

# Процессы рождения мезонов в электрон-позитронных столкновениях и распадах тау-лептонов в расширенной модели Намбу – Иона-Лазинио

М.К. Волков, А.Б. Арбузов

*Дано краткое описание расширенной модели Намбу–Иона-Лазинио и продемонстрированы различные методы её применения. Представлен обзор теоретического описания низкоэнергетических процессов рождения мезонов на встречных электрон-позитронных пучках и в распадах тау-лептонов. Рассматриваемые процессы идут через промежуточные скалярные, векторные и аксиально-векторные мезоны как в основном, так и в первом радиально возбуждённом состояниях. Используемая модель позволяет описать такие состояния, основываясь на принципе киральной симметрии и её спонтанного нарушения. Проводится сравнение с экспериментальными данными и теоретическими результатами других феноменологических моделей сильных взаимодействий.*

**Ключевые слова:** физика мезонов, киральная симметрия, электрон-позитронная аннигиляция, распады тау-лептонов

PACS numbers: 12.39.Fe, 13.35.Dx, 13.66.Bc

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.11.037964>

## Содержание

1. Введение (689).
2. Расширенная модель Намбу – Иона-Лазинио (690).
  - 2.1. Лагранжиан для пионов. 2.2. Лагранжиан для векторных мезонов. 2.3. Лагранжиан для К-мезонов. 2.4. Лагранжиан для  $\eta$ -мезонов. 2.5. Значения параметров модели.
3. Радиационные распады и процессы фоторождения мезонов (695).
  - 3.1. Двухфотонные распады пионов и  $\eta$ -мезонов. 3.2. Радиационные распады векторных и псевдоскалярных мезонов. 3.3. Фоторождение нейтральных псевдоскалярных мезонов на лептонах.
4. Рождение мезонов в процессах электрон-позитронной аннигиляции (697).
  - 4.1. Процессы  $e^+ + e^- \rightarrow P + \gamma$ . 4.2. Процессы  $e^+e^- \rightarrow [\eta, \eta', \eta(1295), \eta(1475)]\gamma$ . 4.3. Процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi\omega$ . 4.4. Процесс  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi\pi'$ . 4.5. Процесс  $e^+e^- \rightarrow \eta(\eta')2\pi$ .
5. Распады тау-лептонов (704).
  - 5.1. Распад  $\tau^- \rightarrow \pi^-(\pi^-(1300))\nu_\tau$ . 5.2. Распад  $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$ . 5.3. Распад  $\tau^- \rightarrow \eta(\eta')\pi^-\nu_\tau$ . 5.4. Распад  $\tau^- \rightarrow \eta(\eta')\pi^-\pi^0\nu_\tau$ .

5.5. Распад  $\tau^- \rightarrow \omega\pi^-\nu_\tau$ . 5.6. Распад  $\tau^- \rightarrow f_1\pi^-\nu_\tau$ . 5.7. Распады  $\tau^- \rightarrow K^-(\pi^0, \eta, \eta', K^0)\nu_\tau$ .

## 6. Заключение (712).

Список литературы (713).

## 1. Введение

Одним из эффективных способов изучения свойств мезонов и природы их взаимодействия между собой являются эксперименты на встречных электрон-позитронных ( $e^-e^+$ ) пучках. Соответствующие ускорители имеются во многих мировых научных центрах: ВЭПП-2000<sup>1</sup> (Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск), BEPC-II (Beijing Electron – Positron Collider II) (Пекин), Belle (Исследовательская организация ускорителей высоких энергий (КЕК), Япония), BaBar (Национальная ускорительная лаборатория SLAC, США) и др. Там активно проводятся научные исследования этих процессов, в том числе в интересующей нас области низких энергий до  $\sim 2$  ГэВ. Не менее интересными с этой точки зрения являются процессы рождения мезонов в распадах  $\tau$ -лептонов. Интересно, что механизмы рождения мезонов в распадах  $\tau$ -лептонов и процессах  $e^-e^+$ -аннигиляции близки между собой и могут быть описаны в едином подходе.

Для теоретического описания данных, полученных в экспериментах на встречных  $e^-e^+$ -пучках при высоких энергиях, можно использовать теорию возмущений квантовой хромодинамики (КХД). Однако в интересующей нас области энергий константа связи сильных взаимодействий близка к единице и теория возмущений неприменима. Поэтому здесь используются различные феноменологические модели, как правило, основанные

**М.К. Волков.** Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединённый институт ядерных исследований, ул. Жолио Кюри 6, 141980 Дубна, Московская обл., Российская Федерация  
E-mail: [volkov@theor.jinr.ru](mailto:volkov@theor.jinr.ru)

**А.Б. Арбузов.** Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединённый институт ядерных исследований, ул. Жолио Кюри 6, 141980 Дубна, Московская обл., Российская Федерация; Государственный университет "Дубна", ул. Университетская 19, 141982 Дубна, Московская обл., Российская Федерация  
E-mail: [arbuzov@theor.jinr.ru](mailto:arbuzov@theor.jinr.ru)

Статья поступила 21 июля 2016 г.

<sup>1</sup> ВЭПП — аббр. от "Встречные электрон-позитронные пучки".

на киральной симметрии сильных взаимодействий [1] и гипотезе векторной доминантности для электромагнитных взаимодействий [2]. Существенным недостатком большинства этих моделей является необходимость введения дополнительных произвольных параметров при описании каждого нового класса процессов. В результате такие модели в значительной степени теряют предсказательную силу.

Среди различных феноменологических моделей сильных взаимодействий в этом отношении заметно выделяется модель Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ (Nambu–Jona-Lasinio — NJL)) [3–12]. Эта модель основана на эффективном четырёхкварковом кирально-симметричном взаимодействии, мотивированном КХД [13]. В модели заложен механизм спонтанного нарушения киральной симметрии, позволяющий выразить массы составляющих кварков через массы токовых и кварковый конденсат. Полезно отметить, что эта модель автоматически включает в себя модель векторной доминантности [6, 8, 14].

Модель НИЛ успешно описывает целый ряд физических свойств мезонов, включая спектр масс и их взаимодействия при низких энергиях, с использованием ограниченного числа фиксированных параметров. Причём эти параметры в рамках модели НИЛ имеют фундаментальное значение: массы кварков, единый параметр обрезания интегралов по кварковым петлям, две константы эффективного четырёхкваркового взаимодействия и параметр взаимодействия 'т Хофта. Для фиксации указанных параметров используется соответствующее число наблюдаемых: массы мезонов  $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$  и  $\rho$ , ширины распадов  $\pi^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu$  и  $\rho \rightarrow \pi\pi$ . В дальнейшем эти параметры остаются неизменными, что позволяет последовательно делать предсказания для спектров масс нонетов скалярных, псевдоскалярных и векторных мезонов и характеристик их низкоэнергетических взаимодействий друг с другом в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными (см., например, обзоры [8, 10, 12, 15, 16]).

Основной задачей настоящего обзора является рассмотрение теоретических подходов к описанию процессов рождения мезонов на встречных  $e^-e^+$ -пучках и в распадах  $\tau$ -лептонов. При энергиях до 2 ГэВ эти процессы, как отмечалось выше, имеют сходные механизмы: определяющую роль в них играют промежуточные мезоны как в основном, так и в первом радиально возбуждённом состояниях. Действительно, более высокие радиально возбуждённые состояния имеют слишком большие массы, и их вклады в рассматриваемые процессы незначительны.

Для учёта возбуждённых состояний в рамках феноменологических моделей существуют различные подходы, предполагающие введение новых степеней свободы и дополнительных параметров. В большинстве моделей дополнительные параметры приходится вводить при рассмотрении каждого нового класса процессов. В этом отношении особый интерес приобретает расширенная модель Намбу–Иона-Лазинио [11, 16–19], которая даёт возможность учитывать одновременно и основные, и первые радиально возбуждённые состояния мезонов. Эта модель позволяет ввести радиально возбуждённые состояния мезонов с помощью формфактора полиномиального типа, квадратичного по поперечному импульсу кварка. При этом сохраняются киральная сим-

метрия и механизм её спонтанного нарушения. Величина кваркового конденсата и массы составляющих кварков остаются такими же, как и в стандартной модели НИЛ. Эти требования приводят к существенному ограничению числа дополнительных параметров модели.

Структура обзора следующая. В разделе 2 дано описание расширенной модели Намбу–Иона-Лазинио (Extended Nambu–Jona-Lasinio — ENJL) для нонетов псевдоскалярных и векторных мезонов и для изовекторного заряженного скалярного каона. В разделе 3 рассмотрены процессы Примакова и фоторождение пионов и  $\eta$ -мезонов в ускорительных экспериментах на  $e^-e^+$ -пучках. В разделе 4 представлены результаты для различных процессов образования мезонов в электрон-позитронной аннигиляции. Раздел 5 посвящён описанию полуплептонных распадов  $\tau$ -лептонов. При этом в разделах 3–5 систематически проводится сравнение с результатами, полученными в других феноменологических моделях. В разделе 6 представлен общий анализ полученных результатов.

## 2. Расширенная модель Намбу–Иона-Лазинио

Кирально-симметричное четырёхкварковое взаимодействие с наличием нелокальных токов имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{(4)} = \frac{G_1}{2} \int d^4x \sum_{j=1}^9 \sum_{i=1}^2 [J_{S,i}^j(x) J_{S,i}^j(x) + J_{P,i}^j(x) J_{P,i}^j(x)] - \int d^4x \sum_{j=1}^9 \sum_{i=1}^2 \left( \frac{G_2}{2} J_{V,i}^{j,\mu}(x) J_{V,i,\mu}^j(x) + \frac{G_3}{2} J_{A,i}^{j,\mu}(x) J_{A,i,\mu}^j(x) \right), \quad (1)$$

где  $G_i$  — константы взаимодействий. Скалярный ( $S$ ), псевдоскалярный ( $P$ ), векторный ( $V$ ) и аксиально-векторный ( $A$ ) кварковые токи имеют вид

$$J_{S(P),i}^j(x) = \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{q}(x_1) F_{S(P),i}^j(x; x_1, x_2) q(x_2), \quad (2)$$

$$J_{V(A),i}^{j,\mu}(x) = \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{q}(x_1) F_{V(A),i}^{j,\mu}(x; x_1, x_2) q(x_2),$$

где  $\bar{q} = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$  — поля кварков  $u$ ,  $d$  и  $s$ . Значения основных параметров модели и способы их определения через наблюдаемые величины определены в работах [18, 20]. Для описания мезонов, содержащих кварки, будет введено также взаимодействие 'т Хофта [21, 22]. Формфакторы  $F(x; x_1, x_2)$  для локального взаимодействия, описывающего основные состояния мезонов, выражаются как

$$\begin{aligned} F_{S,1}^j(x; x_1, x_2) &= \tau^j \delta(x_1 - x) \delta(x_2 - x), \\ F_{P,1}^j(x; x_1, x_2) &= i\gamma_5 \tau^j \delta(x_1 - x) \delta(x_2 - x), \\ F_{V,1}^{j,\mu}(x; x_1, x_2) &= \gamma^\mu \tau^j \delta(x_1 - x) \delta(x_2 - x), \\ F_{A,1}^{j,\mu}(x; x_1, x_2) &= \gamma_5 \gamma^\mu \tau^j \delta(x_1 - x) \delta(x_2 - x), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\gamma^\mu$  и  $\gamma_5$  — стандартные матрицы Дирака.

Для описания возбуждённых состояний используются нелокальные формфакторы, в координатном представлении имеющие довольно громоздкий вид (см. [17]). Поскольку в дальнейшем мы будем работать в импульс-

ном представлении, приведём появляющиеся там более простые выражения:

$$\begin{aligned} F_{S,2}^j(\mathbf{k}^2) &= \tau^j c_S^j f_j(\mathbf{k}^2), \\ F_{P,2}^j(\mathbf{k}^2) &= i\gamma_5 \tau^j c_P^j f_j(\mathbf{k}^2), \\ F_{V,2}^{j,\mu}(\mathbf{k}^2) &= \gamma^\mu \tau^j c_V^j f_j(\mathbf{k}^2), \\ F_{A,2}^{j,\mu}(\mathbf{k}^2) &= \gamma_5 \gamma^\mu \tau^j c_A^j f_j(\mathbf{k}^2). \end{aligned} \quad (4)$$

где  $c_S^j, c_P^j, c_V^j, c_A^j$  — коэффициенты в формфакторах возбуждённых состояний мезонов. Индекс  $j = 1, \dots, 9$  определяет базис элементов  $\tau^j$  ароматовой группы  $U(3)$  [23]. Выбранный нами базис немного отличается от стандартного набора  $\lambda$ -матриц Гелл-Мана:

$$\begin{aligned} \tau_k &= \lambda_k, \quad k = 1, \dots, 7, \\ \tau_8 &= \frac{\lambda_0 + \lambda_8}{\sqrt{3}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \tau_9 &= \frac{-\lambda_0 + \sqrt{2}\lambda_8}{\sqrt{3}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для описания первых радиально возбуждённых состояний введены функции  $f_j(\mathbf{k}^2)$ , которые имеют вид полинома второй степени по трёхмерному импульсу кварков<sup>2</sup>:

$$f_j(\mathbf{k}^2) \equiv 1 + d_j \mathbf{k}^2. \quad (6)$$

Параметры наклона  $d_j$  однозначно определяются из требования, чтобы учёт возбуждённых состояний не приводил к изменению величины кваркового конденсата, что равносильно условию неизменности масс составляющих кварков. Это требование сводится к требованию равенства нулю однопетлевого интеграла с одним кварковым пропагатором (типа "головастик") с одним формфактором в вершине:

$$-iN_c \operatorname{tr} \int_{A_3} \frac{d^4 k}{2\pi^4} \frac{f_j(\mathbf{k}^2)}{\hat{k} - m} = 0, \quad (7)$$

где масса составляющего кварка  $m$  равна либо  $m_u = m_d = 280$  МэВ, либо  $m_s = 420$  МэВ;  $A_3 = 1,03$  ГэВ — параметр обрезания по трёхмерному импульсу [18, 20],  $N_c = 3$  — число цветов кварков. Параметры наклона несколько различаются для случаев лёгких (u и d) и странных (s) кварков, а именно  $d_u = -1,784$  ГэВ<sup>-2</sup> и  $d_s = -1,727$  ГэВ<sup>-2</sup>. Важно отметить, что указанные величины не являются произвольными параметрами модели, однако этого нельзя сказать про коэффициенты  $c_V^j$ , которые определяются массами возбуждённых состояний мезонов. Заметим, что функции  $f_j(\mathbf{k}^2)$  определяют взаимодействия мезонов между собой.

Учтём также шестикварковое взаимодействие 'т Хофта [21, 22], которое имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{(6)} = -K \left\{ \det [\bar{q}(1 + \gamma_5)q] + \det [\bar{q}(1 - \gamma_5)q] \right\}, \quad (8)$$

<sup>2</sup> Формфакторы в действительности зависят от поперечной части импульса кварка  $k^\perp \equiv k - (kP/P^2)P$ , где  $P$  — 4-импульс мезона. В системе покоя мезона поперечный импульс приобретает простой вид:  $k^\perp = \{0, \mathbf{k}\}$ . Поэтому в качестве аргумента мы берём  $\mathbf{k}$ .

где  $K$  — константа взаимодействия 'т Хофта. Для объединения этого взаимодействия с исходным лагранжианом модели НИЛ (1) требуется провести одно спаривание кварковых полей (всеми возможными способами), что приводит к появлению недиагонального взаимодействия лёгких и странных кварков. Было показано [10, 15, 22], что это позволяет решить  $U_A(1)$ -проблему и описать состояния изоскалярных  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов.

С учётом взаимодействия 'т Хофта четырёхкварковый лагранжиан НИЛ можно представить в виде [16, 24]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\bar{q}, q) &= \int d^4 x \bar{q}(x) (i\cancel{\partial} - m^0) q(x) + \\ &+ \frac{1}{2} \int d^4 x \sum_{a=1}^9 \sum_{b=1}^9 [G_{ab}^{(-)} J_{S,1}^a(x) J_{S,1}^b(x) + G_{ab}^{(+)} J_{P,1}^a(x) J_{P,1}^b(x)] + \\ &+ \int d^4 x \sum_{a=1}^9 \frac{G_a}{2} [J_{S,2}^a(x) J_{S,2}^a(x) + J_{P,2}^a(x) J_{P,2}^a(x)] - \\ &- \frac{G_2}{2} \int d^4 x \sum_{a=1}^9 \sum_{i=1}^2 J_{V,i}^{a,\mu}(x) J_{V,i,\mu}^a(x) - \\ &- \frac{G_3}{2} \int d^4 x \sum_{a=1}^9 \sum_{i=1}^2 J_{A,i}^{a,\mu}(x) J_{A,i,\mu}^a(x), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $m^0$  — токовая масса кварка,

$$\begin{aligned} G_{11}^\pm &= G_{22}^\pm = G_{33}^\pm = G_1 \pm 4Km_s I_1(m_s), \\ G_{44}^\pm &= G_{55}^\pm = G_{66}^\pm = G_{77}^\pm = G_1 \pm 4Km_u I_1(m_u), \\ G_{88}^\pm &= G_1 \mp 4Km_s I_1(m_s), \quad G_{99}^\pm = G_1, \\ G_{89}^\pm &= G_{98}^\pm = \pm 4\sqrt{2}Km_u I_1(m_u), \\ G_{ab} &= 0, \quad a \neq b, \quad a, b = 1, \dots, 7. \end{aligned} \quad (10)$$

Введём общее обозначение для возникающих при расчётах петлевых интегралов:

$$\begin{aligned} I_n^{(l)}(m) &= -iN_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{f^l(\mathbf{k}^2)}{(k^2 - m^2 + i0)^n} \times \\ &\times \Theta(A_3^2 - \mathbf{k}^2), \quad l = 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $\Theta$  — тета-функция Хевисайда. Константа при возбуждённых скалярных и псевдоскалярных мезонах

$$G_a = G_1 (c_P^a)^2. \quad (12)$$

После проведения стандартной процедуры бозонизации получаем

$$\begin{aligned} L(\bar{q}, q; \sigma, \varphi, V, A) &= \int d^4 x_1 \int d^4 x_2 \bar{q}(x_1) \times \\ &\times \left[ (i\cancel{\partial}_{x_2} - m^0) \delta(x_1 - x_2) + \right. \\ &+ \left. \int d^4 x \sum_{i=1}^2 \sum_{a=1}^9 \left( \sigma_i^a(x) F_{\sigma_i}^a(x; x_1, x_2) + \varphi_i^a(x) F_{\varphi_i}^a(x; x_1, x_2) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. V_{i,\mu}^a(x) F_{V_i}^{a,\mu}(x; x_1, x_2) + A_{i,\mu}^a(x) F_{A_i}^{a,\mu}(x; x_1, x_2) \right) \right] q(x_2) - \\ &- \sum_{a,b=1}^9 \int d^4 x \left\{ \frac{1}{2} \left[ (G_{ab}^-)^{-1} \sigma_1^a(x) \sigma_1^b(x) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. (G_{ab}^+)^{-1} \varphi_1^a(x) \varphi_1^b(x) \right] - \frac{1}{2G_V} \left[ (V_1^{a,\mu}(x))^2 + (A_1^{a,\mu}(x))^2 \right] \right\} - \end{aligned}$$

$$- \int d^4x \left\{ \frac{1}{2G_1} \left[ (\sigma_2^a(x))^2 + (\phi_2^a(x))^2 \right] - \frac{1}{2G_V} \left[ (V_2^{a,\mu}(x))^2 + (A_2^{a,\mu}(x))^2 \right] \right\}. \quad (13)$$

Здесь  $\varphi$ ,  $V$ ,  $A$  — псевдоскалярные, векторные и аксиально-векторные поля соответственно.

Среди введённых бозонных полей выделяются скалярные изоскалярные поля  $\sigma_1^{8,9}$ , которые имеют ненулевые вакуумные средние,  $\langle \sigma_1^{8,9} \rangle = \sigma_0^{8,9} \neq 0$ . Посредством следующего тождественного преобразования, вычитая из  $\sigma_1^{8,9}$  их вакуумные ожидания и добавляя их к токовым массам кварков  $m^0$ , мы переходим к физическим полям и получаем конститuentные массы кварков вместо токовых [10, 17]:

$$m_u^0 = m_u(1 - 8G_{88}^{(-)}I_1^{(0)}(m_u)), \quad (14)$$

$$m_s^0 = m_s(1 - 8G_{99}^{(-)}I_1^{(0)}(m_s)). \quad (15)$$

В настоящем обзоре мы ограничимся описанием процессов электрон-позитронной аннигиляции в адроны и распадов  $\tau$ -лептонов с минимальным числом (не более трёх) мезонов в конечном состоянии.

## 2.1. Лагранжиан для пионов

Из формулы (13) для свободного лагранжиана пионных полей в однопетлевом по кваркам приближении после перенормировки мезонных полей получаем (см. детали в [18, 25]):

$$L^{(2)}(\pi_{1,2}) = -\pi_1^2 \frac{M_{\pi_1}^2}{2} - \pi_2^2 \frac{M_{\pi_2}^2}{2} + \frac{P^2}{2} (\pi_1^2 + 2R_\pi \pi_1 \pi_2 + \pi_2^2). \quad (16)$$

Здесь  $P$  — оператор импульса мезона,

$$R_\pi = \frac{I_2^{(1)}(m_u)\sqrt{Z}}{\sqrt{I_2^{(0)}(m_u)I_2^{(2)}(m_u)}}, \quad (17)$$

где мы учли  $\pi$ - $a_1$ -переходы,

$$Z = 1 - \frac{6m_u^2}{M_{a_1}^2}. \quad (18)$$

Обратим внимание на то, что были сделаны две перенормировки мезонных полей. Первая связана с приведением кинетических членов к нормальному виду путём поглощения мезонными полями интегралов  $I_2$ , возникших из кварковых петель. Вторая перенормировка связана с учётом возможных переходов между пионами и аксиально-векторными мезонами. Это приводит к появлению дополнительного множителя  $\sqrt{Z}$  при перенормировочном коэффициенте для основного состояния пионов [8]. Аналогичной перенормировкой для возбуждённых состояний можно пренебречь, поскольку соответствующий коэффициент  $\sqrt{Z} = (1 - R_\pi^2 6m_u^2/M_{a_1}^2)^{1/2} \approx 1$  (см. [18]).

Массы нефизических мезонов определены как

$$M_{\pi_1}^2 = g_{\pi_1}^2 \left( \frac{1}{G_\pi} - 8I_1^{(0)}(m_u) \right), \quad (19)$$

$$M_{\pi_2}^2 = g_{\pi_2}^2 \left( \frac{1}{(c^\pi)^2 G_1} - 8I_1^{(2)}(m_u) \right),$$

где  $G_\pi = G_{11}^+$ ,  $c^\pi = c^1_p$ . Константы  $g_{\pi_1} = (4ZI_2^{(0)}(m_u))^{-1/2}$  и  $g_{\pi_2} = (4I_2^{(2)}(m_u))^{-1/2}$  являются константами перенормировки пионных полей. После перенормировки они также становятся константами связи кварк-мезонного взаимодействия в лагранжиане (13).

