

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

## О перекрёстных кинетических явлениях в магнитном поле

Л.А. Максимов, А.В. Михеенков, Т.В. Хабарова

*Настоящая краткая заметка представляет собой дополнение к обзору А.Ф. Барабанова и др., опубликованному в УФН в 2015 г. (т. 185, с. 479), в котором рассматривались эффект Холла и эффект Риги–Ледюка. Оба эффекта — диагональные, в том смысле, что перпендикулярный магнитному полю исходный поток и поперечный отклик (перпендикулярный магнитному полю и исходному потоку) имеют одну и ту же природу. В эффекте Холла — это электрический ток, в эффекте Риги–Ледюка — поток тепла. С аналогичных позиций обсуждаются перекрёстные эффекты — Эттингстаузена и Нернста, в которых поперечный поток имеет иную природу, чем исходный продольный. Дано также общая сводка поперечных эффектов в магнитном поле.*

**Ключевые слова:** эффект Холла, аномальный эффект Холла, спиновый эффект Холла, магнонный эффект Холла, эффект Риги–Ледюка, эффект Эттингстаузена, эффект Нернста

PACS numbers: 34.10.+x, 72.15.Gd, 72.15.Jf, 72.20.My, 72.20.Pa

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.02.038057>

### Содержание

1. Введение (669).
2. Недиагональные эффекты (670).
3. Сводка поперечных эффектов (671).
4. Замечания к рисункам и таблице (673).
5. Заключение (673).

Список литературы (673).

### 1. Введение

В недавней работе [1] обсуждались явления переноса, нечётные по магнитному полю: эффект Холла (электропроводность) и его термомагнитный аналог — эффект Риги–Ледюка (теплопроводность). В [1] продемонстрировано, что оба этих эффекта могут иметь как динами-

ский характер (заворачивание траектории в магнитном поле — левая часть кинетического уравнения), так и диссипативный характер (влияние магнитного поля на столкновительный член — правая часть кинетического уравнения). Были также представлены несколько механизмов реализации того и другого каналов.

Оба указанных эффекта — *диагональные*, в том смысле, что возникающий в магнитном поле поперечный поток имеет ту же природу, что и исходный продольный поток.

Для эффекта Холла [2] это поперечная часть электрического тока

$$\mathbf{J} \sim \mathbf{B} \times \mathbf{E}.$$

Для эффекта Риги–Ледюка [3, 4] — поперечная часть потока тепла

$$\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \nabla T.$$

Здесь  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции.

Имеет смысл дополнить список рассмотренных явлений *перекрёстными* эффектами, когда возникающий в магнитном поле поперечный поток имеет иную природу, чем исходный продольный поток.

Это, во-первых, эффект Эттингстаузена (см. работу [5] и её репринты [6–11]), т.е. возникновение поперечного потока тепла

$$\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \mathbf{E}$$

в образце с продольным электрическим током, помещённом в магнитное поле.

И во-вторых, эффект Нернста, называемый также эффектом Нернста–Эттингстаузена [12] (см. также репринты [13–18]), т.е. возникновение поперечного тока

$$\mathbf{J} \sim \mathbf{B} \times \nabla T,$$

в образце с продольным потоком тепла, помещённом в магнитное поле.

**Л.А. Максимов.** Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация; Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Российской Федерации

**А.В. Михеенков.** Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация; Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Российской Федерации;

Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН, Калужское шоссе 14, 142190 Троицк, Москва, Российская Федерация E-mail: mikhenev@bk.ru

**Т.В. Хабарова.** Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация

Статья поступила 4 сентября 2016 г.,  
после доработки 29 января 2017 г.

(Как упоминалось в [1], множественность ссылок является следствием обычной в XIX в. практики, когда одна и та же работа перепечатывалась в нескольких журналах разных стран. В позднейших библиографиях можно встретить ссылки на любой из репринтов.)

Ниже вычисления будут во многом аналогичны таковым в [1], но мы их кратко воспроизведём для удобства читателя. Для простоты полагаем, что тело изотропно и  $\mathbf{B} \parallel z$ . По-прежнему рассматриваем случай слабых магнитных полей, квантовый эффект Холла не обсуждаем. Поскольку рассматриваются поперечные эффекты, нас будут интересовать только линейные по магнитному полю результаты.

