

**ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ**

**Сверхизлучение: принципы генерации и реализация в лазерах\***

Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский

*На основе подхода электродинамики сплошных активных сред дан теоретический анализ различных режимов коллективного спонтанного излучения ансамблей дипольных осцилляторов. Рассмотрены недавние эксперименты по наблюдению явления суперфлуоресценции. Особое внимание уделяется эффектам распространения и взаимодействия неоднородных волн поляризации активных центров и электромагнитного поля. Обсуждаются особенности динамики и перспективы реализации сверхизлучающих лазеров с использованием низкодобротных резонаторов.*

**Ключевые слова:** коллективное спонтанное излучение, сверхизлучение Дике, когерентные процессы, селекция мод, многомодовые лазеры

PACS numbers: 32.50.+d, 32.80.Qk, 42.50.Nn, 42.55.-f

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.03.038098>

**Содержание**

1. **Введение. От квантовой задачи о сверхизлучении Дике к классической задаче о диссипативной неустойчивости (367).**  
1.1. Многопланность понятия "сверхизлучение". 1.2. Метод электродинамики сплошных сред. 1.3. Некоторые перспективные задачи.
2. **Модель среднего поля, квантовые флуктуации и классические аналоги суперфлуоресценции (370).**  
2.1. Полуклассические уравнения двухуровневой модели. 2.2. Пространственное усреднение полей. 2.3. Квантование мод с отрицательной энергией и флуктуации суперфлуоресценции. 2.4. Классические аналоги коллективного спонтанного излучения.
3. **Особенности кооперативного излучения в распределенных системах (374).**  
3.1. Основания для одномерного приближения. 3.2. Полуклассические одномерные уравнения. 3.3. Дисперсия волн и мод. 3.4. Нелинейно-волновые взаимодействия. 3.5. Проявления динамики излучения.
4. **Наблюдения суперфлуоресценции ансамблей диполей и коллективной рекомбинации электронов и дырок (381).**  
4.1. Эксперименты продолжаются. 4.2. Пример исследования суперфлуоресценции в газе. 4.3. Кооперативная рекомбинация свободных электронов и дырок. 4.4. Вопросы физики суперфлуоресценции экситонов. 4.5. Моделирование суперфлуоресценции в полуоткрытом резонаторе Фабри – Пере.

**Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская.**  
Институт прикладной физики РАН,  
ул. Ульянова 46, 603950 Нижний Новгород, Российская Федерация  
E-mail: kochar@appl.sci-nnov.ru, zhelez@appl.sci-nnov.ru,  
katya@appl.sci-nnov.ru

**В.В. Кочаровский.** Институт прикладной физики РАН,  
ул. Ульянова 46, 603950 Нижний Новгород, Российская Федерация;  
Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University,  
College Station, Texas 77843, USA. E-mail: vkochar@physics.tamu.edu

*Статья поступила 3 марта 2017 г.*

5. **Суперфлуоресценция мод при импульсной накачке и сверхизлучательная генерация при непрерывной накачке в низкодобротном резонаторе (386).**  
5.1. Горячие моды в случае однородного уширения спектральной линии. 5.2. Аналитическая теория "разгрузки" инверсии в резонаторе Фабри – Пере. 5.3. Низкодобротный резонатор с распределённой обратной связью волн. 5.4. Суперфлуоресценция в комбинированном резонаторе в случае умеренного неоднородного уширения спектральной линии. 5.5. Суперфлуоресценция в случае сильного неоднородного уширения спектральной линии. 5.6. Сверхизлучение при непрерывной накачке и динамика лазеров. 5.7. Импульсная генерация в сверхизлучающих лазерах. 5.8. Сверхизлучающие лазеры с сильным неоднородным уширением спектральной линии. 5.9. Эффекты взаимодействия мод в многомодовых сверхизлучающих лазерах.
6. **Заключение (405).**

**Список литературы (407).**

**1. Введение. От квантовой задачи о сверхизлучении Дике к классической задаче о диссипативной неустойчивости**

**1.1. Многопланность понятия "сверхизлучение"**

Эффектный термин "сверхизлучение", первоначально предложенный Дике [1] для описания вполне определённого явления коллективного спонтанного излучения сосредоточенного ансамбля дипольных осцилляторов, во многих современных работах применяется для значительно более разнообразного класса задач, обладает самыми различными оттенками и в целом несёт более широкую, а следовательно, менее конкретную смысловую нагрузку.

\* Обзор в расширенном виде отражает содержание доклада авторов, представленного на Научной сессии Отделения физических наук Российской академии наук "К 100-летию со дня рождения Виталия Лазаревича Гинзбурга", состоявшейся 5 октября 2016 г. (см. УФН 187 443 (2017)). (Примеч. ред.)

вую нагрузку. Неизменным в различных контекстах остаётся лишь его значение, характеризующее сферированность излучения элементов какой-либо системы: ядерных спинов или атомов, простых или органических молекул, примесных центров в стекле или квантовых точек в полупроводниковом кристалле, джозефсоновских контактов или микролазеров на чипе,nano- или макроэлементов антенной решётки и пр.

Когерентный механизм излучения, основанный на фазировке элементов различных микроволновых антенн или генераторов, широко применялся и изучался в середине XX в. ещё до появления работы Дике. Хорошо известный пример даёт радиолокация, где диаграмма направленности фазированной антенной решётки регулируется изменением амплитудно-фазового распределения токов возбуждения на излучающих элементах.

В настоящем обзоре мы будем использовать не только широкое, но и специализированное значение термина "сверхизлучение", выделяющее задачи, в которых принципиально важна когерентная динамика диполей-осцилляторов, взаимодействующих посредством собственного поля излучения (о различных аспектах терминологии см. [2–5]). Более того, будем считать радиационное взаимодействие доминирующим в процессах перехода отдельных активных центров между энергетическими уровнями, в частности, определяющим время спонтанного перехода как для изолированного возбуждённого центра ( $T_1$ ), так и для ансамбля возбуждённых центров в целом ( $T_{lc} < T_1$ ). Применительно к явлению спонтанного излучения рассматриваемое сверхизлучательное поведение возникает в достаточно плотном ансамбле возбуждённых активных центров с близкими или равными частотами переходов в условиях, когда квантовые флуктуации излучающих дипольных моментов активных центров приобретают кооперативный характер, отражающийся и на квантовых флуктуациях общего электромагнитного поля (см. раздел 2).

В этих условиях невозможны вычисление времени спонтанного перехода на основе "золотого правила" Ферми и сама интерпретация спонтанного перехода того или иного активного центра с высоколежащих энергетических уровней на низколежащие как результат действия какой-либо комбинации независимых вакуумных (квантовых) флуктуаций его дипольного момента и окружающего электромагнитного поля. Впрочем, как и в случае спонтанного излучения изолированного дипольного осциллятора (ср., например, [6–9]), в такого рода интерпретации нет необходимости, поскольку природа спонтанного излучения, в том числе коллективного, может быть объяснена вполне классически [3, 10–15]. Как и 30 лет назад [16], ниже мы опираемся именно на это обстоятельство, неоднократно подчёркивавшееся в беседах с нами В.Л. Гинзбургом, 100-летию со дня рождения которого посвящён настоящий обзор.

## 1.2. Метод электродинамики сплошных сред

Важнейшей причиной изменения характера излучения, в том числе спонтанного, отдельного активного центра в плотном ансамбле является существенное изменение структуры, дисперсии и декремента (инкремента) самосогласованных собственных колебаний или волн осциллирующих диполей и электромагнитного поля по сравнению со структурой тех же характеристик электромагнитных колебаний или волн, которые для той же

электродинамической ситуации могут существовать в вакууме в пределе сильно разрежённого ансамбля, когда активные центры фактически являются изолированными. Подобное существенное изменение собственных электромагнитных возбуждений возникает, разумеется, не только в вакууме, но и при помещении плотного ансамбля в среду или электродинамическую систему (волновод, резонатор), где волны и колебания тоже модифицируются самосогласованными осцилляциями диполей активных центров. Такого рода "стороннюю среду" в задачах о сверхизлучении обычно можно считать пассивной (как и вакуум) и характеризовать положительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0$  и неотрицательной омической проводимостью<sup>1</sup>  $\sigma_0$ . При этом предполагается, что внешние электромагнитные волны отсутствуют, т.е. поле излучения создаётся активными центрами спонтанно благодаря их приведению в возбуждённые состояния в начальный момент времени и/или под действием непрерывной некогерентной (нерезонансной) накачки.

В подобных условиях коллективное спонтанное излучение, происходящее за характерное время  $T_{lc}$ , значительно меньшее  $T_1$ , имеет место тогда, когда указанные самосогласованные колебания и волны имеют инкременты ( $\sim T_{lc}^{-1}$ ), существенно превышающие скорость некогерентной релаксации свободных (парциальных) колебаний дипольного момента отдельного активного центра  $T_2^{-1}$ , определяемую временем затухания или сбоя фазы этих колебаний,  $T_2 \lesssim T_1$ . Принципиально, что процесс коллективного спонтанного излучения может начинаться с уровня квантовых или тепловых шумов, и тогда в отсутствие непрерывной накачки он называется *суперфлуоресценцией*. В общем случае, когда имеются начальные, пусть небольшие, сферические колебания дипольных моментов активных центров, например, вызванные затравочным импульсом внешнего резонансного электромагнитного поля, такой процесс называется *сверхизлучением*. Наконец, при наличии непрерывной накачки уместно говорить о *сверхизлучательной лазерной генерации*. Важно, что во всех перечисленных ситуациях природа процесса едина и с квантовой точки зрения может быть связана с индуцированным излучением активными центрами квантов указанных самосогласованных колебаний или волн, а с классической точки зрения сводится к известной многогранной проблеме либо *активных квазистатических систем* (сосредоточенных генераторов) в случае локализованного сгустка или небольшого числа активных центров, занимающих область с размером, меньшим длины излучаемой волны  $\lambda_0$ , либо *электродинамики сплошных активных сред* (распределённых усилителей и генераторов) в случае большого числа активных центров, занимающих протяжённую область размером  $B \gtrsim \lambda_0$  [3, 7, 18–20].

Сформулированный классический подход электродинамики сплошных активных сред к рассматриваемому явлению сверхизлучения был развит в 1980-е годы и

<sup>1</sup> Если в месте расположения или вблизи диполей-осцилляторов находится активная "сторонняя среда", усиливающая электромагнитное поле на частотах их колебаний (так что  $\sigma_0 < 0$ ), то за счёт эффектов ближнего поля, даже в отсутствие усиливаемых ею электромагнитных волн, она может привести к неустойчивости основного состояния активных центров и тем самым сделать невозможной стандартную постановку задачи о спонтанном излучении [17].

впервые последовательно был изложен в [3], хотя его эффективность вряд ли могла вызывать сомнения уже в 1970-е годы после проведённого тогда квантового анализа как одноимпульсной суперфлуоресценции в сосредоточенной модели, так и осцилляторной суперфлуоресценции в распределённом образце (см., например, работы [10, 11, 21]). В 1950-е–1960-е годы возможности самопроизвольной фазировки дипольных осцилляторов в плотном ансамбле особого внимания не уделялось и теоретический анализ сверхизлучательных процессов, следуя работе Дике [1], преимущественно касался особенностей коллективного спонтанного излучения тех или иных систем двухуровневых активных центров, приготовленных в сфазированных состояниях импульсом внешнего электромагнитного поля. Необходимо отметить, что последняя ситуация применительно к коллективному спонтанному радиоизлучению сосредоточенного ансамбля спинов, прежде всего ядерных, давно хорошо известна и качественно обсуждалась ещё до появления указанной работы Дике (см. [22–26]), хотя первые отчётливые эксперименты [27–34] в этой области исследований были реализованы позднее первых надёжных экспериментов по суперфлуоресценции атомов и молекул в оптике [35–42].

Большая часть этих экспериментов, как и исходная задача Дике, относилась к ансамблям с достаточно слабым неоднородным уширением частот переходов активных центров и описывалась в модели среднего поля или одностороннего сверхизлучения (см., например, известные обзоры и книги [12, 14, 43–47], а также разделы 2 и 3). Во всех подобных случаях, как показано в [3, 16, 48], в основе коллективного спонтанного излучения лежит диссипативная (излучательная) неустойчивость самосогласованных колебаний поляризации или волн поляризации, обладающих отрицательной энергией и индуцирующих ускоренное синхронное высовечивание внутренней энергии диполей-осцилляторов. В разделе 2 будет продемонстрировано, что данный подход позволяет не только изучить полуклассическую динамику коллективного спонтанного излучения, но и построить эффективное квантовое описание широкого круга классических по постановке задач о сверхизлучении, инициированных квантовыми расчётами Дике в 1954 г. и его последователей в 1960–1970-х годах [21, 49–55].

В рамках разработанного подхода качественную интерпретацию находит и целый ряд недавних экспериментов, посвящённых изучению коллективного спонтанного излучения в различных ансамблях дипольных осцилляторов (см., например, [56–68, 315\*]), некоторые из этих экспериментов будут рассмотрены далее (см. раздел 4). Особый интерес представляют экспериментальные исследования фазовых переходов в системах радиационно взаимодействующих диполей, в том числе неравновесных, но не обязательно обладающих инверской населённостью энергетических уровней [69–73].

Пример открытой системы, демонстрирующей неравновесный фазовый переход, приведён в работе [74]. Система образована ансамблем помещённых в оптический резонатор многоуровневых атомов, участвующих в переходах при комбинационном рассеянии в присут-

ствии внешнего управляющего лазерного поля. Наличие последнего принципиально для существования фазового перехода Дике в состояние с ненулевой интенсивностью оптического излучения, генерируемого атомами<sup>2</sup>. В последнее время изучались и различные аналоги этой открытой системы, допускающие фазовые переходы, а первое экспериментальное доказательство их существования представлено в работах [70, 71]. Такие фазовые переходы, включая гипотетический квантовый фазовый переход Дике [15, 83–86], не связаны с коллективной генерацией импульсов излучения, обсуждаемой в настоящем обзоре, и поэтому соответствующие исследования последних лет будут лишь упомянуты в заключении.

### 1.3. Некоторые перспективные задачи

В настоящем обзоре основное внимание мы уделим экспериментальным попыткам осуществления и теоретическим представлениям об условиях реализации явления сверхизлучения (или суперфлуоресценции) в ансамблях диполей с большим неоднородным уширением спектральной линии, когда коллективное спонтанное излучение невозможно без селекции излучаемых электромагнитных мод либо модификации собственных энергетических состояний диполей и их распределения по этим состояниям. Такие попытки обусловлены многообещающими приложениями и ожидаемой богатой динамикой генерации различных сверхизлучательных мод как в начальной постановке задачи об излучении предварительно возбуждённых диполей, так и при наличии непрерывно действующей накачки. В последнем случае речь идёт о сверхизлучающих лазерах, создание которых может основываться на ряде недавно разработанных активных сред и может открыть новые перспективы не только для проведения ярких фундаментальных экспериментов на стыке квантовой и классической физики многочастичных систем, но и для развития важных приложений, например, в информационных технологиях и спектроскопии.

