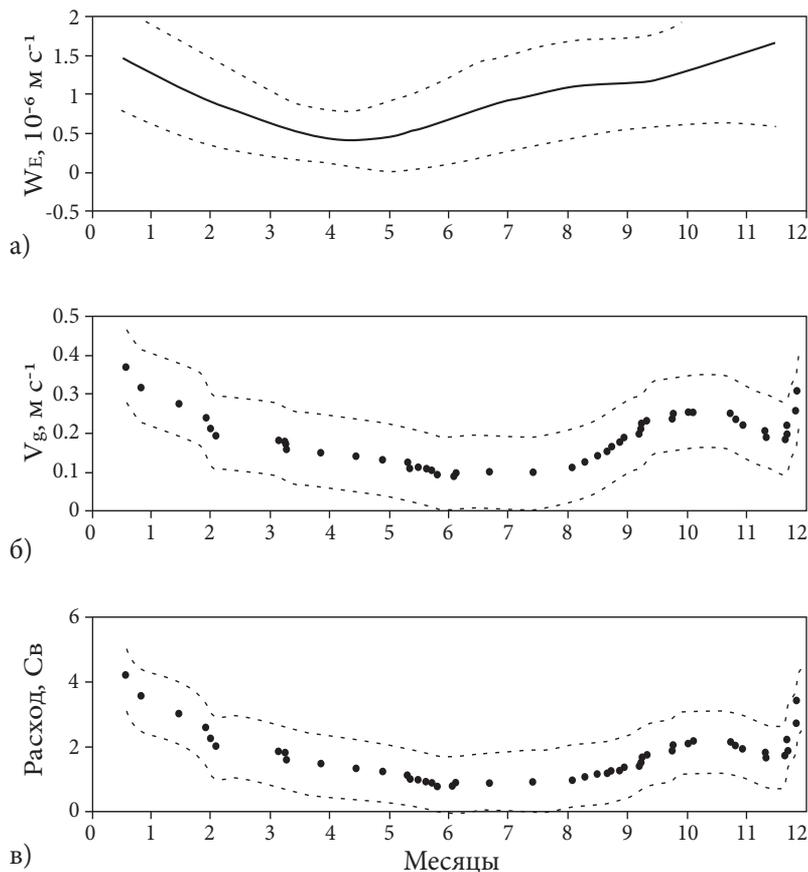


Рис. 5. Внутригодовая изменчивость в северо-восточной части Черного моря: а) среднего значения $\langle W_E \rangle$; б) средней скорости ОЧТ $\langle V_g \rangle$ на поверхности в 50-мильной прибрежной зоне; в) среднего значения расхода $\langle Q_g \rangle$ вдольберегового геострофического течения (ОЧТ) в 50-мильной прибрежной зоне. Величины $\langle V_g \rangle$ и $\langle Q_g \rangle$ сглажены по времени скользящим средним по 7 точкам. Пунктирные линии – среднеквадратичные отклонения.

Связь $\langle V_g \rangle$ и $\langle Q_g \rangle$ с $\langle W_E \rangle$ хорошо прослеживается и на рис. 6, где $\langle W_E \rangle$ – средние по северо-восточной части Черного моря значения скорости экмановской накачки, дополнительно осредненные по времени за 30 дней, предшествующих моменту времени выполнения разреза. Изображенные на рисунке величины $\langle V_g \rangle$ и $\langle Q_g \rangle$ рассчитывались как средние значения вдольбереговой составляющей геострофической скорости течения для каждого из нормальных к берегу STD-разрезов длиной 50 миль, на которых ОЧТ наблюдалось в виде почти параллельного берегу струйного течения, т.е. в отсутствие круп-

ных меандров и вихрей. Для этой цели были использованы данные 21 из 87 разрезов длиной 50 и более миль, выполненных в период 1998–2006 гг.

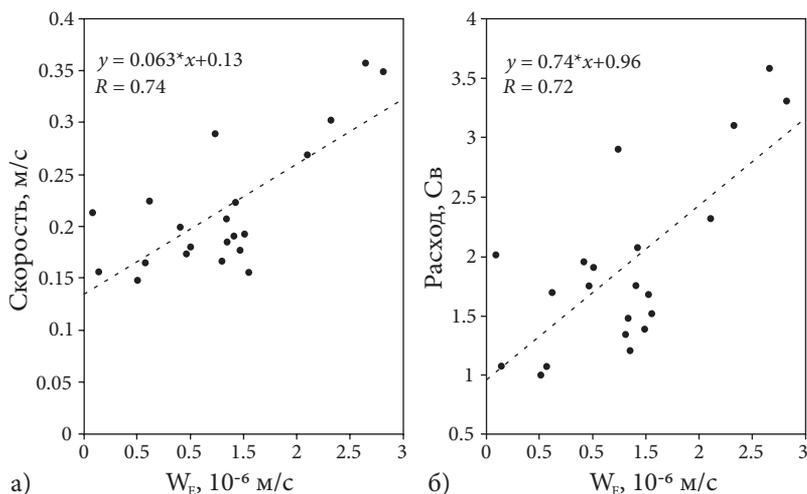


Рис. 6. Зависимость средней вдольбереговой составляющей поверхностной геострофической скорости течения $\langle V_g \rangle$ (а) и расхода $\langle Q_g \rangle$ ОЧТ (б) в северо-восточной части Черного моря от $\langle W_E \rangle \cdot 10^6$ (м с⁻¹). Точки – значения скорости и расхода ОЧТ на нормальных к берегу 50-мильных разрезах (1998–2006 гг.).

Уравнения линейной регрессии, связывающие $\langle V_g \rangle$ и $\langle Q_g \rangle$ с $\langle W_E \rangle$, имеют вид:

$$\langle V_g \rangle = 0.13 + 0.063 \langle W_E \rangle \cdot 10^{-6} \text{ (м с}^{-1}\text{)}, \quad (2)$$

$$\langle Q_g \rangle = 0.96 + 0.74 \langle W_E \rangle \cdot 10^{-6} \text{ (Св)} \quad (3)$$

при коэффициенте корреляции $R > 0.7$.

Выбор периода осреднения T для вертикальной скорости W_E был сделан на основании анализа корреляции между $\langle V_g \rangle$ и $\langle W_E \rangle$ при различных значениях периода осреднения. Зависимость коэффициента корреляции R между этими величинами от периода осреднения T представлена на рис. 7. Видно, что наибольшие значения R наблюдаются при осреднении за 20–50 суток, причем абсолютный максимум достигается при $T \approx 30$ суток. Этот период времени можно рассматривать как временной масштаб приспособления геострофического течения к изменяющемуся ветровому воздействию.

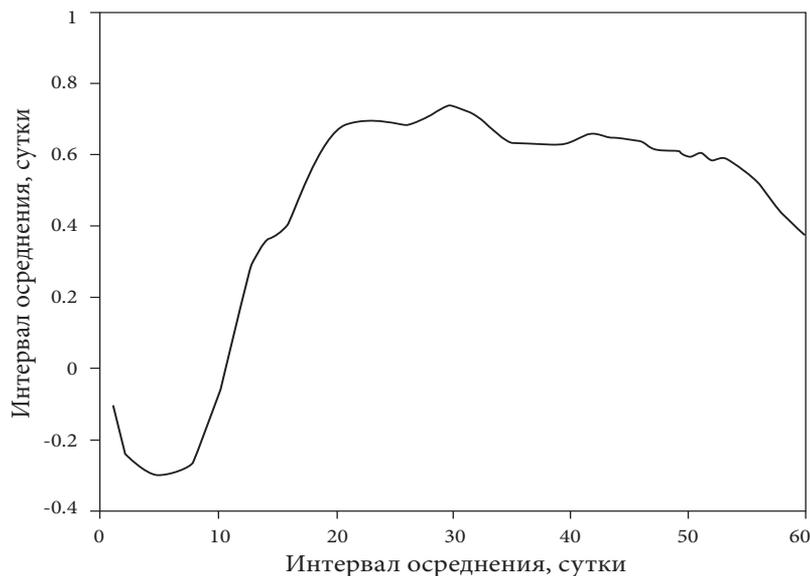


Рис. 7. Величина коэффициента корреляции между значениями $\langle V_g \rangle$ и $\langle W_E \rangle$ при различных значениях периода осреднения вертикальной скорости $\langle W_E \rangle$ (от 1 до 60 суток).

При проведении анализа зависимостей скорости ОЧТ и положения стрежня течения от предыстории экмановской накачки мы оперировали только теми данными, которые не были подвержены существенному влиянию мезомасштабных вихрей. Вместе с тем, количество разрезов, «искаженных» вихрями и меандрами, значительно превышало количество «неискаженных». Вихри и меандры не только изменяли направление течения, тем самым уменьшая вдольбереговую составляющую скорости, но и влияли на положение ОЧТ. Так, прибрежные антициклонические вихри отодвигали стрежень ОЧТ иногда более чем на 50 миль от берега. Эти факторы существенно ухудшили бы качество оценок средних значений $\langle V_g \rangle$ и $\langle Q_g \rangle$.

На рис. 8 представлены разрезы геострофической скорости, выполненные в северо-восточной части Черного моря в период 1998–2006 гг. Видно, что: 1) струя ОЧТ не имеет четкой топографической привязки и может находиться на самых разных расстояниях от берега; 2) интенсивные струйные течения «прижимаются» к континентальному склону, а при удалении стрежня струи от берега скорость течения в ней уменьшается. Зависимость удаления стрежня ОЧТ от берега от интенсивности ветровой накачки $\langle W_E \rangle$ представлена на рис. 9. Видно, что при значениях $\langle W_E \rangle$ больше $1.5 \cdot 10^{-6} \text{ м с}^{-1}$ струя ОЧТ прижата к континентальному склону. А при меньших значениях $\langle W_E \rangle$ удаление стрежня ОЧТ может меняться в больших пределах, вплоть до 100 км и более.

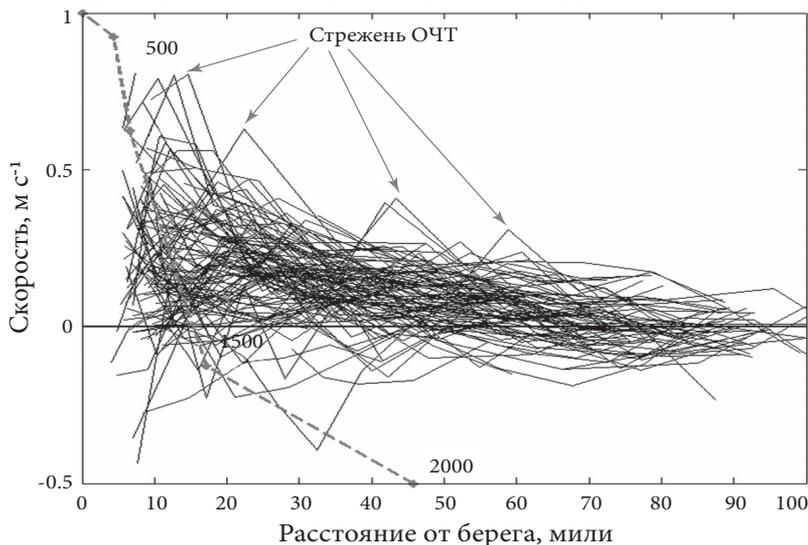


Рис. 8. Разрезы вдольбереговой составляющей поверхностной геострофической скорости течения V_g в северо-восточной части Черного моря (м с^{-1}) по данным за период с 1998 по 2006 г. Серый пунктир – схематическое изображение континентального склона. Точками и числами 500, 1500 и 2000 отмечены положения соответствующих изобат как функции расстояния от берега.

