

Особенности неравновесного критического поведения модельных статистических систем и методы их описания

В.В. Прудников, П.В. Прудников, М.В. Мамонова

Представлено описание особенностей неравновесного критического поведения макроскопических систем, далёких от состояния равновесия, и изложены современные методы их описания применительно к некоторым модельным статистическим системам, таким как трёхмерная модель Изинга и двумерная XY-модель. Рассматриваются процессы критической релаксации однородных и структурно неупорядоченных систем, подверженных влиянию аномально сильных флуктуационных эффектов, сопровождающих процессы упорядочения в твёрдых телах при фазовых переходах второго рода. Интерес к исследованию подобных систем обусловлен предсказываемыми и наблюдаемыми в них свойствами старения при медленной эволюции систем из неравновесного начального состояния и нарушениями флуктуационно-диссипативной теоремы. Показано, что данные особенности неравновесного поведения проявляются в свойствах магнитных сверхструктур, состоящих из чередующихся магнитных и немагнитных слоёв наномасштабной толщины, причём не только вблизи критической температуры T_c ферромагнитного упорядочения в плёнках, но и в широком температурном интервале с $T \leq T_c$.

Ключевые слова: фазовые переходы и критические явления, неравновесное поведение, системы с медленной динамикой, неупорядоченные системы, эффекты старения, флуктуационно-диссипативное отношение, мультислойные магнитные структуры, моделирование методами Монте-Карло

PACS numbers: 64.60.ae, 64.60.Cn, 64.60.Ht

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.02.038067>

Содержание

1. Введение (817).
2. Основные понятия и модельные представления теории неравновесного поведения (819).
 - 2.1. Неравновесная критическая динамика систем при эволюции из высокотемпературного начального состояния.
 - 2.2. Неравновесная критическая динамика систем при эволюции из низкотемпературного начального состояния.
3. Исследование эффектов старения и нарушения флуктуационно-диссипативной теоремы в поведении "чистой" трёхмерной модели Изинга (827).
4. Влияние дефектов структуры на свойства неравновесного критического поведения трёхмерной модели Изинга (831).
 - 4.1. Эволюция из начального высокотемпературного состояния.
 - 4.2. Эволюция из начального низкотемпературного состояния. Эффекты сверхстарения.
5. Наблюдение эффектов памяти в неравновесном поведении трёхмерной модели Изинга (843).
6. Исследование эффектов старения в двумерной XY-модели (844).
 - 6.1. Эволюция из высокотемпературного начального состояния.
 - 6.2. Эволюция из низкотемпературного начального состояния. Эффекты сверхстарения.

7. Эффекты старения в неравновесном поведении мультислойных структур (850).
 8. Заключение (852).
- Список литературы (854).

1. Введение

В последние годы исследование систем, характеризующихся медленной динамикой, вызывает значительный интерес как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения [1–4]. Это обусловлено предсказываемыми и наблюдаемыми при медленной эволюции систем из неравновесного начального состояния свойствами старения, характеризующимися нарушениями флуктуационно-диссипативной теоремы. Хорошо известными примерами подобных систем с медленной динамикой и эффектами старения являются такие комплексные неупорядоченные системы, как спиновые стёкла [5–7]. В качестве примера на рис. 1 представлены экспериментально выявленные эффекты старения для спинового стекла $Ag_{0,973}Mn_{0,027}$. Однако такие особенности неравновесного поведения, как показали различные аналитические и численные исследования [8–11], могут наблюдаться и в системах, испытывающих фазовые переходы второго рода, так как их критическая динамика характеризуется аномально большими временами релаксации. Отметим, что введённое ранее для спиновых стёкол флуктуационно-диссипативное отношение, связывающее двухвременную спиновую функцию отклика и двухвременную корреляционную функцию и обобщающее флуктуационно-диссипативную теорему для случая неравновес-

В.В. Прудников, П.В. Прудников, М.В. Мамонова.
Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
просп. Мира 55А, 644077 Омск, Российская Федерация
E-mail: prudnikov@univer.omsk.su

Статья поступила 14 сентября 2016 г.

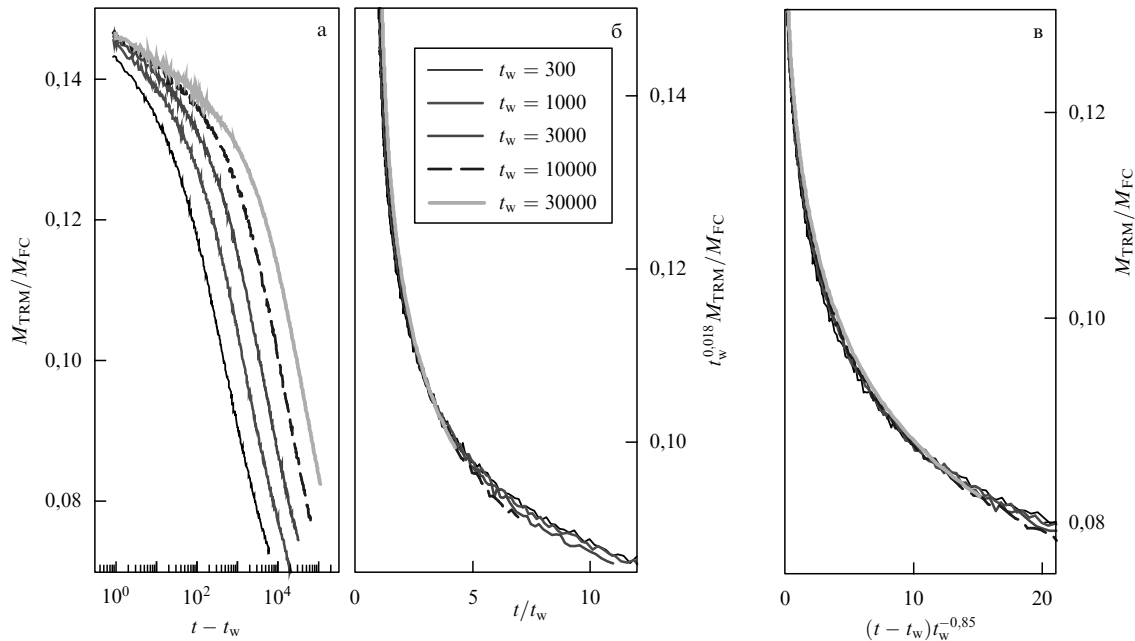


Рис. 1. (а) Эффекты старения, выявленные в двухвременной зависимости термоостаточной намагниченности M_{TRM} от времени наблюдения $t - t_w$ и времени ожидания t_w в спиновом стекле $Ag_{0,973}Mn_{0,027}$ при температуре $T = 0,87 T_c$ при эволюции из высокотемпературного начального состояния. Времена измерения M_{FC} — намагниченность, измеренная при переходе системы из парамагнитного состояния в спин-стекольное при охлаждении системы в слабом постоянном магнитном поле, T_c — температура фазового перехода в спин-стекольную фазу. Результаты проверки выполнения двух возможных скейлинговых форм: канонического старения (б) и субстарения (в), для функции $M_{TRM}/M_{FC}(t - t_w, t_w)$, демонстрирующие характерный "коллапс" значений на универсальной кривой для различных t_w . (По данным М. Ocio, J. Hammann, E. Vincent, заимствованным из работы [2].)

ного поведения, оказывается новой универсальной характеристикой критического поведения различных систем [8].

Несомненно, является важным то, что обнаруженные к настоящему времени особенности неравновесной критической динамики могут служить основой для адекватной интерпретации экспериментальных данных, полученных для мультислойных структур Fe/Cr [12] и Co/Cr [13]. Так, в недавней работе [12] выявлено неэргодическое поведение мультислойной структуры Fe/Cr на основе периодического сочетания ультратонких ферромагнитных плёнок железа с немагнитными плёнками хрома с зависимостью намагниченности образца от его магнитной предыстории.

В работе [13] исследования релаксации намагниченности выявили в магнитной сверхструктуре на основе Co/Cr эффекты магнитного старения. Наномасштабная периодичность создаёт в этих магнитных мультислойных структурах мезоскопические эффекты пространственной спиновой корреляции с медленной релаксационной динамикой намагниченности при замораживании системы в неравновесном состоянии. В отличие от объёмных магнитных систем, в которых медленная динамика и эффекты старения проявляются вблизи критической точки, магнитные сверхструктуры с наномасштабной периодичностью дают возможность увеличить время релаксации за счёт эффектов, связанных с увеличенной в этих структурах характеристической корреляционной длиной спин-спиновых корреляций. По этой причине эффекты старения и неэргодичности могут наблюдаться в мультислойных магнитных структурах в более широком температурном интервале, чем в объёмных магнитных системах.

В настоящем обзоре рассматриваются результаты теоретического ренормгруппового и численного исследования, которые были получены в последнее время для таких универсальных величин, как флуктуационно-диссипативное отношение, критические показатели, характеризующие неравновесную критическую динамику различных статистических моделей. Особое внимание будет уделено оригинальным результатам авторов обзора по компьютерному моделированию трёхмерной модели Изинга и двумерной XY-модели. Будут представлены результаты численного исследования методами Монте-Карло (МК) особенностей влияния дефектов структуры на характеристики неравновесного критического поведения данных спиновых систем. Изучение релаксационной динамики подобных систем, с одной стороны, проводить значительно легче, чем таких сложных неупорядоченных систем, как спиновые стёкла, а с другой стороны, эти системы на неравновесном этапе критической эволюции демонстрируют эффекты старения, аналогичные таковым в спиновых стёклах, и отклонение предельной величины флуктуационно-диссипативного отношения как показателя неравновесности системы от единицы.

Ренормгрупповые [14, 15], численные [16–19] и экспериментальные [20] методы исследования критической динамики структурно неупорядоченных систем позволили к настоящему времени однозначно установить, что присутствие в системах как некоррелированных дефектов структуры, так и дефектов с эффектами дальнедействующей корреляции приводит к новым типам критического поведения и заметному усилению эффектов критического замедления по сравнению с таковыми в "чистых" системах. В связи с этим особенности неравно-

весного поведения, такие как эффекты старения, несомненно, должны найти более яркое проявление в структурно неупорядоченных системах с новыми универсальными значениями флуктуационно-диссипативного отношения.

Ренормгрупповые расчёты флуктуационно-диссипативного отношения, проведённые в работах [21, 22] в рамках метода ϵ -разложения для диссипативной модели с несохраняющимся параметром порядка в низших порядках теории, показали, что сложности выделения флуктуационных поправок в двухвременных зависимостях для корреляционной функции и функции отклика не позволяют пока с достаточной убедительностью выявить характер влияния дефектов на относительное соответствие значений предельного флуктуационно-диссипативного отношения для структурно неупорядоченной и "чистой" моделей Изинга. Представленные в обзоре численные исследования методом Монте-Карло, непerturbативные по своей основе, позволяют более однозначно ответить на этот вопрос и выделить влияние дефектов структуры на эффекты старения и значения флуктуационно-диссипативного отношения в неравновесном критическом поведении трёхмерной модели Изинга и двумерной XY-модели.

В обзоре также представлены полученные нами результаты [23] численного исследования неравновесного поведения и эффектов старения в мультислойных магнитных структурах, состоящих из ферромагнитных плёнок, разделённых слоем немагнитного металла. Выявленные при моделировании методами Монте-Карло особенности поведения данных структур позволяют не только обосновать экспериментально обнаруженные в магнитной сверхструктуре Co/Cr [13] эффекты магнитного старения, проявляющиеся в релаксации термооста- точной намагниченности, но и выявить эффекты старения в неравновесном поведении автокорреляционной функции при эволюции системы из различных начальных состояний. Показано, что эффекты старения в мультислойных магнитных структурах проявляются в широком температурном интервале, а не только вблизи критической температуры, как в случае объёмных систем. Существование таких неравновесных эффектов, несомненно, надо учитывать при практическом применении мультислойных магнитных наноструктур в качестве приборов спинтроники с эффектом гигантского магнитного сопротивления.

2. Основные понятия и модельные представления теории неравновесного поведения

Эффекты старения, проявляющиеся на неравновесном этапе релаксации системы с медленной динамикой, характеризуются существованием двухвременных зависимостей для таких функций, как корреляционная функция и функция отклика от времени ожидания t_w и времени наблюдения $t - t_w$. Значение t_w определяется временем, прошедшим с момента приготовления образца до начала измерения его характеристик. В течение $t - t_w \ll t_{rel}$, где t_{rel} — время релаксации системы, во временном поведении системы проявляется влияние начальных состояний системы и эффектов старения, характеризующихся как нарушением трансляционной симметрии системы во времени, так и замедлением релакса-

ционных и корреляционных процессов с увеличением "возраста" образца t_w .

Предполагается, что неравновесное поведение системы реализуется путём её перевода в начальный момент $t = 0$ из равновесного состояния при температуре T_0 в состояние при температуре T_s , не равной температуре T_0 . Возникающий в системе процесс установления равновесия характеризуется временем релаксации $t_{rel}(T_s)$ и на временах $t \gg t_{rel}(T_s)$ достигается состояние равновесия, соответствующее температуре T_s , и динамика системы оказывается стационарной и инвариантной относительно обращения времени. Однако на временах $0 < t \ll t_{rel}(T_s)$ эволюция системы зависит от её начального состояния. В связи с этим выделяют неравновесное поведение систем с эволюцией из высокотемпературного ($T_0 > T_s$) и низкотемпературного ($T_0 < T_s$) начальных состояний.

При температурах, близких к температуре T_c фазового перехода второго рода, время релаксации системы t_{rel} является расходящейся величиной: $t_{rel} \sim |T - T_c|^{-z\nu}$, где z и ν — соответственно динамический критический индекс и индекс корреляционной длины. Поэтому в критической точке система не достигает равновесия в течение всего релаксационного процесса и при $T_s \simeq T_c$ на временах $t \ll t_{rel}$ ожидается проявление эффектов старения в двухвременной зависимости для корреляционной функции $C(t, t_w)$ и функции отклика на внешнее возмущение $R(t, t_w)$.

Для спиновой системы, характеризуемой спиновой плотностью $S(x, t)$, временная корреляционная функция определяется выражением

$$C(t, t_w) = \frac{1}{V} \int \langle S(x, t) S(x, t_w) \rangle d^d x - \frac{1}{V} \int \langle S(x, t) \rangle \langle S(x, t_w) \rangle d^d x, \quad (1)$$

а функция отклика на малое внешнее магнитное поле $h(x, t)$, прикладываемое к системе в момент t_w , — соотношением

$$R(t, t_w) = \frac{1}{V} \int d^d x \left. \frac{\delta \langle S(x, t) \rangle}{\delta h(x, t_w)} \right|_{h=0}. \quad (2)$$

В (1), (2) d — размерность пространства, \mathbf{x} — d -мерный радиус-вектор. В соответствии с принципом причинности $R(t, t_w > t) = 0$.

Согласно общим представлениям о релаксационном процессе ожидается, что для времён $t > t_w \gg t_{rel}(T_s)$ справедливы равенства $C(t, t_w) = C^{eq}(t - t_w)$ и $R(t, t_w) = R^{eq}(t - t_w)$, где C^{eq} и R^{eq} — величины, соответствующие состоянию равновесия. Флуктуационно-диссипативная теорема (ФДТ) устанавливает связь между спектром флуктуаций физических величин в равновесной диссипативной среде и её обобщёнными восприимчивостями, т.е. параметрами, характеризующими её реакцию на внешнее воздействие.

Главной особенностью неравновесного поведения систем с медленной динамикой является нарушение трансляционной инвариантности во времени вследствие долговременного влияния неравновесных начальных состояний таких систем. Это проявляется прежде всего в двухвременных характеристиках системы, таких как корреляционные функции и функции отклика.

Таблица 1. Значения предельного ФДО X^∞ для систем с высокотемпературным начальным состоянием с $m_0 \ll 1$

Модель	Решение	X^∞			Литература
		$T_s < T_c$	$T_s = T_c$	$T_s > T_c$	
Свободное гауссово поле	Точное	—	1/2	1	[28]
d -мерная сферическая модель	Точное	0	$1 - 2/d$	1	[27]
Одномерная модель Изинга	Точное	—	1/2	1	[29]
Двумерная модель Изинга	МК		0,26(1)		[27]
	МК		0,340(5)		[30]
	МК		0,330(5)		[31, 32]
Двумерная модель Поттса с $q = 3$ спиновыми состояниями	МК		0,406(1)		[31, 32]
Двумерная модель Поттса с $q = 4$ спиновыми состояниями	МК		0,459(8)		[31, 32]
Трёхмерная модель Изинга	МК	0	$\approx 0,40^*$		[27]
Трёхмерная XY-модель	МК	0	0,43		[33]

* Значение $X^\infty \approx 0,40$ анонсировано в статье [27] как результат предварительных численных исследований трёхмерной модели Изинга без демонстрации полученных данных как в самой работе [27], так и в последующих публикациях.

Кроме эффектов старения неравновесное поведение систем с медленной динамикой характеризуется нарушением ФДТ [1–4, 8], на применении следствий которой построены теоретические основы различных экспериментальных методов по рассеянию и поглощению излучения веществом. В состоянии равновесия ФДТ устанавливает связь корреляционной функции с сопряжённой ей линейной функцией отклика:

$$R^{\text{eq}}(t - t_w) = \frac{1}{T_s} \frac{dC^{\text{eq}}(t - t_w)}{dt_w}. \quad (3)$$

При неравновесном поведении систем с $t, t_w \ll t_{\text{rel}}$ обобщение ФДТ принимает вид

$$R(t, t_w) = \frac{X(t, t_w)}{T_s} \frac{\partial C(t, t_w)}{\partial t_w}, \quad (4)$$

где введена величина $X(t, t_w)$ — флуктуационно-диссипативное отношение (ФДО),

$$X(t, t_w) = \frac{T_s R(t, t_w)}{\partial_{t_w} C(t, t_w)}, \quad (5)$$

с $t > t_w$ как мера нарушения ФДТ. В равновесном состоянии ФДТ устанавливает, что $X(t > t_w \gg t_{\text{rel}}) = 1$. Предельное значение ФДО

$$X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X(t, t_w) \quad (6)$$

может быть использовано в качестве универсальной характеристики неравновесного поведения систем с медленной динамикой. Более того, значение $X^\infty \neq 1$ может служить указанием на неравновесное поведение в системе. Величина X^∞ может также использоваться для определения эффективной неравновесной температуры $T_{\text{eff}} = T/X^\infty$, которая обладает рядом свойств температуры равновесной системы, т.е. характеризует направление тепловых потоков в системе и служит критерием её термализации [24].

Выясним общие свойства величины X^∞ и её зависимость от температуры замораживания T_s системы. Так, для состояний системы с температурой $T_s > T_c$ устанавливается как следствие ФДТ, что $X^\infty(T_s > T_c) = 1$.

С другой стороны, на основе общих скейлинговых аргументов в работе [25] показано, что для низкотемпературной упорядоченной фазы с $T_s < T_c$ величина $X^\infty(T_s < T_c) = 0$. Ожидается, что эти результаты не зависят от специфических свойств отдельных систем. Однако в случае $T_s = T_c$ не существует общих аргументов, устанавливающих значение $X^\infty(T_c)$, поэтому оно должно определяться для каждой отдельной статистической модели. В таблице 1 приведены значения X^∞ для ряда статистических моделей, которые были определены или в результате точных решений, или при численных исследованиях методами Монте-Карло (более полная таблица для X^∞ дана в работе [26]).

Из таблицы 1 видно, что $X^\infty(T_s = T_c)$ зависит от специфических свойств модели и её пространственной размерности d . Тем не менее в работах [25, 27] на основе скейлинговых аргументов утверждается, что при критической температуре предельное ФДО $X^\infty(T_s = T_c)$ должно быть универсальной величиной, связанной с классом универсальности критической динамики модели.

2.1. Неравновесная критическая динамика систем при эволюции из высокотемпературного начального состояния

2.1.1. Скейлинговые формы для двухвременных зависимостей автокорреляционной функции и функции отклика. В настоящее время хорошо известно, что двухвременные зависимости для автокорреляционной функции и функции отклика при релаксации системы из высокотемпературного начального состояния с $m_0 = 0$ (или $m_0 \ll 1$) удовлетворяют следующим скейлинговым формам:

$$C(t, t_w) = A_C (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w}\right)^{\theta-1} f_C\left(\frac{t_w}{t}\right), \quad (7)$$

$$R(t, t_w) = A_R (t - t_w)^{a-d/z} \left(\frac{t}{t_w}\right)^\theta f_R\left(\frac{t_w}{t}\right),$$

где функции $f_C(t_w/t)$ и $f_R(t_w/t)$ являются конечными для $t_w \rightarrow 0$, $a = (2 - \eta - z)/z$, $\theta = \theta' - (2 - z - \eta)/z$, θ' — критический индекс, характеризующий начальное возмущение намагниченности [34]. A_R и A_C — неунивер-

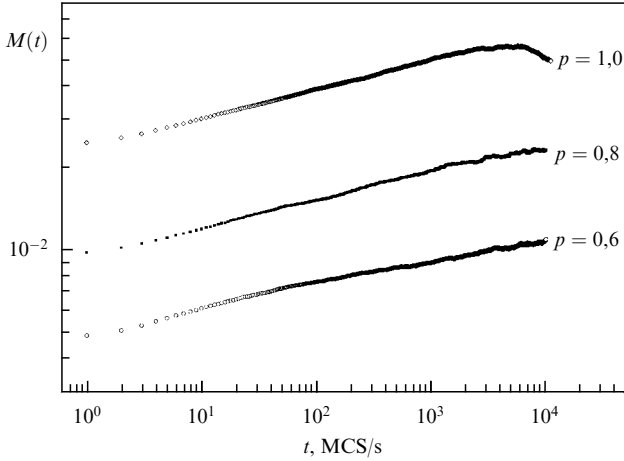


Рис. 2. Временная зависимость намагниченности $M(t)$ на неравновесном этапе эволюции трёхмерной модели Изинга для различных спиновых концентраций p при соответствующих критических температурах. MCS/s (Monte Carlo steps per spin) — число шагов Монте-Карло на спин.

сальные амплитуды, значения которых фиксируются условиями $f_{R,C}(0) = 1$. При этих нормировочных условиях функции $f_{R,C}$ приобретают универсальные свойства. Из данных скейлинговых форм следует универсальность величины X^∞ как выражающейся через отношение амплитуд $X^\infty = A_R/[(1-\theta)A_C]$ [25–27].

Одним из необычных свойств неравновесного критического поведения систем, релаксирующих из высокотемпературного начального состояния с $m_0 \ll 1$, является увеличение намагниченности со временем наблюдения согласно степенному закону $M(t) \sim t^{\theta'}$ на временах $t < t_{cr} \sim m_0^{-1/[\theta'+\beta/(zv)]}$ (пример такого поведения намагниченности $M(t)$ для трёхмерной модели Изинга с различными спиновыми концентрациями приведён на рис. 2).

Действительно, в соответствии с теорией скейлинга сингулярная часть потенциала Гиббса $\Phi_{\text{sing}}(t, \tau, h, m_0)$, определяющая состояние системы в критической области, характеризуется обобщённой однородностью относительно основных термодинамических переменных:

$$\Phi_{\text{sing}}(t, \tau, h, m_0) = b \Phi_{\text{sing}}(b^{a_t} t, b^{a_\tau} \tau, b^{a_h} h, b^{a_m} m_0), \quad (8)$$

времени t , приведённой температуры τ , поля h и начальной намагниченности m_0 ; здесь b — фактор подобия, a_i — показатели подобия. Как следствие, в критической точке ($\tau = 0, h = 0$) намагниченность $M = -\delta\Phi/\delta h$ характеризуется следующей временной зависимостью:

$$M(t, m_0) = t^{-(a_h+1)/a_t} F_m(m_0 t^{-a_m/a_t}), \quad (9)$$

$F_m(m_0 t^{-a_m/a_t})$ — скейлинговая функция намагниченности. Разложение правой части (9) по малой величине $m_0 t^{-a_m/a_t}$ приводит к степенной зависимости

$$M(t) \sim t^{-(a_h+a_m+1)/a_t} \sim t^{\theta'}. \quad (10)$$

Все a_i , за исключением a_m , можно связать с известными критическими индексами, описывающими поведение системы без учёта эффектов влияния неравновесных начальных состояний. Поэтому в [34] был введён новый,

независимый, динамический критический индекс θ' , который, как было установлено при ренормгрупповом описании неравновесного критического поведения системы, принимает положительные значения [34].

Неравновесный этап начального возрастания намагниченности сменяется на временах $t \gg t_{cr}$ привычной долговременной динамикой уменьшения намагниченности со временем по степенному закону $M(t) \sim t^{-\beta/(zv)}$. Критические индексы θ и θ' , зависящие от принадлежности системы тому или иному динамическому классу универсальности критического поведения [35], были рассчитаны ренормгрупповыми методами для ряда динамических моделей, таких как модель с несохраняющимся параметром порядка [14, 16, 34, 36] (модель А по классификационной схеме Гальперина–Хоэнберга [35]), модель со связью параметра порядка с сохраняющимся полем (модель С) [37] и модели со связью параметра порядка с гидродинамическими возбуждениями, имеющими характер прецессионного движения в магнетиках (модели E, F, G и J) [38].

На основе анализа двухвременных зависимостей для автокорреляционной функции и функции отклика (7) в неравновесном процессе релаксации системы можно выделить три этапа (режима) его протекания. Первый, квазиравновесный, этап эволюции осуществляется для малых времён наблюдения, $t - t_w \ll t_w$ с $t_w \gg 1$, когда ещё не успевают проявиться зависимость автокорреляционной функции и функции отклика от времени ожидания и они демонстрируют стационарный характер своего изменения: $C = C(t - t_w) \sim (t - t_w)^{-(d-2+\eta)/z}$ и $R = R(t - t_w) \sim (t - t_w)^{-(d-2+\eta+z)/z}$. Второй этап с проявлением эффектов старения реализуется на временах $t - t_w \sim t_w \gg 1$; на этом этапе уже ярко проявляется двухвременная зависимость для автокорреляционной функции и функции отклика, характеризуемых соотношениями

$$C(t, t_w) \sim t_w^{-2\beta/(vz)} \hat{F}_C\left(\frac{t}{t_w}\right), \quad (11)$$

$$R(t, t_w) \sim t_w^{-2\beta/(vz)-1} \hat{F}_R\left(\frac{t}{t_w}\right),$$

в которых $\hat{F}_C(t/t_w)$ и $\hat{F}_R(t/t_w)$ — скейлинговые функции и использована связь между критическими индексами $2\beta/(vz) = d/z - a - 1$. В результате для разных времён ожидания t_w кривые для данных функций, рассматриваемые на шкале времени наблюдения $t - t_w$, уже не совпадают друг с другом и при этом в соответствии с (11) характеризуются различным наклоном для каждого значения t_w . Для третьего этапа, с существенно неравновесной эволюцией системы, на временах наблюдения $t - t_w \gg t_w \gg 1$ скейлинговые функции $\hat{F}_C(t/t_w)$, $\hat{F}_R(t/t_w)$ в (11) характеризуются убывающей степенной зависимостью:

$$\hat{F}_C\left(\frac{t}{t_w}\right) \sim \left(\frac{t}{t_w}\right)^{-c_a}, \quad \hat{F}_R\left(\frac{t}{t_w}\right) \sim \left(\frac{t}{t_w}\right)^{-c_r}, \quad (12)$$

с показателем $c_a = d/z - \theta'$, совпадающим с показателем, определяющим временную зависимость автокорреляционной функции в коротковременном режиме ($t_w \rightarrow 0, t \gg 1$) неравновесного критического поведения системы [16, 18, 39]. На этом этапе коротковременной динамики эффекты старения не проявляются. Скейлинговый анализ поведения функции отклика $R(t, t_w)$ в данном режиме предсказывает, что $c_r = c_a$.

2.1.2. Ренормгрупповое описание неравновесного критического поведения. Времена релаксации параметра порядка $S(x, t)$ — спиновой плотности — вблизи критической точки очень велики, поэтому неравновесная динамика параметра порядка в этих условиях является случайным медленным процессом. Неравновесная функция распределения $P[S]$ таких процессов должна удовлетворять уравнению Фоккера–Планка

$$\partial_t P = - \sum_{\alpha=1}^n \int d^d x \frac{\delta(f_\alpha(x, t)P)}{\delta S_\alpha(x, t)} + \sum_{\alpha, \beta} C_{\alpha\beta} \int d^d x \frac{\delta^2 P}{\delta S_\alpha(x, t) \delta S_\beta(x, t)}. \quad (13)$$

Динамика параметра порядка задаётся уравнением Ланжевена

$$\partial_t S_\alpha(x, t) = f_\alpha(x, t) + \xi_\alpha(x, t), \quad (14)$$

где $S_\alpha(x, t)$ — n -компонентный параметр порядка. Случайная сила ξ , характеризующая короткоживущие возбуждения в системе, представляет собой воздействие локальных микроскопических степеней свободы на динамику параметра порядка. Пусть случайная сила является белым шумом, т.е.

$$\begin{aligned} \langle \xi_\alpha(x, t) \rangle_\xi &= 0, \\ \langle \xi_\alpha(x', t') \xi_\beta(x, t) \rangle_\xi &= 2C_{\alpha\beta} \delta(x - x') \delta(t' - t). \end{aligned} \quad (15)$$

В отличие от описания равновесных критических свойств, описание критической динамики не является столь универсальным. Мы рассмотрим в данном обзоре чисто релаксационную динамику параметра порядка. Этот случай является одним из самых важных, так как он реализуется в анизотропных спиновых системах и эффективно исследуется экспериментально. Более того, именно этот случай релаксационной динамики наиболее успешно удаётся изучать численно методами Монте-Карло с применением алгоритма Метрополиса, задающего динамику односпиновых переворотов [40].

Вследствие того что стационарное решение (13) должно иметь вид

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P[S(t)] = P_{\text{eq}} \propto \exp(-H), \quad (16)$$

возникают ограничения на выбор $C_{\alpha\beta}$ и f_α , а именно

$$C_{\alpha\beta} = \lambda_{\alpha\beta} = \lambda \delta_{\alpha\beta}, \quad (17)$$

$$f_\alpha(x, t) = -\lambda \frac{\delta H[S]}{\delta S_\alpha(x, t)},$$

где $H[S]$ — гамильтониан, описывающий критическое поведение системы. Так, поведение структурно неупорядоченной системы вблизи температуры фазового перехода второго рода может быть описано эффективным модельным гамильтонианом Гинзбурга–Ландау–Вильсона [41]

$$H_V[S] = \int d^d x \left\{ \frac{1}{2} (\nabla S)^2 + \frac{1}{2} [\tau + V(x)] S^2 + \frac{g}{4!} S^4 \right\}, \quad (18)$$

где $\tau \propto (T - T_c)/T_c$ — приведённая температура, $V(x)$ — потенциал случайного поля дефектов. Пространственное

распределение системы замороженных точечных некоррелированных дефектов характеризуется гауссовым распределением $P[V]$ и полностью определяется значениями первого и второго моментов для случайных величин $V(x)$:

$$\langle \langle V(x) \rangle \rangle = 0, \quad \langle \langle V(x)V(y) \rangle \rangle = v \delta(x - y), \quad (19)$$

где v — положительная константа, пропорциональная концентрации дефектов и квадрату величины их потенциала. Для "чистых" систем $V(x) \equiv 0$.

Уравнения (14), (15) с $C_{\alpha\beta}$ и f_α из (17), а также с постоянным кинетическим коэффициентом $\lambda > 0$ задают динамическую релаксационную модель А в классификации [35], определяемую уравнением

$$\partial_t S_\alpha(x, t) = -\lambda \frac{\delta H_V[S]}{\delta S_\alpha(x, t)} + \xi_\alpha(x, t). \quad (20)$$

Пусть реализация в системе любой конфигурации параметра порядка в момент t определяется условием, что в начальный момент $t = 0$ для системы с начальной намагничённостью m_0 распределение для поля параметра порядка $S(x, 0) = S_0(x)$ характеризуется функцией распределения $P[S_0] \sim \exp(-H_0[S_0])$, где

$$H_0[S_0] = \int d^d x \frac{\tau_0}{2} (S_0(x) - m_0)^2, \quad (21)$$

$\tau_0^{-1/2}$ — ширина начального распределения намагничённости. Данное гауссово распределение для поля параметра порядка может быть реализовано для температур $T \gg T_c$, при которых ещё не возникает дальнедействующих корреляций для флуктуаций параметра порядка.

