

Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие в условиях динамической и тепловой неравновесности

Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Представлено систематическое изложение теоретических результатов, относящихся к релятивистскому и нерелятивистскому флуктуационно-электромагнитному взаимодействию тел, имеющих различную температуру и находящихся в относительном поступательном и (или) вращательном движении. За основу взяты конфигурации малая частица–пластина и малая частица–вакуумный фон. Излагается метод расчёта основных величин, характеризующих взаимодействие: консервативно-диссипативных сил и моментов сил, скоростей нагрева (охлаждения), интенсивностей теплового и нетеплового излучения, возникающего в условиях "черенковского трения". Обсуждаются экспериментальные результаты и возможные новые приложения.

Ключевые слова: флуктуационно-электромагнитное взаимодействие движущихся тел, трение Казимира, квантовое трение, тепловое и нетепловое излучение при поступательно-вращательном движении частиц в вакууме

PACS numbers: 41.20. – q, 42.50.Wk, 44.40. + a

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.12.038006>

Содержание

1. Введение (599).
2. Общие характеристики флуктуационного электромагнитного взаимодействия при относительном движении тел (601).
 - 2.1. Постановка задач и геометрические конфигурации. 2.2. Пондеромоторные силы и моменты сил, скорость нагрева и мощность излучения движущейся частицы. 2.3. Динамика частицы.
3. Флуктуационно-диссипационные соотношения в системах с динамической и тепловой неравновесностью (603).
 - 3.1. Флуктуационно-диссипационные соотношения для дипольных моментов. 3.2. Флуктуационно-диссипационные соотношения для компонент электромагнитного поля.
4. Нерелятивистское движение нейтральной частицы вблизи плоской поверхности (605).
 - 4.1. Равномерное прямолинейное движение. 4.2. Равномерное вращательное движение.
5. Поступательно-вращательное движение и излучение нейтральной частицы в радиационном вакуумном фоне (610).
 - 5.1. Тангенциальная сила и скорость нагрева при поступательном движении. 5.2. Тепловое излучение частицы. 5.3. Динамика и излучение абсолютно чёрной частицы большого радиуса. 5.4. Поступательно-вращательное движение частицы.
6. Релятивистское флуктуационно-электромагнитное взаимодействие в конфигурации малая частица – пластина (614).
 - 6.1. Общие результаты. 6.2. Равновесные и неравновесные силы Казимира – Полдера при нулевой скорости частицы. 6.3. Сила

- Казимира – Полдера при ненулевой скорости частицы.
- 6.4. Черенковское трение и излучение релятивистской частицы.
- 6.5. Излучение частицы, вращающейся вблизи прозрачной диэлектрической пластины.
7. Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие в конфигурации пластина – пластина (619).
 - 7.1. Модификация предела разрежённой среды для перехода между конфигурациями малая частица – пластина и пластина – пластина. 7.2. Нерелятивистское взаимодействие при относительном движении пластин.
8. Обсуждение экспериментальных результатов (621).
 - 8.1. Равновесные и неравновесные силы Казимира – Лифшица. 8.2. Радиационный теплообмен. 8.3. Диссипативные силы флуктуационно-электромагнитного взаимодействия. 8.4. Другие эксперименты. 8.5. Астрофизические приложения.
9. Заключение (624).
 - Приложение А (624).
 - Приложение Б (625).
 - Список литературы (625).

1. Введение

В наиболее ясной физической форме вопрос о роли флуктуационно-электромагнитного взаимодействия в сцеплении отдельных молекул и более крупных физических тел впервые был, вероятно, поставлен П.Н. Лебедевым в последней декаде XIX в. Так, в работе об исследовании пондеромоторного действия электромагнитных волн на резонаторы П.Н. Лебедев писал [1]: "...Становясь на точку зрения электромагнитной теории света, мы должны утверждать, что между двумя молекулами, как между двумя вибраторами, в которых возбуждены электромагнитные колебания, существуют пондеромоторные силы: они обусловлены электродинамическими взаимодействиями переменных электрических токов в молекулах (по законам Ампера) или переменных

Г.В. Дедков, А.А. Кясов. Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, ул. Чернышевского 173, 360004 Нальчик, Кабардино-Балкарская Республика, Российская Федерация
E-mail: gv_dedkov@mail.ru, aa_kyasov@mail.ru

Статья поступила 1 августа 2016 г.,
после доработки 28 ноября 2016 г.

зарядов в них (по законам Кулона), мы, следовательно, должны утверждать, что между молекулами в этом случае должны существовать молекулярные силы, причина которых неразрывно связана с процессами лучеиспускания. Наибольший интерес и наибольшую трудность по своей сложности представляет собой случай, имеющий место в физическом теле, в котором одновременно действуют друг на друга много молекул, причём колебания этих молекул, благодаря их близкому соседству, не независимы друг от друга...".

Первый теоретический расчёт диссипативной силы, действующей на движущийся атом в равновесном фоне электромагнитного излучения, был выполнен Эйнштейном и Хопфом [2]. Следующий, исключительно важный по своим следствиям, шаг был сделан в пионерских работах Казимира [3], Казимира, Полдера [4] и Лифшица [5], посвящённых силам притяжения двух толстых пластин, разделённых узким вакуумным зазором [3, 5], и взаимодействию малых поляризующихся частиц с поверхностями и друг с другом [4].

Отмечая недавнее 150-летие со дня рождения П. Н. Лебедева, можно констатировать, что взаимодействие электромагнитного излучения с веществом и его проявление — флуктуационно-электромагнитное взаимодействие (ФЭВ) конденсированных тел между собой и с флуктуирующими электромагнитными полями — продолжают оставаться на переднем крае физических исследований. Только в последние два десятилетия по проблеме ФЭВ опубликовано множество обзорных работ и монографий [6–20]. Одним из важнейших направлений современных исследований, посвящённых ФЭВ, является изучение физических систем с динамической и тепловой неравновесностью [6, 8–20].

ФЭВ обусловлено пространственными корреляциями квантовых и тепловых флуктуаций поляризации и намагниченности конденсированных тел и вакуума. В случае атомарных частиц, находящихся вне радиуса действия химических сил, взаимодействие между ними осуществляется посредством полей, создаваемых флуктуационными электрическими и магнитными моментами (дипольными и более высокого порядка). Проявлением ФЭВ являются не только консервативные силы Ван-дер-Ваальса–Казимира–Лифшица и Казимира–Полдера, но и силы диссипативного характера (силы квантового трения), возникающие при относительном движении тел, и радиационный теплообмен между ними. Классическое чернотельное излучение нагретых тел тоже имеет флуктуационную природу.

В отличие от статического взаимодействия, детально описанного в классических монографиях и обзорах [21–28] (см. также [7, 8, 12, 18]), ФЭВ между движущимися телами обнаруживает множество новых интересных особенностей [6, 10, 11, 13, 14, 29–34]. Диапазон приложений ФЭВ чрезвычайно широк: от биологии и атомной физики [28] до физики элементарных частиц, астрофизики и космологии [6–8, 12, 20, 35–37]. Измерение сил Казимира, в частности, позволяет изучать структуру квантового вакуума и находить ограничения на величину гипотетических дальнедействующих сил, отличных от ньютоновских гравитационных сил [7, 38]. Изучение ФЭВ также стимулируется развитием нанотехнологии, поскольку оно играет первостепенную роль на микро- и наноскопическом масштабах при взаимодействии между собой отдельных узлов микро- и наномашин [39–44].

Развитие направления, связанного с диссипативными силами ФЭВ с учётом или без учёта тепловой неравновесности, с самого начала характеризовалось отсутствием консенсуса относительно зависимости диссипативной силы от расстояния, скорости и температуры [45–49]. В дальнейшем это привело к лавинообразному возрастанию интереса к этой проблеме со стороны многочисленных групп [50–104], причём этот список не является исчерпывающим. Учёт относительного движения тел, эффектов запаздывания и различия (в общем случае) локальных температур контактирующих тел приводит к резкому техническому усложнению соответствующих задач. Возможно, поэтому, несмотря на то что адекватный математический аппарат в формулировке Левина–Рытова [21, 22] и Дзялошинского–Лифшица–Питаевского [23] был уже давно разработан, решение неравновесных задач ФЭВ началось с большим опозданием [45–49], а при вычислении диссипативных сил использовались многие другие расчётные методы. К их числу относятся нерелятивистское статистико-механическое рассмотрение системы движущихся осцилляторов с применением формулы Кубо [50–57] и формулы Кубо в сочетании с другими подходами [47, 59, 71], динамическое обобщение теории Лифшица [66, 67], использование формализма Келдыша [78], квантовой теории возмущений [92–96, 102] и квантовой теории рассеяния [103, 104].

В настоящее время можно утверждать, что достигнуто полное согласие между результатами большинства авторов, касающимися диссипативной силы, действующей на малую частицу или атом при движении параллельно поверхности гладкой однородной пластины (далее — конфигурация 2), и диссипативной силы, действующей на малую частицу, движущуюся в равновесном фоне электромагнитного излучения (конфигурация 3). Эти результаты сыграли важную роль при сравнении различных теорий и достижении консенсуса между разными группами авторов [11, 15, 52, 58, 63, 73, 74, 88, 99, 102]).

В отличие от этого, общего результата для конфигурации двух параллельных пластин — классической конфигурации Казимира–Лифшица (далее — конфигурация 1) — при релятивистском движении и в отсутствие общего теплового равновесия пока не получено. В частности, из [64, 65] вытекает наличие нулевой диссипативной силы квантового трения при нулевой температуре системы в конфигурации 1 и, как следствие, в конфигурации 2 (в противоречии с [63, 73, 74, 80–91] и большинством других работ).

По этим причинам и ввиду наших научных интересов при рассмотрении неравновесных эффектов ФЭВ мы будем опираться на результаты, полученные на основе конфигураций 2, 3 и близких к ним (частица, вращающаяся вблизи поверхности и в вакуумном фоне), для которых нами был развит последовательный релятивистский подход в рамках стандартного формализма флуктуационной электродинамики [80–86, 88–91]. Рассмотрение конфигурации 1 будет ограничено нерелятивистским случаем. Мы также обсудим недавние результаты, связанные с генерацией теплового и нетеплового излучения при поступательном и вращательном движении частиц в вакууме и вблизи прозрачной диэлектрической пластины [31–34, 100, 105–112]. В разделе 8 рассматриваются эксперименты, в которых наблюдались или могут наблюдаться неравновесные эффекты ФЭВ.

Все формулы записываются в гауссовой системе единиц, k_B, \hbar, c — постоянные Больцмана, Планка и скорость света в вакууме соответственно, T — абсолютная температура. Индексы 1, 2 (например, T_1 или T_2) относятся к движущемуся и покоящемуся телам. Одними и двумя штрихами обозначаются соответственно действительные и мнимые части электрической и магнитной поляризуемости частицы $\alpha_{e,m}(\omega)$ и функций диэлектрического отклика среды $\Delta_{e,m}(\omega)$ (френелевских амплитуд). В других случаях одним и двумя штрихами обозначаются величины, относящиеся к системам отсчёта Σ' и Σ'' (по тексту), а точками сверху — производные по времени. Диэлектрические (магнитные) свойства малых частиц учитываются в модели изотропных поляризуемостей. Учёт эффектов анизотропии при наличии динамической и тепловой неравновесности дополнительно усложняет задачи, и их рассмотрение выходит далеко за рамки настоящего обзора.

2. Общие характеристики флуктуационного электромагнитного взаимодействия при относительном движении тел

2.1. Постановка задач и геометрические конфигурации
 Основой нашего метода расчёта характеристик ФЭВ является прямое квантово-статистическое усреднение операторов силы Лоренца и других физических величин, относящихся к движущейся частице, с учётом наличия нескольких статистически независимых источников спонтанных флуктуаций электромагнитного поля при заданных температурах тел и окружающего вакуумного фона (фотонного газа). В статическом случае этот подход развивался в [25, 26].

В конфигурациях 2 (рис. 1) и 3 (рис. 2) покоящимися телами считаются соответственно пластина и фотонный газ. С ними связана инерциальная система отсчёта Σ . Движущаяся частица (тело) имеет произвольную скорость $0 < V < c$ относительно Σ . С частицей связана сопутствующая инерциальная система отсчёта Σ' . Если частица вращается относительно Σ' с угловой скоростью Ω , то дополнительно вводится система отсчёта Σ'' , жёстко связанная с частицей (рис. 3). Линейная скорость вращения предполагается нерелятивистской ($\Omega R/c \ll 1$, где R — радиус частицы). Модификацией конфигура-

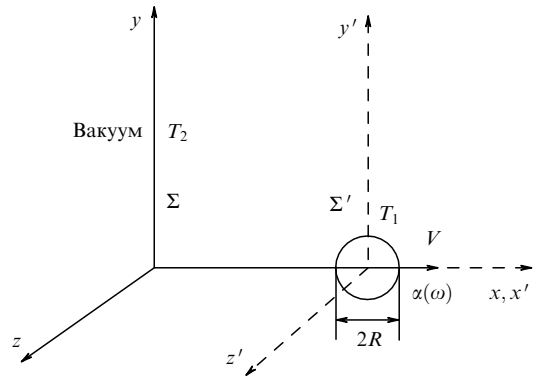


Рис. 2. Конфигурация частица – вакуумный фон и системы координат вакуумного фона Σ и частицы Σ' .

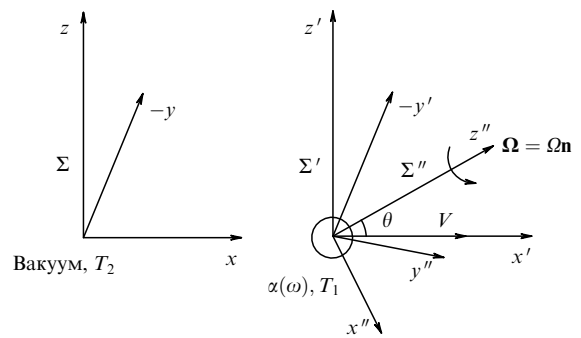


Рис. 3. Поступательно-вращательное движение частицы в вакууме и используемые системы координат Σ, Σ' и Σ'' .

ции 2 является система из двух частиц, в которой одна из них считается покоящейся. Мы также предполагаем наличие локального теплового равновесия для частицы с собственной температурой T_1 , покоящейся пластины (частицы) с температурой T_2 и вакуумного фона с температурой T_3 . Температура T_3 может совпадать или не совпадать с T_1 и (или) T_2 . Использование инерциальных систем отсчёта Σ и Σ' обеспечивает однозначную связь между компонентами электродинамических и механических величин, заданных в этих системах отсчёта, с помощью преобразований Лоренца. Очевидно, что такая формулировка допускает эквивалентную ковариантную запись основных соотношений [99].

2.2. Пондеромоторные силы и моменты сил, скорость нагрева и мощность излучения движущейся частицы

Не умаляя общности, рассмотрим одну нейтральную частицу (тело), движущуюся относительно покоящегося тела со скоростью V (см. рис. 1 и 2). Сила Лоренца, действующая на частицу со стороны флуктуационного электромагнитного поля с векторами \mathbf{E} и \mathbf{B} , выражается как

$$\mathbf{F} = \int \langle \rho \mathbf{E} \rangle d^3r + \frac{1}{c} \int \langle \mathbf{j} \times \mathbf{B} \rangle d^3r, \tag{1}$$

где ρ и \mathbf{j} — флуктуирующие плотности связанного заряда и тока, угловые скобки означают полное квантово-статистическое усреднение, а интегралы формально распространяются на всё пространство, хотя ρ и \mathbf{j} отличны от нуля только в объёме частицы. Выражая

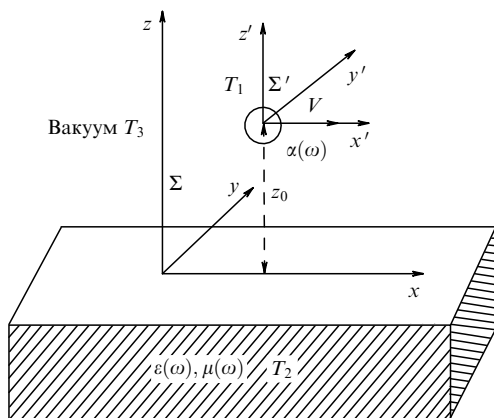


Рис. 1. Конфигурация частица – пластина и системы координат пластины Σ и частицы Σ' .

плотности тока \mathbf{j} и заряда ρ в виде

$$\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}, \quad \rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}, \quad (2)$$

где \mathbf{P} и \mathbf{M} — векторы поляризации и намагниченности, и используя стандартные преобразования Лоренца для величин ρ , \mathbf{j} , \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{P} , \mathbf{M} , интеграл диссипации энергии электромагнитного поля можно представить следующим образом [14, 15, 111]:

$$\int \langle \mathbf{j} \mathbf{E} \rangle d^3r = \mathbf{FV} + \gamma^{-2} \int \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3r', \quad (3)$$

где $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$, а величины, отмеченные штрихом, относятся к системе отсчёта Σ' движущегося тела. Очевидно, что интеграл в правой части (3) представляет собой скорость выделения тепла dQ'/dt' в объёме тела (т.е. $dQ' = C_s dT_1$, где C_s — теплоёмкость тела). Этот интеграл приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{dQ'}{dt'} &= \int \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3r' = \int \left\langle \left(\frac{\partial \mathbf{P}'}{\partial t'} + c \operatorname{rot} \mathbf{M}' \right) \mathbf{E}' \right\rangle d^3r' = \\ &= c \oint (\mathbf{M}' \times \mathbf{E}') \cdot d\mathbf{s} + \int \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}'}{\partial t'} \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{M}'}{\partial t'} \mathbf{B}' \right\rangle d^3r' - \\ &- \int \left\langle \frac{\partial}{\partial t'} (\mathbf{M}' \mathbf{B}') \right\rangle d^3r' = \int \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}'}{\partial t'} \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{M}'}{\partial t'} \mathbf{B}' \right\rangle d^3r'. \quad (4) \end{aligned}$$

Поверхностный интеграл от $\mathbf{M}' \times \mathbf{E}'$ в (4) обращается в нуль, поскольку он берётся по бесконечно удалённой поверхности, а интеграл от $\partial(\mathbf{M}' \mathbf{B}')/\partial t'$ исчезает вследствие условия стационарности электромагнитных флуктуаций (что предполагается в дальнейшем). Далее, используя преобразования Лоренца для величин в правой части (4) и преобразования времени и объёма $dt' = \gamma^{-1} dt$, $d^3r' = \gamma^{-1} d^3r$, получим

$$\int \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}'}{\partial t'} \mathbf{E}' + \frac{\partial \mathbf{M}'}{\partial t'} \mathbf{B}' \right\rangle d^3r' = \gamma^2 \int \left\langle \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \mathbf{B} \right\rangle d^3r. \quad (5)$$

Обозначая интеграл в правой части (5) через dQ/dt , приходим к общему соотношению:

$$\frac{dQ'}{dt'} = \gamma^2 \frac{dQ}{dt}, \quad (6)$$

которое выполняется независимо от размеров движущегося тела. С учётом (6) формула (3) принимает вид

$$\int \langle \mathbf{j} \mathbf{E} \rangle d^3r = \mathbf{FV} + \frac{dQ}{dt}. \quad (7)$$

Физически этот результат означает, что работа флуктуационного электромагнитного поля расходуется на изменение кинетической энергии тела и выделение тепла, хотя, как мы увидим далее, величина dQ/dt имеет самостоятельное значение (см. также [102]) и полностью совпадает со скоростью нагрева тела только при нерелятивистском движении. Так как температура частицы T_1 определена только в её системе отсчёта Σ' , эволюция T_1 с течением времени описывается уравнением (6) при известной величине dQ/dt и заданном значении теплоёмкости в Σ' .

Для малой частицы с флуктуационными дипольными моментами $\mathbf{d}(t)$ и $\mathbf{m}(t)$ векторы поляризации и намагниченности выражаются как

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{d}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t), \quad \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t). \quad (8)$$

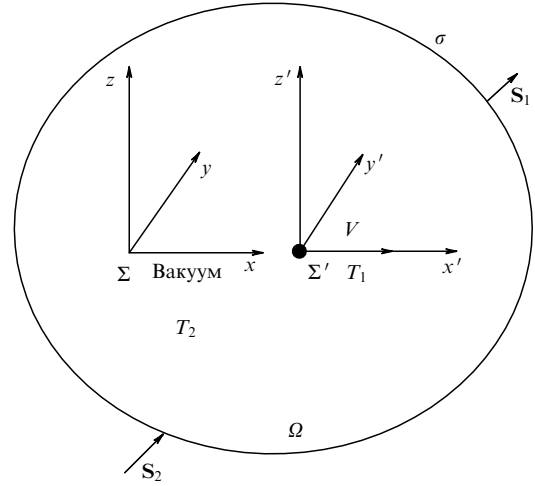


Рис. 4. Волновая поверхность σ излучающей частицы в вакуумном фоне. \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 — векторы Пойнтинга соответственно излучаемого и поглощаемого электромагнитного излучения.

Используя (2) и (8), выражения для \mathbf{F} и dQ/dt можно упростить после элементарного вычисления интегралов по объёму частицы с учётом уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

и условия квазистационарности флуктуаций:

$$\mathbf{F} = \langle \nabla(d\mathbf{E} + \mathbf{m}\mathbf{B}) \rangle, \quad (9)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \langle \mathbf{d}\mathbf{E} + \mathbf{m}\mathbf{B} \rangle. \quad (10)$$

Точки над \mathbf{d} и \mathbf{m} в (10) означают дифференцирование по времени.

Полученные выражения легко связать с мощностью излучения частицы при её движении в вакууме или вблизи границы прозрачной немагнитной среды. Следуя [105–107], окружим частицу достаточно удалённой поверхностью σ , такой, что электромагнитное поле на этой поверхности является волновым (рис. 4). Запишем закон сохранения энергии флуктуационного поля в объёме Ω (следует отличать от угловой скорости вращения Ω), ограниченном поверхностью σ ,

$$-\frac{dW}{dt} = \oint_{\sigma} \mathbf{S} \cdot d\boldsymbol{\sigma} + \int_{\Omega} \langle \mathbf{j} \mathbf{E} \rangle d^3r, \quad (11)$$

где $W = [1/(8\pi)] \int_{\Omega} (\langle \mathbf{E}^2 \rangle + \langle \mathbf{H}^2 \rangle) d^3r$ — энергия поля в объёме Ω , $\mathbf{S} = [c/(4\pi)] \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle$ — вектор Пойнтинга. В квазистационарном режиме ($dW/dt = 0$) из (11) следует

$$I = \oint_{\sigma} \mathbf{S} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = - \int_{\Omega} \langle \mathbf{j} \mathbf{E} \rangle d^3r \equiv I_1 - I_2, \quad (12)$$

где I — разность мощностей излучения I_1 и поглощения I_2 . Из (7) и (12) следует, что I определяется уравнением

$$I = - \left(\frac{dQ}{dt} + \mathbf{FV} \right). \quad (13)$$

Теперь рассмотрим более сложную ситуацию, в которой частица совершает поступательное движение со скоростью \mathbf{V} относительно Σ и вращательное движение с угловой скоростью $\Omega \mathbf{n}$ относительно Σ' (см. рис. 3). Такую же угловую скорость имеет система покоя частицы Σ'' . Работа $dQ'/dt' = \int_{\Omega'} \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3r'$ флуктуацион-

ного поля в системе отсчёта Σ' теперь расходуется не только на нагрев частицы, но и на замедление её вращения. Соответствующее выражение для дипольной частицы легко найти, сделав преобразование поворота векторов дипольного момента и электромагнитного поля, перейдя от системы Σ' к системе покоя частицы Σ'' . В результате получим

$$\int_{V'} \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3r' = \langle \dot{\mathbf{d}}' \mathbf{E}' + \dot{\mathbf{m}}' \mathbf{B}' \rangle = \frac{dQ''}{dt'} + M_n' \Omega, \quad (14)$$

где $M_n' = \langle \mathbf{d}' \times \mathbf{E}' + \mathbf{m}' \times \mathbf{B}' \rangle_n$ — проекция момента силы на ось вращения частицы в системе отсчёта Σ' . В (14) учтено, что $dt'' = dt'$ ввиду нерелятивистского характера вращения. Выберем декартову систему покоя частицы Σ'' так (см. рис. 3), чтобы её ось z'' совпала с направлением единичного вектора угловой скорости $\mathbf{n} = (\cos \theta, 0, \sin \theta)$, лежащего в плоскости (x', z') системы Σ' (здесь θ — угол между вектором \mathbf{n} и осью x'). Учитывая релятивистское преобразование для проекций вектора момента силы $M_x' = \gamma M_x$, $M_z' = M_z$, $M_y' = M_y$, уравнение (14) целесообразно представить в виде

$$\int_{V'} \langle \mathbf{j}' \mathbf{E}' \rangle d^3r' \equiv \frac{dQ'}{dt'} \equiv \frac{dQ''}{dt'} + M_x \gamma \Omega \cos \theta + M_z \Omega \sin \theta, \quad (15)$$

где M_x , M_z — проекции вектора момента силы в Σ . Заметим, что компонента M_y момента не совершает работы над частицей и может вызывать только её прецессию. Используя (6) и (15), получим уравнение для скорости нагрева частицы по времени t в Σ

$$\frac{dQ''}{dt} = \gamma \frac{dQ}{dt} - \Omega (M_x \cos \theta + M_z \gamma^{-1} \sin \theta). \quad (16)$$

При известной величине теплоёмкости частицы уравнение (16) позволяет определить временную зависимость её температуры.