## 2. Недиагональные эффекты

Как и в случаях, рассмотренных в [1], существует два механизма возникновения нечётных по магнитному полю эффектов. Первый — это искривление в магнитном поле движения носителей тока или энергии, а второй — рассеяние носителей на магнитных примесях (или флуктуациях намагниченности).

В металлах главную роль в кинетических явлениях играют электроны проводимости. Уравнение Больцмана имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)f + \mathbf{F} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \text{St}f = 0. \quad (1)$$

Здесь  $f$  — функция распределения,  $\mathbf{V}$  — скорость,  $\mathbf{p}$  — импульс,  $\mathbf{F}$  — внешняя сила,  $\text{St}$  — оператор столкновений. По причине, которая станет очевидной ниже, в (1) переопределён привычный знак перед столкновительным членом.

Рассматриваем стационарный случай,  $\partial f / \partial t = 0$ . При наличии магнитного поля  $\mathbf{B}$ , перпендикулярного плоскости образца, а также продольного электрического поля  $\mathbf{E}$  и градиента температуры  $\nabla T$  (рис. 1) уравнение (1) приобретает вид

$$(\mathbf{V}\nabla)f + \left( e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \text{St}f = 0. \quad (2)$$

Введём неравновесную поправку к фермиевской функции распределения  $f^{(1)} = f - f^{(0)}$ . В линейном по обобщённым силам (электрическому полю и градиенту температуры) приближении

$$(\mathbf{V}\nabla)f \approx (\mathbf{V}\nabla)f^{(0)} = (\varepsilon - \mu)(\mathbf{V}\nabla) \ln T \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|, \quad (3)$$

где  $\varepsilon - \mu$  — энергия, отсчитанная от химического потенциала; как обычно, мы пренебрегли членом  $\sim \nabla \mu$ ,

$$e\mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \approx e\mathbf{E} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \mathbf{p}} = -e\mathbf{EV} \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right|, \quad (4)$$

а в двух последних слагаемых в (2) ненулевой вклад даёт только неравновесная поправка  $f^{(1)}$ . Тогда окончательно уравнение Больцмана приобретает вид

$$\mathbf{V}(-e\mathbf{E} + (\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T)) \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \mathbf{p}} + \text{St}f^{(1)} = 0. \quad (5)$$

В первую очередь рассмотрим *эффект Эттинггаузена*. Найдём поток тепла

$$q_i = \sum_{p\sigma} (\varepsilon - \mu) V_i f^{(1)}, \quad (6)$$

создаваемый электрическим полем  $\mathbf{E} \neq 0$ , когда  $\nabla T = 0$ . Уравнение Больцмана тогда выражается как

$$-e(\mathbf{VE}) \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \mathbf{p}} + \text{St}f^{(1)} = 0. \quad (7)$$

Чтобы упростить вид уравнения (7), введём обозначения

$$f^{(1)} = eE_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \chi_i, \quad \hat{A} = \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_i \frac{\partial}{\partial p_i}, \\ \text{St}f^{(1)} = \hat{\Omega}f^{(1)} = eE_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \hat{\Omega}\chi_i, \quad \langle \varphi \rangle = \sum_{p\sigma} \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \varphi.$$

Тогда уравнение (7),

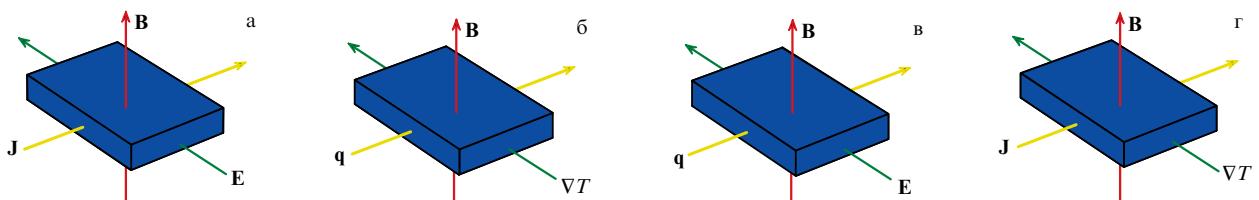
$$-eE_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| V_i + eE_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \hat{A}\chi_i + eE_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \hat{\Omega}\chi_i = 0, \quad (8)$$