В рамках теоретико-полевого описания динамики критических явлений [41] вводится вспомогательное поле $\tilde{S}(x)$, позволяющее провести усреднение по случайным силам $\xi(x, t)$ и осуществить эквивалентное ланжевенской динамике описание критической динамики с помощью производящего функционала $W[h, \tilde{h}]$ для динамических корреляционных функций и функций отклика:

$$\begin{aligned} W[h, \tilde{h}] &= \ln \left[\int \mathcal{D}(S, i\tilde{S}) P[V] \exp(-\mathcal{L}_V[S, \tilde{S}, V] - H_0[S_0]) \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(\int d^d x \int_0^\infty dt (\tilde{h}\tilde{S} + hS) \right) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

в котором функционал действия $\mathcal{L}_V[S, \tilde{S}, V]$ системы выражается как

$$\mathcal{L}_V[S, \tilde{S}, V] = \int_0^\infty dt \int d^d x \tilde{S} \left(\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} + \lambda \frac{\delta H_V[S]}{\delta S(x, t)} - \lambda \tilde{S} \right). \quad (23)$$

В выражении для производящего функционала (22) можно провести усреднение по случайным полям $V(x)$, задаваемым дефектами структуры,

$$\int P[V] \exp(-\mathcal{L}_V[S, \tilde{S}, V]) = \exp(-\mathcal{L}[S, \tilde{S}]), \quad (24)$$

и получить функционал действия $\mathcal{L}[S, \tilde{S}]$, не зависящий от случайных полей $V(x)$ и являющийся трансляционно-

инвариантным, в следующем виде:

$$\mathcal{L}[S, \tilde{S}] = \mathcal{L}_G[S, \tilde{S}] + \mathcal{L}_{\text{int}}[S, \tilde{S}], \quad (25)$$

$$\mathcal{L}_G = \int_0^\infty dt \int d^d x \tilde{S}_z [\partial_t S_x + \lambda(\tau - \Delta) S_x - \lambda \tilde{S}_z], \quad (26)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g \frac{\lambda}{3!} \int d^d x \int_0^\infty dt \tilde{S}_x S_x S_\beta S_\beta - v \frac{\lambda^2}{2} \left(\int d^d x \int_0^\infty dt S_x \tilde{S}_x \right)^2. \quad (27)$$

Гауссова часть \mathcal{L}_G описывает свободные поля, для которых задача вычисления корреляционных функций решается точно. Составляющая функционала действия \mathcal{L}_{int} с отличной от нуля константой взаимодействия g характеризует эффекты взаимодействия флуктуаций параметра порядка, а с константой v — взаимодействие флуктуаций через поле дефектов.

Намагниченность, корреляционная функция и функция отклика могут быть получены из производящего функционала как производные по сопряженным полям h и \tilde{h} :

$$M(x, t) = \langle S(x, t) \rangle = \left. \frac{\delta W[h, \tilde{h}]}{\delta h(x, t)} \right|_{h=0, \tilde{h}=0},$$

$$C(x_1, t, x_2, t_w) = \langle S(x_1, t) S(x_2, t_w) \rangle = \left. \frac{\delta^2 W[h, \tilde{h}]}{\delta h(x_1, t) \delta h(x_2, t_w)} \right|_{h=0, \tilde{h}=0}, \quad (28)$$

$$R(x_1, t, x_2, t_w) = \langle S(x_1, t) \tilde{S}(x_2, t_w) \rangle = \left. \frac{\delta^2 W[h, \tilde{h}]}{\delta h(x_1, t) \delta \tilde{h}(x_2, t_w)} \right|_{h=0, \tilde{h}=0}.$$

Рассмотрим вначале гауссову (только квадратичную) часть производящего функционала и определим корреляционную функцию и функцию отклика в гауссовом приближении (затравочные функции). Далее на результатах гауссовой теории строится ренормгрупповая теория возмущений.

Удобный способ получения корреляционных функций и функций отклика в гауссовом приближении состоит в решении вариационных уравнений

$$[\partial_t + \lambda(\tau - \Delta)] S - 2\lambda \tilde{S} = \tilde{h}, \quad (29)$$

$$[-\partial_t + \lambda(\tau - \Delta)] \tilde{S} = h \quad (30)$$

при условиях

$$\tilde{S}(t = \infty) = 0, \quad S(t = 0) - m_0 = \tau_0^{-1} \tilde{S}(t = 0). \quad (31)$$

Осуществляя преобразование Фурье и переходя к зависимостям функций от волновых векторов \mathbf{q} , получим из уравнений (29), (30) выражения для \tilde{S} и S как функций \tilde{h} , h :

$$\tilde{S}_q(t) = \int_0^\infty \exp[\lambda(q^2 + \tau)(t - t')] h_q(t') \theta(t - t') dt', \quad (32)$$

$$S_q(t) = \int_0^\infty dt' \exp[-\lambda(q^2 + \tau)(t - t')] \theta(t - t') \times \\ \times [\tilde{h}_q(t') + 2\lambda \tilde{S}_q(t') + (m_0 + \tau_0^{-1} \tilde{S}_q(0)) \delta(t')]. \quad (33)$$

Подставляя выражение (32) для $\tilde{S}_q(t)$ в соотношение (33) и варьируя $S_q(t)$ по \tilde{h} и h , в соответствии с выражениями

(28), получим для высокотемпературного начального состояния с $m_0 = 0$ ($m_0 \ll 1$) выражения для свободного пропагатора $R_0(q, t, t_w)$ и коррелятора $C_0(q, t, t_w)$ как затравочных функции отклика и корреляционной функции:

$$R_0(q, t, t_w) = \theta(t - t_w) \exp[-\lambda(q^2 + \tau)(t - t_w)], \quad (34)$$

$$C_0(q, t, t_w) = \frac{1}{\tau + q^2} \left\{ \exp[-\lambda(q^2 + \tau)|t - t_w|] + \left(\frac{\tau + q^2}{\tau_0} - 1 \right) \exp[-\lambda(q^2 + \tau)(t + t_w)] \right\}. \quad (35)$$

В $C_0(q, t, t_w)$ можно выделить так называемый равновесный коррелятор $C_0^e(q, t - t_w)$ и коррелятор, характеризующий влияние начальных условий, $C_0^i(q, t + t_w)$:

$$C_0(q, t, t_w) = C^e(q, t - t_w) + C^i(q, t + t_w),$$

$$C_0^e(q, t - t_w) = \frac{1}{\tau + q^2} \exp[-\lambda(q^2 + \tau)|t - t_w|], \quad (36)$$

$$C_0^i(q, t + t_w) = \frac{1}{\tau + q^2} \left(\frac{\tau + q^2}{\tau_0} - 1 \right) \exp[-\lambda(q^2 + \tau)(t + t_w)].$$

В выражении (34) для $R_0(q, t, t_w)$ θ -функция отражает свойство причинности, т.е. требование того, чтобы изменение намагниченности в момент t определялось изменением внешнего поля в предыдущий момент t_w при $t > t_w$.

Так как τ_0 конечно (т.е. $\tau_0 \neq 0$), член $\tau_0^{-1}(\tau + q^2)$ в (35) будет много меньше единицы в пределе $\tau, q \rightarrow 0$. Поэтому в главном порядке теории возмущений этим слагаемым можно пренебречь:

$$C_0(q, t, t_w) = C_0^D(q, t, t_w) + \tau_0^{-1} R_0(q, t, 0) R_0(q, t_w, 0), \quad (37)$$

где $C_0^D(q, t, t_w)$ — коррелятор Дирихле,

$$C_0^D(q, t, t_w) = \frac{1}{\tau + q^2} \left\{ \exp[-\lambda(q^2 + \tau)|t - t_w|] - \exp[-\lambda(q^2 + \tau)(t + t_w)] \right\}. \quad (38)$$

Условие $\tau_0 = \infty$ называют граничным условием Дирихле. Составляющая коррелятора Дирихле, равная $C_0^i(q, t + t_w)$, приводит к нарушению трансляционной инвариантности во времени.

Определим ФДО в импульсном пространстве соотношением

$$X(q, t, t_w) = \frac{T_s R(q, t, t_w)}{\partial_{t_w} C(q, t, t_w)}. \quad (39)$$

В гауссовом приближении

$$X_0(q, t, t_w) = \frac{T_s R_0(q, t, t_w)}{\partial_{t_w} C_0(q, t, t_w)} = \left\{ 1 + \exp[-2\lambda(q^2 + \tau)t_w] \right\}^{-1}. \quad (40)$$

Когда система не находится в критической точке с $\tau \sim T - T_c \neq 0$, предельное значение ФДО $X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X_0(q, t, t_w) = 1$ для всех значений волновых векторов q . Это соответствует представлению о том, что в высокотемпературной фазе все моды имеют конечное время установления равновесия в системе. В данном случае равновесие устанавливается экспоненциально быстро и, как следствие, флуктуационно-диссипативная теорема выполняется. В критической точке при

$\tau = 0$ для мод параметра порядка с $q \neq 0$ предельное значение ФДО по-прежнему оказывается равным единице, в то время как для моды с $q = 0$ предельное значение ФДО $X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X_0(q = 0, t, t_w) = 1/2$. Это указывает на то, что только нулевая мода параметра порядка с $q = 0$ характеризуется эффектами старения в критической точке, т.е. не релаксирует к состоянию равновесия, и для неё нарушается ФДТ.

В гауссовом приближении основные характеристические величины неравновесного критического поведения для модели А с релаксационной динамикой при несохраняющемся параметре порядка характеризуются следующими величинами: динамическим критическим индексом $z = 2$, критическим индексом неравновесного начального возрастания намагнитченности $\theta' = 0$ — при этом предельное ФДО $X^\infty = 1/2$. Сильные флуктуационные эффекты, сопровождающие фазовые переходы второго рода, приводят к флуктуационным поправкам к значениям данных величин. Следуя стандартным методам [41, 42], флуктуационные поправки в выражениях для корреляционных функций и функций отклика можно получить посредством разложения по теории возмущений функционального веса $\exp[-(\mathcal{L}[S, \tilde{S}] + H_0[S_0])]$ по константе связи g , присутствующей в вершине $g(\lambda/3!) \tilde{S}_\alpha S_\alpha S_\beta S_\beta$ в функционале действия $\mathcal{L}_{\text{int}}[S, \tilde{S}]$ (27) и описывающей взаимодействие флуктуаций в чистой системе, а также по константам связи g и v в соответствующих вершинах функционала действия $\mathcal{L}_{\text{int}}[S, \tilde{S}]$ в выражении (27), описывающих взаимодействие флуктуаций в системе с дефектами.

В работе [34] впервые было введено представление о том, что критическая эволюция системы из начального высокотемпературного неравновесного состояния с малой намагнитченностью $m_0 = m(0) \ll 1$ приводит к универсальному скейлинговому поведению для намагнитченности $M(t)$ на коротковременном этапе её критической эволюции и характеризуется степенным законом увеличения намагнитченности со временем $M(t) \sim t^{\theta'}$. Авторами [34] реализовано ренормгрупповое описание процесса неравновесной критической релаксации, представлены скейлинговые формы для намагнитченности, корреляционной функции и динамической восприимчивости, вычислен показатель θ' с применением метода ε -разложения в двухпетлевом приближении.

Отметим, что коротковременный этап неравновесной эволюции системы соответствует пределу $t - t_w \gg t_w$ в скейлинговых двухвременных формах (7) для корреляционной функции и функции отклика. Последующее исследование методами компьютерного моделирования [39] неравновесной критической релаксации трёхмерной модели Изинга в коротковременном режиме подтвердило предсказание теории о степенном характере эволюции намагнитченности ферромагнитных систем, однако определённое значение показателя $\theta' = 0,108(2)$ оказалось в неудовлетворительном соответствии с теоретическим значением [34] $\theta' = 0,130$, получаемым при непосредственной подстановке параметра $\varepsilon = 1$ для случая трёхмерных систем, или значением $\theta' = 0,138$, получаемым при использовании метода Паде–Бореля для суммирования имеющегося очень короткого ряда теории возмущений по ε .

В работе [14] впервые был рассчитан критический индекс коротковременной эволюции θ' в следующем трёхпетлевом приближении ренормгрупповой теории в

рамках метода ε -разложения:

$$\theta' = \frac{n+2}{4(n+8)} \varepsilon \left[1 + \frac{6\varepsilon}{(n+8)^2} \left(n+3 + (n+8) \ln \frac{3}{2} \right) - \frac{7,2985}{(n+8)^4} \varepsilon^2 (n^3 + 17,3118n^2 + 153,2670n + 383,5519) \right] + O(\varepsilon^4), \quad (41)$$

и получено хорошее согласие с результатами компьютерного моделирования при применении метода Паде–Бореля для суммирования трёхчленного ряда теории при $\varepsilon = 1$ с $\theta' = 0,1078(22)$ для модели Изинга с $n = 1$ и $\theta' = 0,1289(23)$ для XY-модели с $n = 2$. В работе [14] был также проведён расчёт динамического критического индекса z :

$$z = 2 + \frac{\varepsilon^2}{2} \left(6 \ln \frac{4}{3} - 1 \right) \frac{n+2}{(n+8)^2} \times \left[1 + \varepsilon \left(\frac{6(3n+14)}{(n+8)^2} - 0,4384812 \right) \right]. \quad (42)$$

В работе [14] отмечается, что только начиная с трёхпетлевого приближения в теории неравновесных критических процессов возникает для чистых систем дополнительная, локализованная на "поверхности" начальных состояний с временем $t = 0$, вершинная функция $\Gamma_{1,0}^{\text{eq}}$, обуславливающая флуктуационные поправки в динамической функции отклика, связанные с влиянием начальных неравновесных состояний. Лишь учёт этих флуктуационных поправок, отражающих влияние начальных неравновесных состояний, позволяет адекватно описывать процессы релаксации и при применении метода ε -разложения получать для критического индекса θ' , задающего эволюцию системы в коротковременном режиме, значения, согласующиеся с результатами компьютерного моделирования.

В работе [15] было исследовано влияние неравновесных начальных состояний на критическую эволюцию структурно неупорядоченных систем с замороженными некоррелированными дефектами. Впервые было реализовано теоретико-полевое описание неравновесного критического поведения непосредственно трёхмерных систем и проведён расчёт критического индекса коротковременной эволюции θ' в двухпетлевом приближении без использования ε -разложения. Выявлено, что в структурно неупорядоченных системах локализованная на "поверхности" начальных состояний дополнительная вершинная функция $\Gamma_{1,0}^{\text{eq}}$, обуславливающая флуктуационные поправки в динамической функции отклика за счёт влияния начальных неравновесных состояний, является уже начиная с двухпетлевого приближения. Численные значения динамических критических индексов, полученные с применением методов суммирования асимптотических рядов, были сопоставлены с результатами проведённого в работе [15] компьютерного моделирования неравновесного критического поведения трёхмерной неупорядоченной модели Изинга в коротковременном режиме. Показано, что значения вычисленных в [15] на основе ренормгруппового описания критических индексов $z = 2,198(2)$, $\theta' = 0,120(8)$ находятся в лучшем соответствии с результатами компьютерного моделирования $z = 2,191(42)$, $\theta' = 0,127(16)$, чем результаты применения метода ε -разложения с $\theta' = 0,0867$ [36].

Ренормгрупповые исследования эффектов старения в неравновесном критическом поведении как "чистых", так и структурно неупорядоченных систем с чисто диссипативной динамикой, описываемой моделью А [35], осуществлены соответственно в работах [21, 22] с применением метода ε -разложения. В этих работах проведён расчёт асимптотических значений ФДО X^∞ для "чистых" систем с n -компонентным параметром порядка [21], что дало в двухпетлевом приближении следующее выражение:

$$\frac{(X^\infty)^{-1}}{2} = 1 + \frac{n+2}{4(n+8)} \varepsilon + \varepsilon^2 \frac{n+2}{(n+8)^2} \left[\frac{n+2}{8} + \frac{3(3n+14)}{4(n+8)} + c \right] + O(\varepsilon^3) \quad (43)$$

с численным параметром $c = -0,0415 \dots$ (аналитическое выражение для c приведено в статье [21]). Для разбавленной модели Изинга в работе [22] в однопетлевом приближении получено выражение

$$X^\infty = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{6\varepsilon}{53}} + O(\varepsilon). \quad (44)$$

На основе соотношения (43) найдены следующие значения: $X_{3\text{Dis}}^\infty = 0,429(6)$ для трёхмерной модели Изинга ($\varepsilon = 1, n = 1$), $X_{3\text{DXY}}^\infty = 0,416(8)$ для XY-модели ($\varepsilon = 1, n = 2$) и $X_{2\text{Dis}}^\infty = 0,30(5)$ для двумерной модели Изинга ($\varepsilon = 2, n = 1$), которые находятся в хорошем согласии с результатами МК-исследований, приведёнными в табл. 1. Для трёхмерной структурно неупорядоченной модели Изинга получено значение $X_{3\text{DRIM}}^\infty \simeq 0,416$. Как отмечают авторы [22], данные результаты вычисления X^∞ в первом порядке теории не позволяют из сопоставления с результатами для "чистой" модели выяснить характер и особенности влияния дефектов на ФДО, для этого требуется проведение вычислений в более высоких порядках теории. Кроме того, в работах [43–45] показано, что ряды разложения по $\sqrt{\varepsilon}$ не очень хорошо ведут себя в случае реальных трёхмерных систем при подстановке $d = 3$. Результаты, связанные с МК-исследованиями неравновесной критической динамики в "чистой" и структурно неупорядоченной трёхмерных моделях Изинга, представлены в разделах 3 и 4.

2.2. Неравновесная критическая динамика систем при эволюции из низкотемпературного начального состояния

2.2.1. Скейлинговые формы для автокорреляционной функции и функции отклика. Если начальное состояние системы характеризуется намагниченностью $m_0 \neq 0$ (низкотемпературное начальное состояние) с последующим её замораживанием при $T_s = T_c$, то ренормгрупповой анализ неравновесной критической динамики для систем, описываемых полностью диссипативной моделью А, предсказывает, что намагниченность, корреляционная функция и функция отклика демонстрируют следующее скейлинговое поведение [34, 46]:

$$\begin{aligned} M(t, t_m) &= A_M t^{-\beta/(vz)} F_M \left(\frac{t}{t_m} \right), \\ C(t, t_w, t_m) &= A_C (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w} \right)^{\theta-1} F_C \left(\frac{t_w}{t}, \frac{t}{t_m} \right), \\ R(t, t_w, t_m) &= A_R (t - t_w)^{a-d/z} \left(\frac{t}{t_w} \right)^\theta F_R \left(\frac{t_w}{t}, \frac{t}{t_m} \right). \end{aligned} \quad (45)$$

Модификация данных соотношений в сравнении с соотношениями (7) обусловлена введением нового, определяемого начальным значением намагниченности m_0 , временного масштаба t_m , связанного с m_0 следующей универсальной зависимостью:

$$t_m = B_m m_0^{-\kappa}, \quad (46)$$

в которой B_m — неуниверсальная амплитуда, а показатель $\kappa > 0$ выражается через статические и динамические критические индексы: $\kappa = 1/(\theta' + \beta/(vz)) = 1/(\theta' + \beta/(vz))$.

В результате функции $C(t, t_w, t_m)$ и $R(t, t_w, t_m)$ оказываются обобщённо-однородными функциями трёх временных масштабов: $t - t_w, t_w$ и t_m . В частности, когда $t_w < t \ll t_m$, что всегда выполняется в случае начальной намагниченности $m_0 = 0$, скейлинговые соотношения (45) для C и R сводятся к соотношениям (7) с $F_{C,R}(x, 0) = f_{C,R}(x)$. В противном случае, при $t_m \ll t_w < t$, скейлинговые соотношения (45) приобретают следующий вид [46]:

$$\begin{aligned} C(t, t_w) &= \bar{a}_C (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w} \right)^{\bar{\theta}-1} \bar{F}_C \left(\frac{t_w}{t} \right), \\ R(t, t_w) &= \bar{a}_R (t - t_w)^{a-d/z} \left(\frac{t}{t_w} \right)^{\bar{\theta}} \bar{F}_R \left(\frac{t_w}{t} \right), \end{aligned} \quad (47)$$

где новый показатель $\bar{\theta} = -\beta\delta/(vz) = -(1 + a + \beta/(vz))$, а $\bar{F}_{C,R}$ являются универсальными скейлинговыми функциями, связанными с поведением $F_{C,R}(x, y)$ при больших значениях аргумента y . В режиме старения, который реализуется для времён $t - t_w \sim t_w \gg t_m$, двухвременная зависимость корреляционной функции и функции отклика описывается соотношениями

$$\begin{aligned} C(t, t_w) &\sim t_w^{-2\beta/(vz)} \bar{F}_C \left(\frac{t}{t_w} \right), \\ R(t, t_w) &\sim t_w^{-2\beta/(vz)-1} \bar{F}_R \left(\frac{t}{t_w} \right) \end{aligned} \quad (48)$$

со скейлинговыми функциями $\bar{F}_{C,R}(t/t_w)$, которые затухают на больших временах наблюдения, $t - t_w \gg t_w \gg t_m$, по степенному закону,

$$\bar{F}_{C,R} \left(\frac{t}{t_w} \right) \sim \left(\frac{t}{t_w} \right)^{-\phi}, \quad (49)$$

характеризуемому показателем $\phi = d/z - a + \beta\delta/(vz)$.

2.2.2. Ренормгрупповое описание. При ренормгрупповом описании неравновесного поведения систем, эволюционирующих из начального низкотемпературного состояния с отличным от нуля средним значением параметра порядка $\langle S(x, t) \rangle = M(t)$, функционал действия, определяемый соотношениями (25)–(27), удобно записать в терминах флуктуаций относительно значений $S(x, t) - M(t)$. Для того чтобы сохранить в (25)–(27) прежние обозначения для переменных $S(x, t), \tilde{S}(x, t)$, придавая им тот же смысл полей с равными нулю средними значениями, мы осуществим в (25)–(27) преобразование $S(x, t), \tilde{S}(x, t) \rightarrow S(x, t) + M(t), \tilde{S}(x, t)$. Вводя переобозначение $m^2(t) = gM^2(t)/2$, гауссову составляющую функционала действия (26) можно представить в

виде

$$\mathcal{L}_G = \int_0^\infty dt \int d^d x \tilde{S}_x \left[\partial_t S_x + \lambda(\tau - \Delta + m^2) S_x - \lambda \tilde{S}_x + \sqrt{\frac{2}{g}} \partial_t m + \lambda \sqrt{\frac{2}{g}} m \left(\tau + \frac{m^2}{3} \right) \right], \quad (50)$$

где набор слагаемых

$$\sqrt{\frac{2}{g}} \partial_t m + \lambda \sqrt{\frac{2}{g}} m \left(\tau + \frac{m^2}{3} \right) \equiv h_{\text{eff}} \quad (51)$$

имеет смысл эффективного магнитного поля, действующего на параметр порядка $S(x, t)$. Отметим, что эффект отличного от нуля среднего значения параметра порядка $m(t)$ эквивалентен зависящему от времени сдвигу температуры фазового перехода $\tau \rightarrow \tau + m^2(t)$. Поэтому, когда система асимптотически приближается на больших временах к критической точке $\tau = 0$, в коротковременном режиме она эффективно оказывается в высокотемпературной магнитонеупорядоченной фазе.

Согласно представленной в разделе 2.1.2 методике, вводя в гауссовом приближении затравочные функции отклика и корреляционную функцию, получим для них в пространстве волновых векторов следующие выражения:

$$R_0(q, t, t_w) = \theta(t - t_w) \times \exp \left[-\lambda(q^2 + \tau)(t - t_w) + \int_{t_w}^t dt' m^2(t') \right], \quad (52)$$

$$C_0(q, t, t_w) = 2\lambda \int_0^\infty dt' R_0(q, t, t') R_0(q, t_w, t'). \quad (53)$$

Необходимый для нахождения R_0 и C_0 закон эволюции намагниченности $m(t)$ определяется из уравнения движения $\langle \delta \mathcal{L}_G / \delta \tilde{S} \rangle = 0$, которое при $\langle S(x, t) \rangle = 0$ и $\langle \tilde{S}(x, t) \rangle = 0$ приводит к уравнению

$$\partial_t m(t) + \lambda m(t) \left(\tau + \frac{m^2(t)}{3} \right) = 0. \quad (54)$$

Таким образом, воздействие эффективного магнитного поля h_{eff} (51) на параметр порядка в гауссовой составляющей функционала действия (50) исчезает благодаря соответствующему уравнению (54) временного поведения намагниченности $m(t)$.

В критической точке с $\tau = 0$ уравнение движения (54) принимает вид

$$\partial_t m(t) + \lambda \frac{m^3(t)}{3} = 0. \quad (55)$$

Уравнение (55) имеет решение

$$m^2(t) = m_0^2 \left(1 + \frac{2\lambda m_0^2 t}{3} \right)^{-1}. \quad (56)$$

Последнее выражение согласуется со скейлинговым поведением намагниченности $M(t)$ в соотношении (45). При сопоставлении (45), (46) и (56), учитывая, что $m(t) = \sqrt{g/2} M(t)$, получаем в гауссовом приближении $t_m = 3/(2\lambda m_0^2) = B_m m_0^{-\kappa}$ с $\kappa = 2$ и $A_M = 1$, $B_m = \sqrt{2/3}$. Для $t \gg t_m$ $m(t) \sim (2t/3)^{-1/2}$, поэтому ненулевые началь-

ные значения намагниченности m_0 на долговременном этапе эволюции системы оказываются несущественными и в лучшем случае могут проявляться лишь как поправки к ведущим членам скейлингового поведения термодинамических и корреляционных функций.

Подставляя соотношение (56) в (52) и (53), получим для затравочных функции отклика и корреляционной функции в критической точке ($\tau = 0$) следующие выражения:

$$R_0(q, t, t_w, t_m) = \theta(t - t_w) \left(\frac{t_w + t_m}{t + t_m} \right)^{3/2} \exp \left[-\lambda q^2 (t - t_w) \right], \quad (57)$$

$$C_0(q, t, t_w, t_m) = \frac{2\lambda \exp \left[-\lambda q^2 (t + t_w) \right]}{\left[(t + t_m)(t_w + t_m) \right]^{3/2}} \times \int_0^{t_w} dt' (t' + t_m)^3 \exp(2\lambda q^2 t'). \quad (58)$$

При $q = 0$ соотношения (57) и (58) принимают вид

$$R_0(q = 0, t, t_w, t_m) = \theta(t - t_w) \left(\frac{t_w + t_m}{t + t_m} \right)^{3/2}, \quad (59)$$

$$C_0(q = 0, t, t_w, t_m) = \frac{\lambda}{2} \frac{(t_w + t_m)^4 - t_m^4}{\left[(t + t_m)(t_w + t_m) \right]^{3/2}}. \quad (60)$$

Сопоставляя выражения (59) и (60) при $t_m = 0$ со скейлинговыми формами (47) для функции отклика и корреляционной функции, легко определить, что в гауссовом приближении показатели $z = 2$, $a = 2$, $\bar{\theta} = -3/2$ соответствуют среднеполювым значениям критических индексов $\delta = 3$, $\nu = \beta = 1/2$ и $\eta = 0$, а также что $\bar{a}_R = 1$, $\bar{a}_C = \lambda/2$, $\bar{F}_R(x) = 1$ и $\bar{F}_C(x) = 1$.

Определим теперь ФДО в гауссовом приближении. Для этого продифференцируем (58) по t_w и представим результат в виде

$$\partial_{t_w} C_0(q, t, t_w, t_m) = 2\lambda R_0(q, t, t_w, t_m) - (q^2 + m^2(t_w)) C_0(q, t, t_w, t_m). \quad (61)$$

Тогда ФДО в критической точке будет выражаться как

$$X_0(q, t, t_w, t_m) = \frac{R_0(q, t, t_w, t_m)}{\partial_{t_w} C_0(q, t, t_w, t_m)} = \frac{1}{2\lambda} \left[1 - (q^2 + m^2(t_w)) \frac{C_0(q, t, t_w, t_m)}{2\lambda R_0(q, t, t_w, t_m)} \right]^{-1}. \quad (62)$$

Из соотношений (57), (58) и (62) видно, что $X_0(q, t, t_w, t_m)$ зависит на самом деле от двух переменных, $x = t_w/t_m = 2t_w m_0^2/3$ и $y = q^2 t_w$, и не зависит от t , т.е. $X_0(q, t, t_w, t_m) \equiv X_0(t_w/t_m, q^2 t_w)$, что является отличительным свойством ФДО в гауссовом приближении. Функция $X_0(x = 0, y)$ соответствует случаю критической эволюции системы из высокотемпературного начального состояния и $X_0(x = 0, y = 0) = 1/2$, а с возрастанием $y = q^2 t_w$ $X_0(x = 0, y)$ стремится к единице, $X_0(x = 0, y \rightarrow \infty) = 1$. Это указывает на нарушение ФДТ для нулевой моды с $q = 0$ в пределе больших времён ожидания, $t_w \rightarrow \infty$, в то время как остальные моды спиновой плотности $S(q \neq 0, t)$ приходят в этом пределе к равновесному состоянию с $X_0^\infty = 1$.

Для нулевой моды с $q = 0$ ($y = 0$) ФДО как функция переменной $x = t_w/t_m = 2t_w m_0^2/3$ характеризуется соот-

ношением

$$X_0(x, y = 0) = \frac{4}{5} \left[1 + \frac{3}{5} \frac{1}{(1+x)^4} \right]^{-1}. \quad (63)$$

Эта величина монотонно возрастает от значения $X_0(x = 0, y = 0) = 1/2$ при $x = 0$ до $X_0(x \rightarrow \infty, y = 0) = 4/5$ при $x \rightarrow \infty$. Таким образом, устанавливается, что ФДО для глобального параметра порядка — полной намагниченности — достигает в долговременном пределе величины $X_0^\infty = 4/5$, если начальная намагниченность $m_0 \neq 0$ при эволюции из намагниченного низкотемпературного состояния, и величины $X_0^\infty = 1/2$, если начальная намагниченность $m_0 = 0$ при эволюции из высокотемпературного состояния. При этом величина $X_0^\infty = 4/5$ остаётся независимой от конкретного значения $m_0 \neq 0$.

Отметим также, что для временных интервалов $s, t_w \gg t - t_w \gg 1$ реализуется квазиравновесный режим, в котором $C_0(q = 0, t, t_w) \sim (t - t_w)^{-(d-2)/2} = C_0(t - t_w)$, а также $R_0(q = 0, t, t_w) = R_0(t - t_w)$ ведут себя как равновесные функции.

Рассмотренные выше в гауссовом приближении характеристики неравновесного критического поведения приобретают в реальных системах флуктуационные поправки. Соответствующие флуктуационные поправки в выражениях для корреляционных функций и функций отклика могут быть получены посредством разложения по теории возмущений функционального веса $\exp\{-\mathcal{L}[S, \tilde{S}] + H_0[S_0]\}$ по константе связи g , описывающей взаимодействие флуктуаций в чистой системе, а также по константам связи g и v в выражении (27), описывающим взаимодействие флуктуаций в системе с дефектами.

В работе [46] проведено ренормгрупповое исследование неравновесного критического поведения d -мерной модели Изинга с чисто диссипативной динамикой при её релаксации из намагниченного начального состояния. В рамках теоретико-полевого подхода были рассчитаны корреляционная функция и функция отклика в первом порядке ε -разложения. Для этих функций выявлены эффекты старения и рассчитано универсальное предельное ФДО

$$X^\infty = \frac{4}{5} \left(\frac{73}{600} - \frac{\pi^2}{100} \right) \varepsilon + O(\varepsilon^2). \quad (64)$$

Выражение (64) даёт значение $X_{3\text{Dis}}^\infty \simeq 0,78$ для трёхмерной модели Изинга ($\varepsilon = 1, n = 1$) и значение $X_{2\text{Dis}}^\infty \simeq 0,75$ для двумерной модели Изинга ($\varepsilon = 2, n = 1$). Эти результаты получили частичное подтверждение при проведении авторами статьи [46] численных МК-исследований неравновесного критического поведения для двумерной модели Изинга, в результате которых получено значение $X_{\text{MC}}^\infty = 0,73(1)$.