Таким образом, все физически важные величины, относящиеся к движущейся частице, выражаются через корреляторы электромагнитного поля и флуктуационных моментов частицы, заданных в лабораторной системе отсчёта Σ .

2.3. Динамика частицы

В динамике частицы существенную роль играют изменение её массы и связь этого изменения с другими величинами, характеризующими ФЭВ. На это обстоятельство впервые было обращено внимание Полевым [49] в задаче о вычислении диссипативной силы в конфигурации 1 (см. также [10, 11, 100, 107, 108]). Считая, что скорость поступательного движения совпадает с направлением оси x системы Σ (см. рис. 2, 3), запишем уравнение динамики в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{mV}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = F_x. \quad (17)$$

Из (17) следует

$$\gamma^3 m \frac{dV}{dt} + \gamma V \frac{dm}{dt} = F_x. \quad (18)$$

С другой стороны, используя закон сохранения энергии (11) в виде

$$-\frac{d}{dt} \left(W + \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = I \quad (19)$$

и условие квазистационарности $dW/dt = 0$, получим

$$-\gamma^3 m V \frac{dV}{dt} - \gamma \frac{dm}{dt} c^2 = I. \quad (20)$$

Из (13), (18) и (20) вытекают важные соотношения общего характера:

$$\gamma^3 m \frac{dV}{dt} = F_x - \beta \gamma^2 \frac{1}{c} \frac{dQ}{dt}, \quad (21)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\gamma}{c^2} \frac{dQ}{dt}. \quad (22)$$

Принимая во внимание (22), нетрудно увидеть, что правая часть уравнения (21) представляет собой не что иное, как тангенциальную силу F_x' , действующую на частицу в системе отсчёта Σ' :

$$F_x - \frac{\beta \gamma^2}{c} \frac{dQ}{dt} = F_x - V \frac{dm}{dt'} \equiv F_x', \quad (23)$$

поэтому уравнение динамики (21) принимает вид

$$\gamma^3 m \frac{dV}{dt} = F_x'. \quad (24)$$

Попутно использованное тождество $F_x - V dm/dt' \equiv F_x'$ вытекает при дифференцировании по времени преобразования Лоренца для импульса частицы $p_x = \gamma(p_x' + Vm/c^2)$. Таким образом, ускорение частицы в лабораторной системе отсчёта Σ определяется диссипативной силой, заданной в системе Σ' [107, 108].

Уравнения динамики вращательного движения частицы целесообразно записывать в системе отсчёта Σ' (см. рис. 3):

$$I_{ik} \frac{d\Omega_i}{dt'} = M_k', \quad (25)$$

где I_{ik} — компоненты тензора момента инерции частицы в Σ' , а проекции M_k' вектора момента сил в Σ' должны быть выражены через проекции M_k в Σ (см. текст перед (15)). Для сферической частицы $I_{ik} = I_0 \delta_{ik}$. Уравнения (16), (24) и (25) описывают взаимную связь и временную эволюцию теплового состояния частицы, её кинематических и динамических характеристик.

3. Флуктуационно-диссипационные соотношения в системах с динамической и тепловой неравновесностью

Наличие независимых источников спонтанных флуктуаций во взаимодействующих подсистемах, а именно \mathbf{d}^{sp} , \mathbf{m}^{sp} для частицы и \mathbf{E}^{sp} , \mathbf{B}^{sp} для среды, заполняющей полупространство (конфигурация 2), или для равновесного электромагнитного излучения в вакууме (конфигурация 3), обуславливает существование индуцированных флуктуаций величин \mathbf{d}^{ind} , \mathbf{m}^{ind} , \mathbf{E}^{ind} , \mathbf{B}^{ind} . С учётом этого исходные выражения для вычисления флуктуационной силы (9), скорости теплообмена (10) и момента силы $\langle \mathbf{d} \times \mathbf{E} + \mathbf{m} \times \mathbf{B} \rangle$ принимают вид

$$\mathbf{F} = \langle \nabla(\mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{m}^{\text{sp}} \mathbf{B}^{\text{ind}}) \rangle + \langle \nabla(\mathbf{d}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}} + \mathbf{m}^{\text{ind}} \mathbf{B}^{\text{sp}}) \rangle, \quad (26)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \dot{\mathbf{m}}^{\text{sp}} \mathbf{B}^{\text{ind}} \rangle + \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}} + \dot{\mathbf{m}}^{\text{ind}} \mathbf{B}^{\text{sp}} \rangle, \quad (27)$$

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{d}^{\text{sp}} \times \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{m}^{\text{sp}} \times \mathbf{B}^{\text{ind}} \rangle + \langle \mathbf{d}^{\text{ind}} \times \mathbf{E}^{\text{sp}} + \mathbf{m}^{\text{ind}} \times \mathbf{B}^{\text{sp}} \rangle. \quad (28)$$

Очевидно, что для невращающейся частицы выражение (28) равно нулю. Все величины в (26)–(28) рассчитываются в рамках единого формализма в лабораторной системе отсчёта Σ . Как следует из вида формул (26)–(28), независимо от конкретной конфигурации, нахождение всех величин сводится к статистическому усреднению правых частей. В конфигурации 2, в частности, консервативные и диссипативные составляющие силы ФЭВ будут определяться проекциями F_z и F_x силы (26), а в конфигурации 3 отлична от нуля только компонента F_x диссипативной (тангенциальной) силы.

Первые слагаемые в (26)–(28) описывают вклад спонтанных флуктуаций дипольных и магнитных моментов частицы в её взаимодействие с внешним электромагнитным полем. Вычисление этих слагаемых проводится в два этапа. Сначала решается система уравнений Максвелла с точечными спонтанно-флуктуирующими источниками (8) для конфигурации 2 или 3, причём в первом случае принимаются во внимание граничные условия на поверхности $z = 0$. В результате векторы \mathbf{E}^{ind} , \mathbf{B}^{ind} выражаются через $\mathbf{d}^{\text{sp}'}$ и $\mathbf{m}^{\text{sp}'}$, а входящие в (26)–(28) векторы \mathbf{d}^{sp} , \mathbf{m}^{sp} выражаются через $\mathbf{d}^{\text{sp}'}$, $\mathbf{m}^{\text{sp}'}$ посредством релятивистских преобразований дипольных моментов с переходом от системы Σ к системе Σ' . Последующее квантово-статистическое усреднение целесообразно проводить с помощью флуктуационно-диссипационных соотношений (ФДС), заданных в системе Σ' . Если частица вращается, то очевидно, что вид соответствующих ФДС отличается от их стандартного вида в покоящейся системе отсчёта.

Вторые слагаемые в правых частях (26)–(28) описывают взаимодействие индуцированных моментов со спонтанными флуктуациями внешнего электромагнитного поля. Для их расчёта индуцированные дипольные моменты частицы выражаются через флуктуирующие внешние поля с помощью линейных интегральных соотношений, содержащих диэлектрическую и магнитную поляризуемости частицы. Далее, при подстановке полученных величин в (26)–(28) возникают корреляторы, включающие в себя фурье-компоненты случайных электромагнитных полей среды. Эти корреляторы раскрываются с помощью ФДС, содержащих мнимые части компонент запаздывающей функции Грина для фотона в среде.

3.1. Флуктуационно-диссипационные соотношения для дипольных моментов

Для большей общности целесообразно рассматривать конфигурацию 2, в которой частица вращается с угловой скоростью Ω относительно системы Σ' , а последняя в свою очередь может двигаться с релятивистской скоростью V относительно системы Σ (см. рис. 3).

Для получения ФДС дипольных моментов поступаем следующим образом. Сначала проводим преобразования поворота векторов спонтанных дипольных моментов частицы, переходя от Σ' к вращающейся системе отсчёта Σ'' , в которой частица покоится,

$$d_i^{\text{sp}'}(\tau) = A_{ik}(\tau) d_k^{\text{sp}''}(\tau), \quad (29)$$

$$m_i^{\text{sp}'}(\tau) = A_{ik}(\tau) m_k^{\text{sp}''}(\tau). \quad (30)$$

Матрица поворота, задаваемого единичным вектором \mathbf{n} , имеет вид [113]

$$A_{ik}(\tau) = n_i n_k + (\delta_{ik} - n_i n_k) \cos(\Omega\tau) - \epsilon_{ikl} n_l \sin(\Omega\tau). \quad (31)$$

Затем проводим частотное преобразование Фурье левых и правых частей уравнений (29), (30), после чего попарно перемножаем их фурье-образы. При этом используем стандартные ФДС, заданные в системе покоя частицы [114]:

$$\langle d_i^{\text{sp}''}(\omega) d_k^{\text{sp}''}(\omega') \rangle = 2\pi\hbar \delta_{ik} \delta(\omega + \omega') \alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1}, \quad (32)$$

$$\langle m_i^{\text{sp}''}(\omega) m_k^{\text{sp}''}(\omega') \rangle = 2\pi\hbar \delta_{ik} \delta(\omega + \omega') \alpha_m''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1}, \quad (33)$$

где $\alpha_e''(\omega)$ и $\alpha_m''(\omega)$ — мнимые части электрической и магнитной поляризуемостей, T_1 — температура частицы. После перемножения фурье-образов (29), (30) и несложных преобразований искомые ФДС примут вид

$$\begin{aligned} \langle d_x^{\text{sp}'}(\omega) d_x^{\text{sp}'}(\omega') \rangle &= \frac{1}{2} 2\pi\hbar \delta(\omega + \omega') \times \\ &\times \left[2 \cos^2 \theta \alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} + \right. \\ &\left. + \sin^2 \theta \left(\alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_z^{\text{sp}'}(\omega) d_z^{\text{sp}'}(\omega') \rangle &= \frac{1}{2} 2\pi\hbar \delta(\omega + \omega') \times \\ &\times \left[2 \sin^2 \theta \alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} + \right. \\ &\left. + \cos^2 \theta \left(\alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_y^{\text{sp}'}(\omega) d_y^{\text{sp}'}(\omega') \rangle &= \frac{1}{2} 2\pi\hbar \delta(\omega + \omega') \times \\ &\times \left(\alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right), \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_x^{\text{sp}'}(\omega) d_y^{\text{sp}'}(\omega') \rangle &= -\langle d_y^{\text{sp}'}(\omega) d_x^{\text{sp}'}(\omega') \rangle = \\ &= \frac{i}{2} \sin \theta 2\pi\hbar \delta(\omega + \omega') \times \\ &\times \left(\alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} - \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right), \quad (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_y^{\text{sp}'}(\omega) d_z^{\text{sp}'}(\omega') \rangle &= -\langle d_z^{\text{sp}'}(\omega) d_y^{\text{sp}'}(\omega') \rangle = \\ &= \frac{i}{2} \cos \theta 2\pi\hbar \delta(\omega + \omega') \times \\ &\times \left(\alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} - \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right), \quad (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle d_x^{\text{sp}'}(\omega) d_z^{\text{sp}'}(\omega') \rangle &= \langle d_z^{\text{sp}'}(\omega) d_x^{\text{sp}'}(\omega') \rangle = \\ &= \sin \theta 2\pi\hbar \delta(\omega + \omega') \left[\alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{2} \left(\alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e''(\omega^-) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (39) \end{aligned}$$

где $\omega^\pm = \omega \pm \Omega$. ФДС для магнитных моментов имеют вид, аналогичный (34)–(39) с заменой $\mathbf{d}^{\text{sp}'} \rightarrow \mathbf{m}^{\text{sp}'}$ и $\alpha_e''(\omega) \rightarrow \alpha_m''(\omega)$.

ФДС (34)–(39) и их магнитные аналоги, выраженные в системе отсчёта Σ' , наглядно показывают, что наличие вращения частицы приводит к тому, что различные проекции векторов дипольного и магнитного моментов перестают быть статистически независимыми и коррелируют между собой. Эти корреляции в свою очередь приводят к возникновению момента сил (28), стремящегося замедлить вращение частицы или изменить направление оси вращения, и влияют на кинетику её нагрева (см. (16)).

3.2. Флуктуационно-диссипационные соотношения для компонент электромагнитного поля

Для внешнего относительно частицы флуктуационно-электромагнитного поля наиболее естественно записывать ФДС в лабораторной системе отсчёта Σ , связанной с этим полем. Поэтому вид этих ФДС остаётся одинаковым независимо от того, движется или покоится частица относительно Σ .

Из условия стационарности флуктуаций [114] следует, что всевозможные корреляторы компонент векторов равновесного электромагнитного поля выражаются через спектральные плотности соотношениями

$$\begin{aligned} \langle U_i^{\text{sp}}(\omega, \mathbf{k}; z) U_j^{\text{sp}}(\omega', \mathbf{k}'; z') \rangle &= \\ &= (2\pi)^3 \delta(\omega + \omega') \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') (U_i^{\text{sp}}(z) U_j^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}}, \quad (40) \\ & \quad i, j = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

в случае конфигурации 2, а в случае конфигурации 3 — соотношениями

$$\begin{aligned} \langle U_i^{\text{sp}}(\omega, \mathbf{k}) U_j^{\text{sp}}(\omega', \mathbf{k}') \rangle &= \\ &= (2\pi)^4 \delta(\omega + \omega') \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') (U_i^{\text{sp}} U_j^{\text{sp}})_{\omega\mathbf{k}}. \quad (41) \end{aligned}$$

При этом $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ — двумерный волновой вектор в (40) и $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ — трёхмерный волновой вектор в (41). В свою очередь спектральные плотности корреляторов электромагнитного поля выражаются в общем случае через антиэрмитову часть запаздывающей функции Грина фотона в среде [115]. В результате для конфигурации 2 ФДС принимают вид

$$\begin{aligned} (E_i^{\text{sp}}(z) E_j^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}} &= \\ &= \frac{i}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \frac{\omega^2}{c^2} (D_{ij}(\omega, \mathbf{k}; z, z') - D_{ji}^*(\omega, \mathbf{k}; z', z)), \quad (42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (B_i^{\text{sp}}(z) B_j^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}} &= \frac{i}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \times \\ &\times \text{rot}_{il} \text{rot}'_{jm} (D_{lm}(\omega, \mathbf{k}; z, z') - D_{ml}^*(\omega, \mathbf{k}; z', z)), \quad (43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (E_i^{\text{sp}}(z) B_j^{\text{sp}}(z'))_{\omega\mathbf{k}} &= \\ &= \frac{i}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \frac{i\omega}{c} \text{rot}'_{jm} (D_{im}(\omega, \mathbf{k}; z, z') - D_{mi}^*(\omega, \mathbf{k}; z', z)), \quad (44) \end{aligned}$$

где $\text{rot}_{il} = e_{iml} \partial / \partial x_n$, $\text{rot}'_{jm} = e_{jmn} \partial / \partial x'_n$.

Спектральные представления запаздывающих функций Грина для конфигурации 2, соответствующие ФДС

(42)–(44), имеют вид [81, 82]

$$\begin{aligned} D_{xx}(\omega, \mathbf{k}; z, z') &= -\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z+z')] \times \\ &\times \left[k_x^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) A_e(\omega) + k_y^2 \frac{\omega^2}{k^2 c^2} A_m(\omega) \right], \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{yy}(\omega, \mathbf{k}; z, z') &= -\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z+z')] \times \\ &\times \left[k_y^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) A_e(\omega) + k_x^2 \frac{\omega^2}{k^2 c^2} A_m(\omega) \right], \quad (46) \end{aligned}$$

$$D_{zz}(\omega, \mathbf{k}; z, z') = -\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z+z')] k^2 A_e(\omega), \quad (47)$$

$$\begin{aligned} D_{xy}(\omega, \mathbf{k}; z, z') &= D_{yx}(\omega, \mathbf{k}; z, z') = \\ &= -\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z+z')] \times \\ &\times k_x k_y \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) A_e(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} A_m(\omega) \right], \quad (48) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{xz}(\omega, \mathbf{k}; z, z') &= -D_{zx}(\omega, \mathbf{k}; z, z') = \\ &= -\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z+z')] (-ik_x) q_0 A_e(\omega), \quad (49) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{yz}(\omega, \mathbf{k}; z, z') &= -D_{zy}(\omega, \mathbf{k}; z, z') = \\ &= -\frac{\hbar c^2}{\omega^2} \frac{2\pi}{q_0} \exp[-q_0(z+z')] (-ik_y) q_0 A_e(\omega), \quad (50) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_e(\omega) &= \frac{q_0 \varepsilon(\omega) - q}{q_0 \varepsilon(\omega) + q}, \quad A_m(\omega) = \frac{q_0 \mu(\omega) - q}{q_0 \mu(\omega) + q}, \\ q &= \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \right)^{1/2}, \quad q_0 = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad (51) \\ k &= (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}. \end{aligned}$$

Для компонент $D_{ik}(\omega, \mathbf{k}; z, z')$, не содержащих мнимой единицы i , антиэрмитова часть функции Грина сводится к мнимой части $D_{ik}(\omega, \mathbf{k}; z, z')$. Получение формул (45)–(50) из исходного представления [115] для запаздывающей функции Грина $D_{ik}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ описано в приложении А. В случае конфигурации 3 запаздывающая функция Грина определяется выражением [115]

$$D_{ik}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi\hbar}{\omega^2/c^2 - k^2 + i0 \text{sign } \omega} \left(\delta_{ik} - \frac{c^2}{\omega^2} k_i k_k \right), \quad (52)$$

а ФДС принимают более простой вид:

$$(E_i^{\text{sp}} E_j^{\text{sp}})_{\omega\mathbf{k}} = -\frac{\omega^2}{c^2} \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \text{Im } D_{ij}(\omega, \mathbf{k}), \quad (53)$$

$$(B_i^{\text{sp}} B_j^{\text{sp}})_{\omega\mathbf{k}} = -\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \text{rot}_{il} \text{rot}'_{jm} \text{Im } D_{lm}(\omega, \mathbf{k}), \quad (54)$$

$$(E_i^{\text{sp}} B_j^{\text{sp}})_{\omega\mathbf{k}} = -\frac{i\omega}{c} \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \text{rot}'_{jm} \text{Im } D_{im}(\omega, \mathbf{k}). \quad (55)$$

4. Нерелятивистское движение нейтральной частицы вблизи плоской поверхности

Проиллюстрируем применяемый метод расчёта на примере нейтральной поляризуемой частицы, совер-

шающей нерелятивистское равномерное прямолинейное или вращательное движение вблизи поверхности. Здесь и всюду далее предполагаем, что среда описывается частотно-зависящими диэлектрическими и магнитными проницаемостями, хотя в нерелятивистском пределе результаты легко обобщаются и для случая нелокальной диэлектрической проницаемости (подробнее см. [15, 82]).

4.1. Равномерное прямолинейное движение

В нерелятивистском приближении ($c \rightarrow \infty$) без учёта магнитных моментов частицы формулы (26), (27) принимают вид

$$\mathbf{F} = \langle \nabla(\mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{d}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}}) \rangle, \quad (56)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \langle \dot{\mathbf{d}}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \dot{\mathbf{d}}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}} \rangle. \quad (57)$$

Компоненты индуцированного электрического поля находятся из уравнений [83]

$$\mathbf{E}^{\text{ind}} = -\nabla\Phi^{\text{ind}}, \quad (58)$$

$$\Delta\Phi = 4\pi \operatorname{div} \mathbf{P}, \quad (59)$$

$$\mathbf{P} = \delta(x - Vt)\delta(y)\delta(z - z_0)\mathbf{d}^{\text{sp}}(t), \quad (60)$$

где Φ^{ind} — индуцированная составляющая полного электрического потенциала Φ . Решение уравнения Пуассона (59) должно удовлетворять краевым условиям на границе пластины $z = 0$ с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$:

$$\Phi(x, y, +0) = \Phi(x, y, -0), \quad (61)$$

$$\partial_z \Phi(x, y, z)|_{z=+0} = \varepsilon \partial_z \Phi(x, y, z)|_{z=-0}.$$

Для решения уравнения (59) потенциал Φ и вектор поляризации \mathbf{P} представляются в виде интегралов Фурье по компонентам двумерного волнового вектора $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ и по частоте ω . В частности,

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z, t) &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint d\omega d^2k \Phi(\omega, \mathbf{k}; z) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t). \end{aligned} \quad (62)$$

После подстановки (62) и аналогичного разложения для \mathbf{P} в (59) получим уравнение

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right) \Phi(\omega, \mathbf{k}; z) &= \\ &= 4\pi\delta(z - z_0) [ik_x d_x^{\text{sp}}(\omega - k_x V) + ik_y d_y^{\text{sp}}(\omega - k_x V)] + \\ &+ 4\pi\delta'(z - z_0) d_z^{\text{sp}}(\omega - k_x V), \end{aligned} \quad (63)$$

где $d_j^{\text{sp}}(\omega - k_x V)$ — фурье-компоненты проекций дипольного момента $\mathbf{d}^{\text{sp}}(t)$, $j = x, y, z$. Решение уравнения (63) с учётом граничных условий (61) приводит к следующему выражению для фурье-образа индуцированной части потенциала:

$$\begin{aligned} \Phi^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{k}; z) &= \frac{2\pi}{k} \Delta(\omega) \exp[-k(z + z_0)] \times \\ &\times [ik_x d_x^{\text{sp}}(\omega - k_x V) + ik_y d_y^{\text{sp}}(\omega - k_x V) + k d_z^{\text{sp}}(\omega - k_x V)], \end{aligned} \quad (64)$$

где $\Delta(\omega) = (\varepsilon(\omega) - 1)/(\varepsilon(\omega) + 1)$. Учитывая (58), (62) и (64), фурье-компоненты индуцированного поля можно

выразить через фурье-образ потенциала:

$$E_{x,y}^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{k}; z) = -ik_{x,y} \Phi^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{k}; z), \quad (65)$$

$$E_z^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{k}; z) = k \Phi^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{k}; z).$$

В итоге для индуцированного поля в точке локализации частицы ($x = Vt, 0, z_0$) получим

$$\mathbf{E}^{\text{ind}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint d\omega d^2k \mathbf{E}^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{k}; z_0) \exp[-i(\omega - k_x V)t]. \quad (66)$$

Первое слагаемое в правой части (56) получается с использованием (64)–(66) и частотного разложения Фурье для $\mathbf{d}^{\text{sp}}(t)$. При этом в соответствующих интегральных выражениях для проекций силы $F_{x,z}$ возникают корреляторы спонтанного дипольного момента частицы, раскрывающиеся по формуле (32). В результате последующего элементарного интегрирования по частотам и компонентам волнового вектора с учётом аналитических свойств $\alpha_e(\omega)$ и $\Delta(\omega)$ (чётность вещественных частей и нечётность мнимых) получим

$$\begin{aligned} F_x(T_1) &= \frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k k_x \exp(-2kz) \times \\ &\times \Delta''(\omega) \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1}, \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} F_z(T_1) &= -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k^2 \exp(-2kz) \times \\ &\times \Delta'(\omega) \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1}, \end{aligned} \quad (68)$$

где $\omega^+ = \omega + k_x V$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$. Соответствующий вклад в скорость нагрева в (57) выражается формулой, аналогичной (67), с заменой $k_x \rightarrow -\omega^+$ под знаком интеграла.