После диагонализации лагранжиана (16) получаем свободный лагранжиан стандартного вида для физических полей:

$$L^{(2)}(\pi, \pi') = -\pi^2 \frac{M_\pi^2}{2} - \pi'^2 \frac{M_{\pi'}^2}{2} + \frac{P^2}{2} (\pi^2 + \pi'^2). \quad (20)$$

Здесь массы мезонов  $\pi$  и  $\pi' \equiv \pi(1300)$  выражаются через массы нефизических мезонов  $M_{\pi_1, \pi_2}$  следующим образом [18, 19, 25]:

$$M_\pi^2(M_{\pi'}^2) = \frac{1}{2(1 - R_\pi^2)} \left[ M_{\pi_1}^2 + M_{\pi_2}^2 - (+) - (+) \sqrt{(M_{\pi_1}^2 - M_{\pi_2}^2)^2 + (2M_{\pi_1}M_{\pi_2}R_\pi)^2} \right]. \quad (21)$$

Эта диагонализация достигается следующим преобразованием:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{\sin(\alpha + \alpha_0)\pi - \cos(\alpha + \alpha_0)\pi'}{\sqrt{Z} \sin(2\alpha_0)}, \\ \pi_2 &= \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)\pi - \cos(\alpha - \alpha_0)\pi'}{\sin(2\alpha_0)}. \end{aligned} \quad (22)$$

Обратим внимание на то, что данные преобразования пионных полей носят неунитарный характер, поскольку они содержат, помимо поворота, сжатие, связанное с перенормировкой. Углы смешивания находятся из соотношений

$$\sin \alpha_0 = \sqrt{\frac{1 + R_\pi}{2}}, \quad (23)$$

$$\tan(2\alpha - \pi) = \sqrt{\frac{1}{R_\pi^2} - 1} \frac{M_{\pi_1}^2 - M_{\pi_2}^2}{M_{\pi_1}^2 + M_{\pi_2}^2}.$$

В результате кварк-пионное взаимодействие приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} L(\pi, q) &= \bar{q}(p') \left\{ A_\pi \gamma_5 [\tau^3 \pi^0(k) + \sqrt{2} \tau^+ \pi^+(k) + \sqrt{2} \tau^- \pi^-(k)] - A_{\pi'} \gamma_5 [\tau^3 (\pi^0)'(k) + \sqrt{2} \tau^+ (\pi^+)'(k) + \sqrt{2} \tau^- (\pi^-)'(k)] \right\} q(p), \end{aligned} \quad (24)$$

$k = p' - p$ , где  $p'$  и  $p$  — импульсы кварков,  $\tau^\pm = (\tau^1 \pm i\tau^2)/\sqrt{2}$ ,

$$A_\pi = g_{\pi_1} \frac{\sin(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} + g_{\pi_2} f_u(\mathbf{k}^2) \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)},$$

$$A_{\pi'} = g_{\pi_1} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} + g_{\pi_2} f_u(\mathbf{k}^2) \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)},$$

$f_u(\mathbf{k}^2)$  — формфактор для лёгких кварков, определённый формулой (6).

Параметры  $G_1$  и  $c^\pi$  находятся с помощью (19) из значений масс  $M_{\pi_1}$  и  $M_{\pi_2}$ , которые в свою очередь вы-

ражаются через массы физических пионов:

$$M_{\pi_1}^2(M_{\pi_2}^2) = \gamma \frac{M_{\pi}^2 + M_{\pi'}^2}{2} - (+) \\ - (+) \sqrt{\gamma^2 \frac{(M_{\pi}^2 + M_{\pi'}^2)^2}{4} - \gamma M_{\pi}^2 M_{\pi'}^2}, \quad (25) \\ \gamma = 1 - R_{\pi}^2.$$

Однако здесь присутствует ещё третий, до сих пор не фиксированный, параметр — константа взаимодействия  $\tau$  Хофта  $K$ . Этот параметр будет определён по значениям масс  $\eta$  и  $\eta'$  в разделе 2.5 (см. формулу (42)).

## 2.2. Лагранжиан для векторных мезонов

Аналогичным образом строится расширенная модель НИЛ для векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\phi$ . После перенормировки  $V^{\mu} \rightarrow V_r^{\mu}$  свободный лагранжиан модели для нефизических векторных мезонов принимает вид

$$L^{(2)}(\rho, \omega, \phi) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \sum_{a=1}^5 V_{r,i}^{\mu,a} R_{i,j}^{\mu\nu} V_{r,j}^{\nu,a}, \\ R_{11}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} P^2 - P^{\mu} P^{\nu} - g^{\mu\nu} M^2(V_1^a), \\ R_{22}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} P^2 - P^{\mu} P^{\nu} - g^{\mu\nu} M^2(V_2^a), \\ R_{12}^{\mu\nu} = R_{21}^{\mu\nu} = R_{V^a} (g^{\mu\nu} P^2 - P^{\mu} P^{\nu}), \\ R_{V^b} \Big|_{b=1,2,3,4} \equiv R_{V_u} = \frac{I_2^{(1)}(m_u)}{\sqrt{I_2^{(0)}(m_u) I_2^{(2)}(m_u)}}, \\ R_{V^s} \equiv R_{V_s} = \frac{I_2^{(1)}(m_s)}{\sqrt{I_2^{(0)}(m_s) I_2^{(2)}(m_s)}}, \\ M^2(V_1^b) = M^2(\rho_1, \omega_1) = \frac{g_{\rho_1}^2}{4G_2}, \\ M^2(V_2^b) = M^2(\rho_2, \omega_2) = \frac{g_{\rho_2}^2}{4G_2(c^{\rho})^2}, \\ g_{\rho}^2 \equiv g_{\rho_1}^2 = \frac{3}{2I_2^{(0)}(m_u)}, \quad g_{\rho_2}^2 = \frac{3}{2I_2^{(2)}(m_u)}, \\ M^2(V_1^s) = M^2(\phi_1) = \frac{g_{\phi_1}^2}{4G_2}, \\ M^2(V_2^s) = M^2(\phi_2) = \frac{g_{\phi_2}^2}{4G_2(c^{\phi})^2}, \\ g_{\phi_1}^2 = \frac{3}{2I_2^{(0)}(m_s)}, \quad g_{\phi_2}^2 = \frac{3}{2I_2^{(2)}(m_s)}. \quad (26)$$

Диагонализация свободного лагранжиана для векторных мезонов осуществляется с помощью углов  $\beta_0^u$ ,  $\beta^u$ ,  $\beta_0^s$  и  $\beta^s$ :

$$\sin \beta_0^{u,s} = \sqrt{\frac{1 + R_{V^{b,s}}}{2}}, \quad (27)$$

$$\tan(2\beta^{u,s} - \pi) = \sqrt{\frac{1}{R_{V^{b,s}}^2} - 1} \frac{M^2(V_1^{b,s}) - M^2(V_2^{b,s})}{M^2(V_1^{b,s}) + M^2(V_2^{b,s})}.$$

После преобразований, аналогичных тем, которые сделаны для пионных полей, получаем лагранжиан взаимодействий физических векторных мезонов с квар-

ками:

$$L(\rho, \omega, \phi; q) = \bar{q}(p') \left[ \sum_{a=1}^3 A_{\rho} \tau_a \hat{\rho}_a(k) + A_{\omega} \tau_8 \hat{\omega}(k) + A_{\phi} \tau_9 \hat{\phi}(k) - \sum_{a=1}^3 A_{\rho'} \tau_a \hat{\rho}'_a(k) - A_{\omega'} \tau_8 \hat{\omega}'(k) - A_{\phi'} \tau_9 \hat{\phi}'(k) \right] q(p),$$

$$k = p' - p, \quad \rho^{\pm} = \frac{\rho_1 \pm i\rho_2}{\sqrt{2}}, \quad \hat{V} \equiv V^{\mu} \gamma_{\mu},$$

$$A_{\rho} = A_{\omega} = \frac{g_{\rho_1}}{2} \frac{\sin(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} + \frac{g_{\rho_2}}{2} f(\mathbf{k}^2) \frac{\sin(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)},$$

$$A_{\rho'} = A_{\omega'} = \frac{g_{\rho_1}}{2} \frac{\cos(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} + \frac{g_{\rho_2}}{2} f(\mathbf{k}^2) \frac{\cos(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)},$$

$$A_{\phi} = \frac{g_{\phi_1}}{2} \frac{\sin(\beta^s + \beta_0^s)}{\sin(2\beta_0^s)} + \frac{g_{\phi_2}}{2} f(\mathbf{k}^2) \frac{\sin(\beta^s - \beta_0^s)}{\sin(2\beta_0^s)},$$

$$A_{\phi'} = \frac{g_{\phi_1}}{2} \frac{\cos(\beta^s + \beta_0^s)}{\sin(2\beta_0^s)} + \frac{g_{\phi_2}}{2} f(\mathbf{k}^2) \frac{\cos(\beta^s - \beta_0^s)}{\sin(2\beta_0^s)}.$$

## 2.3. Лагранжиан для К-мезонов

В расширенной модели НИЛ лагранжиан взаимодействия странных мезонов с кварками имеет вид

$$\Delta L_{\text{int}}(q, \bar{q}, K, K_0^*, K^*) = \bar{q} \left[ i\gamma^5 \sum_{j=+,-} \tau_j (a_K K^j + b_K \tilde{K}^j) + \sum_{j=+,-} \tau_j (a_{K_0^*} K_0^{*j} + b_{K_0^*} \tilde{K}_0^{*j}) + \frac{1}{2} \gamma^{\mu} \sum_{j=+,-} \tau_j (a_{K^*} K_{\mu}^{*j} + b_{K^*} \tilde{K}_{\mu}^{*j}) \right] q, \quad (28)$$

где  $K^{\pm}$ ,  $K_0^{*\pm}$  и  $K^{*\pm}$  — псевдоскалярные, скалярные и векторные странные мезоны соответственно. Их первые радиально возбуждённые состояния помечены волной сверху;  $\tau_+$ ,  $\tau_-$  — матрицы,

$$\tau_+ = \frac{\lambda_4 + i\lambda_5}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (29) \\ \tau_- = \frac{\lambda_4 - i\lambda_5}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Коэффициенты  $a_r$  и  $b_r$  получены в результате диагонализации исходного лагранжиана для каонов,

$$a_r = \frac{1}{\sin(2\theta_r^0)} \left[ g_r \sin(\theta_r + \theta_r^0) + g'_r f_{\text{us}}(\mathbf{k}^2) \sin(\theta_r - \theta_r^0) \right], \\ b_r = -\frac{1}{\sin(2\theta_r^0)} \left[ g_r \cos(\theta_r + \theta_r^0) + g'_r f_{\text{us}}(\mathbf{k}^2) \cos(\theta_r - \theta_r^0) \right], \\ r = K, K_0^*, K^*. \quad (30)$$

## 2.4. Лагранжиан для $\eta$ -мезонов

После бозонизации и учёта кварковых петель с двумя вершинами с различными  $\eta$ -мезонами на концах и проведения перенормировки, подобной той, которая была сделана в случае пионов, приходим к недиагональному свободному лагранжиану для псевдоскалярных

изоскалярных полей следующего вида:

$$L^{(2)}(\Phi) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^4 \Phi_i \mathcal{K}_{ij}(P) \Phi_j, \quad (31)$$

где  $\Phi = (\varphi_1^8, \varphi_2^8, \varphi_1^9, \varphi_2^9)$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{11}(P) &= P^2 - M_{\varphi_1^8}^2, \\ \mathcal{K}_{22}(P) &= P^2 - M_{\varphi_2^8}^2, \\ \mathcal{K}_{33}(P) &= P^2 - M_{\varphi_1^9}^2, \\ \mathcal{K}_{44}(P) &= P^2 - M_{\varphi_2^9}^2, \\ \mathcal{K}_{12}(P) &= \mathcal{K}_{21}(P) = R_{\eta_u} P^2, \\ \mathcal{K}_{34}(P) &= \mathcal{K}_{43}(P) = R_{\eta_s} P^2, \\ \mathcal{K}_{13}(P) &= \mathcal{K}_{31}(P) = g_{s_1} g_{s_2} \frac{2}{G_{89}^+}, \\ \mathcal{K}_{14}(P) &= \mathcal{K}_{41}(P) = \mathcal{K}_{24}(P) = \mathcal{K}_{42}(P) = 0, \\ \mathcal{K}_{23}(P) &= \mathcal{K}_{32}(P) = 0, \\ R_{\eta_u} &= R_{\pi}, \quad R_{\eta_s} = R_{V^s}, \\ g_{s_1} &= \frac{1}{\sqrt{4I_2^{(0)}(m_s)}}, \quad g_{s_2} = \frac{1}{\sqrt{4I_2^{(2)}(m_s)}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Массы нефизических мезонов определяются формулами

$$\begin{aligned} M_{\varphi_1^8}^2 &= g_{\pi_1}^2 \left( \frac{1}{G_{88}^-} - 8I_1(m_u) \right), \\ M_{\varphi_2^8}^2 &= g_{\pi_2}^2 \left( \frac{1}{(c_p^8)^2 G_1} - 8I_1^{(2)}(m_u) \right), \\ M_{\varphi_1^9}^2 &= g_{s_1}^2 \left( \frac{1}{G_{99}^-} - 8I_1(m_s) \right), \\ M_{\varphi_2^9}^2 &= g_{s_2}^2 \left( \frac{1}{(c_p^9)^2 G_1} - 8I_1^{(2)}(m_s) \right). \end{aligned} \quad (33)$$

Переход к физическим полям  $\Phi_{\text{ph}} = (\eta, \hat{\eta}, \eta', \hat{\eta}')$  совершается с помощью диагонализации матрицы  $\mathcal{K}_{ij}$  численным методом. В результате получена [25] матрица смешивания, приведённая в табл. 1. Эта матрица позволяет описать взаимодействия физических  $\eta$ -мезонов с кварками через ранее определённые взаимодействия нефизических мезонов:

$$\begin{aligned} L_{\text{int}}(\eta, q) &= \bar{q}(k') \left( i\gamma_5 \sum_{j=8,9} \tau_j \sum_{\eta=\eta, \hat{\eta}, \eta', \hat{\eta}'} A_{\mathbf{q}}^j(\mathbf{p}) \right) q(k), \\ A_{\eta, \hat{\eta}, \eta', \hat{\eta}'}^j &= g_{j,1} b_{\eta, \hat{\eta}, \eta', \hat{\eta}'}^{\varphi_1^j} + g_{j,2} b_{\eta, \hat{\eta}, \eta', \hat{\eta}'}^{\varphi_2^j} f_j(\mathbf{k}^2), \end{aligned} \quad (34)$$

где  $g_{8,1} = g_{\pi_1}$ ,  $g_{8,2} = g_{\pi_2}$ ,  $g_{9,1} = g_{s_1}$ ,  $g_{9,2} = g_{s_2}$ , а коэффициенты  $b_{\eta, \hat{\eta}, \eta', \hat{\eta}'}^{\varphi_j^i}$  являются элементами матрицы смешивания, приведёнными в табл. 1.

**Таблица 1.** Коэффициенты матрицы смешивания для  $\eta$ -мезонов

$R_{i,j}$	$\eta$	$\hat{\eta}$	$\eta'$	$\hat{\eta}'$
$\varphi_1^8$	0,71	0,62	-0,32	0,56
$\varphi_2^8$	0,11	-0,87	-0,48	-0,54
$\varphi_1^9$	0,62	0,19	0,56	-0,67
$\varphi_2^9$	0,06	-0,66	0,30	0,82

## 2.5. Значения параметров модели

В модели НИЛ выполняется соотношение Голдбергера – Треймана, следующее из вычислений ширины распада  $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu$ :

$$g_{\pi_1} \equiv g_\pi = \frac{m_u}{F_\pi}, \quad (35)$$

где  $F_\pi$  — константа распада пиона. С другой стороны [8],

$$\frac{m_u^2}{F_\pi^2} = Z^{-1} \frac{g_p^2}{6} = \left( 1 - \frac{6m_u^2}{m_{a_1}^2} \right)^{-1} \frac{g_p^2}{6}. \quad (36)$$

Из соотношения (36), используя экспериментальные значения параметров  $F_\pi \approx 92,8$  МэВ,  $g_p \approx 6,14$  и  $m_{a_1} \approx 1230$  МэВ, мы получаем  $m_u = 280$  МэВ. Масса странного кварка  $m_s = 420$  МэВ была зафиксирована в работе [26] через экспериментальные значения для масс К-мезонов. При этом значение массы  $\phi$ -мезона, вычисленное в модели, находилось в удовлетворительном согласии с результатами экспериментов.

Параметр  $g_p$  выражается через интеграл  $I_2^{(0)}$ , зависящий от параметра обрезания  $\Lambda_3$  (см. уравнения (26)). Отсюда следует  $\Lambda_3 = 1,03$  ГэВ. По значениям параметра обрезания, масс кварков и параметров наклона формфакторов рассчитываются значения для интегралов, через которые выражаются константы связи кварк-мезонных взаимодействий:

$$\begin{aligned} g_{p_2} &= 9,87, \quad g_{\pi_2} = \frac{g_{p_2}}{\sqrt{6}} = 4,03, \\ g_{s_1} &= 3,00, \quad g_{s_2} = 5,28, \\ g_{\phi_1} &= 7,34, \quad g_{\phi_2} = 12,54. \end{aligned} \quad (37)$$

При этом получаем также значения

$$\begin{aligned} R_{V_u} &\approx 0,545, \quad R_{\eta_u} = R_\pi = \sqrt{Z} R_{V_u} \approx 0,474, \\ R_{\eta_s} &= R_{V_s} \approx 0,411, \quad Z \approx 0,69. \end{aligned} \quad (38)$$

Углы смешивания возбуждённых и невозбуждённых пионов  $\alpha_0 \approx 59,12^\circ$  и  $\alpha \approx 59,48^\circ$  получены в работах [18, 19]. Соответствующие углы для  $\phi$ -мезонов  $\beta_0^s \approx 57,13^\circ$  и  $\beta^s \approx 68,4^\circ$ . Для  $\rho$ -мезонов  $\beta_0 \approx 61,5^\circ$  и  $\beta \approx 81,8^\circ$ .

Для полноты изложения приведём некоторые значения интегралов с двумя пропагаторами и разным числом формфакторов:

$$\begin{aligned} I_2^{(0)}(m_u) &\approx 0,0398, \quad I_2^{(1)}(m_u) \approx 0,0135, \\ I_2^{(2)}(m_u) &\approx 0,0154. \end{aligned} \quad (39)$$

Параметры наклона формфактора и углы смешивания каонов имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} d_{\text{us}} &= -1,761 \text{ ГэВ}^{-2}, \\ \theta_K &= 58,11^\circ, \quad \theta_{K_0^*} = 74^\circ, \quad \theta_{K^*} = 84,74^\circ, \\ \theta_K^0 &= 55,52^\circ, \quad \theta_{K_0^*}^0 = 60^\circ, \quad \theta_{K^*}^0 = 59,56^\circ. \end{aligned} \quad (40)$$

Константы связи

$$\begin{aligned} g_K &= \left( \frac{4}{Z_K} I_2^{(0)}(m_u, m_s) \right)^{-1/2} \approx 3,77, \\ g_K' &= (4I_2^{(0)}(m_u, m_s))^{-1/2} \approx 4,69, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_{K_0} &= (4I_2^{(0)}(m_u, m_s))^{-1/2} \approx 2,78, \\
g'_{K_0} &= (4I_2^{(0)}(m_u, m_s))^{-1/2} \approx 4,69, \\
g_{K^*} &= \left(\frac{2}{3} I_2^{(0)}(m_u, m_s)\right)^{-1/2} \approx 6,81, \\
g'_{K^*} &= \left(\frac{2}{3} I_2^{(n)}(m_u, m_s)\right)^{-1/2} \approx 11,49, \\
I_2^{(n)}(m_1, m_2) &= -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int d^4k \Theta(A_3^2 - \mathbf{k}^2) \frac{f_{1,2}^n(\mathbf{k}^2)}{(m_1^2 - k^2)(m_2^2 - k^2)}, \\
Z_K &= \left[1 - \frac{3}{2} \frac{(m_u + m_s)^2}{M_{K_1}^2}\right]^{-1} \approx 1,83. \quad (41)
\end{aligned}$$

В результате диагонализации получаем массы основных и первых радиальных возбуждений соответствующих мезонов, приведённые в табл. 2 в сравнении с экспериментальными значениями [27] (мы берём значения масс нейтральных мезонов).

При диагонализации свободного лагранжиана  $\eta$ -мезонов использовались следующие значения параметров модели:

$$\begin{aligned}
G_1 &= 3,14 \text{ ГэВ}^{-2}, \quad K = 6,1 \text{ ГэВ}^{-5}, \\
c_P^8 &= 1,50, \quad c_P^9 = 1,66, \quad c^\pi = 144. \quad (42)
\end{aligned}$$

Здесь приведено значение параметра  $c^\pi$ , входящего в определение масс пионов (19).

В результате приведения свободного лагранжиана к диагональному виду получены значения масс физических  $\eta$ -мезонов:

$$\begin{aligned}
M_\eta &= 520 \text{ МэВ}, \quad M_{\eta'} = 910 \text{ МэВ}, \\
M_{\tilde{\eta}} &= 1280 \text{ МэВ}, \quad M_{\tilde{\eta}'} = 1470 \text{ МэВ}. \quad (43)
\end{aligned}$$

Соответствующие экспериментальные значения [27]:

$$\begin{aligned}
M_\eta^{\text{exp}} &\approx 548 \text{ МэВ}, \quad M_{\eta'}^{\text{exp}} \approx 958 \text{ МэВ}, \\
M_{\tilde{\eta}}^{\text{exp}} &= M_{\eta(1295)} \approx 1294 \text{ МэВ}, \\
M_{\tilde{\eta}'}^{\text{exp}} &= M_{\eta(1475)} \approx 1476 \text{ МэВ}. \quad (44)
\end{aligned}$$

При рассмотрении  $\eta$ -мезонов мы учитывали только кварк-антикварковые состояния и не принимали во

**Таблица 2.** Массы псевдоскалярных и векторных мезонов

Мезон	$M^{\text{theor}}$ , МэВ	$M^{\text{exp}}$ , МэВ
$\pi$	136	134,9766(6)
$\pi(1300)$	1300	1300(100)
$K$	490	497,611(13)
$K(1460)$	1300	$\sim 1460$
$\rho$	768	775,26(25)
$\rho(1450)$	1490	1465 (25)
$K^*(892)$	887	891,66(26)
$K^*(1410)$	1479	1414(15)
$K_0^*(800)$	900	682(29)
$K_0^*(1430)$	1500	1425(50)
$\phi(1020)$	1019	1019,461(19)
$\phi(1680)$	1682	1680(20)

внимание их возможное смешивание с псевдоскалярным глоболом.