В разделе 3 мы представляем результаты проведённых нами численных МК-исследований неравновесного критического поведения "чистой" трёхмерной модели Изинга, описываемой диссипативной моделью А, при её эволюции как из высокотемпературного начального состояния с малой намагниченностью, $m_0 \ll 1$, так и из низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$ с выделением эффектов старения и их характеристик. Кроме того, нами был проведён расчёт предельного ФДО и исследованно влияние дефектов структуры на эффекты

старения и нарушение ФДТ в неравновесном критическом поведении трёхмерной модели Изинга при её релаксации из высокотемпературного начального состояния.

3. Исследование эффектов старения и нарушения флуктуационно-диссипативной теоремы в поведении "чистой" трёхмерной модели Изинга

Одной из простых, но нетривиальных статистических моделей, в неравновесном критическом поведении которой наблюдаются эффекты старения, является трёхмерная модель Изинга. Её динамика, задаваемая при моделировании алгоритмами односпиновых переворотов Метрополиса или тепловой бани [47], является чисто диссипативной и соответствует релаксационной модели А [35]. Гамильтониан модели, задаваемой на кубической решётке, с учётом влияния локального магнитного поля h_i имеет вид

$$H = -J \sum_{\langle i, j \rangle} S_i S_j - \sum_i h_i S_i, \quad (65)$$

где $J > 0$ — интеграл короткодействующего обменного взаимодействия между закреплёнными в узлах кристаллической решётки спинами S_i , принимающими значения $S_i = \pm 1$.

Моделирование неравновесной эволюции макроскопической решёточной системы из N спинов проводится с помощью статистического метода Монте-Карло. Например, динамический процесс односпиновых переворотов, основанный на применении алгоритма тепловой бани [47], характеризуется вероятностью перехода i -го спина системы в новое состояние, $S_i \rightarrow S'_i$:

$$W_{\text{sp}}(S_i \rightarrow S'_i) = \frac{\exp(-\beta H(S'_i))}{\sum_{S_j} \exp(-\beta H(S_j))}, \quad (66)$$

где суммирование по S_j в знаменателе проводится по всем возможным состояниям спина S_i до переворота. В качестве единицы времени динамического процесса выбирается шаг Монте-Карло на спин (MCS/s), который обозначает N последовательных переворотов различных спинов в узлах решётки. Для модели Изинга с двумя возможными состояниями $S_j = \pm 1$ указанную вероятность переворота можно представить в виде

$$W_{\text{sp}}(S_i \rightarrow S'_i) = \frac{\exp(-\beta H(S'_i))}{\exp(\beta H(S_i)) + \exp(-\beta H(S_i))}, \quad (67)$$

с реализацией так называемой глауберовской динамики.

В работах [48–50] проведено моделирование неравновесного поведения системы изинговских спинов на кубической решётке с линейным размером $L = 128$ с наложенными периодическими граничными условиями при $T_c = 4,5114(1)$ [51]. Рассчитывались намагниченность

$$M(t) = \left\langle \frac{1}{L^3} \sum_{i=1}^{L^3} S_i(t) \right\rangle \quad (68)$$

и двухвременная автокорреляционная функция

$$C(t, t_w) = \left\langle \frac{1}{L^3} \sum_{i=1}^{L^3} S_i(t) S_i(t_w) \right\rangle - M(t)M(t_w), \quad (69)$$

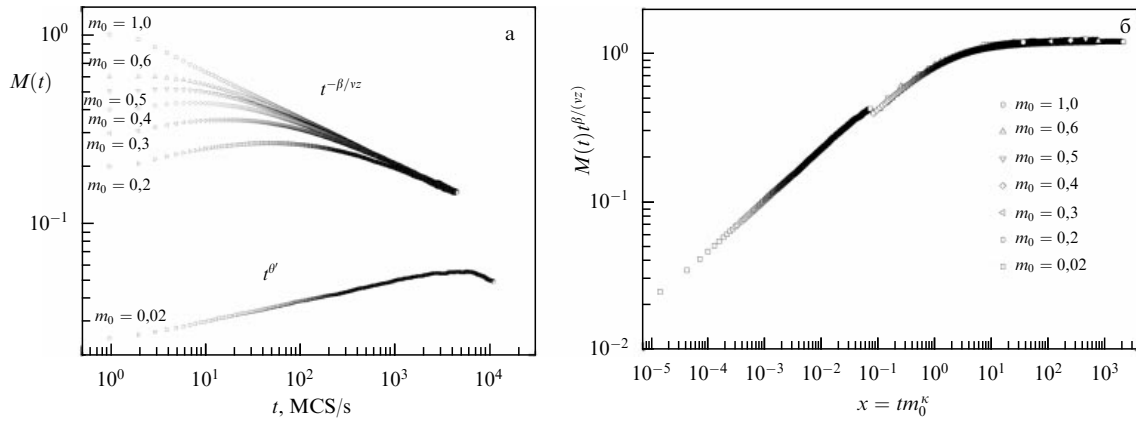


Рис. 3. Временная зависимость намагниченности $M(t)$ (а) и её скейлинговой функции $F_M(t/t_m) = M(t)t^{\beta/(z\nu)}$ (б) для различных начальных состояний m_0 , указанных на рисунке.

где угловые скобки означают статистическое усреднение по различным реализациям начальных конфигураций спинов и МК-прогонкам. Так, усреднение при расчёте $C(t, t_w)$ осуществлялось по 3000 прогонкам для каждого значения t_w .

В случае, когда исследовалась критическая релаксация систем из начального высокотемпературного состояния с намагниченностью $m_0 = 0,02$, расчёт функции отклика и ФДО проводился с применением соотношений [32, 52, 53]

$$R(t, t_w) = \frac{1}{TL^3} \sum_{i=1}^{L^3} \langle S_i(t) [S_i(t_w + 1) - S_i^W(t_w + 1)] \rangle, \quad (70)$$

где $S_i^W = \tanh(J \sum_{m \neq i} S_m / T)$,

$$X(t, t_w) = \frac{\sum_{i=1}^N \langle S_i(t) [S_i(t_w + 1) - S_i^W(t_w + 1)] \rangle}{\sum_{i=1}^N \langle S_i(t) [S_i(t_w + 1) - S_i(t_w)] \rangle}. \quad (71)$$

Соотношения (70), (71) позволяют при моделировании динамики системы с помощью алгоритма тепловой бани получать функцию отклика, а затем и ФДО без введения магнитного поля. Детальная методика получения этих соотношений представлена в работе [54]. При расчётах $R(t, t_w)$ и $X(t, t_w)$ проводилось усреднение получаемых значений по 90000 МК-прогонкам для каждого t_w , так как, в отличие от автокорреляционной функции, $R(t, t_w)$ и $X(t, t_w)$ характеризуются значительно большими флуктуационными эффектами и для их определения и усреднения требуется намного большая статистика.

В случае, когда моделировалась критическая релаксация системы из начального низкотемпературного состояния с намагниченностью $m_0 = 1$, проводился расчёт интегральной характеристики — динамической восприимчивости [46, 52]

$$\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} dt' R(t, t') = \frac{1}{T_c N} \sum_{i=1}^N \langle S_i(t) \Delta S_i(t_w) \rangle \quad (72)$$

с функцией отклика, определяемой соотношением (2), и функцией $\Delta S_i(t_w)$, рассчитываемой в процессе моделирования в интервале времени от $t = 0$ до $t = t_w$,

$$\Delta S_i(t_w) = \sum_{s=0}^{t_w} [S_i(s) - S_i^W(s)]. \quad (73)$$

В пределе больших времён наблюдения

$$T_c \chi(C) = \int_0^C X(q) dq,$$

и тогда предельное ФДО может быть определено как

$$X^\infty = \lim_{C \rightarrow 0} \frac{\partial T_c \chi(t, t_w)}{\partial C(t, t_w)}. \quad (74)$$

Проведённое исследование [55] неравновесной критической релаксации намагниченности $M(t)$ в "чистой" модели Изинга для различных начальных состояний m_0 (рис. 3а) наглядно показывает существенные как качественные, так и численные отличия в релаксации намагниченности из высокотемпературного начального состояния с $m_0 \ll 1$ и низкотемпературного полностью упорядоченного состояния с $m_0 = 1$ при промежуточных случаях с $m_0 = 0,2-0,6$.

Так, в случае высокотемпературного начального состояния с $m_0 = 0,02 \ll 1$ на этапе неравновесной эволюции наблюдается характерное возрастание намагниченности, описываемое степенным законом $M(t) \sim t^{\theta'}$ с $\theta' = 0,111(4)$, где θ' — независимый динамический критический индекс [14, 17, 34]. При временах $t > t_{cr} \sim m_0^{-1/(\theta' + \beta/(z\nu))}$ данный этап эволюции сменяется режимом, характеризуемым степенной временной зависимостью намагниченности $M(t) \sim t^{-\beta/(z\nu)}$.

При эволюции системы из начального упорядоченного состояния с $m_0 = 1$ временная зависимость намагниченности в критической точке сразу определяется степенной зависимостью $M(t) \sim t^{-\beta/(z\nu)}$ с показателем $\beta/(z\nu) = 0,241(8)$. Промежуточные случаи с $m_0 = 0,2-0,5$ характеризуются коротким этапом возрастания намагниченности по закону $M(t) \sim t^{\theta'}$ с последующим переходом к более длительному этапу релаксации по закону $M(t) \sim t^{-\beta/(z\nu)}$, тогда как для $0,5 < m_0 < 1,0$ поведение намагниченности на малых временах наблюдения характеризуется уже переходным режимом с t_{cr} на первых временных шагах моделирования, затем переходящим в этап релаксации $M(t) \sim t^{-\beta/(z\nu)}$.

Из рисунка 3а также видно, что кривые релаксации для систем, эволюционирующих из начальных состояний с $m_0 < 1$, асимптотически стремятся к кривой релаксации системы, эволюционирующей из низкотемпературного

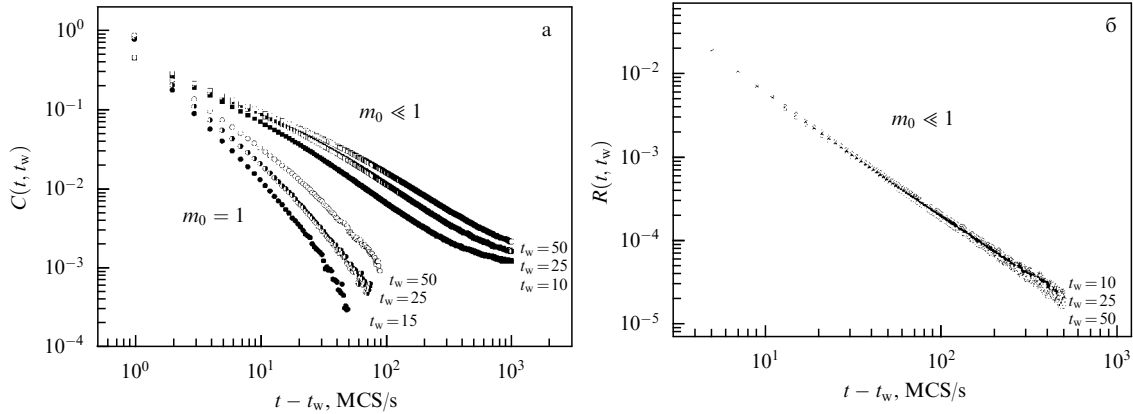


Рис. 4. Временные зависимости корреляционной функции $C(t, t_w)$ (а) и функции отклика $R(t, t_w)$ (б) от времени наблюдения $t - t_w$ для различных начальных неравновесных состояний.

начального состояния с $m_0 = 1$. При этом процесс критической релаксации намагниченности $M(t)$ из высокотемпературного начального состояния с $m_0 = 0,02 \ll 1$ является наиболее "быстрым" по сравнению с релаксацией из других начальных состояний с $m_0 \neq 0$.

На рисунке 3б представлены результаты численной проверки предсказания временной скейлинговой зависимости для $M(t)$ как функции начальных значений намагниченности m_0 , задаваемой соотношением (45). Представленные на рисунке зависимости $t^{\beta/(z\nu)}M(t)$ от tm_0^k при значениях критических индексов для трёхмерной модели Изинга $\beta/\nu = 0,516(2)$ [56], $z = 2,024(6)$ [57] и $\theta' = 0,106(4)$ [39] демонстрируют при $\kappa \simeq 2,77$ "коллапс" данных для $M(t)$, полученных для различных m_0 , на одной кривой с универсальной скейлинговой зависимостью $F_M(tm_0^k)$. При этом участок возрастания скейлинговой функции (линейный в двойном логарифмическом масштабе), описываемый степенным законом $F_M(x) \sim x^{1/\kappa}$, соответствует этапу возрастания намагниченности $M(t) \sim t^{\theta'}$, в то время как горизонтальный участок скейлинговой функции $F_M(x)$ соответствует этапу критического спада намагниченности по закону $M(t) \sim t^{-\beta/(z\nu)}$.

Результаты МК-исследований двухвременных зависимостей для автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ и функции отклика $R(t, t_w)$ от времени наблюдения $t - t_w$ для различных времён ожидания t_w и разных начальных неравновесных состояний ($m_0 \leq 1$ и $m_0 = 1$) представлены на рис. 4. Зависимости $C(t, t_w)$ и $R(t, t_w)$ наглядно демонстрируют проявление для времён $t - t_w \simeq t_w$ эффектов старения, характеризующихся замедлением времени корреляции и уменьшением отклика системы на внешнее поле с увеличением её "возраста" t_w .

В режиме старения двухвременная зависимость для автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ и функции отклика $R(t, t_w)$ определяется, как отмечалось в разделе 2.1.1, скейлинговыми соотношениями (11) и (12). Эти соотношения хорошо описывают результаты моделирования, как это видно из рис. 5, а именно, построенные зависимости $t_w^{2\beta/(z\nu)}C(t, t_w)$ и $t_w^{2\beta/(z\nu)+1}R(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ демонстрируют "коллапс" полученных данных для различных t_w на универсальных кривых, соответствующих скейлинговым функциям $\tilde{F}_C(t/t_w)$ и $\tilde{F}_R(t/t_w)$ в (11). Для временных интервалов $(t - t_w)/t_w \gg 1$, согласно (12), эти скейлинговые функции характеризуются степенной зависимостью от t/t_w . Вычисленные значения показателей

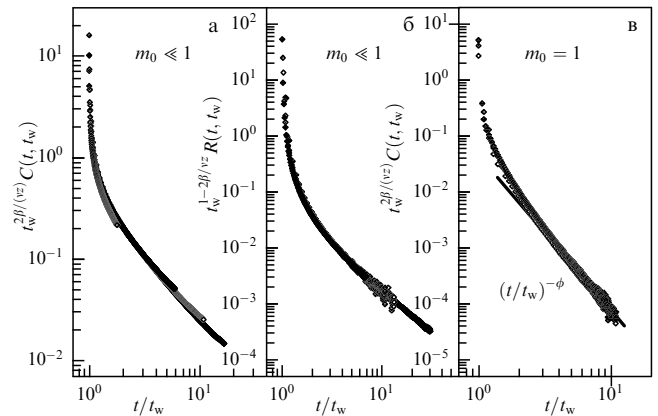


Рис. 5. Скейлинговый коллапс корреляционной функции $C(t, t_w)$ (а), функции отклика $R(t, t_w)$ (б) для случая высокотемпературного начального состояния с $m_0 \leq 1$ и корреляционной функции $C(t, t_w)$ (в) для случая низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$.

$c_a = 1,333(40)$ и $c_r = 1,357(18)$ хорошо согласуются между собой в пределах погрешностей их вычисления и со значением показателя $c_a = 1,362(19)$, полученным методом коротковременной динамики в работе [39].

Для начального полностью упорядоченного состояния с $m_0 = 1$ режим коротковременной динамики характеризуется для автокорреляционной функции $C(t, t_w)$, согласно соотношению (49), показателем ϕ , и мы, анализируя полученную для неё двухвременную зависимость в виде $t_w^{2\beta/(z\nu)}C(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ (рис. 5в), получили для временного интервала с $(t - t_w)/t_w \gg 1$ значение показателя $\phi = 2,742(32)$, которое находится в хорошем согласии с предсказываемым теорией значением $\phi = 1 + d/z + \beta/(z\nu) = 2,737(8)$, рассчитанным с использованием значений критических индексов $\beta = 0,325(1)$, $\nu = 0,630(1)$ [56] и $z = 2,024(6)$ [57].

В режиме старения с учётом влияния различных начальных состояний с $0 \leq m_0 \leq 1$ временная зависимость автокорреляционной функции характеризуется скейлинговым соотношением

$$C(t, t_w, t_m) \sim t_w^{-2\beta/(z\nu)} \tilde{F}_C\left(\frac{t}{t_w}, \frac{t}{t_m}\right). \quad (75)$$

Подобную скейлинговую форму для временной зависимости динамической восприимчивости можно получить

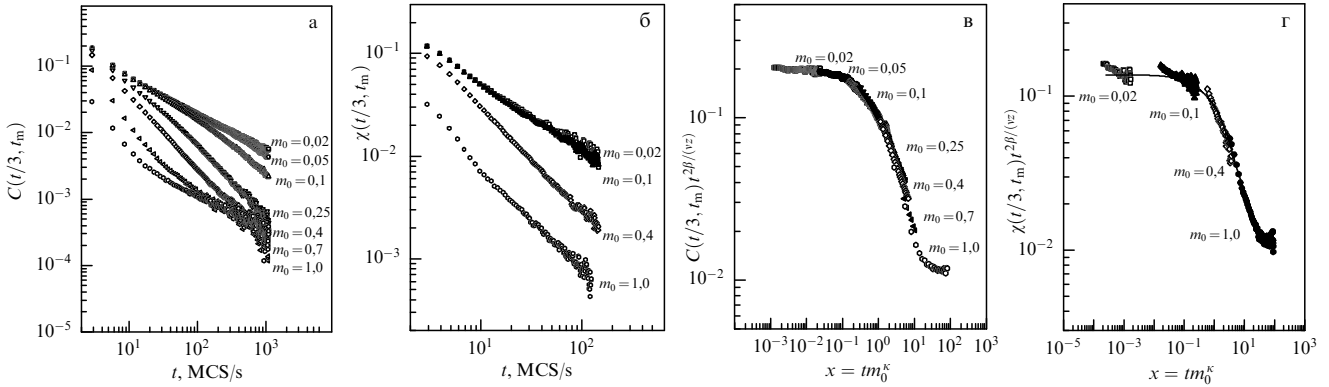


Рис. 6. Зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w = t/3, t_m)$ (а) и динамической восприимчивости $\chi(t, t_w = t/3, t_m)$ (б) от времени наблюдения t , а также функции $t^{2\beta/(z\nu)}C(t, t_m)$ (в) и $t^{2\beta/(z\nu)}\chi(t, t_m)$ (г) от переменной $x = tm_0^\kappa$ для различных начальных значений намагниченности m_0 .

на основе применения интегрального соотношения (72) и скейлинговой зависимости (48) для функции отклика. В результате получаем

$$\chi(t, t_w, t_m) \sim t_w^{-2\beta/(z\nu)} \tilde{F}_\chi\left(\frac{t}{t_w}, \frac{t}{t_m}\right). \quad (76)$$

Для того чтобы вывить предсказываемую соотношениями (75) и (76) зависимость автокорреляционной функции и динамической восприимчивости от начальных значений намагниченности m_0 , удобно в качестве времени ожидания выбрать величину, пропорциональную времени наблюдения, например $t_w = t/3$, тогда предсказываемые в (75) и (76) скейлинговые формы для данных функций примут вид

$$\begin{aligned} C\left(t, t_w = \frac{t}{3}, t_m\right) &= t^{-2\beta/(z\nu)} G_C(tm_0^\kappa), \\ \chi\left(t, t_w = \frac{t}{3}, t_m\right) &= t^{-2\beta/(z\nu)} G_\chi(tm_0^\kappa). \end{aligned} \quad (77)$$

На рисунке 6а, б представлены полученные нами зависимости функций $C(t, t_w = t/3, t_m)$ и $\chi(t, t_w = t/3, t_m)$ от времени наблюдения t для различных начальных значений намагниченности m_0 , а на рис. 6в, г — зависимости скейлинговых функций $G_C(tm_0^\kappa) = t^{2\beta/(z\nu)}C(t, t_w = t/3, t_m)$ и $G_\chi(tm_0^\kappa) = t^{2\beta/(z\nu)}\chi(t, t_w = t/3, t_m)$ от переменной $x = tm_0^\kappa$ при $\kappa \simeq 2,77$. Рисунки демонстрируют "коллапс" данных для C и χ при различных m_0 на универсальных кривых, соответствующих скейлинговым функциям $G_C(tm_0^\kappa)$ и $G_\chi(tm_0^\kappa)$, и тем самым подтверждают сложную обобщённо-однородную зависимость корреляционной функции и функции отклика (45) от временных переменных t , t_w и t_m .

Рассмотрим теперь вопрос об определении ФДО для различных начальных состояний. Так, для случая высокотемпературного начального состояния с $m_0 \ll 1$ на рис. 7 представлено вычисленное на основе формулы (71) ФДО в виде функциональной зависимости $X(t, t_w)$ от $t_w/(t - t_w)$ при $t - t_w \gg t_w$. Линейная аппроксимация зависимости $X(t, t_w)$ при $t_w/(t - t_w) \rightarrow 0$ позволила определить значения $X(t_w)$ для каждого t_w . К полученным значениям $X(t_w)$ для различных времён ожидания была применена экстраполяция $X(t_w \rightarrow \infty)$, которая позволяет определить искомое предельное ФДО X^∞ (см. рис. 16 в разделе 4.1.2). В результате таких процедур было получено значение $X^\infty = 0,380(13)$, которое недостаточно

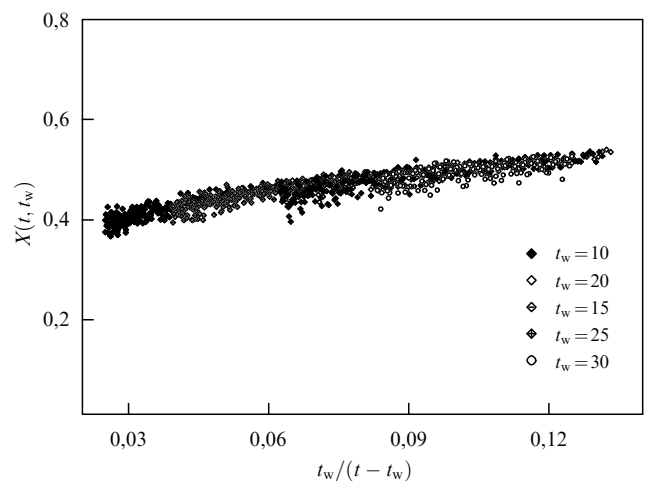


Рис. 7. Флуктуационно-диссипативное отношение $X(t, t_w)$ как функция $t_w/(t - t_w)$ для $t - t_w \gg t_w$ в случае высокотемпературного начального состояния с $m_0 \ll 1$.

хорошо согласуется с теоретико-полевым значением $X_{3\text{DI}_S}^\infty = 0,429(6)$, вычисленным в работе [21], но соответствует значению $X^\infty \approx 0,40$, анонсированному в статье [27] как результат предварительных численных исследований трёхмерной модели Изинга.

Для начального полностью упорядоченного состояния с намагниченностью $m_0 = 1$ получено значение ФДО $X^\infty = 0,784(7)$ в результате расчёта предельной зависимости $T_c\chi(C)$ (рис. 8а) в соответствии с соотношением (74). Это значение X^∞ находится в очень хорошем согласии с теоретико-полевым значением $X^\infty \simeq 0,78$, вычисленным в работе [46].

В разделе 2.2.2 показано, что ренормгрупповое описание неравновесного критического поведения систем, проведённое в гауссовом приближении для диссипативной модели А, предсказывает изменение ФДО как функции $x = t_w/t_m$ для начальных состояний с $m_0 \neq 0$ от значения $1/2$ при $x = 0$ до значения $4/5$ при $x \rightarrow \infty$, при этом величина предельного ФДО $X^\infty = 4/5$ оказывается не зависящей от $m_0 \neq 0$. Для исследования влияния флуктуационных эффектов на значения ФДО при $m_0 \neq 0$ был проведён расчёт временной зависимости динамической восприимчивости $\chi(t, t_w, t_m)$ и автокорреляционной функции $C(t, t_w, t_m)$ при $t_w = t/3$ для начальных состояний с $m_0 = 0,1$ и $m_0 = 0,4$.

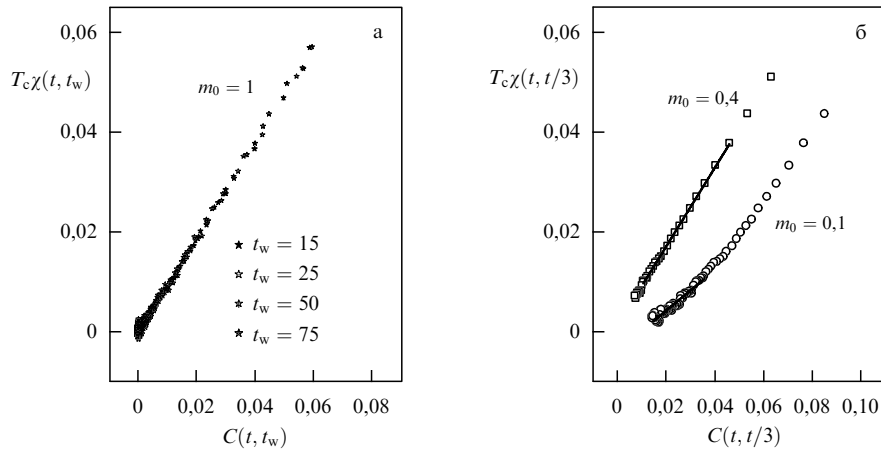


Рис. 8. Величина $T_c \chi(t, t_w)$ как функция от $C(t, t_w)$ в случае низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$ для различных времён ожидания t_w (а) и в случае релаксации из начальных состояний с $m_0 = 0,4, 0,1$ (б).

Представленная на рис. 8б вычисленная параметрическая зависимость $T_c \chi$ от C позволяет получить предельное значение ФДО X^∞ при $C \rightarrow 0$ в соответствии с соотношением (74). Так, для начального состояния с $m_0 = 0,1$ получено $X^\infty = 0,402(12)$, согласующееся с высокотемпературным значением $X^\infty = 0,380(13)$, а для начального состояния с $m_0 = 0,4$ получено $X^\infty = 0,788(5)$, согласующееся с низкотемпературным значением $X^\infty = 0,784(7)$.

В результате можно сделать следующий вывод: неравновесное критическое поведение трёхмерной модели Изинга с произвольным начальным значением намагниченности m_0 можно разделить на два класса универсальности, соответствующих высокотемпературному и низкотемпературному начальным состояниям с предельным ФДО $X^\infty = X^\infty(m_0 = 0) = 0,380(13)$ для $m_0 \lesssim 0,1$ и $X^\infty = X^\infty(m_0 = 1) = 0,784(7)$ для $m_0 \gtrsim 0,4$.

Представленные результаты численных исследований указывают на нарушение ФДТ при неравновесном критическом поведении трёхмерной модели Изинга. Полученные значения предельного ФДО X^∞ отличаются от единицы и зависят от принадлежности к двум классам универсальности неравновесного критического поведения, соответствующим высокотемпературному и низкотемпературному начальным состояниям системы. Пороговое значение начальной намагниченности m_0^{th} , разделяющее эти два класса универсальности, лежит в интервале $0,1 < m_0^{\text{th}} < 0,4$.

4. Влияние дефектов структуры на свойства неравновесного критического поведения трёхмерной модели Изинга

При изучении влияния структурного беспорядка на фазовые переходы второго рода возникают два вопроса: изменяются ли критические индексы "чистого" магнетика при разбавлении его примесью немагнитных атомов, и если да, то являются ли новые критические индексы универсальными, т.е. не зависящими от концентрации дефектов структуры вплоть до порога перколяции? Ответ на первый вопрос дан в работе [58], где показано, что критические индексы систем с замороженными дефектами структуры изменяются по сравнению с их бездефектными аналогами, если критический индекс

теплоёмкости "чистой" системы положителен. Этому критерию удовлетворяют лишь трёхмерные системы, критическое поведение которых описывается моделью Изинга.

Исследованиям ренормгрупповыми методами, численными методами Монте-Карло и экспериментальному изучению критического поведения разбавленных изингоподобных магнетиков посвящено значительное число работ [41, 43, 45, 59–64]. И если на вопрос о существовании нового класса универсальности критического поведения, который образуют разбавленные изингоподобные магнетики, уже получен положительный ответ, то вопросы о независимости асимптотических значений критических индексов от степени разбавления системы, мере влияния кроссоверных эффектов на эти значения, а также о возможности существования двух или более режимов критического поведения для слабо и сильно неупорядоченных систем остаются открытыми и горячо обсуждаются.

Отметим, что аналитические ренормгрупповые методы исследования критического поведения примесных систем применимы лишь для слабо разбавленных магнетиков при концентрациях дефектов $(1-p) \ll 1$, где p — спиновая концентрация. При увеличении разбавления системы немагнитными атомами примеси при спиновых концентрациях $p_c^s < p < p_c^{\text{imp}} = 1 - p_c^s$, где p_c^s и p_c^{imp} — соответственно пороги спиновой и примесной перколяции (для кубических решёток со взаимодействием ближайших соседей $p_c^s \simeq 0,31$, $p_c^{\text{imp}} \simeq 0,69$), примеси образуют связывающий кластер, который при $T \leq T_c$ сосуществует со спиновым связывающим кластером при спиновых концентрациях вплоть до p_c^s , образуя фракталоподобную структуру с эффективной дальнедействующей пространственной корреляцией в распределении примесей [65].

Изменение эффектов рассеяния флуктуаций параметра порядка на атомах примеси должно сопровождаться появлением новых неподвижных точек для вершин взаимодействия флуктуаций параметра порядка и, следовательно, как впервые было предсказано в работе [66, 67], область $p_c^s < p < p_c^{\text{imp}}$ характеризуется новым типом критического поведения трёхмерной модели Изинга, соответствующим области сильной структурной неупорядоченности.

Такие универсальные характеристики критического поведения, как критические индексы, полученные для структурно неупорядоченной модели Изинга с применением ренормгруппового описания при фиксированной размерности системы $d = 3$ и различных методов суммирования рядов теории, характеризуются значениями $\nu = 0,678(10)$, $\beta = 0,349(5)$, $\gamma = 1,330(17)$, $\omega = 0,25(10)$ [68], $z = 2,179(1)$ [57], $\theta' = 0,120$ [17] (для статических и динамических показателей приведены значения, полученные с лучшей доступной на данный момент точностью) и достаточно хорошо согласуются с результатами экспериментального исследования изингоподобных магнетиков $\text{Fe}_p\text{Zn}_{1-p}\text{F}_2$ при спиновой концентрации $p = 0,9$: $\nu = 0,70(2)$, $\gamma = 1,34(6)$ [64], $\beta = 0,350(9)$, $z = 2,18(10)$ [20, 63]. Экспериментальные исследования сильно неупорядоченных магнетиков дали значения $\nu = 0,73(3)$, $\gamma = 1,44(6)$ [61] для $\text{Fe}_p\text{Zn}_{1-p}\text{F}_2$ при $p = 0,6$, $\nu = 0,75(5)$, $\gamma = 1,57(16)$ [62] для $\text{Mn}_p\text{Zn}_{1-p}\text{F}_2$ при $p = 0,5$.

