

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Необычный магнетизм решёток Кондо

В.Ю. Ирхин

Дан обзор экспериментальной ситуации и теоретических представлений относительно необычного магнитного упорядочения плотных кондовских 4f- и 5f-систем, включая недавно исследованные тройные системы на основе церия, иттербия и актинидов. Это необычное упорядочение характеризуется малым магнитным моментом и проявляет черты, присущие как магнетикам с локализованными спинами, так и системам с коллективизированными электронами. Особое внимание уделено ферромагнитным системам, а также конкуренции различных типов магнитного упорядочения. Рассмотрены методы теории возмущений и ренормгруппы, а также представление вспомогательных псевдофермионов для описания формирования основного состояния решёток Кондо. Обсуждается проблема неферми-жидкостного поведения.

Ключевые слова: магнетизм, решётки Кондо, тяжёлые фермионы

PACS numbers: 71.28.+d, 75.30.Mb

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.11.037961>

Содержание

1. Введение (801).
2. Экспериментальные результаты (802).
 - 2.1. Цериевые системы.
 - 2.2. Иттербьевые системы.
 - 2.3. Актинидные системы.
3. Модели, теория возмущений и ренормгруппа для решёток Кондо (804).
4. Магнетизм и неферми-жидкостное поведение. Многоканальная модель Кондо (807).
5. Проблема основного состояния. Приближение среднего поля в представлении псевдофермионов (809).
6. Заключение (814).

Список литературы (815).

1. Введение

Системы с тяжёлыми фермионами (гигантскими значениями электронной теплоёмкости) и другие 4f- и 5f-соединения с необычными свойствами остаются интереснейшими объектами исследований в многоэлектронной физике твёрдого тела: они представляют собой весьма нетривиальный пример сильнокоррелированных систем, в которых реализуются экзотические состояния вещества. С точки зрения теории их обычно рассматривают как решётки Кондо или плотные (концентрированные) кондовские системы, т.е. периодические решётки f-спинов, в которых взаимодействие с электронами проводимости приводит к экранированию и подавлению локализованных магнитных моментов и аномалиям электронных свойств [1] (инфракрасная катастрофа, впервые

В.Ю. Ирхин. Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, ул. Софьи Ковалевской 18, 620990 Екатеринбург, Российской Федерации
E-mail: valentin.irkhin@imp.uran.ru

Статья поступила 15 сентября 2016 г.,
после доработки 15 ноября 2016 г.

обнаруженная Кондо [2]). Для теоретического описания этих систем используется весь арсенал современных методов квантовой теории поля.

С другой стороны, экспериментальные исследования показывают, что многим из таких соединений свойственны магнитное упорядочение, часто с малым магнитным моментом, и/или развитые спиновые флуктуации. Для систем с "умеренно" тяжёлыми фермионами (коэффициент в линейном члене теплоёмкости $\gamma \approx 100 \text{ мДж моль}^{-1} \text{ К}^{-2}$) достаточно типично существование неполного кондовского экранирования с аномальным магнитным упорядочением (с резко подавленным, но ненулевым моментом). Особенно часто встречается антиферромагнитное упорядочение, хотя нередким является и ферромагнитное. Библиографию и обсуждение ранних экспериментальных данных по конкретным соединениям и соответствующих теоретических представлений можно найти в книге [3] и статье [4].

Класс "кондовских" магнетиков характеризуется следующими особенностями [4, 5].

1. Логарифмическая температурная зависимость удельного сопротивления при температурах, превышающих температуру Кондо T_K , $T > T_K$, присущая кондо-системам. Эта зависимость может быть получена в третьем порядке теории возмущений, как и в оригинальном подходе Кондо [2].

2. Малое значение магнитной энтропии в точке упорядочения по сравнению с величиной $R \ln(2J+1)$ (R — универсальная газовая постоянная, J — номинальное значение магнитного момента), которая соответствует обычным магнетикам с локализованными моментами. Это явление связано с подавлением магнитной теплоёмкости вследствие эффекта Кондо (экранирования моментов): лишь малая часть изменения энтропии связана с дальним магнитным порядком.

3. Упорядоченный магнитный момент μ_s , малый по сравнению с высокотемпературным моментом μ_{eff} , найденным из постоянной Кюри. Последний имеет, как правило, нормальное значение, близкое к соответствую-

щему значению для редкоземельного иона (например, $\mu_{\text{eff}} \approx 2,5\mu_B$, где μ_B — магнетон Бора, для иона Ce^{3+}). Такое поведение напоминает поведение слабых коллективизированных (зонных) магнетиков.

4. Парамагнитная точка Кюри θ , имеющая, как правило, отрицательное (даже для ферромагнетиков) значение, заметно превышающее по абсолютной величине температуру магнитного упорядочения. Такое поведение может быть обусловлено большим одноузельным кондовским вкладом в парамагнитную восприимчивость χ , который доминирует над вкладом межузельных обменных взаимодействий. В частности, полученная из точного решения модели Кондо интерполяционная формула, справедливая при $0,5T_K < T < 16T_K$, имеет вид $\chi(T) = 0,17/(T + 1,5T_K)$, где T_K — температура Кондо по Вильсону [6]. С другой стороны, определённую роль могут играть фruстрации обменных взаимодействий.

Что касается "классических" систем с тяжёлыми фермионами (с большим $\gamma > 400 \text{ мДж моль}^{-1} \text{ K}^{-2}$ [7]), здесь ситуация сложнее. Существуют ясные свидетельства антиферромагнетизма в UCd_{11} и U_2Zn_{17} с тем же порядком величины μ_s [7]. Для соединений UPt_3 и URu_2Si_2 моменты насыщения крайне малы: $\mu_s \approx (2-3) \times 10^{-2}\mu_B$. Признаки антиферромагнитного упорядочения с очень малым μ_s наблюдались также в CeAl_3 , UBe_{13} , CeCu_2Si_2 , CeCu_6 (впрочем, часть данных для этих систем подверглась сомнению (см. обзор [8])).

Типичная особенность тяжелофермионных магнетиков — высокая чувствительность μ_s к внешним параметрам, таким как давление и уровень легирования малым количеством примесей. Например, UBe_{13} становится антиферромагнитным с заметной величиной μ_s под давлением $P > 23$ кбар; CeAl_3 , напротив, становится парамагнитным под давлением выше $P = 3$ кбар. Момент в UPt_3 увеличивается до значений порядка одного μ_B при замене 5% Pt палладием или 5% U торием. Ряд систем с тяжёлыми фермионами претерпевает метамагнитные переходы в слабых магнитных полях с резким увеличением магнитного момента. С этой точки зрения характерным является название обзора П. Коулмена [9] "Тяжёлые фермионы. Электроны на грани магнетизма".

В 1990-е годы был открыт ещё один класс f-электронных систем: для ряда соединений и сплавов на основе церия и урана было обнаружено неферми-жидкостное (НФЖ) поведение [10–12], которое проявляется в необычных температурных зависимостях электронной теплоёмкости $C(T)$ вида $T \ln T$ или $T^{1-\lambda}$ с малыми показателями λ , аномальном степенном поведении магнитной восприимчивости — как T^ζ ($\zeta < 1$) — и сопротивления — как T^μ ($\mu < 2$) и т.д. Часто НФЖ-поведение возникает на границе магнитного упорядочения (квантового фазового перехода) [8], хотя обсуждаются и другие его разнообразные механизмы.

В настоящем обзоре рассмотрены современные теоретические представления и экспериментальные данные по необычному магнитному упорядочению плотных кондовских f-систем и его проявлению в электронных свойствах, включая неферми-жидкостное поведение.

2. Экспериментальные результаты

Имеются многочисленные примеры соединений, в которых кондовские аномалии в термодинамических и кинетических свойствах сосуществуют с магнитным упорядо-

чением, а величина насыщения магнитного момента μ_s порядка μ_B . К таким соединениям относятся ферромагнетики CePdSb , CeSi_x , Sm_3Sb_4 , Ce_4Bi_3 , NpAl_2 и антиферромагнетики CeAl_2 , TmS , CeB_6 , UAgCu_4 (см. подробное обсуждение в [3]); встречаются также системы с более экзотическими магнитными свойствами. В разделах 2.1–2.3 приведены последние экспериментальные результаты по магнетизму кондовских систем.

2.1. Цериевые системы

В 1980-е годы, после активного исследования классических систем с тяжёлыми фермионами и решёток Кондо, настало время для рассмотрения тройных систем. Один из наиболее ярких примеров среди них — это кондовский ферромагнетик CeRh_3B_2 с температурой Кюри $T_C = 115$ К, парамагнитной температурой $\theta = -370$ К [13] и сравнительно небольшим коэффициентом $\gamma = 16 \text{ мДж моль}^{-1} \text{ K}^{-2}$.

Постоянно обнаруживаются новые антиферромагнитные системы с низкой температурой Нееля T_N и редуцированным моментом основного состояния, например $\text{Ce}_8\text{Pd}_{24}\text{Ga}$ ($T_N = 3,6$ К, $\mu_s = 0,36\mu_B$ на один атом Ce [14]) и слоистые системы $\text{Ce}_3(\text{Pd}, \text{Pt})\text{In}_{11}$ [15].

Растёт и число кондовских ферромагнетиков: CePt [16], CeRu_2Ge_2 [17], CeAgSb_2 [18], CeRuPO [19], CeRu_2M_2X ($M = \text{Al}, \text{Ga}; X = \text{B}, \text{C}$) [20, 21], CeIr_2B_2 [22], гидрогенированный CeNiSn [23], $\text{CeFe}_4\text{Sb}_{12}$ [24], $\text{Ce}_4\text{Sb}_{1,5}\text{Ge}_{1,5}$ ($T_C = 13$ К, $\theta = -9$ К) [25].

В системе $\text{Ce}_{1-x}\text{La}_x\text{PdSb}$, где имеется высокотемпературный логарифмический вклад в сопротивление, ферромагнитное кондо-состояние постепенно переходит в НФЖ-состояние в области $x > 0,7$, причём последнее, по-видимому, носит одноузельный характер [26].

Хороший пример конкуренции эффекта Кондо, антиферро- и ферромагнетизма даёт система $(\text{Ce}_{1-x}\text{Nd}_x)_3\text{Al}$ [27]. Здесь при $x > 0,2$ антиферромагнитное упорядочение сменяется ферромагнитным, причём при низких температурах эффект Кондо и ферромагнетизм сосуществуют при $0,2 < x < 0,3$.

В работах [28–30] исследован ряд соединений CeRu_2M_2X ($M = \text{Al}, \text{Ga}$ и $X = \text{B}, \text{C}$), которые демонстрируют ферромагнетизм с T_C от 12,8 К ($\text{CeRu}_2\text{Al}_2\text{B}$) до 17,2 К ($\text{CeRu}_2\text{Ga}_2\text{C}$). Электронная теплоёмкость этих систем невелика (γ около $30 \text{ мДж моль}^{-1} \text{ K}^{-2}$), так что эффект Кондо в них проявляется слабо. Согласно [31] в системе $\text{CeRu}_2\text{Al}_2\text{B}$ при $T_C < T < T_N = 14,2$ К имеется несоизмеримый магнитный порядок. Последний возникает и в ряде других кондовских цериевых систем, например в CeAu_2Ge_2 [32] и $\text{Ce}_2\text{M}_m\text{In}_{3n+2m}$ [33].

В системе $\text{CeCd}_{0,7}\text{Sb}_2$ [34] наблюдается сильноанизотропный ферромагнетизм с $T_C = 3$ К и отрицательной парамагнитной температурой Кюри $\theta = -24$ К, причём при $T_N = 0,8$ К происходит переход в антиферромагнитное состояние. Аналогичная ситуация имеет место и в системе $\text{CeZn}_{0,66}\text{Sb}_2$ [35] ($T_C = 3,6$ К, $T_N = 0,8$ К, $\theta = -11$ К).

Тройные интерметаллические соединения на основе церия типа CeTX_2 (T — переходный металл, $X = \text{Si}, \text{Ge}, \text{Sn}$) представляют интерес ввиду необычных свойств их основного состояния, в частности, CePtSi_2 — система с тяжёлыми фермионами, в которой коэффициент Зоммерфельда достигает значения $\gamma = 1,7 \text{ Дж моль}^{-1} \text{ K}^{-2}$ при температуре 1,25 К [36], CeRhSi_2 [37] и CeNiSi_2 [38] — системы с сильными валентными флуктуациями. Описа-

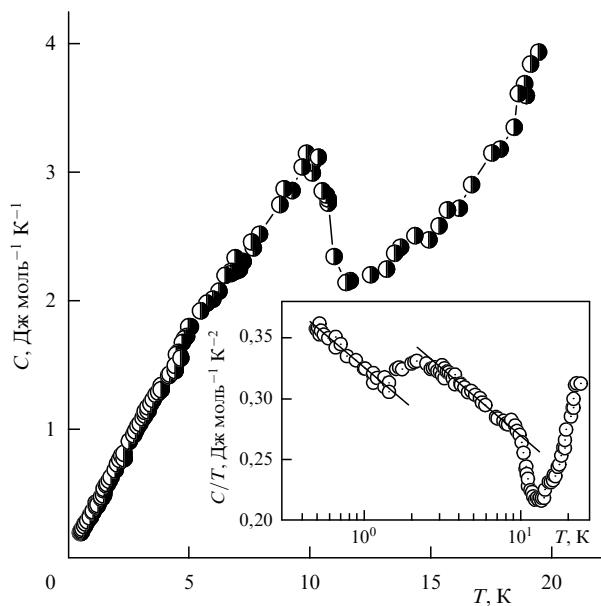


Рис. 1. Поведение теплоёмкости CeRuSi_2 . На вставке — теплоёмкость в логарифмическом масштабе.