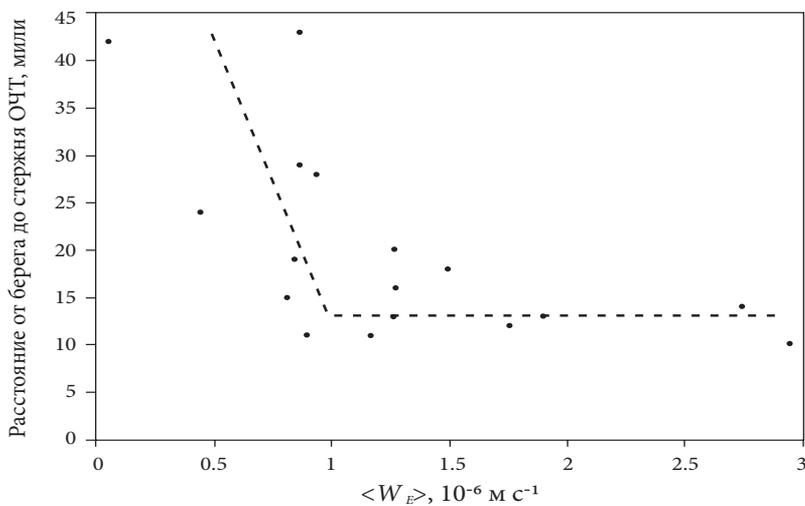


Рис. 9. Положение стрежня ОЧТ (расстояние от берега – морские мили, на котором вдольбереговая составляющая скорости течения имеет максимум) в зависимости от средней вертикальной скорости $\langle W_E \rangle$ (м с^{-1}).

3. Лабораторный эксперимент

На основании вышеизложенного логично считать, что бассейновая циркуляция представляет собой нелинейную суперпозицию ОЧТ и мезомасштабных вихревых структур, и необходимо как можно лучше разобраться во взаимосвязи и взаимодействии этих различных форм движения и их зависимости от ветрового воздействия и топографии континентального склона.

Согласно существующим представлениям, топография континентального склона оказывает значительное влияние на структуру и устойчивость пограничных морских течений, к которым относится и ОЧТ (Koblinsky, 1990). Известно, что пограничные течения следуют в основном вдоль изобат. Физически «привязка» течений к изобатам (топографическая зависимость) обусловлена тем, что частицы воды стремятся сохранять свою потенциальную завихренность. Действительно, если относительная завихренность пренебрежимо мала, что справедливо для крупномасштабных (квазигеострофических, квазистационарных) течений, то для однородного по плотности водного столба закон сохранения потенциального вихря P выражается в виде

$$P = f / H = const, \quad (4)$$

где H – локальная глубина моря.

Из (4) следует, что линии тока крупномасштабного течения должны совпадать с изобатами ($H = const$). При этом можно было бы ожидать, что «привязка» течений к изобатам является тем более строгой, чем круче склон. Однако, если ширина склона существенно меньше горизонтального масштаба течения, то оно должно реагировать на крутой склон почти как на вертикальную стенку. В таком случае топографическая зависимость может быть незначительной. Если же ширина склона соизмерима или превышает горизонтальный масштаб течения, то следует ожидать, что влияние топографии на динамику и структуру течения должно быть весьма ощутимым. Поэтому соотношение между шириной склона и горизонтальным масштабом течения является одним из ключевых параметров, определяющих степень топографической привязки.

В связи с этим можно предположить, что влияние топографии континентального склона на ОЧТ должно быть различным в разных частях моря, в зависимости от крутизны и ширины зоны с наклоном дна, а также от кривизны изобат, контуры которых в значительной степени повторяют береговую черту. Различия в топографических характеристиках хорошо видны на рис. 10, где изображена карта Черного моря с нанесенными изобатами 100 м и 1500 м, расстояние между которыми характеризует ширину континентального склона в различных частях моря. При этом в качестве безразмерной ширины континентального склона (индекса ширины склона) используется отношение L_s / R_d , где L_s – кратчайшее (в каждом створе) расстояние между изобатами 100 м и

1500 м, а R_d – характерное для глубоководной части Черного моря (равное 18 км) значение бароклинного радиуса деформации Россби (Журбас и др., 2004). Значения этого индекса в различных частях Черного моря указаны на рис. 10 цифрами. Видно, что в северо-восточной и юго-западной частях моря континентальный склон является довольно узким ($L_s / R_d \sim 1$), тогда как в северо-западной части моря – довольно широким ($L_s / R_d \geq 4$). Поэтому можно ожидать, что степень его влияния на структуру ОЧТ должна быть различной на северо-западе, северо-востоке и юго-западе. Однако это лишь качественные соображения, нуждающиеся в экспериментальной проверке.

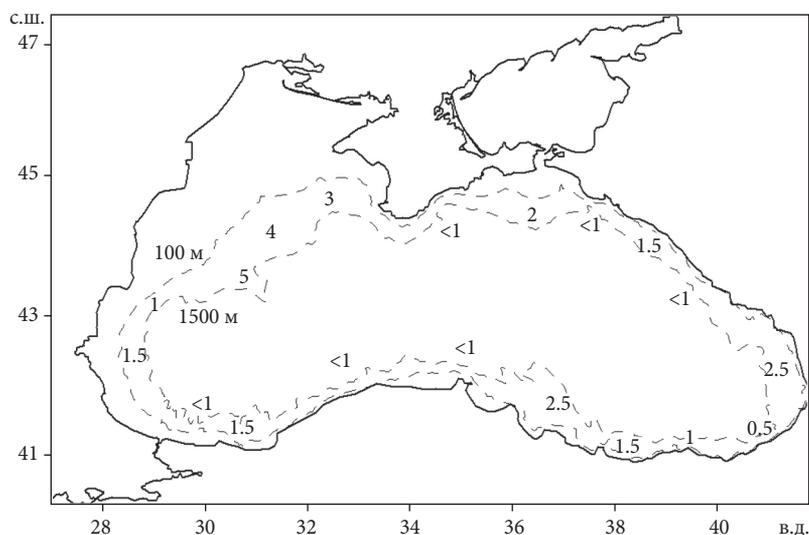


Рис. 10. Карта Черного моря с изобатами 100 м и 1500 м. Цифры – значения индекса ширины склона L_s / R_d .

Для того чтобы выявить закономерности влияния нестационарной экмановской накачки и характеристик континентального склона на бассейновую циркуляцию и мезомасштабную динамику Черного моря, были проведены специальные лабораторные эксперименты по исследованию влияния наклонного дна и переменного ветрового воздействия на устойчивость и структуру прибрежного течения, динамически подобного ОЧТ.

При создании лабораторной модели (Zatsepin et al., 2005) мы ограничились простейшей постановкой задачи, которая, тем не менее, позволяет воспроизвести основные черты крупномасштабной и мезомасштабной динамики вод Черного моря.

Опыты проводились в круглом резервуаре, заполненном двухслойно-стратифицированной по соли жидкостью и располагающемся в центре вра-

щающейся платформы, моделирующей эффекты вращения Земли (рис. 11). Для моделирования динамики вод в районах Черного моря с разной шириной континентального склона в резервуаре размещались вставки в виде усеченного конуса. Каждая вставка располагалась вплотную к бортику сверху, упиралась в дно бассейна снизу и имела определенный угол между образующей конуса и горизонталью. Вставки менялись от одной серии опытов к другой. Выбор такой простой конфигурации склона облегчает интерпретацию результатов эксперимента, но, разумеется, не обеспечивает представление всех реальных особенностей топографии континентального склона, ее пространственной изменчивости.

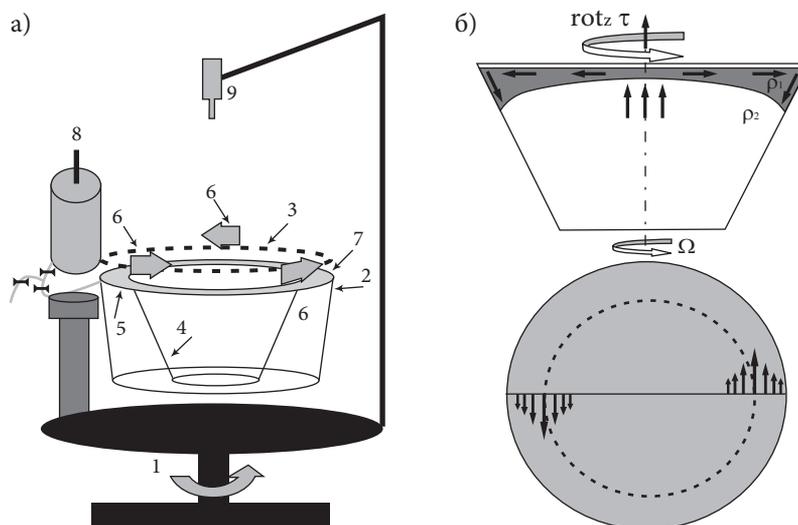


Рис. 11. Схематическое представление:

а) лабораторной установки (1 – вращающаяся платформа; 2 – пластиковый бассейн с двухслойной жидкостью; 3 – крышка бассейна; 4 – вставка с наклонным дном; 5 – бортик (шельф); 6 – источники ветрового воздействия; 7 – вертикальная стенка у бортика; 8 – источник постоянного расхода жидкости; 9 – видеокамера); б) формирования прибрежного осесимметричного течения в двухслойной вращающейся жидкости при ветровом воздействии (виды сбоку и сверху).

Для адекватного воспроизведения крупно- и мезомасштабных динамических процессов соблюдалось подобие по нескольким безразмерным критериям, включающим число **Бюргера** $Bu_0 = (R_d / L_0)^2$, число **Фруда** $Fr_{Rim} = U_{Rim} / (g' h_0)^{0.5}$, число **Экмана** $E = \nu / (f h_0^2)$, отношение $\theta = h_0 / H$ и

введенный выше индекс ширины склона L_s / R_d . Здесь $R_d = (g' h_0)^{1/2} / f$ – бароклинный радиус деформации Россби; $g' = g \Delta \rho / \rho$ – редуцированное ускорение свободного падения; $\Delta \rho$ – перепад плотности между слоями; ρ – плотность нижнего слоя; h_0 – толщина верхнего слоя; f – параметр Кориолиса; U_{Rim} – скорость течения в стрежне вдольберегового течения; L_0 – полуширина (радиус) бассейна; H – глубина жидкости в бассейне; ν – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости в Черном море и молекулярной – в лабораторном бассейне. Значения этих критериев для натуральных условий в Черном море и для лабораторной модели представлены в таблице.

Таблица

Значения критериев подобия для Черного моря и его лабораторной модели

Параметры (безразмерные)	Черное море	Лабораторная модель
$\theta = h_0 / H$	$(0.5-1.0) \times 10^{-1}$	$(0.7-1.4) \times 10^{-1}$
$Bu_0 = (R_d / L_0)^2$	$(0.6-2.0) \times 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$
L_s / R_d	0.5–5.0	1–8
$E = \nu / (f h_0^2)$	$(0.01-1.00) \times 10^{-4}$	$\sim 10^{-3}$
$Fr_{Rim} = U_{Rim} / (g' h_0)^{0.5}$	$(0.4-2.0) \times 10^{-1}$	$(0.3-3.0) \times 10^{-1}$

Прибрежное течение во вращающемся бассейне (аналог ОЧТ) в верхнем относительно тонком слое жидкости создавалось с помощью воздуходушных устройств, продуцировавших касательное напряжение на поверхности жидкости с циклонической завихренностью. Это «ветровое» воздействие обеспечивало формирование в верхнем слое прибрежного осесимметричного течения шириной $(2-4) \times R_d$. Схема формирования такого течения представлена на рис. 11б. После определенного периода ветрового воздействия воздуходушные устройства выключались, и наступала стадия релаксации течения. При этом бассейн накрывался прозрачной крышкой для обеспечения полной изоляции жидкости от движения воздуха, обусловленного вращением платформы. На протяжении всего опыта осуществлялась видеосъемка течений, визуализируемых с помощью бумажных пелеток. Заметим, что в некоторых опытах через различные промежутки времени производилось многократное повторение ветрового воздействия, причем период воздействия и паузы между воздействиями изменялись от опыта к опыту в достаточно широких пределах – от 15 до 180 лабораторных суток (т.е. периодов вращения). Нижний, существенно более толстый слой жидкости, не

являлся динамически активным и раскручивался только за счет импульса, поступающего из верхнего слоя. Такая ситуация является типичной и для Черного моря.