Для вычисления компонент силы и скорости нагрева, обусловленных спонтанными флуктуациями поля пластины, сначала находится индуцированный дипольный момент частицы \mathbf{d}^{ind} с использованием линейного интегрального соотношения [116]

$$\mathbf{d}^{\text{ind}}(t) = \int_{-\infty}^t d\tau \alpha_e(t - \tau) \mathbf{E}^{\text{sp}}(\mathbf{r}_0, \tau), \quad (69)$$

в котором спонтанное поле пластины берётся в точке локализации частицы $\mathbf{r}_0 = (Vt, 0, z_0)$. Подставляя фурье-разложение поля $\mathbf{E}^{\text{sp}}(\mathbf{r}_0, \tau)$ в (69), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^{\text{ind}}(t) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint d\omega d^2k \alpha_e(\omega - k_x V) \mathbf{E}^{\text{sp}}(\omega, \mathbf{k}; z_0) \times \\ &\times \exp[-i(\omega - k_x V)t]. \end{aligned} \quad (70)$$

С учётом (70) и $\mathbf{E}^{\text{sp}}(\omega, \mathbf{k}; z_0)$ формируются вторые слагаемые в формулах (56), (57). Для их вычисления используется ФДС

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}^{\text{sp}}(\omega, \mathbf{k}; z_0) \mathbf{E}^{\text{sp}}(\omega', \mathbf{k}'; z_0) \rangle &= 2(2\pi)^4 k \hbar \exp(-2kz_0) \times \\ &\times \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \Delta''(\omega) \delta(\omega + \omega') \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \end{aligned} \quad (71)$$

Формула (71) является следствием (40), (42) и (45)–(47) в пределе $c \rightarrow \infty$. С использованием (71) тангенциальная и

нормальная компоненты флуктуационной силы, обусловленные индуцированными дипольными моментами частицы, приводятся к виду (здесь и далее опускаем индекс у z_0):

$$F_x(T_2) = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k k_x \exp(-2kz) \times \\ \times \Delta''(\omega) \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}, \quad (72)$$

$$F_z(T_2) = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k^2 \exp(-2kz) \times \\ \times \Delta''(\omega) \alpha_e'(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}. \quad (73)$$

Выражение для соответствующего вклада в скорость теплового нагрева также получается из (67) заменой $k_x \rightarrow -\omega^+$. Учитывая (67), (68), результирующие нерелятивистские формулы для $F_{x,z}$ и dQ/dt можно привести к виду [15]:

$$F_x = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k k_x \exp(-2kz) \times \\ \times \Delta''(\omega) \alpha_e''(\omega^+) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right), \quad (74)$$

$$F_z = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k^2 \exp(-2kz) \times \\ \times \left(\Delta''(\omega) \alpha_e'(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} + \Delta'(\omega) \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right), \quad (75)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \Delta''(\omega) \alpha_e''(\omega^+) \omega^+ \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right). \quad (76)$$

Такая форма записи формул (74)–(76) более целесообразна при последующем сравнении с релятивистскими результатами, в отличие от формы, использованной в [83]. Аналогичные выражения получаются для магнитной частицы с заменой электрической поляризуемости частицы магнитной: $\alpha_e(\omega) \rightarrow \alpha_m(\omega)$. Наличие частоты ω^+ в гиперболических котангенсах, зависящих от температуры частицы T_1 , подчёркивает факт её движения (динамической неравновесности), тогда как вклады с температурой T_2 связаны с флуктуациями неподвижной пластины. При нерелятивистском движении без вращения скорость нагрева частицы в её собственной системе отсчёта, в силу (16), определяется формулой (76) для dQ/dt , т.е. частица нагревается и в случае равенства температур, $T_1 = T_2$. При тепловом равновесии, $T_1 = T_2 = T$, в линейном приближении по скорости из (74) вытекает формула для "вязкой" силы трения частицы в ближнем поле пластины, впервые полученная в [59]:

$$F_x = \frac{3}{2\pi} \frac{\hbar V}{z^5} \int_0^\infty d\omega \alpha''(\omega) \Delta''(\omega) \frac{d}{d\omega} \left\{ \frac{1}{\exp[\hbar\omega/(k_B T)] - 1} \right\}. \quad (77)$$

Интересно рассмотреть также случай так называемого квантового трения [55–60], когда $T_1 = T_2 = 0$. Считается, что механизм диссипации энергии при нереляти-

вистских скоростях связан с генерацией поверхностных возбуждений [10, 11, 95]. Учитывая, что разность гиперболических котангенов в формуле (74) при $T_1 = T_2 = 0$ равна $\text{sign } \omega - \text{sign } (\omega + k_x V)$, из (74) получим [83]

$$F_x = \frac{4\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty dk_x k_x \int_0^\infty dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \int_0^{k_x V} d\omega \alpha''(\omega - k_x V) \Delta''(\omega), \quad (78)$$

причём $F_x < 0$ в силу нечётности $\alpha''(\omega)$. Из (78) в случае малых скоростей частицы, $\alpha''(\omega) \sim \omega$ и $\Delta''(\omega) \sim \omega$, следует зависимость $F_x \propto V^3/z^7$. Формула, аналогичная (78), с кубической зависимостью от V была получена и для силы квантового трения двух пластин [55, 60]. Для атома с простейшей осцилляторной формой поляризуемости (см. ниже (82)) формула (78) формально даёт нулевую силу F_x . Однако если использовать эффективную атомную поляризуемость частицы, учитывающую её взаимодействие с полем поверхностных плазмонов, то из (78) получается конечная сила квантового трения $F_x \propto \alpha_0^2 V^3/z^{10}$ (здесь α_0 — статическая поляризуемость атома) [56–58]. При учёте радиационной поправки к поляризуемости сила квантового трения (для атома) ведёт себя как $F_x \sim \alpha_0^2 V^5/z^9$ и численно оказывается значительно меньше [56, 58]. Эти результаты полностью согласуются с результатами расчётов в рамках квантовой теории поля [101, 102]. Наличие силы квантового трения при $T_1 = T_2 = 0$ (для атомов и наночастиц) связано с другим распределением мод электромагнитного поля вблизи пластины по сравнению с распределением вакуумных мод пустого пространства.

В свою очередь из формулы (76) для скорости нагрева получим

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{4\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \int_0^{k_x V} d\omega (\omega - k_x V) \alpha''(\omega - k_x V) \Delta''(\omega) \quad (79)$$

и, следовательно, $dQ/dt > 0$ в силу положительной определённости подынтегральной функции. Кроме того, как видно из сравнения (78) и (79), $-F_x V > dQ/dt$, т.е. убыль кинетической энергии частицы вследствие квантового трения не целиком трансформируется в её нагрев. Часть энергии, очевидно, передаётся пластине.

В свою очередь формула (75) обобщает все известные результаты для незапаздывающего ван-дер-ваальсова взаимодействия частицы с пластиной. Так, при $V = 0$ и $T_1 = T_2 = T$, учитывая аналитические свойства подынтегральных функций и применяя стандартное преобразование поворота частотного контура интегрирования в комплексной плоскости, формулу (75) можно привести к виду [15]

$$F_z = -\frac{3}{2} \frac{k_B T}{z^4} \sum_{n=0}^\infty \left(1 - \frac{\delta_{n0}}{2} \right) \alpha(i\xi_n) \Delta(i\xi_n), \quad \xi_n = \frac{2\pi k_B T}{\hbar} n. \quad (80)$$

В условиях теплового равновесия сила F_z связана со свободной энергией $\tilde{F}(z, T)$ системы частица–поверхность соотношением $F_z = -(\partial \tilde{F}(z, T)/\partial z)_T$, поэтому выражение для $\tilde{F}(z, T)$ получается умножением (80) на $z/3$. Зависящая от температуры константа интегрирования

должна обращаться в нуль при $T \rightarrow 0$ в силу постулата Нернста – Планка.

При нулевой температуре, $T = 0$, вопрос о динамических поправках к силе F_z (энергии) взаимодействия $U(z, V)$ атома со стенкой впервые рассматривался в [117, 118]. Формула (75) включает в себя эти результаты как частные случаи. Так, переходя в (75) к пределу $T_1, T_2 \rightarrow 0$ и учитывая соотношение $F_z = -\partial U(z, V)/\partial z$, получим [119]

$$U(z, V) = -\frac{\hbar}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \text{Im} \left[i \int_0^\infty d\xi \Delta(i\xi) \alpha(i\xi + k_x V) \right] + \\ + \frac{2\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \int_0^{k_x V} d\omega \Delta'(\omega) \alpha''(\omega - k_x V) = U^{(0)}(z, V) + \Delta U(z, V). \quad (81)$$

В частности, для металлической пластины с диэлектрической функцией плазменного вида $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, где ω_p — плазменная частота металла, используя резонансное приближение для атомной поляризуемости

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha(0)\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i0\omega}, \quad (82) \\ \alpha''(\omega) = \frac{\pi\alpha(0)\omega_0}{2} (\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)),$$

где $\alpha(0)$ и ω_0 — статическая поляризуемость атома и частота атомного перехода, первое слагаемое в правой части (81) в пределе малых скоростей V можно привести к виду [119]

$$U^{(0)}(z, V) = -\frac{\hbar\alpha(0)\omega_s\omega_0}{8z^3(\omega_s + \omega_0)} \left[1 + \frac{3V^2}{2z^2(\omega_s + \omega_0)^2} \right], \quad (83)$$

где $\omega_s = \omega_p/\sqrt{2}$. Формула (83) совпадает с результатами работ [117, 118], в которых использовалась квантовая формула для $\alpha''(\omega)$, учитывающая несколько резонансных линий, а также с результатом расчёта [93] в рамках квантовой теории возмущений. Область применимости (83) отвечает условию $V \ll z(\omega_s + \omega_0)$. В этом случае слагаемое $\Delta U(z, V)$ в (81) экспоненциально мало [119]. При $z(\omega_s + \omega_0) \ll V \ll c$, напротив, доминирует слагаемое $\Delta U(z, V)$, отсутствующее в [93, 117, 118].

Полученные результаты нетрудно обобщить для случая незапаздывающего взаимодействия частицы при движении параллельно стенкам диэлектрической щели (из разнородных материалов) шириной l . В частности, при $T = 0$ результирующая формула для $U(z, l, V)$ принимает вид [120]

$$U(z, l, V) = -\frac{\hbar}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \text{Im} \left[i \int_0^\infty d\xi D(i\xi, z, l) \alpha(i\xi + k_x V) \right] + \\ + \frac{2\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y k \exp(-2kz) \times \\ \times \int_0^{k_x V} d\omega \text{Re} [D(\omega, z, l) \alpha''(\omega - k_x V)], \quad (84)$$

$$D(\omega, z, l) = \frac{\Delta_1(\omega) \exp(-2kz) + \Delta_2(\omega) \exp[-2k(l-z)]}{1 - \Delta_1(\omega)\Delta_2(\omega) \exp(-2kl)}, \quad (85)$$

где $\Delta_i(\omega) = (\varepsilon_i(\omega) - 1)/(\varepsilon_i(\omega) + 1)$, $i = 1, 2$. Очевидно, что формула (81) может быть получена из (84) в пределе $l \rightarrow \infty$.

4.2. Равномерное вращательное движение

В контексте ФЭВ эффекты вращательного движения частиц в вакууме впервые рассматривались в работах [31–33] (см. раздел 5). В [90, 121] рассчитывались тормозные моменты и другие величины при вращении частиц в ближнем поле нагретой пластины в частных случаях, когда ось вращения перпендикулярна [90] или параллельна [90, 121] поверхности. Опираясь на формализм ФДС, представленный в разделе 3, нетрудно получить более общие результаты при произвольной ориентации оси вращения частицы относительно пластины [122]. При этом появляются новые особенности, не рассмотренные в [90, 121].

На рисунке 5 показаны конфигурации систем и используемые системы координат Σ , Σ' и Σ'' . Система Σ соответствует неподвижной пластине, Σ'' — собственная система координат частицы, жёстко связанная с ней и вращающаяся с угловой скоростью Ω относительно координатной системы Σ' . Единичный вектор \mathbf{n} направления угловой скорости Ω имеет в Σ' компоненты $(\cos \theta, 0, \sin \theta)$, а угол θ изменяется в интервале $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$.

Величинами, подлежащими расчёту, являются, помимо силы притяжения к поверхности F_z и скорости теплообмена dQ/dt (см. (56), (57)), компоненты момента сил

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{d}^{\text{sp}} \times \mathbf{E}^{\text{ind}} \rangle + \langle \mathbf{d}^{\text{ind}} \times \mathbf{E}^{\text{sp}} \rangle. \quad (86)$$

Вследствие очевидной инвариантности F_z и dQ/dt относительно вращения вокруг нормали к поверхности пластины (оси z и z' на рис. 5) вычисление этих величин в системах координат Σ и Σ' даёт одинаковый результат, однако их расчёт проще проводить в системе Σ' . Компоненты вектора \mathbf{M} не инвариантны относительно вращения вокруг осей z и z' , поэтому на первой стадии расчёта мы находим их в системе координат Σ' , а затем определяем их вид в системе Σ . Для упрощения записи формул опускаем далее в этом разделе штрих у величин, относящихся к системе координат Σ' .

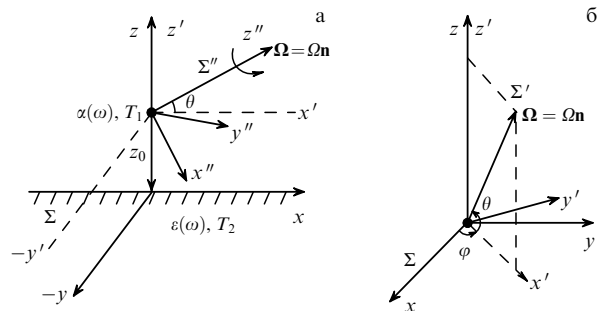


Рис. 5. (а) Частица, вращающаяся вблизи поверхности пластины, и используемые системы координат (x, y, z) , (x', y', z') и (x'', y'', z'') . (б) Системы координат, используемые для описания вращательного и прецессионного движения.

Вычисление первого слагаемого (86) и аналогичных ему в (56), (57) опирается на ФДС (34)–(39) для дипольных моментов. При этом компоненты индуцированного поля \mathbf{E}^{ind} определяются формулами (64), (65) при $V = 0$. Соответствующие вычисления аналогичны тем, которые проводились при получении формул (67), (68).

При расчёте вторых слагаемых в (56), (57) и (86) индуцированный дипольный момент $\mathbf{d}^{\text{ind}''}(t)$ в системе покоя Σ'' вращающейся частицы выражается формулой, эквивалентной (69):

$$\mathbf{d}^{\text{ind}''}(t) = \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) \mathbf{E}^{\text{sp}''}(t - \tau), \quad (87)$$

где поле $\mathbf{E}^{\text{sp}''}(t - \tau)$ берётся в точке локализации частицы $(0, 0, z)$, причём явная зависимость от координаты z в (87) и далее для краткости опущена. Входящие в (87) векторы $\mathbf{d}^{\text{ind}''}$ и $\mathbf{E}^{\text{sp}''}$ связаны с векторами \mathbf{d}^{ind} и \mathbf{E}^{sp} в системе Σ' соотношениями

$$d_i^{\text{ind}}(t) = A_{ik}(t) d_k^{\text{ind}''}(t), \quad (88)$$

$$E_i^{\text{sp}''}(t - \tau) = A_{im}^{-1}(t - \tau) E_m^{\text{sp}}(t - \tau), \quad (89)$$

где $A_{ik}(t)$ — матрица поворота (31), $A_{km}^{-1}(t - \tau)$ — обратная ей матрица,

$$A_{km}^{-1}(t - \tau) = n_k n_m + (\delta_{km} - n_k n_m) \cos[\Omega(t - \tau)] + e_{kmp} n_p \sin[\Omega(t - \tau)]. \quad (90)$$

Перемножая матрицы $A_{ik}(t)$ и $A_{km}^{-1}(t - \tau)$, получим

$$A_{ik}(t) A_{km}^{-1}(t - \tau) = n_i n_m + (\delta_{im} - n_i n_m) \cos(\Omega\tau) - e_{iml} n_l \sin(\Omega\tau). \quad (91)$$

Нетрудно увидеть, что правая часть (91) совпадает с правой частью (31) после соответствующей замены индексов, т.е. $A_{im}(\tau) \equiv A_{ik}(t) A_{km}^{-1}(t - \tau)$, поэтому после подстановки (87) в (88) с учётом (89) и (91) компоненты индуцированного дипольного момента будут определяться формулой

$$d_i^{\text{ind}}(t) = \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) A_{im}(\tau) E_m^{\text{sp}}(t - \tau). \quad (92)$$

Представляя затем $E_m^{\text{sp}}(t - \tau)$ в виде интеграла Фурье по частоте и двумерному волновому вектору в точке локализации частицы,

$$E_m^{\text{sp}}(t - \tau) = \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} E_m^{\text{sp}}(\omega, \mathbf{k}) \exp[-i\omega(t - \tau)], \quad (93)$$

после подстановки (93) в (92) получим явные выражения для проекций $d_i^{\text{ind}}(t)$ (см. приложение Б). Формулы (Б4)–(Б6) заменяют формулу (70) в случае вращательного движения частицы. Дальнейшие вычисления повторяют те, которые проводились в разделе 4.1, с учётом ФДС, приведённых в разделе 3.2. Результирующие выражения для F_z , dQ/dt и проекций $M_{x',y',z'}$ момента сил имеют вид

$$F_z = -\frac{3\hbar}{32\pi z^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \left[(2 - \cos^2 \theta) \times \right. \\ \left. \times \left(\Delta'(\omega) \alpha''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} + \Delta''(\omega) \alpha'(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) + \right. \\ \left. + (2 + \cos^2 \theta) \left(\Delta'(\omega) \alpha''(\omega_+) \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \Delta''(\omega) \alpha'(\omega_+) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \right], \quad (94)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega \Delta''(\omega) \left[(2 - \cos^2 \theta) \alpha''(\omega) \times \right. \\ \left. \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} \right) + \right. \\ \left. + (2 + \cos^2 \theta) \alpha''(\omega_+) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (95)$$

$$M_{x'} = -\frac{3\hbar \cos \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \\ \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right), \quad (96)$$

$$M_{y'} = -\frac{\hbar \sin \theta \cos \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \left[\Delta'(\omega) \left(\alpha''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} - \right. \right. \\ \left. \left. - \alpha''(\omega_+) \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right) + \right. \\ \left. + \Delta''(\omega) \left(\alpha'(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} - \alpha'(\omega_+) \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (97)$$

$$M_{z'} = -\frac{2\hbar \sin \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \\ \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right), \quad (98)$$

где $\omega_+ = \omega + \Omega$. Заметим, что проекции момента сил (96)–(98) относятся к системе Σ' .

Анализ вращательной динамики сферически-симметричной частицы целесообразно проводить в более общей геометрии (рис. 5б), когда ориентация вектора $\Omega \mathbf{n}$ относительно пластины (система координат Σ) определяется углами θ и φ . Тогда система динамических уравнений (25) приводится к виду [122]

$$I \frac{d\Omega}{dt} = M_n, \quad (99)$$

$$I\Omega \frac{d\theta}{dt} = M_\perp, \quad (100)$$

$$I\Omega \cos \theta \frac{d\varphi}{dt} = M_y, \quad (101)$$

где I — момент инерции, M_n — направленный вдоль вектора угловой скорости тормозящий момент силы, определяемый выражением

$$M_n = M_{x'} \cos \theta + M_{z'} \sin \theta = \\ = \frac{\hbar(2 + \cos^2 \theta)}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \\ \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right), \quad (102)$$

M_{\perp} — ориентационный момент, лежащий в одной плоскости с вектором \mathbf{n} и осью z ,

$$\begin{aligned} M_{\perp} &= M_{z'} \cos \theta - M_{x'} \sin \theta = \\ &= \frac{\hbar \sin \theta \cos \theta}{16\pi z^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega_+) \times \\ &\times \left(\coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar \omega_+}{2k_B T_1} \right). \end{aligned} \quad (103)$$

Момент $M_{y'}$, перпендикулярный этой плоскости, определяется формулой (97). В частных случаях $\theta = 0, \pm\pi/2$ формула (102) совпадает с результатами [90, 121]. При этом, как видно из (97) и (103), направление вектора угловой скорости не изменяется со временем ($M_{y'} = M_{\perp} = 0$). Уравнения (97), (102) и (103) позволяют провести более детальный анализ характера и устойчивости вращательного движения.

Заметим сначала, что знаки моментов M_n и M_{\perp} , вообще говоря, могут быть различными в зависимости от знака частотного интеграла в правых частях (102) и (103), идентичного в обоих случаях [122]. Если $M_n > 0$, то угловая скорость может возрастать на начальной стадии движения. Однако скорость установления квазиравновесной температуры частицы $T_1 \approx T_2$ (эту температуру можно найти, приравняв правую часть (16) нулю) значительно выше, чем скорость установления динамического равновесия [90, 106], а при установлении квазистационарного состояния всегда $M_n < 0$ [122]. В итоге в течение большей части времени до остановки реализуется режим непрерывного замедления, в котором $M_n < 0$, а знак M_{\perp} зависит только от знака θ (см. (103)), но не изменяется после установления квазиравновесной температуры частицы.

Далее, из (99), (100) при учёте (102) и (103) следует общее соотношение между угловой скоростью Ω и углом ориентации θ в произвольный момент времени:

$$\Omega = \frac{\Omega_0 \sin \theta_0 \tan^2 \theta_0}{\sin \theta \tan^2 \theta}, \quad (104)$$

где Ω_0 и θ_0 — значения этих величин при $t = 0$. Из (104) следует, что $\theta \rightarrow \pm\pi/2$ на стадии замедления частицы, в зависимости от знака θ_0 . Таким образом, при любых начальных условиях ($\theta_0 \neq 0$) вектор $\Omega \mathbf{n}$ стремится ориентироваться перпендикулярно поверхности, но состояния с $\theta = \pm\pi/2$ достигаются только в момент полной остановки, являясь асимптотически устойчивыми. Состояние с осью вращения, параллельной поверхности ($\theta = 0$), является неустойчивым, и при любом малом отклонении от него модуль угла θ будет возрастать.

Изменение азимутального угла φ не влияет на Ω и θ , вызывая прецессию углового момента относительно оси z со скоростью $d\varphi/dt$ в соответствии с формулами (97) и (101). В случае пластины без диэлектрических потерь ($\varepsilon''(\omega) = 0$) скорость прецессии $d\varphi/dt$ не зависит от времени, $\theta = \theta_0 = \text{const}$ и $\Omega = \Omega_0 = \text{const}$. Такая ситуация, однако, характерна только для незапаздывающего взаимодействия с пластиной. При учёте запаздывания (см. раздел 6.5 и [112]) вращающаяся частица вблизи прозрачной пластины тормозится вследствие излучения.

При $T_1 = T_2 = T$ формулы (102) и (103) в линейном разложении по степеням угловой скорости принимают

вид

$$M_n = -\frac{\hbar \Omega (2 + \cos^2 \theta)}{8\pi z^3} \int_0^{\infty} d\omega \alpha''(\omega) \Delta''(\omega) \left(-\frac{\partial}{\partial \omega} \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T} \right), \quad (105)$$

$$M_{\perp} = \frac{\hbar \Omega \sin \theta \cos \theta}{8\pi z^3} \int_0^{\infty} d\omega \alpha''(\omega) \Delta''(\omega) \left(-\frac{\partial}{\partial \omega} \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T} \right). \quad (106)$$

Формула (105) является "вращательным аналогом" формулы (77) для силы трения частицы, движущейся параллельно поверхности пластины. В свою очередь при $T_1 = T_2 = 0$ из (102) получается формула для момента силы квантового трения при вращательном движении

$$M_n = \frac{\hbar (2 + \cos^2 \theta)}{8\pi z^3} \int_0^{\Omega} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega - \Omega). \quad (107)$$

В заключение данного раздела обратим внимание на отличие составляющих нагрева вращающейся частицы от составляющих при поступательном движении. При равенстве температур, $T_1 = T_2$ (включая случай $T_1 = T_2 = 0$), вращающаяся частица нагревается, как и при поступательном движении. Но теперь скорость её нагрева в собственной системе отсчёта определяется не формулой (95), а включает также скорость диссипации энергии вращения $-M_n \Omega$ (в силу (16)). При этом $dQ/dt < 0$, но $-M_n \Omega + dQ/dt > 0$. Если сложить $-M_n \Omega$ и dQ/dt , используя (102) и формулу (95) без учёта не зависящего от Ω слагаемого, то частотные зависимости в (76) и полученном выражении окажутся полностью идентичными друг другу после замены $\omega + k_x V \leftrightarrow \omega + \Omega$.