### 3. Радиационные распады и процессы фоторождения мезонов

Этот раздел посвящён описанию процессов двухфотонных распадов нейтральных псевдоскалярных мезонов как в основном, так и в первом радиально возбуждённом состояниях. Рассмотрены также основные двухчастичные радиационные распады псевдоскалярных и векторных мезонов в основном и первом радиально возбуждённом состояниях. Кроме того, представлены результаты для разнообразных кросс-симметричных процессов с рождением нейтральных псевдоскалярных мезонов, изучаемых на электрон-позитронных коллайдерах.

#### 3.1. Двухфотонные распады пионов и $\eta$ -мезонов

Распад нейтрального пиона на два фотона, являющийся основной модой его распада, изучался как экспериментально, так и теоретически многими авторами. При описании этого процесса мы сталкиваемся с проблемой, известной как аномалия Адлера – Белла – Джайкива (Adler – Bell – Jackiw) (см. подробное обсуждение в книге [28]). В стандартной модели НИЛ этот процесс, а также аналогичные распады  $\eta$ - и  $\eta'$ -мезонов описаны в обзоре [8].

В расширенной модели НИЛ сечения распадов основного и возбуждённого состояний пионов на два фотона имеют вид [29]:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\pi \rightarrow \gamma\gamma} &= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{M_\pi^3}{16\pi m_u^2} \left[ I_0^{(3)}(m_u) g_{\pi_1} \frac{\sin(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} + \right. \\
&\quad \left. + I_1^{(3)}(m_u) g_{\pi_2} \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} \right]^2 = 8,0 \text{ эВ}, \quad (45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\pi' \rightarrow \gamma\gamma} &= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{M_{\pi'}^3}{16\pi m_u^2} \left[ I_0^{(3)}(m_u) g_{\pi_1} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} + \right. \\
&\quad \left. + I_1^{(3)}(m_u) g_{\pi_2} \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} \right]^2 = 1,0 \text{ эВ}. \quad (46)
\end{aligned}$$

Современное экспериментальное значение ширины  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  равно  $(7,7 \pm 0,2)$  эВ. Полученное в модели значение ширины распада  $\pi(1300) \rightarrow \gamma\gamma$  является теоретическим предсказанием, которое должно быть проверено экспериментально. При вычислении интеграла  $I_0^{(3)}(m_u)$  мы имеем дело с треугольной диаграммой аномального типа, представляющей собой член типа Весса–Зумино. Этот интеграл сходится, поэтому мы не применяем для него обрезание. Если всё-таки применить в нём обрезание, то нарушатся свойства киральной симметрии весс-зуминовского сектора киральных лагранжианов.

Аналогично можно описать двухфотонные распады  $\eta$ -мезонов [30]. Приведём амплитуду двухфотонного распада  $\eta(550)$ :

$$\begin{aligned}
T_{\eta \rightarrow \gamma\gamma} &= \frac{\alpha}{9\pi} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q_1^\rho q_2^\sigma \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \times \\
&\quad \times \left( R_{1,1} \frac{g_\pi}{m_u} 5I_3^{(0)}(m_u) + R_{2,1} \frac{g_{\pi_2}}{m_u} 5I_3^{(1)}(m_u) - \right. \\
&\quad \left. - R_{3,1} \frac{g_{s_1}}{m_s} \sqrt{2} I_3^{(0)}(m_s) - R_{4,1} \frac{g_{s_2}}{m_s} \sqrt{2} I_3^{(1)}(m_s) \right), \quad (47)
\end{aligned}$$

**Таблица 3.** Теоретические ( $\Gamma^{\text{theor}}$ ) и экспериментальные ( $\Gamma^{\text{exp}}$ ) значения ширины распадов  $\Gamma$   $\eta$ -мезонов на два фотона

Мезон	$\eta(550)$	$\eta(1295)$	$\eta(958)$	$\eta(1475)$
$\Gamma$ , эВ				
$\Gamma^{\text{theor}}$	520	93	4990	230
$\Gamma^{\text{exp}}$	$510 \pm 26$	—	$4340 \pm 140$	—

**Таблица 4.** Ширины однофотонных радиационных распадов в стандартной (NJL) и расширенной (ENJL) моделях НИЛ в сравнении с экспериментальными данными [27]

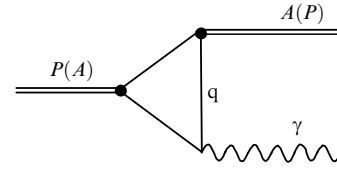
Распад	$\Gamma$ , кэВ	NJL	ENJL	PDG*
$\rho \rightarrow \eta\gamma$		52,1	45,5	44,7
$\omega \rightarrow \eta\gamma$		6,2	5,5	3,9
$\phi \rightarrow \eta\gamma$		30,9	32,01	55,3
$\phi \rightarrow \eta'\gamma$		0,267	0,257	0,27
$\eta' \rightarrow \rho\gamma$		49,9	69,4	57,7
$\eta' \rightarrow \omega\gamma$		5,03	6,9	5,5
$\eta(1295) \rightarrow \rho\gamma$		—	12,6	—
$\eta(1295) \rightarrow \omega\gamma$		—	1,4	—
$\eta(1295) \rightarrow \phi\gamma$		—	7,6	—
$\eta(1475) \rightarrow \rho\gamma$		—	11,9	—
$\eta(1475) \rightarrow \omega\gamma$		—	2,9	—
$\eta(1475) \rightarrow \phi\gamma$		—	8,1	—
$\rho \rightarrow \pi\gamma$		89,8	81,7	89,4
$\omega \rightarrow \pi\gamma$		832	756	703
$\pi(1300) \rightarrow \rho\gamma$		—	26,2	—
$\pi(1300) \rightarrow \omega\gamma$		—	229	—

\* Particle Data Group Collaboration.

где  $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  — тензор Леви-Чивиты,  $q_{1,2}^{\rho,\sigma}$  и  $\epsilon_{1,2}^{\mu,\nu}$  — импульсы и векторы поляризации фотонов,  $R_{i,j}$  — элементы матрицы смешивания  $\eta$ -мезонов (см. табл. 1). Численные значения ширин двухфотонных распадов четырёх состояний  $\eta$ -мезонов приведены в табл. 3.

### 3.2. Радиационные распады векторных и псевдоскалярных мезонов

К рассмотренным выше двухфотонным распадам псевдоскалярных мезонов довольно близки радиационные распады псевдоскалярных и векторных мезонов с одним фотоном в конечном состоянии, также описываемые кварковыми треугольными диаграммами аномального типа (рис. 1). Радиационные распады такого типа для основных состояний лёгких псевдоскалярных и векторных мезонов  $\pi$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\phi$  хорошо изучены экспериментально. Исследования соответствующих распадов с участием радиально возбуждённых состояний этих мезонов проводятся на современных ускорителях, таких как ВЭПП-2000 и ВЕРС-II. Расширенная модель НИЛ позволяет предсказать значения ширины распадов этих процессов. Соответствующие результаты получены в работе [31] (табл. 4). Из таблицы 4 видно, что расширенная модель НИЛ кардинально не меняет полученные в стандартной модели НИЛ результаты для основных состояний мезонов, находящиеся в удовлетво-

**Рис. 1.** Амплитуда радиационных распадов псевдоскалярных ( $P$ ) и векторных ( $A$ ) мезонов с кварковой треугольной петлёй  $q = (u, d, s)$ .

рительном согласии с экспериментальными данными. Это позволяет надеяться на разумность предсказаний для процессов с участием радиально возбуждённых состояний.

### 3.3. Фоторождение нейтральных псевдоскалярных мезонов на лептонах

Теперь перейдём к описанию процессов рождения мезонов на электрон-позитронных ускорителях.

Начнём с рассмотрения процессов рождения псевдоскалярных мезонов на  $e^-e^+$ -пучках через промежуточные фотоны:

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow e^-(p'_1) + e^+(p'_2) + P(p), \quad (48)$$

где  $P = \pi$ ,  $\pi(1300)$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\eta(1295)$ ,  $\eta(1475)$ . В ведущем приближении полное сечение процесса с двухфотонным механизмом рождения имеет вид [32]

$$\sigma_P = (4\alpha)^2 \ln^2 \left( \frac{\sqrt{s}}{2m_e} \right) \frac{\Gamma_{P \rightarrow \gamma\gamma}}{M_P^3} Y \left( \frac{M_P^2}{s} \right), \quad (49)$$

$$Y(z) = (2+z)^2 \ln \frac{1}{\sqrt{z}} - (3+z)(1-z).$$

Численные результаты [30] и соответствующие экспериментальные данные [33] для  $\eta$ -мезонов при суммарной энергии в системе центра масс сталкивающихся пучков  $\sqrt{s} = 29$  ГэВ приведены в табл. 5. Для пионов [29] в случае суммарной энергии пучков  $\sqrt{s} = 3$  ГэВ мы получаем предсказания:  $\sigma_\pi \approx 0,43$  нб и  $\sigma_{\pi(1300)} \approx 0,09$  нб.

Рассмотрим теперь процессы Примакова с рождением пионов и  $\eta$ -мезонов на заряженном лептоне [29]:

$$\begin{aligned} \gamma(k) + l(p) &\rightarrow P(p_1) + l(p'), \quad l = e, \mu, \\ p^2 = p'^2 = m_l^2, \quad k^2 = 0, \quad p_1^2 = M_P^2, \\ s = 2kp > M_P^2 &\gg m_l^2. \end{aligned} \quad (50)$$

Доминирующий вклад в сечение даёт кинематика с обменом почти реальным фотоном с импульсом  $q = p - p'$ . Вычисления в таком случае удобно проводить с использованием параметризации Судакова:

$$\begin{aligned} q = a\bar{p} + bk + q_\perp, \quad q^2 = -\frac{\mathbf{q}^2 + a^2 m_l^2}{1-a}, \\ a = \frac{\mathbf{q}^2 + M_P^2}{s}. \end{aligned} \quad (51)$$

**Таблица 5.** Полные сечения рождения  $\sigma$  псевдоскалярных мезонов двухфотонным механизмом

Мезон	$\eta(550)$	$\eta(1295)$	$\eta(958)$	$\eta(1475)$
$\sigma$ , нб				
$\sigma^{\text{theor}}$	1,4	0,014	2,1	0,022
$\sigma^{\text{exp}}$	$1,25 \pm 0,13$	—	$1,8 \pm 0,3$	—



Дифференциальное сечение имеет вид

$$d\sigma^{\gamma l \rightarrow Pl} = \frac{\alpha\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma)}{M_P^3} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{M_P^2}{s} \right)^2 \right] \frac{q^2 dq^2}{(q^2 + m_l^2 M_P^4/s^2)^2}. \quad (52)$$

Полное сечение этого процесса

$$\sigma^{\gamma l \rightarrow Pl} = \frac{\alpha\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma)}{M_P^3} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{M_P^2}{s} \right)^2 \right] \left( \ln \frac{s^2}{m_l^2 M_P^2} - 1 \right). \quad (53)$$

Для энергии  $\sqrt{s} = 3$  ГэВ получаем следующие полные сечения:  $\sigma^{\gamma e \rightarrow \pi e} = 0,37$  нб,  $\sigma^{\gamma e \rightarrow \pi' e} = 0,14$  нб,  $\sigma^{\gamma e \rightarrow \eta e} = 0,33$  нб,  $\sigma^{\gamma e \rightarrow \eta' e} = 0,54$  нб,  $\sigma^{\gamma e \rightarrow \eta(1295)e} = 3,6$  пб,  $\sigma^{\gamma e \rightarrow \eta(1475)e} = 5,7$  пб.

#### 4. Рождение мезонов в процессах электрон-позитронной аннигиляции

В этом разделе рассматриваются процессы рождения лёгких мезонов в  $e^+e^-$ -аннигиляции при энергиях в системе центра масс до 2 ГэВ. Эти процессы проходят с участием промежуточных мезонов как в основном, так и в радиально возбуждённых состояниях. Как показывают экспериментальные данные, наиболее значительные вклады в указанные процессы дают основные и первые радиально возбуждённые состояния промежуточных векторных мезонов. Заметим, что расширенная модель НИЛ позволяет вполне удовлетворительно описывать именно эти состояния. В разделах 4.1–4.5 мы опишем следующие процессы:  $e^+ + e^- \rightarrow P + \gamma$ , где  $P = \pi, \pi(1300), \eta, \eta', \eta(1295)$  и  $\eta(1475)$ ;  $e^+ + e^- \rightarrow \pi + \omega$ ;  $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  и  $e^+ + e^- \rightarrow \eta 2\pi$ .

##### 4.1. Процессы $e^+ + e^- \rightarrow P + \gamma$

Амплитуда процесса  $e^+ + e^- \rightarrow \pi^0 + \gamma$  содержит четыре вклада (рис. 2–4):

$$T^\lambda = \bar{e}\gamma_\mu e \varepsilon_{\mu\lambda\alpha\beta} \frac{p_\pi^\alpha p_\gamma^\beta}{sm_u} (B_\gamma + B_{\rho+\omega} + B_\phi + B_{\rho'+\omega'}), \quad (54)$$

где  $s = (p_1(e^+) + p_2(e^-))^2$ . Мы не будем учитывать вклад промежуточного возбуждённого  $\phi(1680)$ , поскольку его распад на  $p\gamma$  маловероятен.

Вклад контактной диаграммы с обменом фотоном (см. рис. 2) имеет вид

$$B_\gamma = 2V_{\gamma^*\pi^0\gamma}, \quad V_{\gamma^*\pi^0\gamma} = g_{\pi_1} I_3^{(0)}. \quad (55)$$

Невозбуждённые промежуточные  $\rho$ - и  $\omega$ -мезоны дают

$$B_{\rho+\omega} = \left[ \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_{V_u} \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right] \times \left( \frac{s}{s - M_\rho^2 + iM_\rho\Gamma_\rho} + \frac{s}{s - M_\omega^2 + iM_\omega\Gamma_\omega} \right) \frac{V_{\rho\pi^0\gamma}}{g_{\rho_1}}, \quad (56)$$

$$V_{\rho\pi^0\gamma} = g_{\pi_1} \left[ \frac{\sin(\beta + \beta_0)g_{\rho_1}I_3^{(0)}}{\sin(2\beta_0)} + \frac{\sin(\beta - \beta_0)g_{\rho_2}I_3^{(1)}}{\sin(2\beta_0)} \right].$$

Первый множитель в выражении для  $B_{\rho+\omega}$  соответствует учёту раздвоения векторной вершины в  $\gamma-\rho(\omega)$ -переходе. Это раздвоение появляется в расширенной модели для учёта смешивания в физическом  $\rho$ -мезоне состояний

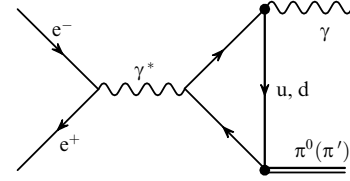


Рис. 2. Диаграмма Фейнмана процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$  с промежуточным фотоном.

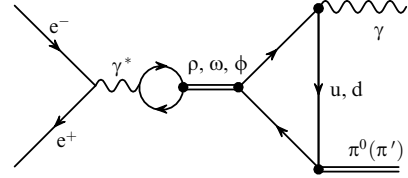


Рис. 3. Диаграмма Фейнмана процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$  с промежуточными  $\rho$ - и  $\omega$ -мезонами.

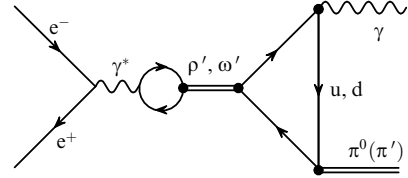


Рис. 4. Диаграмма Фейнмана процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$  с промежуточными возбуждёнными  $\rho'$  и  $\omega'$ .

$\rho_1$  и  $\rho_2$ . Общая структура перехода  $\gamma-\rho(\omega, \phi)$  через кварковую петлю описана в работе [8].

Переход промежуточного  $\phi$ -мезона в  $\pi^0\gamma$  происходит благодаря его смешиванию с  $\omega$ -мезоном:

$$B_\phi = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{s \sin \theta_{\omega\phi}}{s - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi} \frac{V_{\omega\pi^0\gamma}}{g_{\rho_1}}, \quad (57)$$

$$V_{\omega\pi^0\gamma} = 3V_{\rho\pi^0\gamma}.$$

Угол смешивания  $\theta_{\omega\phi} \approx -3^\circ$  [12, 15, 34].

Вклад промежуточных  $\rho'$ - и  $\omega'$ -мезонов имеет вид

$$B_{\rho'+\omega'} = \left[ -\frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} - R_{V_u} \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right] \frac{1}{g_{\rho_1}} \times \left( \frac{s}{s - M_{\rho'}^2 + iM_{\rho'}\Gamma_{\rho'}} + \frac{s}{s - M_{\omega'}^2 + iM_{\omega'}\Gamma_{\omega'}} \right) V_{\rho'\pi^0\gamma}, \quad (58)$$

$$V_{\rho'\pi^0\gamma} = -g_{\pi_1} \left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)g_{\rho_1}I_3^{(0)}}{\sin(2\beta_0)} + \frac{\cos(\beta - \beta_0)g_{\rho_2}I_3^{(1)}}{\sin(2\beta_0)} \right].$$

Сечение процесса выражается как

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow \pi\gamma}(s) = \frac{\alpha^3}{24\pi^2 s^3 f_\pi^2} \lambda^{3/2}(s, M_\omega^2, M_\pi^2) \frac{1}{g_{\pi_1}^2} \times |B_\gamma + B_{\rho+\omega} + B_\phi + B_{\rho'+\omega'}|^2, \quad (59)$$

$$\lambda(s, M_\omega^2, M_\pi^2) = (s - M_\omega^2 - M_\pi^2)^2 - 4M_\omega^2 M_\pi^2.$$

Сравнение результата расчёта сечения данного процесса в расширенной модели НИЛ с экспериментальными данными [35–37] проведено на рис. 5. При расчётах

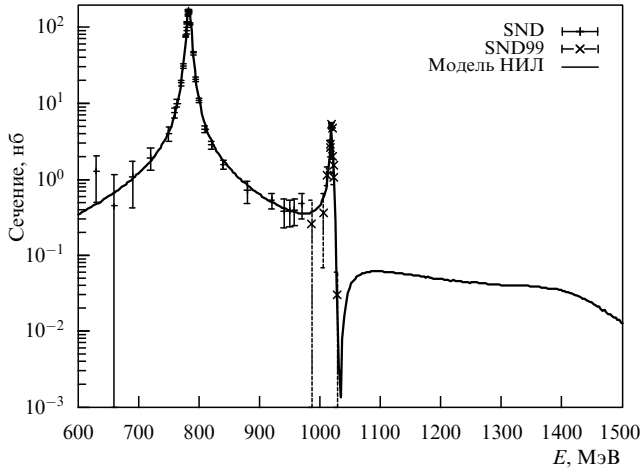


Рис. 5. Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$  в зависимости от энергии.

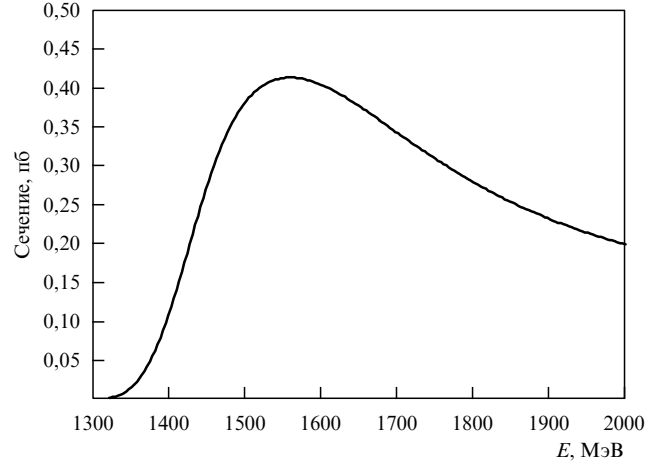


Рис. 6. Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0(1300)\gamma$  в зависимости от энергии согласно модели НИЛ.

использовались значения масс и ширин мезонов согласно [27], кроме значения ширины  $\Gamma_{\rho'}$ , которую мы приняли равной 340 МэВ, отступив вниз от центрального экспериментального значения на одно стандартное отклонение. Наши результаты согласуются также с результатами вычислений в рамках обобщённой модели векторной доминантности [38].

Процесс  $e^+ + e^- \rightarrow \pi'(1300) + \gamma$  описывается аналогично. Основное отличие заключается в модификации вершин  $V_{\gamma^*(\rho, \rho', \omega, \omega')\pi'\gamma}$ :

$$\begin{aligned}
 V_{\gamma^*\pi'\gamma} &= V_{\gamma^*\pi^0\gamma} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} + g_{\pi_2} I_1^{(3)} \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)}, \\
 V_{\rho\pi'\gamma} &= -g_{\rho_1} \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_1} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_0^{(3)} - \\
 &\quad - g_{\rho_2} \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_1} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_1^{(3)} - \\
 &\quad - g_{\rho_1} \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_2} \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_1^{(3)} - \\
 &\quad - g_{\rho_2} \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_2} \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_2^{(3)}, \\
 V_{\rho'\pi'\gamma} &= g_{\rho_1} \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_1} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_0^{(3)} + \\
 &\quad + g_{\rho_2} \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_1} \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_1^{(3)} + \\
 &\quad + g_{\rho_1} \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_2} \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_1^{(3)} + \\
 &\quad + g_{\rho_2} \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\pi_2} \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} I_2^{(3)}.
 \end{aligned} \quad (60)$$

Все остальные факторы точно такие же, как и в случае рождения  $\pi^0\gamma$ . Предсказанное поведение сечения рождения  $\pi(1300)\gamma$  показано на рис. 6.

#### 4.2. Процессы $e^+e^- \rightarrow [\eta, \eta', \eta(1295), \eta(1475)]\gamma$

Процесс электрон-позитронной аннигиляции в пару  $\eta\gamma$  изучался экспериментально на коллайдере ВЭПП-2М [39]. Аналогичные процессы с рождением  $\eta'$ -мезонов и первых радиально возбуждённых состояний  $\eta$ -мезонов будут исследоваться на модернизированном коллайдере

ВЭПП-2000. В расширенной модели НИЛ данный процесс описан в работе [40].