после сокращения на  $eE_i |\partial f^{(0)} / \partial \varepsilon|$  принимает вид уравнения для стандартного (диагонального) эффекта Холла (уравнение (8) из [1]):

$$V_i = (\hat{A} + \hat{\Omega})\chi_i. \quad (9)$$

Теперь вычисляем поток тепла

$$q_i = \sum_{p\sigma} (\varepsilon - \mu) V_i f^{(1)} = \langle (\varepsilon - \mu) V_i \chi_k \rangle eE_k = \\ = \langle \chi_k (\varepsilon - \mu) (\hat{A} + \hat{\Omega}) \chi_i \rangle eE_k. \quad (10)$$



**Рис. 1.** (В цвете онлайн.) Геометрия стандартных поперечных эффектов (во внешнем магнитном поле). Диагональные: (а) эффект Холла, (б) эффект Риги–Ледюка. Недиагональные: (в) эффект Эттинггаузена, (г) эффект Нернста (Нернста–Эттинггаузена). На рисунках а–в красная стрелка — магнитное поле, зелёная стрелка — исходный поток, желтая стрелка — поперечный (холловский) поток.  $\mathbf{B}$  — магнитное поле (поле Вейсса,  $B_{\text{eff}} = \gamma \mathbf{M}$ ,  $B_{\text{eff}}$  — эффективное магнитное поле,  $\mathbf{M}$  — спонтанная намагниченность),  $\mathbf{E}$  — электрическое поле,  $\nabla T$  — градиент температуры,  $\mathbf{J}$  — поперечная часть электрического тока,  $\mathbf{q}$  — поперечная часть потока тепла. Для единобразия рисунков поперечный поток изображён с точностью до знака.

Здесь  $\chi_i = \chi_i^{(0)} + \chi_i^{(1)}$  — неравновесная часть функции распределения (с точностью до сокращённых множителей), где  $\chi_i^{(0)}$  и  $\chi_i^{(1)}$  — вклады соответственно нулевого и первого порядка по магнитному полю. Тогда можно показать, что поперечная часть потока, линейная по магнитному полю, имеет вид

$$q_i^{\text{lin}} = \langle \chi_k^{(0)} (\varepsilon - \mu) \hat{A} \chi_i^{(0)} \rangle e E_k . \quad (11)$$

В случае эффекта Холла энергия в (11) заменяется просто электронным зарядом, так что подынтегральное выражение в интеграле, определяющем нечётный по полю кинетический коэффициент, в эффекте Эттинггаузена качественно отличается только энергией, отсчитанной от энергии Ферми, и, следовательно, имеет более резкую зависимость от отношения  $T/\mu$ . Например, если в  $\tau$ -приближении  $\chi_i^{(0)} = \tau V_i$ , то

$$\begin{aligned} \langle \chi_k^{(0)} (\varepsilon - \mu) \hat{A} \chi_i^{(0)} \rangle &= \tau^2 \left\langle V_k (\varepsilon - \mu) \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_l \frac{\partial}{\partial p_l} V_i \right\rangle \sim \\ &\sim e_{ikz} B T^3 . \end{aligned} \quad (12)$$

Этот результат получен в предположении, что главное значение имеет "динамический" механизм, т.е. "заворачивание" электрона благодаря силе Лоренца  $(e/c)[\mathbf{V} \times \mathbf{B}]$ . Однако если в металле имеется сильное спин-орбитальное взаимодействие, то поперечный поток возникает уже без внешнего магнитного поля и в линейном приближении по намагниченности  $\mathbf{M}$  член с силой Лоренца в уравнении (2) заменяется следующим:

$$\hat{A}^M = \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}]_l \frac{\partial}{\partial p_l} . \quad (13)$$

Тогда это уже аномальный эффект Эттинггаузена. Здесь  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = \gamma \mathbf{M}$  — эффективное магнитное поле Вейсса.