Результаты численных МК-исследований критического поведения структурно неупорядоченной трёхмерной модели Изинга достаточно противоречивы: результаты одних исследователей поддерживают концепцию независимости значений критических индексов от концентрации дефектов вплоть до порога перколяции с $\nu = 0,684(5)$, $\beta = 0,355(3)$, $\gamma = 1,342(10)$ [69], $z = 2,62(7)$ [70], $z = 2,35(2)$ [71], $\theta' = 0,10(2)$ [72, 73], получаемыми при некоторой процедуре подгонки промежуточных значений индексов и амплитуд в скейлинговой зависимости вычисляемых термодинамических характеристик для различных спиновых концентраций с использованием подбираемого индекса поправки к скейлингу $\omega = 0,370(63)$ [69], $\omega = 0,50(13)$ [70], $\omega_2 = 0,82(8)$ [71]; результаты других исследователей указывают на существование двух универсальных классов критического поведения для слабо неупорядоченных систем с $\nu = 0,68(2)$, $\beta = 0,34(2)$ [74], $z = 2,38(1)$ [75], $\nu = 0,682(3)$, $\beta = 0,344(3)$ [76, 77], $\nu = 0,683(4)$, $\beta = 0,310(3)$, $\gamma = 1,299(3)$ [60], $\nu = 0,696(3)$, $\gamma = 1,345(4)$, $\omega = 0,23(13)$ [16], $z = 2,20(7)$ [66, 67], $z = 2,191(21)$, $\omega = 0,256(55)$, $\theta' = 0,127(16)$ [17] и сильно неупорядоченных систем с $\nu = 0,72(2)$, $\beta = 0,33(2)$, $\gamma = 1,51(3)$ [74], $z = 2,53(3)$ [75], $\nu = 0,717(7)$, $\beta = 0,313(12)$ [76, 77], $\nu = 0,725(6)$, $\beta = 0,349(4)$, $\gamma = 1,446(4)$ [60], $\nu = 0,725(4)$, $\gamma = 1,415(11)$, $\omega = 0,28(15)$ [16], $z = 2,58(9)$ [66, 67], $z = 2,663(30)$, $\omega = 0,286(10)$, $\theta' = 0,167(18)$ [41, 78, 79].

Представленные далее в данном обзоре численные МК-исследования двухвременных характеристик неравновесного критического поведения для структурно неупорядоченной трёхмерной модели Изинга, непerturbативные по своей сути, позволяют более однозначно ответить на вопрос об относительном соответствии значений предельного ФДО X^∞ для структурно неупорядоченной и "чистой" моделей Изинга и выделить влияние дефектов структуры на эффекты старения и значения X^∞ в неравновесном критическом поведении трёхмерной модели Изинга со спиновыми концентрациями в областях как слабой, так и сильной неупорядоченности.

4.1. Эволюция из начального высокотемпературного состояния

В этом разделе представлены результаты исследования эффектов старения в неравновесном критическом поведении структурно неупорядоченной модели Изинга при её эволюции из начального высокотемпературного состоя-

ния [48–50, 54, 80, 81]. Для определения функции отклика и ФДО были применены два подхода.

Один подход связан с введением влияния инфинитесимально малого случайного магнитного поля и расчётом двухвременной зависимости магнитной восприимчивости системы как её реакции на включённое в момент t_w случайное магнитное поле, а также определением ФДО через связь динамической восприимчивости и автокорреляционной функции [48, 50, 80]. В данном подходе для моделирования эволюции макроскопической спиновой системы применяется алгоритм Метрополиса.

Другой подход [48–50, 54, 81] не связан с введением внешнего магнитного поля — в нём применяется расчётная методика, позволяющая на основе применения алгоритма тепловой бани выразить функцию отклика на внешнее поле через специальную двухвременную корреляционную функцию (70). Детали данной методики изложены в разделе 3.

Гамильтониан структурно неупорядоченной модели Изинга задаётся выражением

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} p_i p_j S_i S_j, \quad (78)$$

где суммирование проводится по ближайшим соседям, $S_i = \pm 1$, p_i — числа заполнения, характеризующие наличие замороженного структурного некоррелированного беспорядка в системе: $p_i = 1$ для узла i со спином и $p_i = 0$ для узла с немагнитным атомом примеси.

4.1.1. Моделирование с пробным магнитным полем. Результаты численных исследований. Проводилось вычисление автокорреляционной функции

$$C(t, t_w) = \left\langle \frac{1}{pL^3} \sum_{i=1}^{pL^3} p_i S_i(t) S_i(t_w) \right\rangle \quad (79)$$

и магнитной восприимчивости

$$\chi(t, t_w) = \left\langle \frac{1}{h^2 pL^3} \sum_{i=1}^{pL^3} p_i h_i(t_w) S_i(t) \right\rangle, \quad (80)$$

где p — концентрация спинов в кубической решётке с линейным размером L , угловые скобки обозначают статистическое усреднение по реализациям начального состояния, квадратные — усреднение по различным конфигурациям распределения дефектов в решётке, а надчёркивание сверху — усреднение по реализациям случайного магнитного поля. Отметим, что динамическая восприимчивость является интегральной характеристикой, связанной с функцией отклика следующим соотношением:

$$\chi(t, t_w) = \int_{t_w}^t dt' R(t, t'). \quad (81)$$

Для вычисления динамической восприимчивости $\chi(t, t_w)$ в момент t_w к гамильтониану добавлялось возмущение $\delta H = -\sum_i h_i S_i$, где случайное магнитное поле задавалось бимодальным распределением $\pm h$ на узлах кристаллической решётки [9]. Амплитуда поля h выбиралась достаточно малой ($h = 0,01$), чтобы избежать нелинейных эффектов его влияния.

Моделирование системы проводилось на решётке спинов с линейным размером $L = 128$ при спиновых концентрациях $p = 0,8$ и $0,6$ и соответствующих критиче-

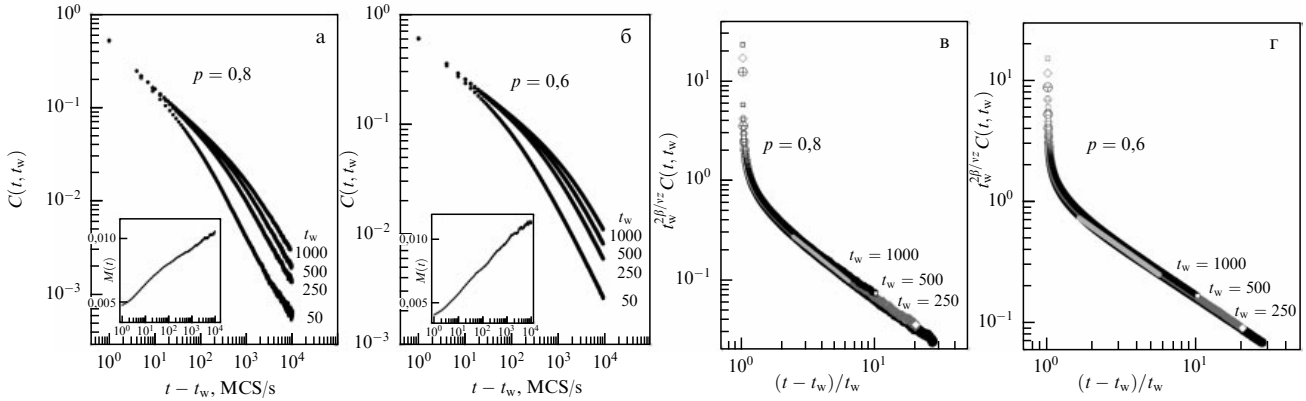


Рис. 9. Зависимость автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ от времени наблюдения $t - t_w$ в двойном логарифмическом масштабе при концентрациях спинов (а) $p = 0,8$ и (б) $p = 0,6$ для различных времён ожидания t_w . Демонстрация реализации скейлинговой зависимости для автокорреляционной функции (82) при различных временах t_w для спиновых концентраций (в) $p = 0,8$ и (г) $p = 0,6$.

ских температурах: $k_B T_c/J = 3,4995(2)$ и $2,4241(1)$ [16, 17]. Формировалось высокотемпературное, $T \gg T_c$, начальное состояние системы с малым значением намагниченности, $m_0 \ll 1$ ($m_0 = 0,01$ для $p = 0,8$ и $m_0 = 0,005$ для $p = 0,6$), которое для исследуемого критического режима при $T = T_c$ являлось существенно неравновесным. Поведение системы исследовалось на временах до 10000 шагов Монте-Карло на спин для времён ожидания $t_w = 50, 250, 500$ и 1000 MCS/s. Итоговые зависимости были получены усреднением по 1000 примесных конфигураций, для каждой из которых усреднение проводилось по 20 реализациям начального состояния и 10 реализациям случайного магнитного поля.

На рисунке 9 в двойном логарифмическом масштабе представлены графики вычисленной временной эволюции автокорреляционной функции для систем с $p = 0,8$ и $0,6$ для различных времён ожидания. Из графиков наглядно видно, что в двухвременном поведении автокорреляционной функции можно выделить несколько режимов. Так, при $t - t_w \ll t_w$ в её поведении отсутствует зависимость от времени ожидания и $C(t, t_w) = C(t - t_w)$, т.е. реализуется квазиравновесный режим, характеризуемый степенной зависимостью $C(t - t_w) \sim (t - t_w)^{-(d-2+\eta)/z}$.

На временах наблюдения $t - t_w$ и ожидания t_w , достаточно больших, но сравнимых друг с другом ($t - t_w \sim t_w \gg 1$), в поведении $C(t, t_w)$ проявляется существенная зависимость от времени ожидания t_w , характеризующая эффекты старения, т.е. замедление спада временной корреляции в системе с увеличением её "возраста" t_w . Аппроксимируя на этом этапе при $T = T_c$ автокорреляционную функцию степенной зависимостью $C(t, t_w) \sim (t - t_w)^{-\lambda}$, мы определили значения показателя λ для различных значений t_w . Приведённые в табл. 2 значения λ указывают на замедление эволюции системы с возраста-

нием t_w , при этом увеличение концентрации дефектов приводит к усилению эффектов старения.

Для этапа с $t - t_w \sim t_w \gg 1$ двухвременные динамические функции можно охарактеризовать следующими зависимостями [27]:

$$C(t, t_w) \sim t_w^{-(d-2+\eta)/z} F_C\left(\frac{t}{t_w}\right), \quad (82)$$

$$R(t, t_w) \sim t_w^{-1-(d-2+\eta)/z} F_R\left(\frac{t}{t_w}\right).$$

Поведение скейлинговых функций $F_C(t/t_w)$ и $F_R(t/t_w)$ хорошо известно для этапа существенно неравновесной эволюции системы, реализующегося при временах $t \gg t_w \gg 1$. На этом этапе скейлинговые функции выражаются как

$$F_C\left(\frac{t}{t_w}\right) \approx A_C \left(\frac{t}{t_w}\right)^{-c_a}, \quad F_R\left(\frac{t}{t_w}\right) \approx A_R \left(\frac{t}{t_w}\right)^{-c_r} \quad (83)$$

с показателем $c_a = c_r = d/z - \theta'$. Здесь критический индекс θ' определяет возрастание намагниченности $M(t) \sim t^{\theta'}$ при неравновесной критической эволюции системы из начального состояния с $m_0 \ll 1$ (см. вставки на рис. 9а, б).

Для подтверждения скейлинговой зависимости автокорреляционной функции (82) была построена зависимость $t_w^{(1+\eta)/z} C(t, t_w)$ от t/t_w . Результат приведён на рис. 9в, г, которые демонстрируют "коллапс" полученных данных для различных t_w на соответствующих $p = 0,8$ и $p = 0,6$ универсальных кривых, отвечающих скейлинговой функции $F_C(t/t_w)$ в (82). Для анализа использовались значения критических индексов $z = 2,191(21)$ и $1 + \eta = 2\beta/\nu = 1,016(32)$ в случае слабо неупорядоченной системы с $p = 0,8$ [17] и значения $z = 2,663(30)$ и $1 + \eta = 0,924(80)$ для сильно неупорядоченной системы с $p = 0,6$ [41, 78].

На основе анализа полученной зависимости величины $t_w^{(1+\eta)/z} C(t, t_w)$ от t/t_w были вычислены значения показателя c_a для скейлинговой функции (83): $c_a(p = 0,8) = 1,237(22)$ и $c_a(p = 0,6) = 0,982(30)$. Значение показателя c_a для слабо неупорядоченной системы с $p = 0,8$ хорошо согласуется в пределах погрешности с вычисленным в работе [17] значением $c_a = 1,242(10)$ при применении метода коротковременной динамики с учётом ведущих поправок к скейлингу и слабо согласуется со зна-

Таблица 2. Значения критического показателя λ для систем со спиновой концентрацией $p = 0,8$ и $0,6$

t_w	λ	
	$p = 0,8$ $t - t_w = 160 - 1600$	$p = 0,6$ $t - t_w = 300 - 1200$
50	0,938(34)	0,746(32)
250	0,739(40)	0,604(45)
500	0,644(25)	0,531(40)
1000	0,569(30)	0,467(36)

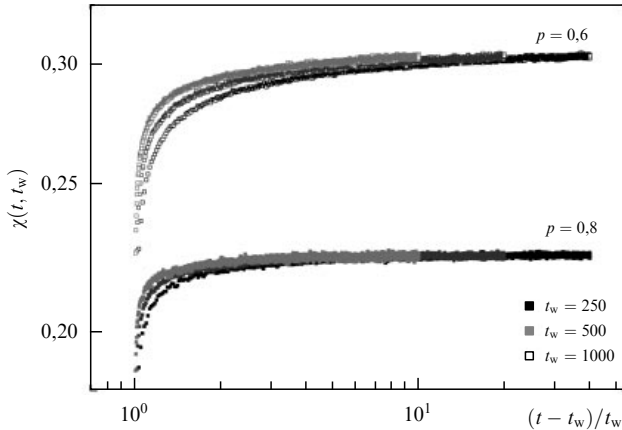


Рис. 10. Зависимость обобщённой восприимчивости $\chi(t, t_w)$ от t/t_w при концентрациях спинов $p = 0,8$ и $p = 0,6$ и различных временах ожидания t_w .

чением $c_a = 1,05(3)$, полученным в работах [72, 73] при исследовании неравновесной критической динамики в неупорядоченной модели Изинга. Причины этого несоответствия детально обсуждались нами в работе [17].

На рисунке 10 представлена рассчитанная в соответствии с (80) двухвременная зависимость обобщённой восприимчивости $\chi(t, t_w)$ от t/t_w для систем со спиновыми концентрациями $p = 0,8$ и $p = 0,6$ для различных времён t_w . Видно, что на этапе эволюции с $t - t_w \sim t_w \gg 1$, как и для автокорреляционной функции, проявляется зависимость $\chi(t, t_w)$ от t_w , характерная для эффектов старения, — замедление релаксации системы с увеличением её возраста t_w , в то время как на этапе с $t \gg t_w \gg 1$ проявляется универсальная скейлинговая зависимость в виде $F_\chi(t/t_w) \sim (t/t_w)^{c_\chi}$.

Скейлинговое поведение в режиме $t - t_w \gg t_w \gg 1$ динамических функций $C(t, t_w)$ и $R(t, t_w)$, определяемое соотношением (82), приводит к функциональной зависимости ФДО $X(t, t_w)$ только от t/t_w [31, 32]:

$$X(t, t_w) = \frac{TR(t/t_w)}{(\partial/\partial t_w)C(t/t_w)} \sim \frac{F_R(t/t_w)}{(2\beta/vz)F_C(t/t_w) + (t/t_w)F'_C(t/t_w)}. \quad (84)$$

Такое поведение $X(t, t_w)$ подтверждается ренормгрупповыми расчётами [21].

Представление (84) позволило для получения значения предельного ФДО в работах [31, 32] применить линейную аппроксимацию по $t_w/t \rightarrow 0$ к набору полученных данных для ряда двумерных спиновых систем (модель Изинга, модель Поттса с числом состояний $q = 4$ и clock-модель с $q = 3$) ввиду их слабой зависимости от t_w . В случае трёхмерной модели Изинга наши данные демонстрируют заметную зависимость от t_w , поэтому для нахождения значения предельного ФДО мы применили процедуру получения сначала $X^\infty(t_w) = \lim_{t \rightarrow \infty} X(t, t_w)$, а затем — искомого предельного ФДО $X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} X^\infty(t_w)$.

Принадлежность к классу универсальности как "чистой", так и неупорядоченной систем проявляется в универсальности значений критических индексов и отношений критических амплитуд. Если исходить из скейлинго-

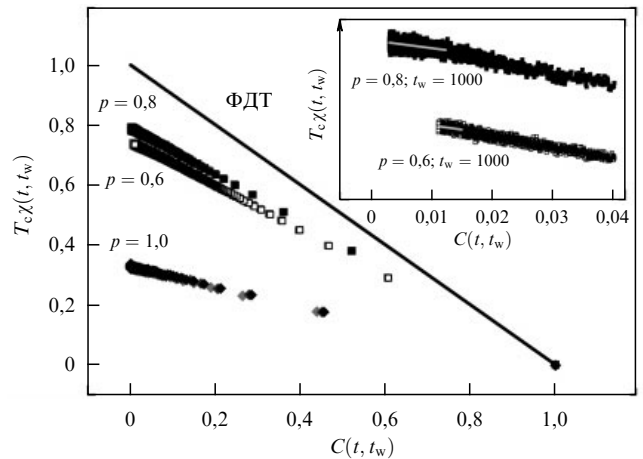


Рис. 11. Графики параметрической зависимости $T_c \chi(t, t_w)$ от $C(t, t_w)$ при $t_w = 1000$ MCS/s для спиновых концентраций $p = 1,0, 0,8$ и $0,6$ в сравнении с зависимостью при выполнении флуктуационно-диссипативной теоремы.

вых соотношений (82) и (83), то предельное значение ФДО примет вид

$$X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X(t, t_w) = \frac{A_R}{A_C} \left(c_a - \frac{2\beta}{vz} \right)^{-1} \quad (85)$$

и также станет новой универсальной характеристикой критического поведения.

Значения ФДО могут быть получены на основе вычисленных нами временных зависимостей для автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ и восприимчивости $\chi(t, t_w)$ (см. рис. 10), если выразить в соответствии с (2) и (81) величину $T_c \chi(t, t_w)$ как функцию $C(t, t_w)$:

$$T_c \chi(t, t_w) = \int_{t_w}^t X(t, t') \frac{\partial C(t, t')}{\partial t'} dt' = \int_{C(t, t_w)}^1 X(C) dC. \quad (86)$$

Для этого зависимость $T_c \chi(t, t_w)$ от $C(t, t_w)$ представим в виде некоторой кривой (рис. 11), асимптотическая кривизна которой и будет определять значение $X^\infty(t_w)$:

$$X^\infty(t_w) = - \lim_{C \rightarrow 0} \frac{d(T_c \chi)}{dC} \quad (87)$$

Получая $X^\infty(t_w)$ для различных времён ожидания и проводя линейную аппроксимацию, а затем экстраполяцию, $X^\infty(t_w \rightarrow \infty)$, определяем искомое предельное ФДО X^∞ .

На рисунке 11 представлены полученные параметрические зависимости $T_c \chi(t, t_w)$ от $C(t, t_w)$ при $t_w = 1000$ MCS/s для спиновых концентраций $p = 1,0, 0,8$ и $0,6$. Сплошная прямая соответствует квазиравновесному поведению системы с выполнением ФДО и $X(t, t_w) = 1$. Зависимости $T_c \chi(t, t_w)$ от $C(t, t_w)$ демонстрируют нарушение ФДО для неравновесного критического поведения как для "чистой", так и для неупорядоченной моделей Изинга. Указанные зависимости и флуктуационно-диссипативные отношения вычислялись при временах ожидания $t_w = 250, 500$ и 1000 MCS/s для структурно неупорядоченных систем и $t_w = 10, 25$ и 50 MCS/s для "чистой" системы. В таблице 3 приведены значения $X^\infty(t_w)$, определённые для различных времён ожидания.

Таблица 3. Значения предельного ФДО X^∞ для систем со спиновой концентрацией $p = 1, 0, 0,8$ и $0,6$

t_w	X^∞		t_w	X^∞	
	$p = 1,0$			$p = 0,8$	$p = 0,6$
10	0,586(24)		250	0,708(15)	0,726(13)
25	0,460(52)		500	0,544(23)	0,583(14)
50	0,437(63)		1000	0,494(17)	0,519(29)
$\rightarrow \infty$	0,390(12)		$\rightarrow \infty$	0,415(18)	0,443(6)

Отметим, что значения $X^\infty(t_w)$, согласно (87), вычисляются в пределе $C(t, t_w) \rightarrow 0$, соответствующем этапу с $t \gg t_w \gg 1$. Поэтому на вставке рис. 11 выделены те участки графиков зависимостей $T\chi(t, t_w)$ от $C(t, t_w)$, которые соответствуют этим критериям и на которых были определены значения $X^\infty(t_w)$.

Важным при численных исследованиях неравновесного критического поведения является также то, что для трёхмерных решёток даже с такими большими линейными размерами, как $L = 128$, в "чистых" системах длительность неравновесного этапа эволюции составляет величину в 1000 MCS/s, в то время как для структурно неупорядоченных систем при $L = 128$ соответствующая характерная длительность уже на порядок больше — 10000 MCS/s (подтверждением чему служат вставки на рис. 9). Это позволяет для анализа эффектов старения и значений предельного ФДО в структурно неупорядоченных системах проводить исследования при значительно больших временах ожидания t_w , чем для "чистых" систем, что повышает достоверность получаемых характеристик для критического состояния системы с аномально большими по амплитудам и долгоживущими флуктуациями параметра порядка.

На рисунке 12 представлены вычисленная зависимость $X^\infty(1/t_w)$ и её экстраполяция к значению X^∞ при $t_w \rightarrow \infty$. Полученные значения предельного ФДО $X^\infty = 0,415(18)$ для системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$ и $X^\infty = 0,443(6)$ для системы $p = 0,6$ указывают на нарушение флуктуационно-диссипативной теоремы в неравновесном критическом поведении структурно неупорядоченных систем, описываемых трёхмерной моделью Изинга, а также на то, что в сильно неупорядоченных системах с $p = 0,6$ наличие дефектов приводит к большему значению X^∞ , чем в случае слабо неупорядоченных с $p = 0,8$.

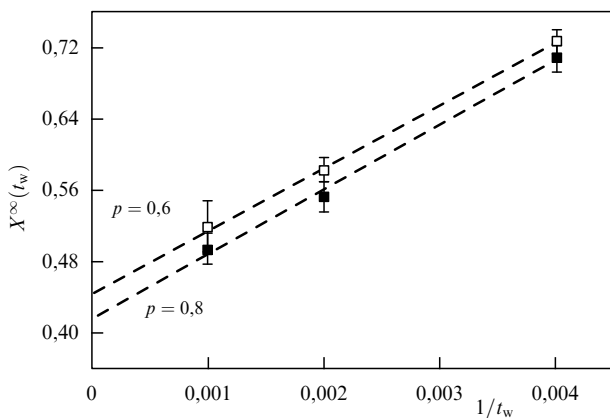


Рис. 12. Получение ФДО посредством аппроксимации предельных значений $X^\infty(t_w)$ при $t_w^{-1} \rightarrow 0$ для $p = 0,8$ и $0,6$.

Опираясь на информацию о полученном авторами работы [27] на основе проведённых ими численных исследований неравновесного критического поведения для "чистой" трёхмерной модели Изинга предварительном значении $X^\infty \simeq 0,4$, а также на реализованные нами исследования данной модели, давшие $X^\infty = 0,390(12)$, можно сделать вывод о том, что наличие дефектов структуры приводит к новому классу универсальности критического поведения для трёхмерной модели Изинга, к набору определяющих характеристик которого относятся и значения ФДО $X^\infty_{\text{disorder}} > X^\infty_{\text{pure}}$.

Отметим, что в работе [21] было проведено ренормгрупповое описание неравновесного критического поведения диссипативных систем с несохраняющимся параметром порядка и для них было рассчитано ФДО с применением ϵ -разложения во втором порядке теории. Полученное в виде ряда по ϵ ФДО имело вид (43). Для трёхмерной модели Изинга с $\epsilon = 1$ и $n = 1$ при применении метода суммирования аппроксимантов Паде получено $X^\infty = 0,429(6)$ (ряд не суммируем по Паде – Борелю или Паде – Борелю – Лерою). В работе [22] в однопетлевом приближении было рассчитано значение X^∞ для слабо разбавленной модели Изинга, которое в соответствии с выражением (44) при $\epsilon = 1$ приводит к результату $X^\infty = 0,416$.

Как отмечено авторами [22], данные результаты вычисления X^∞ в первом порядке теории для неупорядоченной модели Изинга не позволяют из сопоставления с результатами для однородной модели выделить особенности влияния дефектов на ФДО, для этого требуется проведение вычислений в более высоких порядках теории. Тем не менее отметим, что полученное нами значение $X^\infty = 0,422(14)$ для слабо неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$ находится в хорошем согласии в пределах статистических погрешностей с результатом ренормгруппового описания.

Проведённые численные исследования позволяют наглядно через поведение двухвременных функций продемонстрировать яркие особенности неравновесного поведения систем с медленной динамикой, а именно влияние начальных состояний, сказывающееся на временах, меньших времени релаксации системы, проявление эффектов старения на временах наблюдения порядка времени ожидания и выделение ФДО, введение которого обобщает ФДТ для случая неравновесного поведения с возможностью введения эффективной температуры системы как $T_{\text{eff}} = T/X(t, t_w)$ [24]. Указанные особенности необходимо учитывать при задании условий экспериментального исследования поведения систем с медленной динамикой, а также при анализе получающихся результатов.

4.1.2. Моделирование методом тепловой бани. Результаты и их анализ. В этом разделе для исследования нарушения ФДТ в структурно неупорядоченной модели Изинга применена методика, позволяющая при моделировании динамики системы с помощью алгоритма тепловой бани получить функцию отклика без введения магнитного поля, выразив её через специальную двухвременную корреляционную функцию, задаваемую выражением (70), а также ФДО в соответствии с выражением (71). Для структурно неупорядоченных систем выражения (70) и (71) модифицируются с учётом введения случайно распределённых немагнитных атомов примеси и необходимости проведения дополнительного усреднения по

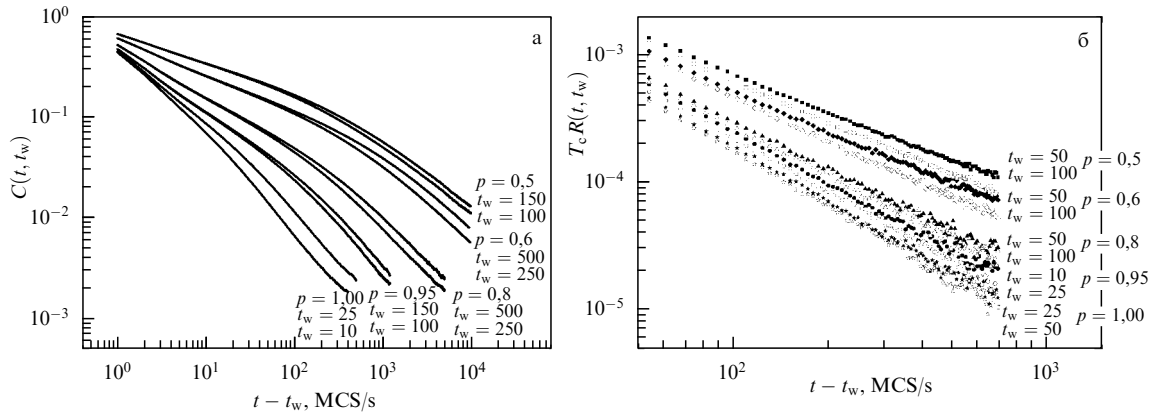


Рис. 13. Временные зависимости корреляционной функции $C(t, t_w)$ (а) и функции отклика $R(t, t_w)$ (б) от времени наблюдения $t - t_w$ для различных спиновых концентраций p и времён ожидания t_w .

различным конфигурациям распределения замороженных дефектов в решётке. В результате для расчёта данных величин используются следующие соотношения:

$$R(t, t_w) = \frac{1}{TN_s} \sum_{i=1}^{N_s} \left[\langle p_i S_i(t) (S_i(t_w + 1) - S_i^W(t_w + 1)) \rangle \right], \quad (88)$$

$$X(t, t_w) = \frac{TR(t, t_w)}{\partial_{t_w} C(t, t_w)} = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} \left[\langle p_i S_i(t) (S_i(t_w + 1) - S_i^W(t_w + 1)) \rangle \right]}{\sum_{i=1}^{N_s} \left[\langle p_i S_i(t) (S_i(t_w + 1) - S_i(t_w)) \rangle \right]}, \quad (89)$$

где $S_i^W = \tanh(J \sum_{m \neq i} p_m S_m / T)$, $N_s = pL^3$ — число спинов в решётке.

Было проведено моделирование неравновесного критического поведения как "чистой", так и структурно неупорядоченной моделей Изинга при спиновых концентрациях $p = 1, 0; 0,95; 0,8; 0,6$ и $0,5$ на трёхмерной кубической решётке с линейным размером $L = 128$ [81].

Рассматривалась эволюция системы из специально сформированного при $T_0 \gg T_c$ высокотемпературного начального состояния с малым значением намагниченности $m_0 \ll 1$ ($m_0(p = 1) = 0,02$, $m_0(p = 0,95; 0,8) = 0,01$ и $m_0(p = 0,6; 0,5) = 0,005$). После приготовления начальной конфигурации динамика системы реализовывалась при следующих критических температурах:

$$\begin{aligned} T_c(p = 1) &= 4,5114(1), & T_c(p = 0,95) &= 4,26267(4), \\ T_c(p = 0,8) &= 3,4995(2), & T_c(p = 0,6) &= 2,4241(1), \\ T_c(p = 0,5) &= 1,84509(6), \end{aligned}$$

соответствующих рассматриваемым спиновым концентрациям [16, 17]. Поведение систем исследовалось на временах до 10000 MCS/s. При моделировании "чистой" системы проводилось статистическое усреднение по 94000 прогонок. При моделировании структурно неупорядоченной модели Изинга вычисляемые величины усреднялись по 6200 примесным конфигурациям и 15 прогонам для каждой примесной конфигурации.

На рисунке 13а, б представлены в двойном логарифмическом масштабе полученные зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ и функции отклика $R(t, t_w)$ от времени наблюдения $t - t_w$ для набора различных времён ожидания t_w . Наглядно видно проявление эффектов

старения через зависимость функций $C(t, t_w)$ и $R(t, t_w)$ от "возраста" системы t_w (с увеличением возраста системы корреляционные эффекты замедляются и её реакция на внешние возмущения уменьшается), а также то, что с возрастанием концентрации дефектов (уменьшением спиновой концентрации p) релаксация системы замедляется, а эффекты старения усиливаются.

В реализуемом на временах наблюдения $t - t_w \sim t_w$ режиме старения, в котором ярко проявляется двухвременная зависимость функций $C(t, t_w)$ и $R(t, t_w)$, скейлинговая зависимость данных функций от времён ожидания t_w и t определяется соотношениями (11) и характеризуется скейлинговыми функциями $\hat{F}_C(t/t_w)$ и $\hat{F}_R(t/t_w)$, зависящими только от отношения этих времён. Для подтверждения скейлинговой зависимости автокорреляционной функции и функции отклика (11) были построены зависимости $t_w^{2\beta/(z\nu)} C(t, t_w)$ и $t_w^{1+2\beta/(z\nu)} R(t, t_w)$ от t/t_w со значениями критических показателей $z = 2,191(21)$, $2\beta/\nu = 1,016(32)$ для $p = 0,95; 0,8$ [17] и $z = 2,663(30)$, $2\beta/\nu = 0,924(80)$ для $p = 0,6; 0,5$ [41, 78]. Результат приведён на рис. 14, который демонстрирует коллапс полученных для различных t_w данных на соответствующих рассмотренным спиновым концентрациям $p = 1, 0; 0,95; 0,8; 0,6$ и $0,5$ универсальных кривых, характеризуемых скейлинговыми функциями $\hat{F}_C(t/t_w)$ и $\hat{F}_R(t/t_w)$ в (11).

Отметим, что системы с различными спиновыми концентрациями p характеризуются различными скейлинговыми функциями $\hat{F}_{C,R}(t, t_w, p)$. На временах $t \gg t_w$ эти скейлинговые функции имеют степенную зависимость: $\hat{F}_{C,R}(t/t_w) \approx A_{C,R}(t/t_w)^{-c_{a,r}}$. На этом участке эволюции системы отсутствует влияние эффектов старения и показатели $c_{a,r}$ связаны с известными динамическими критическими индексами z и θ' [17]: $c_a = c_r = d/z - \theta'$.