ние таких интерметаллидов должно строиться на основе учёта ряда факторов: окружения церия, гибридизации 4f-уровня с зоной проводимости, величины констант обменного взаимодействия.

Система CeRuSi_2 подробно исследована в работах [39–42]. Существование эффекта Кондо и ферромагнетизма с малыми моментами, порядка $0,1\mu_B$, возникающего при температурах ниже 11,2 К, подтверждается как исследованием кинетических свойств [41], так и мюонными измерениями [40]. Полевые зависимости намагниченности при сильных магнитных полях, вплоть до очень высокой величины 150 Тл, показали отсутствие насыщения намагниченности, что напоминает поведение слабых коллективизированных магнетиков.

На рисунке 1 показано температурное изменение теплоёмкости CeRuSi_2 [42]. На фоне достаточно высокой электронной теплоёмкости магнитная теплоёмкость $C(T)$ имеет А-образный пик в области температуры 11 К (соответствующее изменение энтропии $\Delta S = -2,7 \text{ Дж } \text{К}^{-1} \text{ моль}^{-1} = 0,5R \ln 2$). Значение коэффициента Зоммерфельда, полученное стандартной экстраполяцией зависимости C/T (до температуры выше 20 К), составляет $\gamma \approx 140 \text{ мДж } \text{моль}^{-1} \text{ К}^{-2}$, что соответствует умеренно тяжёлым фермионам. При низких температурах γ возрастает и имеются указания на логарифмическое НФЖ-поведение теплоёмкости, что особенно интересно для стехиометрического соединения (аномалия вблизи $T = 2$ К может быть связана с влиянием кристаллического поля).

В работе [42] был также исследован большой набор соединений: CeRu_2X_2 , CeRu_2X_2 , $\text{Ce}_2\text{Ru}_3X_5$ и CeRu_3X_3 ($X = \text{Si}, \text{Ge}$). В системе CeRu_2Si_2 не наблюдается магнитного упорядочения, но имеется кондовый максимум сопротивления при температуре 50 К (в CeRuSi_2 он возникает при гораздо более высокой температуре — 150 К). Это различие, вероятно, связано с более низкой температурой Кондо (объём элементарной ячейки в CeRu_2Si_2 существенно больше). Следует отметить, что метамагнетизм, ранее обсуждавшийся для CeRu_2Si_2 , теперь рас-

сматривается как непрерывный кроссовер [43, 44], при чём коллективизированный характер 4f-электронов сохраняется при очень сильных магнитных полях, вплоть до ~ 50 Тл [44], что напоминает ситуацию в CeRuSi_2 .

2.2. Иттербьевые системы

Особенно часто ферромагнитное упорядочение в сочетании с проявлениями эффекта Кондо встречается в тройных системах на основе иттербия. Иногда оно связано с формированием неколлинеарной магнитной структуры, например в YbNiSn возникает малый склоненный ферромагнитный момент [45].

В ряде аномальных иттербьевых систем наблюдается линейное по температуре сопротивление, свидетельствующее о НФЖ-поведении. Интересно, что подобное аномальное поведение сопротивления наблюдается и в системе YbMn_2Sb_2 с немагнитным иттербием, где обычный эффект Кондо должен отсутствовать. Эти аномалии могут быть связаны с рассеянием на псевдоспиновых степенях свободы [46].

В работе [47] получены и исследованы новые тройные соединения на основе иттербия: YbPd_2Ge , YbPd_2Si , YbPdGe , YbPdSi , YbPtGe , а также YbPdGe_2 и ранее известное соединение YbPd_2Si_2 . На основе анализа гальваномагнитных свойств и магнитной восприимчивости было обнаружено, что германиевые соединения YbPdGe , YbPtGe и YbPd_2Ge при низких температурах (около 16, 10, и 12 К соответственно) демонстрируют ферромагнитное упорядочение.

В более поздних работах результаты по магнитным и термодинамическим свойствам были дополнены. В работе [48] для YbPtGe найдены значения $T_C = 5,4$ К и $\gamma = 209 \text{ мДж } \text{моль}^{-1} \text{ К}^{-2}$ при $T < T_C$. Магнитная энтропия при T_C составляла $0,52R \ln 2$. Для YbPdGe в [49] получены значения $T_C = 11,4$ К и $\gamma = 150 \text{ мДж } \text{моль}^{-1} \text{ К}^{-2}$; ситуация в этой системе напоминает ситуацию в CeRuSi_2 .

В работе [50] обсуждаются различные проявления эффекта Кондо в YbPdGe и YbPtGe , включая логарифмический вклад в сопротивление, и проводится сравнение кинетических свойств с таковыми соответствующих цериевых систем CePdGe и CePtGe (формально трёхвалентные ионы церия и иттербия схожи, поскольку соответствуют одному электрону или одной дырке в 4f-оболочке). Как показано в [51], соединения CeTX ($T = \text{Pd}, \text{Pt}$, а $X = \text{Ga}, \text{Ge}$ и Sn) являются кондовскими системами, антиферромагнитными при низких температурах, в противоположность YbTGe . В обзоре [52] различие этих случаев подробно обсуждается на примере YbRh_2Si_2 — типичного антиферромагнитного соединения иттербия с тяжёлыми фермионами. Несмотря на сходство с CeRh_2Si_2 (ближкие значения температуры Кондо T_K и амплитуды максимума сопротивления, линейность сопротивления при $T > T_N$), имеются и заметные различия, которые можно связать с большей локализацией (меньшей степенью гибридизации с электронами проводимости), а также с более сильным спин-орбитальным взаимодействием в случае 4f-орбиталей иттербия.

Согласно работе [53] система YbPdSi представляет собой тяжелофермионный ферромагнетик с $T_C = 8$ К и γ около $300 \text{ мДж } \text{моль}^{-1} \text{ К}^{-2}$. Исследование соединений YbTGe ($T = \text{Rh}, \text{Cu}, \text{Ag}$) [54] показало, что YbRhGe является антиферромагнетиком с $T_N = 7$ К, а YbCuGe — ферромагнетиком с моментом $0,7\mu_B$ и $T_C = 8$ К; в YbAgGe найдено очень большое значение γ , равное

570 мДж моль⁻¹ К⁻². Впоследствии в YbAgGe было обнаружено низкотемпературное неколлинеарное магнитное упорядочение [55]. Согласно [56] YbAgGe — фрустрированный тяжелофермионный антиферромагнетик со сложной магнитной фазовой диаграммой, проявляющий НФЖ-поведение. В антиферромагнитной системе Yb(Rh_{1-x}Co_x)₂Si₂ при $x = 0,27$ и температуре $T_C = 1,3$ К обнаружен ферромагнетизм с моментом $0,1\mu_B$ [57].

Системы Yb₂(Pd_{1-x}Ni_x)₂Sn [58] и Yb₂Pd₂In_{1-x}Sn_x [59] демонстрируют фрустрированный магнетизм — необычное магнитное упорядочение возникает при легировании. В последней системе упорядочение происходит в узкой области концентраций x вблизи $x = 0,6$ на фоне НФЖ-поведения.

В квазидимерной системе YbNi₄P₂ обнаружен экзотический ферромагнетизм с $T_C = 0,17$ К и крайне малым моментом насыщения, $\mu_s = 0,05\mu_B$ [60]. При этом сопротивление линейно при $T > T_C$, а коэффициент γ расходится сильнее, чем логарифмически.

2.3. Актинидные системы

Металлы группы урана проявляют сильную тенденцию к паулиевскому парамагнетизму вследствие своей электронной структуры. Однако их магнетизм может существенно усиливаться в соединениях с переходными металлами благодаря увеличению как межатомного расстояния (что, согласно критерию Хилла, способствует формированию локализованных моментов), так и плотности состояний вблизи уровня Ферми [61]. Важным отличием аномальных урановых соединений от церевых является большая делокализация 5f-электронов, что отражается и на спектре спиновых флуктуаций, которые становятся более сильными [62].

Существование кондовских аномалий и дальнего магнитного порядка в соединениях актинидов не является редким. В ряде актинидных систем ферромагнитное упорядочение существует с кондовскими логарифмическими вкладами в сопротивление (см. также обсуждение в [63]), например в соединениях UTe ($T_C = 102$ К [64]), UAsSe ($T_C = 109$ К [65]), UCu_{0,9}Sb₂ ($T_C = 113$ К [66]), UCo_{0,5}Sb₂ ($T_C = 64,5$ К [67]), UNiSi₂ ($T_C = 95$ К [68]), NpNiSi₂ ($T_C = 51,5$ К [69]). В соединении Np₂PtGa₃ ($T_C = 26$ К) наблюдается большая величина $\gamma = 180$ мДж моль⁻¹ К⁻² [70].

Система UIr₂Zn₂₀ [71] по праву может быть названа ферромагнитной системой с тяжёлыми фермионами. Здесь γ достигает величины 450 мДж моль⁻¹ К⁻² и остаётся большим при температуре ниже $T_C = 2,1$ К, а момент насыщения составляет $0,4\mu_B$.

В соединении UAu₂Si₂ при T менее $T_C = 19$ К наблюдается нескомпенсированный антиферромагнетизм со спонтанной намагниченностью вдоль кристаллографической оси c , причём при низких температурах $\gamma = 180$ мДж моль⁻¹ К⁻² [72].

Ряд актинидных систем демонстрирует неферми-жидкостное поведение. В системе Th_{1-x}U_xCu₂Si₂ [73, 74] НФЖ-поведение (C/T пропорционально $\ln T$, а сопротивление линейно по температуре) возникает в области составов, где ферромагнетизм подавлен.

Соединение URhGe ферромагнитно. В сплаве URh_{1-x}Ru_xGe [75] критическая концентрация подавления магнитного порядка $x_{cr} = 0,38$, температура Кюри стремится к нулю по линейному закону с возрастанием x ,

причём ферромагнитный момент μ_s уменьшается непрерывным образом ($\mu_s = 0,4\mu_B$ для $x = 0$). В точке x_{cr} теплёмкость ведёт себя как $T \ln T$, а показатель в степенной зависимости сопротивления от температуры достигает минимума: $\mu = 1,2$. Полная магнитная энтропия, полученная интегрированием C/T , составляет $0,48R \ln 2$ при $x = 0$ и убывает до $0,33R \ln 2$ при x_{cr} .

В то же время соединение NpRhGe [76] является антиферромагнетиком с $T_N = 21$ К, упорядоченным моментом $\mu_{Np} = 1,14\mu_B$ и большим значением $\gamma = 195$ мДж моль⁻¹ К⁻².

В системе UCoGe ферромагнетизм также сменяется НФЖ-состоянием при замене кобальта рутением [77].

Ещё один пример НФЖ-поведения в ферромагнитной фазе даёт тяжелофермионная система URu_{2-x}Re_xSi₂ [78], в которой обнаружены малый момент основного состояния, $\mu_s = 0,44\mu_B$, и зависимости $-\ln T$ (или $T^{-0,1}$) для C/T и T^μ с $\mu = 1,2$ для сопротивления в широком интервале температур ниже 20 К при $x = 0,6$. В то же время аномалий теплёмкости и сопротивления в точке магнитного перехода в этой системе не наблюдалось.

Получение чистых кристаллов UGe₂, а в последнее время и кристаллов URhGe, привело к открытию ферромагнитных сверхпроводников. Считается, что решающее значение для существования ферромагнетизма и сверхпроводимости имеет триплетное спаривание [52, 75, 79].

3. Модели, теория возмущений и ренормгруппа для решёток Кондо

В течение длительного времени считалось, что конкуренция межузельного обменного взаимодействия Рудермана – Киттеля – Касуи – Иосиды (РККИ) и эффекта Кондо должна привести к формированию или обычного магнитного упорядочения с большими атомными магнитными моментами (как в чистых редкоземельных металлах), или немагнитного состояния Кондо с подавленными магнитными моментами [1]. Это предположение основывалось на критерии Дониаха [80], в котором сравниваются энергетические масштабы указанных фаз. Однако экспериментальные данные, приведённые в разделе 2, заставили пересмотреть эту точку зрения, что привело к развитию более сложных теоретических подходов.

Рассмотрим гамильтониан s–f-обменной модели,

$$H = H_s + H_f + H_{int} = \sum_{\mathbf{k}\sigma\sigma'} t_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma\sigma'}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\sigma\sigma'} - \sum_{\mathbf{q}} J_{\mathbf{q}} \mathbf{S}_{-\mathbf{q}} \mathbf{S}_{\mathbf{q}} - I \sum_{im\sigma\sigma'} (\mathbf{S}_i \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'}) c_{im\sigma}^{\dagger} c_{im\sigma'}, \quad (1)$$

где $c_{\mathbf{k}\sigma\sigma'}$, $c_{\mathbf{k}\sigma\sigma'}^{\dagger}$ — операторы электронов проводимости, $t_{\mathbf{k}}$ — затравочная зонная энергия, \mathbf{S}_i — операторы локализованных спинов, $\boldsymbol{\sigma}$ — вектор матриц Паули, I — параметр s–f-обменного взаимодействия. Часто (например, в редкоземельных металлах) f–f-взаимодействие между локализованными спинами $J_{\mathbf{q}}$ является косвенным РККИ-обменом через электроны проводимости, причиной которого служит то же самое s–f-взаимодействие (хотя в ряде соединений важную роль может играть и сверхобменное взаимодействие). Однако при построении теории возмущений удобно включить f–f-взаимодействие в нулевой гамильтониан (в зарубежной

литературе такая модель получила название модели Кондо–Гейзенберга).