Кроме того, существует "диссипативный" механизм, связанный с анизотропным рассеянием электрона на флуктуациях намагниченности (используется также термин "асимметричное рассеяние"). В простейшем случае это спин-орбитальный вклад в гамильтониан, пропорциональный

$$\sum \mathbf{M}[\mathbf{r} \times \mathbf{p}] , \quad (14)$$

где суммирование проводится по всем частицам.

Как показано в [1], для оценки величины "диссипативного" механизма в уравнении Больцмана (9) достаточно отбросить член  $\hat{A}$  и заменить его спин-орбитальной частотой  $\hat{\Omega}^{(\text{SL})}$ , причём

$$(\hat{\Omega}^{(\text{SL})})_{ik} \sim e_{ikz} B . \quad (15)$$

Это снова приводит к выражению типа (12) (детали вычислений (12)–(15) можно найти в [1]).

Теперь несколько слов об *эффекте Нернста*. В этом случае необходимо найти плотность электрического тока

$$J_i = \sum_{p\sigma} e V_i f^{(1)} , \quad (16)$$

создаваемую градиентом температуры  $\nabla T \neq 0$ , когда поле  $E = 0$ . Тогда член с электрическим полем в (5) исчезает и остаётся лишь градиентный член

$$\mathbf{V}(\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T) , \quad (17)$$

т.е. уравнение Больцмана приобретает вид

$$\mathbf{V}(\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T) \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \frac{\partial f^{(1)}}{\partial \mathbf{p}} + \text{St} f^{(1)} = 0 . \quad (18)$$

Так же как и в предыдущем случае, введём обозначения

$$\begin{aligned} f^{(1)} &= (\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T)_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \chi_i , \quad \hat{A} = \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]_l \frac{\partial}{\partial p_l} , \\ \text{St} f^{(1)} &= \hat{\Omega} f^{(1)} = (\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T)_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \hat{\Omega} \chi_i , \\ \langle \varphi \rangle &= \sum_{p\sigma} \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \varphi . \end{aligned}$$

Тогда уравнение (18),

$$\begin{aligned} (\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T)_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| V_i + (\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T)_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \hat{A} \chi_i + \\ + (\varepsilon - \mu)(\nabla \ln T)_i \left| \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \varepsilon} \right| \hat{\Omega} \chi_i = 0 , \end{aligned} \quad (19)$$

после сокращений принимает вид, как и для стандартного (диагонального) эффекта Риги–Ледюка (в [1] в соответствующем уравнении (31) — опечатка, пропущен знак),

$$V_i = -(\hat{A} + \hat{\Omega}) \chi_i . \quad (20)$$

Далее вычисляем плотность тока

$$\begin{aligned} J_i &= \sum_{p\sigma} e V_i f^{(1)} = \langle (\varepsilon - \mu) V_i \chi_k \rangle e (\nabla \ln T)_k = \\ &= -\langle \chi_k (\varepsilon - \mu) (\hat{A} + \hat{\Omega}) \chi_i \rangle e (\nabla \ln T)_k . \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогично (11), поперечная часть электрического тока, линейная по магнитному полю,

$$J_i^{\text{lin}} = \langle \chi_k^{(0)} (\varepsilon - \mu) \hat{A} \chi_i^{(0)} \rangle e (\nabla \ln T)_k .$$

Разумеется, всё сказанное выше об аномальном эффекте (в данном случае — Нернста) и диссипативном механизме остаётся в силе.

Сравнение выражений для потоков (10) и (21) показывает, что, как и должно быть, принцип симметрии Онзагера–Казимира выполняется.

### 3. Сводка поперечных эффектов

На рисунках 1–3 представлена геометрия упомянутых в [1] и в настоящей работе поперечных кинетических эффектов — эффекта Холла и его аналогов. На рисунке 1 показана геометрия нормальных эффектов, возникающих во внешнем магнитном поле, на рис. 2 — аномальных эффектов, возможных без внешнего магнитного поля, на рис. 3 — спиновых поперечных эффектов, где внешнее поле также не является необходимым. В таблице собраны основные механизмы поперечных эффектов, там же приведены некоторые ссылки.