В таблице 4 представлены значения показателей c_a и c_r , рассчитанные в работе [81] для различных спиновых концентраций p . Значения c_a и c_r демонстрируют очень

Таблица 4. Значения показателей скейлинговых функций c_a , c_r и предельного ФДО X^∞ для различных спиновых концентраций p

p	c_a	c_r	X^∞
1,0	1,333(40)	1,357(18)	0,380(13)
0,95	1,230(28)	1,264(40)	0,413(7)
0,8	1,237(22)	1,251(22)	0,413(11)
0,6	0,982(30)	0,950(8)	0,446(8)
0,5	0,896(64)	0,955(33)	0,441(13)

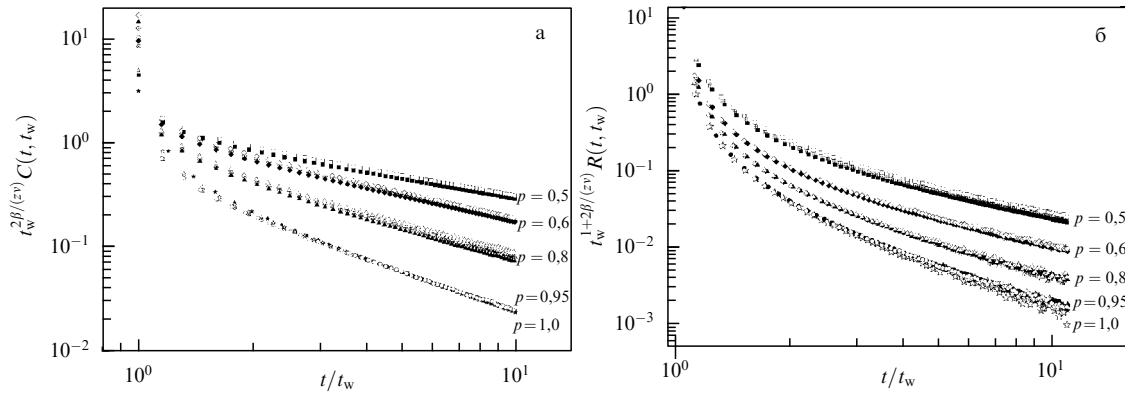


Рис. 14. Скейлинговые зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ (а) и функции отклика $R(t, t_w)$ (б) для различных спиновых концентраций с характерным коллапсом данных для различных t_w на универсальных кривых.

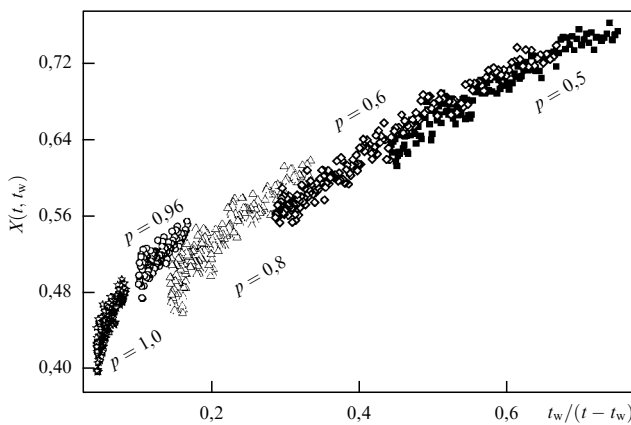


Рис. 15. Функциональная зависимость ФДО $X(t, t_w)$ от $t_w/(t - t_w)$ при $t - t_w \gg t_w$ для различных спиновых концентраций.

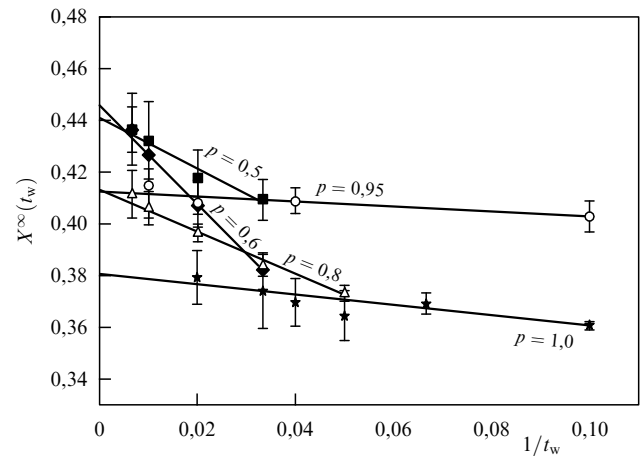


Рис. 16. Функциональные зависимости ФДО $X(t_w, p)$ от $1/t_w$ для различных спиновых концентраций. Значения $X^\infty(p)$ получаются в пределе $1/t_w \rightarrow 0$ с помощью линейной аппроксимации.

хорошее согласие друг с другом для каждой фиксированной спиновой концентрации p и отдельно для слабо неупорядоченных спиновых систем с $p = 0,95; 0,8$ и сильно неупорядоченных систем с $p = 0,6; 0,5$, но различия в значениях для слабо и сильно неупорядоченных систем, а также для чистой модели Изинга заметно превышают статистические погрешности их определения. Приведённые в табл. 4 значения c_a находятся в хорошем согласии со значениями $c_a = 1,362(19)$ для чистой модели Изинга, $c_a = 1,242(10)$ для слабо неупорядоченной системы с $p = 0,8$ и $c_a = 0,941(21)$ для сильно неупорядоченной системы с $p = 0,6$, полученными в работах [17, 39, 78] методом коротковременной динамики.

На рисунке 15 представлено вычисленное на основе формулы (89) ФДО в виде зависимости $X(t, t_w)$ от $t_w/(t - t_w)$ при $t - t_w \gg t_w$ для систем с различными спиновыми концентрациями. Линейная аппроксимация зависимости $X(t, t_w)$ при $t_w/(t - t_w) \rightarrow 0$ даёт возможность определить значения $X(t_w, p)$ для каждого t_w и соответствующей спиновой концентрации p . Полученные значения $X(t_w, p)$ для различных времён ожидания были линейно аппроксимированы, затем была проведена экстраполяция при $t_w \rightarrow \infty$, что позволило установить искомое предельное ФДО X^∞ . Наглядное представление о процедуре аппроксимации и экстраполяции даёт рис. 16. В результате были получены значения $X^\infty(p)$, представленные в табл. 4, для различных спиновых концентраций p .

Полученные значения $X^\infty \neq 1$ указывают на нарушение ФДТ в неравновесном критическом поведении "чистых" и структурно неупорядоченных систем, описываемых трёхмерной моделью Изинга, а также на то, что наличие дефектов структуры приводит к увеличению значений $X^\infty(p)$. Так же как и показатели c_a и c_r , эти значения $X^\infty(p)$ можно рассматривать как универсальные характеристики трёх классов неравновесного критического поведения для чистой, слабо и сильно неупорядоченных трёхмерных изинговских систем [66, 67].

Анализ результатов численного исследования показывает, что наличие дефектов структуры приводит к новым значениям универсального ФДО, находящимся в следующем численном соотношении: $X^\infty(p)$ для сильно неупорядоченных систем больше $X^\infty(p)$ для слабо неупорядоченных систем и больше $X^\infty(p = 1)$ для чистой трёхмерной модели Изинга.

Найденные значения $X^\infty(p)$ для трёхмерной слабо неупорядоченной модели Изинга с $p = 0,95$ и $0,8$ находятся в очень хорошем согласии со значением $X_{3DRIM}^\infty \simeq 0,416$ (см. (44)), полученным при ренормгрупповых расчётах с использованием метода ϵ -разложения в работе [22]. Однако значения $X^\infty(p)$ (см. табл. 4) для сильно неупорядоченной модели Изинга с $p = 0,6$ и $0,5$, не согласуются с $X_{3DRIM}^\infty \simeq 0,416$ в пределах погрешностей

численных расчётов. Отметим также, что полученное значение $X^\infty(p=1) = 0,380(13)$ для чистой модели Изинга не согласуется со значением $X_{3\text{DIS}}^\infty = 0,429(6)$, рассчитанным методом ε -разложения в работе [21] (см. (43) и обсуждение результатов в конце раздела 2.1.2), но близко к значению $X^\infty(p=1) \simeq 0,40$, приведённому в работе [27] как предварительный результат численных расчётов для трёхмерной чистой модели Изинга.

Важной особенностью численных исследований методами Монте-Карло неравновесного критического поведения является то, что для трёхмерных решёток даже с такими большими линейными размерами, как $L = 128$, длительность неравновесного этапа эволюции составляет для чистой модели Изинга лишь величину порядка 1000 MCS/s, в то время как для разбавленных систем с $p = 0,8$ и $L = 128$ длительность неравновесного этапа составляет 10000 MCS/s, т.е. на порядок большую величину. Поэтому эффекты старения и нарушения ФДТ могут изучаться в структурно неупорядоченных системах при существенно больших значениях времён ожидания t_w по сравнению с t_w для чистых систем, что увеличивает достоверность получаемых характеристик критического поведения тех систем, которым свойственны аномально большие амплитуды и долгоживущие флуктуации параметра порядка.

Важно отметить, что при подготовке условий экспериментов и анализе экспериментальных результатов критического поведения различных систем необходимо учитывать влияние не только эффектов критического замедления, но и эффектов старения, значительно усиливающих эффекты критического замедления с увеличением "возраста" образца и приводящих к влиянию начальных состояний системы на значения термодинамических и корреляционных функций системы. При этом наличие дефектов структуры в системе, увеличение их концентрации приводят к существенному усилению эффектов старения.

4.2. Эволюция из начального низкотемпературного состояния. Эффекты сверхстарения

Для выявления особенностей неравновесного критического поведения в трёхмерной системе изинговских спинов при эволюции из низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$ и исследования влияния на них дефектов структуры в работах [55, 82] была применена методика, позволяющая рассчитать функцию отклика без применения внешнего магнитного поля, осуществляя расчет обобщённой восприимчивости в виде интегральной функции отклика (термостатической восприимчивости)

$$\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} dt' R(t, t') = \frac{1}{TN_s} \sum_{i=1}^{N_s} [\langle p_i S_i(t) \Delta S_i(t_w) \rangle] \quad (90)$$

с функцией отклика, задаваемой соотношением (2), и функцией $\Delta S_i(t_w)$, рассчитываемой при моделировании состояний системы от начального момента $t = 0$ до времени ожидания t_w . Эта функция определяется соотношением

$$\Delta S_i(t_w) = \sum_{s=0}^{t_w} [S_i(s) - S_i^W(s)], \quad (91)$$

где $S_i^W = \tanh(J \sum_{m \neq i} p_m S_m / T)$.

С другой стороны, если в (90) функцию отклика взять в виде (4), то можно получить

$$T\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} X(t, t') \frac{\partial C(t, t')}{\partial t'} dt' = \int_0^{C(t, t_w)} X(C) dC. \quad (92)$$

В результате ФДО будет определяться соотношением

$$X(t, t_w) = \lim_{C \rightarrow 0} T \frac{\partial \chi(t, t_w)}{\partial C(t, t_w)}, \quad (93)$$

с помощью которого можно найти предельное ФДО (6).

В работах [55, 82] проведено моделирование трёхмерной модели Изинга со спиновыми концентрациями $p = 1, 0; 0,95; 0,8; 0,6; 0,5$ на кубической решётке с линейным размером $L = 128$ при соответствующих критических температурах $T_c(p)$: $T_c(1,0) = 4,5114(1)$ [51], $T_c(0,95) = 4,26267(4)$, $T_c(0,8) = 3,4995(2)$, $T_c(0,6) = 2,4241(1)$, $T_c(0,5) = 1,84509(6)$ [16]. На ранней стадии эволюции системы корреляционная длина ещё достаточно мала и конечность размера моделируемой системы оказывается несущественной. Поэтому применение решётки с достаточно большим линейным размером $L = 128$ позволяет пренебречь конечномерными эффектами ввиду их малости по сравнению с таковыми при моделировании равновесных критических явлений [16].

Было проведено вычисление двухвременной зависимости для автокорреляционной функции

$$C(t, t_w) = \left[\left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t) S_i(t_w) \right\rangle \right] - \left[\left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t) \right\rangle \left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t_w) \right\rangle \right] \quad (94)$$

и восприимчивости $\chi(t, t_w)$ (90) от времени наблюдения $t - t_w$ для набора времён t_w при указанных выше значениях спиновой концентрации p . Поведение систем исследовалось на временах до 10000 MCS/s. При моделировании "чистой" системы с $p = 1,0$ проводилось статистическое усреднение по 90000 прогонок. При моделировании структурно неупорядоченной модели Изинга усреднение вычисляемых величин проводилось по 6000 примесных конфигураций и 15 прогонок для каждой примесной конфигурации.

Результаты расчётов представлены на рис. 17. Эффекты старения наглядно проявляются через зависимости $C(t, t_w)$ и $\chi(t, t_w)$ от "возраста" системы t_w на временах наблюдения $t - t_w \sim t_w$ и характеризуются замедлением корреляции и релаксации системы с увеличением её "возраста". Из рисунка 17 также видно, что с увеличением концентрации дефектов (уменьшением спиновой концентрации p) усиливаются эффекты старения. Наиболее наглядно влияние дефектов проявляется в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно неупорядоченных системах по сравнению с таковыми в "чистой" системе.

Мы связываем эти сильные изменения в поведении автокорреляционной функции с пиннингом доменных стенок на дефектах структуры, происходящим при неравновесном изменении доменной структуры системы при переходе от однодоменного состояния при $T_0 = 0$ к многодоменной флуктуационной структуре, возникающей при критической температуре T_c . На это указывают

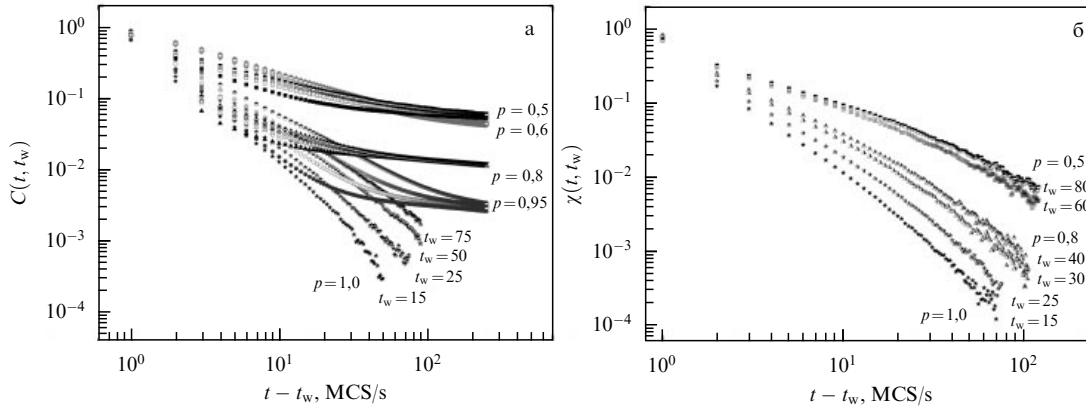


Рис. 17. Неравновесные зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ (а) и динамической восприимчивости $\chi(t, t_w)$ (б) от времени наблюдения $t - t_w$ для различных значений концентрации спинов p и времён ожидания t_w .

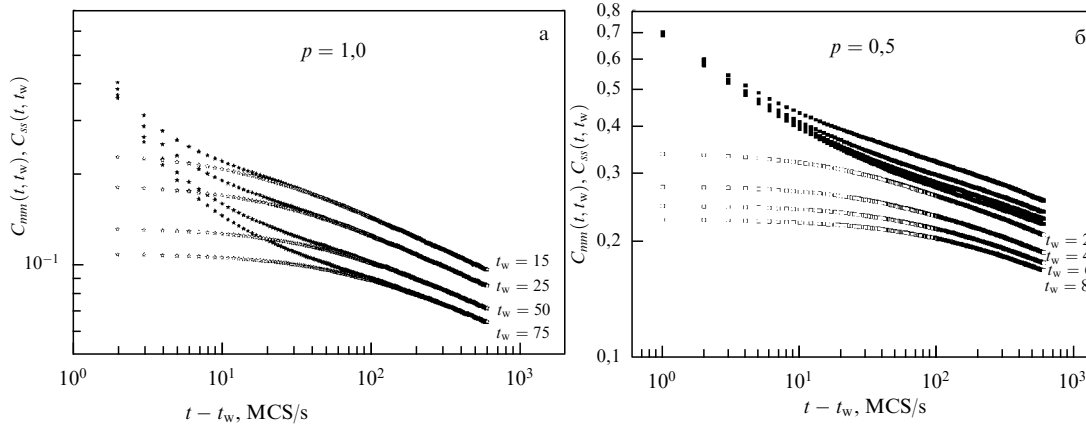


Рис. 18. Сравнение временных зависимостей вкладов в автокорреляционную функцию $C_{ss}(t, t_w) \sim [\langle S(t)S(t_w) \rangle]$ и $C_{mm}(t, t_w) \sim [\langle S(t) \rangle \langle S(t_w) \rangle]$ для концентрации спинов $p = 1,0$ (а) и $p = 0,5$ (б).

графики для двух, обозначенных нами как $C_{ss}(t, t_w)$ и $C_{mm}(t, t_w)$, составляющих автокорреляционной функции в (94), которые мы представили на рис. 18 для "чистой" системы и системы со спиновой концентрацией $p = 0,5$. Видно, что для "чистой" системы на временах наблюдения $t - t_w \geq t_w$ значения составляющих $C_{ss}(t, t_w)$ и $C_{mm}(t, t_w)$ начинают совпадать, приводя к взаимной компенсации в полной автокорреляционной функции, в то время как для структурно неупорядоченных систем графики этих составляющих хотя и сближаются на временах $t - t_w \geq t_w$ с дальнейшим параллельным изменением, но полной компенсации их не происходит, более того, их разница возрастает с увеличением времени t_w и концентрации дефектов $c_{imp} = 1 - p$.

В режиме старения временная зависимость автокорреляционной функции и динамической восприимчивости характеризуется скейлинговыми соотношениями (48) и (62) со скейлинговыми функциями $\tilde{F}_{C, \chi}(t/t_w)$, демонстрирующими степенное поведение вида $\tilde{F}_{C, \chi}(t/t_w) \sim (t/t_w)^{-\phi}$ на долговременном этапе релаксации системы с $t - t_w \gg t_w \gg t_m$ с показателем $\phi = 1 + d/z + \beta/(zv)$. С целью подтверждения данных скейлинговых форм для автокорреляционной функции и восприимчивости были построены зависимости $t_w^{2\beta/(zv)} C(t, t_w)$ и $t_w^{2\beta/(zv)} \chi(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ со значениями критических индексов: $2\beta/v = 1,032(5)$ [56], $z = 2,024(6)$ [57] для $p = 1,0$; $2\beta/v =$

$= 1,016(32)$, $z = 2,191(21)$ [17] для $p = 0,95$ и $0,8$; $2\beta/v = 0,924(80)$, $z = 2,663(30)$ [41] для $p = 0,6$ и $0,5$. Результат приведён на рис. 19, который демонстрирует "коллапс" полученных для разных t_w данных на соответствующих различных спиновым концентрациям p универсальных кривых, характеризуемых скейлинговыми функциями $\tilde{F}_C(t/t_w)$ и $\tilde{F}_\chi(t/t_w)$.

Для временных интервалов с $(t - t_w)/t_w \gg 1$ были определены значения показателей $\phi_c = 2,742(32)$ и $\phi_\chi = 2,756(56)$ для "чистой" системы с $p = 1,0$, которые в пределах погрешностей хорошо согласуются между собой и с теоретически предсказанным значением $\phi = 1 + d/z + \beta/(zv) = 2,737(8)$. Однако для структурно неупорядоченных систем с $p < 1$ в значениях показателей для автокорреляционной функции и восприимчивости, определённых на интервале с $(t - t_w)/t_w \gg 1$, наблюдаются большие различия, обусловленные выявленным существенным влиянием дефектов структуры на корреляционные свойства системы на неравновесном этапе эволюции. Так, для описания степенного поведения скейлинговой функции $\tilde{F}_C(t/t_w)$ для структурно неупорядоченных систем более правильным будет взять показатель $c_a = \beta/(zv)$:

$$\tilde{F}_C\left(\frac{t}{t_w}\right) \sim \left(\frac{t}{t_w}\right)^{-c_a}, \quad (95)$$

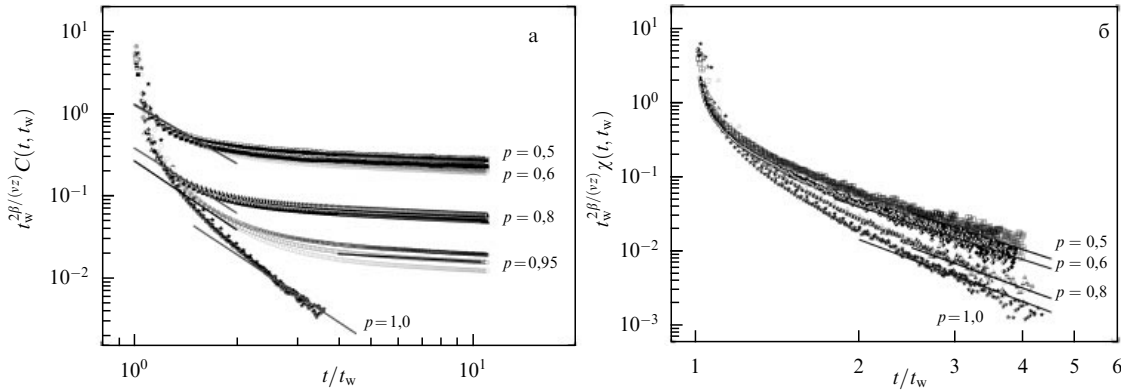


Рис. 19. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{2\beta/(z\nu)} C(t, t_w)$ (а) и восприимчивости $t_w^{2\beta/(z\nu)} \chi(t, t_w)$ (б) от t/t_w , демонстрирующие "коллапс" полученных для различных t_w данных.

характеризующий долговременную релаксацию намагниченности $M(t) \sim t^{-\beta/(z\nu)}$ при $T = T_c$. Действительно, определённые нами значения c_a оказались следующими: $c_a = 0,232(7)$ для $p = 0,95$, $c_a = 0,229(10)$ для $p = 0,8$, $c_a = 0,175(6)$ для $p = 0,6$, $c_a = 0,175(10)$ для $p = 0,5$, которые в пределах погрешности хорошо согласуются со значениями $\beta/(z\nu)$ для соответствующих спиновых концентраций. В то же время для скейлинговой функции $\tilde{F}_\chi(t/t_w)$ вычисленные значения показателя $\phi_\chi = 2,63(4)$ для $p = 0,95$, $\phi_\chi = 2,61(4)$ для $p = 0,8$, $\phi_\chi = 2,33(3)$ для $p = 0,6$ и $\phi_\chi = 2,31(3)$ для $p = 0,5$ оказываются в хорошем согласии со значениями показателя ϕ для соответствующих спиновых концентраций.

Тем не менее для структурно неупорядоченных систем в режиме старения на временах $t - t_w \sim t_w$ наблюдается резкое убывание автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ (рис. 17а), и в области этого резкого спадания $C(t, t_w)$ её скейлинговая функция $\tilde{F}_C(t/t_w)$ (рис. 19а) может быть аппроксимирована степенным законом с показателем ϕ_c , принимающим значения: $\phi_c = 2,59(8)$ для $p = 0,95$, $\phi_c = 2,61(9)$ для $p = 0,8$, $\phi_c = 2,37(10)$ для $p = 0,6$, $\phi_c = 2,35(10)$ для $p = 0,5$, которые в пределах погрешностей согласуются с вычисленными значениями ϕ_χ для динамической восприимчивости и значениями показателя ϕ . Это указывает на то, что предсказываемое ренормгрупповой теорией скейлинговое поведение для корреляционной функции в соответствии с (47) проявляется в неравновесном поведении структурно неупорядоченных систем вплоть до режима старения с $t - t_w \sim t_w \gg 1$, а в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ за счёт пиннинга доменных стенок на дефектах происходит сильное замедление корреляционных эффектов и автокорреляционная функция убывает со временем по степенному закону критической релаксации намагниченности.

Более тонкий анализ поведения автокорреляционной функции для структурно неупорядоченных систем в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ показывает нарушение её простой скейлинговой зависимости, определяемой $\tilde{F}_C(t/t_w)$, так как на этом этапе эволюции полного совпадения данных для различных t_w не происходит (рис. 19а). Представление скейлинговой зависимости для автокорреляционной функции в виде $\tilde{F}_C(t/t_w^\mu)$ позволяет при значениях показателя $\mu = 2,30(6)$ для систем с $p = 0,95$ и $0,80$ и при $\mu = 2,80(7)$ для систем с $p = 0,6$ и $0,5$ получать совпадение данных для различных t_w (рис. 20).

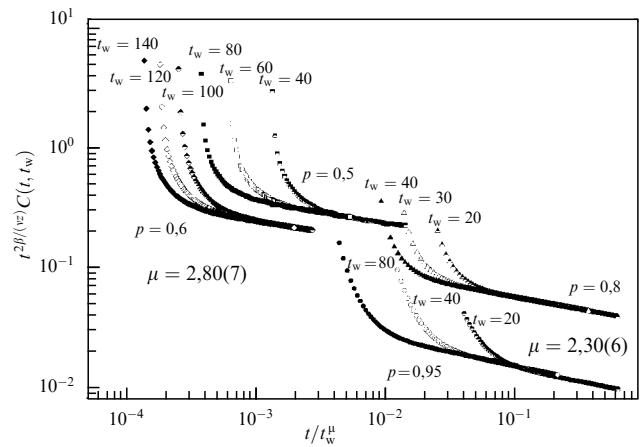


Рис. 20. Эффект "сверхстарения" в скейлинговом поведении автокорреляционной функции $t_w^{2\beta/(z\nu)} C(t, t_w)$ в зависимости от t/t_w^μ .

Такой случай скейлинговой зависимости, характеризуемой показателем $\mu > 1$, классифицируется в теории неравновесных процессов как явление "сверхстарения" [2].

На рисунке 20 показано, что восстановление "коллапса" данных для автокорреляционной функции в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ при введении скейлинговой функции $\tilde{F}_C(t/t_w^\mu)$ разрушает "коллапс" тех же данных для времён $t - t_w \leq t_w$. Это позволяет нам предположить, что для структурно неупорядоченных систем должна применяться более сложная форма скейлинговой зависимости автокорреляционной функции при $t_m \ll t_w < t$, чем в (47), а именно:

$$C(t, t_w) = A_C(t - t_w)^{a+1-d/z} \left[\left(\frac{t}{t_w} \right)^{\bar{\theta}-1} \tilde{F}_C \left(\frac{t}{t_w} \right) + B_C(p) \tilde{F}_C \left(\frac{t}{t_w^\mu} \right) \right] \quad (96)$$

с функциями

$$\begin{aligned} \tilde{F}_C \left(\frac{t}{t_w} \right) &\sim \left(\frac{t}{t_w} \right)^{-(\phi+\bar{\theta}-1)} \sim \left(\frac{t}{t_w} \right)^{-2\beta/(z\nu)}, \\ \tilde{F}_C \left(\frac{t}{t_w^\mu} \right) &\sim \left(\frac{t}{t_w^\mu} \right)^{-\beta/(z\nu)} \end{aligned}$$

при $t - t_w \gg t_w \gg 1$ и $B_C(p = 1) = 0$.

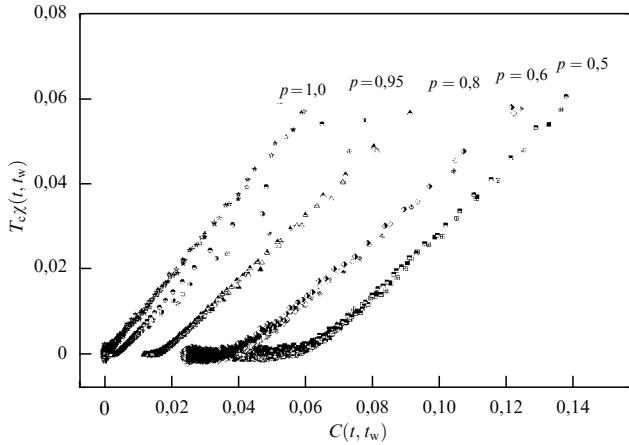


Рис. 21. Зависимости восприимчивости от автокорреляционной функции, определяющие в соответствии с (94) ФДО для различных спиновых концентраций p .

На следующем этапе исследований в работах [55, 82] было рассчитано ФДО в соответствии с соотношением (93). Из представленных на рис. 21 зависимостей $T\chi$ от C видно, что для "чистой" системы эти зависимости имеют линейный характер во временном интервале $t - t_w \geq t_w \gg 1$ изменения автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ и характеризуются предельным значением ФДО $X^\infty = 0,784(5)$. Последнее значение было получено при определении значений $X(t_w)$ на основе соотношения (93) для каждого значения t_w . К полученным значениям $X(t_w)$ была затем применена линейная аппроксимация и процедура экстраполяции $X(t_w \rightarrow \infty)$, которая позволила определить искомое предельное ФДО X^∞ . Значение $X^\infty = 0,784(5)$ находится в очень хорошем согласии с теоретико-полевым значением $X^\infty \simeq 0,78$, полученным в работе [46] на основе ренормгруппового описания неравновесной критической динамики диссипативной модели А с применением ε -разложения. В случае эволюции из высокотемпературного начального состояния неравновесное критическое поведение трёхмерной модели Изинга характеризуется существенно отличающимся значением предельного ФДО: $X^\infty = 0,380(13)$ [54].

Однако в случае структурно неупорядоченных систем вследствие выявленного в них сильного замедления корреляционных эффектов на временах $t - t_w \gg t_w \gg 1$, обусловленного пиннингом доменных стенок на дефектах, на зависимостях $T\chi$ от C возникают два линейных участка (см. рис. 21): первый из них соответствует изменению автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ на временах $t - t_w \sim t_w \gg 1$, а второй — значениям $C(t, t_w)$ для долговременного этапа эволюции с $t - t_w \gg t_w \gg 1$. Видно, что протяжённость второго участка возрастает с увеличением концентрации дефектов. Таким (вторым) участкам для всех рассмотренных спиновых концентраций с $p < 1$ соответствуют предельные значения ФДО $X^\infty = 0$. В то же время анализ зависимостей $T\chi$ от C на первых участках, проведённый на основе выражения (93) без рассмотрения предела $C \rightarrow 0$, показывает, что если к определённым значениям $X(t_w)$ применить процедуру линейной экстраполяции $X(t_w \rightarrow \infty)$, то тогда можно получить значения $X(p = 0,95) = 0,740(6)$, $X(p = 0,8) = 0,736(6)$, $X(p = 0,6) = 0,726(8)$ и $X(p = 0,5) = 0,726(4)$, близкие к среднеполевой величине предельного ФДО

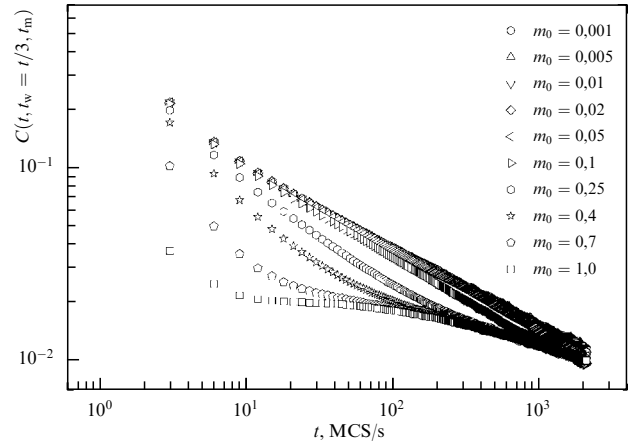


Рис. 22. Зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w = t/3, t_m)$ от времени наблюдения t при различных начальных значениях намагниченности m_0 для системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$.

$X^\infty = 0,8$ [46]. Отклонения обусловлены влиянием флуктуационных эффектов и дефектов структуры.

С целью исследования влияния различных начальных состояний на неравновесное критическое поведение структурно неупорядоченной модели Изинга были сформированы начальные состояния системы со значениями намагниченности $m_0 = 0,02; 0,05; 0,10; 0,25; 0,4; 0,7$ и $1,0$. Поведение автокорреляционной функции и динамической восприимчивости для системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$ исследовалось для времён t_w , зависящих от времени наблюдения t .