В отличие от внутриатомного кулоновского (хаббардовского) взаимодействия, s–f-обменное взаимодействие, как правило, не является сильным, однако приводит к существенным эффектам в электронном спектре. С микроскопической точки зрения оно может иметь различную природу. В ряде редкоземельных систем (например, в магнитных полупроводниках) это внутриатомный хундовский обмен, который ферромагнитен. В редкоземельных соединениях s–f-обмен часто является не настоящим, а эффективным — обусловленным гибридизацией между s-зонами проводимости и атомными уровнями f-электронов; в этом случае обмен антиферромагнитен ($I < 0$). Последнее является необходимым для возникновения эффекта Кондо: при этом условии эффективное (перенормированное) обменное взаимодействие становится бесконечным в режиме сильной связи, так что магнитное рассеяние приводит к полному экранированию магнитных моментов [6, 81].

В гамильтониане (1) ради общности учтено орбитальное вырождение: введён индекс $m = 1, \dots, M$, где M — число каналов рассеяния электронов проводимости, которое может быть дополнительным формальным большим параметром при построении теории возмущений. Как впервые показали Нозерь и Бландин при анализе расщепления уровней в кристаллическом поле в случае одной кондовой примеси [82], скейлинговое поведение существенно зависит от соотношения величины локализованного спина и орбитального вырождения электронов. В случае $S > M/2$ имеем ситуацию недокомпенсации (неполного экранирования), когда в режиме сильной связи $S \rightarrow S - M/2$. При $S = M/2$ имеет место обычный эффект Кондо (полное экранирование, формирование тяжёлой ферми-жидкости), а случай $S < M/2$ (перекомпенсация) наиболее сложен — здесь возникают нетривиальная фиксированная точка и НФЖ-поведение уже в однопримесном режиме.

В более общей $SU(N) \otimes SU(M)$ -модели $\sigma = 1, \dots, N$ и гамильтониан выражается как [83]

$$H = \sum_{\mathbf{k}m\sigma} t_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}m\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}m\sigma} - I \sum_{im\sigma'} |i\sigma'\rangle\langle i\sigma| c_{im\sigma}^\dagger c_{im\sigma'} + H_f. \quad (2)$$

При $N = 2$ мы возвращаемся к s–f-модели со спином $S = 1/2$, а случай $M = N$ соответствует модели Коблина–Шриффера, в которой также имеет место полная компенсация. Более реалистичная модель, включающая в себя угловые моменты, обсуждается в [5]; возможно также обобщение для случая произвольного спина S (см., например, [12, 83]).

Обсудим различные возможности формирования магнитного состояния. Самым простым механизмом является возникновение режима недокомпенсации магнитных моментов ($S > M/2$ при $N = 2$). По-видимому, такой механизм реализуется в некоторых ферромагнитных урановых соединениях, где эффект Кондо заметно проявляется только в парамагнитной фазе [63].

Более обычной является ситуация полной компенсации: $S = M/2$, которая естественным образом возникает в реальных системах со сложной электронной структурой и вырожденными зонами. В таких системах относительные роли эффекта Кондо и межузельного РККИ-взаимодействия задаются двумя энергетическими мас-

штабами: температурой Кондо $T_K \sim D \exp(1/2\rho)$ (где $\rho = \rho(E_F)$ — затравочная плотность состояний на уровне Ферми, D — ширина зоны проводимости), которая определяет кроссовер между режимом свободных моментов и областью сильной связи, и величиной $T_{RKKY} \sim I^2 \rho$. Последняя имеет порядок температуры магнитного упорядочения T_m в отсутствие эффекта Кондо. Отношение T_K/T_m может изменяться в зависимости от внешних параметров и состава системы при легировании.

В немагнитном случае $T_{RKKY} \sim \bar{\omega}$, где $\bar{\omega}$ — характерная частота спиновых флуктуаций. Для большинства обсуждаемых соединений $T_K > T_{RKKY}$. Однако существуют аномальные магнетики, содержащие церий и уран, с $T_K \ll T_N$, например CeAl_2Ga_2 , UAgCu_4 . Аналогичный случай имеет место и в ферромагнитных системах CeRu_2T_2M [28, 29]. Эта ситуация близка к таковой в элементарных редкоземельных магнитных металлах, где эффект Кондо, практически полностью подавленный магнитным упорядочением, даёт лишь малые поправки к магнитному моменту.

В качестве первого шага к описанию формирования состояния кондового магнетика полезно рассмотреть поправки теории возмущений к магнитным характеристикам [5, 84]. При этом следует учесть отсутствующие в однопримесной проблеме Кондо эффекты межпримесного обменного взаимодействия, которое приводит к возникновению спиновой динамики. Вычисление магнитной восприимчивости даёт следующий результат:

$$\chi = \frac{S(S+1)}{3T} (1 - 4I^2 L), \quad (3)$$

$$L = \frac{MN/2}{S(S+1)} \sum_{pq} \int K_{p-q}(\omega) \frac{n_p(1-n_q)}{(t_q - t_p - \omega)^2} d\omega,$$

где $K_{\mathbf{q}}(\omega)$ — спиновая спектральная плотность.

Из простой логарифмической оценки интеграла в (3) следует

$$\chi = \frac{S(S+1)}{3T} \left(1 - MNI^2 \rho^2 \ln \frac{D^2}{T^2 + \bar{\omega}^2} \right), \quad (4)$$

где величина в скобках описывает подавление эффективного момента.

Кондовые поправки к магнитному моменту в ферро- и антиферромагнитном состояниях получаются с помощью подстановки в стандартный спин-волновой результат

$$\delta \bar{S} = - \sum_{\mathbf{q}} N_{\mathbf{q}}, \quad N_{\mathbf{q}} = \langle b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}} \rangle \quad (5)$$

поправки к числам заполнения магнонов $N_{\mathbf{q}}$ при нулевой температуре, которая обусловлена затуханием спиновых волн вследствие рассеяния на электронах проводимости. В случае ферромагнетика (полагая для простоты $N = 2, M = 1$) имеем

$$\delta N_{\mathbf{q}} = 2I^2 S \sum_{\mathbf{k}} \frac{n_{\mathbf{k}\downarrow}(1 - n_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\uparrow})}{(t_{\mathbf{k}\downarrow} - t_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\uparrow} - \omega_{\mathbf{q}})^2}, \quad (6)$$

где $n_{\mathbf{k}\sigma}$ — числа заполнения электронов (фермиевские функции). Вычисление как для ферромагнетика, так и для антиферромагнетика даёт [5, 85]

$$\frac{\delta \bar{S}}{S} = - MNI^2 \rho^2 \ln \frac{D}{\bar{\omega}}. \quad (7)$$

Эти поправки к моменту в основном состоянии возникают в любых проводящих магнетиках, включая чистые f-металлы. Однако в последнем случае поправки должны быть малы (порядка 10^{-2}).

Поправки к электронным характеристикам могут быть вычислены аналогичным образом; в электронной собственной энергии $\Sigma_{\mathbf{k}}(E)$ кондоские вклады третьего порядка (определенные перенормировкой $s-f$ -обменного параметра) также обрезаются на $\bar{\omega}$. Следует отметить, что при наличии спиновой динамики расходимости кондоского типа в $\Sigma_{\mathbf{k}}(E)$ возникают уже в членах второго порядка, которые дают вклад в усиление эффективной массы [84]. Формально эти расходимости связаны с функцией Ферми, а соответствующие вклады аналогичны электрон-фононной или спин-флуктуационной (парамагнитной) перенормировке.

В целях получения самосогласованной картины для магнетика с заметными кондоскими перенормировками необходимо вычислить поправки к характерным частотам спиновых флуктуаций $\bar{\omega}$. В парамагнитной фазе оценка поправки второго порядка к динамической восприимчивости даёт [86]

$$\omega_{\mathbf{q}}^2 = \frac{4}{3} S(S+1) \sum_{\mathbf{p}} (J_{\mathbf{q}-\mathbf{p}} - J_{\mathbf{p}})^2 [1 - 4I^2 L(1 - \alpha_{\mathbf{q}})]. \quad (8)$$

Здесь величина L определена в (3),

$$\alpha_{\mathbf{q}} = \sum_{\mathbf{R}} J_{\mathbf{R}}^2 \left(\frac{\sin k_F R}{k_F R} \right)^2 [1 - \cos(\mathbf{q}\mathbf{R})] \times \left\{ \sum_{\mathbf{R}} J_{\mathbf{R}}^2 [1 - \cos(\mathbf{q}\mathbf{R})] \right\}^{-1}, \quad (9)$$

где k_F — вектор Ферми, а суммирование проводится по векторам решётки \mathbf{R} . Поскольку $0 < \alpha_{\mathbf{q}} < 1$, эффект Кондо приводит к уменьшению $\bar{\omega}(T)$ при понижении температуры. В приближении ближайших соседей (с периодом решётки d) для $J(\mathbf{R})$ значение α не зависит от \mathbf{q} , так что $\alpha = \sin^2(k_F d)/(k_F d)^2$. Вычисление поправок к частоте спиновых волн в ферромагнитной и антиферромагнитной фазах вследствие магнон-магнонного взаимодействия, а также электрон-магнонного рассеяния приводит к соотношению [5, 85]

$$\frac{\delta\omega_{\mathbf{q}}}{\omega_{\mathbf{q}}} = -2MNI^2\rho^2a \ln \frac{D}{\bar{\omega}}, \quad (10)$$

где множитель a зависит от типа магнитного упорядочения.

Приведённые результаты теории возмущений дают возможность качественного описания состояния кондо-решётки как магнетика с малым магнитным моментом [86]. Будем понижать температуру исходя из парамагнитного состояния. При этом магнитный момент "компенсируется", но степень компенсации определяется $(T^2 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$, а не T , как в однопримесной ситуации. В то же время $\bar{\omega}$ уменьшается согласно (8). Этот процесс не может быть описан аналитически в рамках теории возмущений. Однако если иметь в виду образование единого универсального энергетического масштаба порядка T_K , то надо выбрать $\bar{\omega} \sim T_K$ при $T < T_K$. Последний факт подтверждается большим числом экспериментальных данных относительно квазиупругого нейтронного рассеяния в кондо-системах, которые показывают, что при низких температурах типичная ширина центрального

пика $\Gamma \sim \bar{\omega}$ имеет тот же порядок величины, что и фермиевская температура вырождения, определённая из термодинамических и кинетических свойств, т.е. порядок T_K . Следовательно, процесс компенсации магнитного момента завершается где-то на границе области сильной связи и приводит к состоянию с конечным (хотя и, возможно, малым) моментом насыщения μ_s .

Более последовательное рассмотрение проблемы магнетизма решёток Кондо может быть выполнено в рамках подхода ренормгруппы. В простейшей форме андерсоновского "скейлинга для бедных" (poor man scaling) [87] ренормгрупповые уравнения для эффективного $s-f$ -параметра и $\bar{\omega}$ записываются на основе рассмотрения интегралов по импульсам в многоэлектронных кондоских поправках к электронной собственной энергии и частоте спиновых флуктуаций [5, 88, 89].

Для того чтобы построить процедуру скейлинга, надо выделить вклады от энергетического слоя $C < E < C + \delta C$ около уровня Ферми $E_F = 0$. Например, в случае ферромагнетика из эффективного расщепления в электронном спектре, определяемого из собственной энергии второго порядка,

$$2I_{\text{eff}}S = 2IS - [\Sigma_{\mathbf{k}\uparrow}^{\text{FM}}(E_F) - \Sigma_{\mathbf{k}\downarrow}^{\text{FM}}(E_F)]_{k=k_F}, \quad (11)$$

находим

$$\begin{aligned} \delta I_{\text{eff}} &= I^2 \sum_{C < t_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} < C + \delta C} \left(\frac{1}{t_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + \omega_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{t_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \omega_{\mathbf{q}}} \right) = \\ &= \frac{\rho I^2}{\bar{\omega}} \delta C \ln \left| \frac{C - \bar{\omega}}{C + \bar{\omega}} \right|, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\bar{\omega} = 4Dk_F^2$, D — спин-волновая жёсткость. Вводя безразмерные константы связи $g = -NI\rho$, $g_{\text{eff}}(C) = -N\delta I_{\text{eff}}(C)\rho$ и делая замену в поправках теории возмущений $g \rightarrow g_{\text{eff}}(C)$, получаем систему уравнений ренормгруппы в однопретлевом приближении:

$$\frac{\partial g_{\text{eff}}(C)}{\partial C} = -A, \quad \frac{\partial \ln \bar{\omega}_{\text{eff}}(C)}{\partial C} = \frac{aMA}{N}, \quad \frac{\partial \ln \bar{S}_{\text{eff}}(C)}{\partial C} = \frac{MA}{N}, \quad (13)$$

где

$$A = A(C, \bar{\omega}_{\text{eff}}(C)) = \frac{g_{\text{eff}}^2(C)}{C} \eta \left(\frac{\bar{\omega}_{\text{eff}}(C)}{C} \right). \quad (14)$$

Скейлинговая функция для парамагнитных (PM), ферромагнитных (FM) и антиферромагнитных (AFM) фаз имеет вид

$$\eta(x) = \begin{cases} x^{-1} \arctan x, & \text{PM,} \\ \frac{1}{2x} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|, & \text{FM,} \\ -x^{-2} \ln |1-x^2|, & \text{AFM.} \end{cases} \quad (15)$$

Как показывают результаты исследования уравнений (13)–(15) [5, 88], в зависимости от соотношения между однопримесной температурой Кондо и затравочной частотой спиновых флуктуаций возможны три режима.