Структура амплитуд процессов с рождением пар  $\eta_i\gamma$  очень близка к приведённой в разделе 4.1 для рождения пар  $\pi\gamma$ . В ней мы учитываем вклады промежуточного фотона,  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов как в основном, так и в первом радиально возбуждённом состояниях. Здесь особенно важными становятся вклады промежуточных  $\phi$ - и  $\phi'$ -мезонов, поскольку  $\eta$ -мезоны содержат как  $ud$ -кварковые, так и  $s$ -кварковые структуры. Амплитуда имеет вид

$$T^\lambda = \bar{e}\gamma^\mu e \frac{P_\eta^\alpha P_\gamma^\beta}{s} \{T_\gamma + T_{\rho+\omega} + T_\phi + T_{\rho'+\omega'} + T_{\phi'}\} \varepsilon_{\mu\lambda\alpha\beta}, \quad (61)$$

где вклады различных промежуточных состояний даются выражениями:

$$\begin{aligned}
 T_\gamma &= \frac{2}{3} \left( 5 \frac{16}{3} \pi^2 m_u V_{\gamma u} + \sqrt{2} \frac{16}{3} \pi^2 m_s V_{\gamma s} \right), \\
 T_{\rho+\omega} &= \left( \frac{3s}{m_\rho^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\rho} + \frac{1}{3} \frac{s}{m_\omega^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\omega} \right) \times \\
 &\quad \times \frac{C_{\gamma\rho}}{g_{\rho_1}} \left( \frac{16}{3} \pi^2 m_u V_\rho \right), \\
 T_\phi &= -\frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{s}{m_\phi^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\phi} \frac{C_{\gamma\phi}}{g_{\phi_1}} \left( \frac{16}{3} \pi^2 m_s V_\phi \right), \\
 T_{\rho'+\omega'} &= \left( \frac{3s}{m_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}(s)} + \frac{1}{3} \frac{s}{m_{\omega'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\omega'}(s)} \right) \times \\
 &\quad \times \frac{C_{\gamma\rho'}}{g_{\rho_1}} \left( \frac{16}{3} \pi^2 m_u V_{\rho'} \right) \exp(i\pi), \\
 T_{\phi'} &= -\frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{s}{m_{\phi'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\phi'}} \frac{C_{\gamma\phi'}}{g_{\phi_1}} \left( \frac{16}{3} \pi^2 m_s V_{\phi'} \right).
 \end{aligned} \quad (62)$$

Коэффициенты  $C_{\gamma V}$  обозначают константы перехода виртуального фотона в векторный мезон:

$$\begin{aligned}
 C_{\gamma V} &= \frac{\sin(\beta^q + \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} + R_V \frac{\sin(\beta^q - \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)}, \\
 C_{\gamma V'} &= -\left[ \frac{\cos(\beta^q + \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} + R_V \frac{\cos(\beta^q - \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} \right].
 \end{aligned} \quad (63)$$

Значения для вершин берём в приближении малых импульсов:

$$\begin{aligned}
 V_{\gamma q}^{\eta, \eta', \bar{\eta}, \bar{\eta}'} &= \sum_{i=1,2} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,i}} g_{q_i} I_3^{(0)}(m_q), \\
 V_{V_q}^{\eta, \eta', \bar{\eta}, \bar{\eta}'} &= \frac{\sin(\beta^q + \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,1}} g_{V_1} g_{q_1} I_3^{(0)}(m_q) + \\
 &+ \frac{\sin(\beta^q - \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,1}} g_{V_2} g_{q_1} I_3^{(1)}(m_q) + \\
 &+ \frac{\sin(\beta^q + \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,2}} g_{V_1} g_{q_2} I_3^{(1)}(m_q) + \\
 &+ \frac{\sin(\beta^q - \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,2}} g_{V_2} g_{q_2} I_3^{(2)}(m_q), \\
 -V_{V_q'}^{\eta, \eta', \bar{\eta}, \bar{\eta}'} &= \frac{\cos(\beta^q + \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,1}} g_{V_1} g_{q_1} I_3^{(0)}(m_q) + \\
 &+ \frac{\cos(\beta^q - \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,1}} g_{V_2} g_{q_1} I_3^{(1)}(m_q) + \\
 &+ \frac{\cos(\beta^q + \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,2}} g_{V_1} g_{q_2} I_3^{(1)}(m_q) + \\
 &+ \frac{\cos(\beta^q - \beta_0^q)}{\sin(2\beta_0^q)} b_{\eta, \bar{\eta}, \eta', \bar{\eta}'}^{\varphi_{q,2}} g_{V_2} g_{q_2} I_3^{(2)}(m_q).
 \end{aligned} \tag{64}$$

Зависимость ширины  $\rho'$ -мезона от энергии можно учесть, используя следующую формулу:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{\rho'}(s) &= \Theta(2m_\pi - \sqrt{s}) \Gamma_{\rho' \rightarrow 2\pi} + \Theta(\sqrt{s} - 2m_\pi) \times \\
 &\times \left( \Gamma_{\rho' \rightarrow 2\pi} + \Gamma_{\rho' \rightarrow \omega\pi} \frac{\sqrt{s} - 2m_\pi}{m_\omega - m_\pi} \right) \Theta(m_\omega + m_\pi - \sqrt{s}) + \\
 &+ \Theta(m_{\rho'} - \sqrt{s}) \Theta(\sqrt{s} - m_\omega - m_\pi) \times \\
 &\times \left[ \Gamma_{\rho' \rightarrow 2\pi} + \Gamma_{\rho' \rightarrow \omega\pi} + (\Gamma_{\rho'} - \Gamma_{\rho' \rightarrow 2\pi} - \Gamma_{\rho' \rightarrow \omega\pi}) \times \right. \\
 &\left. \times \frac{\sqrt{s} - m_\omega - m_\pi}{m_{\rho'} - m_\omega - m_\pi} \right] + \Theta(\sqrt{s} - m_{\rho'}) \Gamma_{\rho'},
 \end{aligned} \tag{65}$$

где  $\Gamma_{\rho' \rightarrow 2\pi} = 22$  МэВ и  $\Gamma_{\rho' \rightarrow \omega\pi} = 75$  МэВ были получены в работе [19], а  $\Gamma_{\rho'} = 400$  МэВ — полная ширина мезона  $\rho'$ . Для ширин возбуждённых  $\omega'$ - и  $\phi'$ -мезонов мы используем значения их полных ширин. Это оправдано тем, что их вклады невелики по сравнению с вкладом  $\rho'$ -мезона. Отметим, что вклад  $\phi'$ -мезона заметен только при энергиях  $\sqrt{s} > 1,5$  ГэВ. К сожалению, расширенная модель НИЛ не может предсказать относительные фазы между основными и возбуждёнными состояниями промежуточных мезонов. Поэтому мы выбираем их, основываясь на аппроксимации экспериментальных данных в рамках модели векторной доминантности [39].

Полное сечение рассматриваемого процесса имеет вид

$$\sigma(s) = \frac{\alpha}{24\pi^2 s^3} \lambda^{3/2}(s, m, 0) |T|^2, \tag{66}$$

где  $\lambda(a, b, c) = (a - b - c)^2 - 4bc$ ,  $m = m_\eta, m_{\eta'}, m_{\bar{\eta}}, m_{\bar{\eta}'}$ . Результаты численных расчётов представлены на рис. 7–10. На рисунке 7 проведено также сравнение с экспериментальными результатами [39], на рис. 8–10 приведены предсказания расширенной модели НИЛ. Из

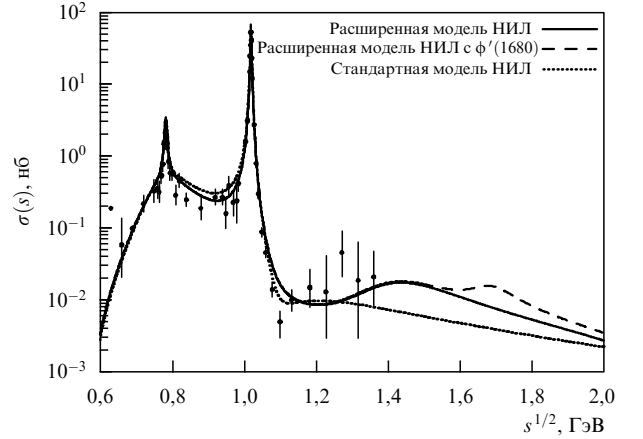


Рис. 7. Сравнение предсказаний модели НИЛ с данными эксперимента [39] для процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ .

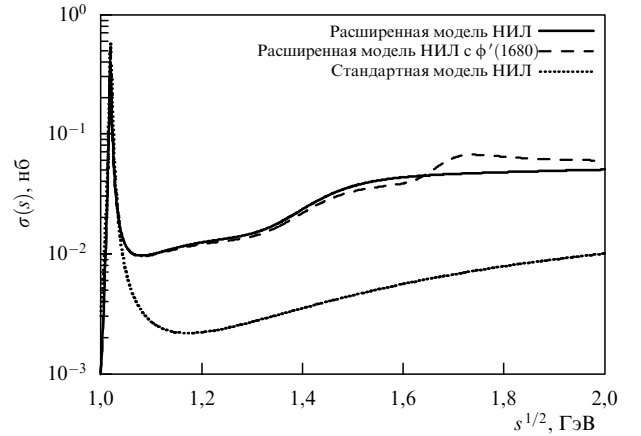


Рис. 8. Предсказания для зависимости сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  от энергии.

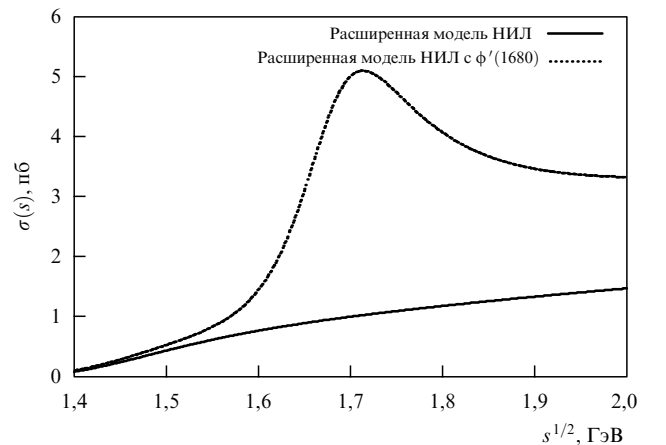


Рис. 9. Предсказания для зависимости сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta(1295)\gamma$  от энергии.

рисунков видно, что учёт возбуждённых состояний очень важен в области энергий выше 1 ГэВ. Наши предсказания могут использоваться при определении физической программы дальнейших экспериментальных исследований на современных электрон-позитронных коллайдерах.

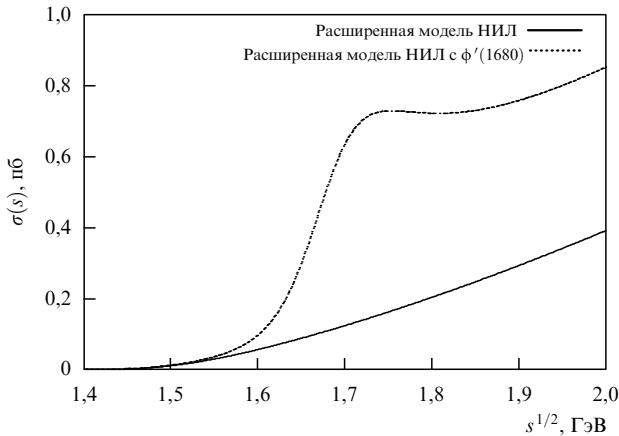


Рис. 10. Предсказания для зависимости сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta(1475)\gamma$  от энергии.

### 4.3. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi\omega$

Процесс  $e^+e^-$ -аннигиляции в пару мезонов  $\omega\pi^0$  с последующим распадом  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$  изучался при энергиях до 2 ГэВ в ряде экспериментов: DM2 (от франц. Detecteur Magnetique 2) [41], ND (Neutral Detector) [42], SND (Spherical Neutral Detector) [43] и CMD-2 (Cryogenic Magnetic Detector 2) [44]. Для теоретического описания этого процесса использовался ряд феноменологических моделей, как правило, основанных на принципах киральной симметрии и векторной доминантности. В работе [44] использовалась обобщённая модель векторной доминантности с учётом вкладов промежуточных векторных мезонов  $\rho(770)$ ,  $\rho'(1450)$  и  $\rho''(1700)$ . При этом вводились произвольные свободные параметры, которые определялись из экспериментальных данных этого же процесса. Ранее процесс распада  $\rho' \rightarrow \omega\pi$  рассматривался в релятивистской [45] и нерелятивистской [46] кварковых моделях. В работе [47] процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  изучался в области энергий вблизи резонанса  $\phi$ -мезона, где имеются экспериментальные данные коллаборации KLOE (K LOnG Experiment) [48]. Здесь мы не будем уделять специального внимания соответствующей области энергий и пренебрежём вкладом  $\phi$ -мезона в области энергий выше его массы (и ниже 2 ГэВ). Отметим, что в работах [44, 49, 50] в рамках различных моделей было показано, что вклад второго радиально возбуждённого состояния  $\rho''(1700)$  в обсуждаемый процесс незначителен. В расширенной модели НИЛ данный процесс описан в работах [51, 52]. В отличие от моделей, применяемых в указанных выше работах, наша модель не требует использования каких-либо дополнительных параметров.

В отличие от описанного в разделе 4.1 процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi\gamma$ , рассматриваемый здесь процесс будет включать в себя в качестве промежуточных мезонов (наряду с фотоном) только  $\rho^0(770)$  и  $\rho'(1450)$ . Амплитуда этого процесса принимает вид

$$T = \bar{e}\gamma_\mu e \frac{1}{s} \epsilon_{\mu\nu\eta} p_\omega^\nu p_\pi^\eta (T_\gamma + T_\rho + T_{\rho'}) \epsilon_\lambda(\omega), \quad (67)$$

где  $s = (p_1(e^+) + p_2(e^-))^2 \equiv q^2$ ,  $\epsilon$  — величина вектора поляризации  $\omega$ -мезона. Вычисление амплитуды полностью аналогично проведённому в разделе 4.2, отличие заключается только в выражении для треугольной вершины, описывающей рождение пары  $\pi\omega$ , а не пары  $\pi\gamma$ . В

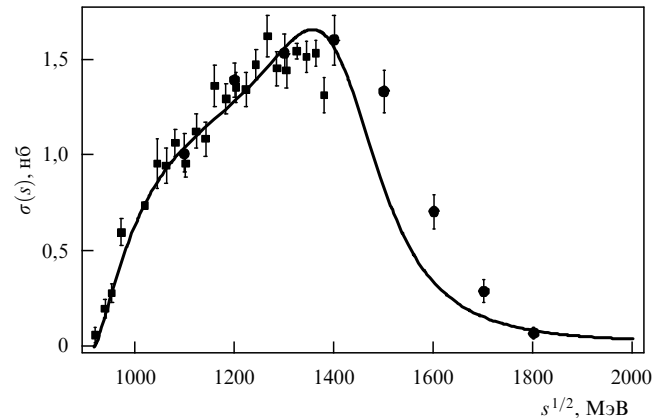


Рис. 11. Сравнение экспериментальных данных SND-2 (квадраты [43] и кружки [53]) для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi\omega$  с предсказаниями расширенной модели НИЛ (сплошная кривая).

частности, вершина перехода  $\rho \rightarrow \pi\omega$  в расширенной модели НИЛ имеет вид

$$V_{\rho\omega\pi} = g_{\pi_1} \left\{ g_{\rho_1} \left[ \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right]^2 I_3^{(0)}(m_u) + \frac{g_{\rho_2}^2}{g_{\rho_1}} \left[ \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right]^2 I_3^{(2)}(m_u) + 2g_{\rho_2} \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} I_3^{(1)}(m_u) \right\}. \quad (68)$$

Большее число членов в данной вершине связано с учётом формфакторов и в вершине  $\rho$ -мезона, и в вершине  $\omega$ -мезона. Детальное описание остальных вершин можно найти в статье [52]. Полученные амплитуды позволяют рассчитать зависимость сечения рассматриваемого процесса от энергии, изображённую на рис. 11. Видно, что предсказания находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. Особенно хорошее согласие имеется в области энергий до 1,4 ГэВ. При больших энергиях для более точного описания следует учитывать вклады от возбуждённых состояний промежуточных векторных мезонов более высокого порядка.

Аналогичные вычисления в рамках расширенной модели НИЛ для процесса  $e^+ + e^- \rightarrow \pi^0 + \rho^0$  проведены в работе [54].

### 4.4. Процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi\pi'$

Процесс  $e^+e^-$ -аннигиляции в пару заряженных пионов тщательно изучался как экспериментально [55] (см. также приведённые там ссылки), так и теоретически [56–61]. Однако в большинстве теоретических работ приходилось вводить дополнительные произвольные параметры для удовлетворительного описания высокоточных экспериментальных данных. В то же время в расширенной модели НИЛ такое описание может быть получено без введения каких-либо дополнительных произвольных параметров. Это позволяет не только описывать экспериментальные данные, но и делать теоретические предсказания для процесса рождения пары заряженных  $\pi$ - и  $\pi'(1300)$ -мезонов.

Для описания процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi\pi'$  при энергиях, меньших 1 ГэВ, достаточно использовать стандарт-

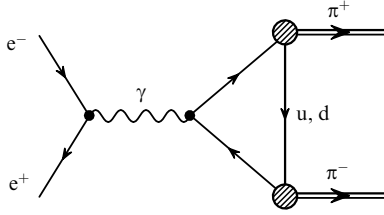


Рис. 12. Контактная диаграмма, описывающая рождение двух пионов промежуточным фотоном.

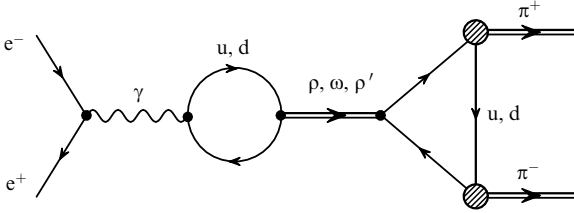


Рис. 13. Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  с учётом промежуточных векторных мезонов.

ную модель НИЛ с учётом промежуточных состояний фотона,  $\rho$ - и  $\omega$ -мезонов в основных состояниях. Однако при более высоких энергиях заметную роль начинает играть промежуточное состояние  $\rho'$ (1450). В рамках расширенной модели НИЛ учёт вкладов первых радиально возбуждённых состояний мезонов для этого процесса сделан в работе [62].

Амплитуда процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  описывается диаграммами, приведёнными на рис. 12 и 13. Амплитуда имеет следующий вид:

$$T = \bar{e} \gamma_\mu e \frac{4\pi\alpha}{s} (B_\gamma + B_\rho + B_\omega + B_{\rho'}) f_{a_1}(s) (p_{\pi^+}^\mu - p_{\pi^-}^\mu). \quad (69)$$

Здесь  $\alpha \approx 1/137$ ,  $s = (p_{e^+} + p_{e^-})^2$ ,  $f_{a_1}(s)$  описывает рождение пионов через промежуточные  $a_1$ -мезоны,

$$\begin{aligned} f_{a_1}(p^2) &= \frac{1}{Z} + \left(1 - \frac{1}{Z}\right) + \left(\frac{p^2 - m_\pi^2}{(g_\rho F_\pi)^2}\right)^2 (1 - Z) = \\ &= 1 + \left(\frac{p^2 - m_\pi^2}{(g_\rho F_\pi)^2}\right)^2 (1 - Z), \end{aligned} \quad (70)$$

где  $Z$  — описанный в разделе 2.1 перенормировочный множитель, учитывающий  $\pi$ - $a_1$ -переходы. Первое слагаемое описывает рождение двух пионов непосредственно из кварковой треугольной петли, второе слагаемое соответствует ситуации, в которой один из пионов рождается через промежуточный  $a_1$ (1260)-мезон, а третье — ситуации, в которой оба пиона рождаются через промежуточные  $a_1$ -мезоны (рис. 14).

Вклад диаграммы с обменом фотоном нормирован на единицу:  $B_\gamma = 1$ . С учётом  $\gamma$ - $\rho$ -переходов величина  $B_\rho$

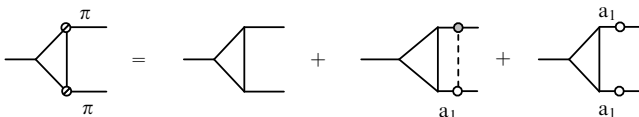


Рис. 14. Вершинные диаграммы с учётом  $\pi$ - $a_1$ -переходов.

имеет вид

$$\begin{aligned} B_\rho &= \frac{C_{\gamma\rho} C_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} \frac{s}{m_\rho^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_\rho(s)}, \\ C_{\gamma\rho} &= \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_\rho \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)}. \end{aligned} \quad (71)$$

Вершина  $\rho\pi\pi$  пропорциональна коэффициенту

$$C_{\rho\pi\pi} = \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\rho_1} + \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \frac{I_2^{(1)}}{I_2^{(0)}} g_{\rho_2}. \quad (72)$$

Для вклада промежуточного  $\omega$ -мезона получаем

$$B_\omega = \frac{C(s) C_{\rho\pi\pi} C_{\gamma\rho}}{3g_\rho^2} \frac{s}{m_\omega^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_\omega(s)}, \quad (73)$$

где функция  $C(s) = C_1(s) + C_2(s)$  описывает переход  $\omega$ -мезона в  $\rho$ -мезон с последующим его распадом на два пиона. Функция  $C_1(s)$  учитывает прямой переход в  $\rho$ -мезон за счёт разности масс  $u$ - и  $d$ -кварков:

$$C_1(s) = \frac{g_\rho^3 m_\omega^2}{3(m_\rho^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_\rho(s))} \frac{3}{(4\pi)^2} \ln \frac{m_d^2}{m_u^2}, \quad (74)$$

$C_2$  описывает вклад перехода  $\omega \rightarrow \gamma \rightarrow \rho$ ,

$$C_2(s) = -\frac{4\pi\alpha s}{3g_\rho(m_\rho^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_\rho(s))}. \quad (75)$$

Последняя часть амплитуды с промежуточным  $\rho'$ -мезоном аналогична вкладу основного состояния  $\rho$ -мезона:

$$\begin{aligned} B_{\rho'} &= \exp(i\pi) \frac{C_{\gamma\rho'} C_{\rho'\pi\pi}}{g_{\rho'}} \frac{s}{m_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_{\rho'}(s)}, \\ C_{\gamma\rho'} &= -\left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_{\rho'} \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right], \\ C_{\rho'\pi\pi} &= -\left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\rho_1} + \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \frac{I_2^{(1)}}{I_2^{(0)}} g_{\rho_2} \right] = 1,68. \end{aligned} \quad (76)$$

К сожалению, используемая нами модель не даёт возможности определить относительную фазу амплитуд с промежуточными  $\rho$ -мезонами в основном и возбуждённом состояниях. Ориентируясь на экспериментальные данные, мы выбрали разность фаз, равную  $\exp(i\pi)$ . Учесть зависимость ширины  $\Gamma_{\rho'}$  от энергии можно, используя формулу из работы [63].

Для полного сечения получаем

$$\sigma(s) = \frac{\alpha^2 \pi}{12s} f_{a_1}^2(s) \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s}\right)^{3/2} |B_\gamma + B_\rho + B_\omega + B_{\rho'}|^2. \quad (77)$$

Из рисунка 15 видно хорошее согласие наших результатов с экспериментальными данными [55] для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  в области энергий до 1 ГэВ.