"Плотность" литературы по поперечным эффектам очень неоднородна. Некоторым эффектам, как стандартному Холлу, отвечает огромная литература (уже поэтому ссылки в таблице ни в малейшей мере не могут

**Таблица.** Поперечные кинетические эффекты — эффект Холла и его аналоги \*

N	Название эффекта	Тип эффекта	Динамический механизм	Диссипативный механизм	Литература **
I	Эффект Холла в металлах	Холл $\mathbf{J} \sim \mathbf{B} \times \mathbf{E}$	Искривление траектории электрона во внешнем магнитном поле	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных примесях	[2'–17', 36', 55']
II	Аномальный эффект Холла в ферромагнитных металлах	Холл $\mathbf{J} \sim \mathbf{B}_{\text{eff}} \times \mathbf{E}$	Искривление траектории электрона в поле Вейсса ( $\mathbf{B}_{\text{eff}}$ )***	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных атомах	[19'–21', 24', 33', 34', 36', 66'–68'], [19, 20]
III	Эффект Риги–Ледюка в металлах	Риги–Ледюк $\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \nabla T$	Искривление траектории электрона во внешнем магнитном поле	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных примесях	[46'–55']
IV	Аномальный эффект Риги–Ледюка в ферромагнитных металлах	Риги–Ледюк $\mathbf{q} \sim \mathbf{B}_{\text{eff}} \times \nabla T$	Искривление траектории электрона в поле Вейсса	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных атомах	[21]
V	Эффект Бинакера–Зентфлебена в молекулярных газах****	Риги–Ледюк $\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \nabla T$	Прецессия вращательных моментов в магнитном поле	Анизотропия столкновений несферических молекул	[57'–61']
VI	Поперечный тепловой поток в решётке вращающихся молекул ****	Риги–Ледюк $\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \nabla T$	Прецессия вращательных моментов в магнитном поле	Анизотропия рассеяния фононов на несферических молекулах	[62']
VII	Фононный эффект Холла****	Риги–Ледюк $\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \nabla T$	Изменение в магнитном поле поляризации фононов	Анизотропия рассеяния фононов на магнитных примесях	[22', 23', 63'–65', 69'–71']
VIII	Магнонный эффект Холла*****	Холл $\mathbf{J} \perp \mathbf{E}$	Деконфайнмент спинонов	Спиновая фрустрация, фаза Берри...	[76'–86'], [23–25]
IX	Магнонный эффект Риги–Ледюка*****	Риги–Ледюк $\mathbf{q} \perp \nabla T$	Деконфайнмент спинонов	Спиновая фрустрация, фаза Берри...	[76', 77'], [21, 22]
X	Эффект Эттингсгаузена	Эттингсгаузен $\mathbf{q} \sim \mathbf{B} \times \mathbf{E}$	Искривление траектории электрона во внешнем магнитном поле	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных примесях	[55'], [5–11]
XI	Аномальный эффект Эттингсгаузена в ферромагнитных металлах	Эттингсгаузен $\mathbf{q} \sim \mathbf{B}_{\text{eff}} \times \mathbf{E}$	Искривление траектории электрона в поле Вейсса	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных атомах	<i>Авторам не удалось обнаружить работы по этому эффекту</i>
XII	Эффект Нернста (Нернста–Эттингсгаузена)	Нернст $\mathbf{J} \sim \mathbf{B} \times \nabla T$	Искривление траектории электрона во внешнем магнитном поле	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных атомах	[55'], [12–18]
XIII	Аномальный эффект Нернста (Нернста–Эттингсгаузена) в ферромагнитных металлах	Нернст $\mathbf{J} \sim \mathbf{B}_{\text{eff}} \times \nabla T$	Искривление траектории электрона в поле Вейсса	Анизотропия рассеяния электрона на магнитных атомах	[26–31]
XIV	Магнонный эффект Эттингсгаузена*****	Эттингсгаузен $\mathbf{q} \perp \mathbf{E}$	Деконфайнмент спинонов	Спиновая фрустрация, фаза Берри...	[5–11]
XV	Магнонный эффект Нернста (Нернста–Эттингсгаузена)*****	Нернст $\mathbf{J} \perp \nabla T$	Деконфайнмент спинонов	Спиновая фрустрация, фаза Берри...	[12–18]
XVI	Спиновый эффект Холла*****	Спин-Холл $\mathbf{J}_\sigma \perp \mathbf{E}$	Спиновая поляризация в магнитном поле (эффект Зеемана)	Спиновая анизотропия рассеяния на кулоновских центрах	[37'–45'], [32, 33, 35]
XVII	Спиновый эффект Нернста (Нернста–Эттингсгаузена)*****	Спин-Нернст $\mathbf{J}_\sigma \perp \nabla T$	Спиновая поляризация в магнитном поле (эффект Зеемана)	Спиновая анизотропия рассеяния на кулоновских центрах	[34, 35]