Следует отметить, что различные проявления коллективного спонтанного излучения для ансамблей дипольных осцилляторов с неоднородным уширением спектральной линии могут не сводиться к генерации волн поляризации или поляритонных мод с отрицательной энергией или совсем не включать их в себя, а описываться возбуждением и нелинейным взаимодействием более широкого набора электромагнитных мод или волн, которые связаны с колебаниями диполей-осцилляторов в тех или иных частях этой спектральной линии и обладают положительной энергией. Тем не менее для сверхизлучения всегда характерно наличие достаточно быстрых переходных или корреляционных явлений, которым отвечает спектральная полоса, охватывающая собственные частоты диполей-осцилляторов, формирующих соответствующие электромагнитные волны или моды, что и предопределяет индуцированную излучением самофазировку колебаний диполей, а следовательно, коллективные эффекты их поведения.

Обзор построен следующим образом. Раздел 2 посвящён описанию явления коллективного спонтанного

\* Работа [315] добавлена авторами в список литературы при корректире. (Примеч. ред.)

<sup>2</sup> Следует отметить, что в замкнутой системе атомов подобный фазовый переход Дике, предсказывавшийся в работах [75–77], невозможен ввиду наличия в гамильтониане члена, пропорционального квадрату векторного потенциала поля (см. [78–82]).

излучения в простейших моделях среднего поля, а раздел 3 — в более продвинутых моделях распределённых систем, где для простоты в основном имеются в виду однородно уширенные спектральные линии. В разделе 4 обсуждаются наблюдения суперфлуоресценции волн непрерывного спектра в различных неравновесных средах, при этом особое внимание уделяется коллективной электрон-дырочной рекомбинации в полупроводниках. В разделе 5 рассматривается динамика дискретных мод и описываются ожидаемые режимы суперфлуоресценции при импульсной накачке и сверхизлучательной генерации при непрерывной накачке активных сред в комбинированных низкодобротных резонаторах. Заключение (раздел 6) содержит общие выводы и касается проблем сверхизлучающих лазеров и коллективных состояний в многочастичных системах с радиационным и нерадиационным взаимодействиями.

## 2. Модель среднего поля, квантовые флуктуации и классические аналоги суперфлуоресценции

### 2.1. Полуклассические уравнения двухуровневой модели

Для определённости будем иметь в виду, если не оговорено противное, хорошо зарекомендовавшее себя двухуровневое приближение точечных активных центров в виде диполей-осцилляторов на частоте  $\omega_{21}$  с дипольным моментом перехода  $\mathbf{d}$  (возможное вырождение уровней для простоты не учитываем). Тогда в используемом нами подходе электродинамики сплошных активных сред [3, 20, 53, 87–89] основные свойства коллективных квантово-электродинамических явлений, в том числе сверхизлучения Дике, описываются следующими уравнениями Максвелла для электрического и магнитного полей  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{B}$  и полуklassическими уравнениями для поляризации  $\mathcal{P}$  (дипольного момента единицы объёма) и разности населённостей  $N = N_2 - N_1$  верхнего и нижнего уровней энергии активных центров единицы объёма:

$$\text{rot } \mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathcal{B} = -\frac{1}{c} \frac{\partial (\epsilon_0 \mathcal{E} + 4\pi \mathcal{P})}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma_0}{c} \mathcal{E}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + (\omega_{21}^2 + T_2^{-2}) \mathcal{P} = -\frac{\omega_c^2}{\pi} \mathcal{E}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N - N_p}{T_1} = \frac{2}{\hbar\omega_{21}} \mathcal{E} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}, \quad (3)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. В общем случае предполагается, что активные центры размещены с концентрацией  $N_0(\mathbf{r})$  в матрице (пусть изотропной) с действительными диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0(\mathbf{r})$  и омической проводимостью  $\sigma_0(\mathbf{r})$  и находятся под действием нерезонансной накачки, создающей в каждом активном центре инверсию населённостей  $D_p = N_p(\mathbf{r}, t)/N_0(\mathbf{r})$  со скоростью  $T_1^{-1}$ , учитывающей и вклад его индивидуальной спонтанной релаксации (как безвызлучательной, так и излучательной со скоростью  $T_{01}^{-1} = 4d^2\omega_{21}^3\sqrt{\epsilon_0}/(3\hbar c^3)$  для изолированного центра).

Уравнения (1)–(3) должны быть дополнены начальными условиями, а также краевыми условиями на границах активной среды, матрицы и дополнительных электродинамических конструкций, например стенок волново-

дов и резонаторов. Формально неоднородность распределения активных центров  $N_0(\mathbf{r})$  учитывается коэффициентом перед электрическим полем в уравнении (2) — квадратом зависящей от инверсии "кооперативной частоты"

$$\omega_c^2 = \frac{2\pi d^2 \omega_{21} N_0 D}{\hbar}, \quad (4)$$

положительным при положительной инверсии  $D = N(\mathbf{r}, t)/N_0(\mathbf{r})$  ( $|D| \leq 1$ ). Для простоты здесь и во многих случаях ниже мы не учитываем возможные различия частот активных центров, т.е. неоднородное уширение их спектральной линии, и опускаем в кооперативной частоте фактор  $\sim 1/3$ , связанный с усреднением по ориентациям активных диполей, полагая для всех них  $\mathbf{d} \parallel \mathcal{E}$ , так что уравнения (2) и (3) по существу записаны для квантово-механических средних дипольного момента и инверсии одного неподвижного активного центра,  $\langle \mathbf{d} \rangle = \mathcal{P}/N_0$  и  $\langle D \rangle$  соответственно (здесь угловые скобки означают квантово-механическое усреднение, а не усреднение по пространству, как всюду ниже). Разумеется, уравнения (1)–(3) не несут информации о квантовых авто- или кросскорреляциях в поведении отдельных активных центров и о неклассических квантовых свойствах электромагнитного поля, тоже представляющих интерес и начинаяющихся изучаться в последнее время [15, 90–96].

Если характерный размер  $B$  всей системы мал по сравнению с так называемой кооперативной длиной  $c/\omega_c$  (обычно определяемой при  $D = 1$  и не зависящей от  $\epsilon_0$ ), то эффектами запаздывания коллективного спонтанного излучения и неоднородности распределения активных центров обычно можно пренебречь и использовать модель среднего поля, во многом эквивалентную модели крупинки Дике<sup>3</sup> [47, 106–110].

### 2.2. Пространственное усреднение полей

Имеются два основных варианта перехода к модели среднего поля. Первый — усреднение по объёму  $V$ , занимаемому ансамблем, амплитуд полей, фигурирующих в уравнениях (1)–(3), и исключение пространственных производных из уравнения (1) с учётом радиационных потерь, т.е. посредством замены омических потерь  $\sigma_0$  эффективной величиной  $\sigma = \sigma_0 + \sigma_{\text{rad}}$ , включающей в себя потери на излучение через все грани образца  $\sigma_{\text{rad}}$ .

<sup>3</sup> Как известно [3, 89, 97], хаотическое движение атомов (молекул) в газе в условиях их неизбежного диполь-дипольного взаимодействия (вайскопфовских столкновений) приводит к сильной релаксации поляризации, т.е. дипольного момента единичного объёма среды, со скоростью  $T_2^{-1} \simeq N_0 d^2/\hbar$  и делает невозможным предсказанное Дике сверхизлучение в крупинках — образцах с объёмом  $V < \lambda_0^3$ , где  $\lambda_0 = 2\pi c_0/\omega_{21}$  — длина волны излучения,  $c_0 = c/\sqrt{\epsilon_0}$  — скорость света в матрице. Согласно ряду [20, 98–104] экспериментальных фактов и теоретических аргументов, в подобной крупинке сверхизлучение ансамбля активных центров возможно только при их определённом пространственно ориентированном упорядочении, которое ослабляет некогерентную релаксацию поляризации из-за взаимодействия диполей и делает важным учёт отличий действующего поля от среднего, которыми здесь мы для простоты пренебрегаем. Примером важной роли указанных отличий может служить модель антисегнетоэлектрического фазового перехода Дике, предсказывающая возможность спонтанного формирования квазистатической поляризационной структуры в термодинамически равновесном газе дипольно взаимодействующих двухуровневых молекул [105].

Второй — рассмотрение только одной определённой пространственной моды исследуемой электродинамической системы с частотой  $\tilde{\omega}$ , близкой к частоте  $\omega_{21}$ , и конечным временем жизни фотона в моде  $T_E = (2\pi\sigma)^{-1}$ , что также позволяет не учитывать пространственные производные и ограничиться анализом исключительно временной динамики амплитуд поля выбранной моды, согласованной с ним поляризации и отвечающей ей инверсии. В последнем случае для учёта возможного лишь частичного заполнения активной средой объёма моды и отличия её профиля от профиля концентрации  $N_0(\mathbf{r})$  активных центров обычно вводят (см. [5, 111, 112]) усреднённый фактор заполнения  $\tilde{\Gamma} \leq 1$ . Наряду с однородной диэлектрической проницаемостью матрицы  $\epsilon_0$ , его легко исключить из исходной системы уравнений (1)–(4), сделав замену

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{B}} &= \frac{\mathcal{B}}{\sqrt{\tilde{\Gamma}}}, \quad \tilde{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\tilde{\Gamma}}}, \quad \tilde{\mathcal{P}} = \mathcal{P} \sqrt{\frac{\tilde{\Gamma}}{\epsilon_0}}, \\ c_0 &= \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0}}, \quad \tilde{\sigma}_0 = \frac{\sigma_0 \tilde{\Gamma}}{\epsilon_0}, \quad \tilde{\omega}_c^2 = \frac{\omega_c^2 \tilde{\Gamma}}{\epsilon_0},\end{aligned}\quad (5)$$

которая для моды с выбранным профилем приводит к уравнениям (1)–(3) с  $\epsilon_0 = 1$ ,  $\tilde{\Gamma} = 1$  и перенормированными скоростью света, омическими потерями и кооперативной частотой.

Указанная модель среднего поля качественно правильно описывает многие свойства коллективного спонтанного излучения и их физический смысл для большинства проведённых экспериментов и рассмотренных теоретически задач (см., например, работы [4, 5, 14, 47, 113, 114]). (В модели среднего поля находят объяснения также многие особенности сверхизлучательной динамики ансамблей других дипольных осцилляторов, например трёхуровневых или квазиклассических [58, 60, 110, 115–125, 315], для которых возможна каскадная суперфлуоресценция с участием двух и более переходов между уровнями активных центров.) Не будем здесь повторять известные частные выводы, тем более что к некоторым из них мы вернёмся в разделах 3–5. Общий вывод, упомянутый во введении, состоит в том, что коллективное спонтанное излучение (как суперфлуоресценция, так и инициированное сверхизлучение), по своей природе имеющие классическое происхождение, в рассмотренном случае несущественной роли неоднородного уширения спектральной линии обусловлено неустойчивостью так называемых горячих полляритонных мод (или волн поляризации), обладающих отрицательной энергией и возрастающих благодаря её сверхизлучательному выщечиванию с инкрементом, превышающим скорость релаксации дипольных колебаний отдельного активного центра:  $\text{Im } \omega > T_2^{-1}$  (см. [3, 48]). Последнее неравенство служит критерием коллективного спонтанного излучения, и оно может быть выполнено при достаточно большой кооперативной частоте (4):  $\omega_c(\tilde{\Gamma}/\epsilon_0)^{1/2} > T_2^{-1}$ . Дополнительным условием является то, что время жизни фотонов соответствующих так называемых холодных мод (или электромагнитных волн) при нулевой инверсии  $N = 0$  не должно быть много больше времени дипольных колебаний отдельных активных центров,  $T_E \lesssim T_2$ , чтобы суперфлуоресценция или сверхизлучение не превратились в квазипериодический обмен энергией между активными центрами и модами поля, т.е. оптическую нутацию каждого

2\*

активного центра под действием поля остальных активных центров.

Отметим, что в образце с хорошо отражающими гранями или в замкнутом в кольцо световоде, где пространственная структура мод достаточно однородна и выход излучения наружу сильно затруднён, быстрая коллективная релаксация инвертированных активных центров вследствие диссипативной неустойчивости возможна при наличии омических или дифракционных потерь поля. Его осциллограмма тогда, как и в случае суперфлуоресценции, имеет вид либо одноимпульсного процесса — сверхпоглощения — с длительностью  $\sim \pi\sigma/\omega_c^2(t=0)$  (при  $\pi\sigma \gtrsim \omega_c(t=0) \gg T_2^{-1}$ ), либо медленно релаксирующего осцилляторного процесса — оптической нутации вектора Блоха в самосогласованном поле — с периодом  $\omega_c^{-1}(t=0)$  (при  $\omega_c(t=0) \gg \pi\sigma, T_2^{-1}$ ) [126]. Осциллирующий характер этого процесса, как и коллективного спонтанного излучения в модели среднего поля [4, 14, 112, 114, 127–129], связан с неадиабатическим взаимодействием полляритонных и электромагнитных мод в образце с быстро меняющейся инверсией  $N(t)$ . Если активные центры расположены в плазме (например, атомы в частично ионизованном газе или примесные центры в полупроводнике) и имеет место плазменно-дипольный резонанс  $\omega_{21} \simeq 4\pi e^2 N_e / (m_e \sqrt{\epsilon_0})$ , где  $e$ ,  $m_e$  и  $N_e$  — заряд, масса и концентрация электронов, то кроме указанного омического сверхпоглощения запасённой в инверсии энергии возможен коллективный спонтанный переход этой энергии в длинноволновые квазиоднородные колебания электронов благодаря абсолютной диссипативной неустойчивости волн поляризации, обладающих отрицательной энергией, и их связи с плазменными волнами, имеющими положительную энергию. Максимальный инкремент указанной неустойчивости выражается как<sup>4</sup>

$$\max \text{Im } \omega = \left[ \frac{\omega_c^2}{\epsilon_0} + \left( \frac{\pi\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{1}{2T_2} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{\pi\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{1}{2T_2}.$$

Полностью аналогичный нелинейный процесс, как одноимпульсный, так и осцилляторный, рассмотрен в работе [131], где даны также оценки его реализации в частично ионизованных газах и полупроводниках в рамках модели среднего поля, естественной в данном случае. Подобные задачи о сверхизлучении плазмонов, которые, например, возбуждаются в металлической наночастице под действием расположенных вблизи неё инвертированных активных центров (органических молекул или квантовых точек), фазируя их дипольные колебания и ускоренно переводя запасённую в их инверсии энергию в тепло и частично в электромагнитное излучение, а также о сверхизлучении двумерных решёток таких наночастиц с активными центрами (спазеров — от англ. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation) рассмотрены в работах [64, 132–137]. Подобные задачи стали актуальными в последнее время в связи с быстрым прогрессом наноплазмоники.

При этом в ходе одного и того же процесса может самовозбуждаться несколько полляритонных мод (или

<sup>4</sup> Здесь и всюду ниже дисперсия диэлектрической проницаемости  $\epsilon_0$  и проводимости  $\sigma_0$  самой матрицы, содержащей активные центры, не учитывается, хотя она может быть существенна для ряда аналогов сверхизлучения Дика (см., например, [3, 20, 130]).