При рассмотрении процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi\pi'$  можно пренебречь вкладом диаграмм с промежуточным  $\omega$ -мезоном. Сечение, которое строится полностью аналогично таковому в случае рождения пары  $\pi^+\pi^-$ , имеет вид

$$\sigma(s) = \frac{\alpha^2 \pi}{12s^2} A^{3/2}(s, m_\pi^2, m_{\pi'}^2) |B_\gamma^{\pi\pi'} + B_\rho^{\pi\pi'} + B_{\rho'}^{\pi\pi'}|^2. \quad (78)$$

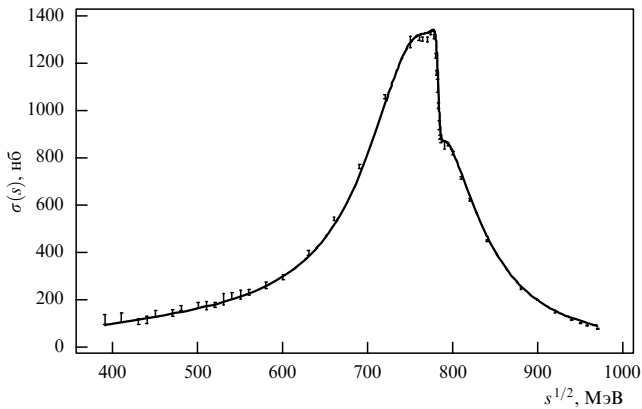


Рис. 15. Сравнение предсказаний модели НИЛ с экспериментальными данными [55] для сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ .

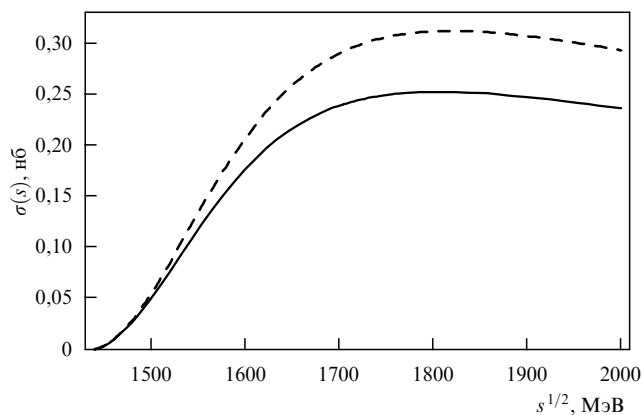


Рис. 16. Предсказания расширенной модели НИЛ для сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi\pi'$ . Сплошная кривая — полное сечение, штриховая — вклад в сечение промежуточного  $\rho'(1450)$ .

В отличие от предыдущего процесса, рассматриваемый процесс требует учёта вклада компоненты с формфактором также и в вершине с исходящим  $\pi'(1300)$ -мезоном. Результаты для зависимости сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi\pi'$  от энергии приведены на рис. 16. Наши результаты для данного процесса носят качественный характер, поскольку вклад промежуточного состояния второго радиально возбуждённого состояния  $\rho(1700)$  не учтён.

#### 4.5. Процесс $e^+e^- \rightarrow \eta(\eta')2\pi$

После изученного в разделе 4.4 процесса аннигиляции в два пиона естественно было бы рассмотреть процесс  $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ . Его легко описать, используя работу [64], в которой в рамках кирально-симметричной модели подробно описан "подпроцесс"  $\gamma^* \rightarrow 3\pi$  с учётом вклада промежуточного  $\omega$ -мезона. Поэтому мы ограничимся здесь указанной ссылкой и сразу перейдём к описанию более интересного процесса аннигиляции в три псевдокаляра с участием  $\eta$ - или  $\eta'$ -мезонов.

Рассмотрение процессов рождения мезонов на встречных  $e^+e^-$ -пучках мы завершим обсуждением реакций

$$e^+ + e^- \rightarrow \eta(\eta') + \pi^+ + \pi^-,$$

которые также идут через промежуточные  $\rho$ - и  $\rho'$ -мезоны. Эти процессы изучались экспериментально на ряде установок: DM1 [65], DM2 [66], ND [42, 67], CMD-2 [68]

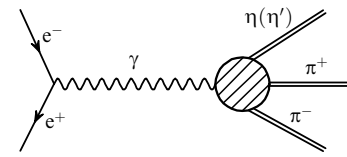


Рис. 17. Фейнмановская диаграмма с промежуточным фотоном. Заштрихованный кружок обозначает сумму двух поддиаграмм, показанных на рис. 19 и 20.

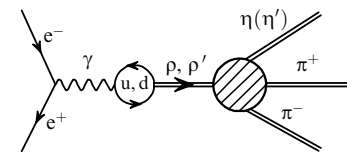


Рис. 18. Фейнмановская диаграмма с промежуточными векторными мезонами  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ .

и ВаВаг [69]. С теоретической точки зрения эти процессы обсуждались также с привлечением различных феноменологических моделей [68, 70, 71]. Здесь мы приведём вычисления [72] этих процессов в рамках расширенной модели НИЛ и проведём сравнение с экспериментальными данными и результатами, полученными в указанных выше теоретических работах.

Полная амплитуда рассматриваемого процесса имеет вид

$$T = -\frac{4\pi\alpha}{q^2} \bar{e} \gamma^\mu e \mathcal{H}_\mu, \quad (79)$$

где  $q = p_{e^+} + p_{e^-}$  в системе центра масс. Адронная часть амплитуды содержит вклады промежуточных фотона и векторных  $\rho$ - и  $\rho'$ -мезонов (здесь  $\eta = \eta, \eta'$ ):

$$\mathcal{H}_\mu = V_\mu \left( T_\gamma(q^2, s) + \sum_{V=\rho, \rho'} T_V(q^2, s) \right), \quad (80)$$

$$V_\mu = p_\eta^\alpha p_{\pi^+}^\beta p_{\pi^-}^\gamma \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}.$$

Соответствующие фейнмановские диаграммы приведены на рис. 17 и 18, их вклады имеют вид

$$T_\gamma(q^2, s) = \sum_{i=1}^2 g_{\pi_i} \chi_\eta^i (T_\square^{(i-1)}(s) + T_\Delta^{(i-1)}(s)), \quad (81)$$

$$T_V(q^2, s) = \frac{(C_{\gamma V}/g_{V_1})q^2}{m_V^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} R\Gamma_V(q^2)} \times \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 g_{\pi_i} \chi_\eta^i g_{V_j} \chi_V^j (T_\square^{(i+j-2)}(s) + T_\Delta^{(i+j-2)}(s)).$$

Для упрощения формул мы ввели обозначения для часто встречающихся комбинаций углов смешивания:

$$\chi_\pi = \frac{1}{\sin(2\alpha_0)} \begin{pmatrix} \sin(\alpha + \alpha_0) \\ \sin(\alpha - \alpha_0) \end{pmatrix},$$

$$\chi_\eta = \begin{pmatrix} 0,71 \\ 0,11 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\eta'} = \begin{pmatrix} -0,32 \\ -0,48 \end{pmatrix}, \quad (82)$$

$$\chi_\rho = \frac{1}{\sin(2\beta_0)} \begin{pmatrix} \sin(\beta + \beta_0) \\ \sin(\beta - \beta_0) \end{pmatrix},$$

$$\chi_{\rho'} = -\frac{1}{\sin(2\beta_0)} \begin{pmatrix} \cos(\beta + \beta_0) \\ \cos(\beta - \beta_0) \end{pmatrix}.$$

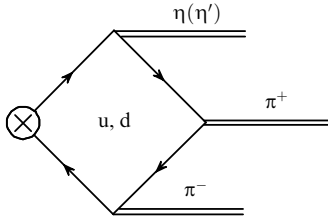


Рис. 19. Вершинная поддиаграмма  $V\eta\pi\pi$  с кварковой петлёй бокс-типа.

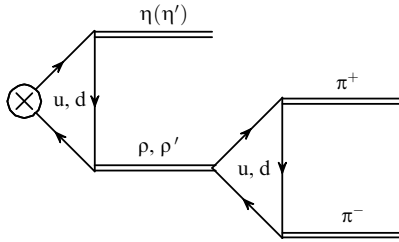


Рис. 20. Вершинная поддиаграмма  $V\eta\pi\pi$  с двумя треугольными кварковыми петлями.

Вершины  $\gamma\eta\pi\pi$  и  $V\eta\pi\pi$  содержат сумму двух вкладов:

$$T_{\square}^{(n)}(s) = -24F_{\pi}g_{\pi}^3I_4^{(n)}, \quad (83)$$

$$T_{\Delta}^{(n)}(s) = 16F_{\pi}g_{\pi} \sum_{V=\rho, \rho'} \frac{g_{V \rightarrow \pi\pi}}{m_V^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_V(s)} \times$$

$$\times \sum_{i=1}^2 g_{\rho} \chi_V^i I_3^{(n+i-1)} \approx$$

$$\approx 16F_{\pi}g_{\pi} \frac{g_{\rho \rightarrow \pi\pi}}{m_{\rho}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho}(s)} \sum_{i=1}^2 g_{\rho} \chi_{\rho}^i I_3^{(n+i-1)}.$$

Вклад  $T_{\square}^{(n)}(s)$  соответствует так называемой кварковой бокс-диаграмме аномального типа (см. рис. 19). Вклад  $T_{\Delta}^{(n)}(s)$  происходит из учёта двух треугольных кварковых петель, соединённых виртуальным векторным мезоном (см. рис. 20). Мы пренебрегли вкладом в  $T_{\Delta}^{(n)}(s)$  промежуточного мезона  $\rho(1450)$ , поскольку он сильно подавлен по отношению к вкладу  $\rho(770)$  за счёт кинематики и малой парциальной ширины распада  $\rho(1450) \rightarrow 2\pi$  (см. [19]).

Поскольку  $g_{\pi_1}\chi_{\pi}^1 \gg g_{\pi_2}\chi_{\pi}^2 \approx 0$ , мы пренебрегаем вкладом, содержащими формфактор в пионных вершинах, подобно тому как это делалось в вычислениях других процессов:

$$\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 g_{\pi_j} \chi_{\pi}^j T_{\text{non-}\pi}^{(k)} I_{n+k}^{(k+i-j)} \Big|_{g_{\pi_2}\chi_{\pi}^2 \rightarrow 0} = g_{\pi_1}^n T_{\text{non-}\pi}^{(k)} I_{n+k}^{(k)}.$$

Вторая треугольная диаграмма, показанная на рис. 20, рассчитана в расширенной модели НИЛ в работе [19]:

$$g_{V \rightarrow \pi\pi} \approx g_{\rho_1} \chi_V^1 + g_{\rho_2} \chi_V^2 \frac{I_2^{(1)}}{I_2^{(0)}}. \quad (84)$$

Переход фотона в векторные мезоны ( $\rho, \rho'$ ) описывается множителем

$$C_{\gamma V} = \chi_V^1 + \chi_V^2 \frac{I_2^{(1)}}{\sqrt{I_2^{(0)} I_2^{(2)}}}. \quad (85)$$

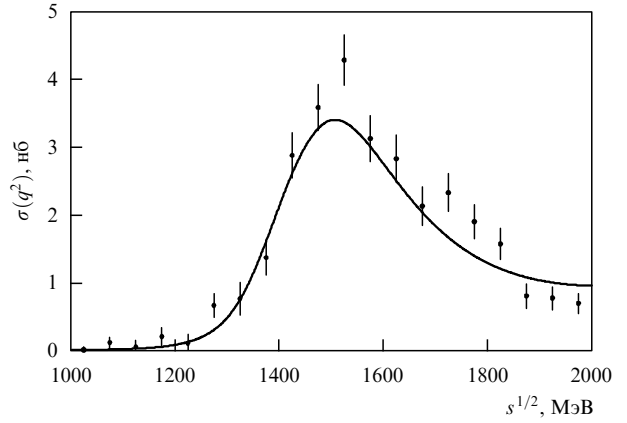


Рис. 21. Сравнение предсказаний расширенной модели НИЛ с экспериментальными результатами коллаборации BaBar [69] для процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta 2\pi$ .

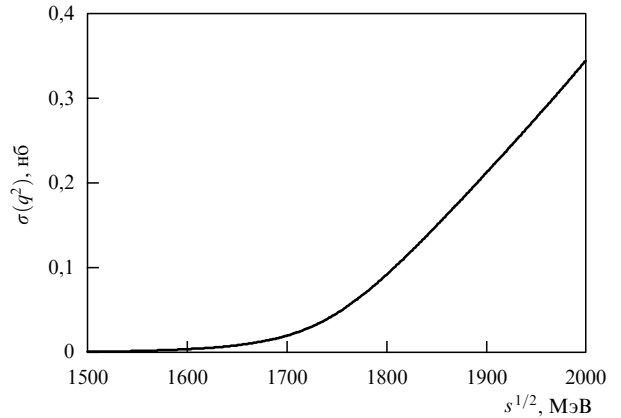


Рис. 22. Предсказания расширенной модели НИЛ для сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta' 2\pi$ .

Здесь мы используем фиксированное значение ширины для основного состояния  $\rho(770)$   $\Gamma_{\rho} = 147,8$  МэВ и зависящее от энергии по формуле (65) для  $\rho(1450)$ .

Полное сечение процесса принимает вид

$$\sigma(q^2) = \frac{\alpha^2}{192\pi q^6} \int_{s_-}^{s_+} ds \int_{t_-}^{t_+} dt |T(q, s, t)|^2, \quad (86)$$

где  $s = (p_{\eta} + p_{\pi^+})^2$ ,  $t = (p_{\eta} + p_{\pi^-})^2$ , пределы интегрирования определены как

$$t_{\mp} = \frac{1}{4s} \left( [q^2 + m_{\eta}^2 - 2m_{\pi}^2]^2 - \right.$$

$$\left. - [\lambda^{1/2}(q^2, s, m_{\pi}^2) \pm \lambda^{1/2}(m_{\eta}^2, m_{\pi}^2, s)]^2 \right),$$

$$s_- = (m_{\eta} + m_{\pi})^2, \quad s_+ = (\sqrt{q^2} - m_{\pi})^2, \quad (87)$$

$$\lambda(a, b, c) = (a - b - c)^2 - 4bc.$$

Численные результаты для зависимости величины сечения от энергии приведены на рис. 21 и 22.

Полученные результаты показывают, что расширенная модель НИЛ позволяет описывать зависимость полного сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta 2\pi$  в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными в области энергий до 2 ГэВ. Это позволяет предполагать разум-

ность полученных нами предсказаний для процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'2\pi$  в той же области энергий.

Одна из первых попыток теоретической интерпретации экспериментальных данных для процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'2\pi$  представлена в работе [68], где использовалась обобщённая модель векторной доминантности с учётом промежуточных мезонов  $\rho(770)$ ,  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$ . Отметим, что при этом вводилось несколько дополнительных произвольных параметров, которые подгонялись по экспериментальным данным. Кроме того, принималась во внимание только структура с двумя треугольными диаграммами. Важно также заметить, что результаты подгонки по экспериментальным данным указали на пренебрежимо малое численное значение вклада второго радиально возбуждённого состояния  $\rho(1700)$ .

В работе [70] использовалась модель на основе резонансной киральной теории. Эта модель также содержит большое число произвольных свободных параметров. Однако в работе [70] не учтён вклад промежуточного состояния  $\rho(1450)$ -мезона, который, очевидно, играет существенную роль в обсуждаемой области энергий. Позднее в работе [71] в рамках той же модели были учтены промежуточные состояния мезонов  $\rho(770)$ ,  $\rho(1450)$  и  $\rho(1700)$  с использованием дополнительных произвольных параметров. В [71] также показано, что вклад  $\rho(1700)$  незначителен.

## 5. Распады тау-лептонов

Расширенная модель НИЛ позволяет также описать основные полулептонные моды распадов тау-лептонов. Подчёркнём, что и здесь можно обойтись без введения дополнительных произвольных параметров. Механизм построения амплитуд этих распадов очень близок к тому, который использовался при вычислении сечений описанных в разделе 4 процессов электрон-позитронной аннигиляции с образованием мезонов при низких энергиях. Роль промежуточных фотонов в распадах  $\tau$ -лептонов играют  $W^\pm$ -бозоны, которые могут порождать заряженные промежуточные векторные мезоны как в основном, так и в радиально возбуждённых состояниях.

Важно отметить, что, поскольку масса тау-лептона равна 1777 МэВ, роль второго и более высоких радиально возбуждённых промежуточных состояний здесь весьма незначительна. Поэтому можно ожидать, что расширенная модель НИЛ, учитывающая именно основные и первые радиально возбуждённые состояния мезонов, должна давать вполне удовлетворительные теоретические предсказания для основных полулептонных мод распадов  $\tau$ -лептонов. В разделах 5.1–5.7 мы рассмотрим ряд основных мод распадов  $\tau$ -лептонов и проверим высказанные предположения.

### 5.1. Распад $\tau^- \rightarrow \pi^-(\pi^-(1300))\nu_\tau$

Начнём с рассмотрения простейшей моды полулептонного распада  $\tau^- \rightarrow \pi^-\nu_\tau$  и опишем также аналогичный процесс с рождением первого радиально возбуждённого состояния пиона  $\tau^- \rightarrow \pi^-(1300)\nu_\tau$ . Заметим, что здесь представляет интерес, помимо вычисления ширин этих распадов, определение констант слабого распада  $F_\pi$  и  $F_{\pi'}$ , играющих важную роль в построении различных киральных моделей физики мезонов.

Для описания распадов тау-лептонов нам понадобятся, помимо кварк-мезонного лагранжиана, лагранжиан

слабого взаимодействия лептонного тока с кварками:

$$\mathcal{L}^{\text{weak}} = \bar{\tau}\gamma_\mu\gamma_5\nu \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{ud}| \bar{d}\gamma_5\gamma_\mu u, \quad (88)$$

где  $G_F = 1,1663787(6) \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$  — константа Ферми,  $|V_{ud}| = 0,97425(22)$  — элемент матрицы Кабиббо–Кобаяси–Маскавы. Здесь выписана только аксиальная часть токов, поскольку рассматривается процесс образования псевдоскалярного пиона.

Сначала мы рассчитаем ширину распада  $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$  в рамках стандартной модели НИЛ. Соответствующий кварк-мезонный лагранжиан имеет вид

$$\mathcal{L} = \bar{q}[\tau^-\gamma_5(ig_\pi\pi^- + \gamma_\mu a_{1\mu}^-)]q, \quad (89)$$

$$\tau^- = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Основной вклад в этот процесс даёт диаграмма Фейнмана с одной кварковой петлёй (рис. 23). Соответствующая амплитуда принимает вид

$$A_{\tau \rightarrow \pi\nu_\tau} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} L_\mu |V_{ud}| H_\mu. \quad (90)$$

Здесь  $L_\mu = \bar{\nu}_\tau\gamma_\mu\gamma_5\nu_\tau$  — лептонный ток,  $H_\mu$  — адронный ток. В однопетлевом приближении (см. рис. 23) адронный ток выражается как

$$H_\mu^{(1)} = p^\mu \sqrt{2} g_{\pi_1} 4m_u I_2^{(0)}(m_u) = p^\mu \sqrt{2} \frac{m_u}{Zg_{\pi_1}}. \quad (91)$$

Для того чтобы получить окончательное выражение, необходимо рассмотреть двухпетлевое приближение с промежуточным  $a_1$ -мезоном (рис. 24). Учёт двухпетлевого приближения приводит к следующему вкладу в амплитуду адронного тока:

$$H_\mu^{(2)} = p^\mu \sqrt{2} \frac{m_u}{g_{\pi_1}} \left(1 - \frac{1}{Z}\right). \quad (92)$$

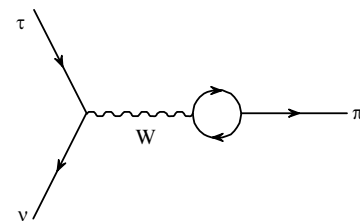


Рис. 23. Диаграмма Фейнмана для однопетлевого вклада в распад  $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ .

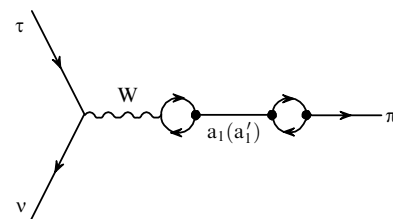


Рис. 24. Диаграмма распада  $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$  с промежуточным аксиально-векторным мезоном.



Сумма вкладов в адронный ток даёт

$$H_\mu = p^\mu \sqrt{2} \frac{m_u}{g_{\pi_1}} = p^\mu \sqrt{2} F_\pi \quad (93)$$

в согласии с соотношением Голдбергера–Треймана ( $g_\pi = m_q F_\pi$ ). Напомним, что из этого соотношения мы выше получили  $F_\pi \approx 92,8$  МэВ. Тогда теоретическое значение ширины рассматриваемого распада  $\Gamma^{\text{theor}}(\tau \rightarrow \pi\nu) = 2,45 \times 10^{-10}$  МэВ согласуется с экспериментальным значением  $\Gamma^{\text{exp}}(\tau \rightarrow \pi\nu) = 2,46(1) \times 10^{-10}$  МэВ [27].

Аналогичные вычисления можно провести и в расширенной модели НИЛ. Для распада с образованием основного состояния пиона следует учитывать вклады с формфакторами только в вершинах с аксиально-векторными мезонами  $a_1(1260)$  и  $a'_1(1640)$ . Вклад первой диаграммы имеет тот же вид (90), (91), что и в стандартной модели НИЛ. Вклад в адронный ток промежуточного  $a_1(1260)$ -мезона приобретает следующий вид:

$$H_\mu^{(a_1)} = -\frac{6m_u^2}{m_{a_1}^2} \sqrt{2Z} \frac{m_u}{g_{\pi_1}} p^\mu \left[ \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_V \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right]^2. \quad (94)$$

Первое радиально возбуждённое состояние  $a'_1(1640)$  даёт

$$H_\mu^{(a'_1)} = -\frac{6m_u^2}{m_{a'_1}^2} \sqrt{2Z} \frac{m_u}{g_{\pi_1}} p^\mu \left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_V \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right]^2. \quad (95)$$

В знаменателях пропагаторов Брейта–Вигнера мы пренебрегли массой пиона ввиду её малости по сравнению с массами  $a_1$ - и  $a'_1$ -мезонов.

В расширенной модели величина  $F_\pi$  состоит из вкладов трёх диаграмм:

$$F_\pi^{\text{ext}} = \frac{m_u}{Zg_{\pi_1}} \left\{ 1 - \frac{6m_u^2}{m_{a_1}^2} \left[ \frac{\sin(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_V \frac{\sin(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right]^2 - \frac{6m_u^2}{m_{a'_1}^2} \left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_V \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right]^2 \right\}. \quad (96)$$

Оценка, полученная нами в расширенной модели,  $F_\pi^{\text{ext}} \approx 94,6$  МэВ, находится в удовлетворительном согласии со стандартным значением константы слабого распада пиона. Это даёт надежду получить разумные оценки в рамках этой модели для ширины распада  $\tau \rightarrow \pi'(1300)\nu$  и константы распада  $F_{\pi'}$ .