1. Режим сильной связи, в котором g_{eff} расходится при некотором C . Этот режим грубо определён условием $\bar{\omega} < T_K = D \exp(-1/g)$. Здесь $I_{\text{eff}}(C \rightarrow 0) = -\infty$, так что

все электроны проводимости связаны в синглетные состояния и спиновая динамика подавлена.

2. Режим "кондовского" магнетика с заметной, но неполной компенсацией магнитных моментов, который реализуется в интервале $T_K < \bar{\omega} < AT_K$ (A — числовой множитель порядка единицы), соответствующем малому интервалу $\delta g \sim g^2$. В этом интервале перенормированные значения магнитного момента и частоты спиновых флюктуаций $\bar{S}_{\text{eff}}(0)$ и $\bar{\omega}_{\text{eff}}(0)$ увеличиваются от нуля до почти затравочных значений.

3. Режим "обычных" магнетиков с малыми логарифмическими поправками к моменту основного состояния (см. (7)), возникающий при $\bar{\omega} > AT_K$. В этом случае нет существенной зависимости от знака I .

В случае режима 2 имеет место высокая чувствительность магнитного состояния к внешним факторам, так что магнитный момент сильно изменяется при малых вариациях затравочного параметра взаимодействия.

Переход в магнитное состояние по затравочной константе связи g описывается как квантовый фазовый переход со своими критическими индексами [5]. В малой окрестности этого перехода возникает НФЖ-поведение, где g_{eff} возрастает линейно с увеличением $\zeta = \ln |D/C|$ (см. обсуждение в разделе 4). Критическое значение g_c существенно зависит от типа магнитного упорядочения и структуры магнитного спектра (например, наличия в нём щели), размерности пространства и др. Таким образом, критерий Дониаха $g_c \simeq 0,4$ [79], полученный для простой одномерной модели, вряд ли может применяться к реальным системам. В рамках первопринципных расчётов эти проблемы обсуждаются в работе [90].

Разумеется, при рассмотрении квантового магнитного фазового перехода требуется более точный учёт магнитных флюктуаций, в том числе импульсных зависимостей. Недавно для анализа фазовой диаграммы двумерной антиферромагнитной решётки Кондо было проведено ϵ -разложение в методе ренормгруппы с использованием нелинейной сигма-модели [91]. Важную роль может также играть изменение топологии поверхности Ферми [92].

4. Магнетизм и неферми-жидкостное поведение. Многоканальная модель Кондо

Для объяснения НФЖ-поведения f-систем был выдвинут ряд идей. Поскольку многие НФЖ-соединения являются неупорядоченными сплавами, были предложены механизмы, связанные с разупорядочением в решётках Кондо [93], а также использована модель сингулярностей Гриффита – Мак-Коя [94]. Как упоминалось во введении, НФЖ-поведение чаще всего наблюдается на границе магнитной неустойчивости — при квантовых фазовых переходах (Quantum Phase Transition — QPT), в непосредственной близости к которым (регулируемой составом либо внешним давлением) магнитный порядок подавлен при всех температурах вплоть до нулевой. Поэтому предлагались механизмы, связанные со спиновыми флюктуациями [95], и подходы, рассматривающие поведение вблизи QPT, — в "чистом" пределе [96] или с учётом разупорядочения [97].

Как показывают расчёты по теории возмущений в s–f-модели антиферромагнетика [98], в двумерном случае ($d = 2$) или в ситуации фruстрированного магнитного спектра для $d = 3$ межзонные вклады в электронную

теплоёмкость дают зависимость $T \ln(T/T^*)$ вместо линейной, а вместо квадратичной зависимости сопротивления при $d = 2$ либо при $d = 3$ в ситуации "нестинга" для электронного спектра имеем $R(T) \sim T \ln(T/T^*)$. Разумеется, эти зависимости справедливы в ограниченном температурном интервале $T > T^*$, где $T^* \sim T_N \bar{\Delta}/E_F$ определяется величиной спинового расщепления $\bar{\Delta} = 2|I|S$ (в случае ферромагнетика T^* порядка $T_C I^2$ из-за квадратичного спектра спиновых волн). Аналогичные зависимости возникают в слабых коллективизированных моделях на границе магнитного фазового перехода [95, 99, 100]. С другой стороны, как мы видели, в некоторых веществах НФЖ-поведение сохраняется при температурах, существенно превышающих температуру упорядочения, или в магнитоупорядоченной фазе — достаточно далеко от критической точки QPT.

НФЖ-поведение может быть описано в многоканальной модели Кондо [83, 101–103], где оно возникает в режиме переэкранирования магнитных моментов. Здесь состояние полной компенсации неустойчиво: с локализованным спином (даже при $S = 1/2$) связывается целый комплекс электронов проводимости, и получающийся композитный объект продолжает взаимодействовать с морем электронов. В результате возникает инфракрасная фиксированная точка.

В данной ситуации необходимо обобщить ренормгрупповое рассмотрение, представленное в разделе 3, включив в рассмотрение скейлинг высшего порядка. В однопримесном случае скейлинговое поведение определяется бета-функцией $\beta(g) = \partial g_{\text{eff}}(C)/\partial \ln |C|$, разложение которой даёт [103]

$$\beta(g) = -g^2 + \frac{M}{N} g^3 + \dots \quad (16)$$

При $M > N$ (для простоты обсуждается случай $S = 1/2$) фиксированная точка $g^* = N/M$ (нуль $\beta(g)$) лежит в области слабой связи, так что оправдано использование теории возмущений и ренормгруппы. Напротив, в случае компенсации ($M = 1$), обсуждавшемся в разделе 3, такое рассмотрение неприменимо — фиксированная точка с большим g^* является нефизической.

Решение скейлингового уравнения даёт

$$\frac{g^* - g_{\text{eff}}(C)}{g^* - g} = g^* \left| \frac{C}{T_K} \right|^{\Delta} \exp \left(-\frac{g^*}{g_{\text{eff}}(C)} \right), \quad (17)$$

где $\Delta = N/M$ и температура Кондо

$$T_K = D g^{M/N} \exp \left(-\frac{1}{g} \right). \quad (18)$$

В таком подходе расходимость $g_{\text{eff}}(\zeta)$ отсутствует, а степенное критическое поведение (17) имеет место в широком интервале, включая область $|C| > T_K$ [103]. Критические показатели определяются наклоном $\Delta = \beta'(g)$. Вычисление с учётом высших порядков по $1/M$ приводит к результату

$$\Delta = \frac{N}{M} \left(1 - \frac{N}{M} \right) \simeq \frac{N}{M+N}, \quad (19)$$

который согласуется с точными результатами, полученными из анзыца Бете и конформной теории поля (см. [83]). Для соответствующего значения g^* при $N = 2$ разложение

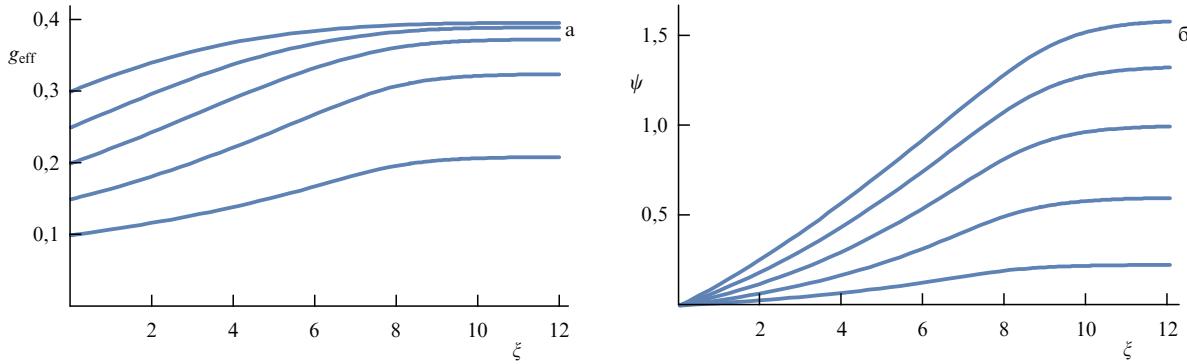


Рис. 2. Скейлинговые траектории для случая парамагнетика: $g_{\text{eff}}(\xi)$ (а) и $\psi(\xi)$ (б) [85]. Значения параметров: $\gamma = 5/2$, $\lambda = 7$, $a = 1/2$, $g = 0,10$; $0,15$; $0,20$; $0,25$; $0,30$ (снизу вверх).

ние даёт $g^* = (2/M)(1 - 2 \ln 2/M)$ [103], что немного отличается от Λ .

Важный случай $M = N = 2$ более сложен с теоретической точки зрения, и он не может быть рассмотрен с помощью простых аналитических методов. Здесь восприимчивость и коэффициент теплоёмкости при понижении температуры расходятся логарифмически, как дают также анзац Бете и конформная теория поля (см. обзор [83]).

Перейдём теперь к случаю решётки [85]. Аналогично тому, как это было сделано в разделе 3, находим

$$\frac{\partial g_{\text{eff}}(C)}{\partial C} = - \left(1 - \frac{N}{M} g_{\text{eff}}(C) \right) \Lambda. \quad (20)$$

При этом перенормировка частоты $\bar{\omega}$ ведущем порядке по M описывается тем же уравнением, что и в (13). Тогда получим (при $\gamma = M/N$)

$$\frac{\bar{S}_{\text{eff}}(C)}{S} = \left(\frac{\bar{\omega}_{\text{eff}}(C)}{\bar{\omega}} \right)^{1/a} = \frac{1 - \gamma g_{\text{eff}}(C)}{1 - \gamma g} = \frac{g^* - g_{\text{eff}}(C)}{g^* - g}. \quad (21)$$

Таким образом, мы имеем ситуацию мягкой бозонной моды при приближении к фиксированной точке $g^* = 1/\gamma$.

Вводя функцию

$$\psi(\xi) = \ln \frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_{\text{eff}}(\xi)} = a \ln \frac{\bar{S}_{\text{eff}}(C)}{S}, \quad (22)$$

где a введено в (10), можно записать скейлинговое уравнение в виде

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \frac{a}{\gamma} \left[1 - (1 - \gamma g) \exp \left(-\frac{\psi}{a} \right) \right]^2 \Psi(\lambda + \psi - \xi), \quad (23)$$

где

$$\Psi(\xi) = \eta(\exp(-\xi)), \quad \xi = \ln \left| \frac{D}{C} \right|, \quad \lambda = \ln \frac{D}{\bar{\omega}} \gg 1.$$

Приведённые уравнения записаны в терминах γ , а не через M и N по отдельности. Для того чтобы установить соответствие с однопримесным случаем (19), можно положить $\gamma = M/N + 1 = 1/\Lambda$. Это даёт, по крайней мере при $M > 2$, правильные критические показатели для магнитной восприимчивости, теплоёмкости и сопротивления.

В парамагнитной фазе при больших $\xi = \ln |D/C|$ можно положить для оценки $g_{\text{eff}}(\xi) \simeq g^* = 1/\gamma$. Тогда имеем

степеннное поведение:

$$\bar{\omega}_{\text{eff}}(C) \simeq \bar{\omega} \left(\frac{|C|}{T_K} \right)^\beta, \quad \beta = \frac{a}{\gamma} = a\Lambda, \quad \bar{S}_{\text{eff}}(C) \simeq \left(\frac{|C|}{T_K} \right)^\Lambda. \quad (24)$$

Такое поведение имеет место в ограниченном интервале значений ξ , определяемом спиновой динамикой, — вплоть до $\xi = \xi_1 \simeq (\lambda - \beta/g)/(1 - \beta)$. При $\xi \rightarrow \infty$ величина $\psi(\xi)$ остаётся конечной, а $g_{\text{eff}}(\xi)$ стремится к значению, несколько меньшему, чем однопримесное g^* (рис. 2).

В случае магнитного упорядочения поведение для $\xi < \xi_1$ аналогично, но для $\xi > \xi_1$ важную роль играют сингулярности Ван Хова в скейлинговой функции: $\Psi(\lambda + \psi - \xi)$ может начать возрастать, а не убывать при приближении к ξ_1 , аргумент функции Ψ в (23) становится практически постоянным (фиксированным), и мы имеем (рис. 3)

$$\psi(\xi) \simeq \xi - \lambda, \quad \bar{\omega}_{\text{eff}}(C) \simeq |C|. \quad (25)$$

Здесь имеет место резкий кроссовер с изменением g : режим (25) не может быть достигнут при $g < g_c$. Значение g_c определяется величиной параметра магнитного затухания δ , на которой обрезаются сингулярности функции (15). Поведение (25) имеет критическую природу: в случае одноканальной модели Кондо оно возникает только при критическом $g = g_c$, соответствующем квантовому магнитному фазовому переходу.