пакетов волн поляризации), и все они будут "горячими", т.е. отличающимися от холодных мод (или пакетов электромагнитных волн) благодаря учёту ненулевой инверсии,  $N \neq 0$ , и дисперсии активной среды диполей-осцилляторов согласно уравнениям (1)–(3). Для описания линейной стадии развития таких горячих поляритонных мод, имеющих различные частоты, инкременты, профили и факторы заполнения, для каждой из них вполне достаточно модели среднего поля. Однако описание нелинейного хода процесса и взаимодействия этих мод часто требует выхода за её рамки, поскольку структура горячих мод зависит от пространственного распределения инверсии активных центров, быстро меняющейся на нелинейной стадии и, как правило, не позволяющей ограничиться адиабатическим приближением медленно меняющихся невзаимодействующих горячих мод, фактически заложенным в модель среднего поля каждой отдельной моды. В этом отношении явления суперфлуоресценции и сверхизлучения качественно отличаются от известного явления суперлюминесценции, обычно относящегося к граничной стационарной задаче об усилении собственного некогерентного излучения (люминесценции) невзаимодействующих активных центров в образуемой ими среде. С точки зрения отдельного, изолированного, активного центра суперлюминесценция является квазистационарным процессом индуцированного излучения "парциального" фотона под действием некогерентного волнового поля, независимо созданного и усиленного остальными активными центрами в отсутствие внешних источников излучения, исключительно благодаря вакуумным флуктуациям электромагнитного поля и дипольного момента отдельного активного центра.

### 2.3. Квантование мод с отрицательной энергией и флуктуации суперфлуоресценции

Квантовые свойства коллективного спонтанного излучения, например, статистика времён задержки излучаемых импульсов, направлений их распространения, поляризации электрического поля в них, по существу, предопределяются квантовыми флуктуациями указанных горячих мод (или волн) на линейной стадии их возрастания, когда они начинают доминировать в квантово-корреляционных характеристиках состояний частиц, тогда как начальные квантовые корреляции в многочастичном ансамбле "забываются", а эффективные "квантово-механические" флуктуационные силы в полуклассических уравнениях оказываются несущественными [3, 13, 15, 16, 21, 53, 126, 138–140]. Указанные свойства вполне могут быть выяснены с помощью модели среднего поля, адаптированной для описания всех  $m = 1, \dots, M$  горячих мод, участвующих в процессе сверхизлучения и имеющих инкременты  $\text{Im} \omega_m \equiv \omega_m''$  порядка максимального  $T_{\text{c}}^{-1}$ . При квантовании как этой модели, так и более общих уравнений вида (1)–(3) важнейшим является диссипативный характер неустойчивости, обусловливающей суперфлуоресценцию как результат взаимодействия квантовых осцилляторов (мод или волн) с разными знаками энергии. Данная особенность динамики развития флуктуаций коллективных возбуждений от микроравнина до макроуровня выражается в использовании в квантовой теории эрмитового оператора Гамильтона  $\hat{H}$ , не являющегося положительно определённым (в линейном приближении). Такой подход позволяет учесть частотную и пространственную дисперсию, нелинейность и

неоднородность, анизотропию и источники в активной среде.

Простейший вариант — динамическая диссипативная неустойчивость двух когерентно взаимодействующих осцилляторов с разными знаками энергии квантов — парциальных колебаний поляризации активных центров ( $\omega_1^{(0)} = \omega_{21}$ ) и электромагнитного поля в вакууме ( $\omega_2^{(0)} = ck$ ) в одномодовой модели сверхизлучения при пренебрежении релаксацией:

$$\hat{H} = -\hbar\omega_1^{(0)}\hat{a}_1^+\hat{a}_1 + \hbar\omega_2^{(0)}\hat{a}_2^+\hat{a}_2 + \frac{1}{2}\hbar\omega_c(\hat{a}_1\hat{a}_2 + \hat{a}_2^+\hat{a}_1^+), \quad (6)$$

$$\frac{d\hat{a}_j}{dt} = -i\hbar^{-1}[\hat{a}_j, \hat{H}], \quad [\hat{a}_j, \hat{a}_{j'}^+] = \delta_{jj'}, \quad [\hat{a}_j^+, \hat{a}_{j'}^+] = [\hat{a}_j, \hat{a}_{j'}] = 0.$$

Представленный гамильтониан, обеспечивающий выполнение закона сохранения  $d(\hat{n}_1 - \hat{n}_2)/dt = 0$  разности чисел квантов парциальных осцилляторов  $\hat{n}_j = \hat{a}_j^+\hat{a}_j$ , приводится к диагональному виду

$$\hat{H} = \hbar\omega_1\hat{a}_2^+\hat{a}_1^+ + \hbar\omega_2\hat{a}_1\hat{a}_2 + \hbar\omega_1^{(0)}, \quad (7)$$

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{\omega_1^{(0)} + \omega_2^{(0)} \pm i[\lvert\omega_c\rvert^2 - (\omega_1^{(0)} - \omega_2^{(0)})^2]^{1/2}\right\},$$

переходом от указанных парциальных операторов рождения  $\hat{a}_j^+$  и уничтожения  $\hat{a}_j$  ( $j = 1, 2$ ) к некоммутирующим нормальным операторам

$$\begin{aligned} \hat{a}_1^+ &= \hat{a}_1^+ - \hat{a}_2\omega_c[2(\omega_1 - \omega_2^{(0)})]^{-1}, \\ \hat{a}_2 &= -i\omega_c\left\{\hat{a}_1^+\omega_c[2(\omega_1 - \omega_2^{(0)})]^{-1} - \hat{a}_2\right\} \times \\ &\quad \times \left\{2[\lvert\omega_c\rvert^2 - (\omega_1^{(0)} - \omega_2^{(0)})^2]^{1/2}\right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Последние эволюционируют независимо друг от друга и удовлетворяют перекрёстным коммутационным соотношениям [141–143]:

$$\frac{d\hat{a}_j^+}{dt} = -i\omega_j\hat{a}_j^+, \quad [\hat{a}_1^+, \hat{a}_2^+] = 1, \quad [\hat{a}_j^+, \hat{a}_{j'}] = 0. \quad (9)$$

Отсюда легко получается основной квантовый эффект — раскачка даже первоначально невозбуждённых связанных осцилляторов, т.е. спонтанное рождение пар квантов из вакуумного состояния, когда среднее число квантов возрастает от нулевого начального значения:  $\bar{n}(t) = |\omega_c/2\omega_1''|^2 \sinh^2(\omega_1''t)$ , где для определённости полагаем  $\omega_1'' \equiv \text{Im} \omega_1 > 0$ . В асимптотике при  $t \rightarrow \infty$  статистическое распределение числа квантов  $n$  оказывается экспоненциальным,  $\rho(n, t) = \bar{n}^{-1} \exp(-n/\bar{n})$ , что соответствует гауссовой статистике флуктуаций амплитуды поля. При "старте" с тепловых флуктуаций с температурой  $T$  асимптотика  $\rho(n, t)$  имеет тот же вид, но с большим средним числом квантов:

$$\bar{n}(t) = \left|\frac{\omega_c}{4\omega_1''}\right|^2 \left(\frac{1}{2} \coth \frac{\hbar\omega_1^{(0)}}{2k_B T} + \frac{1}{2} \coth \frac{\hbar\omega_2^{(0)}}{2k_B T}\right) \exp(2\omega_1''t), \quad (10)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана.

Учёт релаксации приводит к иному варианту диссипативной неустойчивости, реализующейся при взаимодействии динамической подсистемы, имеющей отрицательную энергию (квантового осциллятора  $\hat{a}_1$ ), с термостатом, состоящим из континуума несвязанных осцилля-

торов  $\hat{b}_k$  с положительной энергией:

$$\hat{H} = -\hbar\omega_1^{(0)}\hat{a}_1^+\hat{a}_1 + \sum_k \hbar\omega_k\hat{b}_k^+\hat{b}_k + \frac{1}{2}\sum_k \hbar(\beta_k\hat{a}_1\hat{b}_k + \beta_k^*\hat{b}_k^+\hat{a}_1^+). \quad (11)$$

Корректность применения данной модели для квантования исходной классической динамической системы [144] оправдана независимостью макроскопически наблюдаемых результатов от выбора микроскопических параметров  $\beta_k = \beta(\omega)$  и  $g(\omega)$  в пределе непрерывного спектра частот  $\omega_k$ , когда  $\sum_k \dots \simeq \int d\omega g(\omega) \dots$ . В этом пределе приближение Вайскопфа – Вигнера позволяет аналитически найти изменённую термостатом (наблюдаемую) комплексную частоту динамического осциллятора  $\omega_1 = \omega_1^{(0)} + \Delta\omega_1' + i\omega_1''$  (см. [3]) и показать, что диссипативная неустойчивость имеет необратимый характер и спонтанно развивается даже из невозбуждённого, вакуумного, состояния, давая экспоненциальный закон возрастания среднего числа квантов  $\bar{n}(t) = \exp(2\omega_1''t) - 1$  ( $t \geq 0$ ). В общем случае при "старте" со спонтанных и/или тепловых флуктуаций опять справедлива асимптотика вида (10):

$$\bar{n}_1(t) = \coth \frac{\hbar\omega_1^{(0)}}{2k_B T} \exp(2\omega_1''t), \quad t \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Представленные варианты квантования были обобщены в работах [3, 139] и сведены в замкнутую схему феноменологической квантовой электродинамики активных сред (ФКЭДАС), включающую в себя как когерентное взаимодействие динамических осцилляторов (мод или волн) с энергией разных знаков, так и необратимую релаксацию или некогерентную раскачку этих осцилляторов вследствие их связи с термостатом, состоящим из континуума осцилляторов с энергией обоих знаков. На этой основе стал возможным систематический анализ макроскопических проявлений квантовых флуктуаций в сверхизлучении, исследовавшихся ранее экспериментально [40, 52, 59, 62, 63, 100, 103, 145, 146] и теоретически [49, 50, 91, 113, 147, 148] для различных конкретных случаев с помощью специальных частных методов.

В качестве примера подобного анализа рассмотрим статистику времени задержки  $t_d$  сверхизлучения дискретных горячих мод с инкрементами  $\omega''$  и числами квантов  $n_m$  ( $m = 1, \dots, M$ ), являющимися независимыми случайными величинами с одинаковым асимптотическим вероятностным распределением и средним  $\bar{n}(t) = n_{\text{eff}} \exp(2\omega''t)$  типа (10), (12). Записывая вероятностные распределения суммарного числа квантов

$$n_\Sigma = \sum_{m=1}^M n_m, \quad \rho(n_\Sigma) = \left(\frac{n_\Sigma}{\bar{n}}\right)^{M-1} [(M-1)!\bar{n}]^{-1} \exp\left(-\frac{n_\Sigma}{\bar{n}}\right), \quad (13)$$

воспользуемся известным критерием нахождения максимума импульса сверхизлучения [12, 51, 149–152], согласно которому вероятность того, что импульс сверхизлучения вы светится в интервале времени  $0 < t < t_d$ , равна вероятности того, что суммарное число квантов к моменту  $t_d$  превысит половину числа инвертированных активных центров  $N_0 V/2$ . Дифференцируя сформулированное условие по  $t_d$ , приходим к искомому распределению

нию нормированного времени задержки [138]:

$$f\left(\frac{2t_d}{T_{1c}}\right) = \frac{u^M}{(M-1)!} \exp\left[-M^2 \frac{2t_d}{T_{1c}} - u \exp\left(-\frac{2t_d}{T_{1c}}\right)\right], \\ u \equiv \frac{N_0 V}{2n_{\text{eff}}} \gg 1. \quad (14)$$

Таким образом, статистика времени задержки сверхизлучения зависит от формы образца посредством числа неустойчивых поляритонных мод. Так, для цилиндра с сечением  $S$ , длиной  $B$  и числом Френеля  $F = S/(\lambda_0 B)$ , согласно оценкам [12],  $M \sim (F^2 + 1 + 1/F)/3$ , а для шара радиусом  $r_0 \gg \lambda_0$  число мод  $M \sim (2\pi r_0/\lambda_0)^2$ . Для произвольного трёхмерного образца с большим числом Френеля  $F$  и не слишком сильными отражениями на границах сверхизлучение формируется статистически независимыми филаментами (ср. теорему Ван Циттерта – Цернике) и число образованных ими "дифракционных мод"  $M \sim F^2$  (о подобных модах см. [152–156]). Чем больше число мод  $M$ , тем меньше среднее время задержки  $\bar{t}_d = T_{1c} \ln \sqrt{u/M}$  и меньше его флуктуации:

$$\sigma^2(M) \equiv \frac{\bar{t}_d^2 - (\bar{t}_d)^2}{(\bar{t}_d)^2} = \left(\frac{\pi^2}{6} - \sum_{m=1}^{M-1} \frac{1}{m^2}\right) \left(\ln \frac{u}{M}\right)^{-2} \approx \\ \approx M^{-1} \left(\ln \frac{u}{M}\right)^{-2}. \quad (15)$$

Этот результат, согласующийся с результатами известных экспериментов [157, 158], применим для активных образцов как с частично отражающими границами, обусловливающими наличие дискретных горячих мод, так и в отсутствие заметных отражений, когда имеет место одностороннее сверхизлучение волн непрерывного спектра, образующих указанные "дифракционные моды".

Аналогичный квантовый анализ, по существу, основанный на линейной стадии сверхизлучательной неустойчивости мод достаточно короткого образца активной среды длиной  $B \ll c/\omega_c$ , позволяет определить статистику различных параметров импульсов колективного спонтанного излучения, например направления распространения или ориентации эллипса поляризации и степени эллиптичности поля излучения. Однако для образца с длиной более или порядка кооперативной  $c/\omega_c$ , когда происходит перепоглощение колективного спонтанного излучения, а нелинейное взаимодействие пространственно-неоднородных мод делает их плохо определёнными и существенно влияет на параметры выходящих импульсов, расчёт и исследования квантово-статистических свойств генерируемого поля оказываются затруднёнными и до сих пор во многом составляют открытую проблему. Для таких распределённых образцов, как будет ясно из раздела 5, использование мод с фиксированной пространственной структурой поля является чрезвычайно ограниченным и описание даже полуклассической, неквантовой, динамики сверхизлучательных импульсов оказывается далеко не тривиальным, часто требующим сложного численного моделирования.

## 2.4. Классические аналоги

### коллективного спонтанного излучения

Сказанное о квантовом анализе сверхизлучения мод в полной мере относится и к ансамблям более сложных, в

том числе квазиклассических, осцилляторов, в которых несколько (или много) энергетических уровней участвуют в формировании коллективного спонтанного излучения, а нелинейность отличается от насыщающей двухуровневой. Не имея возможности останавливаться на таких ансамблях подробно, перечислим некоторые из них, рассмотренные в литературе теоретически и/или реализованные экспериментально.