5. Поступательно-вращательное движение и излучение нейтральной частицы в радиационном вакуумном фоне

5.1. Тангенциальная сила и скорость нагрева при поступательном движении

В упрощённом виде вопрос о торможении частицы в равновесном электромагнитном излучении впервые рассматривался Эйнштейном и Хопфом в [2], где они рассмотрели движение осциллятора относительно чёрного излучения. В более общей ситуации нерелятивистского движения нейтральной частицы в условиях теплового равновесия с радиационным фоном температуры T (см. рис. 2) тангенциальная тормозящая сила впервые была вычислена почти столетие спустя [76] (см. также [51]). Эта сила определяется выражением

$$F_x = -\frac{\hbar^2 V}{3\pi c^5 k_B T} \int_0^{\infty} d\omega \omega^5 \alpha''(\omega) \sinh^{-2} \frac{\hbar \omega}{2k_B T}, \quad (108)$$

причём следует отметить, что в рассматриваемом (нерелятивистском) пределе формула (108) справедлива как в системе отсчёта радиационного фона (система Σ конфигурации 3), так и в системе покоя самой частицы, движущейся со скоростью V (система Σ' конфигурации 3). В [123, 124] показано, что (108) можно привести к виду, совпадающему с результатом Эйнштейна и Хопфа при некоторых дополнительных предположениях.

Общее релятивистское выражение для тангенциальной силы в рамках теории ФЭВ впервые было получено в [85, 88], и затем подтверждено другими авторами [98, 99,

108]. В обозначениях [85, 88] соответствующая формула имеет вид

$$F_x = \langle \nabla_x (\mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{m}^{\text{sp}} \mathbf{H}^{\text{ind}}) + \nabla_x (\mathbf{d}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}} + \mathbf{m}^{\text{ind}} \mathbf{H}^{\text{sp}}) \rangle =$$

$$= -\frac{\gamma \hbar}{\pi c^4} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x (1 + \beta x)^2 \times$$

$$\times \left\{ \alpha_e'' [\gamma \omega (1 + \beta x)] + \alpha_m'' [\gamma \omega (1 + \beta x)] \right\} \times$$

$$\times \left(\coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\gamma \hbar \omega (1 + \beta x)}{2k_B T_1} \right). \quad (109)$$

Вклады спонтанных и индуцированных дипольных моментов в (109) представлены слагаемыми, зависящими от температуры частицы T_1 (в её системе покоя Σ') и температуры радиационного фона T_2 . В случае $T_1 = T_2 = T$ и $\beta \ll 1$ (109) сводится к (108). При $T_1 = T_2 = 0$ тангенциальная сила равна нулю.

Релятивистский расчёт второй важнейшей характеристики ФЭВ в этой задаче — величины dQ/dt (см. (10) и (27)) — приводит к выражению [85, 88]

$$\dot{Q} = \langle \nabla_x (\mathbf{d}^{\text{sp}} \mathbf{E}^{\text{ind}} + \mathbf{m}^{\text{sp}} \mathbf{H}^{\text{ind}}) \rangle + \langle \nabla_x (\mathbf{d}^{\text{ind}} \mathbf{E}^{\text{sp}} + \mathbf{m}^{\text{ind}} \mathbf{H}^{\text{sp}}) \rangle =$$

$$= \frac{\gamma \hbar}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx (1 + \beta x)^3 \times$$

$$\times \left\{ \alpha_e'' [\gamma \omega (1 + \beta x)] + \alpha_m'' [\gamma \omega (1 + \beta x)] \right\} \times$$

$$\times \left(\coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\gamma \hbar \omega (1 + \beta x)}{2k_B T_1} \right). \quad (110)$$

С учётом (6) формула (110) позволяет анализировать нагрев и изменение температуры частицы T_1 в её системе покоя Σ' .

Далее, подставляя (109) и (110) в (23), непосредственно получаем релятивистское выражение для силы F'_x , также заданной в Σ' [107]:

$$F'_x = \frac{\hbar}{\pi c^4} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx x (\alpha_e''(\omega) + \alpha_m''(\omega)) \times$$

$$\times \coth \frac{\hbar \omega \gamma (1 + \beta x)}{2k_B T_2}. \quad (111)$$

Нетрудно увидеть, что при $\beta \ll 1$ формула (111) переходит в (108) при условии, что $T_2 = T$ и $\alpha_m''(\omega) = 0$. Существенно новый момент состоит в том, что формула (111) относится и к ситуации, в которой тепловое равновесие частицы и фонового излучения отсутствует. Формула (111) важна для последующего анализа динамики частицы, описываемой уравнением (24). При проведении конкретных расчётов диссипативных сил, действующих на атомы, выражения для атомной поляризуемости могут также учитывать вклад радиационных поправок [56, 108, 123].

5.2. Тепловое излучение частицы

Формулы (109) и (110) позволяют найти ещё одну важнейшую характеристику движущейся частицы — мощность её теплового излучения [105]. Подставляя их в (13), получим

$$I = -\frac{2\hbar\gamma}{\pi c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx (1 + \beta x)^2 \alpha''(\omega_\beta) \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\exp[\hbar\omega/(k_B T_2)] - 1} - \frac{1}{\exp[\hbar\omega_\beta/(k_B T_1)] - 1} \right\}, \quad (112)$$

где $\omega_\beta = \gamma\omega(1 + \beta x)$, $\alpha''(\omega) = \alpha_e''(\omega) + \alpha_m''(\omega)$. Первое слагаемое в (112), зависящее от температуры T_2 радиационного фона, описывает мощность поглощаемого излучения, а слагаемое, зависящее от температуры частицы T_1 , — мощность излучения самой частицы. Условие применимости этой формулы, как и (110), (111), является условие дипольности $R \ll \min[2\pi\hbar c/(k_B T_1), 2\pi\hbar c/(k_B T_2)]$. Противоположный случай, соответствующий условию применимости предела геометрической оптики (коротковолновому приближению), рассматривается в разделе 6.

Как показано в [105], характерное время замедления частицы τ_V значительно превосходит характерное время установления квазиравновесной температуры τ_Q (аналогично тому, как это имеет место в случае вращения вблизи поверхности [90] или в вакууме [106]). Тогда при $t > \tau_Q$ излучение частицы будет определяться соответствующей эффективной (квазиравновесной) температурой. В частности, для сферической проводящей частицы с диэлектрической проницаемостью вида $\varepsilon(\omega) = i4\pi\sigma_0/\omega$ (где σ_0 — статическая проводимость) мнимая часть низкочастотной диэлектрической поляризуемости $\alpha_e''(\omega) = 3R^3\omega/(4\pi\sigma_0)$, а квазиравновесная температура частицы, определяемая из условия $dQ/dt = 0$ (см. (6)), выражается как [105]

$$T_1 = T_2 \left[\frac{1 + 2\beta^2 + \beta^4/5}{(1 - \beta^2)^2} \right]^{1/6}. \quad (113)$$

Соответственно, используя (112) и (113), для мощности излучения и поглощения частицы получим [105]

$$I_1 = \frac{8\pi^4}{21} \frac{\hbar R^3}{c^3 \sigma_0} \left(\frac{k_B T_2}{\hbar} \right)^6 \gamma^4 \left(1 + 2\beta^2 + \frac{\beta^4}{5} \right), \quad (114)$$

$$I_2 = \frac{8\pi^4}{21} \frac{\hbar R^3}{c^3 \sigma_0} \left(\frac{k_B T_2}{\hbar} \right)^6 \gamma^2. \quad (115)$$

Из (114), (115) следует, что в условиях квазиполового равновесия с радиационным фоном мощность излучения релятивистской частицы примерно в $3\gamma^2$ раз выше, чем мощность поглощения. Отметим также, что форма спектра теплового излучения движущейся частицы (подынтегральное выражение в частотном интеграле (112)) существенно зависит от её диэлектрических свойств, а положение максимума — от γ -фактора, смещаясь с его увеличением в сторону более высоких частот.

5.3. Динамика и излучение

абсолютно чёрной частицы большого радиуса

Вопросы, поставленные в разделах 5.1, 5.2, естественно адресовать и к случаю частиц (тел) большого радиуса, $R \gg \max[2\pi\hbar c/(k_B T_1), 2\pi\hbar c/(k_B T_2)]$, т.е. в условиях применимости приближения геометрической оптики. Простейшей, но имеющей важнейшее практическое значение моделью конденсированных тел большого радиуса, позволяющей анализировать их тепловые и радиационные свойства, является модель абсолютно чёрного тела. Однако интерес к исследованию релятивистской динамики чернотельной частицы возник только после открытия реликтового космического излучения Пензиасом и Вильсоном в 1965 г. Так, в [125–128] обсуждалась возможность обнаружения абсолютного движения

Земли относительно реликтового фона. С этой целью было получено выражение для диссипативной тангенциальной силы F'_x (аналога формулы (111) для малой частицы), действующей на сферическую частицу радиусом R в её собственной системе отсчёта (система отсчёта Σ' в конфигурации 3), движущейся относительно центра масс реликтового фона со скоростью βc . Соответствующая формула имеет вид [125]

$$F'_x = -\frac{4}{3} \beta \gamma^2 (\pi R^2) \frac{8\pi^5 (k_B T_2)^4}{15 (2\pi \hbar c)^3} = -\frac{4}{3} \frac{\beta \gamma^2}{c} a T_2^4, \quad (116)$$

где T_2 — температура фонового излучения, $a = 4\pi R^2 \sigma_B$, $\sigma_B = \pi^2 k_B^4 / (60 \hbar^3 c^2)$ — постоянная Стефана – Больцмана. Кроме того, в [125] получена важная для дальнейшего формула для плотности энергии равновесного электромагнитного излучения в Σ' :

$$\varepsilon' = \frac{4}{c} \sigma_B T_2^4 \gamma^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right). \quad (117)$$

Заметим, что эти результаты можно получить, используя выражение для тензора энергии-импульса электромагнитного поля, выраженного в системе отсчёта Σ радиационного фона [129]:

$$T_{\mu\nu} = (p + \varepsilon) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (118)$$

где $p = \varepsilon/3$, $\varepsilon = 4\sigma_B T_2^4/c$, u_μ , u_ν — компоненты 4-скорости, $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$. Проводя преобразования Лоренца тензора $T_{\mu\nu}$ из Σ в Σ' , выразим величины F'_x и ε' через компоненты тензора $T'_{\mu\nu}$. Как видно, формула (116), как и (108), не зависит от температуры частицы, т.е. собственное тепловое излучение тела не приводит к появлению тормозящей силы.

На тот важный факт, что общие формулы (6), (13), (21)–(23) остаются в силе и в данном случае, впервые было обращено внимание в [111]. Это позволяет, используя (116) и (117), провести анализ динамики и найти радиационные характеристики чернотельной частицы в системе отсчёта Σ радиационного фона.

Следуя [111], запишем выражение для мощности собственного теплового излучения частицы с температурой T_1 в соответствии с законом Стефана – Больцмана:

$$I'_1 = \sigma_B T_1^4 4\pi R^2 = a T_1^4. \quad (119)$$

С другой стороны, учитывая (117), для мощности поглощаемого фонового излучения в Σ' имеем

$$I'_2 = \frac{c}{4} \varepsilon' 4\pi R^2 = a T_2^4 \gamma^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right). \quad (120)$$

Соответственно, величина скорости теплового нагрева (охлаждения) частицы в Σ' определяется разностью между (120) и (119):

$$\frac{dQ'}{dt'} = \dot{Q}' = I'_2 - I'_1 = a T_2^4 \gamma^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right) - a T_1^4. \quad (121)$$

Далее, используя формулу (6), находим dQ/dt :

$$\frac{dQ}{dt} = a T_2^4 \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right) - \frac{1}{\gamma^2} a T_1^4. \quad (122)$$

Выражение для силы F_x , аналогичное (109) для дипольной частицы, получается после подстановки (116) и (122) в (23):

$$F_x = -\frac{\beta}{c} a \left(T_1^4 + \frac{1}{3} T_2^4\right). \quad (123)$$

Наконец, подставляя (122) и (123) в (13), приходим к довольно неожиданному результату:

$$I = I_1 - I_2 = a(T_1^4 - T_2^4). \quad (124)$$

Выражение (124) формально совпадает с аналогичным выражением для частицы, покоящейся относительно фона, но существенно отличается от формулы (112) для мощности излучения малой частицы (см., в частности, (114) и (115)), в которой имеется сильная зависимость от γ -фактора для вкладов I_1 и I_2 в I . Похожие особенности — полное или частичное отсутствие γ -фактора — имеют и формулы (123), (122), в отличие от (109) и (110).

Кажущаяся парадоксальность (124) несколько нивелируется, если учесть, что "большая" частица также может достигать состояния квазитеплового равновесия с радиационным фоном. Соответствующая температура находится из (122), если положить $dQ/dt = 0$ (ср. с (113)):

$$T_s = T_2 \gamma^{1/2} \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right)^{1/4}. \quad (125)$$

Подставляя T_s вместо T_1 в (124), получим

$$I = a T_2^4 \left[\gamma^2 \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right) - 1 \right]. \quad (126)$$

Характерное время установления квазитеплового равновесия τ_Q и время замедления τ_V определяются выражениями [111]

$$\tau_Q = \frac{C_s \rho R}{3\sigma_B T_2^3}, \quad \tau_V = \frac{\rho R c^2}{8\sigma_B T_2^4}, \quad (127)$$

где ρ — массовая плотность частицы. Например, для ледяной частицы H_2O с радиусом $R = 1$ см и плотностью $\rho = 0,9$ г см⁻³ при температуре фона $T_2 = 50$ К из (127) получим $\tau_V \approx 10^{10}$ лет. С другой стороны, $\tau_Q/\tau_V = 8C_s T_2/(3c^2) \approx 10^{-10} - 10^{-14}$ при типичных значениях $C_s = 10 - 10^3$ Дж кг⁻¹ К⁻¹ и $T_2 = 10 - 10^3$ К. Таким образом, так же как и для частиц малого радиуса, процессы установления теплового и динамического равновесия можно анализировать независимо: при фиксированной скорости (в первом случае) или при фиксированной температуре частицы (во втором). Детальные временные зависимости температуры и скорости определяются из уравнений (24), (116) и (121). Приведённые выше результаты нетрудно распространить и на случай "серой" частицы с заданными величинами поглощательной a_a ($0 < a_a < 1$) и излучательной a_r ($0 < a_r < 1$) способностей.

5.4. Поступательно-вращательное движение частицы

Поступательно-вращательное движение дипольной частицы в вакууме рассматривалось в [106, 109]. Вычисление тангенциальной силы, скорости нагрева и момента сил проводится стандартным образом исходя из

общих формул (26)–(28). Предполагается, что собственная (декартова) система координат частицы Σ'' движется со скоростью \mathbf{V} вдоль оси x системы отсчёта вакуума Σ , вращаясь с угловой скоростью Ω относительно сопутствующей системы отсчёта Σ' , также движущейся со скоростью V в направлении оси x системы Σ (что отличается от предположения относительно систем отсчёта, принятого в разделах 5.1, 5.2). Ввиду очевидной азимутальной симметрии всех вычисляемых величин относительно направления вектора \mathbf{V} оси (x', y', z') системы Σ' целесообразно выбрать так, чтобы вектор угловой скорости частицы $\Omega\mathbf{n}$ лежал в плоскости (x', z') (см. рис. 3). При таком выборе систем координат остаются в силе ФДС (34)–(39), а при вычислении индуцированных дипольных моментов частицы можно использовать формулы (Б1)–(Б6) с векторами электрического и магнитного поля, преобразованными в соответствии с переходом из системы отсчёта Σ в систему Σ' . ФДС для вакуумного электрического и магнитного поля выражаются формулами (53)–(55). Результирующие выражения для F_x , dQ/dt , M_x , M_z имеют вид [106, 109]

$$F_x = -\frac{\hbar\gamma}{4\pi c^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^4 \times \\ \times \int_{-1}^1 dx x \left[\alpha''(\omega_\beta) f_1(x, \beta, \theta) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_\beta}{2k_B T_1} \right) + \right. \\ \left. + \alpha''(\omega_\beta^+) f_2(x, \beta, \theta) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_\beta^+}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (128)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar\gamma}{4\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^4 \int_{-1}^1 dx (1 + \beta x) \times \\ \times \left[\alpha''(\omega_\beta) f_1(x, \beta, \theta) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_\beta}{2k_B T_1} \right) + \right. \\ \left. + \alpha''(\omega_\beta^+) f_2(x, \beta, \theta) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_\beta^+}{2k_B T_1} \right) \right], \quad (129)$$

$$M_x = -\frac{\hbar\gamma \cos \theta}{4\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^3 \times \\ \times \int_{-1}^1 dx \alpha''(\omega_\beta^+) [(1 + x^2)(1 + \beta^2) + 4\beta x] \times \\ \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_\beta^+}{2k_B T_1} \right), \quad (130)$$

$$M_z = -\frac{\hbar \sin \theta}{8\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^3 \int_{-1}^1 dx \alpha''(\omega_\beta^+) (3 - x^2 + 2\beta x) \times \\ \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_\beta^+}{2k_B T_1} \right), \quad (131)$$

где $\omega_\beta = \gamma\omega(1 + \beta x)$, $\omega_\beta^+ = \gamma\omega(1 + \beta x) + \Omega$, а вспомогательные функции $f_i(x, \beta, \theta)$ ($i = 1, 2$) определяются соотношениями

$$f_1(x, \beta, \theta) = (1 - \beta^2)(1 - x^2) \cos^2 \theta + \\ + [(1 + \beta^2)(1 + x^2) + 4\beta x] \frac{\sin^2 \theta}{2}, \quad (132)$$

$$f_2(x, \beta, \theta) = (1 - \beta^2)(1 - x^2) \sin^2 \theta + \\ + [(1 + \beta^2)(1 + x^2) + 4\beta x] \frac{1 + \cos^2 \theta}{2}. \quad (133)$$

В приведённых формулах $\alpha''(\omega) = \alpha_c''(\omega) + \alpha_m''(\omega)$, как и в (112). Наличие или отсутствие прецессионного момента M_y в данном случае требует дополнительного исследования, но, как будет показано ниже, не влияет на излучение и динамику частицы, рассматриваемые далее.

Подставляя (128) и (129) в (13), получим общую формулу для баланса мощностей излучения и поглощения частицы [109]:

$$I = I_1(T_1) - I_2(T_2) = \frac{\hbar\gamma}{4\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^4 \times \\ \times \int_{-1}^1 dx \left[\alpha''(\omega_\beta) f_1(x, \beta, \theta) \left(\coth \frac{\hbar\omega_\beta}{2k_B T_1} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) + \right. \\ \left. + \alpha''(\omega_\beta^+) f_2(x, \beta, \theta) \left(\coth \frac{\hbar\omega_\beta^+}{2k_B T_1} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \right], \quad (134)$$

где зависящие от температур T_1 и T_2 слагаемые $I_1(T_1)$ и $I_2(T_2)$ описывают соответственно мощности излучаемого и поглощаемого электромагнитного излучения. При $\Omega = 0$ формула (134) сводится к (112), а при $V = 0$ — к результатам [31, 32]. До тех пор пока частота Ω достаточно мала по сравнению с частотами $k_B T_{1,2}/\hbar$ или с резонансными частотами поглощения частицы, влияние вращения на спектры теплового излучения мало, и можно пользоваться результатами раздела 5.2. Противоположный случай рассмотрен в [130], однако в качественном отношении характер теплового излучения не изменяется и в этом случае. В частности, так же как и в отсутствие вращения, частица может достигать квазиравновесного состояния с некоторой эффективной температурой, но величина последней теперь зависит не только от γ -фактора, но и от Ω .

Качественно иная ситуация возникает при $T_1 = T_2 = 0$, поскольку вращающаяся в вакууме частица может генерировать нетепловое излучение. На избыточное электромагнитное излучение ("сверхизлучение") вращающегося цилиндра, рассеивающего падающие на него фотоны, впервые было обращено внимание Зельдовичем [131]. В контексте настоящего обзора вопрос о нетепловом излучении вращающихся частиц обсуждался в [33, 132]. В [106, 109, 130] была рассмотрена более общая задача об излучении вращающейся частицы при релятивистском поступательном движении.

Общее выражение для мощности (интенсивности) нетеплового излучения при поступательно-вращательном движении дипольной частицы с произвольной взаимной ориентацией векторов линейной и угловой скорости вытекает из (134), если в этой формуле сделать предельный переход $T_1 \rightarrow 0$, $T_2 \rightarrow 0$. Тогда члены с температурой T_2 (т.е. отвечающие за поглощение) обнуляются, а результирующая формула принимает вид [109]

$$I^{(0)} \equiv I_1(0) = \frac{\hbar\gamma}{2\pi c^3} \int_{-1}^1 dx f_2(x, \beta, \theta) \times \\ \times \int_0^{\Omega\gamma^{-1}(1+\beta x)^{-1}} d\omega \omega^4 \alpha''(\Omega - \gamma\omega(1 + \beta x)). \quad (135)$$

После интегрирования (135) по x с учётом (133) получим

$$I^{(0)} = \frac{4\hbar}{3\pi c^3} \int_0^\Omega d\xi \xi^4 \alpha''(\Omega - \xi). \quad (136)$$

Формула (136) совпадает с результатом работы [132] (без учёта вклада магнитной поляризации), в которой,

однако, поступательное движение частицы не принималось во внимание. Между тем, как следует из (135) и (136), хотя интегральная мощность излучения не зависит от γ -фактора, спектрально-угловое распределение интенсивности существенно зависит от него и от взаимной угловой ориентации векторов линейной и угловой скоростей.

Делая в (135) замену $\theta \rightarrow \theta_0$ (чтобы подчеркнуть отличие от угла вылета фотона θ относительно направления скорости \mathbf{V}) и учитывая, что $x \equiv -\cos \theta$, для спектрально-угловой мощности излучения на единицу телесного угла $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ получим

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{\gamma \hbar \omega^4}{4\pi^2 c^3} \Theta(\Omega - \gamma\omega(1 - \beta \cos \theta)) \times \\ \times \alpha''(\Omega - \gamma\omega(1 - \beta \cos \theta)) \left\{ (1 - \beta^2)(1 - \cos^2 \theta) \sin^2 \theta_0 + \right. \\ \left. + [(1 + \beta^2)(1 + \cos^2 \theta) - 4\beta \cos \theta] \frac{1 + \cos^2 \theta_0}{2} \right\}, \quad (137)$$

где $\Theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

Из (137) следует, что нетепловое излучение генерируется в диапазоне частот

$$0 < \omega < \frac{\Omega \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta},$$

а максимальная частота $\omega_{\max} = \Omega \sqrt{(1 + \beta)/(1 - \beta)}$ излучается в направлении движения частицы, $\theta = 0$. В противоположном направлении частота излучения $\omega_{\min} = \Omega \sqrt{(1 - \beta)/(1 + \beta)}$. При $\beta \ll 1$ спектрально-угловая интенсивность не зависит от линейной скорости движения и принимает простейший вид:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{\hbar \omega^4}{4\pi^2 c^3} \Theta(\Omega - \omega) \alpha''(\Omega - \omega) \times \\ \times \left[\sin^2 \theta \sin^2 \theta_0 + (1 + \cos^2 \theta) \frac{1 + \cos^2 \theta_0}{2} \right]. \quad (138)$$

В целом, как видно из (137), (138), вид спектра определяется диэлектрическими свойствами частицы.