На рисунке 22 в качестве примера приведены графики временной зависимости автокорреляционной функции для $t_w = t/3$. Эффекты старения наглядно проявляются через отклонение зависимости $C(t, t_w = t/3, t_m)$ от степенной, имеющей вид прямой в двойном логарифмическом масштабе, и характеризуются замедлением корреляции и релаксации системы с увеличением её "возраста". Из рисунка 22 также видно, что с возрастанием начального значения намагниченности m_0 происходит усиление эффектов старения.

Для чистых систем ($p = 1$) в случае $t_w = t/3$ корреляционная функция и восприимчивость описываются соотношениями (77). С целью проверки справедливости данных скейлинговых форм и для неупорядоченных систем были построены скейлинговые функции

$$G_C(tm_0^\kappa) = t_w^{2\beta/(z\nu)} C\left(t, t_w = \frac{t}{3}, t_m\right),$$

$$G_\chi(tm_0^\kappa) = t_w^{2\beta/(z\nu)} \chi\left(t, t_w = \frac{t}{3}, t_m\right)$$

от переменной $x = tm_0^\kappa$ при $\kappa \simeq 2,79$. Графики демонстрируют "коллапс" данных для восприимчивости χ при различных m_0 на универсальной кривой, соответствующей скейлинговой функции $G_\chi(tm_0^\kappa)$ (рис. 23а), но для автокорреляционной функции такого "коллапса" данных для различных m_0 на единой кривой $G_C(tm_0^\kappa)$ не наблюдается (рис. 23б). Это связано с тем, что для структурно неупорядоченных систем с $p < 1$ в поведении автокорреляционной функции и восприимчивости наблюдаются большие различия, обусловленные выявленным в [82] существенным влиянием дефектов структуры на корре-

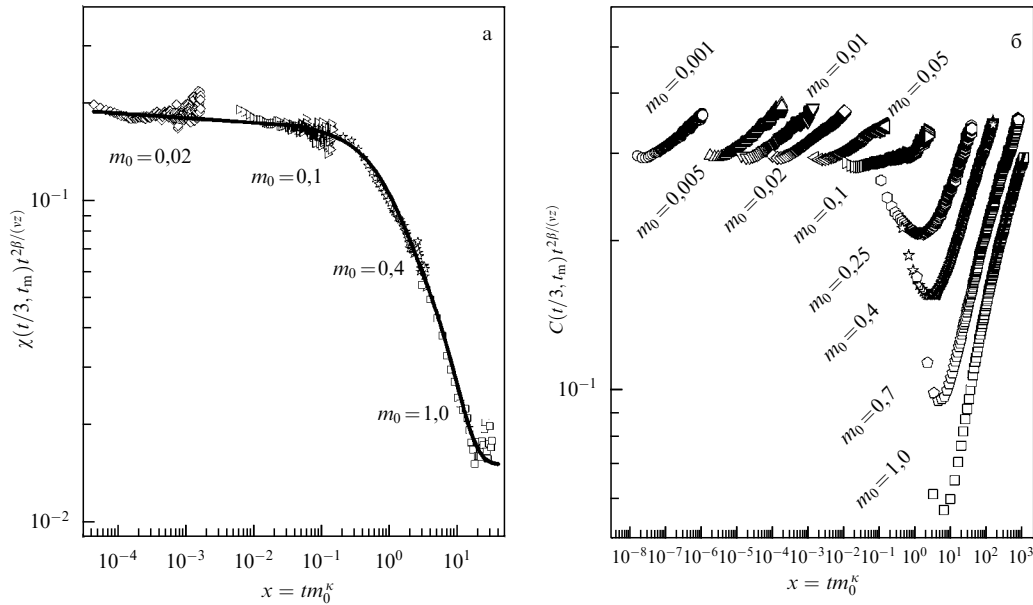


Рис. 23. Зависимости скейлинговых функций $t^{2\beta/(z\nu)}\chi(t, t_w = t/3, t_m)$ (а) и $t^{2\beta/(z\nu)}C(t, t_w = t/3, t_m)$ (б) от переменной $x = tm_0^K$ для различных начальных значений намагниченности m_0 для системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$.

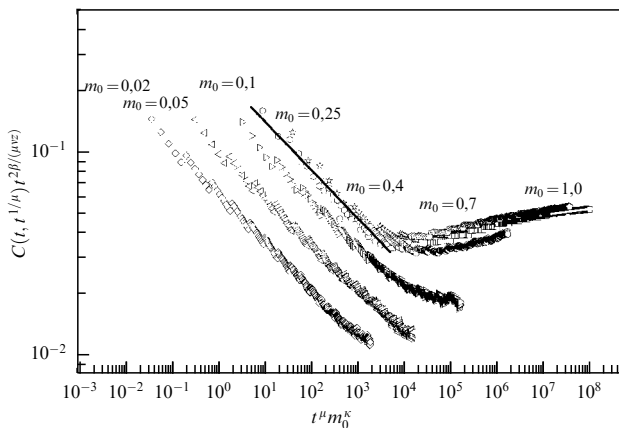


Рис. 24. Зависимости скейлинговой функции $t^{2\beta/(\mu z\nu)}C(t, t^{1/\mu}, t_m)$ от переменной $t^\mu m_0^K$ для различных начальных значений намагниченности m_0 для системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$.

ляционные свойства системы на неравновесном этапе эволюции, приводящим к эффектам "сверхстарения". Поэтому представление автокорреляционной функции для различных m_0 в виде зависимости $t^{2\beta/(\mu z\nu)}C(t, t^{1/\mu}, t_m)$ от $t^\mu m_0^K$ позволяет при значении показателя "сверхстарения" $\mu = 2,30(6)$ для системы с $p = 0,8$ [82] получить совпадение данных для $m_0 > 0,25$ на единой кривой (рис. 24). Таким образом, в случае структурно неупорядоченных систем для автокорреляционной функции реализуется в режиме "сверхстарения" с $t \geq t_w^\mu$ более сложная скейлинговая зависимость вида

$$C(t, t_w, t_m) \sim t_w^{-2\beta/(z\nu)} \tilde{F}_C\left(\frac{t}{t_w^\mu}, \frac{t}{t_m^{1/\mu}}\right). \quad (97)$$

Для исследования влияния начальных состояний с $m_0 \neq 0$ на значения предельного ФДО для системы с $p = 0,8$ были рассчитаны временная зависимость динамической восприимчивости $\chi(t, t_w, t_m)$ и автокорреля-

ционная функция $C(t, t_w, t_m)$ при $t_w = t/3$ для начальных состояний с $m_0 = 0,1$ и $0,4$. Представленная на рис. 25 вычисленная параметрическая зависимость $T_c\chi$ от C позволяет получить значение предельного ФДО X^∞ при $C \rightarrow 0$ в соответствии с соотношением (59). Так, для начального состояния с $m_0 = 0,1$ (рис. 25а) получено $X^\infty = 0,418(29)$, согласующееся с высокотемпературным значением $X^\infty = 0,413(11)$, а для начального состояния с $m_0 = 0,4$ — $X^\infty = 0,05(18)$, согласующееся в пределах погрешностей с низкотемпературным значением $X^\infty = 0$.

Таким образом, можно сделать следующий вывод: неравновесное критическое поведение структурно неупорядоченной трёхмерной модели Изинга с произвольной начальной намагниченностью m_0 можно разделить на два подкласса универсальности, соответствующих высокотемпературному и низкотемпературному начальным состояниям с характерными для этих состояний значениями предельного флуктуационного отношения: $X^\infty(m_0 = 0) = 0,413(11)$ для слабо неупорядоченных систем, $X^\infty(m_0 = 0) = 0,443(15)$ для сильно неупорядоченных систем при $m_0 < 0,25$ и $X^\infty(m_0 = 1) = 0$ для систем со спиновыми концентрациями $p < 1$ при $m_0 \geq 0,25$.

В заключение этого раздела отметим, что в результате численных исследований выявлено существенное влияние дефектов на неравновесную критическую динамику трёхмерной модели Изинга при её эволюции из низкотемпературного состояния. Показано, что с возрастанием концентрации дефектов усиливаются эффекты старения. Наиболее наглядно влияние дефектов проявляется в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно неупорядоченных системах по сравнению с таковым в "чистой" системе. В результате автокорреляционная функция на временах $t - t_w \gg t_w \gg 1$ убывает по степенному закону критической релаксации намагниченности за счёт пиннинга доменных стенок на дефектах, а предельные значения ФДО, определяемые динамикой доменов в долговременном режиме, становятся равными нулю.

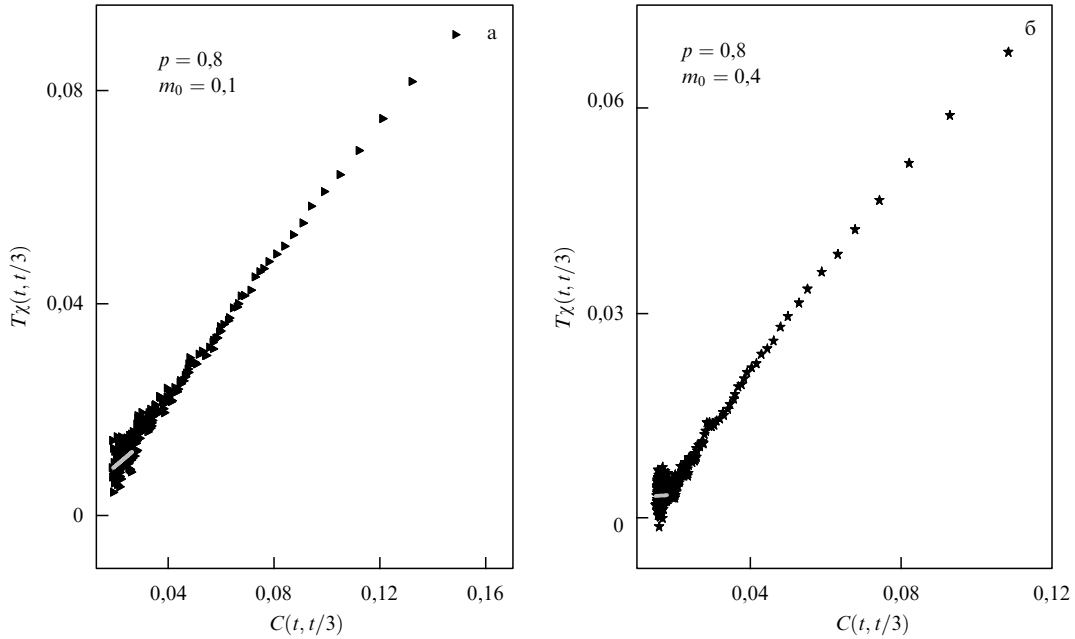


Рис. 25. Флуктуационно-диссипативное отношение, определяемое из зависимости $T\chi(t, t/3)$ от $C(t, t/3)$, для начальных состояний $m_0 = 0,1$ (а) и $m_0 = 0,4$ (б). $X^\infty = 0,418(29)$ при $m_0 = 0,1$ и $X^\infty = 0,05(18)$ при $m_0 = 0,4$.

Выявлено существенное влияние начальных состояний на неравновесную критическую динамику трёхмерной модели Изинга. Показано, что с возрастанием начального значения намагниченности m_0 усиливаются эффекты старения, переходящие при $m_0 \geq 0,25$ в эффекты "сверхстарения" в неравновесном поведении автокорреляционной функции.

Установлено, что критические показатели, определяющие асимптотическое поведение автокорреляционной функции и динамической восприимчивости, характеризуются принадлежностью различным классам универсальности критического поведения, а именно: критического поведения "чистых" систем, слабо неупорядоченных с $p = 0,95$ и $0,8$ и сильно неупорядоченных с $p = 0,6$ и $0,5$ [55, 80–83]. При этом в каждом из этих классов универсальности критического поведения можно выделить два подкласса универсальности неравновесного критического поведения, соответствующих эволюции из высокотемпературного и низкотемпературного началь-

ных состояний с характерными для данных состояний значениями предельного флуктуационного отношения.

5. Наблюдение эффектов памяти в неравновесном поведении трёхмерной модели Изинга

В работах [55, 82] проведено исследование эффектов памяти, проявляющихся в двухвременном критическом поведении автокорреляционной функции (рис. 26) при циклическом изменении температуры, когда система охлаждается ("замораживается") в некоторый момент наблюдения $t_1 - t_w \sim t_w$ от критической температуры T_c до температуры $T_1 < T_c$ (с разницей температур $\Delta T = T_c - T_1 > 0$) и сохраняется при T_1 в течение интервала времени $\Delta t = t_2 - t_1 = t_w \div 4t_w$. Затем температура системы возвращается обратно к температуре T_c .

Из представленных на рис. 26 результатов расчёта для систем со спиновыми концентрациями $p = 0,8$ и $0,5$

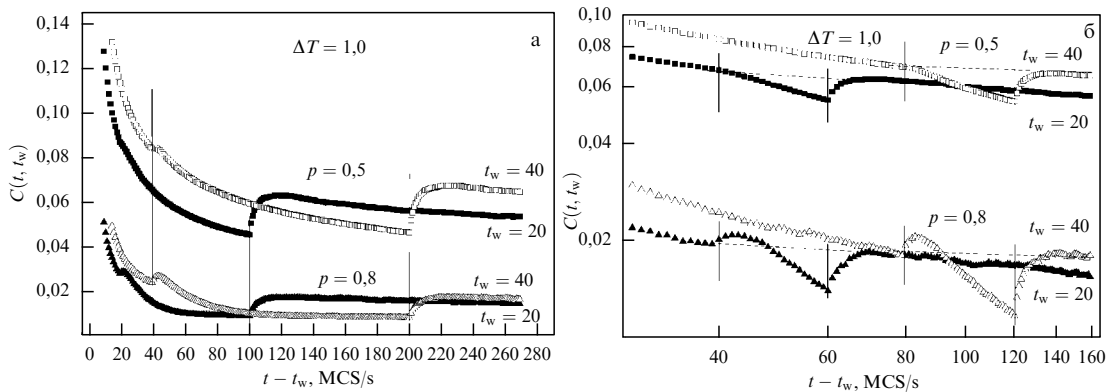


Рис. 26. Эффекты памяти в неравновесном критическом поведении автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ для неупорядоченных систем с $p = 0,8$ и $0,5$ при их "замораживании" на величину $\Delta T = 1$ на различных временных этапах при $t_w = 20$ и $t_w = 40$: (а) время "замораживания" $t_1 - t_w = t_w$, временной интервал "замораживания" $\Delta t = 4t_w$; (б) $t_1 - t_w = 2t_w$, $\Delta t = t_w$.

при $\Delta T = 1$ и различных временах, $t_w = 20, 40$ MCS/s, видно, что реакция системы на "замораживание" характеризуется начальным увеличением значения $C(t, t_w)$ по сравнению со значением при T_c , после чего происходит убывание автокорреляционной функции, определяемое температурой "замораживания" $T_1 < T_c$, а затем при возвращении температуры системы к критической $C(t, t_w)$ стремится вернуться к своему значению в момент "замораживания" t_1 .

При раннем моменте времени "замораживания" $t_1 - t_w = t_w$ и достаточно большом интервале "замораживания" $\Delta t = 4t_w$ (рис. 26а) пиннинг доменных стенок на дефектах препятствует полному возвращению "памяти" системы о её состоянии в момент "замораживания". С увеличением начального момента "замораживания", $t_1 - t_w = 2t_w$, и уменьшением интервала "замораживания" до $\Delta t = t_w$ наблюдается более полное восстановление "памяти" системы о её состоянии в момент "замораживания" (рис. 26б). Видно, что если удалить данные о значениях автокорреляционной функции в интервале времени нахождения системы в замороженном состоянии при температуре T_1 , то различий между значениями автокорреляционной функции в момент замораживания и в момент возвращения к T_c наблюдаться не будет. Это соответствие и называется эффектом "памяти", который в данном случае связан как с более медленной динамикой системы в режиме "старения" с $t_1 - t_w > t_w$, так и с малостью интервала "замораживания", затрудняющего проявление необратимых эффектов в динамике доменных стенок.

Можно также заметить, что амплитуда изменения автокорреляционной функции, рассматриваемая как реакция на охлаждение, возрастает с увеличением концентрации дефектов (уменьшением спиновой концентрации p) при фиксированных ΔT и времени t_w по причине того, что в режиме старения увеличение концентрации дефектов приводит к усилению эффектов старения, т.е. к ещё большему замедлению корреляционной функции с возрастанием t_w , как было установлено выше.

В качестве объяснения этого явления отметим, что система, переходящая после охлаждения из немагнитного состояния при T_c в намагниченное состояние с $T_1 < T_c$, оказывается в состоянии, далёком от равновесия. Доменная структура системы в этом состоянии состоит из доменов с положительными и отрицательными проекциями намагниченности, разделёнными доменными стенками. Доменная структура системы в процессе установления равновесия изменяется, причём интерфейсная часть доменных стенок растёт со временем [84]. И если объёмная часть доменов очень быстро приходит в состояние равновесия, соответствующее новой температуре, то интерфейсной части доменных стенок для установления равновесия требуется значительно большее время. Наличие дефектов структуры приводит к замедлению времени установления равновесия прежде всего для интерфейсной части доменных стенок.

Таким образом, исследование неравновесного критического поведения трёхмерной модели Изинга при циклическом изменении температуры выявило во временном поведении автокорреляционной функции в режиме старения эффекты памяти о состоянии системы в момент "замораживания", характеризующиеся восстановлением этого состояния при возвращении температуры системы к критической по истечении некоторого временного ин-

тервала "замораживания". Показано, что пиннинг доменных стенок на дефектах препятствует полному возвращению "памяти" системы о её состоянии в момент "замораживания".

6. Исследование эффектов старения в двумерной XY-модели

К системам, демонстрирующим anomalously медленную динамику, можно также отнести двумерную XY-модель. Но, в отличие от рассмотренной в разделе 5 трёхмерной модели Изинга, показывающей неравновесное критическое поведение, двумерная XY-модель демонстрирует anomalously медленное поведение не только вблизи температуры фазового перехода Березинского–Костерлица–Таулеса (Berezinskii–Kosterlitz–Thouless — БКТ) $T_{\text{БКТ}}$, но и во всей низкотемпературной фазе: каждая температура в ней является критической, т.е. наблюдается непрерывный каскад фазовых переходов [85–88]. Топологический фазовый переход Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) в двумерной XY-модели, который физически связан с диссоциацией связанных пар вихрь–антивихрь в точке перехода, проявляется в виде изменения пространственной зависимости корреляционной функции: экспоненциальное убывание при высоких температурах сменяется "дальнодействующим" степенным убыванием в низкотемпературной фазе. Особенностью поведения двумерной XY-модели является возникновение жёсткости в низкотемпературной фазе относительно поперечных флуктуаций спиновой плотности [85].

Актуальность исследования двумерной XY-модели обусловлена широким рядом физических систем, поведение которых может быть ею описано. К таким системам относятся: ультратонкие магнитные плёнки из атомов переходных металлов (Co и Ni) на немагнитной подложке, например, из Cu [89]; важный класс планарных магнетиков [85, 89, 90]; двумерные кристаллы; поверхности сверхпроводников; сверхпроводящие тонкие плёнки [85, 90]; двумерные бозе-жидкости и плёнки сверхтекучего жидкого гелия [85, 87, 90]; решётки джозефсоновских контактов и контактов сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник [90–93].

Если статические свойства двумерной XY-модели можно считать достаточно хорошо изученными, то исследование неравновесного критического поведения таких систем и влияния на него структурного беспорядка остаётся актуальной задачей. Ожидается возникновение особенностей в неравновесном критическом поведении описываемых двумерной XY-моделью планарных магнитных систем, связанных с явлением пиннинга вихрей и антивихрей, а также их пар в низкотемпературной фазе на дефектах структуры (рис. 27).

Исследование эффектов старения в двумерной XY-модели проводится исходя из двух существенно различных начальных неравновесных состояний — высокотемпературного с $T_0 \gg T_{\text{БКТ}}(p)$ и низкотемпературного с $T_0 = 0$. В системе при $T_0 \gg T_{\text{БКТ}}(p)$ имеется высокая концентрация свободных вихревых возбуждений, что позволяет рассматривать такое состояние как начальное вихревое состояние при изучении неравновесной динамики модели при температурах замораживания $T_s \leq T_{\text{БКТ}}$. При эволюции из низкотемпературного начального состояния с $T = 0$ основную роль в динамике играют спин-

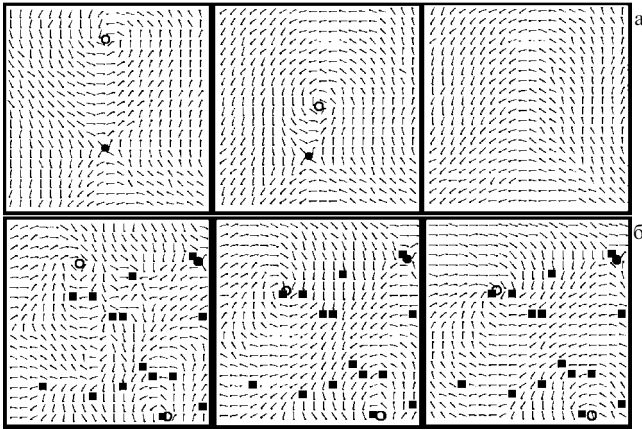


Рис. 27. (а) Неравновесный процесс аннигиляции пары вихрь (○)–антивихрь (●) на временных этапах 300, 400, 500 MCS/s. (б) Неравновесный процесс пиннинга вихревых возбуждений на дефектах структуры (■): 250, 400, 2000 MCS/s.

волновые возбуждения. Данный выбор начальных состояний позволяет подробно исследовать влияние вихревых возбуждений и спин-волновых эффектов на неравновесную критическую динамику системы.

Согласно работе [9] при эволюции двумерной XY-модели из низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$ двухвременная зависимость автокорреляционной функции при $T_s \leq T_{\text{ВКТ}}$ может быть представлена в следующем скейлинговом виде:

$$C(t, t_w) \sim \frac{1}{(t - t_w)^{\eta(T)/2}} \left[\frac{(1 + \lambda)^2}{4\lambda} \right]^{\eta(T)/4} \quad (98)$$

для времён $t - t_w \gg a^2$, где a — ультрафиолетовый параметр обрезания микроскопической природы, $\lambda \equiv t/t_w$, $\eta(T)$ — критический индекс, связанный с поперечной жёсткостью ρ_s системы следующим соотношением:

$$\eta(T) = \frac{T}{2\pi\rho_s(T)}. \quad (99)$$

В неравновесном поведении автокорреляционной функции можно выделить два временных режима. На временах $t - t_w \ll t_w$ автокорреляционная функция ведёт себя как

$$C(t, t_w) \sim (t - t_w)^{-\eta(T)/2}, \quad (100)$$

что соответствует квазиравновесному режиму неравновесного поведения системы. На больших временах, $t - t_w \gg t_w$, наблюдается убывание автокорреляционной функции по степенному закону:

$$C(t, t_w) \sim t^{-\eta(T)/4}. \quad (101)$$

Переход между двумя режимами происходит при $t - t_w \sim t_w$. Видно, что временные зависимости автокорреляционной функции при различных временах ожидания не совмещаются. Это явление получило название эффекта старения системы [9], т.е. проявления её возраста при $t > t_w$.

Двухвременную зависимость автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ можно охарактеризовать обобщённой

скейлинговой формой

$$C(t, t_w) = t_w^{-\eta(T)/2} \Phi \left[\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right], \quad (102)$$

где $\xi(t)$ — корреляционная длина системы, $\Phi[\xi(t - t_w)/\xi(t_w)]$ — скейлинговая функция. При эволюции из низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$ временная зависимость корреляционной длины $\xi(t) \sim t^{1/2}$, в то время как в случае высокотемпературного начального состояния с $m_0 \ll 1$ эта зависимость модифицируется эффектами взаимодействия вихрей и принимает вид $\xi^2(t) \sim t / \ln t$ [9, 94].

Результаты численного исследования эффектов старения в двумерной XY-модели при эволюции из различных начальных состояний и влияния на них замороженных дефектов структуры представлены в разделах 6.1, 6.2.

6.1. Эволюция из высокотемпературного начального состояния

Численное исследование эффектов старения и нарушения ФДТ в чистой двумерной XY-модели проведено в работах [9, 95–97], а в структурно неупорядоченной модели — в работах [97, 98].

Гамильтониан структурно неупорядоченной модели может быть задан в виде

$$H = -J \sum_{\langle i, j \rangle} p_i p_j \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j, \quad (103)$$

где $J > 0$ — обменный интеграл, \mathbf{S}_i — плоский классический спин, связанный с i -м узлом двумерной решётки, p_i — числа заполнения: $p_i = 1$, если в i -м узле решётки находится спин, и $p_i = 0$, если в узле находится дефект.

Рассматривались системы с концентрациями спинов $p = 1, 0, 0,9$ и $0,8$ на решётке с линейным размером $L = 256$. Температуры $T_{\text{ВКТ}}$ для данных спиновых концентраций характеризовались значениями: $T_{\text{ВКТ}}(p = 1, 0) = 0,893(2)J$ [97, 99], $T_{\text{ВКТ}}(p = 0,9) = 0,679(7)J$, $T_{\text{ВКТ}}(p = 0,8) = 0,485(4)J$ [97]. Для получения двухвременных зависимостей автокорреляционной функции

$$C(t, t_w) = \left[\left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t) \mathbf{S}_i(t_w) \right\rangle \right] \quad (104)$$

и обобщённой восприимчивости

$$\chi(t, t_w) = \left[\left\langle \frac{1}{pL^2 h^2} \sum_i p_i \mathbf{h}_i \mathbf{S}_i(t) \right\rangle \right] \quad (105)$$

моделирование проводилось при 16 различных значениях времени ожидания: $t_w = 10, 20, 30, 40, 50, 100, 250, 500, 1000, 1500, 2000, 3500, 4000, 4500, 5000$ и 10000 MCS/s и временах наблюдения $t - t_w = 50000$ MCS/s. Исследование двухвременной зависимости обобщённой восприимчивости системы проводилось с использованием метода малых случайных магнитных полей [9], для чего в момент t_w к гамильтониану (103) добавлялось слагаемое вида $\sum_i^N p_i \mathbf{S}_i \mathbf{h}_i$, где амплитуда h бимодального случайного поля $h_i = \pm h$ выбиралась равной $0,04$. Использование данного метода требует проведения расчётов для каждого времени ожидания t_w отдельно. При моделировании "чистой" системы с $p = 1$ проводилось статистиче-

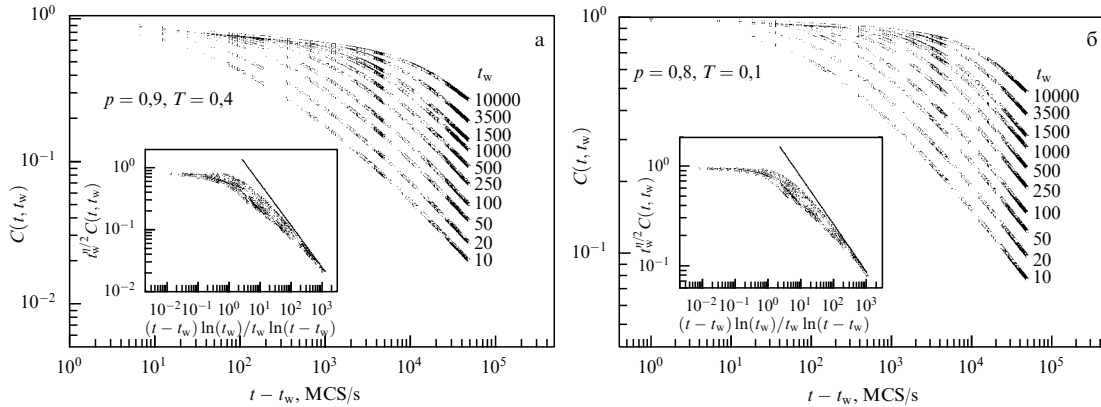


Рис. 28. Двухвременная зависимость автокорреляционной функции системы с $p = 0,9$ и $T = 0,4$ (а) и $p = 0,8$ и $T = 0,1$ (б) при эволюции из высокотемпературного начального состояния. На вставках представлены зависимости $t_w^{\eta/2} C(t, t_w)$ от $(t - t_w) \ln t_w / t_w \ln(t - t_w)$ для демонстрации скейлинговой формы (102) автокорреляционной функции.

ское усреднение по 6000 прогонок. При моделировании структурно неупорядоченной XY-модели усреднение вычисляемых величин проводилось по 3000 примесных конфигураций и 15 статистическим прогонкам для каждой примесной конфигурации.

Полученные двухвременные зависимости для автокорреляционной функции (рис. 28) явно демонстрируют замедление релаксационных процессов с увеличением "возраста" системы t_w . Данные эффекты старения, проявляющиеся на временах $t - t_w \simeq t_w$, усиливаются с увеличением концентрации дефектов структуры. На больших временах наблюдения, $t - t_w \gg t_w \gg 1$, поведение автокорреляционной функции характеризуется более быстрым степенным режимом спада, $C(t, t_w) \sim (t/t_w)^{-c_a}$, чем в режиме старения. Было выявлено, что с возрастанием концентрации дефектов начало степенного режима сдвигается в область больших времён наблюдения.

Для определения скейлингового поведения автокорреляционной функции (102) были рассчитаны значения критического индекса Фишера для всех рассматриваемых концентраций спинов p и температур. Для его определения использовалась размерная зависимость $\langle m^2 \rangle \sim L^{-\eta(T,p)}$. Линейные размеры системы L выбирались в интервале 4–128. Температурные зависимости вычисленных значений индекса Фишера для различных концентраций p представлены на рис. 29. Видно, что возрастание концентрации дефектов приводит к увеличению значений $\eta(T, p)$, хотя концентрационное влияние значительно слабее температурного.

Для подтверждения скейлинговой зависимости автокорреляционной функции (102) была построена зависимость $t_w^{\eta/2} C(t, t_w)$ от $(t - t_w) \ln t_w / t_w \ln(t - t_w)$. Результаты, приведённые на вставках к рис. 28, демонстрируют "коллапс" полученных данных на долговременном этапе эволюции с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ для различных t_w на соответствующих $p = 0,9, T = 0,4$ и $p = 0,8, T = 0,1$ универсальных кривых, отвечающих скейлинговой функции $\Phi(\xi(t - t_w)/\xi(t_w))$.

Для нахождения ФДО $X(t, t_w)$ в соответствии с соотношениями (86) и (87) вычислялась обобщённая восприимчивость $\chi(t, t_w)$ (105) и на основе данных для $\chi(t, t_w)$ и $C(t, t_w)$ определялась их параметрическая зависимость для каждого фиксированного t_w (рис. 30). Предельное ФДО как универсальная характеристика неравновесного критического поведения определяется на осно-

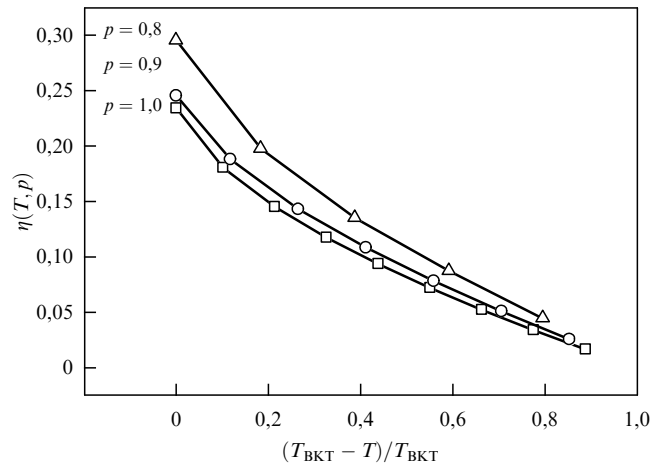


Рис. 29. Температурные зависимости критического индекса Фишера η для различных спиновых концентраций p . Значения погрешностей меньше размера символов.