Наиболее известными примерами слабоангмонических осцилляторов, обладающих почти эквидистантными энергетическими уровнями, являются сильно возбуждённые колеблющиеся молекулы, ридберговские атомы и циклотронные электроны-осцилляторы как в вакууме (где неэквидистантность уровней Ландау вызвана зависимостью релятивистской массы от скорости), так и в кристаллах (где более существенна неэквидистантность уровней, обусловленная непарabolичностью зон, т.е. зависимостью массы квазичастиц от волнового вектора состояния в зоне Бриллюэна). Простейшим эффектом в плотном ансамбле подобных "классических" осцилляторов, когерентно возбуждённых импульсом внешнего резонансного поля и колеблющихся синфазированно, является коллективное сверхизлучательное затухание их колебаний (см., например, [125, 159–161]), аналогичное указанным в разделе 1.2 радиационному затуханию синфазированных спинов и сверхизлучению Дике синхронно колеблющихся двухуровневых атомов. Однако наибольший интерес представляет возможность суперфлуоресценции или инициированного сверхизлучения (т.е. экспоненциального возрастания коллективного излучения ансамбля таких осцилляторов благодаря самоинфазировке под действием собственного поля), начинающихся с квантовых или тепловых шумов либо с очень слабого (затравочного) резонансного сигнала соответственно. Существенно, что вследствие отличия нелинейности слабоангмонических осцилляторов от нелинейности насыщения двухуровневых осцилляторов динамика сверхизлучения и форма импульса суперфлуоресценции в этих двух случаях значительно различаются.

Теоретическое исследование подобных классических аналогов сверхизлучения Дике проводится уже более четверти века [118, 119, 122, 125, 130, 162] (в основном качественно, а также количественно в рамках модели среднего поля). Экспериментальное исследование сверхизлучения сильно возбуждённых колеблющихся молекул или ридберговских атомов ещё предстоит осуществить (этому благоприятствуют большие дипольные моменты резонансных переходов и возможность заселения отдельного высоколежащего энергетического уровня, уже продемонстрированная экспериментально [38, 39, 163–168]). Успешные эксперименты и детальные численные расчёты различных вариантов коллективного спонтанного излучения проведены в вакуумной электронике для густков слабоангмонических электронов-осцилляторов, где, в зависимости от свойств используемых волноводов и ведущего магнитного поля, суперфлуоресценцию обеспечивают тормозной, черенковский или циклотронный механизмы излучения [169–175]. Близкий к сверхизлучению режим усиленного спонтанного излучения в лазере на свободных электронах с существенным разбросом их скоростей и его сравнение с суперфлуоресценцией рассмотрены в работах [19, 117, 120, 176–181].

Первым предложенным классическим аналогом сверхизлучения Дике явилось коллективное спонтанное излучение в "сверхсветовом" потоке (сгустке) циклотронных электронов-осцилляторов, движущихся вдоль вектора магнитного поля в замедляющей электродинамической системе (волноводе) или в среде с  $\epsilon_0 > 1$  со скоростью более чем  $c_0 = c/\sqrt{\epsilon_0}$  [130, 182, 183]. В этом случае суперфлуоресценция в ансамбле первоначально невращающихся электронов развивается благодаря излучательной (диссипативной) неустойчивости медленных циклотронных волн (мод), обладающих отрицательной энергией: поперечная скорость самосогласованного (циклотронного) вращения электронов возникает и увеличивается за счёт уменьшения их кинетической энергии и продольной (поступательной) скорости. В результате такого кооперативного перехода на вышележащие уровни Ландау значительная доля, скажем несколько процентов, кинетической энергии электронов может преобразоваться в убегающий импульс когерентного излучения. (О связи сверхизлучения с диссипативной неустойчивостью волн с отрицательной энергией в пучково-плазменных системах см., например, [3, 20, 184].) Аналогичный эффект возможен для любых электромагнитно-активных осцилляторов с квазиэквидистантным энергетическим спектром, ограниченным снизу.

В сверхсветовом образце двухуровневых активных центров, вытянутом вдоль направления движения, могут спонтанно генерироваться две встречные последовательности разноцветных (разночастотных) импульсов суперфлуоресценции [130]. В таком случае для инвертированных активных центров отрицательной энергией и возможностью диссипативной неустойчивости обладает так называемая быстрая волна поляризации с фазовой скоростью, большей  $c_0$  (нормальный эффект Доплера), а для неинвертированных — медленная волна поляризации с фазовой скоростью, меньшей  $c_0$  (аномальный эффект Доплера). Поэтому процесс одностороннего сверхизлучения может многократно поочерёдно повторяться с участием быстрой и медленной волн поляризации благодаря смене знака разности населённостей  $N_2 - N_1$ , происходящей каждый раз после высыживания очередного импульса суперфлуоресценции.

Отметим, что для всех перечисленных классических аналогов сверхизлучения Дике введение и квантование в рамках ФКЭДАС горячих мод или нормальных волн, учитывающих неравновесный характер активных осцилляторов, позволяют эффективно исследовать квантово-статистические свойства явления коллективного спонтанного излучения и установить глубокую аналогию с рассматриваемым в данном обзоре случаем ансамбля двухуровневых осцилляторов.

### 3. Особенности кооперативного излучения в распределённых системах

#### 3.1. Основания для одномерного приближения

Известные эксперименты и результаты численного моделирования коллективного спонтанного излучения показывают [36, 56, 59, 111, 112, 115, 116, 140, 157, 158, 185–193], что в протяжённом активном образце с характерной длиной  $B \gtrsim c/\omega_c$  и большим числом Френеля  $F = S/(B\lambda_0) \gtrsim 1$ , задаваемым характерным поперечным сечением образца  $S$ , формируется сильно неоднородное

анизотропное стохастическое поле. Его структура существенно изменяется с каждым новым "выстрелом" накачки вследствие квантовых или тепловых флуктуаций эффективных начальных условий, от которых зависит, в каких направлениях волны быстрее всего возрастают и в итоге снимут созданную накачкой инверсию населённостей уровней активных центров. Как правило, при однородной накачке наиболее мощные импульсы высвечиваются вдоль наиболее длинных трасс в образце, и они могут быть качественно описаны в одномерном приближении с учётом кооперативного излучения только тех активных центров, которые попадают в цилиндр с сечением  $S_1 \sim B\lambda_0$ , окружающий данную трассу длиной  $B$ , т.е. число Френеля  $S_1/(B\lambda_0) \sim 1$ . Отсюда ясна предельная интенсивность сверхизлучения (для любых, не обязательно двухуровневых, активных центров):  $I_{SR} \sim c g \hbar \omega_{21} N_0 / (4\sqrt{\epsilon_0})$ , где  $g$  — квантовый выход. Так, для оптического сверхизлучения в разрежённых газах и активированных кристаллах, например, при  $N_0 \sim 10^{11}$  см<sup>-3</sup> типичны длительности импульсов порядка нескольких наносекунд и интенсивности порядка 10 Вт см<sup>-2</sup>, причём  $g \simeq 1$  для двухуровневых активных центров.

Для вытянутого образца в форме цилиндра с числом Френеля  $\sim 1$  или для случая возбуждения только одной поперечной моды при наличии специальных волноводов, как, например, в одномодовых волоконных усилителях и лазерах или в полупроводниковых гетеролазерах, одномерное приближение имеет достаточно строгое обоснование и оно применимо для количественного анализа экспериментов.

В разделах 3.2–3.5 на основе этого приближения рассмотрим некоторые особенности сверхизлучения в протяжённых системах и различные факторы, влияющие на формирование поля излучения, в частности, на возможность осцилляторного режима сверхизлучения в условиях достаточно слабой релаксации поляризации и поля, когда осуществляется сложный нелинейно-колебательный процесс обмена энергией между средой и полем, идущий как локально (согласно модели среднего поля, в том числе благодаря взаимодействию встречных волн), так и с переносом в пространстве (эффекты распространения) или по частоте (биения разночастотных горячих мод).

### 3.2. Полуклассические одномерные уравнения

Соответствующие полуклассические уравнения Максвелла–Блоха могут быть получены из системы (1)–(4), и мы представим их в так называемой укороченной форме, считая  $B \gg \lambda_0$ , по-прежнему ограничиваясь одинаковой ориентацией всех дипольных моментов активных центров и используя комплексные амплитуды встречных волн поля  $A_\pm$  и спектральных плотностей поляризации  $P_\pm$  в разложениях [13, 46, 192, 194–200]

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \sqrt{\frac{\tilde{\Gamma}}{\epsilon_0}} \operatorname{Re} \left\{ [A_+(z, t) \exp(i k_0 z) + \right. \\ &\quad \left. + A_-(z, t) \exp(-i k_0 z)] \exp(-i \omega_0 t) \right\}, \quad (16) \\ \mathcal{P}(\Delta) &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\tilde{\Gamma}}} \operatorname{Re} \left\{ [P_+(z, t, \Delta) \exp(i k_0 z) + \right. \\ &\quad \left. + P_-(z, t, \Delta) \exp(-i k_0 z)] \exp(-i \omega_0 t) \right\} f_L(\Delta) \end{aligned}$$

и связанные с ними две компоненты плотности инверсии населённостей:

$$N(\Delta) = N_0 \left\{ n(z, t, \Delta) + \operatorname{Im} [n_z(z, t, \Delta) \exp(i 2k_0 z)] \right\} f_L(\Delta). \quad (17)$$

Будем учитывать неоднородное уширение спектральной линии, в конкретных вычислениях задавая его нормированный профиль функцией Лоренца вида  $f_L(\Delta) = \Delta_0 [\pi(\Delta^2 + \Delta_0^2)]^{-1}$ , где  $\Delta = (\omega - \bar{\omega}_{21})/v_c$  — нормированная отстройка частоты  $\omega$  перехода активного центра от центральной частоты линии  $\bar{\omega}_{21}$ , а  $\Delta_0 = (T_2^* v_c)^{-1}$  — нормированная полуширина линии. Здесь введена не зависящая от инверсии кооперативная частота

$$v_c = \sqrt{\frac{2\pi d^2 \bar{\omega}_{21} N_0 \tilde{\Gamma}}{\epsilon_0 \hbar}}, \quad (18)$$

которая отличается от использовавшейся ранее  $\omega_c$  (4) отсутствием множителя  $D$  и наличием фактора  $\tilde{\Gamma}/\epsilon_0$ , учитывающего переопределение (5). К ней мы будем часто возвращаться в дальнейшем. Обе компоненты инверсии,  $n(\Delta)$ ,  $n_z(\Delta)$ , и дипольный момент  $d(\Delta) = \mathcal{P}(\Delta)/(N_0 f_L)$  относятся к активным центрам, расположенным в спектральной линии на частоте  $\Delta$ , причём  $\max d(\Delta) = d$ ,  $\min d(\Delta) = -d$ , а  $\max n(\Delta) = 1$ ,  $\min n(\Delta) = -1$  (при  $n_z = 0$ ). Для простоты матрицу, образец и заполнение активными центрами рассматриваемой поперечной моды будем считать однородными ( $\epsilon_0, \sigma_0, N_0, \tilde{\Gamma} = \text{const}$ ), а дифракционные или волноводные потери излучения вдоль образца ( $-B/2 \leq z \leq B/2$ ) — включающими в себя локальные омические потери  $\sigma_0$ .

С целью анализа эффекта селекции продольных электромагнитных мод, существенного, например, для реализации сверхизлучения в ансамблях активных центров с неоднородным уширением спектральной линии, предполагаем наличие распределённой обратной связи (РОС) волн за счёт слабой (с амплитудой  $\beta \ll 1$ ) гармонической модуляции (с периодом  $\pi/k_0$ ) действительной части диэлектрической проницаемости матрицы  $\epsilon_M = \epsilon_0 \operatorname{Re} [1 + 4\beta \exp(2ik_0 z)]$ ; такой же эффект даёт модуляция стенок волновода (о РОС в лазерах см., например, [201–207]). Наконец, введём величину  $\Phi = (\omega - \bar{\omega}_{21})/v_c$  — нормированную отстройку центра спектральной линии  $\bar{\omega}_{21}$  от частоты брэгговского резонанса  $\omega_0 = k_0 c / \sqrt{\epsilon_0}$ , использованной в (16) для перехода к комплексным амплитудам волн. Тогда одномерные интегро-дифференциальные уравнения пространственно-временной динамики сверхизлучения записываются в виде

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Sigma_0 \pm \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] a_\pm &= i\beta^{1*} a_\mp + i \int \frac{p_\pm(\Delta) f_L(\Delta)}{\sqrt{I}} d\Delta, \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_2 + i(\Delta - \Phi) \right] p_\pm(\Delta) &= -\sqrt{I} \left( i n(\Delta) a_\pm \pm n_z^{1*}(\Delta) \frac{a_\mp}{2} \right), \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \right] (n(\Delta) - n_p(\Delta)) &= -\sqrt{I} \operatorname{Im} (a_+ p_+^*(\Delta) + a_- p_-^*(\Delta)), \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_{1z} \right] n_z &= \sqrt{I} (a_-^* p_+(\Delta) - a_+ p_-^*(\Delta)), \quad (19) \end{aligned}$$

где \* обозначает комплексное сопряжение. Здесь использованы следующие безразмерные величины:  $I = v_c^2 / \bar{\omega}_{21}^2 \ll 1$ ,  $\Sigma_0 = 2\pi\sigma_0/v_c$ ,  $\beta = \bar{\beta}/\sqrt{I}$  — нормированная

амплитуда брэгговской модуляции диэлектрической проницаемости матрицы (определенная отношение полуширины запрещённой фотонной зоны [201, 202, 204, 206] к кооперативной частоте),  $\tau = tv_c$  и  $\zeta = z/B_c$  — время (нормированное на кооперативную частоту) и продольная координата (нормированная на кооперативную длину  $B_c = c/(v_c\sqrt{\epsilon_0}) \equiv \lambda_0/(2\pi\sqrt{I})$ ),  $\Gamma_{1,1z,2} = 1/(v_c T_{1,1z,2})$  — нормированные скорости релаксации инверсии и поляризации,  $p_\pm = P_\pm(\Delta)/(dN_0)$  и  $a_\pm = A_\pm/(2\pi dN_0)$  — нормированные амплитуды спектральной плотности поляризации и поля встречных волн,  $L = B/B_c$  — нормированная длина образца,  $n_p(\Delta)$  — инверсия отдельного двухуровневого активного центра с частотой перехода  $\bar{\omega}_{21} + v_c\Delta$ , создаваемая непрерывной накачкой ( $n_p = -1$  в отсутствие накачки,  $\max|n_p| = 1$ ). Для определенности накачку считаем некогерентной, поскольку в противном случае когерентной лазерной накачки её свойства будут в существенной мере определять когерентные свойства сверхизлучения (как было замечено ещё в работах [208–210]).