Динамику поступательного и вращательного движения в случае $T_1 \rightarrow 0$, $T_2 \rightarrow 0$ легко проанализировать на основе уравнений (128)–(131). Выполняя в них соответствующие предельные переходы и интегрируя по переменной x , получим

$$F_x^{(0)} = -\frac{4\hbar V}{3\pi c^5} \int_0^\Omega d\xi \xi^4 \alpha''(\Omega - \xi), \quad (139)$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{4\hbar}{3\pi c^3 \gamma^2} \int_0^\Omega d\xi \xi^4 \alpha''(\Omega - \xi), \quad (140)$$

$$M_x = -\frac{4\hbar \cos \theta}{3\pi c^3 \gamma} \int_0^\Omega d\xi \xi^3 \alpha''(\Omega - \xi), \quad (141)$$

$$M_z = -\frac{4\hbar \sin \theta}{3\pi c^3} \int_0^\Omega d\xi \xi^3 \alpha''(\Omega - \xi). \quad (142)$$

Подставляя (139) и (140) в уравнение (23), получим $F_x' = 0$, т.е. в собственной системе отсчёта частицы диссипативная сила отсутствует. Соответственно, из уравнения динамики поступательного движения (24) вытекает, что скорость частицы будет оставаться постоянной: $\beta = \text{const}$. Заметим также, что из общей

формулы (13) с учётом (136), (139) и (140) вытекает важное соотношение $F_x^{(0)} = -(\beta/c)I^{(0)}$.

Далее заметим, что уравнения (99) и (100) вращательной динамики в данном случае сохраняют силу в сопутствующей координатной системе Σ' , если проекции моментов в правой части этих уравнений также выражены в Σ' . Используя (141), (142) и учитывая, что $M_x' = \gamma M_x$ и $M_z' = M_z$, а проекции M_n' и M_\perp' связаны с M_x' , M_z' соотношениями $M_n' = M_x' \cos \theta + M_z' \sin \theta$, $M_\perp' = -M_x' \sin \theta + M_z' \cos \theta$, находим

$$M_n' = -\frac{4\hbar}{3\pi c^3} \int_0^\Omega d\xi \xi^3 [\alpha_c''(\Omega - \xi) + \alpha_m''(\Omega - \xi)], \quad (143) \\ M_\perp' = 0.$$

Первое из уравнений (143) при подстановке в (99) определяет динамику замедления вращательного движения, а уравнение $M_\perp' = 0$ (в силу (100)), означает, что $\theta = \text{const}$. Таким образом, угол θ между векторами линейной и угловой скоростей с течением времени не изменяется.

Для анализа кинетики нагрева частицы используем уравнение (16). Считая, что частица характеризуется теплоёмкостью $C_0(T_1)$, запишем левую часть (16) в виде $dQ''/dt = d(C_0 T_1)/dt$, а в правую часть подставим (140)–(142). В результате получим

$$\frac{d(C_0 T_1)}{dt} = \frac{4\hbar}{3\pi c^3 \gamma} \int_0^\Omega d\xi \xi^3 (\Omega - \xi) \alpha''(\Omega - \xi). \quad (144)$$

Согласно (144) температура частицы должна возрастать с течением времени. При этом в спектре излучения появится тепловая компонента, и тогда анализ динамики и излучения частицы следует проводить с использованием общих уравнений (128)–(131) и (134).

6. Релятивистское флуктуационно-электромагнитное взаимодействие в конфигурации малая частица – пластина

6.1. Общие результаты

Как и в случае нерелятивистской силы трения при движении малой частицы в ближнем поле поверхности (см. рис. 1, конфигурация 2), релятивистское решение этой задачи разными авторами на начальном этапе сопровождалось отсутствием консенсуса между ними [48, 49, 66–70, 80]. Ситуация прояснилась после работ [74, 81, 82, 86] и затем [98, 99]. В [99], в частности, используя ковариантную формулировку флуктуационной электродинамики, авторы выполнили детальное сопоставление результатов расчёта диссипативной силы F_x с нашими результатами [86] и показали их полную идентичность. В [74] показано, что вклад мод ближнего поля в релятивистском выражении для тангенциальной и нормальной сил можно получить предельным переходом к разрежённой среде для вещества одной из пластин из соответствующего выражения для силы трения двух пластин в конфигурации 1. Возможен также обратный переход [15, 87] (см. раздел 7).

Проекция силы F_x и F_z , а также величину dQ/dt можно вычислить с помощью общего метода, изложенного в разделах 2, 3. В развёрнутом виде, включающем вклады ближних и радиационных мод электромагнит-

ного поля, результаты приведены в [14, 15, 81, 86]. В более компактном виде результирующие выражения могут быть представлены как [15, 87]

$$F_x = -\frac{\hbar\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \times \left[\alpha_e''(\gamma\omega^+) \operatorname{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0z)}{q_0} R_e(\omega, \mathbf{k}) \right) + (e \leftrightarrow m) \right] \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right), \quad (145)$$

$$F_z = -\frac{\hbar\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \times \left\{ \alpha_e''(\gamma\omega^+) \operatorname{Re} [\exp(-2q_0z) R_e(\omega, \mathbf{k})] \coth \frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_B T_1} + \alpha_e'(\gamma\omega^+) \operatorname{Im} [\exp(-2q_0z) R_e(\omega, \mathbf{k})] \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} + (e \leftrightarrow m) \right\}, \quad (146)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar\gamma}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \omega^+ \times \left[\alpha_e''(\gamma\omega^+) \operatorname{Im} \left(\frac{\exp(-2q_0z)}{q_0} R_e(\omega, \mathbf{k}) \right) + (e \leftrightarrow m) \right] \times \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\gamma\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right), \quad (147)$$

где $\omega^+ = \omega + k_x V$, а член, символически обозначенный как $(e \leftrightarrow m)$, идентичен члену, стоящему перед ним, при соответствующей замене поляризуемостей, а также функций $R_e(\omega, \mathbf{k})$. Вспомогательные соотношения имеют вид

$$R_e(\omega, \mathbf{k}) = \Delta_e(\omega) \left[2(k^2 - k_x^2 \beta^2) \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) + \left(\frac{\omega^+}{c} \right)^2 \right] + \Delta_m(\omega) \left[2k_y^2 \beta^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) + \left(\frac{\omega^+}{c} \right)^2 \right], \quad (148)$$

$$R_m(\omega, \mathbf{k}) = \Delta_m(\omega) \left[2(k^2 - k_x^2 \beta^2) \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) + \left(\frac{\omega^+}{c} \right)^2 \right] + \Delta_e(\omega) \left[2k_y^2 \beta^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) + \left(\frac{\omega^+}{c} \right)^2 \right], \quad (149)$$

$$\Delta_e(\omega) = \frac{q_0 \varepsilon(\omega) - q}{q_0 \varepsilon(\omega) + q}, \quad \Delta_m(\omega) = \frac{q_0 \mu(\omega) - q}{q_0 \mu(\omega) + q}, \quad q = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \right)^{1/2}, \quad q_0 = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad (150)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2.$$

Существенно отметить тот факт, что при получении формул (145)–(147) используется условие теплового равновесия пластины и вакуумного фона (при температуре T_2), однако в формуле (145) для тангенциальной силы, а также в (147) для скорости теплообмена слагаемые, связанные со взаимодействием частицы с вакуумным фоном, опущены. Эти члены описываются формулами (109), (110). В пределе $c \rightarrow \infty$, как нетрудно увидеть, формулы (145)–(147) сводятся к (74)–(76).

6.2. Равновесные и неравновесные силы Казимира – Полдера при нулевой скорости частицы

При $V = 0$ и $T_1 = T_2 = 0$ формула (146) описывает "холодную" силу Казимира – Полдера. После стандартного преобразования поворота контура частотного интегрирования на мнимую ось эта сила принимает вид [14, 15, 133]

$$F_z = -\frac{\hbar}{\pi} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty dk k \exp \left(-2\sqrt{k^2 + \frac{\xi^2}{c^2}} z \right) \times (R_e(i\xi, k) \alpha_e(i\xi) + R_m(i\xi, k) \alpha_m(i\xi)), \quad (151)$$

$$R_e(i\xi, k) = \left(2k^2 + \frac{\xi^2}{c^2} \right) \Delta_e(i\xi) - \frac{\xi^2}{c^2} \Delta_m(i\xi), \quad (152)$$

$$R_m(i\xi, k) = \left(2k^2 + \frac{\xi^2}{c^2} \right) \Delta_m(i\xi) - \frac{\xi^2}{c^2} \Delta_e(i\xi). \quad (153)$$

Для идеально проводящих материалов частицы и пластины, когда при $\xi \rightarrow 0$ $\varepsilon(i\xi) \rightarrow \infty$, $\Delta_e(i\xi) \rightarrow 1$, $\Delta_m(i\xi) \rightarrow -1$, $\alpha_e(i\xi) \rightarrow R^3$, $\alpha_m(i\xi) \rightarrow -R^3/2$, из (151) следует

$$F_z = -\frac{9}{4\pi} \frac{\hbar c R^3}{z^5}. \quad (154)$$

Правильный численный коэффициент в (154), согласующийся с результатом квантового электродинамического расчёта [134], получается только при учёте магнитной поляризации. В оригинальной работе Казимира и Полдера [4] магнитная поляризация частицы не учитывалась, а численный коэффициент был в 1,5 раза меньше.

При $T_1 = T_2 = T$ и $V = 0$, действуя так же, как при преобразовании формулы (75), после перехода к интегралу по мнимым частотам можно привести формулу (146) к виду [14, 15]

$$F_z = -2k_B T \sum_{n=0}^\infty a_n \int_0^\infty dk k [R_e(i\xi_n, k) \alpha_e(i\xi_n) + R_m(i\xi_n, k) \alpha_m(i\xi_n)] \exp \left(-2\sqrt{k^2 + \frac{\xi_n^2}{c^2}} z \right), \quad (155)$$

где $a_n = 1 - \delta_{0n}/2$ и $\xi_n = 2\pi k_B T n / \hbar$. Представляет интерес выделить в (155) тепловой вклад в силу Казимира – Полдера для идеально проводящих частицы и поверхности. Соответствующее выражение имеет вид [14, 15]

$$F_z(T) = -\frac{3}{8} k_B T \frac{R^3}{z^4} \varphi(x), \quad x = \frac{2\pi k_B z}{\hbar c}, \quad (156)$$

$$\varphi(x) = -3x + 3x \coth^2 x + 3 \coth x - 3x^2 \coth x + 3x^2 \coth^3 x - \frac{12}{x} + x^3 - 4x^3 \coth^2 x + 3x^3 \coth^4 x. \quad (157)$$

"Холодная" часть силы находится из (154). "Тепловая" сила (156) превалирует над "холодной" силой (154) при $x > 8$ (это соответствует расстояниям $z > 8$ мкм при $T = 300$ К). В пределе высоких температур или больших расстояний частицы от поверхности, когда $x \gg 1$, а $\varphi(x) \rightarrow 3$, из (156) следует

$$F_z(T) = -\frac{9}{8} k_B T \frac{R^3}{z^4}. \quad (158)$$

Без учёта магнитной поляризации частицы численный коэффициент в (158), так же как и в (154), оказывается меньше в 1,5 раза.

Для холодной частицы ($T_1 = 0$) и нагретой пластины, находящейся в тепловом равновесии с вакуумным фоном ($T_2 = T_3 = T$), результирующая сила F_z отличается от (155) дополнительным вкладом [14, 15]

$$\begin{aligned} \Delta F_z = & \frac{2\hbar}{\pi} \int_0^\infty d\omega \Pi(\omega, T) \alpha_e''(\omega) \times \\ & \times \operatorname{Re} \left\{ \int_0^\infty dk k \exp(-2q_0 z) R_e(\omega, k) \right\} + \\ & + \{ \alpha_e'' \rightarrow \alpha_m'', R_e \rightarrow R_m \}, \end{aligned} \quad (159)$$

где $\Pi(\omega, T) = 1/\{\exp[\hbar\omega/(k_B T)] - 1\}$, а последний член в правой части (159) (представленный внеинтегральным символическим выражением в фигурных скобках) идентичен основному члену с необходимыми заменами. Для атома в основном состоянии поправка (159) мала по сравнению с (155), но для частиц с заметным поглощением на тепловых частотах она может оказаться существенной (кроме того, она носит отталкивательный характер). Здесь, таким образом, имеет место тепловая неравновесность данной системы.

Другой вид тепловой неравновесности рассматривался в работах [97, 135–140], где рассчитывалась сила притяжения F_z холодной нейтральной частицы или атома в основном состоянии ($T_1 = 0$) к нагретой пластине ($T_2 = T_S$), а прилегающий к пластине вакуумный фон либо был холодным ($T_3 = 0$), либо имел температуру $T_3 = T_E$, отличающуюся от T_S . Важно отметить тот факт, что вклады мод ближнего поля поверхности (с двумерными волновыми векторами $k > \omega/c$) в F_z не зависят от температуры вакуумного фона. Благодаря этому неравновесную силу $F^{\text{neq}}(T_S, T_E)$ можно представить в виде [15] (см. также [136])

$$F^{\text{neq}}(T_S, T_E) = F^{\text{eq}}(T_S) + F_{\text{th}}^{\text{rad}}(T_E) - F_{\text{th}}^{\text{rad}}(T_S), \quad (160)$$

где $F^{\text{eq}}(T_S)$ — равновесная сила, определяемая формулой (155) при $T = T_S$, а $F_{\text{th}}^{\text{rad}}(T_E)$ и $F_{\text{th}}^{\text{rad}}(T_S)$ — вклады радиационных мод в тепловую часть равновесной силы F_z (при температуре T_E или T_S), определяемую разностью (155) и (151). Выражение для $F_{\text{th}}^{\text{rad}}(T)$ имеет вид [140]

$$\begin{aligned} F_{\text{th}}^{\text{rad}}(T) = & -\frac{2\hbar}{\pi} \int_0^\infty d\omega \alpha_e'(\omega) \Pi(\omega, T) \times \\ & \times \int_0^{\omega/c} dk k \operatorname{Im} [R_e \exp(-2q_0 z)] + \{ \alpha_e' \rightarrow \alpha_m', R_e \rightarrow R_m \}. \end{aligned} \quad (161)$$

Формулы (160) и (161) эквивалентны выражениям для неравновесной силы в [136–139].

Следует заметить, что в случае, когда температуры поверхности и вакуумного фона не совпадают, радиационные моды электромагнитного поля излучаются или поглощаются пластиной (вектор Пойнтинга на поверхности пластины отличен от нуля). Влияние этих мод на частицу может проявляться в процессах поглощения и рассеяния. Формула (160) эти эффекты не учитывает. Соответствующая "ветровая" сила имеет отталкивательный характер, не зависит от расстояния до пластины и возрастает с увеличением её температуры [15]. Как показывает расчёт, для нейтральных атомов ^{87}Rb над пластиной алмаза с температурой $T_S = 300$ К и темпера-

турой вакуумного фона $T_E = 0$ "ветровая" сила превышает силу притяжения к пластине (160) на расстояниях более 8 мм [15].

6.3. Сила Казимира–Полдера при ненулевой скорости частицы

При отсутствии динамического равновесия, но при условии $T_1 = T_2 = 0$ сила Казимира–Полдера, действующая на движущуюся частицу, находится из (146) предельным переходом $T_1 \rightarrow 0, T_2 \rightarrow 0$:

$$\lim_{T_1 \rightarrow 0} \coth \frac{\hbar\gamma(\omega + k_x V)}{2k_B T_1} = \operatorname{sign}(\omega + k_x V), \quad (162)$$

$$\lim_{T_2 \rightarrow 0} \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} = \operatorname{sign} \omega,$$

и после подстановки этих соотношений в (146) получим [89]

$$F_z = F_z^{(0)} + F_z^{(1)}, \quad (163)$$

$$\begin{aligned} F_z^{(0)} = & -\frac{\hbar\gamma}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \times \\ & \times \operatorname{Im} \left\{ \int_0^\infty d\xi \exp\left(-2\sqrt{k^2 + \frac{\xi^2}{c^2}} z_0\right) \alpha(\gamma(i\xi + k_x V)) \times \right. \\ & \left. \times \left[iR_e^{(1)}(i\xi, k) - 2\beta k_x \frac{\xi}{c} (\Delta_e(i\xi) + \Delta_m(i\xi)) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (164)$$

$$\begin{aligned} F_z^{(1)} = & \frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y \int_0^{k_x V} d\omega \alpha''(\gamma(\omega - k_x V)) \times \\ & \times \operatorname{Re} \left\{ \exp\left(-2\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} z_0\right) \times \right. \\ & \left. \times \left[R_e^{(1)}(\omega, k) - 2\beta k_x \frac{\omega}{c} (\Delta_e(\omega) + \Delta_m(\omega)) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (165)$$

$$\begin{aligned} R_e^{(1)}(i\xi, k) = & \Delta_e(i\xi) \left(2k^2 + \frac{\xi^2}{c^2} \right) + \\ & + \Delta_m(i\xi) \left[2\beta^2 \left(k^2 + \frac{\xi^2}{c^2} \right) - \frac{\xi^2}{c^2} \right] - \\ & - \beta^2 (\Delta_e(i\xi) + \Delta_m(i\xi)) \left(k^2 + \frac{2\xi^2}{c^2} \right) \cos^2 \theta, \end{aligned} \quad (166)$$

$$\begin{aligned} R_e^{(1)}(\omega, k) = & \left(\frac{\omega^2}{c^2} + k^2 \beta^2 \cos^2 \theta \right) (\Delta_e(\omega) + \Delta_m(\omega)) + \\ & + 2 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) [(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \Delta_e(\omega) + \Delta_m(\omega) \beta^2 \sin^2 \theta], \end{aligned} \quad (167)$$

где $\cos \theta = k_x/k$, $\beta = V/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

В нерелятивистском пределе $c \rightarrow \infty$ из (163)–(165) следует

$$\begin{aligned} F_z = & -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k^2 \exp(-2kz_0) \times \\ & \times \operatorname{Im} \left[i \int_0^\infty d\xi \Delta(i\xi) \alpha(i\xi + k_x V) \right] + \\ & + \frac{4\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y k^2 \exp(-2kz_0) \int_0^{k_x V} d\omega \Delta'(\omega) \alpha''(\omega - k_x V). \end{aligned} \quad (168)$$

Формула (81) [119] получается из (168) при учёте соотношения $F_z = -\partial U(z, V)/\partial z$ между силой F_z и потенци-

альной энергией системы частица–пластина. В случае идеально проводящей пластины ($\Delta_e(\omega) \rightarrow 1$, $\Delta_m(\omega) \rightarrow -1$) и атомной поляризуемости (82) из (164), (165) следует [89]

$$F_z^{(0)} \simeq \begin{cases} \frac{\hbar\omega_0\alpha(0)}{8\pi z_0^4} \int_0^\infty dx \frac{x^4}{\sqrt{\lambda^2+x^2}} \frac{d^3 K_0(x)}{dx^3} \left[1 - \frac{(x^2+2\lambda^2)\beta^2}{2(\lambda^2+x^2)} \right], & \beta \ll 1, \\ \frac{\hbar c\alpha(0)}{16\pi z_0^3 \gamma} \int_0^\lambda dx x^4 \frac{d^3 K_0(x)}{dx^3} \left(1 - \frac{x^2}{2\lambda_0^2} \right), & \gamma \gg 1, \end{cases} \quad (169)$$

$$F_z^{(1)} = \frac{\hbar\omega_0\alpha(0)}{8\pi z_0^4 \gamma} \int_{\lambda/\beta}^\infty dx \frac{x^4}{\sqrt{\lambda_0^2+x^2}} \frac{d^3 K_0(x)}{dx^3}, \quad (170)$$

где $\lambda = 2\omega_0 z_0 / (\gamma c) \equiv \lambda_0 / \gamma$, а $K_0(x)$ — функция Макдональда. Из (169), (170) можно получить ряд важных асимптотик для силы F_z в зависимости от соотношений между параметрами λ_0 , β и γ . В частности, при $\beta \ll 1$ и $z_0 \gg V/(2\omega_0)$ из (169), (170) следует асимптотика [89, 91]

$$F_z = F_z^{(0)} + F_z^{(1)} \approx -\frac{3}{2\pi} \frac{\hbar c\alpha(0)}{z_0^5} \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right). \quad (171)$$

Таким образом, первая релятивистская поправка к статической силе Казимира–Полдера носит характер силы отталкивания. В [89] выполнены также численные расчёты силы F_z для металлической пластины с диэлектрической проницаемостью в модели Друде.

6.4. Черенковское трение

и излучение релятивистской частицы

В конфигурации 2 при $T_1 = T_2 = 0$ и $\beta \rightarrow 1$ флукуационно-электромагнитное взаимодействие частицы с прозрачной средой, имеющей показатель преломления n , может сопровождаться электромагнитным излучением при $\beta > 1/n$, являющимся аналогом эффекта Вавилова–Черенкова [34]. При этом частота фотонов, излучаемых внутри черенковского конуса, удовлетворяет условию аномального эффекта Доплера: $\omega' < 0$ (где ω' — частота излучённого фотона в системе покоя частицы). Соответствующий процесс был назван "черенковским трением" [34, 100, 110, 132]. Как известно [141, 142], в условиях аномального эффекта Доплера при движении частицы с внутренними степенями свободы со скоростью $V > c/n$ излучение фотонов сопровождается её возбуждением. Необходимая для этого энергия черпается из кинетической энергии частицы.

В рассматриваемом случае прозрачной диэлектрической пластины волновая поверхность, окружающая частицу, может проходить внутри пластины (рис. 6а), поэтому все рассуждения, сделанные при выводе формулы (13) для мощности излучения, остаются в силе. Необходимые для этого величины F_x и dQ/dt находятся из (145), (147) посредством предельного перехода (162). В результате несложных преобразований получим [143]

$$F_x = \frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x k_x \times \int_0^{\sqrt{n^2\omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^-) \text{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right], \quad (172)$$

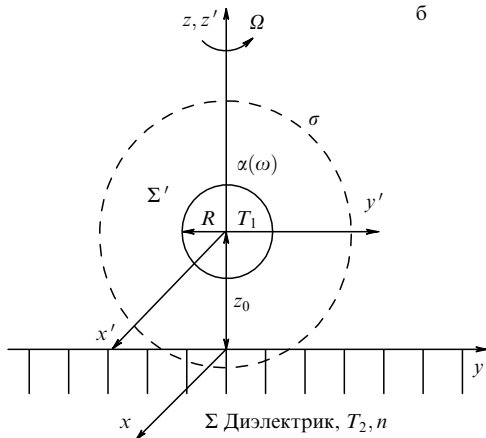
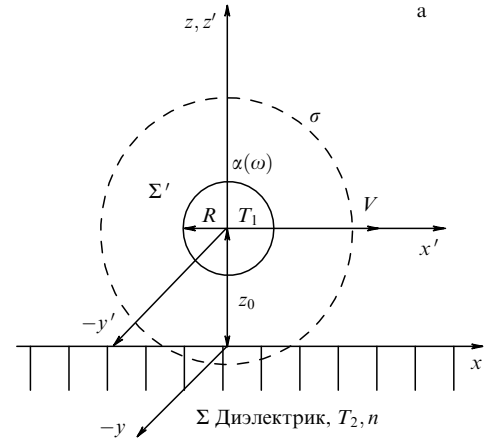


Рис. 6. (а) Схема движения и излучения частицы вблизи прозрачного диэлектрика при черенковском трении. (б) Схема вращательного движения и излучения частицы вблизи поверхности прозрачного диэлектрика.

$$\dot{Q} = \frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x \int_0^{\sqrt{n^2\omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \omega^- \times \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^-) \text{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right], \quad (173)$$

где $R_i(\omega, -k_x)$ тождественно $R_{e,m}(\omega, \mathbf{k})$ в (148), (149) при $\mathbf{k} = (-k_x, k_y)$, $\omega^- = \omega - k_x V$, а $\theta(x)$ — единичная функция Хевисайда. Кроме того, учитывая, что для прозрачного диэлектрика $\varepsilon(\omega) = n^2$, $\text{Im} \varepsilon(\omega) = 0$, $\mu(\omega) = 1$, функции $\Delta_e(\omega)$ и $\Delta_m(\omega)$ в (150) можно представить в виде

$$\Delta_e(\omega) = \frac{n^2 \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} - \sqrt{k^2 - n^2\omega^2/c^2}}{n^2 \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} + \sqrt{k^2 - n^2\omega^2/c^2}}, \quad (174)$$

$$\Delta_m(\omega) = \frac{\sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} - \sqrt{k^2 - n^2\omega^2/c^2}}{\sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} + \sqrt{k^2 - n^2\omega^2/c^2}}.$$

Подставляя (172) и (173) в (13), получим

$$I = -\frac{2\hbar\gamma}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \times \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x \int_0^{\sqrt{n^2\omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \omega \sum_{i=e,m} \alpha_i''(\gamma\omega^-) \times \text{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right]. \quad (175)$$

Формула (175) совпадает с аналогичными результатами [100, 110] с тем отличием, что в (175) учитывается также вклад магнитной поляризуемости частицы $\alpha''_m(\omega)$.