В диаграмме, показанной на рис. 23, в конечном состоянии уже будет присутствовать возбуждённое состояние  $\pi'$ . Соответствующая часть адронного тока приобретает вид

$$H_\mu^{\pi'} = p^\mu \sqrt{2} \frac{m_u}{Zg_{\pi_1}} \left[ \frac{\cos(\alpha + \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} + R_\pi \frac{\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin(2\alpha_0)} \right]. \quad (97)$$

Для двухпетлевой диаграммы, подобной показанной на рис. 24, вершины, описывающие переход W-бозона в  $a_1$  и  $a'_1$ , имеют тот же вид, что и в процессе с рождением основного состояния пиона. Здесь в пропагаторах  $a_1$ - и  $a'_1$ -мезонов необходимо учесть ширины:

$$B = \frac{1}{M_{a_1(a'_1)}^2 - M_{\pi'}^2 - iM_{a_1(a'_1)}\Gamma_{a_1(a'_1)}}. \quad (98)$$

В вершинах, описывающих переходы  $a_1$  и  $a'_1$  в  $\pi'$ , необходимо учесть формфакторы как в первой, так и во второй вершинах кварковой петли (см. детали в работе [73]).

В результате для ширины распада  $\tau \rightarrow \pi'(1300)\nu_\tau$  получаем  $\Gamma_{\tau \rightarrow \pi'\nu_\tau}^{\text{total}} = 2,2 \times 10^{-13}$  МэВ. Это значение находится в удовлетворительном согласии с экспериментальной оценкой ширины рассматриваемого распада, полученной в работе [74]:  $2,27 \times 10^{-13}$  МэВ  $< \Gamma_{\tau \rightarrow \pi'\nu_\tau}^{\text{exp}} < 4,31 \times 10^{-13}$ . Найденному нами значению ширины распада соответствует величина константы распада возбуждённого пиона  $F_{\pi'} = 4,7$  МэВ.

## 5.2. Распад $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$

Распад  $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$  очень близок по структуре к процессу рождения пары пионов в электрон-позитронной аннигиляции, рассмотренному в разделе 4.4. Только здесь вместо электромагнитного взаимодействия имеет место слабое взаимодействие, а роль промежуточного фотона играет W-бозон (см. рис. 12 и 13).

Здесь мы ограничимся случаем рождения пары пионов в основных состояниях, но учтём вклады промежуточных  $\rho^-$ -мезонов как в основном, так и в первом радиально возбуждённом состояниях (см. работы [75, 76]). Амплитуда рассматриваемого распада имеет вид

$$T = G_F |V_{ud}| f_{a_1}(p^2) m_\rho^2 \left[ \frac{1 - i\sqrt{q^2} \Gamma_\rho(p^2)/m_\rho^2}{m_\rho^2 - p^2 - i\sqrt{p^2} \Gamma_\rho(p^2)} + \frac{\exp(i\pi) C_{W\rho'} C_{\rho'\pi\pi} (1/g_\rho) p^2/m_\rho^2}{m_{\rho'}^2 - p^2 - i\sqrt{p^2} \Gamma_{\rho'}(p^2)} \right] (p_\pi^\mu - p_{\pi^0}^\mu) l_\mu \pi^- \pi^0, \quad (99)$$

где  $l_\mu$  — стандартный лептонный ток, формфактор  $f_{a_1}(p^2)$  распада  $\rho$ -мезона на два пиона берётся по формуле (70). Факторы

$$C_{W\rho'} = - \left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} + R_\rho \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \right], \quad (100)$$

$$C_{\rho'\pi\pi} = - \left[ \frac{\cos(\beta + \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} g_{\rho_1} + \frac{\cos(\beta - \beta_0)}{\sin(2\beta_0)} \frac{I_2^{(1)}}{I_2^{(0)}} g_{\rho_2} \right]$$

учитывают смешивание основного и возбуждённого состояний векторных мезонов в расширенной модели НИЛ. Фазовый множитель  $\exp(i\pi)$  при учёте вклада возбуждённого промежуточного  $\rho(1450)$  выбран таким же, как и в случае  $e^-e^+$ -аннигиляции. В стандартной модели НИЛ векторная доминантность автоматически появляется после суммирования вкладов контактной диаграммы и вклада промежуточного векторного мезона  $\rho(770)$ . Это обстоятельство определило форму первого слагаемого в квадратных скобках в формуле (99). Второе слагаемое соответствует вкладу промежуточного радиально возбуждённого векторного мезона  $\rho(1450)$  в расширенной модели НИЛ.

В результате получаем численную оценку парциальной ширины распада  $\text{Br}(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau) = 24,8\%$ , которая находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными (табл. 6).

Величина относительного вклада возбуждённого  $\rho(1450)$ -мезона традиционно оценивается с помощью феноменологической параметризации Кюна–Сантама-

**Таблица 6.** Сравнение с экспериментальными данными для парциальной ширины  $\text{Br}(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau)$ 

	$\text{Br}(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau)$ , %	$\beta$
CLEO [77]	$25,32 \pm 0,15$	$-0,108 \pm 0,007$
Aleph [78]	$25,471 \pm 0,097 \pm 0,085$	$-0,097 \pm 0,006$
Belle [79]	$25,24 \pm 0,01 \pm 0,39$	$-0,15 \pm 0,05^{+0,15}_{-0,04}$
Теория	24,8	-0,086

рии (Kuhn – Santamaria), предложенной в работе [57]:

$$\frac{1}{1 + \beta} \left( \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - p^2 - i\sqrt{p^2}\Gamma_\rho(p^2)} + \beta \frac{m_{\rho'}^2}{m_{\rho'}^2 - p^2 - i\sqrt{p^2}\Gamma_{\rho'}(p^2)} \right), \quad (101)$$

при этом параметр  $\beta$  определяется подгонкой по экспериментальным данным. Отметим, что в расширенной модели НИЛ этот параметр является вычисляемым и оказывается зависящим от переданного импульса. В области пика для  $p^2 = m_\rho^2$ , мы получаем

$$\beta \approx \exp(i\pi) \frac{C_{W\rho'} C_{\rho'\pi\pi}}{g_\rho} \approx -0,086. \quad (102)$$

Последнее значение находится в удовлетворительном согласии с величинами, извлечёнными из анализа экспериментальных данных [77–79] (см. табл. 6).

Отметим, что вклад первого радиально возбуждённого промежуточного мезона  $\rho'$  в данный распад мал. Действительно, расчёт парциальной ширины без учёта  $\rho'$ -мезона даёт значение 24,7 %.

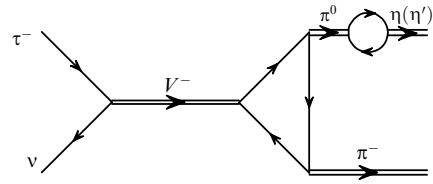
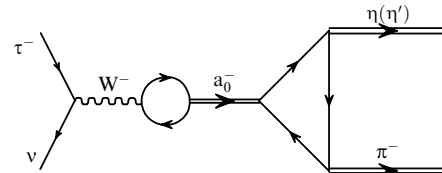
### 5.3. Распад $\tau^- \rightarrow \eta(\eta')\pi^- \nu_\tau$

Процессы распадов  $\tau^- \rightarrow \eta\pi^- \nu_\tau$  и  $\tau^- \rightarrow \eta'\pi^- \nu_\tau$  до сих пор недостаточно хорошо исследованы экспериментально, имеются лишь ограничения сверху на их парциальные ширины [80]. Тем не менее в ряде теоретических работ сделаны предсказания в рамках различных феноменологических моделей [81–89]. Эти процессы интересны тем, что они относятся к распадам так называемого второго класса, которые подавлены по отношению к основным адронным модам распада тау-лептона.

В расширенной модели НИЛ (см. работу [81]) основные вклады в амплитуды этих процессов дают векторный и скалярный каналы, представленные на рис. 25 и 26. Вклад векторного канала имеет вид

$$T_V = A_{\pi\eta(\eta')} m_\rho^2 \left[ \left( 1 - \frac{i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho(p^2)}{m_\rho^2} \right) \text{BW}_\rho(p^2) + \beta_\rho \frac{p^2}{m_\rho^2} \text{BW}_{\rho'}(p^2) \right] (p_\pi^\mu - p_{\eta(\eta')}^\mu) I_\mu \pi^- \eta(\eta'), \quad (103)$$

где  $\text{BW}_{\rho(\rho')}(p^2)$  — пропагаторы  $\rho$ -мезонов в форме Брейта–Вигнера. Параметр  $\beta_\rho$  задаёт относительный вклад первого радиально возбуждённого состояния  $\rho(1450)$ , мы берём его значение из раздела 5.2, где вычислялась ширина распада  $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ . При этом мы используем возможность перехода  $\pi^0 \rightarrow \eta$  через кварковую петлю. Этот переход вычислен в работе [81]. Переходы такого рода впервые были рассмотрены в работе [8] при вычислении ширины распада  $\omega \rightarrow \pi\pi$ , который

**Рис. 25.** Диаграмма Фейнмана с промежуточными векторными мезонами,  $V^- = \rho^- (770)$ ,  $\rho^- (1450)$ .**Рис. 26.** Диаграмма Фейнмана с промежуточными скалярными мезонами  $a_0^- (980)$  или  $a_0^- (1450)$ .

осуществлялся за счёт перехода  $\omega \rightarrow \rho^0$  через кварковую петлю. Переход такого рода возможен благодаря разности масс  $u$ - и  $d$ -кварков. Амплитуда переходов  $\pi^0 \rightarrow \eta(\eta')$  имеет вид

$$A_{\pi\eta(\eta')} = 2g_\pi^2 \left[ (2I_1^{(0)}(m_d) + m_{\eta(\eta')}^2 I_2^{(0)}(m_d)) - (2I_1^{(0)}(m_u) + m_{\eta(\eta')}^2 I_2^{(0)}(m_u)) \right] \frac{\epsilon_{\eta(\eta')}}{m_\pi^2 - m_{\eta(\eta')}^2}. \quad (104)$$

Значения масс составляющих кварков  $m_u = 280$  МэВ и  $m_d = 283,7$  МэВ взяты из расчётов, сделанных в работе [8], где эти значения использовались для описания как распада  $\omega \rightarrow 2\pi$ , так и разницы масс заряженных и нейтральных пионов и каонов. Факторы  $\epsilon_\eta = \sin\theta$  и  $\epsilon_{\eta'} = \cos\theta$  выражены через разность углов смешивания  $\eta$ -мезонов,  $\theta \approx 54^\circ = \theta_0 - \theta$ , где  $\theta_0 \approx 35,3^\circ$  — идеальный угол смешивания, а  $\theta \approx -19^\circ$  описывает отклонение от него.

Сравнение значений констант перехода  $\pi \rightarrow \eta(\eta')$  с найденными в работах [87, 88] дано в табл. 7.

**Таблица 7.** Сравнение значений констант  $\epsilon_{\pi\eta(\eta')}$ 

$ \epsilon_{\pi\eta}^{\text{PR}} $ [87]	$ \epsilon_{\pi\eta}^{\text{NJL}} $ [81]	$ \epsilon_{\pi\eta}^{\text{PR}} $ [88]	$ \epsilon_{\pi\eta}^{\text{NJL}} $ [81]
$1,34 \times 10^{-2}$	$1,55 \times 10^{-2}$	$(3 \pm 1) \times 10^{-3}$	$6,79 \times 10^{-3}$

Пренебрегая вкладом скалярного канала, можно получить следующие значения для парциальных ширины рассматриваемых распадов:

$$\text{Br}_V(\tau \rightarrow \eta\pi\nu) = 4,35 \times 10^{-6}, \quad (105)$$

$$\text{Br}_V(\tau \rightarrow \eta'\pi\nu) = 1,11 \times 10^{-8}. \quad (106)$$

Вклады промежуточных скалярных мезонов  $a_0^- (980)$  и  $a_0^- (1450)$  описываются диаграммой, изображённой на рис. 26. Переход  $W^- \rightarrow a_0^-$  имеет вид

$$\frac{\sqrt{3}}{4g_\rho} g_{EW} |V_{ud}| (m_d - m_u) p^\mu W_\mu^- a_0^-, \quad (107)$$

где  $g_{EW}$  — константа электрослабых взаимодействий. Для перехода в возбуждённое состояние  $a_0^- (1450)$  полу-

чаем

$$C_{W_{a'_0}} = \frac{\sqrt{3}}{4g_p} g_{EW} |V_{ud}| (m_d - m_u) \times \\ \times \left[ \frac{\cos(\phi + \phi_0)}{\sin(2\phi_0)} + R_p \frac{\cos(\phi - \phi_0)}{\sin(2\phi_0)} \right] p^\mu W_\mu^- a_0'^-, \quad (108)$$

где использованы значения углов смешивания для скалярных изовекторных мезонов  $\phi_0 = 65,5^\circ$  и  $\phi = 72,0^\circ$ .

Амплитуда вклада скалярного канала имеет вид

$$T_S = 2Zm_u(m_d - m_u)\epsilon_{\eta(\eta')\pi} \times \\ \times (BW_{a_0}(p^2) + \beta_{a_0\eta(\eta')\pi} BW_{a'_0}(p^2)) p^\mu l_\mu \pi^- \eta(\eta'), \quad (109)$$

где  $BW_{a_0(a'_0)}(p^2)$  — пропагаторы скалярных мезонов в форме Брейта–Вигнера. Значения масс и ширин  $m_{a_0} = 980$  МэВ,  $m_{a'_0} = 1474$  МэВ,  $\Gamma_{a'_0}(m_{a'_0}) = 265$  МэВ взяты из [27], а ширина  $\Gamma_{a_0}(m_{a_0}) = 100$  МэВ соответствует вычисленной в нашей модели ширине распада  $a_0 \rightarrow \eta\pi$  и значению верхнего предела диапазона, приведённого для этой величины в [27]. Фактор  $\beta_{a_0\eta(\eta')\pi}$  определяется следующим образом:

$$\beta_{a_0\eta(\eta')\pi} = \exp(i\pi) C_{W_{a'_0}} \frac{\sqrt{6}}{4Z} \frac{A_{a'_0 \rightarrow \eta(\eta')\pi}}{m_u}, \quad (110)$$

где опять выбрана относительная фаза  $\exp(i\pi)$  для вклада возбуждённого мезона. Мы получили значения  $\beta_{a_0\eta\pi} = -0,24$  и  $\beta_{a_0\eta'\pi} = -0,26$ , которые близки к найденным при подгонке по экспериментальным данным в работах [86, 88].

Если учесть только вклады скалярного канала, то получим следующие значения для парциальных ширин:

$$\text{Br}_S(\tau \rightarrow \eta\pi\nu) = 0,37 \times 10^{-6}, \quad (111)$$

$$\text{Br}_S(\tau \rightarrow \eta'\pi\nu) = 2,63 \times 10^{-8}. \quad (112)$$

Отметим, что найденные нами значения для вкладов скалярного канала заметно меньше найденных в работах [86, 88].

Полная ширина рассматриваемого распада может быть выражена следующим образом:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{384\pi m_\tau^2} \int_{m_{\eta(\eta')}^2 + m_\pi^2}^{m_\tau^2} \frac{ds}{s^3} \lambda^{1/2}(s, m_{\eta(\eta')}^2, m_\pi^2) (m_\tau^2 - s)^2 \times \\ \times \left( |T_V|^2 (2s + m_\tau^2) \lambda(s, m_{\eta(\eta')}^2, m_\pi^2) + \right. \\ \left. + |T_S|^2 3m_\tau^2 (m_{\eta(\eta')}^2 - m_\pi^2)^2 \right). \quad (113)$$

Заметим, что отсутствует интерференция амплитуд векторного и скалярного каналов. Поэтому результирующие парциальные ширины равны суммам соответствующих вкладов:

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow \eta\pi^- \nu) = 4,72 \times 10^{-6}, \quad (114)$$

$$\text{Br}(\tau^- \rightarrow \eta'\pi^- \nu) = 3,74 \times 10^{-8}. \quad (115)$$

Интересно, что для распада с образованием  $\eta'$  основной вклад даёт скалярный канал, а доминирует в нём промежуточный возбуждённый  $a_0(1450)$ -мезон.

Полученные результаты удовлетворяют современным экспериментальным ограничениям [27]

$$\text{Br}^{\text{exp}}(\tau^- \rightarrow \eta\pi^- \nu) < 9,9 \times 10^{-5}, \quad (116)$$

$$\text{Br}^{\text{exp}}(\tau^- \rightarrow \eta'\pi^- \nu) < 4,0 \times 10^{-6}. \quad (117)$$

**Таблица 8.** Ширины распадов  $\tau^- \rightarrow \eta(\eta')\pi^- \nu_\tau$  в различных моделях

$\tau^- \rightarrow \eta\pi^- \nu_\tau$			
$\text{Br}_V \times 10^5$	$\text{Br}_S \times 10^5$	$\text{Br}_{S+V} \times 10^5$	Литература
0,25	1,60	1,85	[82]
0,12	1,38	1,50	[83]
0,15	1,06	1,21	[84]
0,36	1,00	1,36	[85]
(0,7, 2,3)	(0,2, 0,6)	(0,4, 2,9)	[87]
0,44	0,04	0,48	[81]
0,13	0,20	0,33	[89]
0,84	4,46	5,30	[90]
$\tau^- \rightarrow \eta'\pi^- \nu_\tau$			
$\text{Br}_V \times 10^7$	$\text{Br}_S \times 10^7$	$\text{Br}_{S+V} \times 10^7$	Литература
< 1	(2, 13)	(2, 14)	[86]
(0,01, 0,34)	(0,6, 1,8)	(0,6, 2,1)	[88]
0,11	0,26	0,37	[81]
$2 \times 10^{-5}$	4	4	[90]

В таблице 8 приведено сравнение с теоретическими результатами других групп, полученными в различных феноменологических моделях. В первых двух столбцах табл. 8 даны отдельно вклады векторного и скалярного каналов. Видно, что во многих моделях вклад скалярного канала является доминирующим по сравнению с таковым векторного канала для обеих мод распада. В расширенной модели НИЛ подобная ситуация имеет место только в случае распада на  $\eta'\pi\nu$ , в то время как в случае  $\eta$ -мезона основной вклад даёт векторный канал. Отметим, что в настоящее время проблемы описания скалярных мезонов вызывают большой интерес в связи с неопределённостью их кваркового содержания.

#### 5.4. Распад $\tau^- \rightarrow \eta(\eta')\pi^- \pi^0 \nu_\tau$

Распады  $\tau$ -лептона с образованием нейтрино,  $\eta$ - или  $\eta'$ -мезонов и двух пионов в расширенной модели НИЛ по структуре очень близки к процессам аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \eta(\eta')2\pi$ , рассмотренным в разделе 4.5 (см. также статью [72]). Как было указано выше, роль промежуточного фотона играет  $W$ -бозон, а вместо нейтральных  $\rho$ -мезонов фигурируют заряженные. Соответствующие диаграммы близки к изображённым на рис. 17 и 18.

Ширины рассматриваемых распадов имеют вид

$$\Gamma(\tau \rightarrow \eta(\eta')2\pi\nu) = \frac{3|V_{ud}|^2}{2\pi\alpha^2 m_\tau^8} \Gamma(\tau \rightarrow e\nu_e \nu_\tau) \int_0^{m_\tau} \sigma(q^2) dq^2, \quad (118)$$

где  $\sigma(q^2)$  совпадает с сечением (86) для процесса аннигиляции,  $\Gamma(\tau \rightarrow e\nu_e \nu_\tau) = G_F^2 m_\tau^5 / (192\pi^3)$ . Численное значение, полученное для процесса с рождением  $\eta$ -мезона, хорошо согласуется с экспериментальными данными (табл. 9). Предсказание, полученное для случая с  $\eta'$ -мезоном, не противоречит экспериментальным ограничениям сверху и позволяет надеяться на проведение его скорой проверки.

**Таблица 9.** Парциальные ширины распадов  $\tau \rightarrow \eta(\eta')2\pi\nu$  в сравнении с экспериментальными данными

Процесс	Модель НИЛ	PDG [27]
$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta 2\pi\nu) \times 10^3$	1,46	$1,39 \pm 0,10$
$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta' 2\pi\nu) \times 10^5$	0,09	< 1,2

В работе [70] рассматриваемые процессы описаны в рамках модели резонансных киральных лагранжианов с использованием двух произвольных параметров, что, однако, не позволило одновременно удовлетворительно описать оба распада.

### 5.5. Распад $\tau^- \rightarrow \omega \pi^- \nu_\tau$

Процесс  $\tau \rightarrow \omega \pi \nu$  исследовался как с экспериментальной [49, 91], так и с теоретической (см., например, [53, 92–94]) точек зрения. В указанных работах использовались феноменологические модели с учётом промежуточных векторных мезонов и их радиально возбуждённых состояний. Структура амплитуды данного процесса аналогична той, которая использовалась при описании процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho \omega$  в разделе 4.3:

$$T = G_F |V_{ud}| \bar{\nu}(1 - \gamma^5) \gamma^\mu \tau (T_{W\rho} + T_{\rho'}) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_\omega^\rho p_\pi^\sigma \omega^\nu \pi, \quad (119)$$

где  $p_\omega$  и  $p_\pi$  — импульсы  $\omega$ - и  $\pi$ -мезонов соответственно. Два вклада в амплитуду,  $T_{W\rho}$  и  $T_{\rho'}$ , происходят от промежуточных векторных мезонов  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ . При этом величина  $T_{W\rho}$  объединяет вклад контактной диаграммы (с промежуточным  $W$ -бозоном) с вкладом диаграммы с промежуточным  $\rho(770)$ -мезоном. Это приводит к формуле, имеющей структуру, появляющуюся при использовании модели векторной доминантности:

$$T_{W\rho} = \frac{C_\rho}{g_{\rho_1}} \frac{1 - i\Gamma_\rho/m_\rho}{m_\rho^2 - p^2 - im_\rho\Gamma_\rho} m_\rho^2. \quad (120)$$

Здесь фактор  $C_\rho$  соответствует коэффициенту при антисимметричном тензоре, описывающем вершину  $\rho\omega\pi$  аномального типа. В расширенной модели НИЛ

$$\begin{aligned} \frac{C_\rho}{g_{\rho_1}} = & \left[ g_{\rho_1} \frac{\sin(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} \right]^2 I_3^0 + \left[ g_{\rho_2} \frac{\sin(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} \right]^2 I_3^{(2)} + \\ & + 2g_{\rho_1}g_{\rho_2} \frac{\sin(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} \frac{\sin(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} I_3^{(1)}. \end{aligned} \quad (121)$$

Вклад от промежуточного радиально возбуждённого состояния  $\rho(1450)$  вычисляется без применения метода векторной доминантности с помощью прямого вычисления двух вершин, описывающих переходы через кварковые петли  $W^- \rightarrow \rho'$  и  $\rho' \rightarrow \omega \pi$  в расширенной модели НИЛ,

$$T_{\rho'} = C_{\rho'} C_{W\rho'} \frac{p^2}{m_{\rho'}^2 - p^2 - i\sqrt{p^2}\Gamma_{\rho'}(p^2)}, \quad (122)$$

где масса  $m_{\rho'} = 1465$  МэВ, а бегущая ширина берётся согласно формуле из работы [51]. Фактор  $C_{\rho'}$  соответствует вершине  $\rho'\omega\pi$ :

$$\begin{aligned} -\frac{C_{\rho'}}{g_{\rho_1}} = & g_{\rho_1} \frac{\sin(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} g_{\rho_1} \frac{\cos(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} I_3^u + \\ & + g_{\rho_2} \frac{\sin(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} g_{\rho_2} \frac{\cos(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} I_3^u + \\ & + g_{\rho_1} \frac{\sin(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} g_{\rho_2} \frac{\cos(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} I_3^u + \\ & + g_{\rho_2} \frac{\cos(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} g_{\rho_1} \frac{\sin(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} I_3^u. \end{aligned}$$

Фактор  $C_{W\rho'}$  описывает переход  $W \rightarrow \rho'$  (см. детали в [76]),

$$C_{W\rho'} = -\frac{1}{g_{\rho_1}} \left[ \frac{\cos(\beta^u + \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} + R_\rho \frac{\cos(\beta^u - \beta_0^u)}{\sin(2\beta_0^u)} \right].$$

Ширина рассматриваемого процесса имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau \rightarrow \omega \pi \nu) = & \frac{1}{4m_\tau} \int \frac{d^3 p_\omega}{2E_\omega} \frac{d^3 p_\pi}{2E_\pi} \frac{d^3 p_\nu}{2E_\nu} \times \\ & \times \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\tau - p_\omega - p_\pi - p_\nu)}{(2\pi)^9} |T|^2. \end{aligned}$$

Полученное численное значение для парциальной ширины приведено в табл. 10 совместно с экспериментальными результатами. Как видно, результаты наших вычислений удовлетворительно описывают экспериментальные данные. Кроме того, в табл. 10 приведены значения для вершины Весса–Зумино  $g_{\rho\omega\pi}$  в сравнении с результатами, полученными другими авторами.