В результате лабораторных экспериментов было установлено, что структура и интенсивность прибрежного течения на стадии ветрового воздействия мало зависят от крутизны и ширины склона дна. Скорость течения возрастала при увеличении продолжительности ветровой накачки до определенного предела. После 25–30 лаб. суток ветрового воздействия течение достигало состояния неустойчивости и начинало меандрировать. Однако амплитуда меандров не достигала большой величины: рост меандров в сторону глубоководной части бассейна блокировался экмановской дивергентной циркуляцией, которая «прижимала» фронтальное течение к берегу и увеличивала не только его кинетическую, но и доступную потенциальную энергию, поэтому течение сохраняло квазисосимметричный вид. После прекращения ветрового воздействия особенности эволюции течения зависели как от длительности паузы до начала следующего ветрового воздействия, так и от ширины области наклонного дна.

В случае короткой паузы (менее 15–25 лаб. суток) между повторяющимися циклами ветрового воздействия прибрежное течение не успевало достичь состояния развитой неустойчивости. Оно все время сохраняло квазисосимметричный вид, уровень пульсационной (волно-вихревой) энергии всегда был существенно меньше кинетической энергии среднего течения в случаях как узкого, так и широкого склонов. В случае длинной паузы (более 30–40 лаб. суток) закономерности эволюции течения (рис. 12а и 13а) существенно различались в опытах с узким и широким склонами.

В опытах с узким склоном уже через 3–6 лаб. суток после прекращения ветрового воздействия происходило «бурное» развитие меандров и образование прибрежных антициклонических вихрей (рис. 12б). Через 20–25 лаб. суток среднее циклоническое течение вытеснялось этими вихрями в глубоководную часть бассейна (рис. 12в), а через 45–50 лаб. суток оно распалось и в динамике доминировали вихревые пары (рис. 12г). В отсутствие повторного ветрового воздействия через 300–400 лаб. суток происходило практически полное затухание течений. Как правило, ветровое воздействие возобновлялось существенно раньше полного затухания «старой» циркуляции. При этом образовывалось «новое» прибрежное кольцевое течение. Оно формировалось в течение 10–15 лаб. суток. «Старые» вихревые структуры вытеснялись при этом в центральную часть бассейна, но оставались отчетливо выраженными еще в течение 25–30 лаб. суток.

В опытах с широким склоном после прекращения ветрового воздействия «бурного» развития неустойчивости не происходило. Имело место постепенное затухание течения у берега. Струя кольцевого течения при этом смещалась

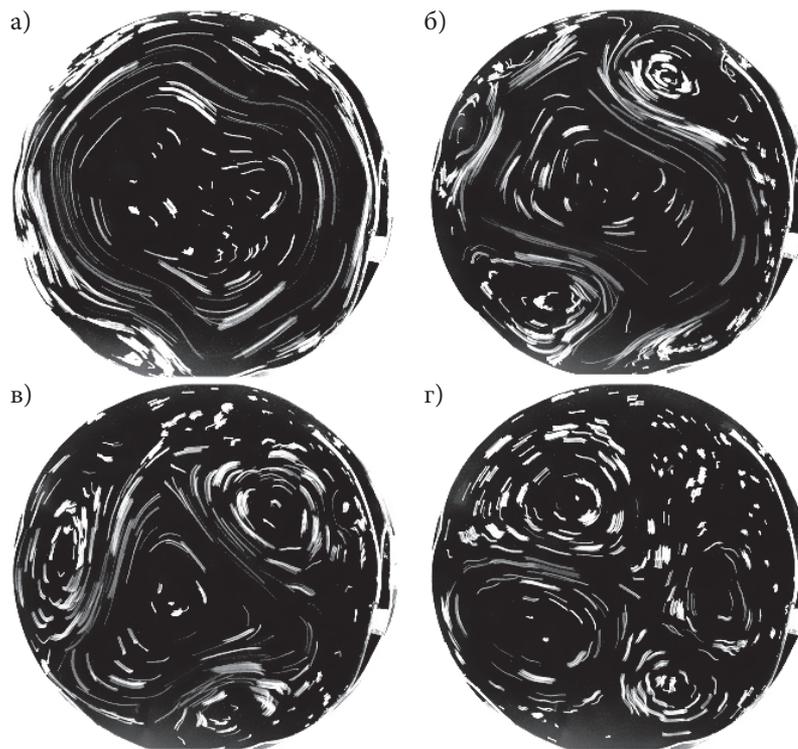


Рис. 12. Последовательные фотографии структуры прибрежного течения (вид сверху: треки частиц на поверхности жидкости) на стадии его релаксации в опытах с узким ($L_s / R_d = 1$) склоном: а) сразу после прекращения ветрового воздействия; б) через 4 лаб. суток; в) через 17 лаб. суток; г) через 45 лаб. суток.

в область более глубокой воды и становилась более узкой. Наблюдался медленный рост меандров (рис. 13б–г), которые достигали своего максимального развития через 60–80 сут. после прекращения ветрового воздействия. При этом в вершинах меандров иногда образовывались вихри, которые медленно перемещались в циклоническом направлении. Струя кольцевого течения не прерывалась. Вихри вырождались быстрее, чем среднее течение. Затухание среднего течения происходило медленнее, чем в случае узкого склона, хотя средняя глубина жидкости и ее объем в случае широкого склона были существенно меньшими, чем в случае узкого. По-видимому, это означает, что горизонтальное трение, обусловленное вихревыми структурами, вносит определяющий вклад в затухание движения по сравнению с вязким вертикальным трением.

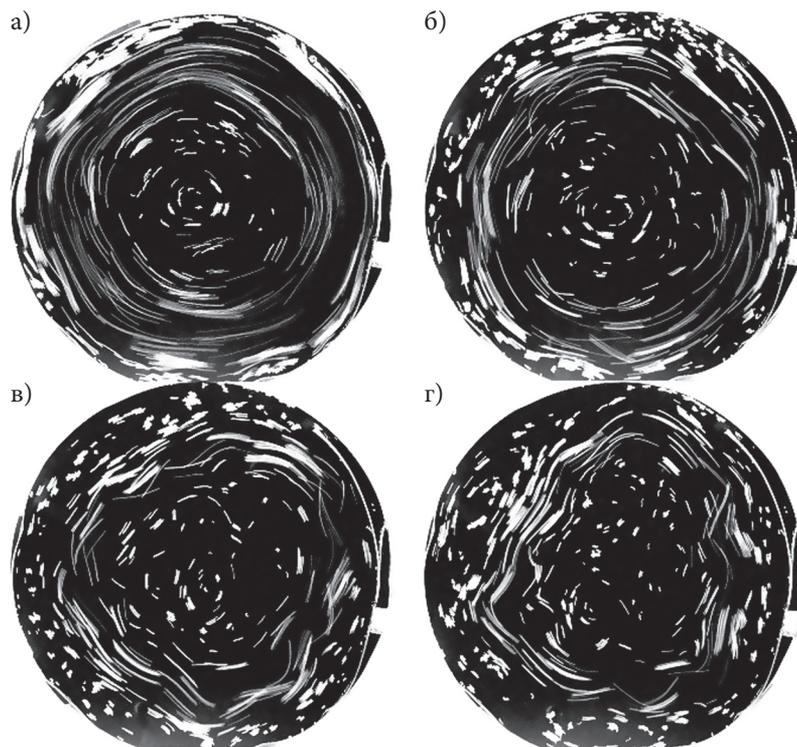


Рис. 13. Последовательные фотографии структуры прибрежного течения (вид сверху: треки частиц на поверхности жидкости) на стадии релаксации в опытах с широким ($L_s / R_d = 4$) склоном: а) сразу после прекращения ветрового воздействия; б) через 17 лаб. суток; в) через 34 лаб. суток; г) через 45 лаб. суток.

Описанные выше визуальные наблюдения были подтверждены количественным анализом полей горизонтальной скорости течения на поверхности бассейна, полученных путем автоматизированной компьютерной обработки видеозаписей перемещений бумажных пелеток (подробное изложение этих результатов представлено в *Zatsepin et al., 2005*).

4. Обсуждение (сопоставление результатов лабораторного эксперимента с наблюдаемыми особенностями)

В свете описанных выше результатов лабораторного моделирования рассмотрим основные особенности динамики и структуры ОЧТ в северо-восточной части Черного моря. Эта часть моря характеризуется: а) крутым континентальным склоном ($L_s / R_d \approx 1$, рис. 10); б) преимущественно цикло-

нической завихренностью ветрового воздействия (рис. 4). Данные условия хорошо соответствуют условиям лабораторной модели черноморской циркуляции. Как уже указывалось выше, анализ натурных наблюдений свидетельствует о том, что режим ОЧТ в северо-восточной части Черного моря довольно тесно связан с интенсивностью ветровой накачки циркуляции, оцененной за месяц, предвещающий наблюдения. Если ветровая накачка в этот период была существенно выше средней, ОЧТ, как правило, наблюдалось в виде когерентной, прижатой к континентальному склону струи. Если же ветровая накачка была слабой или вовсе отсутствовала, то наблюдался вихревой режим циркуляции, характеризующийся неразвитостью струи ОЧТ и доминированием мезомасштабных вихревых структур (Зацепин и др., 2002; Zatsepin et al., 2002). Эти наблюдения полностью подтверждаются результатами лабораторных опытов.

С уменьшением ветровой накачки наблюдается не только уменьшение интенсивности ОЧТ (рис. 6), но и отход стрежня струи от континентального склона в глубоководную часть моря на расстояние до 100 км от берега (рис. 9). Такой же эффект наблюдается и в лабораторных опытах (рис. 126–в), и он связан с образованием прибрежных антициклонических вихрей, отодвигающих струю пограничного течения в область глубокой воды. С ослаблением струи ОЧТ и ее распадом на вихри наблюдается также отделение прибрежных антициклонических вихрей от берега и их превращение в вихри открытого моря (Гинзбург и др., 2002; Zatsepin et al., 2003). В северо-западной части моря с широким континентальным склоном ($L_s / R_d \geq 4$, рис. 10) антициклонические вихри перемещаются в юго-западном (циклоническом) направлении строго вдоль изобат и не «отскакивают» в глубоководную часть моря (Ginzburg et al., 2002). Это же демонстрирует и лабораторная модель (рис. 13в–г).

Известно, что в северо-восточной части Черного моря наблюдается сезонное уменьшение/увеличение количества антициклонических вихрей в зимний/летний периоды (Титов, 2002). Результаты наших лабораторных экспериментов подтверждают ранее выдвинутую гипотезу о том, что это связано с соответствующим увеличением/уменьшением циклонической экмановской накачки.

Нестационарность ветрового воздействия и связанной с ним экмановской накачки приводит к тому, что режим течений в северо-восточной части моря изменяется многократно от «струйного» (прижатая к континентальному склону струя ОЧТ) до «волно-вихревого» (угасающее ОЧТ, распавшееся на вихри и волно-вихревые структуры). При этом в отсутствие интенсивной экмановской накачки характерное время перестройки режима течений от струйного до волно-вихревого составляет всего лишь 3–7 недель. «Окна» маловетренной погоды такой продолжительности иногда случаются даже зимой.

В большинстве случаев дело не доходит до полного вырождения ОЧТ и его полного распада на вихревые структуры. Даже кратковременная, но интенсивная экмановская накачка способна создать новую прибрежную струю ОЧТ. При этом вихревые структуры, связанные со старой, угасающей струей, выдвигаются в глубоководную часть моря. В ряде случаев эти вихри утрачивают свою непосредственную связь с ОЧТ. Следует еще раз отметить, что вероятность образования долгоживущих мезомасштабных вихрей, их отрыва от берега и перемещения в центральную часть моря существенно выше в теплый период года, когда экмановская накачка понижена, и струя ОЧТ ослаблена. Это хорошо подтверждается данными наблюдений (*Гинзбург и др., 2002*).

Авторы признательны А.И. Гинзбург (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН) за многократные обсуждения предмета исследования, С.В. Мотыжову, Ю.Б. Ратнеру, Д.М. Соловьеву (Морской гидрофизический институт НАН Украины, Севастополь) за предоставление дрейфтерных данных, спутниковой информации, за помощь в анализе ветрового воздействия и, в целом, за многолетнее плодотворное сотрудничество, Кривошее В.Г., Скирте А.Ю. и Якубенко В.Г. (Южное отделение Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН) за поддержку экспедиционных исследований, за участие в рейсах, сбор и первичную обработку гидрофизических данных. Работа выполнена при поддержке Программы 17 РАН и Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 08-05-00183, 08-05-00633, 09-05-92501-ИК).