Пределы интегрирования в (175) соответствуют условию аномального эффекта Доплера в системе покоя частицы Σ' , поскольку частота фотона $\omega' = \gamma(\omega - k_x V)$ отрицательна в Σ' . Ввиду аналитических свойств функций $\alpha''_{e,m}(\omega)$, $\exp(-2q_0 z_0)/q_0$ и положительной определённости $A_{e,m}(\omega)$ на соответствующих интервалах интегрирования из (172)–(175) следует, что $F_x < 0$, $\dot{Q} > 0$ и $I > 0$. Причём все три величины связаны соотношением (13). Это означает, что следствием черенковского трения является частичная конверсия кинетической энергии частицы в излучение. Положительный знак \dot{Q} согласуется с концепцией возбуждения внутренних степеней свободы частицы при аномальном эффекте Доплера. При этом скорость поглощения энергии частицы в Σ' (dQ'/dt') находится по формуле (6). Для мультиатомной частицы, как и ранее, dQ'/dt' можно ассоциировать со скоростью теплового нагрева, а для атома — со скоростью внутриатомных переходов.

Как констатируется в [34, 100, 132], в рассматриваемой системе имеет место квантовая нестабильность вакуума, аналогичная процессу рождения электрон-позитронных пар в сильном электрическом поле или излучению Хокинга в сильном гравитационном поле. К этому же типу явлений относится "сверхизлучение" Зельдовича от вращающегося цилиндра [131]. Надо, однако, отметить важное отличие формулы (175) от (136): излучение вращающейся частицы не имеет нижнего порога по угловой скорости (тогда как нижний порог излучения по скорости при прямолинейном движении существует).

В заключение этого раздела приведём формулу для радиационной силы F'_x в системе покоя частицы Σ' , необходимую при решении уравнения динамики (24). Подставляя (172), (173) в (23), получим [143] (см. также [110])

$$F'_x = \frac{2\hbar\gamma^2}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \theta(n\beta - 1) \int_{\omega/V}^{n\omega/c} dk_x \left(k_x - \frac{\beta\omega}{c} \right) \times \\ \times \int_0^{\sqrt{n^2\omega^2/c^2 - k_x^2}} dk_y \sum_{i=e,m} \alpha''_i(\gamma\omega^-) \times \\ \times \operatorname{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_i(\omega, -k_x) \right]. \quad (176)$$

Из (176) следует, что $F'_x < 0$, т.е. частица должна тормозиться. В работах [100, 110] проводились также численные расчёты радиационных сил и мощностей излучения для модельных поляризуемостей атомов и диэлектрических частиц. Следует, однако, заметить, что экспериментальное обнаружение излучения в рассматриваемой ситуации существенно затрудняется двумя факторами: 1) необходимостью получения электрически нейтральных релятивистских частиц; 2) малостью времени пролёта над достаточно протяжённой пластиной с атомарно-гладкой поверхностью.

6.5. Излучение частицы, вращающейся вблизи прозрачной диэлектрической пластины

Как показано в разделе 4.2, вектор угловой скорости дипольной частицы, вращающейся в ближнем поле поверхности, стремится ориентироваться в перпендикулярном направлении. Поэтому для упрощения анализа

далее будем рассматривать именно эту конфигурацию. Как и в разделе 6.4, пластину будем считать диэлектрической. Для вычисления мощности излучения опять воспользуемся формулой (13), учитывая, что скорость поступательного движения равна нулю (рис. 6б). В этом случае надо вычислить скорость нагрева dQ/dt не по формуле (95), а с учётом эффектов запаздывания. В соответствии с результатами [144] имеем

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega \left\{ \int d^2k \sum_{s=e,m} \alpha''_s(\omega_+) \times \right. \\ \times \operatorname{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_s(\omega, \mathbf{k}) \right] \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega_+}{2k_B T_1} \right) + \\ \left. + \frac{\hbar}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega \left\{ \int d^2k \sum_{s=e,m} \alpha''_s(\omega) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} k^2 A_s(\omega) \right] \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} \right) \right\} \right. \quad (177)$$

$$R_e(\omega, k) = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) A_e + \frac{\omega^2}{c^2} A_m, \quad (178)$$

$$R_m(\omega, k) = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) A_m + \frac{\omega^2}{c^2} A_e,$$

$$A_e = \frac{n^2 q_0 - q}{n^2 q_0 + q}, \quad A_m = \frac{q_0 - q}{q_0 + q}, \quad (179)$$

$$q_0 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}, \quad q = \sqrt{k^2 - \frac{n^2 \omega^2}{c^2}}, \quad \omega_+ = \omega + \Omega.$$

Нетрудно увидеть, что при $\Omega = 0$ формула (177) совпадает с (147), если в последней положить $V = 0$. В этом частном случае (177) описывает термически неравновесную ситуацию теплообмена покоящейся частицы с пластиной. В нерелятивистском пределе $c \rightarrow \infty$, с другой стороны, (177) сводится к (95) (при $\theta = \pi/2$).

Наибольший интерес представляет нетепловое излучение вращающейся частицы. Выполняя в (177) предельный переход $T_1 = T_2 = 0$ с помощью (162) и учитывая, что $I = -dQ/dt$ в силу (13), получим [112]

$$I = -\frac{\hbar}{\pi} \int_0^\Omega d\omega \omega \int_0^{\omega n/c} dk k \sum_{s=e,m} \alpha''_s(\Omega - \omega) \times \\ \times \operatorname{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_s \right]. \quad (180)$$

Соответствующая формула для тормозящего момента сил в этом случае имеет вид [112]

$$M_z = \frac{2\hbar}{\pi} \int_0^\Omega d\omega \int_0^{\omega n/c} dk k \sum_{s=e,m} \alpha''_s(\Omega - \omega) \times \\ \times \operatorname{Im} \left[\frac{\exp(-2q_0 z_0)}{q_0} R_s \right]. \quad (181)$$

Более удобные для анализа формулы можно получить из этих выражений с учётом (178) и (179):

$$I = -\frac{\hbar}{\pi c^3} \int_0^\Omega d\omega \omega^4 \sum_{s=e,m} \alpha''_s(\Omega - \omega) \psi_s \left(n, \frac{\omega z_0}{c} \right), \quad (182)$$

$$M_z = \frac{2\hbar}{\pi c^3} \int_0^\Omega d\omega \omega^3 \sum_{s=e,m} \alpha''_s(\Omega - \omega) \psi_s \left(n, \frac{\omega z_0}{c} \right), \quad (183)$$

$$\psi_e(n, x) = \int_0^n dt t \operatorname{Im} \left\{ \frac{\exp(-2x\sqrt{t^2-1})}{\sqrt{t^2-1}} \times \left[(t^2-1) \frac{n^2\sqrt{t^2-1} - \sqrt{t^2-n^2}}{n^2\sqrt{t^2-1} + \sqrt{t^2-n^2}} + \frac{\sqrt{t^2-1} - \sqrt{t^2-n^2}}{\sqrt{t^2-1} + \sqrt{t^2-n^2}} \right] \right\}, \quad (184)$$

$$\psi_m(n, x) = \int_0^n dt t \operatorname{Im} \left\{ \frac{\exp(-2x\sqrt{t^2-1})}{\sqrt{t^2-1}} \times \left[(t^2-1) \frac{\sqrt{t^2-1} - \sqrt{t^2-n^2}}{\sqrt{t^2-1} + \sqrt{t^2-n^2}} + \frac{n^2\sqrt{t^2-1} - \sqrt{t^2-n^2}}{n^2\sqrt{t^2-1} + \sqrt{t^2-n^2}} \right] \right\}. \quad (185)$$

Сравнивая формулы (136) и (142) для интенсивности излучения частицы, вращающейся в вакууме, и момента силы, действующего на неё, с формулами (182) и (183), можно увидеть, что наличие пластины приводит к возрастанию этих величин с численными факторами, зависящими от показателя преломления и расстояния. Как показывают расчёты [112], функции $\psi_{e,m}(n, x)$ являются отрицательными и быстро возрастают (по модулю) с увеличением n , т.е. прозрачная диэлектрическая пластина усиливает нетепловое излучение. При этом следует ожидать значительно более интенсивного излучения от металлических частиц, обладающих высокой магнитной поляризуемостью, поскольку $|\psi_m(n, x)| \gg |\psi_e(n, x)|$, $n \gg 1$. Зависимость от расстояния определяется фактором запаздывания $\Omega z_0 n/c$ и оказывается несущественной при $\Omega z_0 n/c < 1$.

Из (182), (183) также следует, что $-M_z \Omega > I$. Уравнение баланса энергии в соответствии с (14) (при $\gamma = 1$) имеет вид $-M_z \Omega = I + dQ''/dt$, где dQ''/dt — скорость нагрева частицы. Последнее означает, что часть кинетической энергии расходуется на тепловое возбуждение частицы, как и в случае черенковского трения, т.е. состояние $T_1 = 0$ является нестабильным. Спектр излучения, аналогично спектру излучения частицы в вакууме, определяется её диэлектрическими характеристиками и не имеет нижнего порога по угловой скорости (частоте). Это создаёт более благоприятные условия для экспериментального обнаружения нетеплового излучения вращающихся частиц (см. раздел 8.4).

7. Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие в конфигурации пластина – пластина

7.1. Модификация предела разрежённой среды для перехода между конфигурациями малая частица – пластина и пластина – пластина

Существование предельного перехода от конфигурации двух параллельных пластин к конфигурации малая частица – пластина (переход $1 \rightarrow 2$) в статическом случае было установлено ещё Е.М. Лифшицем [5]. С тех пор в неизменном виде этот переход применялся для расчёта эффектов ФЭВ в конфигурации 2 не только в равновесных, но и в неравновесных условиях [10, 11, 56, 72].

Как показано в [87], основываясь на том, что все величины, характеризующие ФЭВ в обеих конфигурациях (F_x, F_z, \dot{Q}), должны получаться из решения одной электродинамической задачи (в своих конфигурациях), можно

утверждать, что связь между ними в одной конфигурации переносится и на другую. Именно это позволяет получить формулы для конфигурации 1 из соответствующих формул для конфигурации 2 однозначным образом, но только в нерелятивистском приближении. К сожалению, использование "принципа соответствия" в релятивистском случае не приводит к однозначным результатам.

Правило вычисления силы Казимира – Полдера $F_z^{(2)}(z)$, действующей на малую частицу (атом), находящуюся на расстоянии z от пластины, при обозначении величин, относящихся к различным конфигурациям, индексами 1, 2, выражается в виде [23, 145, 146]

$$F_z^{(2)}(z) = - \frac{1}{n_1 S} \frac{dF_z^{(1)}(l)}{dl} \Big|_{l=z}, \quad (186)$$

где $F_z^{(1)}(l)/S$ — сила Казимира в конфигурации 1, отнесённая к площади S вакуумного контакта между пластинами, разделёнными щелью шириной l . Соотношения между тангенциальными силами $F_x^{(1,2)}$ и скоростями нагрева $dQ^{(1,2)}/dt$ в конфигурациях 1 и 2 выражаются в виде, аналогичном (186):

$$F_x^{(2)}(z) = - \frac{1}{n_1 S} \frac{dF_x^{(1)}(l)}{dl} \Big|_{l=z}, \quad (187)$$

$$\frac{dQ^{(2)}(z)}{dt} = - \frac{1}{n_1 S} \frac{d\dot{Q}^{(1)}(l)}{dl} \Big|_{l=z}.$$

Соотношения (186), (187) должны дополняться соотношениями между амплитудами отражения $\Delta_{e,m}$ и поляризуемостями $\alpha_{e,m}$ частицы, соответствующими разрежённому веществу пластины [87],

$$\Delta_{1e}(\omega) \rightarrow \frac{\pi n_1}{q_0^2} \left[\alpha_e(\omega) \left(2k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \alpha_m(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right], \quad (188)$$

$$\Delta_{1m}(\omega) \rightarrow \frac{\pi n_1}{q_0^2} \left[\alpha_m(\omega) \left(2k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) + \alpha_e(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right]. \quad (189)$$

Более простые предельные соотношения $\Delta_{1e}(\omega) \rightarrow 2\pi n_1 \alpha_e(\omega)$, $\Delta_{1m}(\omega) \rightarrow 2\pi n_1 \alpha_m(\omega)$, применявшиеся в [10, 11, 56, 72], следуют из (188), (189) в пределе $c \rightarrow \infty$.

7.2. Нерелятивистское взаимодействие при относительном движении пластин

Будем исходить из нерелятивистских формул (74)–(76). Используя (75), запишем сначала выражение для силы притяжения частицы к пластине при $V = 0$, $T_1 = T_2 = T$:

$$F_z^{(1)}(z) = - \frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k^2 \exp(-2kz) \times \left(\Delta''(\omega) \alpha_e'(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} + \Delta'(\omega) \alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right). \quad (190)$$

Сравнивая (190) с (75), можно увидеть, что переход к неравновесным динамическим и тепловым состояниям взаимодействующих пластин для конфигурации 1 (рис. 7) осуществляется с помощью преобразований

$$\Delta''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \rightarrow \Delta''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2},$$

$$\alpha_e''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \rightarrow \alpha_e''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1}, \quad (191)$$

$$\alpha_e'(\omega), \alpha_e''(\omega) \rightarrow \alpha_e'(\omega^+), \alpha_e''(\omega^+).$$

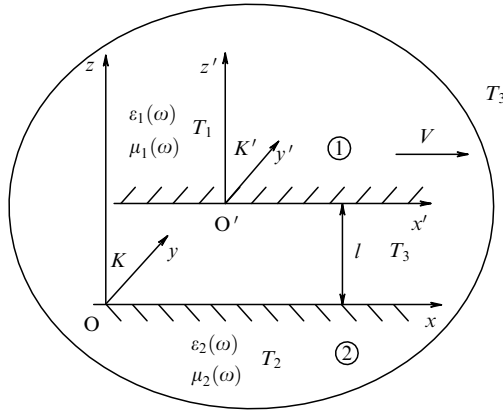


Рис. 7. Общая неравновесная конфигурация 1 (конфигурация Казимира–Лифшица) и системы координат, связанные с пластинами. Температура T_3 вакуумного фона между пластинами и с их внешних сторон в общем случае может отличаться от температуры T_2 покоящейся пластины 2. В нерелятивистском приближении ФЭВ пластин не зависит от температуры T_3 (т.е. от состояния фона).

С другой стороны, сравнение (74) и (75) показывает, что тангенциальная сила F_x получается из (75) с помощью преобразований

$$\begin{aligned} d^2kk &\rightarrow d^2kk_x, \quad \Delta''(\omega) \rightarrow \Delta''(\omega), \quad \Delta'(\omega) \rightarrow \Delta'(\omega), \\ \alpha'_e(\omega^+) &\rightarrow \alpha'_e(\omega^+), \quad \alpha''_e(\omega^+) \rightarrow -\alpha''_e(\omega^+). \end{aligned} \quad (192)$$

Наконец, из (74) и (76) следует, что dQ/dt получается из F_x преобразованием

$$d^2kk_x \rightarrow -d^2k\omega^+. \quad (193)$$

Поскольку формулы (74)–(76) должны следовать из аналогичных формул в конфигурации 1 с учётом линейных соотношений (186), (187) при $\varepsilon_1(\omega) - 1 = 4\pi n_1 \alpha_1(\omega) \rightarrow 0$, величины $F_x^{(1)}(l)$, $F_z^{(1)}(l)$, $\dot{Q}^{(1)}(l)$ должны быть связаны соотношениями, аналогичными (191)–(193), посредством замены $\alpha_e(\omega) \rightarrow \Delta_1(\omega)$.

Теперь воспользуемся точным выражением для незапывающей силы Ван-дер-Ваальса между двумя пластинами при $V = 0$, $T_1 = T_2 = T$ в терминах действительной частоты [145, 146], которое целесообразно представить в виде [87]

$$\begin{aligned} F_z^{(1)}(l) &= -\frac{\hbar S}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k \frac{\exp(-2kl)}{|1 - \exp(-2kl)\Delta_1(\omega)\Delta_2(\omega)|^2} \times \\ &\times \left(\Delta_1''(\omega)\Delta_2'(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} + \Delta_1'(\omega)\Delta_2''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right), \end{aligned} \quad (194)$$

где $\Delta_{1,2}(\omega) = (\varepsilon_{1,2}(\omega) - 1)/(\varepsilon_{1,2}(\omega) + 1)$, $\varepsilon_{1,2}(\omega)$ — диэлектрические проницаемости пластин 1 и 2 соответственно. Выполняя в (194) преобразования

$$\begin{aligned} \Delta_2''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} &\rightarrow \Delta_2''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2}, \\ \Delta_1''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} &\rightarrow \Delta_1''(\omega^+) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1}, \\ \Delta_1'(\omega), \Delta_1''(\omega) &\rightarrow \Delta_1'(\omega^+), \Delta_1''(\omega^+), \end{aligned} \quad (195)$$

приходим к выражению для силы притяжения пластин в неравновесной конфигурации 1:

$$\begin{aligned} F_z^{(1)}(l) &= -\frac{\hbar S}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k \frac{\exp(-2kl)}{|1 - \exp(-2kl)\Delta_1(\omega^+)\Delta_2(\omega)|^2} \times \\ &\times \left(\Delta_1''(\omega^+)\Delta_2'(\omega) \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} + \Delta_1'(\omega^+)\Delta_2''(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right). \end{aligned} \quad (196)$$

Аналогично тому, как это делалось при выводе формул (74), (76), для нахождения $F_x^{(1)}(l)$ в формуле (196) надо произвести замены:

$$\begin{aligned} d^2kk &\rightarrow d^2kk_x, \quad \Delta_2''(\omega) \rightarrow \Delta_2''(\omega), \quad \Delta_2'(\omega) \rightarrow \Delta_2'(\omega), \\ \Delta_1'(\omega^+) &\rightarrow \Delta_1''(\omega^+), \quad \Delta_1''(\omega^+) \rightarrow -\Delta_1'(\omega^+). \end{aligned} \quad (197)$$

В результате получим

$$\begin{aligned} F_x^{(1)}(l) &= -\frac{\hbar S}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y k_x \frac{\exp(-2kl)}{|1 - \exp(-2kl)\Delta_1(\omega^+)\Delta_2(\omega)|^2} \times \\ &\times \Delta_1''(\omega^+)\Delta_2''(\omega) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right). \end{aligned} \quad (198)$$

И наконец, делая в (198) замену $d^2kk_x \rightarrow -d^2k\omega^+$, находим

$$\begin{aligned} \dot{Q}^{(1)}(l) &= \frac{\hbar S}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \omega^+ \frac{\exp(-2kl)}{|1 - \exp(-2kl)\Delta_1(\omega^+)\Delta_2(\omega)|^2} \times \\ &\times \Delta_1''(\omega^+)\Delta_2''(\omega) \left(\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right). \end{aligned} \quad (199)$$

Принимая во внимание (186), (187), нетрудно увидеть, что формулы (74)–(76) непосредственно следуют из (196), (198), (199). При учёте магнитных свойств пластин в правые части этих формул следует добавить аналогичные слагаемые с заменой $\Delta_{1,2}(\omega) = (\mu_{1,2}(\omega) - 1)/(\mu_{1,2}(\omega) + 1)$ [87]. Легко показать, что при $T_1 \rightarrow 0$, $T_2 \rightarrow 0$ из (198) получается отличная от нуля сила квантового трения пластин (ср. с (78)):

$$\begin{aligned} F_x^{(1)}(l) &= \frac{\hbar S}{2\pi^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \int_0^{+\infty} dk_x k_x \times \\ &\times \int_0^{k_x V} d\omega \frac{\exp(-2kl)}{|1 - \exp(-2kl)\Delta_1(\omega^-)\Delta_2(\omega)|^2} \Delta_1''(\omega^-)\Delta_2''(\omega), \end{aligned} \quad (200)$$

где $\omega^- = \omega - k_x V$. Формула (200) совпадает с известным результатом [60] (см. формулу (25) в [60]) с точностью до обозначения пластин 1 и 2 (см. также обсуждение в [82]). При использовании нашего метода расчёта эффектов ФЭВ "смещённая частота" (ω^+ или ω^-) всегда относится к движущемуся телу. В отличие от этого в [60] предполагалось, что пластины имеют противоположно направленные скорости $\pm V/2$.

В заключение отметим, что одной из причин существования соответствия между конфигурациями 1, 2 в нерелятивистском случае является независимость получаемых результатов от теплового состояния вакуумного фона, окружающего пластины.

8. Обсуждение экспериментальных результатов

8.1. Равновесные и неравновесные силы Казимира – Лифшица

В настоящее время, как и во времена П.Н. Лебедева, имеется дефицит экспериментальных работ, связанных с прямыми количественными измерениями эффектов ФЭВ. Достаточно сказать, что наиболее убедительные количественные измерения сил Казимира – Лифшица, соответствующие предсказаниям теории, были выполнены только в 1997 г. [147] (в диапазоне расстояний от 0,6 до 6 мкм) (см. также [148]) и в 1998 г. [149] (в диапазоне расстояний от 0,1 до 0,9 мкм). Это было достигнуто благодаря значительному улучшению точности позиционирования взаимодействующих тел, в результате чего погрешность измерений сил в области микрометровых и нанометровых расстояний уменьшилась до 1 %.

Трудности измерений сил Казимира – Лифшица обусловлены их малостью и значительным влиянием посторонних факторов. В частности, при вакуумных измерениях с помощью зондов атомно-силовых микроскопов (АСМ) могут присутствовать наряду с силами ФЭВ электростатические и межатомные силы (для немагнитных материалов). Наиболее перспективными геометрическими конфигурациями в таких измерениях считаются конфигурации линза – пластина и сфера – пластина. В первом случае применяется крутильный маятниковый подвес, аналогичный таковому в классических работах Г. Кавендиша, с макроскопическим сферическим пробным телом (радиус сферы около 12,5 см [147]), а во втором — АСМ [145, 146, 149–153]. Пробным телом в последнем случае служит металлизированная сфера диаметром порядка 100 мкм, прикреплённая к кантилеверу АСМ. Переход от конфигурации 1 к геометрии сфера – пластина осуществляется с помощью локально-плоского приближения Дерягина [154]:

$$F_z = 2\pi R U(h, T), \quad (201)$$

где R — радиус сферы, $U(h, T)$ — плотность регуляризованной части свободной энергии электромагнитного поля в зазоре, зависящая от расстояния z между пластинами и температурой T .

Современное соотношение результатов теории и эксперимента описано в [12, 18, 155]. Сравнение теоретически вычисленных и измеренных значений сил проводилось с учётом влияния вида диэлектрических функций материалов, шероховатости поверхностей, температурных и геометрических факторов.

В [152, 153] впервые были измерены неравновесные тепловые силы Казимира – Полдера в эксперименте с бозе-эйнштейновским конденсатом атомов ^{87}Rb , находящимся в магнитной ловушке вблизи пластины диэлектрика. Расстояние от пластины варьировалось в диапазоне 6–11 мкм. Тепловая часть силы взаимодействия определялась по сдвигу частоты колебаний центра

масс конденсата под действием внешней вынуждающей силы. Применялись неравновесные тепловые конфигурации с различной комбинацией температур пластины и внешнего окружения (вакуумного фона) — от 310 до 605 К. Было показано [153], что результаты измерений хорошо согласуются с формулой, эквивалентной (160).