В нормировочных коэффициентах мы не различаем частоты  $\omega_0$  и  $\bar{\omega}_{21}$  и используем длину волны  $\lambda_0 = 2\pi c/(\bar{\omega}_{21}\sqrt{\epsilon_0}) \simeq 2\pi/k_0$ , которая вдвое превышает период брэгговской структуры в матрице или волноводе. Модуляция инверсии с периодом в полдлины волны  $\lambda_0/2$ , обусловленная самосогласованными биениями встречных волн, по величине может достигать значения  $\max|n_z(\zeta, \tau, \Delta)| = 1$  (при  $n(\Delta) = 0$ ), существенно влияя на брэгговскую селекцию горячих мод или волн и их нелинейную эволюцию посредством эффективного добавления к заданным величинам  $\beta^{1*}$  в первом уравнении системы (19) комплексных динамических величин  $\mp n_z^{1*}(\tilde{\omega})/\Delta_0$ , определяемых локальным значением  $n_z$  на частоте рассматриваемой моды или волны  $\tilde{\omega}$ .

Приведённая оценка динамической связи встречных волн фактически отвечает *пространственной решётке усиления* [201, 204, 206, 211–213], т.е. модуляции мнимой части диэлектрической проницаемости активной среды, а не брэгговской решётке, связанной с модуляцией показателя преломления, т.е. с действительной частью диэлектрической проницаемости, как и коэффициент связи встречных волн  $\beta$ . Эта оценка записана для частот волн  $\tilde{\omega}$  в центральной части спектральной линии,  $|\tilde{\omega} - \bar{\omega}_{21}| \ll \ll 1/T_2^*$ , в наиболее важном для сверхизлучательной селекции случае большого неоднородного уширения ( $\Delta_0 \gg 1 \gtrsim \Gamma_2$ ) и спектрально широкой модуляции инверсии  $n_z(\Delta)$  с характерной шириной  $\Delta_z$  в пределах  $\Gamma_2$ ,  $|\Phi| \ll \Delta_z \ll \Delta_0$  (считаем, что на склонах и краях линии  $n_z(\Delta) \simeq 0$ ). В случае однородного уширения, когда  $1/T_2 > 1/T_2^*$ , соответствующие динамические коэффициенты связи на решётке усиления для частот волн в центральной части спектральной линии,  $|\tilde{\omega} - \omega_{21}| \ll \ll 1/T_2$ , равны  $\mp n_z^{1*}/(2\Gamma_2)$ ; вне спектральной линии при  $|\tilde{\omega} - \omega_{21}| \gg 1/T_2$  связь встречных волн происходит на решётке показателя преломления активной среды и характеризуется коэффициентом  $\beta_z = -in_z v_c/[2(\tilde{\omega} - \omega_{21})]$ , который, по существу, добавляется к коэффициенту  $\beta$  в первом уравнении системы (19).

Неявно присутствуя в системе (19), указанные коэффициенты связи, обусловленные активной средой, являются согласованными с динамикой мод и зависят от координаты  $\zeta$  и времени  $\tau$ , тогда как заданный матрицей коэффициент связи встречных волн  $\beta$  не эволюционирует во времени, и для простоты мы считаем его постоянным

в пространстве,  $\beta = \text{const}$  (в общем случае он является комплексным,  $\beta = |\beta| \exp(i\varphi)$ , где фаза  $\varphi = -2k_0\delta z$  отражает смещение  $-\delta z$  точки симметрии брэгговской структуры относительно центра образца  $z = 0$ ). Переотражение и селективное усиление встречных волн влияют на дисперсию и инкременты мод в полосе частот  $|\Delta_E| \equiv \equiv |\tilde{\omega} - \omega_0|/v_c \lesssim |\beta| + |n_z|/(\Delta_0 + 2\Gamma_2)$ , причём в случае решётки показателя преломления при  $|\beta + \beta_z|L \gtrsim 1$  возникает "запрещённая" фотонная зона частот  $|\Delta_E| \lesssim |\beta + \beta_z|$ , в которой волны практически не распространяются.

### 3.3. Дисперсия волн и мод

В общем случае развитие сверхизлучения подвержено влиянию дисперсии диэлектрической проницаемости активной среды

$$\epsilon(\tilde{\omega}) = \epsilon_0 + \frac{i4\pi\sigma_0}{\tilde{\omega}} - \frac{4\pi d^2 N_0}{\hbar} \int \frac{n(\omega - \bar{\omega}_{21}) f_L(\omega - \bar{\omega}_{21})}{\omega - \tilde{\omega} - iT_2} d\omega, \quad (20)$$

т.е. зависимости действительной части проницаемости,  $\text{Re } \epsilon$ , от частоты монохроматического поля  $\tilde{\omega}$ , с учётом самосогласованного спектрального профиля плавно неоднородной компоненты инверсии  $n(\zeta, \tau, \Delta)$ . Эта дисперсия взаимосвязана с мнимой частью выражения (20), которая непосредственно определяет инкремент (или коэффициент усиления) поля. Если спектральные профили в компоненте инверсии  $n(\omega - \bar{\omega}_{21})$  являются плавными по крайней мере в масштабе  $T_2^{-1}$ , то при  $1/T_2^* \gg v_c \gg 1/T_2$  в центральной части спектральной линии дисперсия оказывается слабой и обычно можно полагать  $\text{Re } \epsilon \simeq \epsilon_0$  и

$$\text{Im } \epsilon(\tilde{\omega}) \approx \frac{4\pi\sigma_0}{\bar{\omega}_{21}} + \frac{4\pi d^2 N_0 T_2^* (\bar{D} - 2n|_{\omega \approx \tilde{\omega}})}{\hbar}, \quad (21)$$

$$|\tilde{\omega} - \bar{\omega}_{21}| \ll \frac{1}{T_2^*},$$

согласно формуле Сохоцкого без учёта полюсов плавной функции  $n(\omega - \bar{\omega}_{21})$ . В указанном приближении неустойчивость (усиление) поля на частоте  $\tilde{\omega}$  возможна при условии  $\text{Im } \epsilon < 0$ , т.е. только если инверсия населённостей уровней активных центров на этой частоте  $\omega = \tilde{\omega}$  ослаблена не более чем вдвое по сравнению со средней инверсией спектральной линии  $\bar{D} = \int (N(\Delta)/N_0) d\Delta$ , задаваемой начальным импульсом накачки (для суперфлуоресценции) или поддерживаемой непрерывной накачкой (для сверхизлучающего лазера). Численное моделирование часто демонстрирует значительную изрезанность спектрального профиля инверсии  $n(\Delta)$  на нелинейной стадии, что осложняет анализ неустойчивости или усиления монохроматических волн, который, впрочем, и не столь актуален ввиду нелинейности процесса сверхизлучения.

Подчеркнём, что и неустойчивость (усиление) волн или мод, и их нелинейная динамика в существенной мере зависят от скорости затухания поля  $\Gamma_E = 1/(v_c T_E)$  в холодном резонаторе (т.е. при нулевой инверсии  $N(\Delta) = 0$ ). Соответствующее время жизни  $T_E$  в уравнениях (19) не присутствует явно, а определяется как фигурирующими там (и в формулах (20), (21)) омическими, а также дифракционными (волноводными) потерями  $\sigma_0$  и брэгговскими переотражениями волн  $\beta$ , так и граничными условиями. Для рассматриваемой одномерной задачи в общем случае образца с различно отражающими гра-

нями (или в несимметричном резонаторе Фабри–Перо) граничные условия на его краях,  $\zeta = \pm L/2$ , соответствуют отношению амплитуд встречных волн, равному коэффициенту отражения от торцов  $R_{1,2}$ , а в пределе чисто брэгговского резонатора ( $R_{1,2} = 0$ ) и, в частности, в безотражательном пределе ( $\beta = 0$ ) граничные условия отвечают свободному излучению поля:  $a_+(-L/2) = 0$ ,  $a_-(L/2) = 0$ . Если величина  $\sigma_0$  достаточно мала, то для интересующих нас открытых образцов или образцов в низкодобротных резонаторах с небольшими параметрами РОС ( $\beta L \lesssim 1$ ) и/или коэффициентами отражения от торцов (скажем,  $R \lesssim 1/2$ ) время  $T_E$  с точностью до логарифмического фактора порядка единицы определяется временем пробега света через образец<sup>5</sup>:  $T_E \sim B\sqrt{\epsilon_0}/c$ .

Как известно [3, 214, 215] (см. также раздел 5), в низкодобротных системах с  $T_E \lesssim T_2$  сверхизлучение дискретных мод, преобладающих над волнами непрерывного спектра, возможно при выполнении условия

$$v_c^2 T_E \gtrsim \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^*}, \quad (22)$$

тогда как одноравненное сверхизлучение и суперфлуоресценция волн непрерывного спектра, а также осцилляторное сверхизлучение дискретных мод в более добротных системах с  $T_E \gg T_2$  возможны при выполнении более мягкого условия, не зависящего от затухания поля:

$$v_c^2 T_2 \gtrsim \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^*}. \quad (23)$$

Указанные и более детальные условия возникновения модового сверхизлучения, как и характерные спектры и инкременты горячих мод (представленные на рис. 1 для случаев однородного и неоднородного уширения), получаются из линеаризованных уравнений (19) при заданной инверсии активной среды  $n = \text{const}$  (пространственно и спектрально однородной). Спектр мод определяется хорошо известными дисперсионным уравнением среды и характеристическим уравнением резонатора [197, 198], следующими из системы уравнений (19):

$$\kappa^2 + |\beta|^2 = \left( \Omega + \frac{n}{\Omega + \Phi + i(\Delta_0 + \Gamma_2)} \right)^2, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Omega + \frac{n}{\Omega + \Phi + i(\Delta_0 + \Gamma_2)} &= \frac{R_1 \beta + R_2 \beta^*}{1 + R_1 R_2} + \\ &+ \frac{\kappa(1 - R_1 R_2)}{1 + R_1 R_2} \frac{1 + \exp(2ikL)}{1 - \exp(2ikL)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Дисперсионное уравнение является локальным и связывает комплексные отстройки частоты  $\Omega = (\tilde{\omega} - \omega_0)/v_c$  и волнового числа  $\kappa = (k - k_0)B_c$  моды при наличии брэгговского перерассеяния волн. Характеристическое уравнение резонатора диктуется граничными условиями и выделяет дискретные волновые числа встречных волн  $\kappa$ . В левой части уравнения (25) фактически стоит величина  $\pm(\kappa^2 + |\beta|^2)^{1/2}$ , знаки в которой выбираются согласно

<sup>5</sup> В модели среднего поля для образца в резонаторе Фабри–Перо при  $\beta = 0$ , как ясно из первого уравнения системы (19),  $T_E = [2\pi(\tilde{\sigma}_0 + \tilde{\sigma}_{\text{rad}})]^{-1}$ , где  $2\pi\tilde{\sigma}_{\text{rad}} = (c/B\sqrt{\epsilon_0}) \ln |R_1 R_2|^{-1/2}$ .

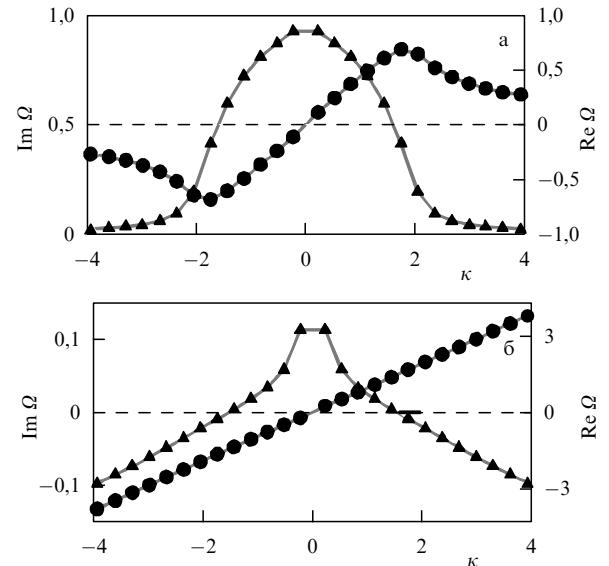


Рис. 1. Типичные зависимости инкрементов  $\text{Im } \Omega$  (треугольники) и сдвигов частоты  $\text{Re } \Omega$  (кружки) от сдвига волнового числа  $\kappa$  для ветви неустойчивых поляритонных мод в инвертированной среде с однородным уширением линии  $\Gamma_2 = 0.02$  (а) и ветви неустойчивых электромагнитных мод в инвертированной среде сильным неоднородным уширением  $\Delta_0 = 4$  (б) в случае одного и того же комбинированного резонатора Фабри–Перо с РОС ( $L = 10$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $R_{1,2} = 0.1 \exp(-i\pi/2)$ ,  $\Phi = 0$ ).

решению уравнений (24), (25) так, чтобы исключить лишние, нефизические, корни, для которых волна, обладающая инкрементом (декрементом), затухает (нарастает) в направлении своего распространения.

Если скорость релаксации поляризации  $1/T_2$  оказывается меньше инкремента моды  $\tilde{\omega}'' \equiv \text{Im } \tilde{\omega}$ , то задействованные в ней активные центры в процессе развития неустойчивости неизбежно фазируются. Следовательно, они излучают коллективно или, как говорят, сверхизлучают, так что на определённом этапе интенсивность их совместного излучения многократно превышает сумму интенсивностей излучения каждого из них.

Для однородно уширенной спектральной линии, когда  $v_c > 1/T_2 > 1/T_2^*$ , активные центры качественно меняют дисперсионные свойства неустойчивых (усиливаемых) волн и мод, которые вместо электромагнитных становятся волнами поляризации и поляритонными модами [3, 16, 48, 88, 139]. Определяющая их диэлектрическая проницаемость (20), согласно (1)–(4) или (19), вблизи резонанса ( $\tilde{\omega} \approx \omega_{21}$ ) имеет хорошо известный вид:

$$\varepsilon(\tilde{\omega}) = \varepsilon_0 + i \frac{4\pi\sigma_0}{\tilde{\omega}} - \frac{4\pi d^2 N_0 D}{\hbar(\tilde{\omega} - \omega_{21} + i T_2^{-1})}, \quad (26)$$

и в среде с инверсией  $D > 0$  приводит к неустойчивым волнам поляризации, которые по дисперсионным свойствам существенно отличаются от традиционных поляритонов в неинвертированной среде [216–219] и формируют коллективное спонтанное излучение, обладая инкрементом величиной вплоть до  $\sqrt{D}v_c$ . В случае преобладания неоднородного уширения, когда  $1/T_2^* > v_c > 1/T_2$ , как ясно уже из обсуждения формул (20) и (21), дисперсия электромагнитных волн или мод слабо изменяется активными центрами, а максимальный инкремент уменьшается до величины так называемой

эффективной кооперативной частоты [215, 220–223]

$$\bar{v}_c = v_c^2 T_2^* \equiv \frac{v_c}{\Delta_0}, \quad (27)$$

определенной кооперативной частотой не всех, а только части близких по частотам активных центров, занимающих спектральную полосу шириной  $2\bar{v}_c$  и не успевающих расфазироваться за время формирования импульса сверхизлучения  $\delta t \sim \bar{v}_c^{-1}$ , т.е.  $\delta t \sim \Delta_0$ . Эта минимальная длительность ожидаемых импульсов поля достижима в результате специальной селекции мод и почти не зависит от параметра связи встречных волн  $\beta$  и от релаксационных времён  $T_{1,2}$ , до тех пор пока  $\delta t \lesssim T_2$ , т.е. при  $\Delta_0 \lesssim \Gamma_2^{-1}$  (см. раздел 5).