Литература

- Блатов А.С., Булгаков Н.П., Иванов В.А. и др. Изменчивость гидрофизических полей в Черном море. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 240 с.
- Богатко О.Н., Богуславский С.Г., Беляков Ю.М., Иванов Р.И. Поверхностные течения Черного моря // Комплексные исследования Черного моря. Севастополь: МГИ АН УССР, 1979. С. 25–33.
- Булгаков С.Н., Кортаев Г.К., Уайтхед Дж. Роль потоков плавучести в формировании крупномасштабной циркуляции и стратификации морской воды. Часть I: Теория // Известия РАН, Физика атмосферы и океана. 1996а. Т. 32. С. 548–556.
- Булгаков С.Н., Кортаев Г.К., Уайтхед Дж. Роль потоков плавучести в формировании крупномасштабной циркуляции и стратификации морской воды. Часть II: Лабораторный эксперимент // Известия РАН, Физика атмосферы и океана. 1996б. Т. 32. С. 505–513.
- Гинзбург А.И. Процессы горизонтального обмена в приповерхностном слое Черного моря // Исслед. Земли из космоса. 1994. № 2. С. 75–83.
- Гинзбург А.И., Зацепин А.Г., Костяной А.Г. и др. Отделение прибрежных антициклонических вихрей от Кавказского берега и их трансформация в вихри открытого моря // Комплексные исследования северо-восточной части Черного моря / Под ред. А.Г. Зацепина и М.В. Флинта. М.: Наука, 2002. С. 82–91.

- Журбас В.М., Зацепин А.Г., Григорьева Ю.В. и др. Циркуляция вод и характеристики разномасштабных течений в верхнем слое Черного моря по дрейфтерным данным // *Океанология*. 2004. Т. 44. № 1. С. 34–48.
- Зацепин А.Г., Кременецкий В.В., Поярков С.Г. и др. Влияние поля ветра на динамику вод Черного моря // *Комплексные исследования северо-восточной части Черного моря* / Под. ред. А.Г. Зацепина и М.В. Флинга. М.: Наука, 2002. С. 91–105.
- Книпович Н.М. Гидрологические исследования в Черном море. Труды Азово-Черноморской Экспедиции. Москва. ЦНИИРХ. 1932. Т. 10. 274 с.
- Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С. Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 511 с.
- Коротаев Г.К., Огуз Т., Никифоров А.А. и др. Динамика антициклонов в Черном море по данным спутниковых альтиметрических наблюдений // *Исслед. Земли из космоса*. 2002. № 6. С. 60–69.
- Линейкин П.С. Основные вопросы динамической теории бароклинного слоя моря. Л.: Гидрометеоиздат. 1957. 139 с.
- Москаленко Л.В. Расчет стационарных ветровых течений в Черном море // *Океанология*. 1975. Т. 15. № 2. С. 245–250.
- Овчинников И.М., Титов В.Б. Антициклоническая завихренность течений в прибрежной зоне Черного моря // *Доклады АН СССР*. 1990. Т. 314. № 5. С. 1236–1239.
- Титов В.Б. О характере циркуляции и вертикальной структуре течений в восточной части Черного моря // *Океанология*. 1980. Т. 20. № 3. С. 425–431.
- Титов В.Б. Характеристики Основного черноморского течения и прибрежных антициклонических вихрей в Российском секторе Черного моря // *Океанология*. 2002. Т. 42. № 5. С. 668–676.
- Ginzburg A.I., Kostianoy A.G., Nezlin N.P. et al. Anticyclonic eddies in the northwestern Black Sea // *J. Marine Systems*. 2002. V. 32. P. 91–106.
- Koblinsky C.J. Global distribution of f/H and the barotropic response of the ocean // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95. No. C3. P. 3213–3218.
- Korotaev G.K., Oguz T., Nikiforov A., and Koblinsky C. Seasonal, interannual, and mesoscale variability of the Black Sea upper layer circulation derived from altimeter data // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. No. C4. P. 3122. doi: 10.1029/2002JC001508.
- Oguz T., Malanotte-Rizzoli P., and Aubrey D.G. Wind and thermohaline circulation of the Black sea driven by yearly mean climatological forcing // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. No. C4. P. 6845–6863.
- Poulain P.-M., Barbanti R., Motyzev S., and Zatsepin A. Statistical description of the Black Sea near-surface circulation using drifters in 1993-2003 // *Deep-Sea Research*. 2005. V. 52. P. 2250–2274.
- Stanev E.V. On the mechanisms of the Black Sea circulation // *Earth-Science Rev.* 1990. V. 28. P. 285–319.
- Zatsepin A.G., Ginzburg A.I., Kostianoy A.G. et al. Variability of water dynamics in the NE Black Sea and its effect on water exchange between near-shore and off-shore parts of the basin // *Oceanology*. 2002. V. 42. Suppl. 1. P. S1–S15.
- Zatsepin A.G., Ginzburg A.I., Kostianoy A.G. et al. Observations of Black Sea mesoscale eddies and associated horizontal mixing // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. No. C8. doi 10.1029/2002JC001390. P. 2-1–2-27.
- Zatsepin A.G., Denisov E.S., Emelyanov S.V. et al. Effect of bottom slope and wind on the near-shore current in a rotating stratified fluid: laboratory modeling for the Black Sea // *Oceanology*. 2005. V. 45. Suppl. 1. P. S13–S26.

BLACK SEA BASIN-SCALE CIRCULATION AND MESOSCALE DYNAMICS UNDER WIND FORCING

A.G. Zatsepin, V.V. Kremenetskiy, S.V. Stanichny, V.M. Burdyugov

Physical interaction of basinscale circulation and mesoscale eddy dynamics and their dependences on wind forcing and bottom topography were studied with the help of field observations and laboratory modelling. It was revealed that in the northern-eastern Black Sea with very narrow continental slope the topographic control of Rim current (RC) is not strong. Position and stability of RC is governed by Ekman pumping. Under high positive Ekman pumping which is more typical for the winter period, RC is a coherent and strong jet located over the continental slope. In the opposite case which is more typical for spring-summer time, the RC becomes unstable, meandering and breaks up into eddies. Some of eddies penetrate into the central basin producing strong lateral exchange. The transition from jet-dominating regime to eddy-dominating one occurs within one month after the change in Ekman pumping level. As far as the variability of Ekman pumping has also a well pronounced intra-seasonal signal the transition from jet-dominating regime of RC to the eddy-dominating regime may occur several times a year. One of the important results of the study is the determination of an empirical relation between the mean geostrophic velocity/discharge of the RC and the velocity of Ekman pumping.

К ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОЙ ВСПЛЫВАЮЩЕЙ СТРУИ, СОЗДАВАЕМОЙ ПОСТОЯННЫМ ЕДИНИЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ ПОД ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОДОЕМА

Е.В. Борисов

Государственный океанографический институт им. Н.Н. Зубова, Москва

Изложены результаты анализа динамики всплывающей напорной струи, создаваемой единичным источником относительно легкой жидкости, расположенным под поверхностью вертикально стратифицированного водоема. Для проведения анализа используется система балансовых уравнений Фокса (*Журбас, 1977*), являющаяся модификацией известной системы балансовых уравнений для всплывающей струи в однородном по плотности слое воды при отсутствии внешнего течения. Постоянство угла подъема струи, известное по результатам экспериментов, подтверждается аналитически. Таким образом, линейная зависимость расхода струи и ее характерного диаметра от расстояния от источника вдоль ее оси получена без использования предположения о малости параметра плавучести струи. Приводятся некоторые эмпирические выводы и соотношения.

Предложенная Фоксом (*Журбас, 1977; Озмидов, 1986*) формулировка задачи о динамике легкой вынужденной струи в стратифицированном водоеме является модификацией ее классической постановки для однородной жидкости при отсутствии внешнего течения. Решению классической задачи посвящено много научных публикаций с изложением результатов теоретических и экспериментальных исследований. Большую роль в развитии этих исследований и в процессе решения задачи сыграла гипотеза Прандтля о линейной зависимости ширины струи от расстояния от источника вдоль ее оси (*Вульфсон, 2000*). Анализ решения задачи в такой постановке можно найти в классических монографиях (*Бэтчелор, 1973; Ландау, Лившиц, 1988; Лойцянский, 1978*). Весьма подробный анализ некоторых вариантов постановки и решения задачи приведен в известной монографии (*Лойцянский, 1978*). В одной из публикаций Фокса (*Fox, 1970*) дано решение задачи в классической постановке (в частных производных) о вынужденной струе в устойчиво стратифицированной жидкости, но без внешнего течения. Формулировка

задачи в полных производных, предложенной Фоксом, отличается тем, что в ней допускается стратификация плотности окружающего струю объема воды и не отрицается наличие внешнего течения постоянной скорости. Полученные им уравнения в полных производных описывают баланс расхода, горизонтальной и вертикальной компонент импульса и потока плавучести струи. Анализ этой системы уравнений приведен в статье (Журбас, 1977) и в известной книге (Озмидов, 1986). Там же обсуждаются варианты решения задачи при некоторых ограничивающих условиях и результаты экспериментов, проведенных на озере Байкал и на Балтийском море, подтверждающие основные выводы авторов. В работе (Журбас, 1977) обсуждаются результаты численного решения задачи и его практических приложений на примере оценки концентрации загрязняющих веществ, поступающих в озеро со стоками Байкальского ЦБК. Позднее (в докладе на семинаре) сообщалось об успешной реализации численного решения на Тихом океане в районе Гавайских островов. В данной работе содержится изложение той части анализа постановки и решения задачи без ограничивающих условий, которая не нашла отражения в упомянутых публикациях. Кроме того, возникают некоторые вопросы, которые связаны с интерпретацией решения этой задачи. Для ответа на них и для сравнительного анализа решений мы используем в том числе и методические документы, опубликованные за рубежом и рекомендованные для практического использования (Muellenhoff et al., 1985).

Известно, что всплывающая вынужденная струя в присутствии вертикального градиента плотности в окружающей ее воде имеет эллипсоидное поперечное сечение и подвержена влиянию центростремительной силы вследствие его кривизны. Подобным эффектом, как и влиянием диссипации энергии в струе и отличием давления от гидростатического, обычно пренебрегают. В каждом поперечном сечении струя считается круглой. Вывод уравнений Фокса выполнен при дополнительном допущении о том, что распределение скорости и плотности жидкости в струе является симметричным и описывается соотношениями (Журбас, 1977; Озмидов, 1986):

$$v(S, r, \varphi) = V(S) \exp(-r^2 / B^2),$$

$$(\rho_a - \rho)(S, r, \varphi) / \rho_0 = [(\rho_a(S) - \rho(S)) / \rho_0] \exp(-r^2 / \lambda^2 B^2),$$

где S – криволинейная координата вдоль оси струи, r – радиальная (в поперечном сечении) координата, φ – угол между вертикальной плоскостью (x, z) с началом координат в точке выпуска струи и данным направлением, $V(S)$ – скорость течения жидкости, $\rho(S)$ – плотность жидкости на оси струи, ρ_0 – начальная плотность жидкости в струе, ρ_a – плотность воды в окружающей струю области, $B(S)$ – средний диаметр поперечного сечения струи, $\lambda = 1.16$ – эмпирическая константа, учитывающая «размытость» поперечного распределения плотности в сравнении с распределением скорости.

Далее считается, что основным механизмом, формирующим внутреннюю структуру струи, является вовлечение. Коэффициент вовлечения $\alpha = 0.057$ полагается постоянным. Тогда для описания струи в вертикальном разрезе вдоль ее оси можно получить следующую систему уравнений (Журбас, 1977):

$$dQ/dS = 2\alpha VB,$$

$$d(QV \cos \theta)/dS = 0,$$

$$d(QV \sin \theta)/dS = 2g\lambda^2 B^2(\rho_a - \rho)/\rho_0,$$

$$d[Q(\rho_a - \rho)]/dS = [(1 + \lambda^2)/\lambda^2] Q d\rho_a/dS,$$

где $Q = VB^2$ – расход струи, θ – угол наклона оси струи относительно горизонтали, так что $dS/dx = \cos \theta$, $dS/dz = \sin \theta$.