\* I–IX — диагональные (рис. 1а, б; рис. 2а, б), X–XV — недиагональные (рис. 1в, г; рис. 2в, г), XVI–XVII — спиновые (рис. 3а, б).

\*\* [N'] означает ссылку [N] из обзора [1]. Ссылки без штриха — из списка литературы настоящей статьи. Курсивным шрифтом выделены ссылки на обзоры. Обозначения те же, что и в подписи к рис. 1, 2.

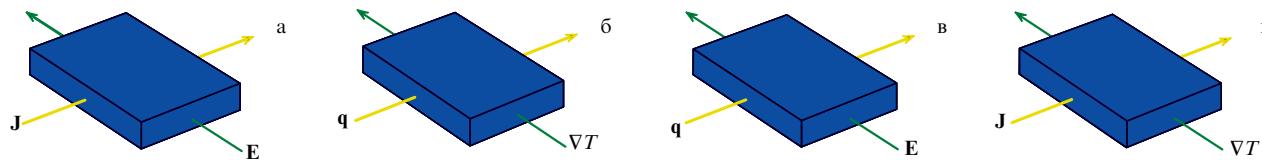
\*\*\*  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = \gamma \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{M}$  — полная намагниченность.

\*\*\*\* Данный эффект не представляет собой отдельного типа поперечного эффекта, а является лишь разновидностью, специфическим механизмом реализации эффекта Риги–Ледюка. Выделен в отдельную строку, поскольку подробно обсуждался в обзоре [1].

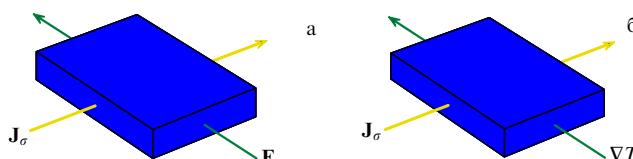
\*\*\*\*\* Представленная в таблице геометрическая схема эффекта, как очевидно, неполна — нет внешнего магнитного поля, т.е. отсутствует "третий перпендикуляр". Его определения см. в соответствующих ссылках.

претендовать на полноту). Другие, например аномальный эффект Нернста, изучены слабо. Мы преследовали лишь цель привести наглядную классификацию, упомя-

нув пионерские, некоторые типичные работы, обзоры, а также наиболее свежие статьи (из которых уже можно извлечь детальную библиографию).



**Рис. 2.** (В цвете онлайн.) Геометрия аномальных поперечных эффектов (возможных без внешнего магнитного поля). Диагональные: (а) аномальный эффект Холла, (б) аномальный эффект Риги–Ледюка. Недиагональные: (в) аномальный эффект Эттингсгаузена, (г) аномальный эффект Нернста (Нернста–Эттингсгаузена). Геометрия магнонных поперечных эффектов тождественна геометрии аномальных поперечных эффектов. Обозначения те же, что и на рис. 1.



**Рис. 3.** (В цвете онлайн.) Геометрия спиновых поперечных эффектов (возможных без внешнего магнитного поля): (а) спиновый эффект Холла, (б) спиновый эффект Нернста.  $J_\sigma$  — спиновый ток. Остальные обозначения те же, что и на рис. 1.