Вполне очевидно, что для получения коллективного спонтанного излучения с максимально мощными импульсами без значительных осцилляций нужны активные образцы с длиной  $L \equiv B/B_c$  порядка оптимальной,  $L \sim 2$  и  $L \sim 2\Delta_0 \gg 1$ , определяемой в случаях однородного и сильно неоднородного уширения соответственно кооперативной длиной  $B_c$  и эффективной кооперативной длиной  $\bar{B}_c = B_c \Delta_0$  (вычисленной по эффективной кооперативной частоте (27)). В указанных оценках и расчётах ниже мы полагаем инверсию, заданную изначально или задаваемую накачкой ( $n_p(\Delta)$  либо  $D_p$ ), величиной порядка единицы; иначе необходимо учесть, что максимальные инкременты получаются умножением значений  $\bar{v}_c$  и  $v_c$ , а кооперативные длины — делением значений  $\bar{B}_c$  и  $B_c$  на инверсию и корень из неё соответственно.

### 3.4. Нелинейно-волновые взаимодействия

Проиллюстрируем влияние некоторых из указанных факторов результатами численного моделирования, выполненного в основном для образцов оптимальных размеров. В приводимых ниже примерах уравнения (19) решались, как правило, при следующих начальных условиях (некогерентная одновременная (поперечная) накачка всех активных центров):  $n = 1$ ,  $n_z = 0$ ,  $a_\pm = 0$ ,  $|p_\pm| \sim 10^{-3}$ ; поляризация бралась в виде сильно неоднородной функции координаты  $\zeta$  и частоты  $\Delta$ . Многочисленные проверочные расчёты показали, что получаемые импульсы суперфлуоресценции в отсутствие непрерывной накачки практически не зависят от изменения малых начальных амплитуд волн  $|p_\pm|$ ,  $|a_\pm| \lesssim 10^{-3}$ , а характеристики установившейся генерации при наличии непрерывной накачки, как правило, являются нечувствительными к начальным условиям и остаются теми же для других начальных условий, например нулевых по инверсии, а также при наличии малых "сторонних" шумов электромагнитного поля (ср. [224]).

Вместе с тем спонтанно возникающая стоячая решётка инверсии  $n_z(\zeta, \tau, \Delta)$  с волновым числом  $2k \approx 2\bar{\omega}_{21}\sqrt{\epsilon_0}/c$  в ряде случаев вызывает существенные переотражения и дискриминацию усиления встречных волн с волновыми числами  $\pm k$  [197, 198, 200, 213, 225–227], причём она может быть метастабильной и сохранять на больших временах первоначально заданный или спорадически установленный профиль, а скорость её релаксации  $\Gamma_{1z}$  в газе и особенно в конденсированной среде может заметно отличаться от скорости создания инверсии квазиоднородной накачкой  $\Gamma_1$ , например, из-за расплывания мелкомасштабных структур активных центров вследствие их движения с тепловыми скоростями или

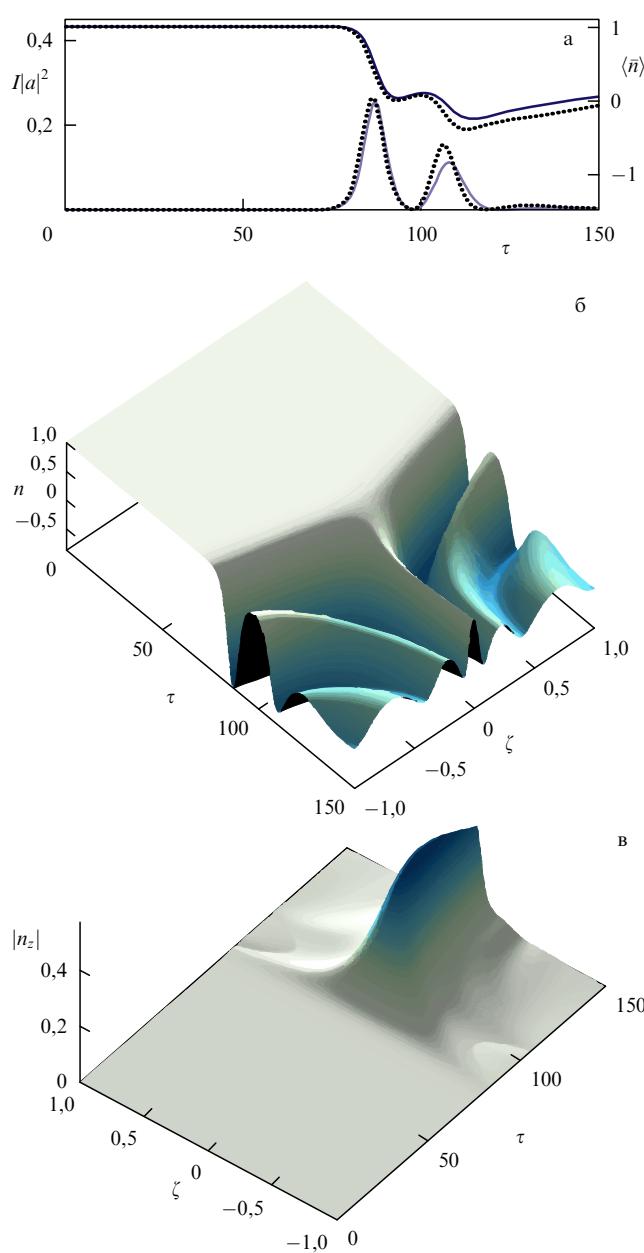
диффузии в матрице (ниже для определённости полагаем  $\Gamma_{1z} = \Gamma_1$ ).

Строго говоря, имеется и аналогичная осциллирующая на частоте поля  $\tilde{\omega} \simeq \bar{\omega}_{21}$  решётка поляризации активных центров с волновыми числами  $\pm 3k$ , обусловленная нелинейным рассеянием электромагнитных волн на стоячей решётке инверсии. Однако время жизни  $T_{2z}$  этой решётки поляризации, как правило, меньше времени жизни  $T_2$  дипольных колебаний отдельного активного центра из-за различных дефазирующих факторов, особенно существенных для неоднородно уширенной спектральной линии, и оно может быть мало по сравнению с временем жизни  $T_{1z}$  решётки инверсии. Кроме того, достижение значительной амплитуды решётки поляризации возможно лишь в краткие промежутки времени при действии импульсов сверхизлучения в условиях, когда их частоты Раби превышают обратное время жизни  $T_{2z}^{-1}$ , что трудно реализуемо. Наконец, решётка поляризации непосредственно не участвует в формировании поля волн поляризации и электромагнитных волн, а лишь деформирует решётку инверсии посредством обратного нелинейного рассеяния электромагнитного излучения. Поэтому решётка поляризации обычно играет второстепенную роль и для простоты она ниже не учитывается. (Возможный случай её влияния на неустойчивость некоторых режимов многомодовой генерации квантово-каскадных лазеров в условиях существования эффектов коллективного спонтанного излучения недавно был указан в работе [228].)

Для иллюстрации эффектов распространения и возможной роли самосогласованного переотражения и селективного усиления волн на рис. 2 и 3 представлены результаты решения системы уравнений (19) для распределённого образца с оптимальной длиной  $L = 2$  без РОС ( $\beta = 0$ ) и пренебрежимо малым коэффициентом отражения на торцах ( $R = 10^{-3}$ ) в случае непрерывной накачки ( $n_p = 1$ ) практически однородно уширенной спектральной линии:  $\Delta_0 = 0,002 \ll \Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02$ . Для удобства на этих и последующих рисунках интенсивность выходящего излучения представлена безразмерной величиной  $I|a_\pm|^2 = (\omega_{R\pm}/v_c)^2$ , равной квадрату нормированной амплитуды частоты Раби  $\omega_{R\pm} = d|A_\pm|/\hbar$  поля соответствующей волны  $A_\pm$  этого излучения.

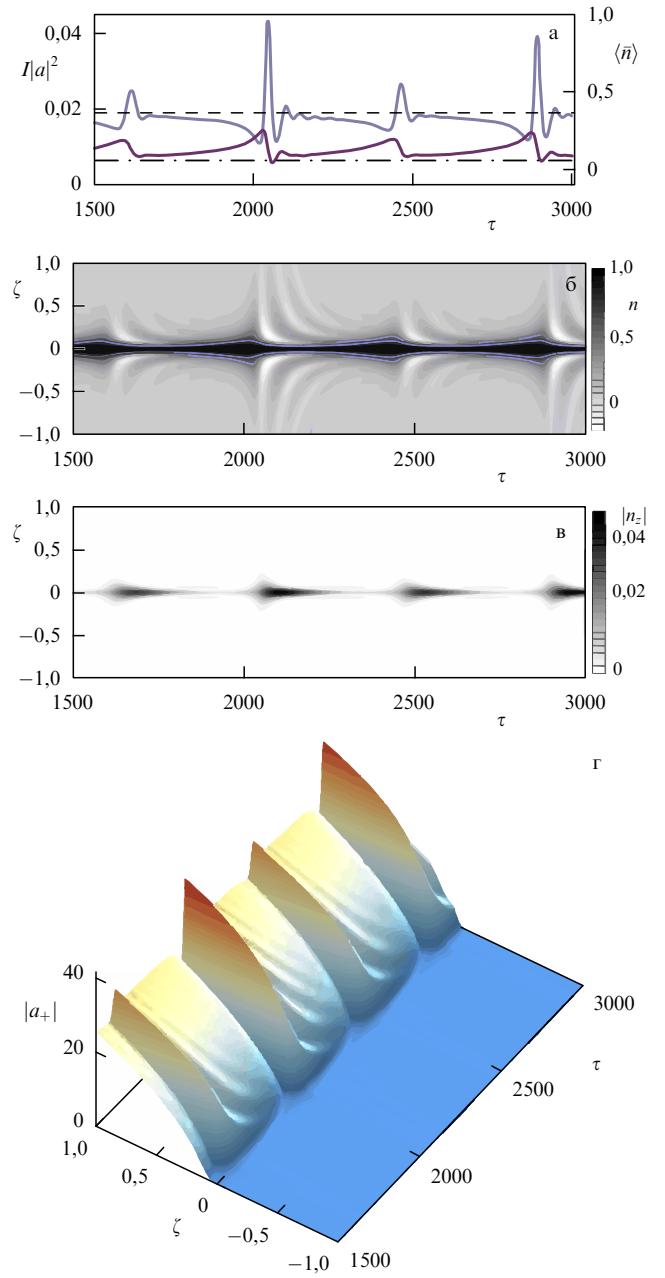
На первоначальном этапе суперфлуоресценции непрерывная накачка не играет особой роли и импульсы коллективного спонтанного излучения (практически одинаковые с обоих торцов образца) (рис. 2а) формируются в процессе излучательной неустойчивости волн поляризации и снятия их полем первоначально запасённой инверсии (рис. 2б). Эффекты распространения когерентного излучения увеличивают длительность основного импульса одностороннего сверхизлучения до нескольких обратных кооперативных частот, а его перепоглощение приводит к высыпчиванию повторного, более слабого, импульса. Решётка инверсии  $n_z(\zeta, \tau)$  возникает только в центральной части образца (рис. 2в), где есть встречные волны со сравнимыми амплитудами на стадии насыщения основного импульса, и не успевает сильно повлиять на него, однако заметно, примерно на 10 %, изменяет параметры повторного импульса (рис. 2а).

На рисунке 3 показан типичный эпизод установившейся генерации квазимохроматического сверхизлучения, тоже практически одинакового для противоположных торцов образца. Генерация была бы монохро-



**Рис. 2.** Суперфлуоресценция образца длиной  $L = 2$  с пренебрежимо малыми отражениями на торцах ( $R = 10^{-3}$ ) в случае медленной непрерывной накачки ( $n_p = 1$ ) и почти однородного уширения спектральной линии:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02 \gg \Delta_0 = 0,002$ . (а) Осциллограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$  и средней по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  с учётом (сплошные кривые) и без учёта (пунктирные кривые) самосогласованной решётки инверсии  $n_z$ . (б, в) Пространственно-временная эволюция инверсии  $n_z(\zeta, \tau)$  и амплитуды решётки инверсии  $|n_z(\zeta, \tau)|$ .

матической (с точностью до ширины спектральной линии) без учёта решётки инверсии (см. штриховую линию на рис. 3а), когда встречные волны усиливаются согласно локальному значению стационарного профиля инверсии (рис. 3б) строго в рамках одностороннего приближения. Возникающая в центральной части образца решётка инверсии (рис. 3в) приводит к неустойчивости монохроматической генерации благодаря небольшому перераспределению встречных волн, меняющему их усиление, позволяющему возрастать инверсии в центре образца и сопровождающемуся квазипериодическим развитием спорадических несильных импульсов сверхизлучения то



**Рис. 3.** Типичный вид установившейся сверхизлучательной генерации при непрерывной накачке того же распределённого образца, что и на рис. 2. (а) Осциллограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$  и средней по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  с учётом (светлая и тёмная сплошные кривые) и без учёта (штриховая и штрихпунктирная линии) самосогласованной решётки инверсии  $n_z$ . (б, в) Квазипериодическая эволюция пространственных распределений инверсии  $n_z(\zeta, \tau)$  и амплитуды решётки инверсии  $|n_z(\zeta, \tau)|$ . (г) Пространственно-временная эволюция профиля амплитуды волны  $|a_+(\zeta, \tau)|$ , бегущей вправо.

одной, то другой из них (сплошные кривые на рис. 3а), причём их конкретные осциллограммы являются чувствительными к квантовым, тепловым (и численным) шумам и в целом сильно зависят от длины образца  $L$  и скорости накачки  $\Gamma_1$ .

Отметим, что бегущая вправо волна  $a_+$  (рис. 3г) в левой части образца почти постоянна по амплитуде,  $|a_+(\zeta < 0)| \sim R|a_-(\zeta = -L/2)|$ , и она усиливается только в его правой части, индуцированным образом "съедая" там всю поставляемую накачкой инверсию, а именно прак-

тически сводя её к нулю. Симметрично, при замене право  $\rightleftarrows$  лево, ведёт себя бегущая влево волна  $a_-$ . Спектр обеих волн одинаков, и кроме квазимохроматической компоненты он содержит пьедестал шириной порядка некоторой доли кооперативной частоты, обусловленный указанными спорадическими импульсами сверхизлучения.

Если бы длина образца рассматриваемых активных центров с однородным уширением спектральной линии была много больше кооперативной,  $L \gg 1$ , то ни в процессе суперфлуоресценции, ни при сверхизлучательной лазерной генерации метастабильная решётка инверсии  $n_z$ , даже слабая, не устанавливалась бы из-за нерегулярного перепоглощения импульсов сверхизлучения на участках с длиной порядка кооперативной, а выходящее излучение являлось бы осциллирующим и слабо когерентным (квазихаотическим с учётом реальных шумов и стохастических начальных условий) с шириной спектра  $\sim v_c$  или даже заметно  $\sim$  уже благодаря уменьшению крутизны и удлинению импульсов поля в образце вследствие многократных перепоглощений. Ввиду отсутствия эффективного перерассеяния встречных волн для описания подобной динамики, по существу, достаточно приближения однонаправленного сверхизлучения [3, 12–14, 43, 46, 229].