Вообще, однопетлевой скейлинг, рассмотренный в разделе 3, даёт при конечных M НФЖ-поведение лишь в очень узком интервале затравочной константы связи g , поскольку с возрастанием g мы быстро переходим в режим сильной связи, где $g_{\text{eff}}(\xi > \lambda) \rightarrow \infty$. Однако существуют механизмы, приводящие к расширению области НФЖ-поведения и в случае $M = 1$ (когда описанный в данном разделе механизм возникновения фиксированной точки не реализуется). В частности, это происходит при учёте затухания спиновых возбуждений [104].

Как показано в [104], в случае особого вида спектральной функции спиновых возбуждений, который может реализоваться в многоподрешёточных магнетиках, аргумент функции Ψ также может фиксироваться на скейлинговой траектории. Это приводит к линейному возрастанию $g_{\text{eff}}(\xi)$, так что НФЖ-поведение возникает в широком интервале затравочной константы связи, $g_{c1} < g < g_{c2}$.

При наличии ван-хововских особенностей электронного спектра область НФЖ-поведения также расширя-

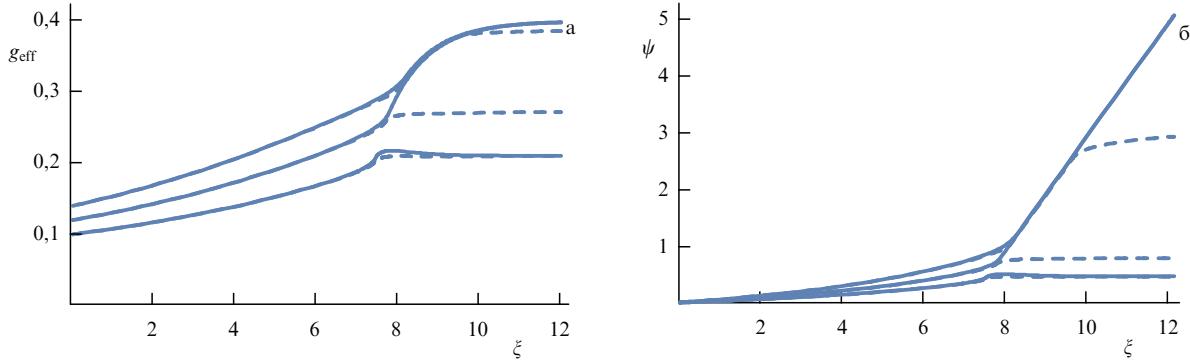


Рис. 3. Скейлинговые траектории для случая трёхмерного антиферромагнетика: $g_{\text{eff}}(\xi)$ (а) и $\psi(\xi)$ (б) [85] при $\gamma = 5/2, \lambda = 7$, параметре затухания $\delta = 2 \times 10^{-4}$, $a = 1, 0.10; 0.12; 0.14$ (снизу вверх). Штриховые кривые соответствуют учёту некогерентного вклада в спиновую спектральную плотность.

ется [105]. Такие особенности могут существенно влиять на структуру теории возмущений. При этом скейлинговое поведение будет определяться не только близостью уровня Ферми ($C \rightarrow 0$), но и расстоянием до особенности; в определённых ситуациях возможно ослабление зависимости константы связи от её затравочного значения. Интересной возможностью является пиннинг (залипание) уровня Ферми у особенности Ван Хова [106].

Существует также возможность того, что фиксированная точка, аналогичная таковой в случае многоканальной модели Кондо, появится в случае одноканальной модели с особенностью плотности состояний или нестинга [107] (отметим, что гигантские особенности Ван Хова формируются при пересечении более слабых особенностей [108], т.е. они связаны с вырождением зон).

Теперь обсудим поведение физических свойств для случая $N = 2$. Температурные зависимости магнитного момента и восприимчивости в парамагнитном случае находятся непосредственно из приведённых выше результатов с помощью замены $|C| \rightarrow T$,

$$S_{\text{eff}}(T) \propto \left(\frac{T}{T_K}\right)^4, \quad \chi(T) \propto \frac{S_{\text{eff}}^2(T)}{T} \propto \frac{(T/T_K)^{24}}{T}. \quad (26)$$

Аналогичная зависимость получается и для электронной теплоёмкости [103]. Эти зависимости, в отличие от та-ковых в однопримесном случае, справедливы в ограниченном температурном интервале.

Температурная поправка к магнитному сопротивлению имеет вид [103]

$$\delta R_m(T) \propto g_{\text{eff}}(T) - g^* \propto -\left(\frac{T}{T_K}\right)^4. \quad (27)$$

Зависимость $T^{1/2}$ (которая соответствует $M = 2$) действительно наблюдается в ряде f-систем [83]. С другой стороны, как обсуждалось выше, рассматриваемое приближение не учитывает логарифмических расходимостей, возникающих в восприимчивости и теплоёмкости при $M = 2$ ($\Delta = 1/2$).

В спин-волновой области имеем для антиферромагнетика $\chi \propto \bar{S}/\bar{\omega}$. Делая замену $\bar{\omega} \rightarrow \bar{\omega}_{\text{eff}}(C)$, $\bar{S} \rightarrow S_{\text{eff}}(C)$ с $|C| \sim T$ в духе скейлингового рассмотрения, находим

$$\chi(T) \propto T^{-\zeta}, \quad \zeta = \begin{cases} \frac{\Delta(a-1)}{a}, \\ \frac{a-1}{a} \end{cases}, \quad (28)$$

для режимов (24) и (25) соответственно. Неуниверсальный показатель ζ , который определяется деталями магнитной структуры, может быть как положительным, так и отрицательным.

Для электронной теплоёмкости в антиферромагнитном случае имеем

$$\frac{C_{\text{el}}(T)}{T} \propto \frac{g_{\text{eff}}^2(T) \bar{S}_{\text{eff}}(T)}{\bar{\omega}_{\text{eff}}(T)} \propto \chi(T), \quad (29)$$

что находится в согласии с экспериментальными данными по НФЖ-системам [83, 101].

Таким образом, многоканальная модель решётки Кондо естественным образом описывает формирование магнитного состояния с малым значением момента. Кроме того, она даёт пример существенной перенормировки константы связи в соответствии с (21). Это может представлять интерес для общей теории металлического магнетизма (в частности, для слабых зонных ферро- и антиферромагнетиков): магнитное состояние определяется процессом перенормировки, а не критерием Стонера с затравочными параметрами.

Важной проблемой является устойчивость фиксированной точки: снятие вырождения электронных подзон с различными m в гамильтониане (1) должно приводить к изменению скейлингового поведения, так что аномальные температурные зависимости будут сохраняться лишь в ограниченном интервале. Применение двухканальной модели к редкоземельным и актинидным системам, в том числе соответствующие трудности интерпретации, обсуждаются в обзоре [83]. В случае урановых систем реализация этой модели возможна благодаря симметрии подзон относительно инверсии времени.

5. Проблема основного состояния. Приближение среднего поля в представлении псевдофермионов

Методы теории возмущений и скейлинга, рассмотренные в разделах 3, 4, не позволяют описать основное состояние решёток Кондо в режиме сильной связи (однако следует отметить работу [109], в которой такое описание получено в однопримесной модели диаграммным методом). Поэтому проблема сильно коррелированного основного состояния плотных кондовских систем весьма сложна.

Принципиальным является тот факт, что f-электроны в системах с тяжёлыми фермионами ведут себя необычно: проявляют делокализацию, которая подтверждена

наблюдением больших электронных масс в экспериментах по эффекту де Гааза – ван Альфена. Такое поведение весьма нетривиально в s–f-обменной модели (что отличает последнюю от модели Андерсона с f-состояниями вблизи уровня Ферми, где имеется затравочная s–f-гибридизация и возникает состояние промежуточной валентности). Эта делокализация аналогична появлению фермиевской ветви возбуждения в теории резонирующих валентных связей для высокотемпературных сверхпроводников, так что поверхность Ферми может быть спинонной, причём не только в двумерном, но и в трёхмерном случае [110]. В результате коллективизации f-состояний нарушается теорема Латтингдера о постоянстве объёма под поверхностью Ферми и возникает так называемая большая поверхность Ферми (это изменение статистики в чём-то аналогично формированию и разрушению хаббардовских подзон [111]).

В основном состоянии при изменении параметра взаимодействия происходит квантовый фазовый переход в металлическое состояние с обычной малой поверхностью Ферми. Такой скачок поверхности Ферми действительно наблюдается в YbRh_2Si_2 и CeRhIn_5 [92]. Однако остаётся вопрос о том, как формируется магнетизм: возникает ли магнитное упорядочение при разрушении кондовского состояния, или магнитный переход происходит в границах кондовой фазы посредством формирования волны спиновой плотности (Spin Density Wave — SDW). В последнем случае формирование малых моментов происходит естественно, по крайней мере в случае антиферромагнетизма. В то же время магнитное упорядочение, меняя зону Бриллюэна, само может существенно влиять на зонную структуру и поверхность Ферми.

Переход от малой поверхности Ферми к большой может рассматриваться как переход от локализованного магнетизма к коллективизированному. Соответствующее обсуждение на основе расчётов методом Монте-Карло в сочетании с методом динамической теории среднего поля (Dynamical Mean-Field Theory — DMFT) проведено в работе [112] применительно к фазовым переходам в системах $\text{CeRh}_{1-x}\text{Co}_x\text{In}_5$, $\text{CeRu}_2(\text{Si}_x\text{Ge}_{1-x})_2$, UGe_2 , $\text{CeT}_2\text{Al}_{10}$ ($T = \text{Fe}, \text{Ru}, \text{Os}$), причём было рассмотрено как ферромагнитное, так и антиферромагнитное гейзенберговское взаимодействие (рис. 4).

Конкуренция магнитных взаимодействий (фрустрации) может приводить к многообразию фазовых переходов, в том числе между магнитными и парамагнитными состояниями с большой и малой поверхностью Ферми (см. обсуждение в [92, 113, 114]). Например, в $\text{Ce}_3\text{Pd}_{20}\text{Si}_6$ и YbRh_2Si_2 кондовское экранирование, по-видимому, исчезает при магнитном переходе, а при легировании последнего соединения кобальтом или иридием возникают два отдельных фазовых перехода [115]. Согласно нейтронным данным для CeCu_2Si_2 магнитное упорядочение связано с нестингом большой поверхности Ферми тяжёлых квазичастиц [116]. Экзотическое магнитное состояние в CePdAl , обусловленное фрустрациями, обсуждается в [117]. Роль фрустраций в физике кондовых решёток ранее обсуждалась в работах [118, 119].

В работе [110] предложен новый тип ферми-жидкостного состояния — FL^* . В состоянии FL^* локализованные моменты не принимают участия в формировании поверхности Ферми, но являются адабатически связанными с описываемой калибровочной теорией спиновой

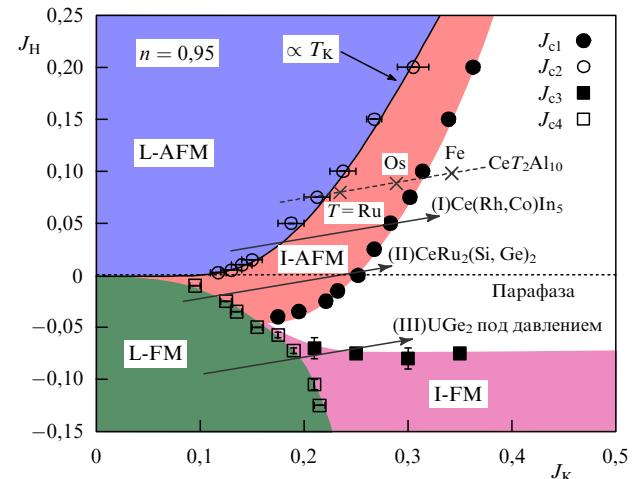


Рис. 4. Фазовая диаграмма решётки Кондо – Гейзенберга в плоскости $J_K - J_H$ (где $J_K = -2I$ при $T = 0,001$ [112]. Сокращения L и I означают соответственно "локализованный" и "коллективизированный" (itinerant). Величины по осям даны в единицах ширины зоны.

жидкостью, обладающей соответствующими экзотическими возбуждениями в фазе деконфайнмента. В пространственных размерностях $d \geq 2$ стабильна спиновая жидкость типа Z_2 , однако более интересна спиновая жидкость $U(1)$, существующая при $d \geq 3$. В этой фазе коэффициент электронной теплоёмкости C/T расходится логарифмически. На фоне такого состояния возникает металлическое магнитное состояние SDW^* , которое может характеризоваться малым моментом. При этом магнитная неустойчивость развивается как волна спиновой плотности для спинонной поверхности Ферми. С увеличением константы связи происходит переход в обычную (но тяжёлую) ферми-жидкость (FL) (фазовая диаграмма показана на рис. 5).

В [110] было искусственно введено поле, стабилизирующее ненасыщенное состояние с малым моментом. В работе [114] благодаря некоторой модификации модели и физической картины удалось избежать введения подобного поля и было получено состояние, в котором эффект Кондо существует с антиферромагнетизмом, хотя и при нереалистически большом параметре s–f-обмена.