#### 4. Замечания к рисункам и таблице

1. Формально спиновый эффект Холла ( $J_\sigma \perp E$ ) с равным основанием может называться спиновым эффектом Эттингсгаузена, поскольку и в эффекте Холла, и в эффекте Эттингсгаузена поперечный поток возникает при наличии продольного электрического поля. В литературе принято первое наименование. В то же время спиновый эффект Нернста ( $J_\sigma \perp VT$ ) можно было бы называть спиновым эффектом Риги–Ледюка (поперечный поток при наличии продольного градиента температуры). Интересно, что в первом случае "терминологическую победу" одержал диагональный эффект, а во втором — недиагональный. Причина заключается, очевидно, в том, что спиновый ток воспринимается более похожим на электрический ток (эффекты Холла и Нернста), чем на поток энергии — тепла (эффекты Эттингсгаузена и Риги–Ледюка).

2. Терминология в рассматриваемой области не является жёстко заданной. Любые поперечные эффекты, особенно в современных работах, нередко именуют разновидностями эффекта Холла. Так, эффект Риги–Ледюка называют также тепловым эффектом Холла, а спиновый эффект Нернста — тепловым спиновым эффектом Холла.

3. При анализе литературы необходимо иметь в виду следующее. В отличие от принятой здесь стандартной терминологии (аномальный — аналог нормального, но в поле Вейсса), в современной литературе эффект иногда именуют аномальным, если наблюдаются сколько-нибудь заметные отклонения от предсказаний простейшей теории. Но это не обязательно требует отнесения эффекта к упомянутому классу, а может объясняться, например, недостаточностью  $\tau$ -приближения.

4. У любого стандартного поперечного эффекта должен существовать аномальный аналог — тот же эффект, но не во внешнем поле, а в поле Вейсса. Некоторые из таких эффектов (аномальный эффект Холла) хорошо изучены, некоторые — хуже (см. таблицу), а некоторые совсем или почти совсем не исследованы (авторам неиз-

вестны работы по аномальному эффекту Эттингсгаузена).

5. Предполагается, что у любого стандартного поперечного эффекта должен иметься магнонный (киральный, топологический, вызванный фрустрацией — терминология ещё не устоялась) аналог. Не углубляясь в детальный анализ возможных механизмов (см. соответствующие ссылки в таблице), упомянем лишь, что все они основаны на разного рода фазовых эффектах (таких, как набег фазы во фрустрированной спиновой системе, фаза Берри и т.п.). Условно можно назвать такие эффекты поперечными эффектами в "синтетическом" магнитном поле (хотя в теории ультрахолодных атомов этот термин употребляется в несколько ином смысле). Эта область очень быстро развивается, но пока ещё в значительной степени носит теоретически спекулятивный характер, экспериментальные свидетельства единичны (см., например, ссылки [78, 81] из обзора [1]).

6. В таблице представлены не все исследуемые механизмы поперечных кинетических эффектов, кроме того, число опубликованных работ в этой области в последние годы стремительно растёт. Мы стремились представить общую классификацию, в которую могут быть вложены и новые механизмы.

#### 5. Заключение

В завершение, как и в [1], ещё раз обратим внимание на два обстоятельства.

Первое: при геометрическом тождествстве рассмотренных кинетических явлений в магнитном поле механизмы их образования, динамические и диссипативные, весьма разнообразны.

И второе: хотя этой области физики уже почти 140 лет, в ней всё ещё появляются новые, актуальные и быстро становящиеся "модными" разделы (как, например, магнонный эффект Холла, вызванный киральностью). Более того, как видно из таблицы, даже некоторые стандартные эффекты до сих пор остаются мало изученными или не изученными вовсе.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантами РФФИ 16-02-00382 (Л.А.М. и Т.В.Х.) и 16-02-00304 (А.В.М.).

#### Список литературы

1. Барабанов А Ф и др. УФН **185** 479 (2015); Barabanov A F et al. *Phys. Usp.* **58** 446 (2015)
2. Hall E H *Am. J. Math.* **2** 287 (1879)
3. Righi A *Mem. Acc. Lincei* **4** 433 (1887)
4. Leduc S A *J. Physique* **2** 6 378 (1887)
5. von Ettingshausen A *Anz. Akad. Wiss. Wien* **16** (1887)
6. von Ettingshausen A *Am. J. Sci.* **3** **34** 309 (1887)