Будем считать, что выпуск струи производится горизонтально. Так как мы имеем систему уравнений первого порядка, то граничные условия достаточно задать в точке выпуска при $S = 0$: $V|_{S=0} = V_0$, $B|_{S=0} = B_0$ (ширина отверстия выпускной трубы), $\theta|_{S=0} = \theta_0 = 0$, $\rho|_{S=0} = \rho_0$. Кроме того, считаем, что средний вертикальный градиент плотности воды в окружающей струю области остается постоянным: $d\rho_a/dz = (1/H)[\rho_a|_{z=0} - \rho_a|_{z=H}] = \Delta\rho_a/H = \gamma = const$. Здесь H – глубина расположения выпускного отверстия относительно поверхности водоема. Поскольку считается, что область вертикального смещения струи ограничена глубиной, на которой $\Delta\rho = 0$, то для θ на этой глубине придется принять условие, аналогичное условию отражения для луча на зеркальной поверхности: $\theta(+\varepsilon) = \theta(-\varepsilon) \pm \pi/2$, где ε – малое смещение вдоль оси струи относительно точки ее отражения. В ходе анализа уравнений мы убедимся в том, что такое условие имеет реальное основание.

Обратим внимание на то, что в данной системе уравнений вообще отсутствует скорость внешнего течения. Поскольку проверка полученного численного решения задачи проводилась в реальных условиях, при наличии внешнего течения и даже с учетом его спектра (Журбас, 1977), то возникает предположение о том, что представленная система уравнений не требует трансформации для учета постоянной скорости внешнего течения. В этом мы тоже убедимся в процессе решения. Кроме того, все уравнения системы стационарны, следовательно речь идет об установившейся струе (в спектральном варианте время установления струи должно быть значительно меньше периодов, охватываемых спектром).

Перейдем к безразмерным переменным. Примем величину B_0 в качестве масштаба ширины струи, $B_0/2\alpha$ – в качестве масштаба длины, V_0 – масштаба скорости, ρ_0 – масштаба плотности. Тогда для масштаба величины стока Q

можно принять $Q_0 = V_0 B_0^2$. Соответствующие безразмерные переменные обозначим через s, b, v, q , а для разности плотностей $(\rho_a - \rho) / \rho_0$ примем обозначение $\Delta\rho$.

Тогда

$$v|_{s=0} = b|_{s=0} = 1, \quad q|_{s=0} = 1, \quad \Delta\rho|_{s=0} = \Delta\rho_0,$$

$$d\rho_a / ds = (d\rho_a / dz) (dz / ds) = (d\rho_a / dz) \sin \theta,$$

и исходная система уравнений запишется в следующем виде:

$$dq / ds = vb = q / b, \quad (1)$$

$$d(qv \cos \theta) / ds = 0 \text{ или } qv = \text{const} / \cos \theta, \quad (2)$$

$$d(qv \sin \theta) / ds = [g\lambda^2 B_0 \Delta\rho_0 / (\alpha\rho_0 V_0^2)] b^2 \Delta\rho, \quad (3)$$

$$d(q\Delta\rho) / ds = [B_0(1 + \lambda^2) / 2\alpha\lambda^2] q d\rho_a / ds = [(1 + \lambda^2) B_0 \gamma / 2\alpha\Delta\rho_0 \lambda^2] q \sin \theta. \quad (4)$$

Обозначим $v \sin \theta = w$, $v \cos \theta = u$. Тогда из уравнений (1) и (2) с учетом граничных условий для безразмерных переменных следует:

$$q = \exp(\int ds / b) = 1 / u, \quad (5)$$

$$qv \sin \theta = qw = \text{tg} \theta. \quad (6)$$

Далее обозначим постоянные множители в правых частях уравнений (3) и (4) в квадратных скобках символами A и K соответственно. Тогда из уравнений (3), (4) и (6) имеем:

$$K(qw)^2 = A(q\Delta\rho)^2 + C. \quad (7)$$

Из граничных условий следует, что $\text{tg} \theta|_{s=0} = 0$, а $q\Delta\rho|_{s=0} = \Delta\rho_0$, следовательно $C = -K^{1/2}$, и с учетом (2) и того, что $\text{tg}^2 \theta = 1 / \cos^2 \theta - 1 = (qv)^2 - 1$, получим

$$\Delta\rho = (K / A)^{1/2} v. \quad (8)$$

Применение граничных условий в данном случае оказывается затруднительным, поскольку $\text{tg} \theta \neq 0$ при $\Delta\rho = 0$, но в точке $s = 0$ имеем $\text{tg} \theta = 0$, а $\Delta\rho = \Delta\rho_0 = \text{max}$. Может быть, более оправданным было бы условие ра-

венства нулю постоянного слагаемого C в правой части (7). В этом случае $\Delta\rho = (K/A)^{1/2}w$. С одной стороны, вектор скорости течения v есть сумма двух составляющих: горизонтальной, связанной с действием источника, и вертикальной, формируемой только под действием силы плавучести, что и соответствует приведенному соотношению, связывающему аномалию плотности с вертикальной составляющей скорости. Тогда (7) обращается в тождество. Но с другой стороны, при $s=0$ имеют место равенства $\operatorname{tg}\theta=0$ и $\Delta\rho = \Delta\rho_0 = \max$, и граничное условие не выполняется. Зато в точке $s=0$ выполняется физическое условие обращения в ноль $\Delta\rho$ и $\operatorname{tg}\theta$. При выборе выражения (8) имеем обратную картину: выполняется граничное условие, но не выполняется физическое. Решение этой проблемы пока отложим, имея в виду, что любые его варианты должны исключать появление постоянной составляющей $\Delta\rho$.

Уравнение (1) явно выражает тот факт, что изменение расхода вдоль струи происходит со скоростью, пропорциональной его изменению в поперечном сечении, что является следствием постоянства коэффициента вовлечения. Такое упрощенное описание внутренней структуры струи допустимо лишь на первом этапе ее формирования, когда ее расширение происходит под действием мелкомасштабной турбулентности. Ближе к ее дальнему краю процессы продольного разбавления становятся в несколько раз интенсивнее поперечных, а у края носят стохастический характер (Зац, 1975), так что система (1)–(4) уже не будет описывать реальную картину. Уравнение (1) показывает, что $d/ds = 1/b$, а это прямо свидетельствует о линейном характере зависимости $b(s)$. В безразмерном виде, с учетом граничного условия $b|_{s=0} = 1$, эта зависимость имеет вид $b = s + 1$ и соответствует гипотезе Прандтля (Вульфсон, Бородин, 2000). Вообще, большинство экспериментаторов подтверждают линейную зависимость $b(s)$ в однородном и однородно стратифицированном слое (Озмидов, 1986). Ее можно получить и теоретическим путем, предположив, что слагаемые $2b'vb$ и $v'b^2$ левой части уравнения (1) порознь пропорциональны его правой части с постоянными коэффициентами, первый из которых равен 2, а второй -1 . Если это предположение справедливо, то $vb = \text{const}$, правая часть (1) и обе части (2) становятся постоянными, и левая часть (4) при $\Delta\rho = (K/A)^{1/2}v$ обращается в 0. Последнее равнозначно утверждению $\sin\theta = 0$, что реально только при $\Delta\rho = 0$. Значит в (7) $C = 0$ и

$$\Delta\rho = (K/A)^{1/2}w. \quad (8.1)$$

Здесь следует сделать замечание, касающееся режима формирования струи и выбора варианта аппроксимации $\Delta\rho$. Дело в том, что непосредственно у выпускного отверстия источника происходит трансформация струи, связанная с ее выходом из трубы в свободное пространство. В начале этой зоны в механизме динамической трансформации струи превалируют силы инерции, а дальше устанавливается баланс между силами инерции и плавучести. Поэтому можно пред-

положить, что первое выражение для аппроксимации $\Delta\rho$ соответствует граничному условию и относится к ранней стадии формирования струи, а выражение (8.1) скорее относится к зоне сформировавшегося баланса между действующими силами. Однако интересно то, что вид решения задачи не зависит от выбора выражения для $\Delta\rho$ из двух возможных. И как мы убедимся ниже, w с удалением от источника меняет знак. Значит, и $\Delta\rho$ меняет знак? Вообще плавучесть струи определяется средней величиной $\Delta\rho$ в ее поперечном сечении, а на оси струи $\Delta\rho$ имеет наибольшие значения и, по всей видимости, может сохранять свой знак в течение всего процесса разбавления струи. Следует учитывать, что на оси струи течение быстрее, чем на периферии, и поэтому вода там «моложе» и, таким образом, несет больше информации о начальных условиях. Вообще эффекты такого рода в рамках данной постановки задачи описывать сложно, но результаты экспериментов, представленные в некоторых публикациях (*Muellenhoff et al., 1985*), указывают на то, что при попадании окружающей воды в область оси струи последняя теряет свою компактность и распадается на фрагменты. Причем утверждается, что это происходит закономерно в первой же точке равновесия. Но окружающая вода в любом случае попадает в струю, в том числе в область ее оси, путем вовлечения. Значит, речь идет о попадании окружающей воды в струю как-то иначе. В других публикациях (*Журбас, 1977; Озмидов, 1986*) описывается колебательный режим струи. Следовательно, такой «прорыв» окружающей воды вовнутрь струи происходит не всегда. Однако средняя величина $\Delta\rho$ в поперечном сечении струи в этой точке обращается в ноль только при условии отрицательных ее значений на периферии струи (действительно, средняя в поперечном сечении величина $\Delta\rho$ равна половине ее величины на оси струи). Ниже нам придется остановиться на этом вопросе более подробно, т.к. в цитируемых источниках он не обсуждается. А пока проведем анализ при двух вариантах аппроксимации $\Delta\rho$.

Подставив в уравнение (4) выражение (8.1) для $\Delta\rho$, будем иметь

$$(qw)' = (AK)^{1/2} q \sin \theta, \quad (9)$$

а для qv , подставляя в (9) $w = v \sin \theta$,

$$(qv)' = (AK)^{1/2} q \sin^2 \theta, \quad (9.1)$$

где $(AK)^{1/2} = \{[gB_0^2(1 + \lambda^2)\gamma]/(2\alpha^2\rho_0 V_0^2)\}^{1/2}$. Штрих вверху справа в уравнениях (9), (9.1) и далее означает полную производную по s . Заметим, что с учетом (6) и (8.1) уравнения (3) и (4) совпадают и имеют вид (9). Если использовать для $\Delta\rho$ выражение (8), то вместо (3) и (4) получим:

$$(qw)' = (AK)^{1/2} q, \quad (9.2)$$

$$(qv)' = (AK)^{1/2} q \sin \theta. \quad (9.3)$$

Дифференцируя левую часть уравнения (9) с учетом (2) и (6), получим соотношение

$$\theta' = (AK)^{1/2} \cos \theta \sin \theta / v = (AK)^{1/2} \sin \theta / qv^2. \quad (10)$$

Аналогично из (9.2) следует:

$$\theta' = (AK)^{1/2} \cos \theta / v. \quad (10.1)$$

Из (9) и (9.1) следует:

$$(qw)' \sin \theta = (qv \sin \theta)' \sin \theta = (qv)' \text{ или } d(qw) / ds = d(qv) / dz. \quad (11)$$

Совершенно аналогичные выражения можно получить, используя (9.2) и (9.3).

Если (11) умножить на qv , то получим выражение $(qw)^2 = (qv)^2 - 1$, которое можно также получить из элементарных геометрических соображений.

Используя (8.1), систему уравнений (1)–(4) можно преобразовать к виду:

$$\left. \begin{aligned} u' + u/b &= 0, \\ w' + w/b &= (AK)^{1/2} \sin \theta, \\ v' + v/b &= (AK)^{1/2} \sin^2 \theta. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Используя (8), получим аналогичную систему уравнений, при этом ее первое уравнение не изменится, а в правых частях второго и третьего показатели степени $\sin \theta$ уменьшится на единицу. Пока b и $\sin \theta$ нам не известны, поэтому получить решение в явном виде не удастся. Но возможность для продолжения анализа имеется. Поскольку $u = v \cos \theta$, то из первого уравнения системы (12) можно получить соотношение

$$v' + v/b = -v(\cos \theta)'$$

Сравнивая левые части полученного соотношения и третьего уравнения (12), получим:

$$(\cos \theta)' / (1 - \cos^2 \theta) = (AK)^{1/2} / v.$$

Далее, в соответствии с (2), $q = 1/v \cos \theta$, поэтому выражение (9) можно представить в виде:

$$(\ln qw)' = (AK)^{1/2} / v. \quad (13)$$

Поскольку правые части двух последних соотношений идентичны, получим:

$$[(1 - \cos \theta)/(1 + \cos \theta)]^{1/2} = C \operatorname{tg} \theta, \quad (14)$$

где $C = \text{const}$.