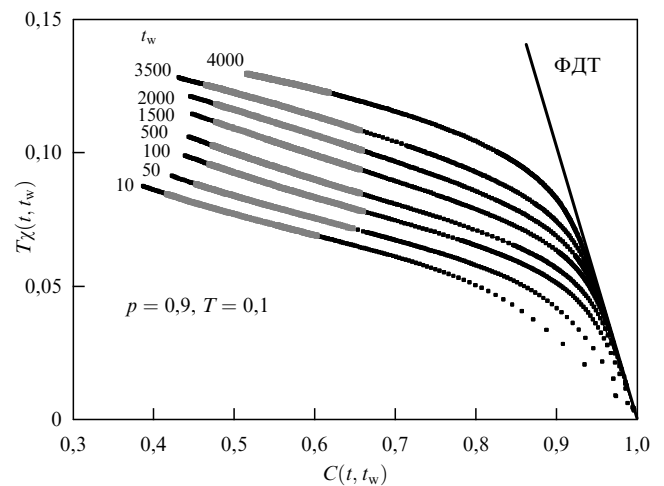


Рис. 30. Параметрическая зависимость восприимчивости от автокорреляционной функции для системы с концентрацией спинов $p = 0,9$ и температурой $T = 0,1$.

ве параметрических зависимостей $T\chi(t, t_w)$ от $C(t, t_w)$ (рис. 31) в пределе $C \rightarrow 0$ на временных участках с

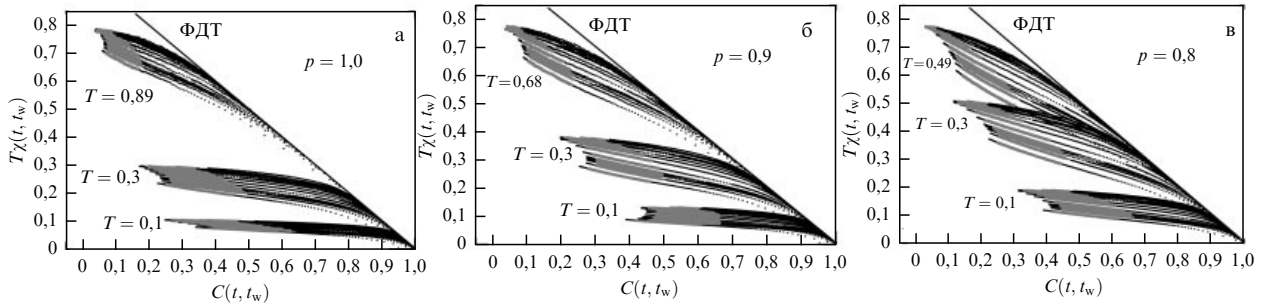


Рис. 31. Параметрическая зависимость восприимчивости от автокорреляционной функции системы для различных температур и спиновых концентраций при эволюции из высокотемпературного начального состояния. Серым цветом выделены участки, на которых наблюдается скейлинговая зависимость для $C(t, t_w)$.

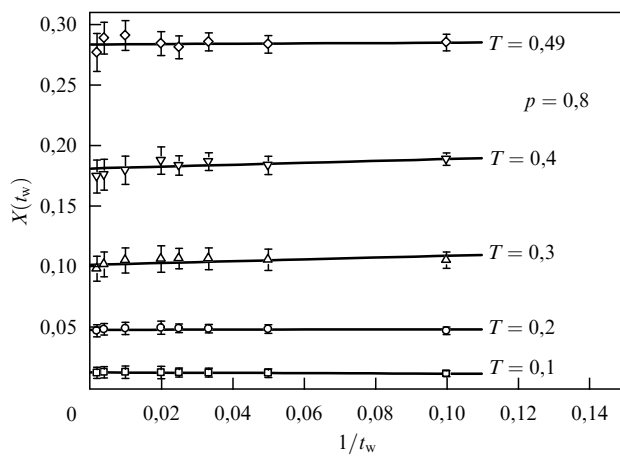


Рис. 32. Получение значений предельного ФДО $X^\infty(T)$ для системы со спиновой концентрацией $p = 0,8$ посредством экстраполяции $X(t_w)$ при $t_w^{-1} \rightarrow 0$.

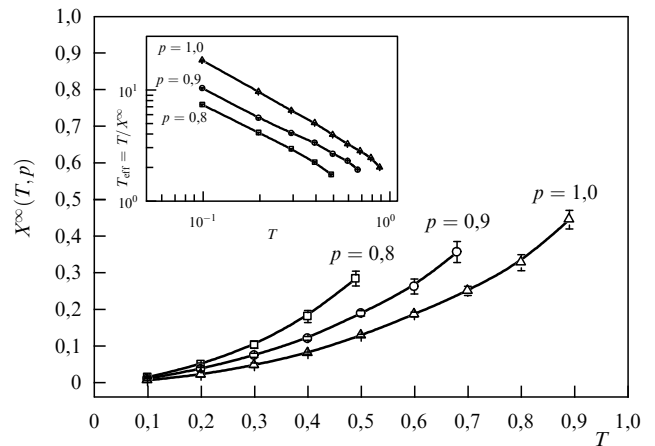


Рис. 33. Зависимости предельного ФДО X^∞ от температуры для систем с концентрациями спинов $p = 1,0, 0,9$ и $0,8$ при эволюции из высокотемпературного начального состояния. На вставке — зависимости эффективной температуры T_{eff} системы от температуры для тех же спиновых концентраций p .

$t - t_w \gg t_w \gg 1$, где выполняется скейлинговая зависимость для автокорреляционной функции (102). На рисунках 30 и 31 данные участки выделены серым цветом. Для различных времён ожидания t_w были получены значения $X(t_w)$ (рис. 32), которые затем были экстраполированы при $t_w \rightarrow \infty$, т.е. при $1/t_w \rightarrow 0$, с целью получения искомого предельного значения ФДО X^∞ . На рисунке 32 в качестве примера представлена данная процедура получения значений X^∞ для различных температур в низкотемпературной фазе для системы с $p = 0,8$. Итоговые зависимости предельного ФДО X^∞ от температуры для различных спиновых концентраций представлены на рис. 33.

На основе анализа полученных значений $X^\infty(p, T \leq T_{\text{BKT}}(p))$ можно сделать вывод о том, что влияние структурного беспорядка приводит к увеличению значений X^∞ с возрастанием концентрации дефектов, рассматриваемых для одинаковых температур "замораживания" $T \leq T_{\text{BKT}}(p)$.

Если задать температурную зависимость предельного ФДО в виде $X^\infty \sim T^\lambda$, то показатель $\lambda(p)$ для различных концентраций примеси принимает следующие значения: $\lambda(p = 1,0) = 1,988(23)$, $\lambda(p = 0,9) = 1,848(22)$ и $\lambda(p = 0,8) = 1,838(31)$. Экстраполяция полученных температурных зависимостей для $X^\infty(p, T \leq T_{\text{BKT}}(p))$ при $T \rightarrow 0$ даёт $\lim_{T \rightarrow 0} X^\infty = 0$ для всех рассмотренных примесных концентраций.

Отличие полученного нами в работе [98] для "чистой" системы в точке перехода БКТ значения $X^\infty(p = 1,0, T_{\text{BKT}}) = 0,444(26)$ от аналитического значения $X^\infty(p = 1,0, T_{\text{BKT}}) = 0,5$, рассчитанного в безвихревом приближении [26], позволяет оценить вклад вихревой динамики в ФДО. Полученные значения X^∞ для системы со структурным беспорядком: $X^\infty(p = 0,9, T_{\text{BKT}}) = 0,357(29)$; $X^\infty(p = 0,8, T_{\text{BKT}}) = 0,284(20)$ — свидетельствуют о существенном влиянии дефектов структуры на неравновесное критическое поведение системы.

В работе [100] было проведено исследование температурной зависимости ФДО для "чистой" системы и для $X^\infty(T)$ получена линейная зависимость $X^\infty(T) = 0,5T/T_{\text{BKT}}$. Однако для нахождения значений $X^\infty(T)$ при экстраполяции до $t_w \rightarrow \infty$ в [100] использовались только три значения времени t_w : 100, 300 и 1000 MCS/s. Нами для проведения подобной экстраполяции использовалось более десяти значений t_w в широком диапазоне их изменения, от 10 до 10000 MCS/s, что позволило контролировать выход $X(t, t_w)$ на универсальный скейлинговый режим и корректно осуществить предельный переход к определению $X^\infty(T)$. Кроссоверные эффекты в поведении зависимости $T\chi$ от C , а следовательно, и в зависимости $X(t, t_w)$ заметно проявляются в области высоких температур, близких к $T_{\text{BKT}}(p)$, что наглядно показано на рис. 31.

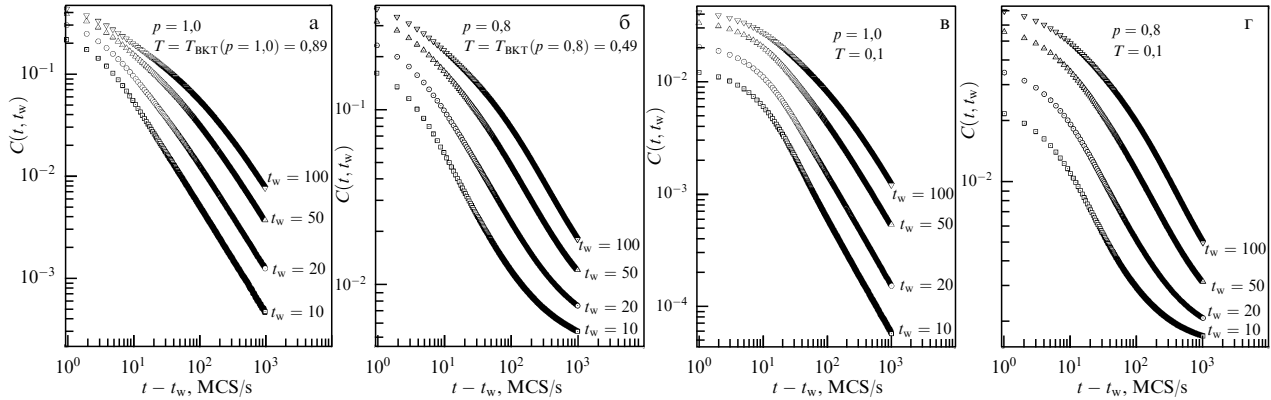


Рис. 34. Неравновесная зависимость автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ от времени наблюдения $t - t_w$ для систем с $p = 1,0$ и $T = T_{\text{BKT}} = 0,89$ (а), $p = 0,8$ и $T = T_{\text{BKT}} = 0,49$ (б), $p = 1,0$ и $T = 0,1$ (в), $p = 0,8$ и $T = 0,1$ (г) для различных времён t_w при эволюции из низкотемпературного начального состояния.

В связи с вышесказанным в двумерной XU -модели для эффективной температуры $T_{\text{eff}}(T \leq T_{\text{BKT}}) = T/X^\infty(p)$ предсказываются степенные температурные зависимости вида $T_{\text{eff}}(p) \sim T^{1-\lambda(p)}$, представленные на вставке рис. 33.

Можно также сделать вывод о том, что с понижением температуры релаксационная динамика системы в фазе БКТ существенно замедляется, что приводит к усилению в ней эффектов старения. Присутствие дефектов структуры в системе приводит к дальнейшему усилению эффектов старения.

6.2. Эволюция из низкотемпературного начального состояния. Эффекты сверхстарения

На эффекты старения при неравновесной критической эволюции двумерной XU -модели из начального низкотемпературного состояния с $m_0 = 1$ основное влияние оказывают спин-волновые возбуждения. Эти возбуждения проявляются прежде всего в особенностях двухвременной зависимости автокорреляционной функции

$$C(t, t_w) = \left[\left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i S_i(t) S_i(t_w) \right\rangle \right] - \left[\left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i S_i(t) \right\rangle \left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i S_i(t_w) \right\rangle \right], \quad (106)$$

в которой, в отличие от автокорреляционной функции в случае эволюции из начального высокотемпературного состояния, существенную роль начинает играть вторая составляющая автокорреляционной функции — $C_{mm}(t, t_w)$.

Были рассчитаны $C(t, t_w)$ для двумерной XU -модели со спиновыми концентрациями $p = 1,0, 0,9$ и $0,8$ для различных температур замораживания в низкотемпературной фазе с $T_s \leq T_{\text{BKT}}(p)$. В качестве примера на рис. 34 приведены автокорреляционные функции для $p = 1,0$ и $p = 0,8$ при температурах $T = T_{\text{BKT}}(p)$ и $T = 0,1$. Эффекты старения, наглядно проявляющиеся через зависимость автокорреляционной функции от "возраста" системы t_w на временах наблюдения $t - t_w \sim t_w$, характеризуются замедлением корреляции в системе с увеличением её "возраста". Из рисунка 34 также видно, что с возрастанием концентрации дефектов (уменьшением спиновой концентрации p) усиливаются эффекты старения. Отметим, что в случае высокотемпературного начального

состояния замедление корреляции на одну и ту же величину происходит при на порядок больших временах наблюдения, чем в случае низкотемпературного начального состояния.

Наиболее наглядно влияние дефектов проявляется в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно неупорядоченных системах по сравнению с такими эффектами в "чистой" системе. Мы связываем эти сильные изменения в поведении автокорреляционной функции с кластерной фрагментацией, происходящей при эволюции двумерной XU -модели из низкотемпературного состояния, — один большой кластер при $m_0 = 1$ распадается на более малые. Введение в систему дефектов приводит к аномальному замедлению кластерной фрагментации [101]. На это указывают графики для двух составляющих автокорреляционной функции в (106) — $C_{ss}(t, t_w)$ и $C_{mm}(t, t_w)$, представленные на рис. 35а, б для "чистой" системы и системы со спиновой концентрацией $p = 0,9$ соответственно. Из графиков видно, что для "чистой" и структурно неупорядоченной систем на временах наблюдения $t - t_w \geq t_w$ значения составляющих $C_{ss}(t, t_w)$ и $C_{mm}(t, t_w)$ начинают совпадать, приводя к их взаимной компенсации в полной автокорреляционной функции, хотя в структурно неупорядоченной системе эта компенсация составляющих происходит на больших временах наблюдения, чем в "чистой" системе. В данных эффектах проявляются существенные различия в неравновесном поведении двумерной XU -модели и трёхмерной модели Изинга, обусловленные тем, что в двумерной XU -модели отсутствует спонтанная намагниченность, присутствующая в трёхмерной модели Изинга.

Для подтверждения обобщённой скейлинговой зависимости автокорреляционной функции, задаваемой выражением (102), были построены зависимости $t_w^{n/2} C(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$. Результаты, приведённые на рис. 36, демонстрируют для "чистой" системы ($p = 1,0$) "коллапс" полученных данных для различных t_w на соответствующих указанным на рисунке температурам универсальных кривых, отвечающих скейлинговой функции $\Phi[\xi(t - t_w)/\xi(t_w)]$ в (102), в то время как для структурно неупорядоченной системы с $p = 0,8$ "коллапс" данных для различных t_w отсутствует. В предположении о реализации для структурно неупорядоченной двумерной XU -модели более сложной, чем в (102), формы скейлинговой зависимости для автокорреляционной функции

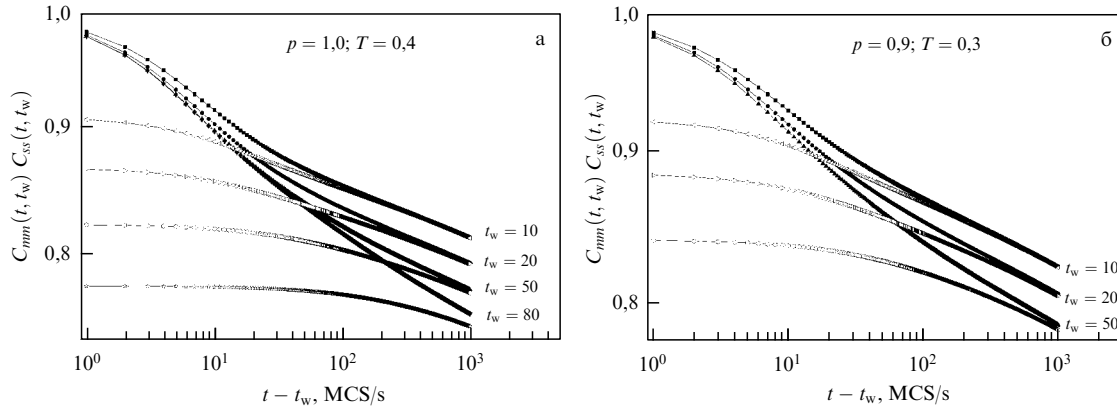


Рис. 35. Сравнение временных зависимостей вкладов в автокорреляционную функцию $C_{ss}(t, t_w) \sim [\langle S(t)S(t_w) \rangle]$ и $C_{mm}(t, t_w) \sim [\langle S(t) \rangle \langle S(t_w) \rangle]$ для концентрации спинов $p = 1,0$ (а) и $p = 0,9$ (б).

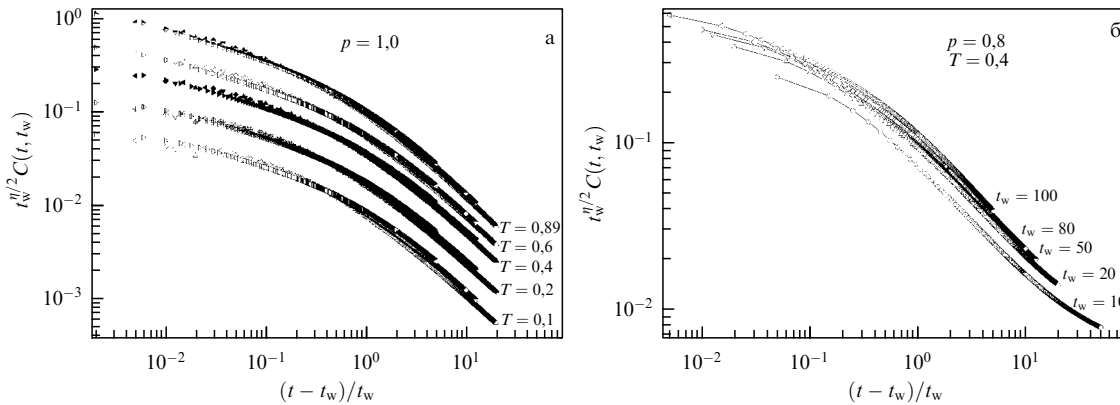


Рис. 36. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta/2} C(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ для систем с $p = 1,0$ (а) и $p = 0,8$ (б), демонстрирующие "коллапс" полученных для различных t_w данных для "чистой" системы и отсутствие "коллапса" для структурно неупорядоченной.

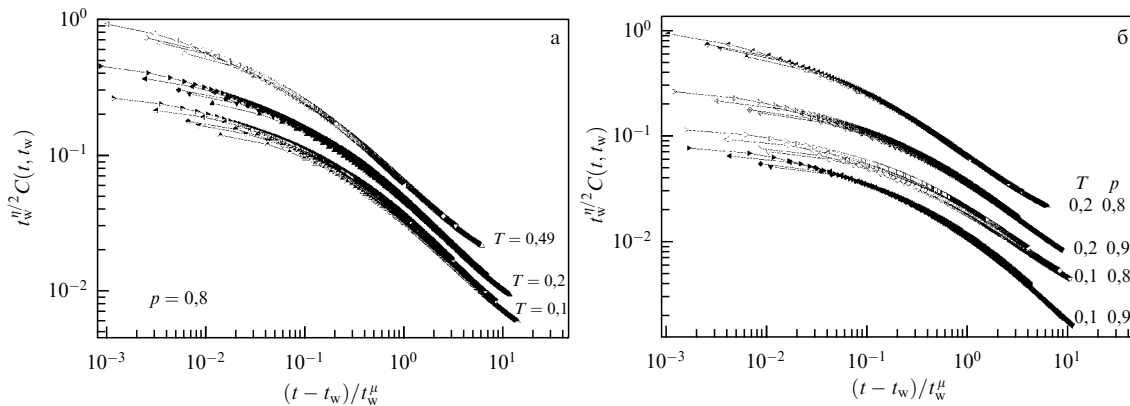


Рис. 37. Эффект "сверхстарения" в скейлинговом поведении автокорреляционной функции $t_w^{\eta/2} C(t, t_w)$ в зависимости от $(t - t_w)/t_w^\mu$ на примере систем с $p = 0,8$ (а) и $p = 0,9, p = 0,8$ (б) для различных температур при эволюции из низкотемпературного начального состояния.

была предложена скейлинговая функция $\Phi[(t - t_w)/t_w^\mu]$ с показателем μ , определяемым из требования "коллапса" данных для зависимости $t_w^{\eta/2} C(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w^\mu$ при различных t_w . На рисунке 37 представлена реализация данной процедуры для системы с $p = 0,8$ при различных температурах. Получено, что при значениях показателя $\mu \simeq 1 + \eta(T, p)$ имеет место "коллапс" данных для структурно неупорядоченных систем. Данный случай скейлин-

говой зависимости от времени ожидания с показателем $\mu > 1$ классифицируется как явление "сверхстарения".

В заключение этого раздела отметим, что при численном исследовании неравновесного поведения двумерной XY-модели были выявлены существенные различия в поведении системы, эволюционирующей из разных начальных состояний, обусловленные тем, что при релаксации из низкотемпературного состояния с $m_0 = 1$ роль

высокоэнергетичных вихревых возбуждений в динамике системы мала и её динамика определяется только низкоэнергетичными спин-волновыми возбуждениями. При эволюции системы из высокотемпературного состояния с $m_0 \ll 1$ роль вихревых возбуждений и их взаимодействия являются определяющими. В неравновесном поведении двумерной XY-модели выявлены эффекты старения и нарушения ФДТ при температурах замораживания, соответствующих всей низкотемпературной фазе XY-модели. Показано, что наличие дефектов структуры усиливает проявление эффектов старения, а в случае эволюции из низкотемпературного начального состояния вызывает эффекты сверхстарения.

7. Эффекты старения в неравновесном поведении мультислойных структур

Выявленные к настоящему времени особенности неравновесной критической динамики могут служить основой для адекватной интерпретации экспериментальных данных, полученных для мультислойных структур на основе Co/Cr [13]. Так, в работе [13] исследования релаксации намагниченности выявили в магнитной сверхструктуре Co(0,6 нм)/Cr(0,78 нм) эффекты магнитного старения. Наномасштабная периодичность создаёт в этих магнитных мультислойных структурах мезоскопические эффекты пространственной спиновой корреляции с медленной релаксационной динамикой намагниченности при замораживании системы в неравновесном состоянии. В отличие от объёмных магнитных систем, в которых медленная динамика и эффекты старения проявляются вблизи критической точки, магнитные сверхструктуры с наномасштабной периодичностью дают возможность увеличить время релаксации за счёт эффектов, связанных с увеличенной в этих структурах характеристической корреляционной длиной спин-спиновых корреляций. По этой причине эффекты старения и неэргодичности могут наблюдаться в мультислойных магнитных структурах в более широком температурном интервале, чем в объёмных системах.

В работе [102] проведено численное МК-исследование особенностей неравновесного поведения мультислойной магнитной структуры из ферромагнитных плёнок, разделённых слоем немагнитного металла. Магнитные плёнки характеризуются линейными размерами $L \times L \times N$ и наложенными периодическими граничными условиями в плоскости плёнки. Рассматривалась структура из магнитных плёнок с толщинами $N = 3$. Значение обменного интеграла J_1 , определяющего взаимодействие соседних спинов внутри ферромагнитной плёнки, выбиралось как $J_1/(k_B T) = 1$, а взаимодействие между плёнками определялось величиной $J_2 = -0,3J_1$. Отрицательность J_2 отражает тот факт, что в мультислойных структурах с эффектом гигантского магнетосопротивления толщина немагнитной прослойки подбирается так, чтобы дальнедействующее и осциллирующее межслоевое обменное взаимодействие Рудермана–Киттеля–Касуя–Иосиды (РККИ) между спинами ферромагнитных слоёв носило эффективный антиферромагнитный характер [103]. За счёт этого взаимодействия намагниченности соседних ферромагнитных слоёв ориентируются противоположно друг другу.

Магнитные свойства ультратонких плёнок на основе Fe, Co и Ni при контакте с подложкой из немагнитного

металла наиболее правильно описываются анизотропной моделью Гейзенберга [104, 105], задаваемой гамильтонианом

$$H = - \sum_{(i,j)} J_{ij} [\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j - \Delta(N) S_i^z S_j^z] - h \sum_i S_i^x, \quad (107)$$

где $\mathbf{S}_i = (S_i^x, S_i^y, S_i^z)$ — трёхмерный единичный вектор в узле i ; $\Delta = 0,7$ — параметр анизотропии для ферромагнитных плёнок Co с толщиной $N = 3$ монослоя, h — внешнее магнитное поле. Вид и параметры гамильтониана выбраны таким образом, чтобы он соответствовал мультислойной структуре Co(0,6 нм)/Cr, в которой ультратонкие плёнки Co характеризуются при температурах ниже критической T_c появлением спонтанной намагниченности \mathbf{m} , лежащей в плоскости плёнки xy .

На первом этапе исследований рассчитывались равновесные характеристики мультислойной структуры с целью определения температуры T_c ферромагнитного фазового перехода в магнитных плёнках и T_N , характеризующей реализацию антиферромагнитной конфигурации намагниченностей плёнок в структуре за счёт отрицательности J_2 (рис. 38). Для более точного определения критических температур рассматривались структуры с различными линейными размерами плёнок: $L = 16, 24, 32, 64$. Рассчитывались такие характеристики, как "шахматная" намагниченность $\mathbf{m}_{\text{stg}} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$, где $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ — намагниченности плёнок, "шахматная" восприимчивость $\chi_{\text{stg}} = [(\langle \mathbf{m}_{\text{stg}}^2 \rangle) - (\langle \mathbf{m}_{\text{stg}} \rangle)^2] / (TN_s)$, где N_s — число спинов в плёнке, теплоёмкость $C_h = [(\langle E^2 \rangle) - \langle E \rangle^2] / (T^2 N_s)$ и кумулянт Биндера $U_4 = (3 - \langle m^4 \rangle / \langle m^2 \rangle^2) / 2$.

Анализ температурной зависимости данных термодинамических величин для плёнок различных линейных размеров L позволяет однозначно охарактеризовать тип фазовых превращений в мультислойной структуре и определить критические температуры T_c и T_N [40, 41]. Для придания полученным температурным зависимостям указанных характеристик большего физического соответствия с системой Co/Cr шкала температур задавалась нами через величину интеграла обменного взаимодействия $J_1 = 4,4 \times 10^{-14}$ эрг, соответствующего кобальту. Для примера на рис. 39 представлена температурная зависимость теплоёмкости с двумя характерными пиками, соответствующими $T_N = 60$ К ($k_B T_N / J_1 = 0,19$) и $T_c = 249,6$ К ($k_B T_c / J_1 = 0,78$). Отметим, что

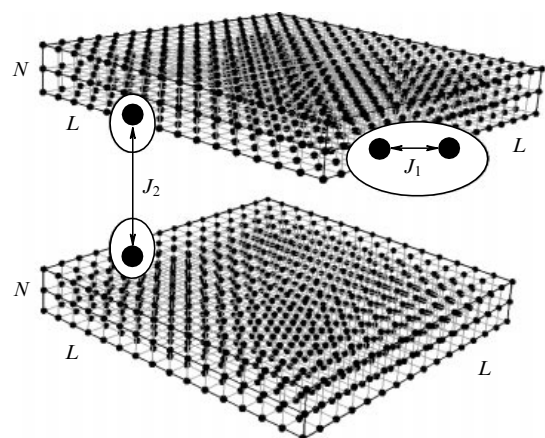


Рис. 38. Модель трёхслойной структуры, $N = 3, J_2 = -0,3J_1$.

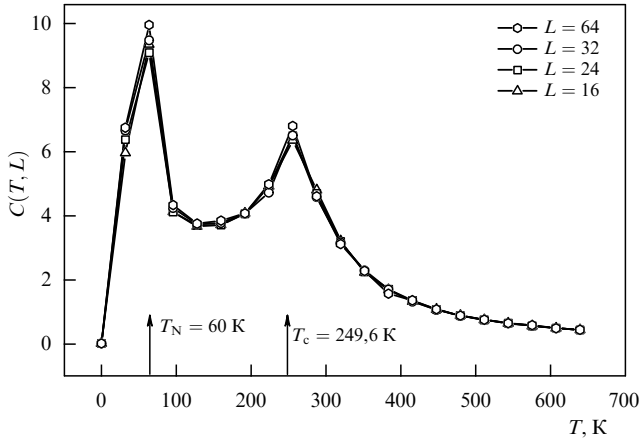


Рис. 39. Температурное поведение теплоёмкости $C(T, L)$ для решёток с различными размерами L .

данные критические температуры для модельной мультислойной структуры находятся в хорошем соответствии со значениями $T_N = 53$ К и $T_c = 225$ К, измеренными в эксперименте [13] для структуры Co/Cr.

На следующем этапе исследований было изучено неравновесное поведение мультислойной структуры при температурах замораживания T_s , равных критической температуре $T_c = 249,6$ К, и температурах $T_s = 96$ и 160 К, находящихся в интервале $T_N < T_s < T_c$. Была рассчитана автокорреляционная функция при эволюции системы из высокотемпературного начального состояния, созданного при $T_0 \gg T_c$ с приведённой "шахматной" намагниченностью $m_0^{stg} = 0,05$, и из низкотемпературного начального состояния с $m_0^{stg} = 1$. Усреднение характеристик проводилось по 1000 прогонок.

Графики, представленные на рис. 40, демонстрируют наличие в системе эффектов старения, т.е. зависимость спада корреляционных эффектов от времени t_w . При этом эффекты старения возникают в мультислойных структурах не только при $T_s = T_c$, как в объёмных системах, но и при температурах замораживания $T_s < T_c$. Видно, что при эволюции как из низкотемпературного, так и из высокотемпературного начальных состояний с увеличением времени t_w наблюдается соответствующее понятию старения замедление корреляции в системе. Отметим также, что времена корреляции при эволюции системы из высокотемпературного начального состояния превосходят времена корреляции при эволюции из низкотемпературного начального состояния на два-три порядка при одних и тех же значениях t_w .

В режиме старения при $t - t_w \sim t_w \gg 1$ двухвременная зависимость автокорреляционной функции характеризуется скейлинговой формой:

$$C(t, t_w) \sim t_w^{-b} F_C\left(\frac{t}{t_w}\right), \quad (108)$$

где показатель b при температуре замораживания $T_s = T_c$ выражается через критические индексы: $b = 2\beta/(z\nu)$. Скейлинговая функция $F_C(t/t_w)$ в (108) является однородной функцией аргумента t/t_w и характеризуется на долговременном этапе эволюции с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ степенным законом затухания

$$F_C\left(\frac{t}{t_w}\right) \sim \left(\frac{t}{t_w}\right)^{-c_a} \quad (109)$$

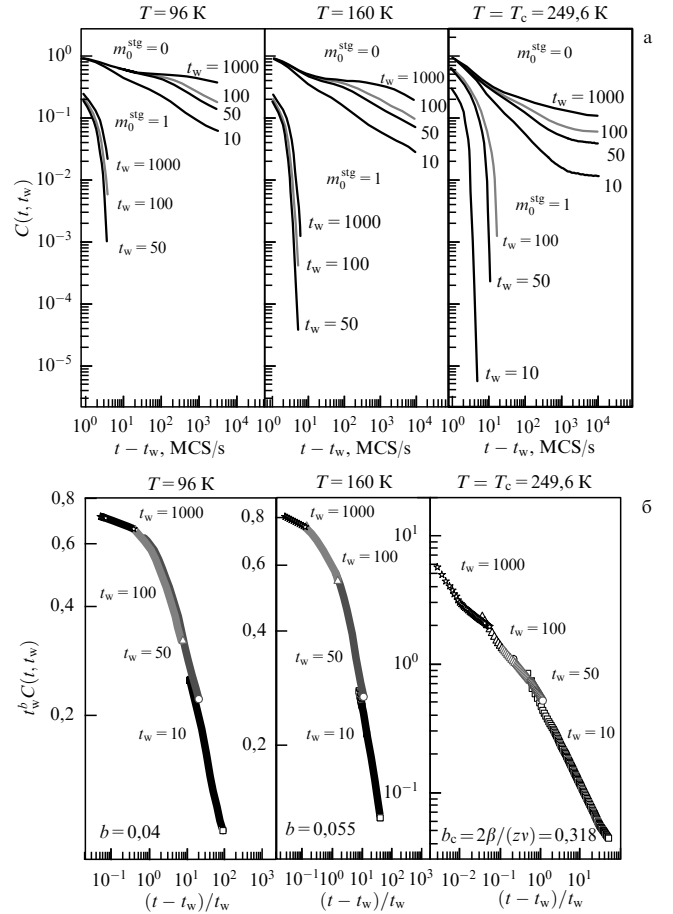


Рис. 40. Зависимость автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ от времени наблюдения $t - t_w$ при эволюции из различных начальных состояний с $m_0^{stg} = 0$ и $m_0^{stg} = 1$ (а) и её скейлинговой функции $F(t/t_w) = t_w^b C(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ при $m_0^{stg} = 0$ (б) для температур замораживания $T_s = 96$ и 160 К и $T_s = T_c = 249,6$ К.