7. von Ettingshausen *A Lum. Electr.* **24** 436 (1887)
8. von Ettingshausen *A Phil. Mag.* **5** *24* 369 (1887)
9. von Ettingshausen *A Z. Phys. Chem.* **2** 105 (1887)
10. von Ettingshausen *A Nuovo Cimento* **3** *24* 261 (1888)
11. von Ettingshausen *A Wied. Ann.* **33** 126 (1888)
12. von Ettingshausen A, Nernst W *Anz. Akad. Wiss. Wien* **23** 114 (1886)
13. von Ettingshausen A, Nernst W *Fortschr. Phys.* **2** 689 (1886)
14. von Ettingshausen A, Nernst W *Lum. Electr.* **22** 613 (1886)
15. von Ettingshausen A, Nernst W *Wied. Ann.* **29** 343 (1886)
16. von Ettingshausen A, Nernst W *Z. Phys. Chem.* **2** 103 (1888)
17. von Ettingshausen A, Nernst W *J. Phys.* **2** *6* 202 (1887)
18. von Ettingshausen A, Nernst W *Nuovo Cimento* **3** *22* 192 (1887)
19. Kondo J *Prog. Theor. Phys.* **27** 772 (1962)
20. Karplus R, Luttinger J M *Phys. Rev.* **95** 1154 (1954)
21. Madon B et al., arXiv:1412.3723
22. Matsumoto R, Murakami S *Phys. Rev. Lett.* **106** 197202 (2011)
23. Sumiyoshi H, Fujimoto S *Phys. Rev. B* **90** 184518 (2014)
24. Yu G et al. *Phys. Rev. B* **89** 104421 (2014)
25. Li X et al. *Nature Commun.* **5** 5174 (2014)
26. Lee W-L et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 226601 (2004)
27. Miyasato T et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 086602 (2007)
28. Pu Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 117208 (2008)
29. Hanasaki N et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 106601 (2008)
30. Mizuguchi M et al. *Appl. Phys. Express* **5** 093002 (2012)
31. Kelekci O et al. *J. Magn.* **18** 225 (2013)
32. Vignale G *J. Supercond. Novel Magn.* **23** 3 (2010)
33. Sinova J et al. *Rev. Mod. Phys.* **87** 1213 (2015)
34. Tauber K et al. *Phys. Rev. B* **87** 161114(R) (2013)
35. Bobkova I V, Bobkov A M *Phys. Rev. B* **93** 024513 (2016)

## On nondiagonal cross transport phenomena in a magnetic field

**L.A. Maksimov<sup>(1,2)</sup>, A.V. Mikheyenkov<sup>(1,2,3)</sup>, T.V. Khabarova<sup>(1)</sup>**

<sup>(1)</sup> National Research Centre "Kurchatov Institute", pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

<sup>(2)</sup> Moscow Institute of Physics and Technology (State University),

Institutskii per. 9, 141700 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation

<sup>(3)</sup> L.F. Vereshchagin Institute of High Pressure Physics, Russian Academy of Sciences,

Kaluzhskoe shosse 14, 142190 Troitsk, Moscow, Russian Federation

E-mail: <sup>(1,2,3)</sup> mikheen@bk.ru

This brief note supplements the review by A.F. Barabanov et al. (*Physics–Uspekhi* **58** 446 (2015)) concerning the Hall and Righi–Leduc effects. Both effects are diagonal in the sense that the initial current perpendicular to the magnetic field and the transverse response (perpendicular both to the magnetic field and the initial current) are of the same nature (electric current in the Hall effect and heat current in the Righi–Leduc effect). The present paper takes a similar perspective in discussing the nondiagonal, Ettingshausen and Nernst effects, in which the transverse current is different in nature from the initial longitudinal one. A summary of transverse effects in a magnetic field is also given.

**Keywords:** Hall effect, anomalous Hall effect, spin Hall effect, magnon Hall effect, Righi–Leduc effect, Ettingshausen effect, Nernst effect

PACS numbers: **34.10.+x**, 72.15.Gd, 72.15.Jf, 72.20.My, 72.20.Pa

Bibliography — 35 references

Received 4 September 2016, revised 29 January 2017

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **187** (6) 669–674 (2017)

*Physics – Uspekhi* **60** (6) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.02.038057>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.02.038057>