Отсюда следует, что $\cos \theta = \text{const}$. Тогда с учетом (2) $qv = \text{const}$, и задачу в данной постановке можно считать решенной, поскольку это и есть условие линейной зависимости q от b и обратной линейной зависимости u и v от s . Таким же путем, используя вариант системы (12) при $\Delta\rho = (K/A)^{1/2}v$, получим:

$$1/(1 - \sin^2 \theta) = \pm C(1 + \sin \theta)/(1 - \sin \theta), \quad (15)$$

откуда следует $\sin \theta = \pm C = \text{const}$. Таким образом, при естественном условии отсутствия постоянной составляющей $\Delta\rho$ характер решения задачи не зависит от выбора варианта ее аппроксимации.

Уплотнение при смешении можно учесть с помощью приема, применяемого в (Журбас, 1977) и состоящего в том, что распределение температуры и солености вдоль оси струи рассчитывается отдельно с применением системы уравнений (1)–(4), а потом учитывается уплотнение по известной формуле. Недостатки этого метода известны, но более корректно учесть эффект уплотнения при смешении пока не удается.

Поскольку струя перемещается в пространстве, ограниченном по вертикали, возникает вопрос о том, как интерпретировать постоянство функций θ . Для ответа на этот вопрос перейдем к переменной $dt = ds/v$, как это и делалось в (Озмидов, 1986). Умножив (11) на v , получим

$$w d(qw)/ds = v d(qv)/ds = d(qv)/dt.$$

Из (9) следует

$$2(AK)^{1/2} = d(\ln \operatorname{tg} \theta)/dt,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \theta = \exp[2(AK)^{1/2}t]. \quad (16)$$

Так как величина AK отрицательна (знак γ), из уравнения (16) непосредственно вытекает, что режим формирования струи в принятой системе координат является колебательным. При этом $\cos \theta$ остается постоянным, а $\sin \theta$ периодически меняет знак. Это возможно только в том случае, когда угол наклона струи к горизонту, оставаясь постоянным по абсолютной величине, при отражении струи тоже меняет знак на противоположный в пределах пер-

вой и четвертой четвертей. Иными словами, струя ведет себя как наклонный луч между двух зеркальных стенок, на поверхности каждой из которых происходит скачок фазы на $\pm\pi/2$, т.е. слой, в котором распространяется струя, играет роль своеобразного волновода. Так как скорость на оси струи при постоянной частоте ее колебаний падает пропорционально s , то отражающие поверхности постепенно сближаются. Частота колебаний остается постоянной и пропорциональной частоте Вайсяля-Брента. Но $\Delta\rho$ пропорциональна скорости, которая при выходе струи на первый «уровень равновесия», как и модуль вертикальной компоненты скорости, не обращается в 0. Следовательно, отражение струи от него в общем случае происходит раньше, чем выполняется условие $\Delta\rho = 0$. Тогда возможны два сценария дальнейшего формирования струи: либо она на этом уровне будет двигаться горизонтально, пока $\Delta\rho$ не исчезнет под влиянием турбулентной диффузии, либо отражение от поверхности водоема или от уровня равновесия вертикальной составляющей силы инерции и плавучести все же произойдет, и струя будет двигаться по инерции, преодолевая силу Архимеда, до тех пор, пока эти силы не уравниваются вновь. Тогда произойдет очередное отражение струи. Далее отражения сверху и снизу повторяются на уровнях, где имеет место баланс действующих сил, что наглядно иллюстрируется результатом численного решения задачи (Журбас, 1977; Озмидов, 1986). Американские специалисты настаивают на первом сценарии, причем утверждают, что горизонтальное движение струи сопровождается ее диффузионным разрушением, поэтому они рекомендуют рассчитывать только положение первой «точки равновесия», независимо от того, находится ли она на поверхности водоема или ниже его, и величину разбавления в этой точке (Muellenhoff et al., 1985).

В отечественной литературе тоже можно встретить подобную точку зрения (Немировский, 1977). Считается, что в первой точке равновесия происходит проникновение внешней воды в область ее оси, в результате чего струя теряет свою автономность. Но тогда струи с $\Delta\rho_0 = 0$ должны быстро распадаться на фрагменты и исчезать, что, в общем, иногда наблюдается. Очевидно, это происходит, когда начальная скорость струи достаточно мала и силы плавучести доминируют над силами инерции, либо малы и те и другие. Результаты экспериментов со всплывающими струями, приведенные в (Озмидов, 1986), указывают на развитие процесса по второму сценарию. Компактные струи с разными величинами $\Delta\rho_0$ удавалось наблюдать на расстояниях от источника вплоть до 6 км, в частности на Балтийском море. Значит, окружающая вода не попадала в избытке на ось струи в точках равновесия. Но сам механизм, приводящий к отражению струи от соответствующего уровня, не совсем понятен, поскольку поверхность отражения (кроме поверхности водоема) не является для струи непроницаемой. Получается, что всплывающая струя либо проявляет свойство, аналогичное упругости, либо в точке равновесия возникает некий вариант локальной неустойчивости, либо действует механизм подобный формирующему гравитационные волны. Если последнее предпо-

ложение верно, то достаточно считать, что точка равновесия находится на поверхности водоема или на уровне $\Delta p = 0$ и далее меняет знак подобно w . Тогда формируется стационарная волна (не стоячая, а именно стационарная, поскольку стоячая волна связана с колебаниями изопотенциальной или ровной поверхности). Вообще, этот вопрос в рамках данной стационарной модели, по-видимому, не решается.

Но возникают и некоторые другие вопросы. Допустим, что источник струи направлен вертикально вверх и внешнего течения нет. Тогда величина $v_0^2 b_0^2 = 1 / \cos \theta_0$, которая близка к интегралу от энергии потока по площади трубы в точке выпуска, в соответствии с уравнением (2) обращается в бесконечность, что вообще невозможно. Ясно, что при этом отражение струи от поверхности равновесия сил будет происходить тоже по вертикали к источнику, поскольку в этом случае горизонтальное смещение струи может происходить только под влиянием внешнего потока. Но в системе уравнений (1)–(4) внешний поток отсутствует вообще. Кроме того, в непосредственной близости от источника образуется переходная зона, учет которой отсутствует в исходной системе уравнений. Однако в (Озмидов, 1986) на основе экспериментальных исследований показано, что в переходной зоне число Ричардсона не достигает критических значений, поэтому учет турбулентного сопротивления здесь не принципиален. Для подтверждения этого факта сошлемся на соответствующий раздел монографии (Лойцянский, 1978), в котором подробно исследуется и подчеркивается аналогия режимов формирования всплывающих в однородной жидкости турбулентной и ламинарной струй.

В документе, рекомендованном для практического использования в США (Muellenhoff et al., 1985), рассматриваются только струи, истекающие вертикально вверх. Приведенные в нем формулы для расчета разбавления и положения первой «точки равновесия», в которой струя прекращает подъем, вообще не содержат собственной продольной скорости в струе, за исключением скорости ее истечения, но содержат скорость внешнего потока. Они рекомендованы именно для океанских условий, но не содержат явно выраженного учета уплотнения при смешении, что в океанских условиях, как показано в (Журбас, 1977; Озмидов, 1986), весьма важно. Однако в этом документе излагается методика, позволяющая оценивать положение «точки равновесия» и разбавление в ней для многокомпонентных выпусков и даже для сложного случая частично налагающихся струй. Все эти методики основаны на эмпирических соотношениях и поэтому представляют прикладной интерес. Эффект уплотнения при смешении может учитываться в них неявным образом. Это зависит от условий экспериментов.

Рассмотрим нашу задачу в случае вертикального выпуска при тех же внешних условиях. При этом горизонтальное смещение струи происходит толь-

ко под влиянием внешнего потока постоянной скорости U . Согласно (Muellenhoff et al., 1985), ширина поперечного сечения струи при начальной скорости на срезе трубы V_0 , более чем в четыре раза превосходящей скорость внешнего течения, определяется по формуле:

$$b = 0.68 z. \quad (17)$$

При линейной зависимости $b(s)$ и постоянстве θ это означает, что, поскольку верхний предел отношения скоростей V_0/U для этой формулы не устанавливается, струя при вертикальном выпуске имеет предельный угол наклона к горизонту около 43° . Это, в свою очередь, означает, что струя до первой точки равновесия ведет себя в потоке, как длинное упругое тело положительной плавучести, закрепленное в точке выпуска, и ее внутренняя структура не зависит от внешнего потока. То есть внешний поток изменяет только угол наклона струи (в указанных пределах), но не влияет на ее внутреннюю структуру, поэтому выражение «жидкое тело струи», используемое в специальной литературе, имеет веские основания для существования. В большинстве случаев, встречающихся в практике, условие $V_0/U > 4$ выполняется. Но это условие действует только на указанном выше начальном отрезке струи и, очевидно, нарушается на большем удалении. Для рассматриваемых условий в (Muellenhoff et al., 1985) предлагается эмпирическая формула для расчета высоты положения первой точки равновесия:

$$Z = 1.85 [Q_0 \Delta \rho_0 / U \gamma]^{1/3}. \quad (18)$$

Как видим, в ней вообще нет ни скорости течения на оси струи, ни ширины ее поперечного сечения, но есть скорость внешнего потока, которой нет ни в одном из ранее приведенных нами соотношений. В нашем случае эта же величина без явного учета U оценивается на основании (16) как вертикальное смещение, преодолеваемое струей за время $t = \pi / 2 (AK)^{1/2}$, которое не зависит от $\Delta \rho_0$ (при нормировании $\Delta \rho$ на ρ_0) и совсем иначе, чем в (18), зависит от B_0 и от V_0 . Требуется каким-то образом ввести в систему (1)–(4) действие внешней силы, связанной с влиянием внешнего течения. Один из логически возможных вариантов учета U состоит в том, что горизонтальная скорость внутри струи при вертикальном ее выпуске может быть равна скорости внешнего течения U . Значит, $v \cos \theta = U = const$, и учет постоянной скорости внешнего потока при вертикальном выпуске струи приводит к тому, что при $v(s) \sim 1/(s+1)$ величина $\cos \theta \neq const$. Но выражение (17) противоречит этому. И если $\cos \theta = const$, то и $v = const$. Тогда выражения для аппроксимации $\Delta \rho$ тоже приводят к $|\Delta \rho| = const$, с чем трудно согласиться. Следовательно, $u \neq U$, и система (1)–(4) с учетом влияния внешнего потока не изменится. Струя, похоже, действительно ведет себя в потоке как закрепленное в начальной точке «жидкое тело» (почти жесткое). И какова мера этой «жесткости»?

А что происходит при $U < 4V_0$? На эти вопросы в рамках теории Фокса найти ответ не удастся. В научной литературе имеется ответ на вопрос о влиянии скорости внешнего течения и начальной разности плотностей струи и внешней жидкости на высоту положения первой точки равновесия над источником, полученный на основе данных экспериментов. В (Зац, 1975) высота положения первой точки равновесия при малых значениях $\Delta\rho_0$ определяется формулой

$$Z = 8.92 (1 - 0,67U^{0,6})(Q_0\Delta\rho / g^{1/2}\gamma^{3/2})^{1/4}, \quad (19)$$

а при больших $\Delta\rho_0$ – формулой

$$Z = 8.92(1 - 0,67U^{0,4})(Q_0\Delta\rho / g^{1/2}\gamma^{3/2})^{1/4}. \quad (20)$$

Никаких ограничений на U в данном случае не накладывается. И что значит малая или большая величина $\Delta\rho_0$?

В практических приложениях возникает много других вопросов. В частности, учет переменной по вертикали стратификации плотности, влияния взвеси и флокуляции на плотность сбрасываемой в море смеси и на внутреннюю динамическую структуру струи. Кроме того, в практических задачах существенной оказывается нестационарность процесса формирования струи. Поэтому для решения практических задач удобнее пользоваться численными методами.