Тепловые силы Казимира измерялись также в [156, 157] в области температур 77–300 К и в диапазоне расстояний 0,187–2 мкм. Пробным телом являлась прикреплённая к кронштейну АСМ покрытая плёнкой золота стеклянная сфера радиусом 50 мкм, находящаяся в вакуумном контакте с пластиной Au. Неожиданностью явилось отсутствие теплового вклада в давление Казимира в пределах ошибки эксперимента. Этот факт авторы [156] объяснили компенсирующим влиянием пятен заряда на сфере, приводящим к появлению электростатических сил. Измерения тепловых вкладов в силу Казимира при низких температурах представляют особый интерес в связи с многолетней дискуссией относительно возможного нарушения теоремы Нернста и вида диэлектрических функций металлов в низкочастотной области, используемых при расчётах сил Казимира – Лифшица в конфигурации 1 (см., например, [17, 155, 157] и приведённые там ссылки).

8.2. Радиационный теплообмен

Прогресс в измерениях вакуумного теплообмена в области субмикрометровых и нанометровых расстояний также связан с развитием АСМ и техники позиционирования пробных тел [158–165]. В этом случае преобладающий вклад в скорость теплообмена может быть связан с неоднородными (ближнепольными) модами электромагнитного поля. Однако в течение длительного времени наличия ближнепольного теплообмена не удавалось обнаружить [166]. В вакуумных условиях это впервые было осуществлено авторами [158] при расстояниях зонда от поверхности 1–100 нм. В этом эксперименте измерялась теплоотдача (Pt–Ir) иглы сканирующего туннельного микроскопа с радиусом кривизны ≈ 60 нм при радиационном теплообмене с поверхностями Au и GaN. В зонд была вмонтирована термопара, чувствительный элемент которой имел контакт с остриём иглы.

Принцип измерения теплоотдачи основан на эффекте Зеебека, при котором генерируемая термоэдс равна $V_{\text{th}} = S\Delta T$, где S — коэффициент Зеебека, ΔT — разность температур между контактами термопары. Скорость охлаждения острия иглы dQ/dt определяется разностью температур иглы и образца ΔT , а также тепловым сопротивлением R_{th} контакта: $dQ/dt = \Delta T/R_{\text{th}}$. Из приведённых соотношений следует $dQ/dt = V_{\text{th}}/(SR_{\text{th}})$. Так как константы S и R_{th} находятся с помощью предварительных калибровок, измерение напряжения V_{th} при контролируемом расстоянии зонда от поверхности позволяет найти dQ/dt .

В эксперименте [158] поддерживались температура зонда 300 К и температура поверхности 200 К. Для обоих исследованных образцов измеренная величина dQ/dt характеризовалась начальным плато в диапазоне расстояний 1–10 нм с максимальным значением скорости охлаждения около 10^{-5} Вт, переходившим далее в степенную зависимость $dQ/dt \sim z^{-3}$ на больших расстояниях зонда от поверхности. Величина скорости радиационного теплообмена характеризуется также тепло-

вым кондактансом

$$G = \frac{dQ/dt}{\Delta T}, \quad (202)$$

где $\Delta T = |T_1 - T_2|$ (T_1 и T_2 — температуры контактирующих тел). В [158] получено значение $G = 5$ нВт К⁻¹ при ширине зазора 30 нм в контакте (Pt–Ir)–Au. В более позднем эксперименте [163] пробным телом АСМ служила покрытая слоем Au стеклянная сфера радиусом 50 мкм, приводившаяся в вакуумный контакт с поверхностью Au. При ширине зазора 30 мкм получено значение $G = 1,5$ нВт К⁻¹. Если учесть, что кондактанс G возрастает с увеличением радиуса зонда (как R^n , $n = 0,5-2$ по оценкам [167]), то, очевидно, результаты [158] были существенно завышены. Это отмечалось в работах [163, 168, 169]. Заметим, что точность калибровки расстояний между зондом и поверхностью в [159–163] была значительно улучшена благодаря учёту притяжения зонда к поверхности под влиянием притягивающих сил Казимира–Лифшица.

Интерпретация результатов измерений в [158–163] основывалась: на дипольном приближении флуктуационной электродинамики [168, 169] в конфигурации 2; локально-плоском приближении

$$\frac{dQ}{dt} = -2\pi R \int_h^\infty S(z) dz, \quad (203)$$

где $S(z)$ — поток тепла с единицы поверхности более нагретой пластины (h — ширина зазора), рассчитанный в рамках теории теплообмена [170–172] в конфигурации 1; на предельном переходе к малой частице для вещества одной из пластин [11, 68]; на дипольно-аддитивном приближении с учётом вклада вакуумного фона на основе формулы (147) (при $V = 0$) [173, 174], а также на дипольном приближении для теплообмена двух сферических частиц [11, 159–161].

Результаты расчёта позволяют правильно описывать характерные величины dQ/dt , а также зависимости от температуры, расстояния и радиуса частиц. Отмечалось, что в контакте металлической частицы с металлической поверхностью преобладающий вклад в dQ/dt обусловлен её магнитной поляризацией [173, 175]. Теоретически и экспериментально установлено, что скорость теплообмена в контакте диэлектрических материалов (SiO_2 – SiO_2) в 10–50 раз выше, чем в металлических контактах. Эксперименты при цилиндрической симметрии зондов и в случае теплообмена плоских поверхностей описаны в [162, 164, 176].

8.3. Диссипативные силы флуктуационно-электромагнитного взаимодействия

В отличие от измерений консервативных сил Ван-дер-Ваальса и Казимира, идентификация которых не вызывает сомнений, измерения диссипативных сил ФЭВ в геометрии осциллирующего пробного зонда над пластиной (т.е. сил, предположительно связанных с компонентой F_x силы ФЭВ) малочисленны [177–182], и ситуация далека от ясности. Это в значительной мере вызвано тем, что сила бесконтактного трения, пропорциональная скорости, может быть обусловлена совокупным действием различных механизмов [10, 11] (здесь мы не касаемся не имеющих отношения к проблеме ФЭВ сил трения при атомарно-близких контактах [183], когда

начинают играть существенную роль электронный обмен и атомарные взаимодействия).

Принципиальное затруднение связано с тем, что в бесконтактном вакуумном динамическом режиме АСМ с компенсацией контактной разности потенциалов консервативное взаимодействие зонда с образцом должно определяться силой Ван-дер-Ваальса, поэтому вполне естественно было бы ожидать, что в этом случае и силы вакуумного трения должны иметь аналогичную природу. Однако теоретические оценки показали, что для контакта кремний–слюда [178] измеренные значения сил демпфирования больше рассчитанных на два-три порядка величины [83, 184], а для контакта металлов [177, 179, 180] — на 5–11 порядков величины [10, 69, 184, 185].

Эксперименты дают различные зависимости сил демпфирования от расстояния до поверхности: от z^{-3} в [179] до $z^{-1,1}$ и $z^{-1,5}$ в работе [180], а также обнаруживают сильное влияние температуры и типа контактирующих материалов [180–182].

Заметим, что в [178, 179] исследовалось демпфирование зонда, совершающего колебания перпендикулярно поверхности, а в [180] — демпфирование при параллельном движении, причём радиус зонда в последнем случае был в 30–50 раз больше (1 мкм). Сильно отличающаяся степенная зависимость силы демпфирования, наблюдавшаяся в [180], по-видимому, была связана с наличием электростатического взаимодействия пятен заряда, а не ван-дер-ваальсова (диссипативного), для которого характерна зависимость z^{-3} [179]. Интерпретация результатов измерений [180] затрудняется ещё и тем, что в этой работе сила притяжения зонда к поверхности не измерялась.

В работе [179], напротив, характер силы притяжения (Ван-дер-Ваальса) не вызывал сомнений [184], но проблемой остаётся большое различие теоретических и экспериментальных значений сил демпфирования. Наличие сильной температурной зависимости сил демпфирования не согласуется с механизмом электростатического трения [186, 187] и фоновонного трения [10, 11]. Так, в [180] измеренные силы демпфирования при температурах 77 и 4,2 К были в 6 и 24 раза меньше, чем при температуре 295 К. В то же время результаты экспериментов [181, 182] согласуются с предсказаниями электростатической теории [186, 187], но не с теорией ФЭВ.

Близкие к экспериментальным значениям [179, 180] силы демпфирования в АСМ (с зависимостью $F_x \propto \alpha VTR/z^3$) можно получить в соответствии с формулой (145) при нерелятивистской скорости [86], если частица и поверхность имеют совпадающие пики поглощения на частотах $\omega = 10^9$ Гц. Такие частоты характерны для ротационных возбуждений молекулярных комплексов и фоновонных возбуждений. Кроме того, тот же порядок величины имеет обратное время затухания осцилляторов в экспериментах с кварцевым микробалансом [188–190].

Для объяснения экспериментов [177–180] предлагались и другие механизмы [10, 11], но достигнутая точность измерений пока не позволяет однозначно идентифицировать диссипативные силы ФЭВ (и силы квантового трения). Необходимы новые измерения сил демпфирования зондирующих тел с контактами различного типа при разных температурах и расстояниях, геометрических и механических характеристиках зондов.

8.4. Другие эксперименты

Представляют интерес другие эксперименты, которые могли ранее или могут в будущем иметь отношение к измерению сил ФЭВ и радиационного теплообмена. Так, исследование консервативных сил Ван-дер-Ваальса при прохождении атомарных пучков тепловых скоростей над металлическими поверхностями проводилось ещё 40 лет назад [191–193]. В этих экспериментах, однако, скорость пучков была ещё недостаточно велика для обнаружения динамических поправок к силе Казимира–Полдера (формулы (83) и (171)). Позднее был проведён ряд экспериментов по измерению этих сил при дополнительном лазерном возбуждении нейтральных атомов [194, 195] и прохождении нейтрального пучка атомов натрия в микрощели [196], однако скорости атомов также были невелики. Между тем поправочный член в формуле (83), пропорциональный квадрату скорости, начинает вносить заметный вклад в угловое отклонение пучка, пролетающего над пластиной (порядка 1–10%), только при скоростях атомов порядка $10^5–10^6$ м с⁻¹ (на расстояниях 10 нм от металлической поверхности). При субрелятивистских скоростях ($\beta = 0,1–0,3$) динамическая поправка (171) к силе Казимира–Полдера также может оказаться вполне заметной. В связи с этим эксперименты по возможному наблюдению излучения при черенковском трении, по-нашему мнению, целесообразно начинать с регистрации консервативных сил ФЭВ (146).

Возможность зондирования резонансных диссипативных сил ФЭВ при прохождении нейтральных атомно-молекулярных пучков в микрощелях (микрокапиллярах) или при отражении от поверхности рассматривалась в [197, 198]. Согласно оценкам [198], при отражении пучка ионов Cs⁺ с энергией 50–100 кэВ от поверхности легированного кремния, SiC или GaAs часть пучка, нейтрализовавшаяся после отражения от гладкой поверхности, имеет в итоге более низкие энергетические потери по сравнению с энергетическими потерями заряженного компонента пучка, доступные измерению (различия может составлять несколько десятков электронвольт).

Диссипативные силы ФЭВ, вероятно, играют немаловажную роль в демпфировании кварцевых осцилляторов в экспериментах с кварцевым микробалансом [188, 189] и в измерениях сил трения в одномерных и двумерных структурах (см. [10, 11] и приведённые там ссылки). Недавно возможность измерения силы квантового трения между SiO₂-зондом АСМ и подложкой SiO₂, покрытой листом графена, обсуждалась в [199]. Флуктуирующее электромагнитное поле, действующее на зонд, в этом случае создаётся током электронов в графене при условии, что их дрейфовая скорость достигает 10^5 м с⁻¹.

Что касается тепловых эффектов ФЭВ, то следует отметить экспериментальные исследования когерентного теплового излучения оптических дифракционных решёток [200] (подробнее см. [8, 164] и приведённые там ссылки). Авторами [200], в частности, наблюдались значительное (на четыре порядка величины) возрастание интенсивности и наличие пространственной когерентности теплового излучения дифракционной решётки из карбида кремния с периодом 11,4 мкм на расстояниях 10–100 нм от неё, т.е. в зоне ближнего поля поверхности.

В контексте данного обзора целесообразно также обсудить возможность измерения тормозящих моментов и излучения частиц, вращающихся вблизи поверхно-

сти. Так, достигнутая в экспериментах частота вращения наночастиц графена микрометрового размера (в ионной ловушке) составляет $10^6–10^7$ Гц [201], и имеются перспективы её увеличения до 10^9 Гц. Это создаёт значительно более благоприятные условия для измерения диссипативных сил ФЭВ по сравнению с условиями при линейном движении пробных тел в АСМ.

В самом деле, предполагая, что наночастица имеет форму цилиндрической таблетки с радиусом R и толщиной d , а ширина зазора между ней и поверхностью равна h , нетрудно оценить отношение времён затухания линейного и вращательного движения, используя формулы (77) и (105). Их правые (интегральные) части идентичны, и можно перейти к частице цилиндрической формы с помощью замены $R^3 \rightarrow (3/4\pi)\pi R^2 dz$ и последующего интегрирования по z в пределах от h до $h+d$. В результате, учитывая, что момент инерции цилиндра равен $MR^2/2$ (M — масса частицы), и решая динамические уравнения, соответствующие (77) и (105), для отношения времени затухания линейного движения τ_V к времени затухания τ_Ω вращательного движения получим $\tau_V/\tau_\Omega = (R/h)^2 \gg 1$ (при $d \ll h$). Соответственно, в такой же пропорции возрастают и эквивалентные диссипативные силы ФЭВ, тормозящие вращение частицы. Спектр не-теплового излучения при вращательном движении, в соответствии с формулой (182), попадает в радиодиапазон или сверхвысокочастотный диапазон. Кроме того, генерируемое излучение может значительно усиливаться в резонаторах [18]. Для нагретых частиц при $\hbar\Omega \ll k_B T$ в излучении преобладает тепловая компонента, но не-тепловое излучение, связанное с вращением, не исчезает, и оно должно наблюдаться в низкочастотной части спектра.

8.5. Астрофизические приложения

Кратко обсудим возможные астрофизические приложения результатов, представленных в разделе 5, к тепловому излучению газопылевых облаков в областях интенсивного звездообразования галактик, а также к другим эффектам.

В соответствии с принятыми сейчас моделями, типичный размер, масса и температура таких облаков составляют: $L = 0,2$ пк, $M/M_\odot = 20$ (где M_\odot — масса Солнца), $T = 30–50$ К, а отношение массы газа к массе пыли $\kappa = 100$ [202]. Причём надо заметить, что в начальной фазе звездообразования κ может быть значительно меньше. Пылевые частицы имеют типичный размер 0,01–10 мкм и, по-видимому, представляют собой покрытые ледяной коркой смёрзшихся газов и углеводородов образования с силикатными и металлическими ядерными включениями. Будем считать, что газопылевое облако с указанными параметрами не облучается светом звёзд изнутри и вещество находится в равновесии с внутренним тепловым излучением. Оптическая толщина для внутреннего излучения велика, и фотоны выходят во внешнее пространство только из граничных областей облака. Тогда выходящее тепловое излучение определяется законом Стефана–Больцмана с общей мощностью

$$W_{\text{ВВ}} = 4\pi L^2 \sigma_{\text{В}} T^4 = \frac{\pi^3}{15} \frac{k_{\text{В}}^4}{\hbar^3 c^2} L^2 T^4. \quad (204)$$

Интенсивное звездообразование в облаке сопровождается аккреционными процессами в центрах гравитацион-

ной конденсации, при которых вещество может приобрести значительные скорости. В этих условиях тепловой баланс частиц и излучения нарушается и выходящее тепловое излучение (в расчёте на одну частицу) приобретёт дополнительный вклад, определяемый разностью выражений (114) и (115). При нерелятивистских скоростях, $\beta \ll 1$, результирующая мощность излучения от всех пылевых частиц облака (здесь пренебрегаем для простоты избыточным вкладом газового компонента) выражается как

$$W_D = \frac{4\pi^3}{7} \frac{M}{\kappa\rho} \frac{\hbar}{c^3\sigma_0} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^6 \beta^2, \quad (205)$$

где ρ — средняя плотность одной частицы, T — температура внутреннего фонового излучения. Заметим, что формула (205) не зависит от размера частиц — она получена при предположении, что диэлектрическая функция вещества частиц описывается выражением $\varepsilon(\omega) = i4\pi\sigma_0/\omega$ (см. раздел 5.2). Для пылевых космических частиц она может также иметь релаксационный характер вида $\varepsilon(\omega) = a + b/(1 - i\omega/\omega_0)$, где a, b — численные параметры, ω_0 — частота дебаевской релаксации. В последнем случае мнимая часть поляризуемости частицы сферической формы в низкочастотной области $\omega \ll \omega_0$ принимает вид

$$\alpha''(\omega) = R^3 \operatorname{Im} \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 2} = R^3 \frac{3b\omega/\omega_0}{(a + b + 2)^2} \quad (206)$$

и, очевидно, можно использовать формулу (205) с заменой $\sigma_0 \rightarrow (a + b + 2)^2 \omega_0 / (4\pi b)$. С учётом этого для отношения мощностей W_D и $W_{\text{ВВ}}$ получим

$$\frac{W_D}{W_{\text{ВВ}}} = \frac{180\pi}{7} \frac{b}{(a + b + 2)^2} \frac{M}{\kappa L^2} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^2 \frac{\beta^2}{\omega_0 c}. \quad (207)$$

Используя максимальное значение численного коэффициента в (207), равное 10,1 при $a = 0, b = 2$, и принимая значения $\omega_0 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\beta = 1/30$, $T = 50 \text{ К}$, $M = 4 \times 10^{34} \text{ г}$, $L = 0,2 \text{ пк} = 6,16 \times 10^{17} \text{ см}$ и $\rho = 0,5 \text{ г см}^{-3}$, из (207) получим оценку $W_D/W_{\text{ВВ}} \approx 23$, причём спектр излучения, соответствующий (205) в низкочастотной области, возрастает пропорционально ω^4 , а не по закону Рэлея–Джинса. О таком спектральном индексе теплового излучения пылевых облаков сообщалось в [203, 204] (см. также [205]). Таким образом, излучение с указанными параметрами может свидетельствовать о внутренней динамике протозвёздных конденсаций внутри облака. Стандартная интерпретация таких спектров основывается на комбинации излучения (204) от нескольких источников с различающейся температурой.

Результаты, представленные в разделах 5.2, 5.3 для мелких и более крупных частиц, необходимо учитывать при анализе общего равновесия между веществом и излучением в космических условиях и при трансформации кинетической энергии вещества в низкочастотное фоновое излучение Вселенной. Большими скоростями могут обладать пылевые частицы и более крупные тела, выметающиеся в межзвёздное и межгалактическое пространство. Релятивистские эффекты в тепловом излучении, возможно, могли оказать влияние на анизотропию реликтового излучения, а в более позднюю эпоху — на мощные процессы аккреционного и взрывного харак-

тера, в которых скорость потоков вещества достигала субрелятивистских значений.

9. Заключение

Флуктуационные электромагнитные поля покоящихся конденсированных тел являются причиной возникновения сил Ван-дер-Ваальса и Казимира–Лифшица, а также вакуумного теплообмена. В динамически и (или) термически неравновесных системах возникают новые интересные явления, такие как квантовое и ван-дер-ваальсово трение поступательно движущихся и вращающихся частиц, а также специфическое тепловое и нетепловое излучение, родственное черенковскому излучению.

В рамках одного обзора невозможно охватить весь массив теоретических и экспериментальных исследований, выполненных в последние 10–20 лет по данной теме, поэтому внимание главным образом было направлено на построение целостной картины ФЭВ, основанной на применении теории электромагнитных флуктуаций к двум неравновесным системам, для которых построение релятивистской теории оказалось весьма эффективным: движущаяся частица–вакуум и движущаяся частица–пластина.

Фундаментальными характеристиками ФЭВ, относящимися к малой поляризующейся частице, являются консервативные и диссипативные силы (моменты сил), скорость нагрева (охлаждения) и мощность теплового и нетеплового излучения. Между ними установлены общие соотношения, вытекающие из релятивистских преобразований электродинамических величин, характеризующих ФЭВ. Использование указанных величин в совокупности даёт наиболее полное описание эффектов ФЭВ и позволяет анализировать динамику движения частицы и кинетику её теплового состояния. Результаты, относящиеся к частицам, вращающимся в вакууме и вблизи поверхности, черенковскому трению, тепловому и нетепловому излучению малых частиц и тепловому излучению частиц большого радиуса, в обзорной литературе освещаются впервые.

Приведённые результаты имеют фундаментальное значение и могут использоваться при интерпретации современных и будущих экспериментов, связанных с измерением эффектов ФЭВ в системах движущихся тел (например, в атомных ловушках и микроэлектромеханических системах). В космических условиях можно ожидать появления избыточного низкочастотного теплового и нетеплового излучения от облаков газа и пыли с внутренней динамикой частиц, обусловленной процессами звездообразования на стадии аккреционного роста центров конденсации, спектральные особенности которого определяются диэлектрическими характеристиками пылевых частиц.

Экспериментальные результаты для консервативных сил Казимира–Лифшица и скоростей теплообмена в целом хорошо описываются существующей теорией, но проблемы экспериментального обнаружения диссипативных сил ФЭВ и динамических поправок к консервативным силам ФЭВ и скорости теплообмена пока остаются открытыми.

Приложение А

В общем случае запаздывающая функция Грина $D_{jk}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ для фотона в однородной изотропной среде

удовлетворяет уравнению [115]

$$\begin{aligned} & \left(\text{rot}_{im} \text{rot}_{ml} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mu(\omega) \delta_{ij} \right) D_{ik}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \\ & = -4\pi\hbar\mu(\omega)\delta_{ik}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

Для конфигурации 2 ввиду трансляционной инвариантности по координатам x, y в плоскости пластины наиболее естественно использовать двумерное фурье-разложение функции Грина

$$\begin{aligned} D_{ik}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} D_{ik}(\omega, \mathbf{k}, z, z') \times \\ & \times \exp [ik_x(x - x') + ik_y(y - y')]. \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Подставляя (A2) в (A1), получим уравнение для $D_{ik}(\omega, \mathbf{k}, z, z')$, решение которого с соответствующими краевыми условиями на границе $z = 0$ между вакуумом и средой приводит к формулам (45)–(50).

В случае конфигурации 3 имеется трансляционная инвариантность по всем трём пространственным координатам (x, y, z) , поэтому решение уравнения (A1) ищется в виде интеграла Фурье по трёхмерному волновому вектору

$$\begin{aligned} D_{ik}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} D_{ik}(\omega, \mathbf{k}) \times \\ & \times \exp [ik_x(x - x') + ik_y(y - y') + ik_z(z - z')]. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

Подставляя (A3) в (A1) и принимая во внимание, что для вакуума $\varepsilon(\omega) = 1 + i\delta \text{sign } \omega$, $\delta \rightarrow +0$, $\mu(\omega) = 1$ [115], получим формулу (52) для запаздывающей функции Грина в представлении (ω, k_x, k_y, k_z) . Заметим также, что операторы дифференцирования по пространственным переменным в правых частях формул (43), (44), (54) и (55) ($\text{rot}_{il} = e_{iml} \partial / \partial x_n$, $\text{rot}'_{jm} = e_{jmm} \partial / \partial x'_n$) очевидным образом выражаются через $k_x, k_y, k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ в случае конфигурации 2 и через k_x, k_y, k_z в случае конфигурации 3.