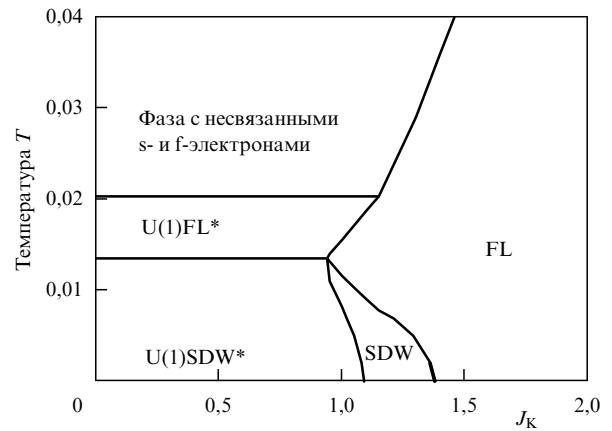


Рис. 5. Магнитная фазовая диаграмма в приближении среднего поля (из работы [110]). $J_K = -2I$. Величины по осям указаны в единицах интеграла переноса.

Перейдём теперь к математическому формализму. В основном состоянии аномальных f-систем кондовскую компенсацию (образование синглета) следует рассматривать в нулевом приближении. Для описания основного состояния кондо-решётки в режиме сильной связи было разработано специальное приближение среднего поля, в рамках которого Коулмен и Андрей [120] рассмотрели формирование состояния спиновой жидкости в двумерном случае. Затем это приближение было применено к случаю ферро- и антиферромагнитного упорядочения [86, 110, 121, 122]. В указанном приближении используется псевдофермионное представление для операторов локализованных спинов $S = 1/2$

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} f_{i\sigma}^\dagger \boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} f_{i\sigma'} \quad (30)$$

со вспомогательным условием

$$f_{i\uparrow}^\dagger f_{i\uparrow} + f_{i\downarrow}^\dagger f_{i\downarrow} = 1. \quad (31)$$

Ранее близкая идея о введении псевдофермионов была предложена в работе [123]. Варианты, связанные с использованием вспомогательных бозонов [124], оказываются существенно менее удачными, поскольку они оправданы только в пределе большой кратности вырождения N (при конечных N , и особенно при $N = 2$, они дают экспоненту в выражении для температуры Кондо, отличную от таковой для однопримесного случая). Аналогичная проблема возникает в подходе типа метода Гутцвиллера [125].

Применяя приближение перевальной точки для интеграла по траекториям, описывающего спин-фермионную взаимодействующую систему [120], можно свести гамильтониан s-f-обменного взаимодействия к эффективной гибридизационной модели:

$$-I \sum_{\sigma\sigma'} c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma'} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\sigma\sigma'} \mathbf{S}_i - \frac{1}{2} \delta_{\sigma\sigma'} \right) \rightarrow \\ \rightarrow \mathbf{f}_i^\dagger V_i \mathbf{c}_i + \mathbf{c}_i^\dagger V_i^\dagger \mathbf{f}_i - \frac{1}{2I} \text{Sp}(V_i V_i^\dagger), \quad (32)$$

где введены обозначения $\mathbf{f}_i^\dagger = (f_{i\uparrow}^\dagger, f_{i\downarrow}^\dagger)$, $\mathbf{c}_i^\dagger = (c_{i\uparrow}^\dagger, c_{i\downarrow}^\dagger)$, а V — эффективная матрица гибридизации, определяемая из условия минимума свободной энергии.

Таким образом, f-псевдофермионы в данной ситуации сами становятся коллективизированными. В приближении среднего поля такая картина сталкивается с некоторыми идеальными трудностями. В частности, возникает проблема исключения нефизических состояний в гильбертовом пространстве: условие (31) учитывается только в среднем введением химического потенциала псевдофермионов (в рассматриваемом подходе числа псевдофермионов и электронов проводимости сохраняются по отдельности, так что $n_f = 1$). Истинная волновая функция должна получаться из среднеполевой после применения дополнительного проекционного оператора Гутцвиллера, исключающего пустые и дважды занятые f-состояния на узле [120]. Аналогичные проблемы картины спиновой жидкости подробно обсуждаются в книге [126] и обзоре [127], где рассмотрены флуктуационные эффекты, которые приводят ко взаимодействию с бозонными калибровочными полями. Следует отметить, что эффект Кондо в s-f-обменной модели может приводить

к стабилизации экзотических состояний типа спиновой жидкости по сравнению с ситуацией в простой модели Гейзенберга [120].

В ферромагнитном состоянии имеем

$$H - \mu \hat{n} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} [(t_{\mathbf{k}} - \mu) c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} + W_\sigma f_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger f_{\mathbf{k}\sigma} + \\ + V_\sigma (c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger f_{\mathbf{k}\sigma} + f_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma})] - \sum_\sigma \frac{V_\sigma^2}{I}, \quad (33)$$

где V_σ — эффективная гибридизация,

$$W_\sigma = W - \sigma J_0 \bar{S},$$

W — положение f-уровня, отсчитываемое от химического потенциала электронов μ , величина $-W$, которая имеет порядок температуры Кондо T_K , — химический потенциал псевдофермионов, $J_0 = J(\mathbf{q} = 0)$.

Соответствующая плотность состояний имеет гибридизационный вид и включает в себя острые пики псевдофермионных состояний:

$$N_\sigma(E) = \left[1 + \frac{V_\sigma^2}{(E - W_\sigma)^2} \right] \rho \left(E - \frac{V_\sigma^2}{E - W_\sigma} \right). \quad (34)$$

При этом ёмкость зоны в два раза больше, чем у затравочной зоны. Кроме того, функция $N(E)$ воспроизводит и даже усиливает особенности затравочной плотности состояний.

Сначала обсудим полуметаллическое ферромагнитное (ПМФ) решение, для которого химический потенциал лежит в энергетической щели при $\sigma = \uparrow$ (рис. 6), так что

$$W_\downarrow > \frac{V_\downarrow^2}{D - \mu}, \quad -\frac{V_\uparrow^2}{\mu} < W_\uparrow < \frac{V_\uparrow^2}{D - \mu}. \quad (35)$$

Поскольку ёмкость гибридизационной подзоны равна единице, имеем

$$n_\uparrow^f \simeq 1 - \frac{n}{2}, \quad n_\downarrow^f \simeq \frac{n}{2}, \quad \bar{S} \simeq \frac{1-n}{2}$$

(где n — концентрация электронов проводимости), в то время как намагниченность электронов проводимости мала, $n_\uparrow \simeq n_\downarrow \simeq n/2$. В этом состоянии каждый электрон

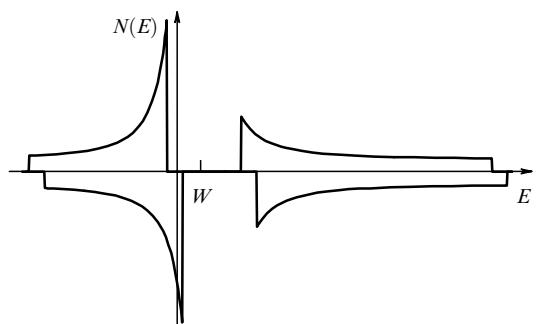


Рис. 6. Парциальные плотности состояний для спина вверх (верхняя половина рисунка) и спина вниз (нижняя половина рисунка) в случае прямоугольной зоны [122]. Ось ординат проведена через значение химического потенциала для полуметаллического ферромагнитного состояния. Отметим, что поляризации электронов проводимости и псевдофермионов противоположны.

проводимости компенсирует один локализованный спин из-за отрицательного знака $s-f$ -обменного параметра I , а магнитное упорядочение обусловлено обменным взаимодействием некомпенсированных моментов. Такая картина напоминает ситуации в узкозонном ферромагнетике в моделях Хаббарда или $s-d$ -обмена с сильным внутриатомным взаимодействием (двойной обмен). Однако в нашем случае затравочное взаимодействие мало, но эффективное взаимодействие в режиме сильной связи велико.

Для прямоугольной полосы ($\rho(E) = 1/D$, $0 < E < D$) условие существования ПМФ-решения имеет вид

$$j = \frac{J_0}{W_0} < \frac{2}{n(1-n)} \quad (36)$$

(W_0 соответствует парамагнитному состоянию). Таким образом, ПМФ-решение имеется при произвольно малом J_0 , как и в гейзенберговском магнетике. В приближении среднего поля полная энергия магнитного состояния \mathcal{E} всегда ниже энергии $\mathcal{E}_{\text{nonmag}}$ немагнитного состояния Кондо, и \mathcal{E} убывает с возрастанием момента,

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{nonmag}} = -J_0 \bar{S}^2. \quad (37)$$

Энергию ферромагнитного состояния Кондо следует также сравнивать с энергией обычного (гейзенберговского) ферромагнитного состояния, в котором эффект Кондо подавлен ($W = 0$, $\bar{S} = 1/2$). Последнее становится энергетически выгодным при достаточно больших значениях j :

$$j > j_c = \frac{1}{1/4 - \bar{S}^2}. \quad (38)$$

В критической точке должен происходить магнитный фазовый переход первого рода, что подтверждается также общим феноменологическим рассмотрением в работе [128].

Отметим, что картина полуметаллического магнетизма тесно связана с гибридизационным характером спектра, как и в интерметаллических d -системах [129].

Таким образом, ПМФ-состояние достаточно устойчиво. В работе [130] оно было переоткрыто в модели Кондо в рамках DMFT и названо спин-селективным кондо-диэлектриком (spin-selective Kondo insulator). В работах [131, 132] такое состояние получено в рамках приближения Хартри–Фока, где наряду с кондовскими аномальными средними учитывались расцепления, описывающие магнитное РККИ-взаимодействие (поляризацию электронов проводимости). Следует отметить, что в последнем подходе кондовское состояние возникает только при больших $|I|$, порядка полуширины зоны, так что малый энергетический масштаб T_K уже отсутствует. Вероятно, для построения количественной теории необходим учёт перенормировки затравочных параметров, как отмечалось в разделе 3.

Теперь обсудим ненасыщенное ферромагнитное решение с намагниченностью $\bar{S} < (1-n)/2$, где $W_\sigma > V_\sigma^2/(D-\mu)$ для обеих σ и уровень Ферми лежит в нижней гибридизационной подзоне (ниже энергетической щели), как и в немагнитном случае.

Учитывая перенормировку гибридизации в нашей модели, можно получить самосогласованное уравнение

для намагниченности:

$$\begin{aligned} \frac{J_0 \bar{S}}{W} &= L(\bar{S}, n), \\ L(\bar{S}, n) &= \tanh \left(\frac{1}{2\rho_n} \int_{\mu(n+1-2\bar{S})}^{\mu(n+1+2\bar{S})} dE \frac{\rho(E) - \rho}{E - \mu} \right), \end{aligned} \quad (39)$$

и выражение для перенормированной температуры Кондо (энергии f -уровня):

$$\begin{aligned} W &= W_0 P(\bar{S}, n), \\ P(\bar{S}, n) &= \frac{1}{2} \sum_\sigma \exp \left(\frac{1}{\rho} \int_{\mu(n+1)}^{\mu(n+1+2\sigma\bar{S})} \frac{\rho(E) - \rho}{E - \mu} dE \right). \end{aligned} \quad (40)$$

Эти уравнения можно представить как

$$j \bar{S} = P(\bar{S}, n) L(\bar{S}, n), \quad j = \frac{J_0}{W_0}. \quad (41)$$

Решения с $\bar{S} \neq 0$ могут существовать, если левая и правая части (39) порядка единицы, т.е. $J_0 \sim W_0$. Однако реальные условия для этого оказываются достаточно жёсткими (эта ситуация схожа с ситуацией в приближении Хаббард-I, где имеется сильная зависимость критерия магнетизма от затравочной плотности состояний [111]). В частности, уравнение (39) не имеет нетривиальных решений при $\rho(E) = \text{const}$: намагниченность возникает только вследствие энергетической зависимости ρ .

Необходимое условие существования решения с малыми \bar{S} имеет вид

$$k_n = \frac{dL(\bar{S}, n)}{d\bar{S}} \Big|_{\bar{S}=0} = \frac{1}{\rho_{n+1}\rho_n} \frac{\rho_{n+1} - \rho_n}{\mu_{n+1} - \mu_n} > 0, \quad (42)$$

где $\rho_n = \rho(\mu_n)$. Таким образом, в отличие от критерия полуметаллического ферромагнетизма, который определяется глобальным поведением $\rho(E)$, критерий ферромагнетизма с малыми \bar{S} определяется $\rho(E \simeq \mu_{n+1})$ (что соответствует "большой" поверхности Ферми). Ситуация для возникновения решений с малыми \bar{S} более благоприятна при больших n и наличии высоких узких пиков $\rho(E)$.

Для простых решёток с симметричной затравочной плотностью состояний ненасыщенное решение может существовать только в области $n < 1/2$ (когда $\rho_{n+1} < \rho_n$). В частности, для полуэллиптической зоны при $J_0 \rightarrow 0$ ферромагнетизм исчезает при $n > 0,5$, а насыщенное ферромагнитное решение возникает при $n < 0,42$ (рис. 7).

Условие для ферромагнетизма с $\bar{S} \rightarrow 0$ имеет вид $k = j$, так что ферромагнитное решение начинается с $j = k$, а с уменьшением j момент возрастает. Такое необычное поведение связано со своеобразным характером ненасыщенного решения. В этом состоянии имеются две конкурирующие тенденции. Возрастание обменного расцепления $2J_0 \bar{S}$ с j толкает химический потенциал в энергетической щели, но острый псевдофермионный пик не позволяет пересечь себя и остаётся выше уровня Ферми. Таким образом, величина \bar{S} должна уменьшаться с возрастанием j . Отметим, что в случае РККИ-обмена (когда $J \sim I^2 \rho$, а T_K экспоненциально мала) возрастание j соответствует убыванию $|I|$, и поэтому картина не столь парадоксальна, как кажется на первый взгляд.