Для очень коротких образцов,  $L \ll 1$ , сверхизлучательная лазерная генерация трудно реализуема, а суперфлуоресценция является когерентной и осцилляторной (подчиняясь в определённых условиях автомодельному закону [3, 230–232]), причём её главная часть, имеющая вид удлинённого импульса с длительностью  $\sim (v_c^2 T_E) \sim (v_c L)^{-1}$ , неплохо описывается моделью среднего поля для угла Блоха [4, 14, 46, 87, 110, 129, 233] (аналогичной сильно затухающему маятнику), дающей суженный спектр шириной  $\sim v_c L$ . Сравнительно небольшая амплитуда поля встречных волн, несмотря на его вполне регулярный характер, исключает образование внутри образца заметной решётки инверсии, и формально опять применимо однонаправленное приближение, хотя осцилограммы излучения из противоположных торцов могут сильно различаться, быть несимметричными. Последнее обусловлено различиями квантовых и тепловых флуктуаций (начальных и сопровождающих накачку) поля и поляризации на этих торцах и тем обстоятельством, что встречные волны усиливаются за счёт общего резервуара инверсии активных центров и поэтому сильно конкурируют друг с другом.

### 3.5. Проявления динамики излучения

Учёт омических или дифракционных (волноводных) потерь в уравнениях (19), который является важным при  $\Sigma_0 \gtrsim L^{-1}$ , приводит к дополнительному ослаблению интенсивности излучения, удлинению импульсов и сужению спектра сверхизлучения, причём при  $L \sim 1$  динамическая решётка инверсии может играть заметную роль лишь при  $\Sigma_0 \lesssim 1$ , а при  $L \gg 1$  процесс формирования отдельных импульсов внутри образца сильно модифицируется вследствие этих потерь только при  $\Sigma_0 \gtrsim 1$ , оставаясь по существу однонаправленным и теряя осцилляторный характер при больших потерях,  $\Sigma_0 \gg 1$ . Особенности влияния таких распределённых потерь на сверхизлучение волн с непрерывным спектром в однонаправленном приближении (в отсутствие каких-либо отражений), в том числе переход от осцилляторного

сверхизлучения к одноимпульсному, рассмотрены в [3, 87, 112, 233]. Мы не будем больше останавливаться на этих потерях, считая  $\Sigma_0 = 0$ , поскольку наибольший интерес представляет само излучение через торцы образца, тоже играющее роль потерь для диссипативной неустойчивости волн поляризации и обусловливающее сильную неоднородность поля и поляризации внутри образца в условиях большого усиления волн в активной среде осцилляторов, имеющего место в процессе сверхизлучения<sup>6</sup>.

Как неоднократно отмечалось и в экспериментах, и в теории сверхизлучения, даже небольшие отражения от торцов,  $R \ll 1$ , почти не ослабляющие выходящее излучение, могут существенно влиять на динамику поля, поляризации и инверсии внутри образца, а следовательно, и на характер импульсов коллективного спонтанного излучения [3, 13, 36, 38, 40, 108, 115, 116, 127, 128, 194, 195, 224, 234–237]. Оставляя до раздела 5 обсуждение влияния отражений на структуру полей внутри образца и форму выходящих импульсов в процессах суперфлуоресценции и сверхизлучательной генерации мод дискретного спектра, отметим лишь, следуя [37, 197, 198, 238, 239], что оно будет нивелироваться, по сути, однонаправленным сверхизлучением волн непрерывного спектра в очень длинных образцах с

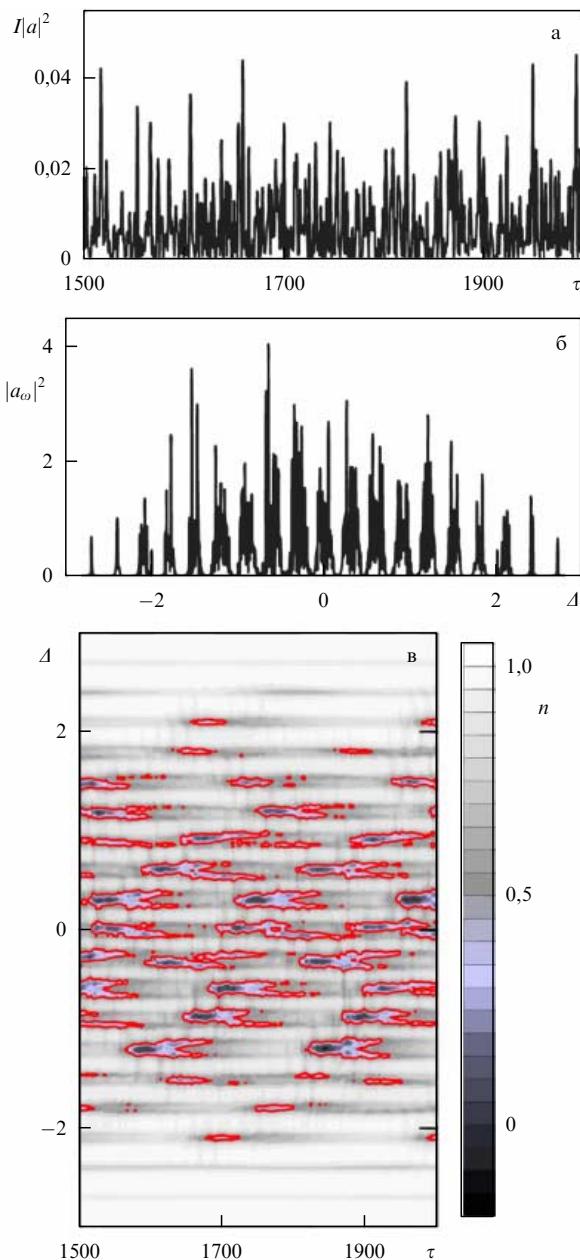
$$L \gg n_p^{-1/2} \ln |R|^{-1}, \text{ т.е. } v_c \sqrt{n_p} \gg T_E^{-1} > T_2^{-1}, \quad (28)$$

$$L \gg \Delta_0 n_p^{-1} \ln |R|^{-1}, \text{ т.е. } \bar{v}_c n_p \gg T_E^{-1} > T_2^{-1}, \quad (29)$$

в случаях однородного ( $\Delta_0 < \Gamma_2$ ) и сильно неоднородного ( $\Delta_0 \gg 1 \gtrsim \Gamma_2$ ) уширения соответственно. При этом, имея в виду определённости достаточно быструю непрерывную накачку, можно показать, что уже вблизи первого лазерного порога ( $n_p \sim n_{p1}$ ) даже при значительных отражениях ( $\ln |R|^{-1} \sim 1$ ) типичными будут процессы локального сверхизлучения на отдельных участках длиной  $\delta L \sim 1$  и  $\delta L \sim \Delta_0$  соответственно (при инверсии порядка единицы). Импульсы, возникающие на различных участках такой длины, будут слабо когерентными между собой и плохо разделёнными, в частности, вследствие поглощения на соседних участках. В итоге поставляемая накачкой инверсия будет сниматься более или менее однородно по всему сверхизлучающему лазеру, создавая шумоподобное низкокогерентное излучение во всей спектральной линии — однородной ( $2/T_2$ ) либо неоднородной ( $2/T_2^*$ ). В последнем случае даже для образцов с меньшей длиной при  $L \gg \Delta_0^{-1}$  в сверхизлучательный режим генерации будет вовлечено сразу большое число мод, поскольку межмодовый интервал для таких образцов<sup>7</sup>, равный  $\pi c / (B\sqrt{\epsilon_0}) \sim 1/T_E$ , мал по сравнению с полосой неоднородного уширения  $2/T_2^*$ .

<sup>6</sup> Согласно (21) и (26), для образца со значениями однородной инверсии и фактора заполнения порядка единицы,  $\tilde{D} \sim 1$  и  $\tilde{\Gamma} \sim 1$ , полный коэффициент усиления монохроматического поля  $\propto \exp(i\omega t + ikz)$  с комплексным волновым числом  $k$  в центре линии при  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_{21}$  составляет большую величину:  $-B \operatorname{Im} k = (B/B_c)(\tilde{D}/\tilde{\Gamma})v_c/(T_2^{-1} + T_2^{*-1}) \gtrsim 1$  — как при однородном ( $T_2 \ll T_2^*$ ), так и при сильно неоднородном ( $T_2 \gg T_2^*$ ) уширении, если  $L \gtrsim 1$  и  $L \gtrsim \Delta_0 \equiv (v_c T_2^*) \gg 1$  соответственно.

<sup>7</sup> Для очень коротких образцов с  $B \sim T_2^* c / \sqrt{\epsilon_0}$  и  $\ln |R|^{-1} \gtrsim 1$ , т.е. содержащих только одну моду внутри спектральной линии и открытых для вывода сверхизлучения, осуществление коллективного спонтанного излучения требует слишком большой плотности инвертированных активных центров с  $v_c \sim 1/T_2^*$ , трудно достижимой для имеющихся активных сред.



**Рис. 4.** (В цвете онлайн.) Пример квазихаотической динамики многоомодового сверхизлучающего лазера с сильно неоднородно уширенной спектральной линией и низкодобротным резонатором Фабри–Перо:  $R = 0,1$ ,  $L = 10$ ,  $\Delta_0 = 4$ ,  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02$ ,  $n_p = 1$ . (а) Осциллограмма нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$ . (б) Спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения. (в) Динамический спектр инверсии  $n(\tau, \Delta)$  населённостей уровней активных центров на торце  $\zeta = L/2$ .

Тогда при значительном превышении порога генерации излучение лазера будет квазихаотическим, не содержащим сколько-нибудь выраженных отдельных импульсов модового сверхизлучения, а различие частот активных центров в полосе генерации каждой моды будет способствовать расфазировке их излучения и подавлению его коллективного характера.

В подобных сильно нестационарных режимах генерации сверхизлучающего лазера с резонатором Фабри–Перо спектр излучения имеет не только дискретную, но и значительную сплошную компоненту вследствие нелинейного уширения и перекрытия спектров мод, а также

перекрытия выжигаемых ими спектральных провалов инверсии населённостей (рис. 4). Для реализации обособленных импульсов коллективного спонтанного излучения в сверхизлучающих лазерах с неоднородным уширением спектральной линии требуется селекция мод, т.е. дополнительное увеличение инкремента или коэффициента усиления в одной или небольшом числе мод (см. раздел 5). Существенно, что для этого, как и в случае однородного уширения спектральной линии, весьма полезен низкодобротный резонатор, который облегчает реализацию сверхизлучения и обеспечивает его эффективный вывод наружу, но поле в котором оказывается сильно неоднородным и, как правило, неодномодовым, а следовательно, не допускает корректного описания в рамках модели среднего поля.

#### 4. Наблюдения суперфлуоресценции ансамблей диполей и коллективной рекомбинации электронов и дырок

##### 4.1. Эксперименты продолжаются

В дополнение к первым экспериментам по суперфлуоресценции, выполненным в 1970–1980-х годах в инфракрасном и оптическом диапазонах в основном на газах и активированных кристаллах (см. известные обзоры [12, 14, 44, 45, 149, 210]), в последние годы было проведено много новых экспериментов по выяснению свойств коллективного спонтанного излучения инвертированных активных центров самой различной природы, прежде всего, в оптике полупроводниковых структур [56–60, 62–68, 98–101, 103, 146, 193, 240–253]. Эти эксперименты отчасти отражены в недавних обзора [4, 5, 15, 47, 223], и мы приведём всего несколько примеров из их числа, акцентируя внимание на тех особенностях явления сверхизлучения, описание которых выходит за рамки модели среднего поля однородного ансамбля активных центров и требует учёта его спектрально-пространственной неоднородности или эффектов распространения, переотражения и взаимодействия встречных волн электромагнитного поля и поляризации.

К сожалению, экспериментальных данных о пространственно-временной динамике процесса сверхизлучения крайне мало, и поэтому для пояснения качественного анализа мы будем прибегать к иллюстративному численному моделированию. Подчеркнём, что используемые нами одномерные уравнения (19) являются весьма универсальными и позволяют создать адекватную картину явления сверхизлучения для большинства проведённых экспериментов, несмотря на широкое разнообразие исследованных активных центров: атомов и молекул в газах, молекулярных центров и активированных центров на красителях в различных матрицах, молекулярных J- и H-агрегатов и примесей в полимерных тонких пленках, квантовых точек и нанокристаллов, электрондырочных пар и экситонов в гетероструктурах и различных ловушках и пр. При этом в ряде случаев необходимы отказ от двухуровневого приближения и учёт когерентной коллективной динамики переходов между большим числом энергетических уровней активных центров, как, например, при описании каскадной суперфлуоресценции разночастотных импульсов при лазерной накачке достаточно высоколежащих уровней атомов Ca или Rb в рассматриваемых ниже экспериментах.

#### 4.2. Пример исследования суперфлуоресценции в газе

Начнём с эксперимента [56] по суперфлуоресценции на переходе  $3d4s\ ^3D_J - 4s4p\ ^3P_{J-1}$  ( $\lambda_{21} \approx 2$  мкм) в парах Са с температурой порядка 900 К и типичной концентрацией  $5 \times 10^{14}$  см $^{-3}$ , возбуждавшихся 6-наносекундным импульсом 100-киловаттного лазера на красителе с длиной волны  $\approx 0,4$  мкм через вышележащие уровни, с которых происходила "импульсная" накачка указанного перехода в течение  $\sim 100$  нс в основном за счёт изменяющихся спин столкновений с атомами буферного газа Ar, имевшего парциальное давление 100–800 торр. Инверсия возникала при поперечном облучении лазером цилиндрического объёма смеси газов Са и Ar длиной  $B \approx 50$  см и поперечным сечением  $S \approx (0,01 - 0,5)$  см $^2$ , так что число Френеля лежало в пределах  $1 \lesssim F \lesssim 10$ , а длина, согласно оценке авторов, превышала кооперативную  $B_c$  в 10 и более раз,  $B/B_c \gtrsim 10$ .