Таблица 10. Парциальная ширина и параметры процесса  $\tau \rightarrow \rho\omega\nu$

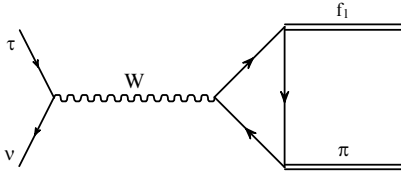
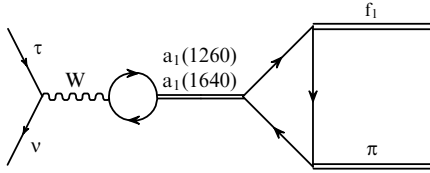
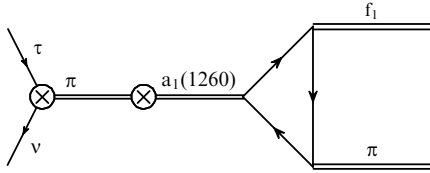
	$g_{\rho\omega\pi}, \text{ГэВ}^{-1}$	$\text{Br}(\tau \rightarrow \rho\omega\nu), \%$
НИЛ	15,40	1,85
CLEO [49]	$16,10 \pm 0,06$	$1,95 \pm 0,08$
Aleph [91]	—	$1,91 \pm 0,13$
SND-2011 [53]	$15,75 \pm 0,45$	—

### 5.6. Распад $\tau^- \rightarrow f_1 \pi^- \nu_\tau$

Процессы распада  $\tau$ -лептонов, рассмотренные выше, проходили через промежуточные состояния, содержащие векторные и скалярные мезоны как в основном, так и в первом радиально возбуждённом состояниях. Однако существует целый ряд распадов  $\tau$ -лептонов, идущих через промежуточные состояния, содержащие аксиально векторные мезоны  $a_1(1230)$  и  $a_1'(1640)$ . Причём масса возбуждённого состояния уже близка к массе самого  $\tau$ -лептона. Поэтому естественно ожидать, что вклад в ширину распада от такого промежуточного состояния будет весьма незначителен. Таким образом, здесь можно ограничиться применением стандартной модели НИЛ без учёта радиально возбуждённых состояний.

Действительно, результаты вычислений для ширин распадов  $\tau \rightarrow 3\pi\nu$  [95],  $\tau \rightarrow \pi\gamma\nu$  [96] и  $\tau \rightarrow \rho\nu$  [97] в рамках стандартной модели НИЛ находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. Мы продемонстрируем сделанные выше утверждения на примере активно исследуемого в настоящее время процесса распада  $\tau \rightarrow f_1 \pi \nu$  (см. теоретические [98–100] и экспериментальную [101] работы). Заметим, что сравнение результатов вычислений этого распада в стандартной и в расширенной моделях НИЛ дано в электронном препринте работы [98]. Как и следовало ожидать, эти результаты несильно отличаются друг от друга. Аналогичная ситуация имеет место при вычислении константы  $F_\pi$  в распаде  $\tau \rightarrow \pi\nu$  (см. раздел 5.1).

Амплитуда рассматриваемого распада описывается диаграммами Фейнмана, изображёнными на рис. 27–29.

Рис. 27. Контактная диаграмма, описывающая распад  $\tau \rightarrow f_1 \pi \nu_\tau$ .Рис. 28. Диаграмма с промежуточным  $a_1$ -мезоном для распада  $\tau \rightarrow f_1 \pi \nu_\tau$ .Рис. 29. Диаграмма с  $\pi$ - $a_1$ -переходом в промежуточном состоянии распада  $\tau \rightarrow f_1 \pi \nu_\tau$ .

Соответствующая амплитуда имеет вид

$$T_S^\nu = \frac{G_F |V_{ud}|}{g_{\rho_1}} L_\mu (1 + (Q^2 - 6m_u^2) BW_{a_1}(Q^2) + 6m_u^2 BW_{a_1}(Q^2)) T_{a_1 \rightarrow f_1 \pi}^{\mu\nu}, \quad (123)$$

$$T_{a_1 \rightarrow f_1 \pi}^{\mu\nu} = \frac{N_c}{8\pi^2 F_\pi} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta,$$

где  $p$  и  $q$  — импульсы пиона и  $f_1$ -мезона соответственно,  $Q = p + q$ . Здесь важную роль играет описание в кварковом однопетлевом приближении перехода  $W$ -бозона в  $a_1$ -мезон, который оказывается пропорциональным величине

$$g_{\mu\nu} Q^2 - Q^\mu Q^\nu + 6m_u^2 g_{\mu\nu}.$$

Первые два слагаемых составляют градиентно-инвариантное выражение, которое совпадает с соответствующим выражением, описывающим переходы  $W$ -бозона в векторный  $\rho$ -мезон. Константный член, пропорциональный  $6m_u^2$ , нарушает градиентную инвариантность. Однако если учесть последовательные переходы  $W$ -бозона в пион, а пиона — в  $a_1$ -мезон (см. рис. 29), то это приведёт к появлению в амплитуде такой же константы, но с противоположным знаком. В результате сумма диаграмм, изображённых на рис. 27 и 28, приобретает градиентно инвариантную форму. Обратим внимание, что произведение части  $Q^\mu Q^\nu$  на тензор  $T_{a_1 \rightarrow f_1 \pi}^{\mu\nu}$ , описывающий переход  $a_1 \rightarrow f_1 \pi$ , равно нулю. Оставшаяся сумма при объединении с контактной диаграммой (см. рис. 27) приводит к выражению типа векторной доми-

нантности:

$$1 + Q^2 BW_{a_1}(Q^2) = \frac{m_{a_1}^2 - im_{a_1} \Gamma_{a_1}}{m_{a_1}^2 - Q^2 - im_{a_1} \Gamma_{a_1}}.$$

В результате получаем следующее значение парциальной ширины этого распада:  $\text{Br}(\tau \rightarrow f_1 \pi \nu_\tau) = 4,10 \times 10^{-4}$  при значении ширины  $\Gamma_{a_1} = 367$  МэВ, взятом из работы [102]. Экспериментальные значения парциальной ширины данного распада получены коллаборацией BaBar при измерения двух мод распада  $f_1$ -мезона [101]:

$$\text{Br}_{\text{exp}}(\tau \rightarrow f_1 \pi^- \nu_\tau) = \frac{\text{Br}(\tau \rightarrow 2\pi^+ 3\pi^- \nu_\tau)}{\text{Br}(f_1 \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-)},$$

$$\text{Br}_{\text{exp}}(\tau \rightarrow f_1 \pi^- \nu_\tau) = \frac{\text{Br}(\tau \rightarrow \pi^+ 2\pi^- \eta \nu_\tau)}{\text{Br}(f_1 \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta)}.$$

Соответствующие значения равны  $(4,73 \pm 0,28 \pm 0,45) \times 10^{-4}$  и  $(3,60 \pm 0,18 \pm 0,23) \times 10^{-4}$ . Полученный нами теоретический результат находится между этими экспериментальными значениями.

Теоретически этот распад исследовался также в других подходах в работах [99, 100]. В первой работе в подходе, близком к стандартной модели НИЛ, получено значение парциальной ширины, равное  $2,91 \times 10^{-4}$ . Во второй работе использован подход модели векторной доминантности и получено значение  $1,30 \times 10^{-4}$ . В обеих работах принимался во внимание только вклад промежуточного  $a_1(1260)$ -мезона без учёта возможности  $\pi$ - $a_1$ -переходов в промежуточном состоянии.

### 5.7. Распады $\tau \rightarrow K^-(\pi^0, \eta, \eta', K^0) \nu_\tau$

В этом разделе мы обсудим описание распадов  $\tau$ -лептона с образованием двух псевдоскалярных мезонов и нейтрино. В разделах 5.2 и 5.3 рассмотрены распады этого типа без участия странных частиц. Распады  $\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$  [103],  $\tau \rightarrow K^-(\eta, \eta') \nu_\tau$  [104] и  $\tau \rightarrow K^- K^0 \nu_\tau$  [105] исчерпывают список процессов данного типа.

Характерной чертой процесса  $\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$  является относительно низкое значение порога рождения конечных продуктов распада. Это приводит к тому, что основные состояния промежуточных мезонов находятся в разрешённой кинематической области и дают доминирующие вклады в ширину этого распада как в векторном, так и в скалярном каналах. Поэтому здесь достаточно использовать стандартную версию модели НИЛ без учёта возбуждённых состояний. Это предположение подтверждено количественно сравнением с результатами вычислений в рамках расширенной модели НИЛ в приложении работы [103].

Амплитуда векторного канала, включающая в себя вклады контактной диаграммы (рис. 30) и диаграммы (рис. 31) с промежуточным векторным  $K^*$ -мезоном, имеет вид

$$T_V = -\frac{i}{2} G_F V_{us} \sqrt{Z_\pi Z_K} \frac{g(m_u, m_u)}{g(m_u, m_s)} (\bar{\nu}_\tau \gamma^\mu \tau) \times \left\{ g_{\mu\nu} + \frac{g_{\mu\nu} [q^2 - (3/2)(m_s - m_u)^2] - q_\mu q_\nu}{M_{K^*}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} \Gamma_{K^*}} \right\} (p_K - p_\pi)^\nu, \quad (124)$$

где  $V_{us} = 0,2252$  — элемент матрицы Кабиббо–Кобаяси–Маскавы,  $q = p_K + p_\pi$ ,  $M_{K^*} = 892$  МэВ и  $\Gamma_{K^*} = 51$  МэВ [27]. Первое слагаемое в фигурных скобках

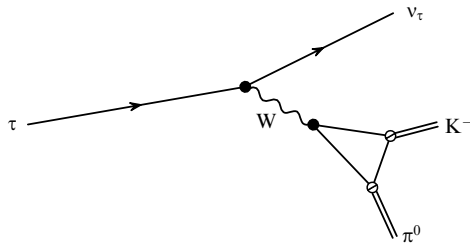


Рис. 30. Диаграмма распада  $\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$  контактного типа.

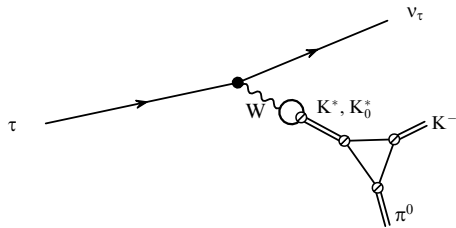


Рис. 31. Диаграмма распада  $\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$  с промежуточным векторным ( $K^*$ ) или скалярным ( $K_0^*$ ) мезонами.

соответствует вкладу промежуточного  $W$ -бозона, а второе — вкладу промежуточного  $K^*(892)$ -мезона.

Амплитуда в скалярном канале с промежуточным  $K_0^*(800)$ -мезоном (см. рис. 31) имеет вид

$$T_S = -\frac{i}{2} G_F V_{us} \sqrt{Z_\pi Z_K} \frac{g(m_u, m_u)}{g(m_u, m_s)} (\bar{\nu}_\tau \gamma^\mu \tau) \times \frac{2m_s(m_s - m_u)}{M_{K_0^*}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} \Gamma_{K_0^*}} q_\mu, \quad (125)$$

где  $M_{K_0^*} = 682$  МэВ,  $\Gamma_{K_0^*} = 547$  МэВ [27].

Интересно сравнить отдельные вклады векторного и скалярного каналов в парциальную ширину рассматриваемого распада:

$$\begin{aligned} \text{Br}(\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau)_V &= 4,14 \times 10^{-3}, \\ \text{Br}(\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau)_S &= 0,02 \times 10^{-3}. \end{aligned} \quad (126)$$

Видно, что векторный канал в данном случае доминирует. Полная парциальная ширина, полученная в рамках стандартной модели НИЛ,

$$\text{Br}(\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau)_{\text{tot}} = 4,13 \times 10^{-3}, \quad (127)$$

находится в хорошем согласии с современным экспериментальным значением [27]

$$\text{Br}(\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau)_{\text{exp}} = (4,29 \pm 0,15) \times 10^{-3}. \quad (128)$$

Для дифференциального распределения по инвариантной массе каона и пиона также получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными [106] (рис. 32).

Этот распад рассматривался ранее в модели типа НИЛ в работе [107], где переход  $W$ -бозона в  $K^*$ -мезон описан с помощью метода векторной доминантности. В результате было получено лишь качественное согласие с экспериментальными данными. Что касается скалярного канала, его вклад в ширину был найден столь же малым, как и в нашем случае. В ряде других работ [108–110] распад  $\tau \rightarrow K \pi \nu_\tau$  описывался в моделях типа киральной

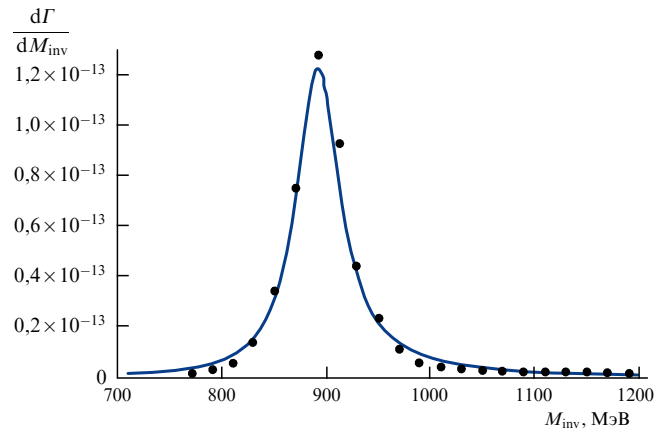


Рис. 32. Дифференциальная ширина распада  $\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$ .  $M_{\text{inv}}$  — инвариантная масса системы из пиона и каона,  $d\Gamma/dM_{\text{inv}}$  — безразмерная дифференциальная ширина.

теории возмущений с использованием дополнительных подгоночных параметров и формфакторов.

Рассмотрим теперь распады  $\tau \rightarrow K^- \eta \nu_\tau$  и  $\tau \rightarrow K^- \eta' \nu_\tau$ . В последнее время распад  $\tau \rightarrow K^- \eta \nu_\tau$  активно изучался как экспериментально [80, 111], так и теоретически [104, 112]. В работе [112] использовалась киральная пертурбативная теория, расширенная путём учёта резонансных состояний. В работе [112] утверждалось, что применение параметризации Брейта–Вигнера для промежуточных состояний мезонов не позволяет удовлетворительно описать этот распад без использования дополнительных формфакторов. Однако в работе [104] показано, что в расширенной модели НИЛ применение параметризации Брейта–Вигнера приводит к вполне удовлетворительным результатам. В обеих работах также теоретически предсказана ширина распада  $\tau \rightarrow K^- \eta' \nu_\tau$ .

Процессы  $\tau \rightarrow K^- \eta \nu_\tau$  и  $\tau \rightarrow K^- \eta' \nu_\tau$  описываются диаграммами Фейнмана, изображёнными на рис. 33 и 34. Амплитуда, соответствующая сумме вкладов диаграммы контактного типа с промежуточным  $W$ -бозоном и диаграмм с промежуточными векторными мезонами  $K^*(892)$  и  $\tilde{K}^* \equiv K^*(1410)$ , в расширенной модели НИЛ имеет вид

$$\begin{aligned} T_V &= -2iG_F |V_{us}| l^\mu \times \\ &\times \left\{ C_1 g_{\mu\nu} + \frac{C_2 C_3}{g_{K^*}} \frac{g_{\mu\nu} q^2 - q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} (3/2)(m_s - m_u)^2}{M_{K^*}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} \Gamma_{K^*}} + \right. \\ &\left. + \frac{C'_2 C'_3}{g_{\tilde{K}^*}} \frac{g_{\mu\nu} q^2 - q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} (3/2)(m_s - m_u)^2}{M_{\tilde{K}^*}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} \Gamma_{\tilde{K}^*}} \right\} (p_K - p_\eta)^\nu, \end{aligned} \quad (129)$$

где  $l^\mu = \bar{\nu}_\tau \gamma^\mu \tau$  — лептонный ток,  $q = p_K + p_\eta$ ,  $M_{K^*} = 896$  МэВ,  $M_{\tilde{K}^*} = 1414$  МэВ,  $\Gamma_{K^*} = 46$  МэВ,  $\Gamma_{\tilde{K}^*} = 232$  МэВ — массы и полные ширины векторных мезонов [27]. Амплитуда для скалярного канала содержит вклады промежуточных  $K_0^*(800)$  и  $K_0^*(1430)$ :

$$\begin{aligned} T_S &= -4iG_F |V_{us}| l^\mu \left\{ \frac{C_4 C_5}{g_{K_0^*}} \frac{m_s - m_u}{M_{K_0^*}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} \Gamma_{K_0^*}} + \right. \\ &\left. + \frac{C'_4 C'_5}{g_{\tilde{K}_0^*}} \frac{m_s - m_u}{M_{\tilde{K}_0^*}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2} \Gamma_{\tilde{K}_0^*}} \right\} q_\mu. \end{aligned}$$

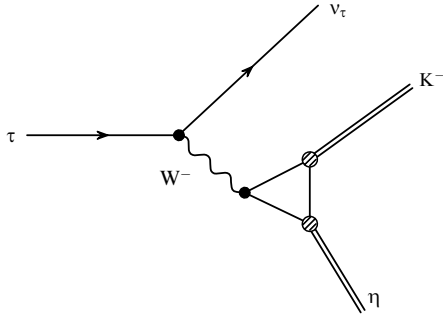


Рис. 33. Контактная диаграмма для процесса  $\tau \rightarrow K^- \eta(\eta') \nu_\tau$ .

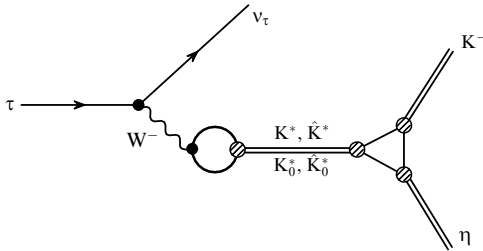


Рис. 34. Диаграммы для процесса  $\tau \rightarrow K^- \eta(\eta') \nu_\tau$  с промежуточными векторными и скалярными мезонами.

Явные формулы для коэффициентов  $C_{2,3,4,5}$  и  $C'_{2,3,4,5}$  можно найти в работе [104].

Мы получили следующие оценки соответствующих вкладов в парциальную ширину распада  $\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau$ :

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau)_V = 1,46 \times 10^{-4},$$

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau)_S = 0,28 \times 10^{-7}.$$

Суммарное значение с учётом интерференции

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau)_{\text{tot}} = 1,45 \times 10^{-4} \quad (130)$$

находится в хорошем согласии с экспериментальными данными:

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau)_{\text{exp}} = (1,58 \pm 0,14) \times 10^{-4} \quad [111],$$

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau)_{\text{exp}} = (1,42 \pm 0,18) \times 10^{-4} \quad [80],$$

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau)_{\text{exp}} = (1,52 \pm 0,08) \times 10^{-4} \quad [27].$$

Сравнение теоретических предсказаний (сплошная кривая) для дифференциального распределения рассматриваемого распада по инвариантной массе пары конечных мезонов с экспериментальными данными [111] (кружки с отрезками ошибок) проведено на рис. 35. Небольшое отклонение теоретической кривой от экспериментальных точек, вероятно, связано с неоптимальным выбором значений ширины и массы возбуждённого  $K_0^*$ -мезона.

Аналогичным образом теоретически предсказана парциальная ширина распада  $\tau \rightarrow \eta' K^- \nu_\tau$ :

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta' K^- \nu_\tau) = 1,25 \times 10^{-6}. \quad (131)$$

В настоящее время имеется только экспериментальное ограничение сверху на данную величину [27]:

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \eta' K^- \nu_\tau)_{\text{exp}} < 2,4 \times 10^{-6}. \quad (132)$$

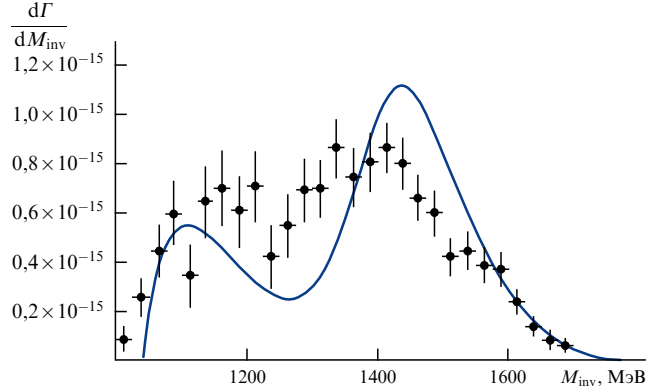


Рис. 35. Дифференциальная ширина распада  $\tau \rightarrow \eta K^- \nu_\tau$ .

Это позволяет рассчитывать на скорую проверку теоретического предсказания. Заметим, что в работе [112] получено близкое по величине теоретическое предсказание:  $\text{Br}(\tau \rightarrow \eta' K^- \nu_\tau) = 1,03(+0,37/-0,29) \times 10^{-6}$ .