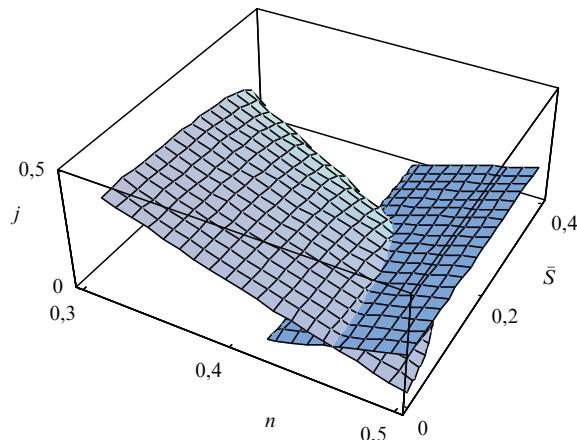


Рис. 7. Диаграмма поверхности существования ненасыщенного ферромагнитного решения для затравочной полуэллиптической зоны согласно (41) (левый лист) [122]. Насыщенное (полуметаллическое) решение существует выше правого листа.

Как показывают численные расчёты [122], для простой квадратной и кубической решёток ненасыщенное решение имеется лишь внутри области существования насыщенного и проигрывает ему по энергии. Для возникновения магнетизма с малым моментом благоприятна ситуация, в которой имеется узкий пик плотности состояний на μ_{n+1} или немного выше, так что упорядочение сдвигает его с уровня Ферми, который оказывается в слабом локальном минимуме для состояний со спином вверх (рис. 8).

Область ненасыщенного решения для затравочной плотности состояний с лоренцевским пиком показана на рис. 9. Видно, что магнетизм с малым моментом возникает в довольно широкой области вблизи значений n , где $\mu_{n+1} = E_1$, причём в этой области концентраций состояния ПМФ не существует, по крайней мере, при малых j .

Таким образом, кондовский ферромагнетизм по сравнению с картиной Стонера для обычных систем коллективизированных электронов имеет ряд особенностей. В частности, зависимость критерия ферромагнетизма от затравочной плотности состояний гораздо сложнее. Причина состоит в том, что решающую роль для этого критерия играет зависимость эффективной гибридизации от спина.

Отметим, что рассмотренный подход даёт универсальное описание в терминах отношения $j \sim J_0/T_K$ и функций, которые зависят только от затравочной плотности состояний, но не от s-f-обменного параметра I .

Гибридационная форма электронного спектра (наличие пиков плотности состояний) в кондо-решётках подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями: прямыми оптическими данными [133], наблюдением больших электронных масс в измерениях эффекта де Гааза–ван Альфена и т.д. Иногда трудно чётко различить режимы промежуточной валентности (ПВ) и Кондо в формировании магнетизма, так как f-состояния в обоих случаях играют важную роль в электронной структуре вблизи уровня Ферми. Наличие реальной гибридизации между s-, d- и f-состояниями в ПВ-системах может привести к пикам в затравочной плотности состояний, который в свою очередь будет влиять на псевдофермионный ферромагнетизм. Возмож-

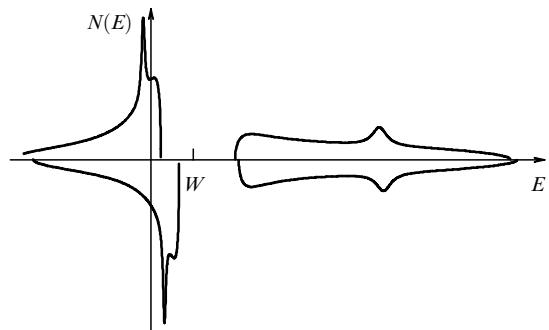


Рис. 8. Парциальные плотности состояний для полуэллиптической зоны с лоренцевским пиком.

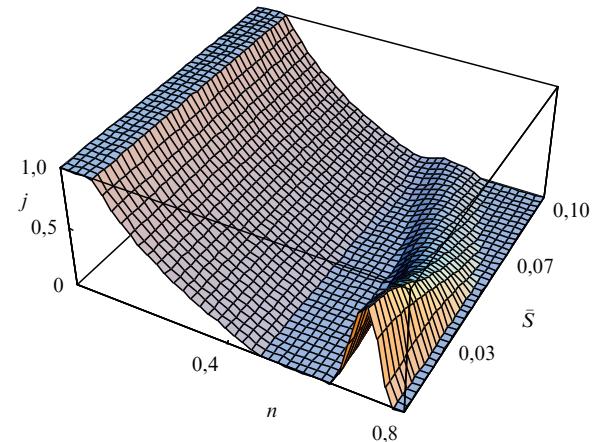


Рис. 9. Диаграмма поверхности существования ненасыщенного ферромагнитного решения для полуэллиптической зоны с лоренцевским пиком ($\rho(E) = \rho_0(E) + h\Gamma/[(E - E_1)^2 + \Gamma^2]$) при $\Gamma = 0,01D$, $E_1 = 0,8D$, $h = 0,01$ [122].

ный пример — ферромагнитная система CeRh_3B_2 с малым моментом и высокой температурой Кюри, которая связывалась с сильной d-f-гибридизацией. В то же время анализ нейтронных данных для этой системы не обнаружил намагниченности на узлах родия и бора, так что ферромагнетизм в ней связан с упорядочением локальных моментов церия, а не является коллективизированным магнетизмом в зоне родия, как предполагалось ранее [134].

В случае антиферромагнитного упорядочения электронный спектр искажён как гибридизационной (кондовской), так и антиферромагнитной щелями. Здесь аналитическое исследование уравнений среднего поля затруднено, и они требуют численного решения. В случае антиферромагнетизма с малыми моментами можно пренебречь зависимостью гибридизации от σ (что недопустимо для ферромагнетика), так как поправки вследствие спиновой поляризации имеют структуру $(J_Q S)^2 / (t_{k+Q} - t_k)$ (где \mathbf{Q} — волновой вектор магнитной структуры) и являются пропорциональными $(J_Q S)^2 / D$. Таким образом, критерий антиферромагнетизма принимает обычный вид:

$$J_Q \chi_Q > 1, \quad (43)$$

где χ_Q — восприимчивость невзаимодействующих f-псевдофермионов в эффективной гибридизационной модели.

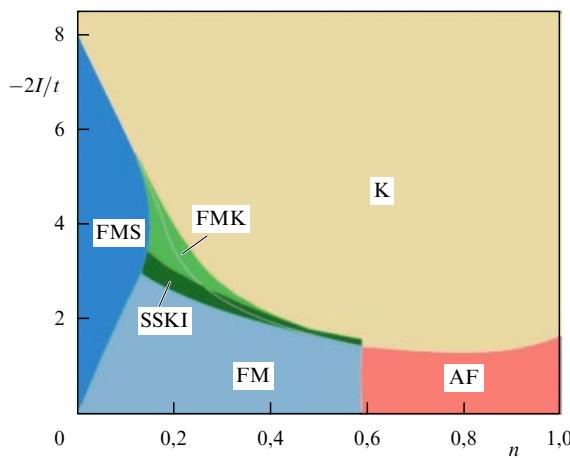


Рис. 10. Магнитная фазовая диаграмма для модели Кондо на квадратной решётке [131]. FMS и FM — насыщенный и ненасыщенный ферромагнетизм без кондовской компенсации, SSKI и FMK — фазы сосуществования эффекта Кондо и насыщенного (полуметаллического) и ненасыщенного ферромагнетизма соответственно.

Благодаря гибридизационным пикам вклад от межзонных переходов оказывается большим: $\chi_Q \sim 1/T_K$. Следовательно, антиферромагнетизм появляется при

$$J_Q > vT_K, \quad (44)$$

где постоянная $v \sim 1$ определяется зонной структурой. Следует, однако, отметить, что, согласно численным результатам для квадратной решётки [131], момент не является малым, а фазовая диаграмма достаточно сложна (рис. 10), причём сосуществование кондовского и антиферромагнитного состояний имеет место при достаточно больших $|J|$ и J . Для последовательного рассмотрения здесь важен также учёт спиральных магнитных состояний [135]. Эти проблемы требуют дальнейшего исследования.

Нетривиальным является вопрос о том, как влияют на магнетизм флуктуации за пределами приближения среднего поля. Простые спин-волновые поправки, которые обсуждались в работе [86], дают лишь формально небольшие вклады в намагниченность основного состояния, порядка $j \ln j$ (которые, кроме того, отсутствуют в ПМФ-состоянии). Более последовательное рассмотрение флуктуаций может быть проведено с использованием подхода вспомогательных бозонов и $1/N$ -разложения в рамках периодических моделей Андерсона или Коблина–Шриффера [136]. Для картины экзотической ферми-жидкости флуктуации изучались в работе [110] в рамках псевдофермионного представления с одновременным использованием вспомогательного бозона (типа поля Хиггса).

Поведение кондовских магнетиков при конечных температурах обычно трактуется в рамках теории, аналогичной теории Стонера с гибридизационным спектром [131, 132], что по большому счёту не оправдано: флуктуационные эффекты должны быть даже более важными, чем в основном состоянии (как и в обычных зонных магнетиках [95]). Эти эффекты обсуждаются в [110], где показано, что температурный фазовый переход из кондовского состояния в обычную ферми-жидкость на самом деле является плавным (кроссовером).

6. Заключение

Магнетизм кондовских систем представляет собой сложный феномен: решётки Кондо проявляют черты магнетиков как с коллективизированными электронами, так и с локализованными моментами. При определённых условиях магнитная неустойчивость может иметь место при очень малых (даже по сравнению с T_K) значениях межзельного обмена J , что характерно для гейзенберговских систем. С другой стороны, магнитное упорядочение весьма чувствительно к электронной структуре, как и для коллективизированных систем. Особенно ярко эта двойственность проявляется в подходах, использующих представление псевдофермионов, которые практически становятся реальными и принимают участие в формировании поверхности Ферми.

Описанные механизмы формирования магнитного состояния с подавленным моментом насыщения μ_s значительно отличаются от обычного механизма для зонных ферромагнетиков, которые, как предполагается, в грубом приближении описываются теорией Стонера. Однако, поскольку и энергетический спектр новых фермиевских квазичастиц, и эффективное взаимодействие между ними претерпевают сильные перенормировки, для кондовских ферромагнетиков неприменим критерий Стонера (или в случае антиферромагнетизма критерий Оверхаузера для формирования волны спиновой плотности) с затравочными параметрами. Скорее его можно применять к эффективной модели в сильно коррелированном состоянии с "большой" поверхностью Ферми, однако и здесь ситуация оказывается существенно более сложной.

Как мы видели, современная теория описывает магнитные решётки Кондо как сильнокоррелированные системы. Так как существует непрерывный переход между кондо-решётками и "стандартными" системами коллективизированных электронов (в частности, обычные паулиевские парамагнетики могут рассматриваться как системы с высокой T_K — порядка энергии Ферми), возникает вопрос о роли, которую многоэлектронные эффекты играют в "классических" слабых зонных магнетиках, подобных $ZrZn_2$. Может оказаться, что близость основного состояния к точке стонеровской неустойчивости, т.е. малость μ_s , в последних системах возникает вследствие перенормировок параметра взаимодействия U и химического потенциала, а не из-за случайных затравочных значений $N(E_F)$. Действительно, в такую случайность трудно поверить, поскольку отклонение от граничного условия Стонера $UN(E_F) = 1$ является крайне малым.

Всё это даёт новый взгляд на физику обычных слабых коллективизированных магнетиков: их можно рассматривать не с точки зрения зонной теории, а с точки зрения локальных магнитных моментов, которые почти скомпенсированы. Сейчас уже стало обычным обсуждать совместно решётки Кондо и зонные магнетики [137, 138] и трактовать UPt_3 , $CeSi_x$ и $CeRh_3B_2$ как слабые коллективизированные магнетики (см., например, [139]). Таким образом, теория кондовских магнетиков приобретает важное значение для общей теории магнетизма.

Автор благодарен М.И. Кацнельсону и В.Н. Никифорову — соавторам работ по физике решёток Кондо — за многочисленные обсуждения. Работа выполнена в рамках государственного задания Федерального агентства научных организаций России (тема "Квант",

01201463332) и частично поддержана грантом УрО РАН 15-8-2-9.