Результатом данной работы можно считать еще одно подтверждение исключительной консервативности свойств вынужденных всплывающих струй. Именно такие свойства, при всех необходимых оговорках в отношении возможности подобного сравнения, демонстрируют естественные морские теплые струйные течения, такие как Гольфстрим, Куроисио, Сомалийское и другие.

Литература

- Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 760 с.
- Вульфсон А.Н., Бородин О.О. Конвективный режим развития напорно-плавучей нестационарной струи, затопленной в однородной жидкости // Водные ресурсы. 2000. Т. 27. № 6. С. 687–694.
- Журбас В.М. Траектории турбулентных струй примеси в устойчиво стратифицированной среде // Водные ресурсы. 1977. № 4. С. 165–172.
- Зац В.И. Об устойчивости затопления полей сточных вод в промежуточном слое стратифицированного моря // Водные ресурсы. 1975. № 1. С. 180–191.
- Ландау Л.Д., Лифшиц В.М. Теоретическая физика. Т. VI, Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 733 с.
- Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.

Немировский М.С. Влияние скоростей течений на начальное разбавление. Киев: Наукова думка, Биология моря, Республиканский межведомственный сборник. Вып. 41. 1977. С. 45–48.

Озмидов Р.В. Диффузия примесей в океане. М: Гидрометеиздат, 1986. 124 с.

Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М: Мир, 1977. 431 с.

Fox D.G. Forced plume in a stably stratified fluid // J. Geophys. Res. 1970. V. 75. No. 33. P. 6818–6835.

Muellenhoff W.F., Soldate F.M. et al. Initial mixing characteristics of municipal ocean discharges. Vol. 1, Procedures and applications // U.S. Environmental Protection Agency. Newport, Oregon. 1985. 90 p.

TO THE THEORY OF FORCED BUOYANT PLUME PRODUCED BY A SINGLE CONSTANT SOURCE BELOW WATER SURFACE

E.V. Borisov

Analysis of dynamics of forced buoyant plume produced by a single source of relatively light liquid situated below the surface of vertically stratified water is presented. The system of balance equations by Fox (*Zhurbas, 1977*), which is modification of well known system for buoyant plume in homogeneous stagnant water, is used for the analysis. The constancy of the plume angle of rise known from experimental results is proved analytically. Thus, the linear relation of the plume discharge rate and of its characteristic diameter on the distance from the source is also analytically proved without assuming small value of the buoyancy parameter. Some relations and conclusions followed from experimental results are also presented.



ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УРОВНЯ АЗОВСКОГО МОРЯ

Ю.Г. Филиппов

Государственный океанографический институт им. Н.Н. Зубова, Москва

Построены карты экстремальных характеристик ветровых колебаний уровня Азовского моря редкой повторяемости. Эти характеристики определены на основе гидродинамического моделирования сгонно-нагонных процессов и данных наблюдений о ветре над морем. Указаны конкретные величины экстремальных значений уровня для нескольких пунктов на побережье моря.

Штормовые ветры над Азовским морем чаще всего охватывают всю акваторию моря и вызывают опасные подъемы и спады уровня на его берегах. За год над морем наблюдается до 98 штормов (*Гидрометеорологический справочник...*, 1962). В зимний период скорости ветра больше, чем летом. Хотя динамические процессы в Азовском море достаточно хорошо изучены (*Гидрометеорология и гидрохимия...*, 1991), карт экстремальных характеристик ветровых колебаний уровня моря редкой повторяемости, необходимых для гидротехнического строительства, до настоящего времени не было. В данной работе такие карты построены на основе гидродинамического моделирования сгонно-нагонных процессов и современных данных о ветре над морем.

В качестве исходной системы уравнений гидродинамической модели Азовского моря использовалась система нелинейных уравнений мелкой воды. Конечноразностная аппроксимация задачи основывалась на полуразнесенной расчетной сетке (сетка *B* по классификации Аракавы). Система дифференциальных уравнений решалась посредством схемы расщепления, описанной в работе (Филиппов, 1995), с некоторыми дополнительными модификациями. Адвективные члены аппроксимируются явным образом по методу направленных разностей, член с параметром Кориолиса имеет второй порядок точности, а сомножители в нелинейном трении берутся на разных уровнях по времени, что делает расчетную схему более устойчивой.

Область расчета представлялась прямоугольником с шагом расчетной сетки 4' по широте и 3' по долготe. Глубины моря в узлах сетки определялись по навигационной карте. Южная граница области располагалась в Черном море в районе изобаты 1000 м. На этой границе ставилось условие свободного протекания.

Испытание модели проводилось по данным о приземном давлении, полученным из региональной модели Гидрометцентра России. Рассчитанные поля ветра имели дискретность 0.33° по широте и 0.25° по долготe; шаг по времени составлял 6 ч. Расчеты выполнялись для марта и апреля 1998 г. Результаты расчетов сравнивались со среднесуточными данными по уровню моря в пунктах, расположенных на российской части побережья Азовского моря и представленных в Ежегодных данных по гидрометеорологическому состоянию моря. В этих расчетах среднее абсолютное отклонение полученных значений уровня от наблюдений по трем пунктам (Приморско-Ахтарск, Ейск и Таганрог) составило 10.3 см.

В расчетах для построения карт экстремальных уровней моря редкой повторяемости использовались поля ветра, оцениваемые по полям атмосферного давления за 15 лет в период 1992–2006 гг. Дискретность ветровых данных по времени и пространству – такая же, как в указанных выше испытательных расчетах. Стратификация атмосферы при расчете ветра по полю атмосферного давления принималась равновесной или слабо неустойчивой (Соркина, 1958).

Для определения ледовой обстановки в Азовском море за рассматриваемый период использовались обобщенные данные с искусственных спутников Земли серии NOAA и карты распределения льда в умеренные и мягкие зимы (суровых зим в этот период не было; см. таблицу), представленные в работе (Фомичева, 1986).

Таблица

Типы зим в районе Азовского моря за период 1992–2007 гг.
по данным работы (Боровская и др., 2008)

Период	Тип зимы	Период	Тип зимы
1992–1993	М	2000–2001	М
1993–1994	У	2001–2002	У
1994–1995	М	2002–2003	У
1995–1996	У	2003–2004	М
1996–1997	У	2004–2005	М
1997–1998	У	2005–2006	У
1998–1999	М	2006–2007	М
1999–2000	М		

Примечание. М – мягкая зима, У – умеренная зима.

При расчетах в периоды, когда в каком-либо районе моря был сплоченный и сплошной лед (9–10 баллов), ветер над этим районом отключался. Такие условия наблюдаются, согласно (Фомичева, 1986), в январе, феврале и частично в марте в умеренную зиму.

Функции распределения экстремальных уровней определялись отдельно для нагонов (положительные отклонения уровня) и сгонов (отрицательные отклонения уровня). Для получения этих функций использовался метод В. Лангбейна (Герман и др., 1981), который позволяет рассчитать длительность периода повторяемости T (в годах) по выборке, составленной из годовых максимумов уровня в каждой точке моря. Период повторяемости T_i для каждой i -й градации уровня вычисляется по формуле

$$T_i = 1 / (1 - e^{-m_i / N}).$$

Здесь N – число лет наблюдений; m_i – число значений уровня, превышающих уровень i -й градации (отсчитываемый от невозмущенной поверхности моря): $m = n^h \Phi_i^h$ для нагонов и $m = n^c \Phi_i^c$ для сгонов, где n^h и n^c – число случаев нагонов и сгонов соответственно; Φ_i^h и Φ_i^c – выраженные в долях единицы соответствующие обеспеченности, определяемые отдельно для нагонов и сгонов.

На рис. 1 приводится пример графика распределения максимальных годовых высот уровня редкой повторяемости.

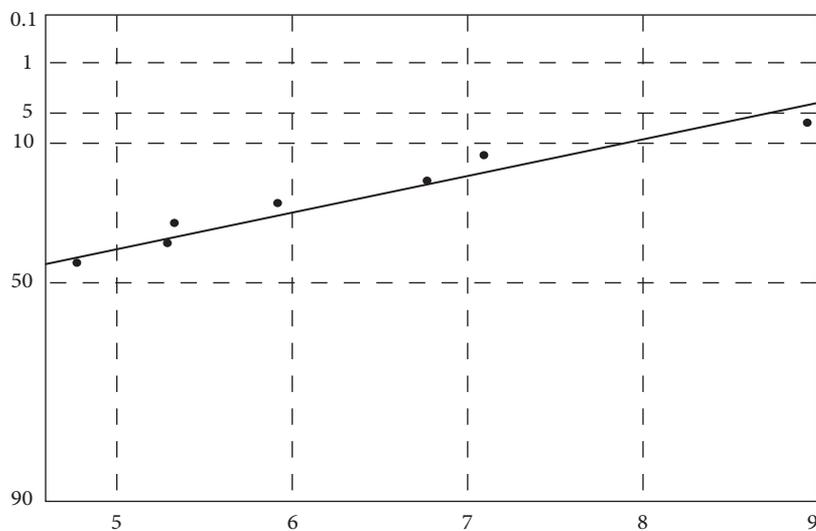


Рис. 1. График обеспеченности максимальных годовых высот уровня редкой повторяемости для района Темрюка. По оси ординат здесь отложена вероятность превышения годовых максимумов (%), по оси абсцисс – экстремальные превышения уровня моря (дм).

В соответствии с представленными на этом графике результатами расчетов, наибольший уровень моря в районе Темрюка, возможный один раз в 10 лет, составляет 78 см, один раз в 25 лет – 85 см, один раз в 50 лет – 97 см, один раз в 100 лет – 110 см. Аналогичные расчеты для Приморско-Ахтарска показали соответственно 110, 120, 130 и 140 см, для Таганрога – 135, 142, 150 и 160 см, Геническа – 200, 203, 210 и 220 см, Ейска – 95, 107, 115, 120 см.

Примеры карт экстремальных значений уровня приводятся на рис. 2.

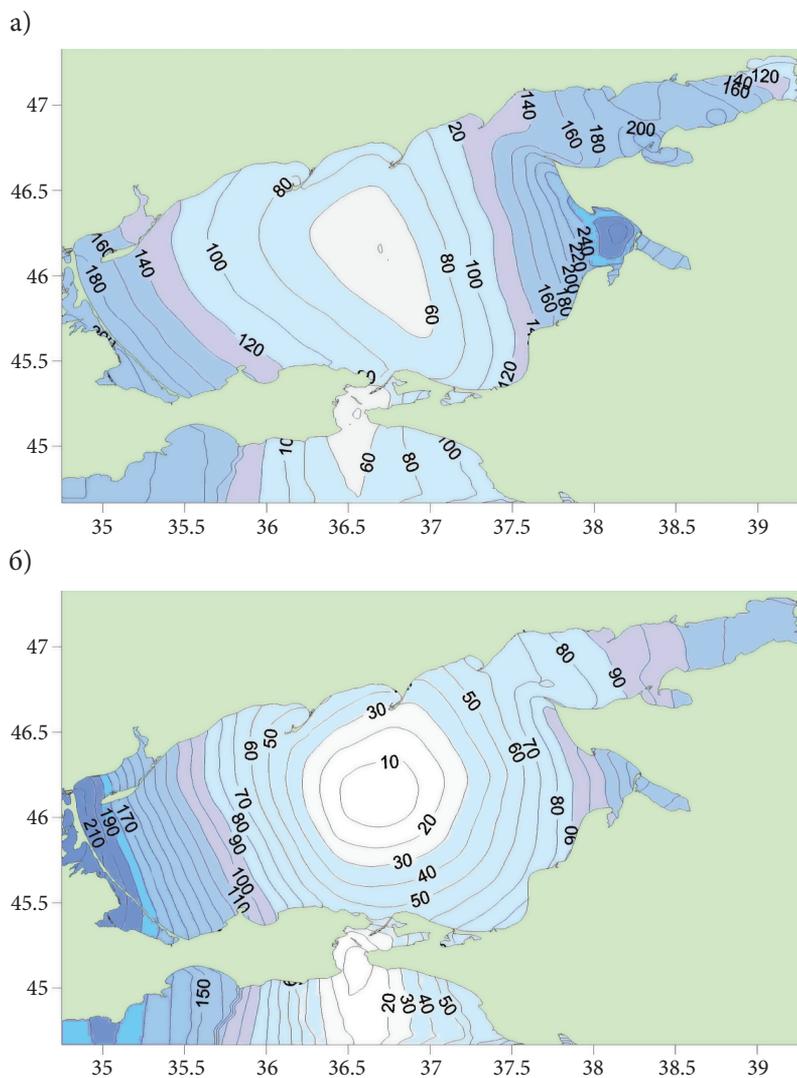


Рис. 2. Величины сгонного понижения (а) и нагонного повышения (б) уровня Азовского моря (см), возможные один раз в 10 лет.