В заключение рассмотрим распад  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  и этим завершим описание серии распадов  $\tau$ -лептона на два псевдоскалярных мезона и нейтрино. Процесс  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  отличается от описанных выше тем, что он определяется только вкладами векторного канала, содержащими нестранные векторные мезоны  $\rho^-(770)$  и  $\rho^-(1450)$ . Вклад скалярного канала в этот процесс можно полностью игнорировать, поскольку вероятность перехода  $W$ -бозона в скалярный мезон здесь пропорциональна малой разности масс лёгких  $d$ - и  $u$ -кварков. На рисунке 36 приведена контактная диаграмма с переходом  $W$ -бозона в пару каонов через треугольную кварковую петлю. На рисунке 37 показана диаграмма с промежуточными векторными мезонами. Выражение для ампли-

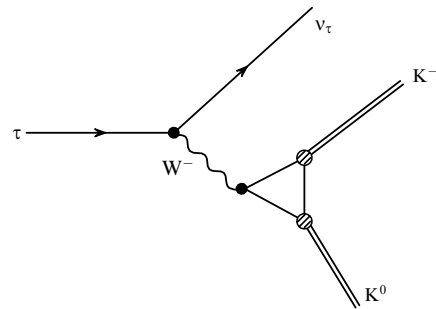


Рис. 36. Диаграмма Фейнмана для распада  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  контактного типа.

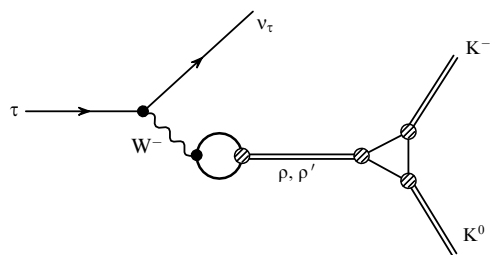


Рис. 37. Диаграмма Фейнмана для распада  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  с промежуточными  $\rho(770)$ - и  $\rho(1450)$ -мезонами.

туды имеет вид

$$T = -2\sqrt{2}iG_F|V_{ud}|l^\mu \times \\ \times \left\{ I_{KKW}g_{\mu\nu} + \frac{I_{KK\rho}C_\rho}{g_\rho} \frac{g_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu}{M_\rho^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho} + \right. \\ \left. + \frac{I_{KK\rho'}C_{\rho'}}{g_{\rho'}} \frac{g_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu}{M_{\rho'}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_{\rho'}} \right\} (p_{K^0} - p_{K^-})^\nu,$$

где

$$C_\rho = \frac{1}{\sin(2\beta_0^u)} [\sin(\beta^u + \beta_0^u) + R_{V_u} \sin(\beta^u - \beta_0^u)], \quad (133) \\ C_{\rho'} = -\frac{1}{\sin(2\beta_0^u)} [\cos(\beta^u + \beta_0^u) + R_{V_u} \cos(\beta^u - \beta_0^u)]$$

описывают  $W-\rho$ -переходы, а расходящаяся часть интеграла по треугольной кварковой петле имеет вид

$$I_{KKV} \Big|_{V=\rho, \rho', W} = -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \times \\ \times \int d^4k \frac{a_K^2(\mathbf{k}^2)b_V(\mathbf{k}^2)}{(m_s^2 - k^2)(m_u^2 - k^2)} \Theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2), \\ a_K(\mathbf{k}^2) = \frac{1}{\sin(2\theta_K^0)} [g_K \sin(\theta_K + \theta_K^0) + \\ + g'_K f_a(\mathbf{k}^2) \sin(\theta_K - \theta_K^0)], \quad (134)$$

$$b_\rho(\mathbf{k}^2) = \frac{1}{\sin(2\beta_0^u)} [g_{\rho_1} \sin(\beta^u + \beta_0^u) + \\ + g_{\rho_2} f_a(\mathbf{k}^2) \sin(\beta^u - \beta_0^u)], \\ b_{\rho'}(\mathbf{k}^2) = -\frac{1}{\sin(2\beta_0^u)} [g_{\rho_1} \cos(\beta^u + \beta_0^u) + \\ + g_{\rho_2} f_a(\mathbf{k}^2) \cos(\beta^u - \beta_0^u)],$$

$$b_W(\mathbf{k}^2) = 1.$$

В результате для распада  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  получаем [105]

$$\text{Br}(\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau) = (12,7 \pm 2,5) \times 10^{-4}. \quad (135)$$

Сравнение результатов для парциальной ширины рассматриваемого распада, полученных в различных моделях, с экспериментальными данными проведено в табл. 11. Заметим, что экспериментальные значения массы и особенно ширины возбуждённого  $\rho(1450)$ -мезона определены с большой ошибкой. Это приводит к довольно большой неопределённости теоретически

Таблица 11. Парциальная ширина распада  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$

	$\text{Br} (\times 10^{-4})$	Литература
Теория	27	[99]
	$12,5 \pm 1,3$	[114]
	13,5/19	[115]
	16	[116]
	$12,7 \pm 2,5$	[102]
Эксперимент	$15,1 \pm 4,3$	[113]
	$16,2 \pm 3,2$	[117]
	$14,8 \pm 0,68$	[118]
	$14,9 \pm 0,5$	[27]

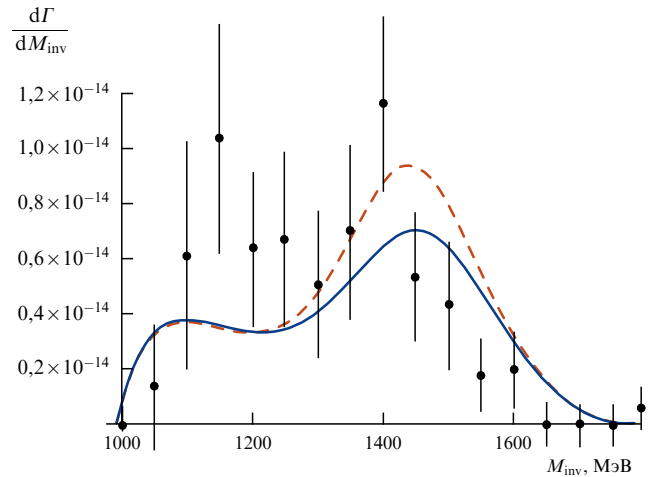


Рис. 38. Дифференциальная ширина распада  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  по инвариантной массе  $K^0 K^-$ .

предсказанной парциальной ширины (135), которую мы оценили посредством варьирования значений  $M_{\rho'}$  и  $\Gamma_{\rho'}$  в пределах ошибок.

Дифференциальное распределение ширины рассматриваемого распада по инвариантной массе пары каонов приведено на рис. 38 в сравнении с экспериментальными данными [113]. Сплошная кривая соответствует теоретическим предсказаниям, полученным для центральных значений массы и ширины  $\rho(1450)$ -мезона, а штриховая — взятым для примера значениям  $M_{\rho'} = 1440$  МэВ и  $\Gamma_{\rho'} = 340$  МэВ.

В завершение этого раздела заметим, что, поскольку  $\tau$ -лептон обладает очень большим числом мод распада, мы ограничились рассмотрением лишь немногих примеров таких процессов для демонстрации методов их описания различными феноменологическими моделями. Мы показали, что расширенная модель НИЛ позволяет вполне удовлетворительно описывать все эти распады с использованием лишь минимального набора модельных параметров при неизменных их количестве и значениях при рассмотрении различных процессов. Это обеспечивает более высокую предсказательную силу данной модели по сравнению с таковой других феноменологических моделей.

## 6. Заключение

Как отмечалось во введении, для описания низкоэнергетической физики мезонов используются различные феноменологические модели, как правило, основанные на киральной симметрии сильных взаимодействий, а также на модели векторной доминантности. Одной из наиболее успешных феноменологических моделей является модель Намбу–Иона-Лазинио, основанная на принципе спонтанного нарушения киральной симметрии. Эта модель обладает минимальным числом произвольных параметров, благодаря чему её предсказательная сила выше, чем у других моделей.

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальному и теоретическому изучению процессов рождения мезонов в реакциях электрон-позитронной аннигиляции при низких энергиях, а также распадов  $\tau$ -лептонов. В этих процессах важную роль играют промежуточные мезоны как в основном, так и в первом



радиально возбуждённом состоянии. Для описания радиально возбуждённых состояний мезонов многие авторы используют дополнительные произвольные параметры. В то же время в работах М.К. Волкова и К. Вайсса (С. Weiss) [17, 18], опубликованных в 1997 г., была предложена расширенная модель НИЛ, в которой в рамках кирально-симметричного подхода описывались как основные, так и первые радиально возбуждённые состояния мезонов. При этом число параметров модели увеличилось незначительно. Причём дополнительные параметры использовались только для описания спектра масс возбуждённых мезонов. Это позволило описать основные моды распадов радиально возбуждённых мезонов, а также их взаимодействия с другими мезонами. Кроме того, расширенная модель НИЛ оказалась очень эффективной для описания указанных выше процессов  $e^-e^+$ -аннигиляции и распадов  $\tau$ -лептонов, что и продемонстрировано в настоящем обзоре.

Модель НИЛ позволяет описывать свойства и поведение мезонов не только в вакууме, но и в горячей плотной среде [11, 20, 119, 120]. В настоящее время эта область физики интенсивно изучается. В частности, определяется граница фазового перехода адронной материи в кварк-глюонную плазму. Здесь также успешно используется модель НИЛ.

Авторы выражают благодарность Э.А. Кураеву, Д.Г. Костюнину и А.А. Пивоварову за плодотворное сотрудничество.

## Список литературы

- Gell-Mann M, Oakes R J, Renner B *Phys. Rev.* **175** 2195 (1968)
- Sakurai J J *Ann. Physics* **11** 1 (1960)
- Nambu Y, Jona-Lasinio G *Phys. Rev.* **122** 345 (1961)
- Eguchi T *Phys. Rev. D* **14** 2755 (1976)
- Kikkawa K *Prog. Theor. Phys.* **56** 947 (1976)
- Ebert D, Volkov M K *Z. Phys. C* **16** 205 (1983)
- Volkov M K *Ann. Physics* **157** 282 (1984)
- Волков М К *ЭЧАЯ* **17** 433 (1986); Volkov M K *Sov. J. Part. Nucl.* **17** 186 (1986)
- Ebert D, Reinhardt H *Nucl. Phys. B* **271** 188 (1986)
- Klevansky S P *Rev. Mod. Phys.* **64** 649 (1992)
- Волков М К, Раджабов А Е *УФН* **176** 569 (2006); Volkov M K, Radzhabov A E *Phys. Usp.* **49** 551 (2006)
- Волков М К *ЭЧАЯ* **24** 81 (1993); Volkov M K *Phys. Part. Nucl.* **24** 35 (1993)
- Arbuzov B A, Volkov M K, Zaitsev I V *Int. J. Mod. Phys. A* **21** 5721 (2006)
- Волков М К, Эберт Д *ЯФ* **36** 1265 (1982); Volkov M K, Ebert D *Sov. J. Nucl. Phys.* **36** 736 (1982)
- Ebert D, Reinhardt H, Volkov M K *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** 1 (1994)
- Волков М К, Юдичев В Л *ЭЧАЯ* **31** 576 (2000); Volkov M K, Yudichev V L *Phys. Part. Nucl.* **31** 282 (2000); hep-ph/9906371
- Volkov M K, Weiss C *Phys. Rev. D* **56** 221 (1997); hep-ph/9608347
- Волков М К *ЯФ* **60** 2094 (1997); Volkov M K *Phys. Atom. Nucl.* **60** 1920 (1997)
- Volkov M K, Ebert D, Nagy M *Int. J. Mod. Phys. A* **13** 5443 (1998)
- Ebert D, Kalinovsky Y L, Münchow L, Volkov M K *Int. J. Mod. Phys. A* **8** 1295 (1993)
- 't Hooft G *Phys. Rev. Lett.* **37** 8 (1976)
- Vogl U, Weise W *Prog. Part. Nucl. Phys.* **27** 195 (1991)
- Sakurai J J *Currents and Mesons* (Chicago Lectures in Physics) (Chicago: Univ. of Chicago Press, 1969)
- Волков М К, Юдичев В Л *ЯФ* **62** 1674 (1999); Volkov M K, Yudichev V L *Phys. Atom. Nucl.* **62** 1567 (1999)
- Волков М К, Юдичев В Л *ЯФ* **63** 1924 (2000); Volkov M K, Yudichev V L *Phys. Atom. Nucl.* **63** 1835 (2000)
- Volkov M K, Yudichev V L *Eur. Phys. J. A* **10** 109 (2001)
- Olive K A et al. (Particle Data Group) *Chin. Phys. C* **38** 090001 (2014)
- Treiman S B, Jackiw R, Gross D J *Lectures on Current Algebra and Its Applications* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1972)
- Kuraev E A, Volkov M K *Phys. Lett. B* **682** 212 (2009)
- Arbuzov A B, Volkov M K *Phys. Rev. C* **84** 058201 (2011)
- Vishneva A V, Volkov M K *Письма в ЭЧАЯ* **11** 560 (2014); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **11** 352 (2014)
- Brodsky S J, Kinoshita T, Terazawa H *Phys. Rev. Lett.* **25** 972 (1970)
- Roe N A et al. *Phys. Rev. D* **41** 17 (1990)
- Gronau M, Rosner J L *Phys. Rev. D* **79** 074006 (2009)
- Achasov N N, Kozhevnikov A A *Int. J. Mod. Phys. A* **7** 4825 (1992)
- Achasov M N et al. *Eur. Phys. J. C* **12** 25 (2000)
- Achasov N M et al. *Phys. Lett. B* **559** 171 (2003)
- Akhmetshin R R et al. (CMD-2 Collab.) *Phys. Lett. B* **509** 217 (2001)
- Achasov M N et al. *Phys. Rev. D* **74** 014016 (2006)
- Ahmadov A I, Kostunin D G, Volkov M K *Phys. Rev. C* **87** 045203 (2013); *Phys. Rev. C* **89** 039901 (2014) Erratum
- Bisello D (DM2 Collab.) *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **21** 111 (1991)
- Dolinsky S I et al. *Phys. Rep.* **202** 99 (1991)
- Achasov M N et al. *Phys. Lett. B* **486** 29 (2000)
- Akhmetshin R R et al. (CMD-2 Collab.) *Phys. Lett. B* **562** 173 (2003)
- Gerasimov S B, Govorkov A B *Z. Phys. C* **13** 43 (1982)
- Close F E, Donnachie A, Kalashnikova Yu S *Phys. Rev. D* **65** 092003 (2002)
- Li G, Zhang Y J, Zhao Q J *Phys. G* **36** 085008 (2009)
- Ambrosino F et al. (KLOE Collab.) *Phys. Lett. B* **669** 223 (2008)
- Edwards K W et al. (CLEO Collab.) *Phys. Rev. D* **61** 072003 (2000)
- Kittimanapun K et al. *Phys. Rev. C* **79** 025201 (2009)
- Arbuzov A B, Kuraev E A, Volkov M K *Phys. Rev. C* **83** 048201 (2011)
- Volkov M K, Arbuzov A B, Kostunin D G *Phys. Rev. D* **86** 057301 (2012)
- Achasov M N et al. *Chin. Phys. C* **36** 573 (2012)
- Ahmadov A I, Kuraev E A, Volkov M K *Письма в ЭЧАЯ* **9** 756 (2012); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **9** 461 (2012)
- Achasov M N et al. *ЖЭТФ* **128** 1201 (2005); *JETP* **101** 1053 (2005)
- Gounaris G J, Sakurai J J *Phys. Rev. Lett.* **21** 244 (1968)
- Kuhn J H, Santamaria A Z. *Phys. C* **48** 445 (1990)
- O'Connell H B et al. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **39** 201 (1997)
- Dominguez C A et al. *Phys. Rev. D* **76** 095002 (2007)
- Jegerlehner F, Szafron R *Eur. Phys. J. C* **71** 1632 (2011)
- Achasov N N, Kozhevnikov A A *Phys. Rev. D* **83** 113005 (2011); *Phys. Rev. D* **85** 019901 (2012)
- Volkov M K, Kostunin D G *Phys. Rev. C* **86** 025202 (2012)
- Arbuzov A B, Kuraev E A, Volkov M K *Eur. Phys. J. A* **47** 103 (2011)
- Ebert D, Ivanov A N, Reinhardt H, Volkov M K *Phys. Lett. B* **182** 193 (1986)
- Cordier A et al. (DM1 Collab.) *Nucl. Phys. B* **172** 13 (1980)
- Antonelli A et al. (DM2 Collab.) *Phys. Lett. B* **212** 133 (1988)
- Druzhinin V P et al. (ND Collab.) *Phys. Lett. B* **174** 115 (1986)
- Akhmetshin R R et al. (CMD-2 Collab.) *Phys. Lett. B* **489** 125 (2000)
- Aubert B et al. (BaBar Collab.) *Phys. Rev. D* **76** 092005 (2007)
- Dumm D G, Roig P *Phys. Rev. D* **86** 076009 (2012)
- Dai L Y, Portolés J, Shekhovtsova O *Phys. Rev. D* **88** 056001 (2013)
- Volkov M K, Arbuzov A B, Kostunin D G *Phys. Rev. C* **89** 015202 (2014)
- Ahmadov A I, Volkov M K *Письма в ЭЧАЯ* **12** 1153 (2015); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **12** 744 (2015)
- Asner D M et al. (CLEO Collab.) *Phys. Rev. D* **61** 012002 (2000)
- Ahmadov A I, Kalinovsky Y L, Volkov M K *Int. J. Mod. Phys. A* **30** 1550161 (2015)
- Volkov M K, Kostunin D G *Письма в ЭЧАЯ* **10** 18 (2013); *Phys. Part. Nucl. Lett.* **10** 7 (2013)
- Anderson S et al. (CLEO Collab.) *Phys. Rev. D* **61** 112002 (2000)
- Schael S et al. (ALEPH Collab.) *Phys. Rep.* **421** 191 (2005)
- Fujikawa M et al. (The Belle Collab.) *Phys. Rev. D* **78** 072006 (2008)

80. del Amo Sanchez P et al. (BaBar Collab.) *Phys. Rev. D* **83** 032002 (2011)
81. Volkov M K, Kostunin D G *Phys. Rev. D* **86** 013005 (2012)
82. Tisserant S, Truong T N *Phys. Lett. B* **115** 264 (1982)
83. Bramon A, Narison S, Pich A *Phys. Lett. B* **196** 543 (1987)
84. Neufeld H, Rupertsberger H Z. *Phys. C* **68** 91 (1995)
85. Nussinov S, Soffer A *Phys. Rev. D* **78** 033006 (2008)
86. Nussinov S, Soffer A *Phys. Rev. D* **80** 033010 (2009)
87. Paver N, Riazuddin *Phys. Rev. D* **82** 057301 (2010)
88. Paver N, Riazuddin *Phys. Rev. D* **84** 017302 (2011)
89. Descotes-Genon S, Moussallam B *Eur. Phys. J. C* **74** 2946 (2014)
90. Escribano R, González-Solís S, Roig P *Phys. Rev. D* **94** 034008 (2016); arXiv:1601.03989
91. Buskulic D et al. (ALEPH Collab.) *Z. Phys. C* **74** 263 (1997)
92. López Castro G, López Falcón D A *Phys. Rev. D* **54** 4400 (1996)
93. Flores-Tlalpa A, López-Castro G *Phys. Rev. D* **77** 113011 (2008)
94. Guo Z-H *Phys. Rev. D* **78** 033004 (2008)
95. Ivanov Yu P, Osipov A A, Volkov M K *Z. Phys. C* **49** 563 (1991)
96. Ivanov Yu P, Osipov A A, Volkov M K *Phys. Lett. B* **242** 498 (1990)
97. Volkov M K, Ivanov Yu P, Osipov A A, Preprint P2-89-419 (Dubna: JINR, 1989)
98. Kostunin D G, Vishneva A V, Volkov M K *Eur. Phys. J. A* **50** 137 (2014)
99. Li B A *Phys. Rev. D* **55** 1436 (1997)
100. Calderón G, Muñoz J H, Vera C E *Phys. Rev. D* **87** 114011 (2013)
101. Lees J P et al. (BaBar Collab.) *Phys. Rev. D* **86** 092010 (2012)
102. Alekseev M G et al. (COMPASS Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **104** 241803 (2010)
103. Volkov M K, Pivovarov A A *Mod. Phys. Lett. A* **31** 1650043 (2016)
104. Волков М К, Пивоваров А А *Письма в ЖЭТФ* **103** 697 (2016); Volkov M K, Pivovarov A A *JETP Lett.* **103** 613 (2016)
105. Volkov M K, Pivovarov A A *Mod. Phys. Lett. A* **31** 1650138 (2016)
106. Aubert B et al. (BaBar Collab.) *Phys. Rev. D* **76** 051104(R) (2007)
107. Bednyakov V A, Osipov A A, JINR Communication E2-92-16 (Dubna: JINR, 1992)
108. Finkemeier M, Mirkes E Z. *Phys. C* **72** 619 (1996)
109. Jamin M, Pich A, Portoles J *Phys. Lett. B* **664** 78 (2008)
110. Boito D R, Escribano R, Jamin M *JHEP* **2010** (09) 031 (2010)
111. Inami K et al. (Belle Collab.) *Phys. Lett. B* **672** 209 (2009)
112. Escribano R, González-Solís S, Roig P *JHEP* **2013** (10) 039 (2013)
113. Coan T E et al. (CLEO Collab.) *Phys. Rev. D* **53** 6037 (1996)
114. Palomar J E *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **121** 183 (2003); hep-ph/0202203
115. Czyż H, Grzelińska A, Kühn J H *Phys. Rev. D* **81** 094014 (2010)
116. Dubnička S, Dubničková A *Z. Acta Phys. Slov.* **60** 1 (2010)
117. Barate R et al. (ALEPH Collab.) *Eur. Phys. J. C* **10** 1 (1999)
118. Ryu S et al. (Belle Collab.) *Phys. Rev. D* **89** 072009 (2014)
119. Hatsuda T, Kunihiro T *Phys. Rep.* **247** 221 (1994)
120. Калиновский Ю Л, Тонеев В Д, Фризен А В *УФН* **186** 387 (2016); Kalinovsky Yu L, Toneev V D, Friesen A V *Phys. Usp.* **59** 367 (2016)

### Meson production processes in electron – positron collisions and tau lepton decays within the extended Nambu – Jona-Lasinio model

M.K. Volkov<sup>(1)</sup>, A.B. Arbuzov<sup>(1,2)</sup>

<sup>(1)</sup> Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, ul. Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Moscow region, Russian Federation

<sup>(2)</sup> State University "Dubna",

ul. Universitetskaya 19, 141982 Dubna, Moscow region, Russian Federation

E-mail: <sup>(1)</sup>volkov@theor.jinr.ru, <sup>(1,2)</sup>arbuzov@theor.jinr.ru

The extended Nambu – Jona-Lasinio model is briefly described and various ways of its application are demonstrated. Theoretical treatments of low-energy meson production processes in colliding electron – positron beams and tau lepton decays are reviewed. The processes considered occur via intermediate scalar, vector, and axial-vector mesons in the ground state and in the first radial excited state. The model employed uses the concept of spontaneous chiral symmetry breaking to describe such states. Experimental and theoretical comparisons with other phenomenological strong interaction models are presented.

**Keywords:** meson physics, chiral symmetry, electron–positron annihilation, tau lepton decays

PACS numbers: 12.39.Fe, 13.35.Dx, 13.66.Bc

Bibliography — 120 references

Received 21 July 2016

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **187** (7) 689 – 714 (2017)

*Physics – Uspekhi* **60** (7) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.11.037964>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.11.037964>