Список литературы

1. Мошалков В В, Брандт Н Б *УФН* **149** 585 (1986); Moshchal'kov V V, Brandt N B *Sov. Phys. Usp.* **29** 725 (1986)
2. Kondo J, in *Solid State Physics* Vol. 23 (Eds F Seitz, D Turnbull, H Ehrenreich) (New York: Academic Press, 1970) p. 183
3. Ирхин В Ю, Ирхин Ю П Электронная структура, физические свойства и корреляционные эффекты в d- и f-металлах и их соединениях (Екатеринбург: УрО РАН, 2004)
4. Ирхин В Ю, Кацнельсон М И *ФММ* (1) 16 (1991)
5. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Phys. Rev. B* **56** 8109 (1997)
6. Tsvelick A M, Wiegmann P B *Adv. Phys.* **32** 745 (1983)
7. Stewart G R *Rev. Mod. Phys.* **56** 755 (1984)
8. v. Löhneysen H et al. *Rev. Mod. Phys.* **79** 1015 (2007)
9. Coleman P, in *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials* (Eds-in-Chief H Kronmüller, S Parkin) Vol. 1 *Fundamentals and Theory* (Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2007) p. 95; cond-mat/0612006
10. Maple M B et al. *J. Low Temp. Phys.* **95** 225 (1994); *J. Low Temp. Phys.* **99** 223 (1995)
11. Coleman P, Maple B, Millis A (Eds) *Proc. of the Institute for Theoretical Physics Conf. on Non-Fermi Liquid Behaviour in Metals, Santa Barbara, USA, 17-21 June 1996*; *J. Phys. Condens. Matter* **8** (48) (1996)
12. Bensimon D, Jerez A, Lavagna M *Phys. Rev. B* **73** 224445 (2006)
13. Kasaya M et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **76-77** 347 (1988)
14. Adroja D T et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **272-276** 622 (2004)
15. Kratochvilova M et al. *J. Cryst. Growth* **397** 47 (2014)
16. Larrea J et al. *Phys. Rev. B* **72** 035129 (2005)
17. Süllow S et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 2963 (1999)
18. Sidorov V A et al. *Phys. Rev. B* **67** 224419 (2003)
19. Krellner C et al. *Phys. Rev. B* **76** 104418 (2007)
20. Baumbach R E et al. *J. Phys. Condens. Matter* **24** 325601 (2012)
21. Sakai H et al. *Phys. Rev. B* **86** 094402 (2012)
22. Prasad A et al. *Phys. Rev. B* **86** 014414 (2012)
23. Chevalier B et al. *J. Alloys Compounds* **383** 4 (2004)
24. Viennois R et al. *Phys. Rev. B* **80** 155109 (2009)
25. Nikiforov V N et al. *Physica B* **443** 80 (2014)
26. Ślebarski A et al. *Phys. Rev. B* **70** 184429 (2004)
27. Li L et al. *Phys. Rev. B* **80** 134429 (2009)
28. Baumbach R E et al. *Phys. Rev. B* **85** 094422 (2012)
29. Matsuoka E et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **81** 043704 (2012)
30. Baumbach R E et al. *J. Phys. Condens. Matter* **24** 325601 (2012)
31. Bhattacharyya A et al. *Phys. Rev. B* **93** 060410(R) (2016)
32. Singh D K et al. *Phys. Rev. B* **86** 060405(R) (2012)
33. Thompson J D et al. *Physica B* **329-333** 446 (2003)
34. Rosa P F S et al. *Phys. Rev. B* **92** 134421 (2015)
35. Park T et al. *Phys. Rev. B* **72** 060410(R) (2005)
36. Lee W H et al. *Phys. Rev. B* **42** 6542 (1990)
37. Adroja D T, Rainford B D *J. Magn. Magn. Mater.* **119** 54 (1993)
38. Pecharsky V K, Gschneidner K A (Jr.), Miller L L *Phys. Rev. B* **43** 10906 (1991)
39. Nikiforov V N et al. *Physica B* **186-188** 514 (1993)
40. Duginov V N et al. *Phys. Rev. B* **55** 12343 (1997)
41. Nikiforov V N, Baran M, Jedrzejczak A, Irkhin V Yu *Eur. Phys. J. B* **86** 238 (2013)
42. Никифоров В Н, Баран М, Ирхин В Ю *ЖЭТФ* **143** 929 (2013); Nikiforov V N, Baran M, Irkhin V Yu *JETP* **116** 806 (2013)
43. Daou R, Bergemann C, Julian S R *Phys. Rev. Lett.* **96** 026401 (2006)
44. Matsuda Y H et al. *Phys. Rev. B* **86** 041109(R) (2012)
45. Kasaya M et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **60** 3145 (1991)
46. Nikiforov V N et al. *Phys. Lett. A* **378** 1425 (2014)
47. Никифоров В Н и др. *ФТТ* **36** 471 (1994); Nikiforov V N et al. *Phys. Solid State* **36** 259 (1994)
48. Katoh K et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **78** 104721 (2009)
49. Enoki K et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **81** SB056 (2012)
50. Itoh Y, Kadomatsu H *J. Alloys Compounds* **280** 39 (1998)
51. Sakurai J et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **90-91** 422 (1990)
52. Flouquet J, in *Progress in Low Temperature Physics* Vol. 15 (Ed. W P Halperin) (Amsterdam: Elsevier, 2005) p. 139
53. Tsujii N, Kitazawa H *Solid State Commun.* **159** 65 (2013)
54. Katoh K et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **268** 212 (2004)
55. Bonville P et al. *Eur. Phys. J. B* **55** 77 (2006)
56. Schmiedeshoff G M et al. *Phys. Rev. B* **83** 180408(R) (2011)
57. Lausberg S et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 256402 (2013)
58. Kikuchi F et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **78** 083708 (2009)
59. Bauer E et al. *J. Phys. Condens. Matter* **17** S999 (2005)
60. Krellner C et al. *New J. Phys.* **13** 103014 (2011)
61. Гуртовой К Г, Левитин Р З *УФН* **153** 193 (1987); Gurtovoi K G, Levitin R Z *Sov. Phys. Usp.* **30** 827 (1987)
62. Lawrence J M et al. *J. Phys. Condens. Matter* **23** 094210 (2011)
63. Perkins N B et al. *Phys. Rev. B* **76** 125101 (2007)
64. Schoenes J, Frick B, Vogt O *Phys. Rev. B* **30** 6578 (1984)
65. Schoenes J, Withers R L, Hulliger F J. *Magn. Magn. Mater.* **310** 1778 (2007)
66. Bukowski Z et al. *J. Alloys Compounds* **403** 65 (2005)
67. Tran V H et al. *Phys. Rev. B* **71** 094428 (2005)
68. Taniguchi T et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **177-181** 55 (1998)
69. Colineau E et al. *J. Phys. Condens. Matter* **20** 075207 (2008)
70. Tran V H et al. *Phys. Rev. B* **89** 054424 (2014)
71. Bauer E D et al. *Phys. Rev. B* **74** 155118 (2006)
72. Tabata C et al. *Phys. Rev. B* **94** 214414 (2016)
73. Lenkewitz M et al. *Phys. Rev. B* **55** 6409 (1997)
74. Stewart G R *Rev. Mod. Phys.* **73** 797 (2001)
75. Huy N T et al. *Phys. Rev. B* **75** 212405 (2007)
76. Colineau E et al. *J. Phys. Condens. Matter* **20** 255234 (2008)
77. Vališka M et al. *Phys. Rev. B* **92** 045114 (2015)
78. Bauer E D et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 046401 (2005)
79. Минеев В П *УФН* **187** 129 (2017); Mineev V P *Phys. Usp.* **60** 121 (2017)
80. Doniach S *Physica B + C* **91** 231 (1977)
81. Wilson K G *Rev. Mod. Phys.* **47** 773 (1975)
82. Nozières P, Blandin A *J. Physique* **41** 193 (1980)
83. Cox D L, Zawadowski A *Adv. Phys.* **47** 599 (1998)
84. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Z. Phys. B* **75** 67 (1989)
85. Irkhin V Yu *Eur. Phys. J. B* **89** 117 (2016)
86. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Z. Phys. B* **82** 77 (1991)
87. Anderson P W *J. Phys. C* **3** 2436 (1970)
88. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *J. Phys. Condens. Matter.* **4** 9661 (1992)
89. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Phys. Rev. B* **59** 9348 (1999)
90. Matsumoto M et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 096403 (2009)
91. Ong T T, Jones B A *Phys. Rev. Lett.* **103** 066405 (2009)
92. Si Q, Steglich F *Science* **329** 1161 (2010)
93. Miranda E, Dobrosavljevic V, Kotliar G *J. Phys. Condens. Matter* **8** 9871 (1996)
94. Castro Neto A H, Jones B A *Phys. Rev. B* **62** 14975 (2000)
95. Moriya T *Spin Fluctuations in Itinerant Electron Magnetism* (Berlin: Springer-Verlag, 1985); Пер. на русск. яз.: Мория Т *Спиновые флуктуации в магнетиках с коллективизированными электронами* (М.: Мир, 1988)
96. Millis A J *Phys. Rev. B* **48** 7183 (1993)
97. Belitz D et al. *Phys. Rev. B* **63** 174427 (2001)
98. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Phys. Rev. B* **62** 5647 (2000)
99. Kampf A, Schrieffer J R *Phys. Rev. B* **41** 6399 (1990)
100. Moriya T, Takahashi Y, Ueda K *J. Phys. Soc. Jpn.* **59** 2905 (1990)
101. Andraka B, Tsvelik A M *Phys. Rev. Lett.* **67** 2886 (1991)
102. Coleman P, Ioffe L B, Tsvelik A M *Phys. Rev. B* **52** 6611 (1995)
103. Gan J *J. Phys. Condens. Matter* **6** 4547 (1994)
104. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Phys. Rev. B* **61** 14640 (2000)
105. Irkhin V Yu *J. Phys. Condens. Matter* **23** 065602 (2011)
106. Irkhin V Yu, Katanin A A, Katsnelson M I *Phys. Rev. Lett.* **89** 076401 (2002)
107. Ирхин В Ю *ЖЭТФ* **152** 189 (2017); Irkhin V Yu *JETP* **125** 159 (2017)
108. Вонсовский С В, Кацнельсон М И, Трефилов А В *ФММ* **76** (3) 3 (1993); Vonsovskii S V, Katsnel'son M I, Trefilov A V *Phys. Met. Metallogr.* **76** 247 (1993)
109. Barnes S E *Phys. Rev. B* **33** 3209 (1986)
110. Senthil T, Vojta M, Sachdev S *Phys. Rev. B* **69** 035111 (2004)
111. Hubbard J C *Proc. R. Soc. Lond. A* **276** 238 (1963)
112. Hoshino Sh, Kuramoto Y *Phys. Rev. Lett.* **111** 026401 (2013)
113. Coleman P, Nevidomskyy A H *J. Low Temp. Phys.* **161** 182 (2010)

114. Isaev L, Vekhter I *Phys. Rev. Lett.* **110** 026403 (2013)
115. Friedemann S et al. *Nature Phys.* **5** 465 (2009)
116. Stockert O et al. *Physica B* **403** 973 (2008)
117. Fritsch V et al. *J. Phys. Conf. Ser.* **807** 032003 (2017)
118. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Phys. Lett. A* **150** 47 (1990)
119. Vonsovsky S V, Irkhin V Yu, Katsnelson M I *Physica B* **171** 135 (1991)
120. Coleman P, Andrei N *J. Phys. Condens. Matter.* **1** 4057 (1989)
121. Irkhin V Yu, Katsnelson M I *J. Phys. Condens. Matter* **2** 8715 (1990)
122. Irkhin V Yu *Eur. Phys. J. B* **87** 103 (2014)
123. Lacroix C, Cyrot M *Phys. Rev. B* **20** 1969 (1979)
124. Möller B, Wölfle P *Phys. Rev. B* **48** 10320 (1993)
125. Fazekas P, Müller-Hartmann E *Z. Phys. B* **85** 285 (1991)
126. Wen X-G *Quantum Field Theory of Many-Body Systems: From the Origin of Sound to an Origin of Light and Electrons* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2004)
127. Lee P A, Nagaosa N, Wen X-G *Rev. Mod. Phys.* **78** 17 (2006)
128. Kirkpatrick T R, Belitz D *Fortschr. Phys.* **65** 1600028 (2017)
129. Katsnelson M I et al. *Rev. Mod. Phys.* **80** 315 (2008)
130. Peters R, Kawakami N, Pruschke T *Phys. Rev. Lett.* **108** 086402 (2012)
131. Bernhard B H, Lacroix C *Phys. Rev. B* **92** 094401 (2015)
132. Liu G-B, Zhang G-M, Yu L *Phys. Rev. B* **81** 094420 (2010)
133. Marabelli F, Wachter P *J. Magn. Magn. Mater.* **70** 364 (1987)
134. Givord F et al. *J. Phys. Condens. Matter* **16** 1211 (2004)
135. Igoshev P A et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **440** 66 (2017)
136. Coleman P *Phys. Rev. B* **35** 5072 (1987)
137. Ohkawa F *J. Phys. Rev. B* **65** 174424 (2002)
138. Vojta M *Phys. Rev. B* **78** 125109 (2008)
139. Dhar S K et al. *Phys. Rev. B* **36** 341 (1987)

Unusual magnetism of the Kondo lattice

V.Yu. Irkhin

*M.N. Mikheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
ul. Sofi Kovalevskoi 18, 620990 Ekaterinburg, Russian Federation
E-mail: valentin.irkhin@imp.uran.ru*

A review is given of the experimental situation and theoretical views concerning unusual magnetic ordering in dense Kondo 4f- and 5f-systems, including the recently investigated ternary systems based on cerium, ytterbium, and actinides. This unusual ordering is characterized by a small magnetic moment and exhibits features typical of both localized-spin and itinerant-electron magnets. Particular attention is paid to ferromagnetic systems and the competition between different types of magnetic order. The perturbation theory method, renormalization group approach and the auxiliary pseudofermion representation are considered as tools for describing the formation of the Kondo lattice ground state. The problem of non-Fermi liquid behavior is considered.

Keywords: magnetism, Kondo lattices, heavy-fermion systems

PACS numbers: **71.28.+d**, 75.30.Mb

Bibliography — 139 references

Received 15 September 2016, revised 15 November 2016

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **187** (8) 801–816 (2017)

Physics – Uspekhi **60** (8) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.11.037961>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.11.037961>