Приложение Б

Для нахождения индуцированных дипольных моментов частицы с помощью (92) и (93) следует принять во внимание следующие очевидные соотношения:

$$\int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) E_m^{\text{SP}}(t - \tau) = \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} \alpha(\omega) E_m^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) \exp(-i\omega t), \quad (\text{Б1})$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) \cos(\Omega t) E_m^{\text{SP}}(t - \tau) = \\ & = \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} \frac{\alpha(\omega_+) + \alpha(\omega_-)}{2} E_m^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) \exp(-i\omega t), \end{aligned} \quad (\text{Б2})$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) \sin(\Omega t) E_m^{\text{SP}}(t - \tau) = \\ & = \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} \frac{\alpha(\omega_+) - \alpha(\omega_-)}{2i} E_m^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) \exp(-i\omega t), \end{aligned} \quad (\text{Б3})$$

где $\omega_\pm = \omega \pm \Omega$. Подставляя (Б1)–(Б3) в (92) и учитывая, что $\mathbf{n} = (\cos \theta, 0, \sin \theta)$, получим

$$\begin{aligned} d_x^{\text{ind}}(t) &= \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} \exp(-i\omega t) \times \\ & \times \left[\alpha(\omega) (\cos^2 \theta E_x^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) + \sin \theta \cos \theta E_z^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k})) + \right. \\ & + \frac{\alpha(\omega_+) + \alpha(\omega_-)}{2} (\sin^2 \theta E_x^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) - \sin \theta \cos \theta E_z^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k})) - \\ & \left. - \frac{\alpha(\omega_+) - \alpha(\omega_-)}{2i} \sin \theta E_y^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) \right], \end{aligned} \quad (\text{Б4})$$

$$\begin{aligned} d_y^{\text{ind}}(t) &= \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} \exp(-i\omega t) \left[\frac{\alpha(\omega_+) + \alpha(\omega_-)}{2} E_y^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) + \right. \\ & + \frac{\alpha(\omega_+) - \alpha(\omega_-)}{2i} (\sin \theta E_x^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) - \cos \theta E_z^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k})) \left. \right], \end{aligned} \quad (\text{Б5})$$

$$\begin{aligned} d_z^{\text{ind}}(t) &= \int \frac{d\omega d^2k}{(2\pi)^3} \exp(-i\omega t) \times \\ & \times \left[\alpha(\omega) (\sin \theta \cos \theta E_x^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) + \sin^2 \theta E_z^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k})) + \right. \\ & + \frac{\alpha(\omega_+) + \alpha(\omega_-)}{2} (-\sin \theta \cos \theta E_x^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) + \cos^2 \theta E_z^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k})) + \\ & \left. + \frac{\alpha(\omega_+) - \alpha(\omega_-)}{2i} \cos \theta E_y^{\text{SP}}(\omega, \mathbf{k}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{Б6})$$

Аналогичные соотношения для магнитных дипольных моментов получаются из (Б1)–(Б6) с помощью замены $\alpha_e(\omega) \rightarrow \alpha_m(\omega)$ и проекций фурье-трансформант электрического поля на фурье-трансформанты магнитного поля.

Список литературы

1. Лебедев П Н *Собрание сочинений* (М.: Моск. физ. о-во им. П.Н. Лебедева, 1913); Lebedew P *Wied. Ann.* **52** 621 (1894)
2. Einstein A, Hopf L *Ann. Physics* **33** 1105 (1910)
3. Casimir H B G *Proc. Kgl. Ned. Akad. Wet.* **51** 793 (1948)
4. Casimir H B G, Polder D *Phys. Rev.* **73** 360 (1948)
5. Лифшиц Е М *ЖЭТФ* **29** 94 (1955); Lifshitz E M *Sov. Phys. JETP* **2** 73 (1956)
6. Kardar M, Golestanian R *Rev. Mod. Phys.* **71** 1233 (1999)
7. Milton K A *The Casimir Effect: Physical Manifestations of Zero-Point Energy* (Singapore: World Scientific, 2001)
8. Joulain K et al. *Surf. Sci. Rep.* **57** 59 (2005)
9. Buhmann S Y, Welsch D-G *Prog. Quantum Electron.* **31** (2) 51 (2007); quant-ph/0608118
10. Volokitin A I, Persson B N J *Rev. Mod. Phys.* **79** 1291 (2007)
11. Волокитин А И, Перссон Б Н Дж *УФН* **177** 921 (2007); Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Usp.* **50** 879 (2007)
12. Bordag M et al. *Advances in the Casimir Effect* (International Series of Monographs on Physics, Vol. 145) (Oxford: Clarendon Press, 2015)
13. Виноградов Е А, Дорофеев И А *УФН* **179** 449 (2009); Vinogradov E A, Dorofeyev I A *Phys. Usp.* **52** 425 (2009)
14. Дедков Г В, Кясов А А *ФТТ* **51** 3 (2009); Dedkov G V, Kyasov A A *Phys. Solid State* **51** 1 (2009)
15. Дедков Г В, Кясов А А *Наноструктуры. Матем. физика и моделирование* **1** (2) 5 (2009)
16. Dorofeyev I A, Vinogradov E A *Phys. Rep.* **504** 75 (2011)
17. Milton K A *Am. J. Phys.* **79** 697 (2011)
18. Dalvit D A R, Neto P A M, Mazzitelli F D *Lecture Notes Phys.* **834** 419 (2011); arXiv:1006.4790
19. Buhmann S Y *Dispersion Forces II. Many-Body Effects, Excited Atoms, Finite Temperature and Quantum Friction* (Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 248) (Heidelberg: Springer, 2012)
20. Simpson W, Leonhardt U (Eds) *Force of the Quantum Vacuum: An Introduction to Casimir Physics* (Singapore: World Scientific, 2015)

21. Рытов С М *Теория электрических флуктуаций и теплового излучения* (М.: Изд-во АН СССР, 1953)
22. Левин М Л, Рытов С М *Теория равновесных электромагнитных флуктуаций в электродинамике* (М.: Наука, 1967)
23. Дзялошинский И Е, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *УФН* **73** 381 (1961); Dzyaloshinskii I E, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Sov. Phys. Usp.* **4** 153 (1961)
24. Бараш Ю С, Гинзбург В Л *УФН* **116** 5 (1975); Barash Yu S, Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **18** 305 (1975)
25. Бараш Ю С, Гинзбург В Л *УФН* **143** 345 (1984); Barash Yu S, Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **27** 467 (1984)
26. Бараш Ю С *Силы Ван-дер-Ваальса* (М.: Наука, 1988)
27. Mahanty J, Ninham B W *Dispersion Forces* (London: Academic Press, 1976)
28. Parsegian V A *Van der Waals Forces: A Handbook for Biologists, Chemists, Engineers, and Physicists* (New York: Cambridge Univ. Press, 2006)
29. Barton G *Ann. Physics* **245** 361 (1996)
30. Pendry J B *J. Mod. Opt.* **45** 2389 (1998)
31. Manjavacas A, Garcia de Abajo F J *Phys. Rev. A* **82** 063827 (2010)
32. Manjavacas A, Garcia de Abajo F J *Phys. Rev. Lett.* **105** 113601 (2010)
33. Maghrebi M F, Jaffe R L, Kardar M *Phys. Rev. Lett.* **108** 230403 (2012)
34. Maghrebi M F, Golestanian R, Kardar M *Phys. Rev. A* **88** 042509 (2013)
35. Peebles P J E *Principles of Physical Cosmology* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1993)
36. Weinberg S *Rev. Mod. Phys.* **61** 1 (1989)
37. Poppe T, Blum J, Henning T *Adv. Space Res.* **23** 1197 (1999)
38. Decca R S et al. *Phys. Rev. D* **68** 116003 (2003)
39. Chan H B et al. *Science* **291** 1941 (2001)
40. Chan H B et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 211801 (2001)
41. Buks E, Roukes M L *Europhys. Lett.* **54** 220 (2001)
42. Buks E, Roukes M L *Phys. Rev. B* **63** 033402 (2001)
43. Munday J N, Capasso F, Parsegian V A *Nature* **457** 07610 (2009)
44. Boström M et al. *Eur. Phys. J.* **385** 377 (2012)
45. Teodorovich E V *Proc. R. Soc. London A* **362** 71 (1978)
46. Mahanty J *J. Phys. B* **13** 4391 (1980)
47. Schaich W L, Harris J J. *Phys. F* **11** 65 (1981)
48. Levitov L S *Europhys. Lett.* **8** 499 (1989)
49. Полевой В Г *ЖЭТФ* **98** 1990 (1990); Polevoi V G *Sov. Phys. JETP* **71** 1119 (1990)
50. Høye J S, Brevik I *Physica A* **181** 413 (1992)
51. Høye J S, Brevik I *Physica A* **196** 241 (1993)
52. Høye J S, Brevik I *Europhys. Lett.* **91** 60003 (2010)
53. Høye J S, Brevik I *Eur. Phys. J. D* **64** 1 (2011)
54. Høye J S, Brevik I *Int. J. Mod. Phys. A* **27** 1260011 (2012)
55. Høye J S, Brevik I *Eur. Phys. J. D* **68** 61 (2014)
56. Høye J S, Brevik I, Milton K A *J. Phys. A* **48** 365004 (2015)
57. Høye J S, Brevik I *J. Phys. Condens. Matter* **27** 214008 (2015)
58. Milton K A, Høye J S, Brevik I *Symmetry* **8** 29 (2016)
59. Tomassone M S, Widom A *Phys. Rev. B* **56** 4938 (1997)
60. Pendry J B *J. Phys. Condens. Matter* **9** 10301 (1997)
61. Pendry J B *J. Phys. Condens. Matter* **11** 6621 (1999)
62. Pendry J B *New J. Phys.* **11** 033028 (2010)
63. Pendry J B *New J. Phys.* **12** 068002 (2010)
64. Philbin T G, Leonhardt U *New J. Phys.* **11** 033035 (2009)
65. Leonhardt U *New J. Phys.* **12** 068001 (2010)
66. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Low-Dim. Struct.* **7/8** 17 (1998)
67. Volokitin A I, Persson B N J *J. Phys. Condens. Matter* **11** 345 (1999)
68. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Rev. B* **63** 205404 (2001)
69. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Rev. B* **65** 115419 (2002)
70. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Rev. B* **68** 155420 (2003)
71. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Rev. B* **74** 205413 (2006)
72. Volokitin A I, Persson B N J *Phys. Rev. B* **78** 155437 (2008)
73. Volokitin A I, Persson B N J *New J. Phys.* **13** 068001 (2011)
74. Volokitin A I, Persson B N J *New J. Phys.* **16** 18001 (2014)
75. Mkrtchian V E *Phys. Lett. A* **207** 299 (1995)
76. Mkrtchian V E et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 220801 (2003)
77. Mkrtchian V E *Armen. J. Phys.* **1** 229 (2009)
78. Mkrtchian V E, Henkel C *Ann. Physik* **526** 87 (2014)
79. Mkrtchian V E, Henkel C *Armen. J. Phys.* **7** 106 (2014)
80. Dedkov G V, Kyasov A A *Phys. Lett. A* **259** 38 (1999)
81. Kyasov A A, Dedkov G V *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B* **195** 247 (2002)
82. Дедков Г В, Кясов А А *ФТТ* **45** 1809 (2003); Dedkov G V, Kyasov A A *Phys. Solid State* **45** 1815 (2003)
83. Dedkov G V, Kyasov A A *Phys. Low-Dim. Struct.* **1/2** 1 (2003)
84. Дедков Г В, Кясов А А *Письма в ЖТФ* **29** (1) 36 (2003); Dedkov G V, Kyasov A A *Tech. Phys. Lett.* **29** (1) 16 (2003)
85. Dedkov G V, Kyasov A A *Phys. Lett. A* **339** 212 (2005)
86. Dedkov G V, Kyasov A A *J. Phys. Condens. Matter* **20** 354006 (2008)
87. Dedkov G V, Kyasov A A *Surf. Sci.* **604** 562 (2010); arXiv: 1408.6995
88. Dedkov G V, Kyasov A A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B* **268** 599 (2010)
89. Dedkov G V, Kyasov A A *Surf. Sci.* **606** 46 (2012)
90. Dedkov G V, Kyasov A A *Europhys. Lett.* **99** 64002 (2012)
91. Dedkov G V, Kyasov A A *J. Comput. Theor. Nanosci.* **10** 1 (2013)
92. Barton G *New J. Phys.* **12** 113044 (2010)
93. Barton G *New J. Phys.* **12** 113045 (2010)
94. Barton G *New J. Phys.* **13** 043023 (2011)
95. Barton G *J. Phys. Condens. Matter* **23** 335004 (2011)
96. Barton G *Int. J. Mod. Phys. A* **27** 1260002 (2012)
97. Henkel C et al. *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* **4** S109 (2002)
98. Intravaia F, Henkel C, Antezza M *Lecture Notes Phys.* **834** 345 (2011)
99. Pieplow G, Henkel C *New J. Phys.* **14** 023027 (2013)
100. Pieplow G, Henkel C *J. Phys. Condens. Matter* **27** 214001 (2015)
101. Intravaia F, Behunin R O, Dalvit D A R *Phys. Rev. A* **89** 050101(R) (2014)
102. Intravaia F et al. *J. Phys. Condens. Matter* **27** 214008 (2015)
103. Krüger M et al. *Phys. Rev. B* **86** 115423 (2012)
104. Maghrebi M F, Golestanian R, Kardar M *Phys. Rev. D* **87** 025016 (2013)
105. Dedkov G V, Kyasov A A *Phys. Scripta* **89** 105501 (2014)
106. Kyasov A A, Dedkov G V *Armen. J. Phys.* **2** (3) 176 (2014)
107. Dedkov G V, Kyasov A A *Int. J. Mod. Phys.* **32** 1550237 (2015)
108. Volokitin A I *Phys. Rev. A* **91** 032505 (2015)
109. Дедков Г В, Кясов А А *Письма в ЖТФ* **42** (1) 17 (2016); Dedkov G V, Kyasov A A *Tech. Phys. Lett.* **42** 8 (2016)
110. Волокитин А И, Перссон Б Н Й *Письма в ЖЭТФ* **103** 251 (2016); Volokitin A I, Persson B N J *JETP Lett.* **103** 228 (2016)
111. Kyasov A A, Dedkov G V *Phys. J. (AIS)* **2** (3) 176 (2016)
112. Dedkov G V, Kyasov A A, arXiv:1601.02353
113. Goldstein H, Poole C, Safko J *Classical Mechanics* (Cambridge, Mass.: Addison-Wesley Press, 1950); Пер. на русск. яз.: Голдстейн Г, Пул Ч, Сафко Д *Классическая механика* (М. – Ижевск: РХД, 2012)
114. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика Ч. 1* (М.: Физматлит, 2002); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Statistical Physics Vol. 1* (Oxford: Pergamon Press, 1980)
115. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика Ч. 2* (М.: Физматлит, 2001); Пер. на англ. яз.: Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Statistical Physics Vol. 2* (Oxford: Pergamon Press, 1980)
116. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Физматлит, 2001); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)
117. Ferrell T L, Ritchie R H *Phys. Rev. A* **21** 1305 (1980)
118. Annett J F, Echenique P M *Phys. Rev. B* **34** 6853 (1986)
119. Dedkov G V, Kyasov A A *Surf. Sci.* **605** 1077 (2011)
120. Дедков Г В, Кясов А А *ЖТФ* **84** (4) 148 (2014); Dedkov G V, Kyasov A A *Tech. Phys.* **59** 616 (2014)
121. Zhao R et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 123604 (2012)
122. Дедков Г В, Кясов А А *ЖТФ* **87** 1255 (2017); Kyasov A A, Dedkov G V, arXiv:1605.06036
123. Lach G, de Kieviet M, Jentschura U D *Cent. Eur. J. Phys.* **10** 763 (2012)
124. Lach G, DeKieviet M, Jentschura U D *Phys. Rev. Lett.* **108** 043005 (2012)
125. Henry G R et al. *Phys. Rev.* **176** 1451 (1968)
126. Bracewell R N, Conklin E K *Nature* **219** 343 (1968)
127. Heer C V, Kohl R H *Phys. Rev.* **174** 1611 (1968)

128. Peebles P J E, Wilkinson D T *Phys. Rev.* **174** 2168 (1968)
129. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Физматлит, 2003); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000)
130. Dedkov G V, Kyasov A A, arXiv:1504.01588
131. Зельдович Я Б *Письма в ЖЭТФ* **14** 270 (1971); Zel'dovich Ya B *JETP Lett.* **14** 180 (1971)
132. Maghrebi M F, Jaffe R L, Kardar M *Phys. Rev. A* **90** 012515 (2014)
133. Dedkov G V, Kyasov A A *Europhys. Lett.* **78** 44005 (2007)
134. Datta T, Ford L H *Phys. Lett. A* **83** 314 (1981)
135. Dorofeyev I A *J. Phys. A* **31** 4369 (1998)
136. Antezza M, Pitaevskii L P, Stringari S *Phys. Rev. Lett.* **95** 113202 (2005)
137. Antezza M et al. *Phys. Rev. Lett.* **97** 223203 (2006)
138. Antezza M et al. *J. Phys. A* **39** 6117 (2006)
139. Buhmann S Y, Scheel S *Phys. Rev. Lett.* **100** 253201 (2008)
140. Дедков Г В, Кясов А А *Письма в ЖТФ* **34** (22) 1 (2008); Dedkov G V, Kyasov A A *Tech. Phys. Lett.* **34** 950 (2008)
141. Frank I M, Ginzburg V L *J. Phys. USSR* **9** 353 (1945)
142. Гинзбург В Л *УФН* **166** 1033 (1996); Ginzburg V L *Phys. Usp.* **39** 973 (1996)
143. Kyasov A A, Dedkov G V, arXiv:1602.03432
144. Kyasov A A, Dedkov G V, arXiv:1303.7421
145. Chen F et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 101801 (2002)
146. Chen F et al. *Phys. Rev. A* **72** 020101(R) (2005)
147. Lamoreaux S K *Phys. Rev. Lett.* **78** 5 (1997)
148. Lamoreaux S K *Rep. Prog. Phys.* **68** 201 (2005)
149. Mohideen U, Roy A *Phys. Rev. Lett.* **81** 4549 (1998)
150. Harris B W, Chen F, Mohideen U *Phys. Rev. A* **62** 052109 (2000)
151. Chen F, Mohideen U *J. Phys. A* **39** 6223 (2006)
152. Harber D M et al. *Phys. Rev. A* **72** 033610 (2005)
153. Obrecht J M et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 063201 (2007)
154. Derjaguin B V, Abrikosova I I, Lifshitz E M *Q. Rev. Chem. Soc.* **10** 295 (1956)
155. Klimchitskaya G L, Mostepanenko V M *Proc. Peter The Great St. Petersburg Polytechnic Univ.* (1) 41 (2015); arXiv: 1507.02393
156. Castillo-Garza R et al. *Phys. Rev. B* **88** 075402 (2013)
157. Klimchitskaya G L, Mohideen U, Mostepanenko V M *Rev. Mod. Phys.* **81** 1827 (2009)
158. Kittel A et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 224301 (2005)
159. Narayanaswamy A, Shen S, Chen G *Phys. Rev. B* **78** 115303 (2008)
160. Shen S, Narayanaswamy A, Chen G *Nano Lett.* **9** 2909 (2009)
161. Shen S et al. *Appl. Phys. A* **96** 357 (2009)
162. Ottens R S et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 014301 (2011)
163. Shen S et al. *Appl. Phys. Lett.* **100** 233114 (2012)
164. Park K, Zhang Z *Front. Heat Mass Transfer* **4** 013001 (2013)
165. Gu N, Sasihithlu K, Narayanaswamy, in *Renewable Energy and the Environment, OSA Technical Digest* (Washington, DC: Optical Society of America, 2011) CD
166. Xu J B et al. *J. Appl. Phys.* **76** 7209 (1994)
167. Tschikin M et al. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **50** 10603 (2010)
168. Mulet J P et al. *Appl. Phys. Lett.* **78** 2931 (2001)
169. Dorofeyev I A *J. Phys. D* **31** 600 (1998)
170. Polder D, Van Hove M *Phys. Rev. B* **4** 3303 (1971)
171. Левин М Л, Полевой В Г, Рытов С М *ЖЭТФ* **79** 2087 (1980); Levin M L, Polevoi V G, Rytov S M *Sov. Phys. JETP* **52** 1053 (1980)
172. Loomis J J, Maris H J *Phys. Rev. B* **50** 18517 (1994)
173. Дедков Г В, Кясов А А *Письма в ЖТФ* **35** (7) 305 (2007); Dedkov G V, Kyasov A A *Tech. Phys. Lett.* **33** 594 (2007)
174. Dedkov G V, Kyasov A A *Surf. Sci.* **605** 429 (2011)
175. Chapuis P-O et al. *Appl. Phys. Lett.* **92** 210906 (2008)
176. Lim M, Lee S S, Lee B J *Phys. Rev. B* **91** 195136 (2015)
177. Dorofeyev I A et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 2402 (1999)
178. Gotsmann B et al. *Phys. Rev. B* **60** 11051 (1999)
179. Gotsmann B, Fuchs H *Phys. Rev. Lett.* **86** 2597 (2001)
180. Stipe B C et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 096801 (2001)
181. Kuehn S, Loring R F, Marohn J A *Phys. Rev. Lett.* **96** 156103 (2006)
182. Kisiel M et al. *Nature Mater.* **10** 119 (2011)
183. Giessibl F G *Rev. Mod. Phys.* **75** 949 (2003)
184. Дедков Г В *ФТТ* **48** 700 (2006); Dedkov G V *Phys. Solid State* **48** 747 (2006)
185. Persson B N J, Volokitin A I *Phys. Rev. Lett.* **84** 3504 (2000)
186. Volokitin A I, Persson B N J, Ueba H *Phys. Rev. B* **73** 165423 (2006)
187. Волокитин А И, Перссон Б Н Дж, Уэба Х *ЖЭТФ* **131** 107 (2007); Volokitin A I, Persson B N J, Ueba H *JETP* **104** 96 (2007)
188. Krim J, Widom A *Phys. Rev. B* **38** 12184 (1988)
189. Tomassone M S et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 4798 (1997)
190. Bruschi L, Mistura G *Phys. Rev. B* **63** 235411 (2001)
191. Shih A, Parsegian V A *Phys. Rev. A* **12** 835 (1975)
192. Mehl M J, Schaich W L *Phys. Rev. A* **16** 921 (1977)
193. Arnold W, Hunklinger S, Dransfeld K *Phys. Rev. B* **19** 6049 (1979)
194. Failache H et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 5467 (1999)
195. Fichet M et al. *Europhys. Lett.* **77** 54001 (2007)
196. Sukenik C I et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 560 (1993)
197. Dedkov G V, Kyasov A A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B* **183** 241 (2001)
198. Dedkov G V, Kyasov A A *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B* **237** 507 (2005)
199. Волокитин А И *Письма в ЖЭТФ* **104** 534 (2016); Volokitin A I *JETP Lett.* **104** 504 (2016)
200. Greffet J-J et al. *Nature* **416** 61 (2002)
201. Kane B E *Phys. Rev. B* **82** 115441 (2010)
202. Вибе Д З, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (СПб.: Главная астрономическая обсерватория РАН, 2003)
203. Draine B T *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **41** 241 (2003)
204. Krügel E *An Introduction to the Physics of Interstellar Dust* (New York: Taylor and Francis, 2008)
205. Izotov Y I et al. *Astron. Astrophys.* **570** A97 (2014)

Fluctuation-electromagnetic interaction under dynamic and thermal nonequilibrium conditions

G.V. Dedkov, A.A. Kyasov

*Kh.M. Berbekov Kabardino-Balkarian State University,
ul. Chernyshevskogo 173, 360004 Nalchik, Kabardino-Balkarian Republic, Russian Federation
E-mail: gv_dedkov@mail.ru, aa_kyasov@mail.ru*

This systematic review summarizes theoretical developments related to the relativistic and nonrelativistic fluctuation-electromagnetic interaction of bodies of different temperature moving translationally and (or) rotationally relative to one another. The small particle-plate and small particle-vacuum background configurations are considered as the basic ones. A method is presented for calculating the basic characteristics of this interaction, namely, the conservative-dissipative forces and torques, the heating (cooling) rates, and the intensities of the thermal and nonthermal radiation fluxes that arise under "Cherenkov friction" conditions. Experimental results and possible applications are discussed.

Keywords: fluctuation-electromagnetic interaction of moving bodies, Casimir friction, quantum friction, thermal and nonthermal radiation under translational-rotational motion of particles in vacuum

PACS numbers: **41.20.** – q, **42.50.Wk**, **44.40.** + a

Bibliography — 205 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **187** (6) 599–627 (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.12.038006>

Received 1 August 2016, revised 28 November 2016

Physics – Uspekhi **60** (6) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.12.038006>