На картах рис. 2 видно, что в восточной части моря величины сгонного понижения уровня редкой повторяемости превышают соответствующие величины нагонного повышения уровня. Этот факт отмечается и в наблюдениях за уровнем и объясняется тем, что в течение года, кроме трех летних месяцев, наибольшая повторяемость приходится на штормы восточных и северо-восточных направлений.

Следует заметить, что реальный подъем уровня у отлогого берега может быть обусловлен еще и волновым нагоном, образующимся в результате обрушения ветровых волн и волн зыби в узкой прибойной зоне, что не определяется в рамках данной задачи. Поэтому полученные результаты могут несколько отличаться от наблюдаемых величин уровня непосредственно на побережье, например в глубине воронкообразного узкого залива.

Литература

Боровская Р.В., Ломакин П.Д., Панов Б.Н., Спиридонова Е.О. Современное состояние ледовых условий в Азовском море и Керченском проливе на базе спутниковой информации / Препринт МГИ, Севастополь. 2008. 42 с.

Герман В.Х., Рыбак Б.Х., Филиппов Ю.Г. Расчет режимно-статистических характеристик колебаний уровня в шельфовой зоне моря // Тр. ГОИН. 1981. Вып. 156. С. 41–49.

Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Проект «Моря СССР». Т. V. Азовское море. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 236 с.

Гидрометеорологический справочник Азовского моря. Л.: Гидрометеиздат, 1962. 855 с.

Соркина А.И. Построение карт ветровых полей для морей и океанов. М.: Гидрометеиздат, 1958. 75 с.

Филиппов Ю.Г. Гидродинамические расчеты нагонов на восточном побережье Северного Каспия // Труды ГОИН. 1995. Юбилейный вып. 2. С.147–154.

Фомичева Л.А. Льды в Азовском море // Труды ГОИН. 1986. Вып. 168. С. 3–10.

EXTREME CHARACTERISTICS OF THE AZOV SEA LEVEL

Yu.G. Filippov

The maps are constructed of extreme characteristics for the wind driven sea level variations with rare recurrence rate in the Azov Sea. These characteristics were determined basing on hydrodynamic modeling and wind speed observations over the sea. The specific sea level extreme values are given for certain points at the sea coast.



ФОТОМАТЕРИАЛЫ

ПРОЛЕТАРИИ ВСЕХ СТРАН СОЕДИНЯЙТЕСЬ!

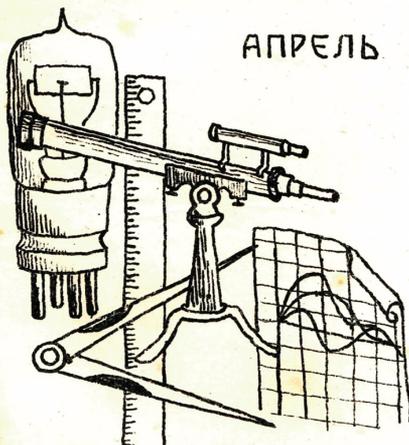
САРАТОВСКИЙ ИМ. Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО УНИВЕРСИТЕТ.

ЖУРНАЛ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА

№ 3

АПРЕЛЬ 1929 г.



ИЗДАНИЕ ФИЗ.-МАТ. КРУЖКА ПРИ ПЕДФАКЕ.

РЕДАКЦИОННАЯ
КОЛЛЕГИЯ

Члены

Отв. редактор В.Д. ЕГЕР
Секретарь Г. СОЛОНОВ
ЧЕРНОМАШЕНЦЕВ, ЛИНЕЙКИН
ПРОХОРОВ, ПАВЛЮЧУК

Обложка одного из номеров журнала студенческого физико-математического кружка Саратовского государственного университета за 1929 г. и состав его редакционной коллегии

ВВЕДЕНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ
НЬЮТОНА МЕТОДОМ ИНДУКЦИИ.

Составляю таблицу значений ф-ции для значений аргумента, 1-ых 2-ых . . . n-ых равностей ее

a		f(a)	f'(a+ $\frac{1}{2}$)					
a+1		f(a+1)	f''(a+1)					
a+2		f(a+2)	f'(a+ $\frac{3}{2}$)	f''(a+2)	f'''(a+ $\frac{3}{2}$)	...	f^{n-1}(a+ $\frac{n-1}{2}$)	
a+3		f(a+3)	f'(a+ $\frac{5}{2}$)	f''(a+3)	f'''(a+ $\frac{5}{2}$)	...	f^{n-1}(a+ $\frac{n+1}{2}$)	
a+n-1		f(a+n-1)	f'(a+n- $\frac{1}{2}$)	f''(a+n-1)	f'''(a+n- $\frac{1}{2}$)	...	f^{n-1}(a+n- $\frac{1}{2}$)	
a+n		f(a+n)	f'(a+n+ $\frac{1}{2}$)	f''(a+n)	f'''(a+n+ $\frac{1}{2}$)	...	f^{n-1}(a+n+ $\frac{1}{2}$)	

8

казанной формулы Ньютона достаточно убедиться в ее верности для простейших

Непосредственно имеем для n=1, f(a+1) = f(a) + f'(a+ $\frac{1}{2}$);
 для n=2: f(a+2) = f(a+1) + f'(a+ $\frac{3}{2}$) = f(a+1) + f'(a+ $\frac{1}{2}$) + f''(a+1) = f(a) + 2f'(a+ $\frac{1}{2}$) + f''(a+1).

для n=3: f(a+3) = f(a+2) + f'(a+ $\frac{5}{2}$) = f(a+2) + f'(a+ $\frac{3}{2}$) + f''(a+2) = f(a) + 3f'(a+ $\frac{1}{2}$) + 3f''(a+1) + f'''(a+ $\frac{3}{2}$).

что согласно и с формулой Ньютона

Может возникнуть сомнение в пригодности этого метода, ибо при интерполяции вычисляются значения ф-ции внутри данного интервала, так что n обычно бывает дробным.

Но дело в том, что величина интервалов в таблице принята за 1, входила только символическое обозначение. При внимательном чтении ясно, что ход рассуждений совершенно не изменится если взять интервалы неравные, чего мы для простоты не сделали сначала. А раз интервалы могут быть какими угодно, то можно, выбирая дробную длину хотя бы одного интервала, оперировать, исключительно с целыми n. Благодаря этому общность рассуждений не нарушается и доказательство остается в силе. Совершенно также можно вывести формулу

$$f^n(a+\frac{n}{2}) = f(a+n) - \frac{n}{1} f'(a+n-1) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} f''(a+n-2) - \dots + (-1)^n f^n(a)$$

что я и предоставляю читателю.

П. ЛИНЕЙКИН

Фрагмент заметки П. Линейкина в журнале физико-математического кружка за апрель 1929 г.



Леонид Николаевич Сретенский (1902–1973) – научный руководитель П.С. Линейкина в период его обучения в аспирантуре Научно-исследовательского Геофизического института

Программа лекций аспиранта Линейкина П.С.
за время с 1 окт. 1933 по 1 окт. 1935

I год лекций (с 1^{го} 1933 по 1^{го} 1934) охватывает следующие предметы: гидродинамика идеальной жидкости с теорией поверхностей Ватса; аэродинамика; теория эллиптических функций и функций Бесселя; дифф. уравн. нелинейной функции с теорией потемизации.

По этим предметам рекомендуются след. литература:

I Гидродинамика
 H. Lamb, Hydrodynamics no. 1-VI, IX
 * H. Villat, Leçons sur l'hydrodynamique
 * H. Villat, Leçons sur la théorie des tourbillons
 Н. Фурковетт - Введенческие методы Кирхгоффа
 Осн. функциональные уравн. по соответствующим вопросам

II Теория Аэродинамики
 В.В. Галушкин - Теория крыла аэроплана в проф. парале.
 ном. др. идеальной жидк. и э. функции в ЛА Захаровича

III Теория Эллиптических функций
 Appell et Lacour - Théorie des fonctions elliptiques

IV Теория функций Бесселя
 * Gray and Mathews - A treatise on Bessel Functions

Ноябрь 1933 /Л. Сретенский/

Первая страница программы занятий аспиранта Линейкина П.С., написанной в ноябре 1933 г. рукой его научного руководителя – Л.Н. Сретенского



Николай Николаевич Зубов (1885–1960) – директор Государственного океанографического института – ГОИНа (1944–1948). По его приглашению П.С. Линейкин в 1946 г. приступил к работе в ГОИНе, где впоследствии в разные годы возглавлял отделение физики атмосферы, отделение термики моря, отдел физики моря, отдел уровня и течений. Ныне ГОИН носит имя Н.Н. Зубова



П.С. Линейкин в период работы в Государственном океанографическом институте (конец 1940-х гг.)



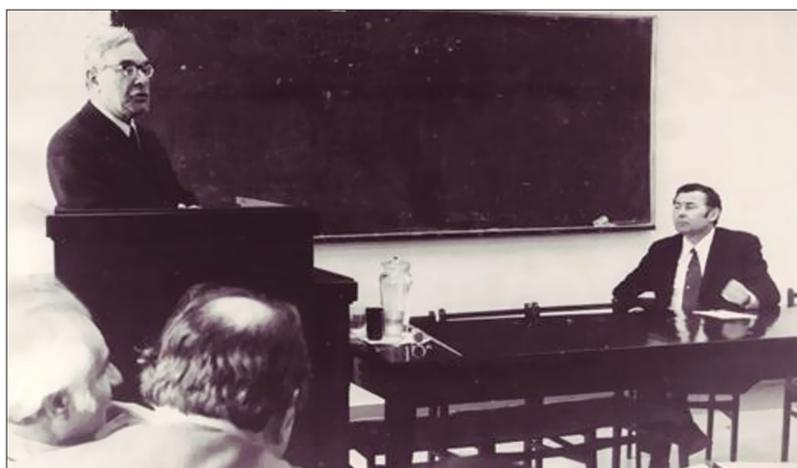
Виктор Антонович Бугаев (1908–1974) – директор Гидрометцентра СССР (1965–1973). В 1967 г. по его приглашению П.С. Линейкин возглавил лабораторию динамики моря, созданную при отделе морских прогнозов



Анатолий Иванович Каракаш (1910–1991) – начальник отдела исследований по морским гидрологическим прогнозам, в состав которого с 1970 г. входила лаборатория динамики моря, возглавлявшаяся П.С. Линейкиным



Участники симпозиума по оптимизации в Вычислительном центре СО АН СССР (март 1975 г.). Слева направо сидят: Л.Н. Гутман, Р.В. Озмидов, С.С. Зилитинкевич, П.С. Линейкин, Г.И. Марчук, А.С. Саркисян, В.П. Кочергин, О.Ф. Васильев; стоят: Б.А. Каган, В.Б. Залесный, Ю.А. Иванов, В.И. Кузин, В.П. Дымников, В.А. Сухоруков, А.В. Протасов, Г.С. Ривин, В.И. Климок, Н.Б. Шапиро, В.Ф. Козлов, В.В. Пененко, А.А. Корзадзе, А.В. Щербаков, М.А. Бубнов, Е.А. Цветова



Выступление П.С. Линейкина в Вычислительном центре СО АН СССР в марте 1975 г. Председательствует – Г.И. Марчук



П.С. Линейкин и С.С. Зилитинкевич в кулуарах симпозиума в Вычислительном центре СО АН СССР в марте 1975 г.



В зале заседаний симпозиума в Вычислительном центре СО АН СССР в марте 1975 г.



В конференц-зале Гидрометцентра СССР (конец 1970-х гг.)

Сборник статей

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИКИ
ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ**

Подписано в печать 15.03.10. Формат 70×100 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 25. Тираж 500 экз.

Заказ № 018.

Типография «Триада, лтд»,
125130, Москва, ул. Клары Цеткин, д. 33.