с показателем $c_a = d/z - \theta'$ при эволюции из высокотемпературного начального состояния при $T_s = T_c$ и $c_a = 1 + d/z + \beta/(z\nu)$ при эволюции из низкотемпературного начального состояния при $T_s = T_c$. При температурах замораживания $T_s \neq T_c$ показатели b и c_a в выражениях (108), (109) уже не связаны с критическими индексами рассматриваемой системы.

С целью проверки справедливости скейлинговой формы (108) для полученных нами данных для автокорреляционной функции были построены зависимости $t_w^b C(t, t_w) = F_C(t/t_w)$ от t/t_w при подборе значений показателя b таким образом, чтобы данные для различных t_w ложились по возможности на одну кривую при $t/t_w \gg 1$. На примере автокорреляционной функции, полученной при эволюции из высокотемпературного начального состояния, имеет место (см. рис. 40) "коллапс" данных для $t_w^b C(t, t_w)$ и различных t_w на универсальной кривой, соответствующей скейлинговой функции $F_C(t/t_w)$, как при $T_s = T_c = 249,6$ К и значении показателя $b_c = 2\beta/(z\nu) = 0,318(8)$, так и при $T_s = 96$ К с показателем $b = 0,04(1)$, а также при $T_s = 160$ К с показателем $b = 0,055(10)$.

Кроме исследования эффектов старения в поведении автокорреляционной функции, было проведено моделирование условий, при которых для структуры Co/Cr были экспериментально выявлены [13] эффекты старения в релаксационных свойствах намагниченности. Для

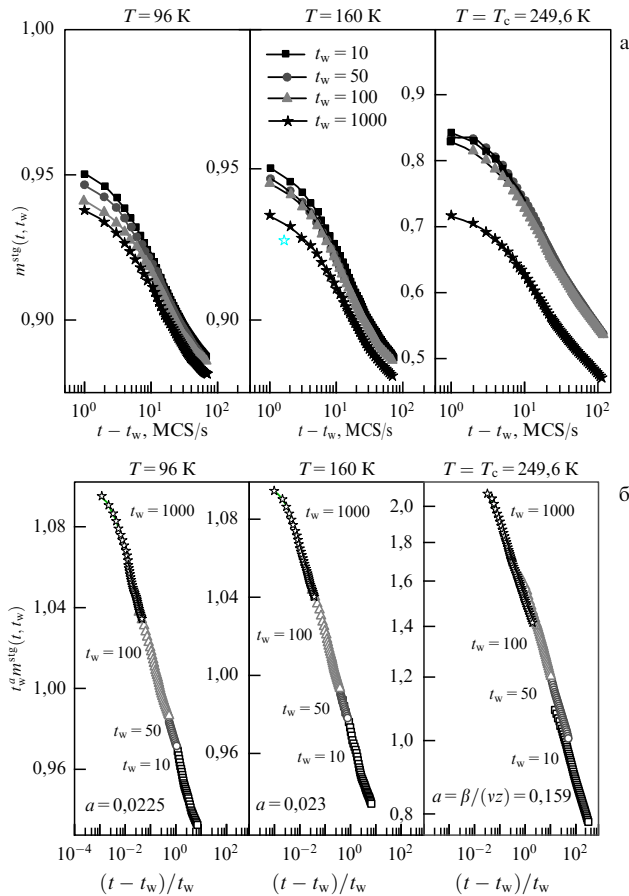


Рис. 41. Релаксация "шахматной" намагниченности $m^{\text{stg}}(t, t_w)$ из низкотемпературного начального состояния с $m_0^{\text{stg}} = 1$ (а) и зависимость её скейлинговой функции $t_w^a m^{\text{stg}}(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ (б) для температур замораживания $T_s = 96$ и 160 К и $T_s = T_c = 249,6$ К.

этого при процессе релаксации "шахматной" намагниченности структуры из низкотемпературного начального состояния при температуре замораживания T_s в момент t_w включалось на короткий интервал времени достаточно сильное магнитное поле в плоскости плёнки (в нашем случае $h = 100J_1$). После выключения поля происходил изотермический процесс релаксации "шахматной" намагниченности и её медленного возвращения к релаксационной кривой, характеризующей неравновесное поведение структуры без внешнего магнитного поля ($h = 0$). Для времён ожидания $t_w = 10, 50, 100$ и 1000 MCS/s и температур замораживания $T_s = 96$ и 160 К и $T_s = T_c = 249,6$ К были проанализированы участки релаксации намагниченности от момента выключения магнитного поля до момента, в который намагниченность возвращалась к своему невозмущённому значению при $h = 0$. Из рисунка 41 наглядно видно проявление эффектов старения в релаксации намагниченности плёнок мультислойной структуры, т.е. замедление релаксации с увеличением t_w .

Теория неравновесных процессов предсказывает для поведения намагниченности (в нашем случае — "шахматной") следующую скейлинговую зависимость:

$$m_{\text{stg}}(t, t_w) \sim t_w^{-a} F_m\left(\frac{t}{t_w}\right), \quad (110)$$

где показатель a при температуре замораживания $T_s = T_c$ выражается через критические индексы $a = \beta/(zv)$.

Построенные нами зависимости $t_w^a m_{\text{stg}}(t, t_w)$ от t/t_w (см. рис. 41) позволили подтвердить скейлинговую форму (110) с выделением функции $F_m(t/t_w)$, не зависящей от t_w , при соответствующем подборе показателя a для каждого значения температуры замораживания T_s . Из рисунка видно, что "коллапс" данных на единой для всех t_w кривой происходит не только при критической температуре с $T_s = T_c$, но и при $T_s < T_c$. Были получены следующие значения показателя a : $a_c = \beta/(zv) = 0,159(5)$ при $T_s = T_c = 249,6$ К, $a = 0,022(7)$ при $T_s = 96$ К и $a = 0,025(7)$ при $T_s = 160$ К. Из сопоставления полученных значений показателей a и b следует, что в пределах погрешностей справедливо равенство $b = 2a$, согласующееся с соотношением этих показателей при критической температуре. Отметим также, что выявленные эффекты старения в релаксационном поведении намагниченности для нашей модельной мультислойной структуры находятся в хорошем согласии с экспериментально обнаруженными эффектами старения в структуре Co/Cr [13].

Таким образом, проведённые исследования и расчёты двухвременных зависимостей автокорреляционной функции и "шахматной" намагниченности методами Монте-Карло позволили выявить существование эффектов старения в мультислойных магнитных структурах не только при их неравновесном критическом поведении при $T_s = T_c$, но и в широком диапазоне температур замораживания $T_s < T_c$. Поэтому такие неравновесные эффекты, несомненно, надо учитывать при практическом использовании мультислойных магнитных структур в качестве элементов приборов спинтроники с эффектом гигантского магнитного сопротивления.

8. Заключение

В представленном обзоре описаны особенности неравновесного критического поведения макроскопических систем, далёких от состояния равновесия. Изложены современные методы ренормгруппового и численного их описания применительно к модельным статистическим системам, таким как трёхмерная модель Изинга и двумерная XY-модель. Рассмотрены процессы критической релаксации однородных и структурно неупорядоченных систем, подверженных влиянию аномально сильных флуктуационных эффектов, сопровождающих процессы упорядочения в твёрдых телах при фазовых переходах второго рода. Интерес к исследованию подобных систем обусловлен предсказываемыми и наблюдаемыми в них свойствами старения при медленной эволюции систем из неравновесного начального состояния и нарушениями флуктуационно-диссипативной теоремы.

Представленные в обзоре результаты численных исследований неравновесного критического поведения трёхмерной модели Изинга указывают на нарушение ФДТ и сильные эффекты старения в двухвременном поведении корреляционной функции и функции отклика. Показано, что значения предельного флуктуационно-диссипативного отношения, характеризующего степень неравновесности системы и нарушения ФДТ, удовлетворяют неравенству $X^\infty < 1$ и зависят от того, какому из двух классов универсальности неравновесного критического поведе-

ния они принадлежат, — один из этих классов соответствует высокотемпературному начальному состоянию системы, а другой — низкотемпературному. Введено понятие порогового, разделяющего эти два класса универсальности, значения начальной намагниченности m_0^{th} , которое лежит в интервале $0,1 < m_0^{\text{th}} < 0,4$.

Численные исследования выявили существенное влияние дефектов структуры на неравновесную критическую динамику трёхмерной модели Изинга. Показано, что с возрастанием концентрации дефектов происходит усиление эффектов старения, проявляющееся в замедлении процессов корреляции и релаксации в структурно неупорядоченных системах по сравнению с таковыми в "чистой" системе. Неравновесные начальные состояния начинают оказывать более сильное влияние на особенности эволюции системы и её характеристики. Так, в случае эволюции из высокотемпературного начального состояния с намагниченностью $m_0 \ll 1$ влияние дефектов проявляется в количественном изменении универсальных характеристик неравновесного критического поведения — критических индексов и предельного ФДО $X^\infty(p)$.

Установлено, что наличие дефектов структуры приводит к новым значениям $X^\infty(p)$, находящимся в следующем соотношении: $X^\infty(p)$ для сильно неупорядоченных систем больше, чем $X^\infty(p)$ для слабо неупорядоченных систем, а последняя величина больше, чем $X^\infty(p = 1)$ для чистой трёхмерной модели Изинга. Для случая эволюции из низкотемпературного начального состояния с $m_0 = 1$ выявлено, что вследствие пиннинга доменных стенок на дефектах структуры автокорреляционная функция на временах $t - t_w \gg t_w \gg 1$ убывает по степенному закону критической релаксации намагниченности, а предельные значения ФДО, определяемые динамикой доменов в долговременном режиме, становятся равными нулю. Показано, что в этом случае двухвременная скейлинговая зависимость автокорреляционной функции подчиняется соотношениям теории "сверхстарения", в соответствии с которыми происходит усиление влияния "возраста" системы — времени начала измерения t_w — и это усиление задаётся степенной зависимостью t_w^μ с показателем $\mu > 1$. Были определены различные значения этого показателя: $\mu = 2,3(1)$ для слабо неупорядоченной и $\mu = 2,8(1)$ для сильно неупорядоченной моделей Изинга. Исследование влияния значения начальной намагниченности m_0 на особенности неравновесного критического поведения структурно неупорядоченной трёхмерной модели Изинга показало, что с увеличением m_0 происходит усиление эффектов старения, переходящее при $m_0 \geq 0,25$ в эффекты "сверхстарения" в поведении автокорреляционной функции.

В итоге на основе всестороннего анализа неравновесной критической динамики трёхмерной модели Изинга установлено, что критические показатели, определяющие асимптотическое поведение автокорреляционной функции и функции отклика, характеризуются принадлежностью различным классам универсальности критического поведения, а именно критического поведения "чистых" систем, слабо неупорядоченных и сильно неупорядоченных. При этом в каждом из этих классов универсальности критического поведения можно выделить два подкласса универсальности неравновесного критического поведения, соответствующие эволюции из высокотемпературного и низкотемпературного

начальных состояний с характерными для этих состояний значениями предельного флуктуационного отношения.

Исследование неравновесного критического поведения трёхмерной модели Изинга при циклическом изменении температуры выявило во временном поведении автокорреляционной функции в режиме старения эффекты памяти о состоянии системы в момент "замораживания", выражающиеся в восстановлении этого состояния при возвращении температуры системы к критической после её пребывания в течение некоторого времени в "замороженном" состоянии. Показано, что пиннинг доменных стенок на дефектах препятствует полному возвращению "памяти" системы о её состоянии в момент "замораживания".

Важно отметить, что при подготовке условий экспериментов по исследованию критического поведения различных систем и анализе экспериментальных результатов необходимо учитывать влияние не только эффектов критического замедления, но и эффектов старения, значительно усиливающих эффекты критического замедления с увеличением "возраста" образца t_w и приводящих к влиянию начальных состояний системы. При этом наличие дефектов структуры в системе, увеличение их концентрации приводит к существенному усилению эффектов старения.

В обзоре представлен ряд результатов по описанию неравновесного поведения другой важной статистической системы — двумерной XU -модели, являющейся базовой для исследования фазовых переходов и критических явлений в таких физических системах, как ультратонкие магнитные плёнки, планарные магнетики, сверхтекучие тонкие плёнки, двумерные кристаллы и т.д.

Особенностью XU -модели является аномально сильная пространственная и временная корреляция состояний системы во всей низкотемпературной фазе при $T \leq T_{\text{ВКТ}}$, характеризующая степенным законом спадания. Это позволяет наблюдать медленную динамику двумерной XU -модели не только вблизи критической точки, но и во всём низкотемпературном диапазоне $T \leq T_{\text{ВКТ}}$. Сложностью численного описания неравновесного поведения двумерной XU -моделью по сравнению с описанием такового трёхмерной моделью Изинга являются на один-два порядка большие времена корреляции и релаксации в ней даже с учётом конечномерных эффектов.

Для двумерной XU -модели рассмотрены особенности влияния начальных состояний и дефектов структуры на характеристики двухвременного поведения автокорреляционной функции и функции отклика, проведён расчёт ФДО. Одним из факторов влияния начальных состояний является различная временная зависимость корреляционной длины $\xi(t)$. При эволюции из низкотемпературного начального состояния $\xi(t) \sim t^{1/2}$, в то время как в случае высокотемпературного начального состояния эта зависимость модифицируется эффектами взаимодействия вихрей и принимает вид $\xi^2(t) \sim t / \ln t$. При начальном высокотемпературном состоянии системы определяющей является роль высокоэнергетичных вихревых возмущений и их взаимодействия. Для такого типа начального состояния было выявлено усиление эффектов старения с возрастанием концентрации дефектов структуры. Показано, что на больших временах наблюдения, $t - t_w \gg t_w \gg 1$, поведение автокорреляционной функции характеризуется более быстрым степенным режимом

спадания, чем в режиме старения. Выявлено, что с возрастанием концентрации дефектов начало степенного режима сдвигается в область больших времён наблюдения.

Расчёт значений предельного флуктуационно-диссипативного отношения $X^\infty(p, T \leq T_{\text{ВКТ}}(p))$ для двумерной XY-модели показал, что влияние структурного беспорядка приводит к увеличению их значений с возрастанием концентрации дефектов. Температурную зависимость предельного ФДО можно задать в виде $X^\infty \sim T^\lambda$ с показателем $\lambda(p)$, принимающим для различных концентраций примеси следующие значения: $\lambda(p=1,0) = 1,988(23)$, $\lambda(p=0,9) = 1,848(22)$ и $\lambda(p=0,8) = 1,838(31)$. Экстраполяция полученных температурных зависимостей для $X^\infty(p, T \leq T_{\text{ВКТ}}(p))$ при $T \rightarrow 0$ даёт $\lim_{T \rightarrow 0} X^\infty = 0$ для всех рассмотренных примесных концентраций.

При эволюции двумерной XY-модели из низкотемпературного начального состояния на динамику модели основное влияние оказывают низкоэнергетичные спин-волновые возбуждения. В результате исследований было показано существенное влияние дефектов структуры на особенности неравновесного поведения автокорреляционной функции, проявляющиеся в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно неупорядоченных системах, по сравнению с эффектами корреляции в "чистой" XY-модели. Эти сильные изменения связаны с кластерной фрагментацией — один большой кластер в начальном состоянии при эволюции системы разбивается на несколько меньших. Введение в систему дефектов приводит к аномальному замедлению процесса кластерной фрагментации, что подтверждено результатами детальных исследований поведения автокорреляционной функции. Показано, что в этом случае двухвременная скейлинговая зависимость автокорреляционной функции подчиняется соотношениям теории "сверхстарения" и степенное усиление влияния "возраста" системы t_w характеризуется показателем $\mu = 1 + \eta(T, p) > 1$, где $\eta(T, p)$ — связанный с поперечной жёсткостью системы критический индекс, зависящий от температуры и спиновой концентрации.

В обзоре показано, что интригующие особенности неравновесного поведения проявляются в свойствах магнитных сверхструктур, состоящих из чередующихся магнитных и немагнитных слоёв наномасштабной толщины типа Co/Cr, причём не только вблизи критической температуры T_c ферромагнитного упорядочения в плёнках, но и в широком температурном интервале с $T \leq T_c$. Наномасштабная периодичность обуславливает появление в этих магнитных мультислойных структурах мезоскопических эффектов пространственной спиновой корреляции с медленной релаксационной динамикой намагниченности при замораживании системы в неравновесном состоянии.

Следует отметить, что в магнитной сверхструктуре Co(0,6 нм)/Cr(0,78 нм), в которой в работе [13] были экспериментально выявлены эффекты старения, критические свойства ультратонкой плёнки кобальта на подложке из хрома адекватно описываются двумерной XY-моделью с учётом конечномерных эффектов [89]. Влияние неравновесных эффектов старения, несомненно, надо учитывать при практическом использовании мультислойных магнитных структур в качестве элементов приборов спинтроники с эффектом гигантского магнитного сопротивления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российским научным фондом (проект 14-12-00562), Российским фондом фундаментальных исследований (грант 17-02-00279) и грантом МД-6024.2016.2 Президента РФ. Для проведения расчётов использовались ресурсы суперкомпьютерного комплекса Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова и межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

Список литературы

1. Cugliandolo L F, in *Slow Relaxation and Nonequilibrium Dynamics in Condensed Matter* (Les Houches, École d'Été de Physique Théorique, Vol. 77, Eds J-L Barrat et al.) (Berlin: Springer, 2003) p. 371
2. Henkel M, Pleimling M *Non-Equilibrium Phase Transitions* Vol. 2 (Heidelberg: Springer, 2010)
3. Afzal N, Pleimling M *Phys. Rev. E* **87** 012114 (2013)
4. Ehlers G J. *Phys. Condens. Matter* **18** R231 (2006)
5. Berthier L, Kurchan J *Nature Phys.* **9** 310 (2013)
6. Vincent E et al. *Lect. Notes Phys.* **492** 184 (1997)
7. Bouchaud J P et al., in *Spin Glasses and Random Fields* (Directions in Condensed Matter Physics, Vol. 12, Ed. A P Young) (Singapore: World Scientific, 1998) p. 443
8. Calabrese P, Gambassi A *J. Phys. A* **38** R133 (2005)
9. Berthier L, Holdsworth P C W, Sellitto M *J. Phys. A* **34** 1805 (2001)
10. Pleimling M, Gambassi A *Phys. Rev. B* **71** 180401(R) (2005)
11. Gambassi A *Eur. Phys. J. B* **64** 379 (2008)
12. Дровосеков А Б и др. *Письма в ЖЭТФ* **88** 126 (2008); Drovosekov A B et al. *JETP Lett.* **88** 118 (2008)
13. Mukherjee T, Pleimling M, Binek Ch *Phys. Rev. B* **82** 134425 (2010)
14. Прудников В В и др. *ЖЭТФ* **133** 1251 (2008); Prudnikov V V et al. *JETP* **106** 1095 (2008)
15. Прудников В В и др. *ЖЭТФ* **137** 287 (2010); Prudnikov V V et al. *JETP* **110** 253 (2010)
16. Прудников В В и др. *ЖЭТФ* **132** 417 (2007); Prudnikov V V et al. *JETP* **105** 371 (2007)
17. Prudnikov V V et al. *Phys. Rev. E* **81** 011130 (2010)
18. Prudnikov V V et al. *Prog. Theor. Phys.* **117** 973 (2007)
19. Prudnikov P V, Medvedeva M A *Prog. Theor. Phys.* **127** 369 (2012)
20. Rosov N, Hohenemser C, Eibschütz M *Phys. Rev. B* **46** 3452 (1992)
21. Calabrese P, Gambassi A *Phys. Rev. E* **66** 066101 (2002)
22. Calabrese P, Gambassi A *Phys. Rev. B* **66** 212407 (2002)
23. Прудников В В, Прудников П В, Пуртов А Н, Мамонова М В *Письма в ЖЭТФ* **104** 797 (2016); Prudnikov V V, Prudnikov P V, Purto A N, Mamonova M V *JETP Lett.* **104** 776 (2016)
24. Cugliandolo L F, Kurchan J, Peliti L *Phys. Rev. E* **55** 3898 (1997)
25. Godrèche C, Luck J M J. *Phys. Condens. Matter* **14** 1589 (2002)
26. Calabrese P, Gambassi A *J. Phys. A* **38** R133 (2005)
27. Godrèche C, Luck J M J. *Phys. A* **33** 9141 (2000)
28. Cugliandolo L F, Kurchan J, Parisi G *J. Physique* **4** 1641 (1994)
29. Lippiello E, Zannetti M *Phys. Rev. E* **61** 3369 (2000)
30. Mayer P et al. *Phys. Rev. E* **68** 016116 (2003)
31. Chatelain C *J. Phys. A* **36** 10739 (2003)
32. Chatelain C *J. Stat. Mech.* P06006 (2004)
33. Abriet S, Karevski D *Eur. Phys. J. B* **41** 79 (2004)
34. Janssen H K, Schaub B, Schmittmann B Z. *Phys. B* **73** 539 (1989)
35. Hohenberg P C, Halperin B I *Rev. Mod. Phys.* **49** 435 (1977)
36. Oerding K, Janssen H K *J. Phys. A* **28** 4271 (1995)
37. Oerding K, Janssen H K *J. Phys. A* **26** 3369 (1993)
38. Oerding K, Janssen H K *J. Phys. A* **26** 5295 (1993)
39. Jaster A et al. *J. Phys. A* **32** 1395 (1999)
40. Прудников В В, Вакилов А Н, Прудников П В *Фазовые переходы и методы их компьютерного моделирования* (М.: Физматлит, 2009)
41. Прудников В В, Прудников П В, Вакилов А Н *Теоретические методы описания неравновесного критического поведения структурно неупорядоченных систем* (М.: Физматлит, 2013)
42. Васильев А Н *Квантовополовая ренормгруппа в теории критического поведения и стохастической динамике* (СПб.: Изд-во ПИЯФ, 1998); Пер. на англ. яз.: *Field Theoretic Renormalization Group in Critical Behavior Theory and Stochastic Dynamics* (Boca Raton, FL: Chapman and Hall. CRC, 2004)
43. Pelissetto A, Vicari E *Phys. Rep.* **368** 549 (2002)
44. Прудников В В, Прудников П В *ЖЭТФ* **122** 636 (2002); Prudnikov V V, Prudnikov P V *JETP* **95** 550 (2002)

45. Фольк Р, Головач Ю, Яворский Т *УФН* **173** 175 (2003); Folk R, Holovatch Yu, Yavorskii T *Phys. Usp.* **46** 169 (2003)
46. Calabrese P, Gambassi A, Krzakala F *J. Stat. Mech.* P06016 (2006)
47. Janke W *Lect. Notes Phys.* **739** 79 (2008)
48. Prudnikov V V, Prudnikov P V, Pospelov E A *J. Phys. Conf. Ser.* **510** 012015 (2014)
49. Prudnikov V V, Prudnikov P V *J. Phys. Conf. Ser.* **510** 012020 (2014)
50. Prudnikov P V et al. *Prog. Theor. Exp. Phys.* 053A01 (2015)
51. Ferrenberg A M, Landau D P *Phys. Rev. B* **44** 5081 (1991)
52. Ricci-Tersenghi F *Phys. Rev. E* **68** 065104(R) (2003)
53. Godrèche C, Krzakala F, Ricci-Tersenghi F *J. Stat. Mech.* P04007 (2004)
54. Прудников П В, Прудников В В, Поспелов Е А *Письма в ЖЭТФ* **98** 693 (2013); Prudnikov P V, Prudnikov V V, Pospelov E A *JETP Lett.* **98** 619 (2013)
55. Prudnikov V V, Prudnikov P V, Pospelov E A *J. Stat. Mech.* 043303 (2016)
56. Guida R, Zinn-Justin J *J. Phys. A* **31** 8103 (1998)
57. Криницын А С, Прудников В В, Прудников П В *ТМФ* **147** 137 (2006); Krinitsyn A S, Prudnikov V V, Prudnikov P V *Theor. Math. Phys.* **147** 561 (2006)
58. Harris A V *J. Phys. C* **7** 1671 (1974)
59. Камиллов И К, Муртазаев А К, Алиев Х К *УФН* **169** 773 (1999); Kamilov I K, Murtazaev A K, Aliev Kh K *Phys. Usp.* **42** 689 (1999)
60. Муртазаев А К, Камиллов И К, Бабаев А Б *ЖЭТФ* **126** 1377 (2004); Murtazaev A K, Kamilov I K, Babaev A B *JETP* **99** 1201 (2004)
61. Birgeneau R J et al. *Phys. Rev. B* **27** 6747 (1983)
62. Mitchell P W et al. *Phys. Rev. B* **34** 4719 (1986)
63. Rosov N et al. *Phys. Rev. B* **37** 3265 (1988)
64. Slanič Z, Belanger D P, Fernandez-Baca J A *Phys. Rev. Lett.* **82** 426 (1999)
65. Prudnikov V V, Prudnikov P V, Fedorenko A A *Phys. Rev. B* **62** 8777 (2000)
66. Вакилов А Н, Прудников В В *Письма в ЖЭТФ* **55** 709 (1992); Prudnikov V V, Vakilov A N *JETP Lett.* **55** 741 (1992)
67. Прудников В В, Вакилов А Н *ЖЭТФ* **103** 962 (1993); Prudnikov V V, Vakilov A N *JETP* **76** 469 (1993)
68. Pelissetto A, Vicari E *Phys. Rev. B* **62** 6393 (2000)
69. Ballesteros H G et al. *Phys. Rev. B* **58** 2740 (1998)
70. Parisi G, Ricci-Tersenghi F, Ruiz-Lorenzo J J *Phys. Rev. E* **60** 5198 (1999)
71. Hasenbusch M, Pelissetto A, Vicari E *J. Stat. Mech.* P11009 (2007)
72. Schehr G, Paul R *Phys. Rev. E* **72** 016105 (2005)
73. Schehr G, Paul R *J. Phys. Conf. Ser.* **40** 27 (2006)
74. Heuer H-O *Phys. Rev. B* **42** 6476 (1990)
75. Heuer H-O *J. Phys. A* **26** L341 (1993)
76. Wiseman S, Domany E *Phys. Rev. Lett.* **81** 22 (1998)
77. Wiseman S, Domany E *Phys. Rev. E* **58** 2938 (1998)
78. Прудников В В и др., в сб. *Труды Семинара по вычислительным технологиям в естественных науках* Вып. 1 *Вычислительная физика* (Под ред. Р. Р. Назирова) (М.: Изд-во КДУ, 2009) с. 240
79. Прудников В В и др. *Вестн. Омского ун-та* (2) 101 (2012)
80. Прудников В В, Прудников П В, Поспелов Е А *ЖЭТФ* **145** 462 (2014); Prudnikov V V, Prudnikov P V, Pospelov E A *JETP* **118** 401 (2014)
81. Prudnikov V V et al. *Phys. Lett. A* **379** 774 (2015)
82. Прудников В В и др. *Письма в ЖЭТФ* **102** 192 (2015); Prudnikov V V et al. *JETP Lett.* **102** 167 (2015)
83. Прудников В В, Вакилов А Н, Талашок Д В *Письма в ЖЭТФ* **100** 760 (2014); Prudnikov V V, Vakilov A N, Talashok D V *JETP Lett.* **100** 675 (2014)
84. Bray A J *Adv. Phys.* **43** 357 (1994)
85. Березинский В Л *Низкотемпературные свойства двумерных систем с непрерывной группой симметрии* (М.: Физматлит, 2007)
86. Березинский В Л *ЖЭТФ* **59** 907 (1970); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **32** 493 (1971)
87. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C* **6** 1181 (1973)
88. Kosterlitz J M *J. Phys. C* **7** 1046 (1974)
89. Vaz C A F, Bland J A C, Lauhoff G *Rep. Prog. Phys.* **71** 056501 (2008)
90. Коршунов С Е *УФН* **176** 233 (2006); Korshunov S E *Phys. Usp.* **49** 225 (2006)
91. Булаевский Л Н, Кузий В В, Собянин А А *Письма в ЖЭТФ* **25** 314 (1977); Bulaevskii L N, Kuzii V V, Sobyenin A A *JETP Lett.* **25** 290 (1977)
92. Буздин А И, Булаевский Л Н, Паноков С В *Письма в ЖЭТФ* **35** 147 (1982); Buzdin A I, Bulaevskii L N, Panyukov S V *JETP Lett.* **35** 178 (1982)
93. Буздин А И, Вуйичич Б, Куприянов М Ю *ЖЭТФ* **101** 231 (1992); Buzdin A I, Vujicic B, Kupriyanov M Yu *JETP* **74** 124 (1992)
94. Bray A J, Briant A J, Jervis D K *Phys. Rev. Lett.* **84** 1503 (2000)
95. Lei X W, Zheng B *Phys. Rev. E* **75** 040104(R) (2007)
96. Прудников В В и др. *ФММ* **115** 1254 (2014); Prudnikov V V et al. *Phys. Met. Metallogr.* **115** 1186 (2014)
97. Prudnikov P V, Popov I S *J. Phys. Conf. Ser.* **510** 012014 (2014)
98. Прудников П В, Прудников В В, Попов И С *Письма в ЖЭТФ* **101** 596 (2015); Prudnikov P V, Prudnikov V V, Popov I S *JETP Lett.* **101** 539 (2015)
99. Weber H, Minnhagen P *Phys. Rev. B* **37** 5986(R) (1988)
100. Abriet S, Karevski D *Eur. Phys. J. B* **37** 47 (2004)
101. Попов И С, Прудников П В, Прудников В В *J. Phys. Conf. Ser.* **681** 012015 (2016)
102. Прудников В В, Прудников П В, Пуртов А Н *Вестн. Омского ун-та* (3) 33 (2016)
103. Прудников В В, Прудников П В, Романовский Д Е *Письма в ЖЭТФ* **102** 759 (2015); Prudnikov V V, Prudnikov P V, Romanovskii D E *JETP Lett.* **102** 668 (2015)
104. Прудников П В, Прудников В В, Медведева М А *Письма в ЖЭТФ* **100** 501 (2014); Prudnikov P V, Prudnikov V V, Medvedeva M A *JETP Lett.* **100** 446 (2014)
105. Prudnikov P V et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **387** 77 (2015)

Nonequilibrium critical behavior of model statistical systems and methods for the description of its features

V.V. Prudnikov, P.V. Prudnikov, M.V. Mamonova

Dostoevsky Omsk State University, prosp. Mira 55A, 644077 Omsk, Russian Federation

E-mail: prudnikov@univer.omsk.su

This paper reviews the features of far-from-equilibrium critical behavior of macroscopic systems and present current methods of describing them using model statistical systems such as the three-dimensional Ising model and the two-dimensional XY-model. The paper examines the critical relaxation of homogeneous and structurally disordered systems subject to abnormally strong fluctuation effects involved in ordering processes in solids at second order phase transitions. Interest in such systems is due to the aging properties and fluctuation-dissipation theorem violations predicted for and observed in systems slowly evolving from a nonequilibrium initial state. It is shown that these features of nonequilibrium behavior show up in the magnetic properties of magnetic superlattices consisting of alternating nanoscale-thick magnetic and nonmagnetic layers and can be observed not only near the film's critical ferromagnetic ordering temperature T_c , but also over the wide temperature range $T \leq T_c$.

Keywords: phase transitions and critical phenomena, nonequilibrium behavior, systems with slow dynamics, disordered systems, aging effects, fluctuation–dissipation ratio, multilayered magnetic structures, Monte Carlo simulations

PACS numbers: 64.60.ae, 64.60.Cn, 64.60.Ht

Bibliography — 105 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **187** (8) 817–855 (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.02.038067>

Received 14 September 2016

Physics – Uspekhi **60** (8) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.02.038067>