Насколько нам известно, это первый детальный эксперимент<sup>8</sup>, в котором количественно изучалось влияние "поперечной" многомодовости и "продольного" перепоглощения суперфлуоресценции в столь длинных образцах с большой концентрацией активных центров и малым уширением их спектральной линии, когда кооперативная частота достигала величины  $v_c \sim 10^9$  с $^{-1}$  и могла в несколько раз превышать ширину линии, преимущественно столкновительную<sup>9</sup>:  $v_c \gtrsim 2/T_2 \gtrsim 3 \times 10^8$  с $^{-1} \sim 2/T_2^*$  (неоднородное доплеровское уширение частично подавлялось столкновениями). Подобные по порядку величины параметры были достигнуты и в эксперименте [222] по суперфлуоресценции атомов Са на переходе  $4s4p\ ^1P_1 - 3d4s\ ^1D_2$  с  $\lambda_{21} \approx 5,5$  мкм, в качестве предвестника наблюдавшейся и в данном эксперименте в ходе каскадной релаксации возбуждений Са до уровня  $3d4s\ ^3D_J$ , являющегося верхним рабочим уровнем для формирования рассматриваемого коллективного спонтанного излучения. Время задержки последнего лежало в пределах 30–100 нс и складывалось из "кооперативного" времени  $\sim 10v_c^{-1}$ , необходимого для формирования первого импульса этого коллективного спонтанного излучения в торцевой части образца длиной  $\sim 2B_c$  (т.е. около одного или нескольких сантиметров), и из конечного времени (несколько десятков наносекунд) действия лазерной накачки и дальнейшего создания инверсии на рабочем переходе  $3d4s\ ^3D_J - 4s4p\ ^3P_{J-1}$  после ряда каскадных переходов по уровням атомов Са, в том числе благодаря их столкновениям с атомами Ar.

Длительность основного (первого) импульса составляла 5–50 нс, т.е. в несколько десятков или сотен раз меньше радиационного времени жизни ( $\approx 3$  мс) верхнего рабочего уровня  $3d4s\ ^3D_J$  отдельного атома Са. Полная длительность коллективного спонтанного излучения имела порядок времени задержки и достигала 100 нс, поскольку флуоресценция поддерживалась на всём своём

<sup>8</sup> Пионерским по суперфлуоресценции Са был эксперимент [37] с  $F \sim 1$  и  $B \lesssim 3B_c$ , в котором доминирующим механизмом релаксации поляризации, ограничивающим коллективное спонтанное излучение, являлось доплеровское уширение.

<sup>9</sup> Указанные уникальные условия:  $v_c > 2/T_2$ ,  $v_c > 2/T_2^*$  при  $B > B_c$ , были достигнуты и в экспериментах [60, 123] с плотным газом рубидия при воздействии нерезонансной импульсной 100-фемтосекундной лазерной накачки, продемонстрировавших реализацию осцилляторного режима каскадной суперфлуоресценции пикосекундных импульсов, корректное описание генерации которых требует выхода за рамки приближения однонаправленного сверхизлучения.

протяжении дополнительным поступлением инвертированных (на уровень  $3d4s\ ^3D_J$ ) атомов Са в основном за счёт указанного выше столкновительного механизма. При этом обычно реализовывался осцилляторный режим сверхизлучения, т.е. наблюдалось несколько когерентных импульсов. Они либо образовывались на различных глубинах в слоях толщиной порядка нескольких кооперативных длин  $B_c$  и достигали торцов образца после ряда перепоглощений, либо (при  $F \gtrsim 3$ ) приходили под немного разными углами и формировались слабо пересекающимися пучками лучей, составлявших внутри инвертированного образца более тонкие цилиндры с числом Френеля порядка единицы. С увеличением числа Френеля всего образца  $F$  число наблюдавшихся пересекающихся импульсов возрастало и их амплитуда уменьшалась, а для  $F \sim 10$  при усреднении по многим выстрелам осцилляторная структура суперфлуоресценции полностью исчезала. При этом во всех случаях суперфлуоресценция из противоположных торцов была примерно одинаковой и отвечала однородному сверхизлучению, рассмотренному в разделе 3.

#### 4.3. Кооперативная рекомбинация свободных электронов и дырок

Перейдём к рассмотрению экспериментов [59, 146, 193, 248, 252] по коллективной спонтанной рекомбинации свободных, несвязанных, электронов и дырок<sup>10</sup>, исходно создаваемых некогерентной оптической накачкой 150-фемтосекундным импульсом титан-сапфирового лазера в барьерах охлаждённой до температуры 4–150 К многослойной гетероструктуры квантовых ям, помещённой в поперечное к ним квантующее магнитное поле  $B_0 = 4 - 17,5$  Тл. Использовались гетероструктура из 15 слоёв 8-нанометровых квантовых ям In<sub>0,2</sub>Ga<sub>0,8</sub>As, разделённых 15-нанометровыми барьерами GaAs, и пятно засветки размером  $\approx 0,5$  мм при поверхностной плотности энергии в импульсе около 10 мДж см $^{-2}$ . С учётом локальной нейтральности, т.е. равенства концентраций электронов и дырок, уравнения для разности их населённостей на соответствующих уровнях Ландау  $N(K)$ , поляризации  $P(K)$  и поля суперфлуоресценции в полосе рекомбинационных частот для каждого уровня Ландау  $n_L = 0, 1, 2, \dots$  вполне аналогичны уравнениям (19) для однонаправленной суперфлуоресценции двухуровневых активных центров. Существенно, что магнитное поле ослабляет релаксацию поляризации электрон–дырочных пар  $T_2^{-1}$  и увеличивает их дипольный момент  $d = d_{e,h}$ , который входит в кооперативную частоту (18) и определяется матричным элементом межзонного перехода между состояниями замагниченных электронов и дырок с энергиями (в приближении параболических зон)

$$E_{e,h} = \pm \frac{E_g + (2n_L + 1)\hbar\omega_{B_{e,h}}}{2} \pm \frac{\hbar^2 K^2}{2m_{e,h}}, \quad (30)$$

где  $E_g$  — ширина запрещённой зоны,  $\omega_{B_{e,h}} = eB_0/(cm_{e,h})$  — гироизменение,  $m_{e,h}$  — массы электронов и дырок,  $K$  —

<sup>10</sup> Первоначальные предложения и теоретические предпосылки указанных и целого ряда других возможных экспериментов по коллективному спонтанному излучению при рекомбинации электронов и дырок в полупроводниковых структурах можно найти в работах [215, 254–256].

их волновое число в зоне Бриллюэна в направлении вдоль магнитного поля  $B_0$ .

Задаваемый накачкой и релаксацией носителей профиль спектральной линии  $f_{n_L}(\Delta)$  как функция нормированной отстройки частоты рекомбинации от минимального значения для данного уровня Ландау  $n_L$ ,  $\Delta = \hbar^2 K^2 (m_e^{-1} + m_h^{-1}) / (2v_c)$ , вряд ли представляет собой лоренцевский "колокол", а скорее он является похожим на фермиевскую размытую ступеньку и зависит от концентрации электрон-дырочных пар и их неравновесности. Точный вид этого профиля не представляет особого интереса, поскольку, согласно оценкам, его ширина меньше кооперативной частоты для всех рекомбинационных переходов между соответствующими уровнями Ландау электронов и дырок  $(0, 0), (1, 1), \dots$  (вплоть до  $(9, 9)$ , в зависимости от накачки, магнитного поля и температуры), демонстрировавших импульсы суперфлуоресценции.

Импульсы излучались в случайных направлениях, но всегда в плоскости квантовых ям, поскольку вдоль них имеются наибольший коэффициент усиления, а также дополнительные волноводные свойства, которые обусловлены присутствием электрон-дырочной плазмы, созданной накачкой. Минимальные длительность импульсов и время опустошения отдельного уровня Ландау составляли  $\sim 10$  пс, что соответствует кооперативной длине  $B_c$  порядка размера пятна засветки и кооперативной частоте  $v_c \gtrsim 10^{11}$  см $^{-1}$ , превышающей, согласно оценкам, обратное время релаксации дипольных колебаний замагниченной электрон-дырочной пары ( $T_2 \gtrsim 10$  пс). Время задержки высвечивания импульсов флюктуировало в пределах их длительности от выстрела к выстрелу, составляя величину  $\sim 50$  пс для самых верхних уровней Ландау и доходя до 300 пс для самых нижних. При этом каждый нижележащий переход ( $n_L, n_L$ ) высвечивал импульс сразу после того, как высвечивался импульс суперфлуоресценции с предшествующего вышележащего перехода ( $n_L + 1, n_L + 1$ ), что отвечает ступенчатому понижению электронного и дырочного квазиуровней Ферми, вблизи которых, как известно [257], скорость электрон-дырочной рекомбинации возрастает благодаря кулоновскому взаимодействию носителей.

При слабом магнитном поле,  $B_0 < 0,4$  Тл, или при температуре выше 150 К суперфлуоресценции не наблюдалось, поскольку уровни Ландау не были спектрально обособленными и при концентрации электрон-дырочных пар  $\sim 10^{12}$  см $^{-2}$ , требуемой для выполнения условия  $v_c > T_2^{-1}$ , получающаяся неоднородно уширенная спектральная линия имела ширину, превышающую кооперативную частоту, т.е. условие сверхизлучения (23) не выполнялось. Данный эксперимент подтверждает общий вывод [3, 198, 215, 258, 259] о том, что в отсутствие селекции электромагнитных мод, в частности, в рассмотренном режиме одностороннего сверхизлучения волн непрерывного спектра, невозможна суперфлуоресценция однородного ансамбля инвертированных активных центров с неоднородным уширением спектральной линии, превышающим кооперативную частоту (18). В этих условиях для реализации коллективного спонтанного излучения требуется существенная модификация спектральной линии диполей-осцилляторов, например спектральное отщепление от неё подансамбля с шириной, меньшей кооперативной частоты, вычисленной для активных центров этого подансамбля. Другая возмож-

ность, не требующая отщепления спектральной линии, — это существенное увеличение дипольного момента перехода и спектральной плотности состояний в достаточно узкой полосе частот инвертированных активных центров, при котором их кооперативная частота превысит ширину этой полосы, а следовательно, их усиленное взаимодействие через самосогласованное поле излучения может преодолеть эффект затухания, вносимый расфазировкой соседних по спектру групп активных центров, инвертированных или неинвертированных.

Подобная последней возможность реализована в эксперименте [65] по наблюдению суперфлуоресценции<sup>11</sup> за счёт коллективной рекомбинации свободных электронов и дырок в двумерном вырожденном газе на частоте, определяемой разностью их квазиуровней Ферми в упомянутых выше полупроводниковых квантовых ямах с толщиной 8 нм и концентрацией носителей  $\sim 10^{12}$  см $^{-2}$ . Именно для электрон-дырочных пар, образованных носителями с энергиями вблизи соответствующего скачка фермиевского распределения, имеет место кулоновское усиление радиационного взаимодействия [257], позволяющее возрастать самосогласованному полю с уровня квантовых или тепловых шумов и приводящее к ускоренной гибели породивших его электрон-дырочных пар путём их вынужденной (индукционной) рекомбинации. В ходе этого процесса квазиуровни Ферми электронов и дырок сближаются и усиление взаимодействия за счёт кулоновских корреляций переносится на электрон-дырочные пары с более низкими частотами рекомбинации. Поэтому полный импульс суперфлуоресценции, излучаемый в случайных направлениях вдоль квантовых ям, оказывается довольно продолжительным (до 200 пс), его динамический спектр демонстрирует красное смещение (разность несущих частот в начале и в конце импульса доходит до 10 %), а на фиксированной частоте длительность суперфлуоресценции довольно мала — 10–50 пс.

Не станем более обсуждать модификацию спектральной линии активных центров и будем полагать её плавной, одномасштабной и не обладающей какими-либо особенностями, т.е. имеющей вид лоренцевской или подобной ей линии. Обратимся к эффектам селекции электромагнитных волн, участвующих в коллективном спонтанном излучении, которая возможна благодаря неоднородному распределению активных центров в протяжённом образце, структурированию содержащей их матрицы либо наличию каких-либо границ или электродинамической системы вокруг образца.

<sup>11</sup> Упомянем также работу [253], в которой при температуре  $\sim 300$  К в результате непрерывной тепловой (токовой) накачки площадок ( $50 \times 50$  мкм $^2$ ) квантовых ям InGaAs с толщиной 18,5 нм и 100 нм в обкладках из AlInAs-барьеров и концентрацией носителей  $1,5 \times 10^{13}$  см $^{-2}$  и  $8 \times 10^{13}$  см $^{-2}$  соответственно наблюдалось излучение инфракрасных фотонов в интервале энергий 100–200 мэВ с шириной линии около 14 мэВ, что авторы [253] интерпретируют как проявление коллективного спонтанного излучения при электрон-дырочной рекомбинации с характерным временем менее 100 фс (непосредственно в эксперименте не измерявшимся). Предложенная интерпретация, апеллирующая к плазменному механизму излучения, является далеко не очевидной в условиях имевшегося большого неоднородного уширения спектральной линии (15–30 мэВ, в зависимости от температуры) и требует верификации, в частности, с учётом особенностей сверхизлучательной лазерной генерации, обсуждающихся в разделе 5.

#### 4.4. Вопросы физики суперфлуоресценции экситонов

В качестве весьма показательного и содержательного эксперимента остановимся на недавнем наблюдении [67, 68] признаков суперфлуоресценции неравновесных экситонов (связанных кулоновскими силами электрон-дырочных пар), сосредоточенных вблизи 60 троек монослойных квантовых ям InAs (разделённых парой барьёров GaAs толщиной 10 нм), которые собраны в гетероструктуру с периодом следования  $\lambda_0/2 \approx 120$  нм, составляющим примерно половину длины волны в рассматриваемом полупроводнике GaAs с  $\sqrt{\epsilon_0} = 3,523$  (при температуре 5 К) для излучения на частоте рекомбинации экситонов ( $\hbar\omega_{21\min} = 1,47$  эВ). Носители в гетероструктуре создавались с исходной концентрацией  $\sim 3 \times 10^{15}$  см<sup>-2</sup> с помощью фемтосекундного лазерного импульса (с поверхностной плотностью энергии до  $w_p \approx 1,5$  мДж см<sup>-2</sup> и энергией фотонов около 1,54 эВ) в пятне засветки диаметром 150–200 мкм и образовывали экситоны, которые за время  $\lesssim 400$  пс (в зависимости от температуры в исследованном интервале 5–100 К) охлаждались, в частности, благодаря стимулированному рассеянию. Далее с задержкой  $\lesssim 300$  пс (в зависимости от накачки и температуры) и таким же характерным временем спадания наблюдалась ускоренная рекомбинация электрон-дырочных пар, наиболее отчётливо проявлявшаяся для углов вылета фотонов по отношению к нормали к гетероструктуре  $\alpha = 30^\circ - 70^\circ$  в интервале энергий  $\hbar\tilde{\omega} = (1,475 - 1,495)$  эВ. Согласно закону Снеллиуса  $\sin \alpha = \sqrt{\epsilon_0} \sin \theta$ , указанные углы отвечают внутри гетероструктуры волновым векторам, образующим с нормалью углы  $\theta \approx 8^\circ - 15^\circ$ . При изменении угла  $\theta$  максимум в спектре наблюдаемого излучения примерно следовал закону брэгговского резонанса

$$\hbar\tilde{\omega} \simeq \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_0 \sqrt{\epsilon_0 - \sin^2 \theta}}, \quad (31)$$

а наблюдаемая интенсивность с возрастанием накачки увеличивалась сверхлинейно (примерно как  $w_p^{1.7}$ ).

При малых углах  $\theta \lesssim 5^\circ$ , когда  $\alpha \lesssim 20^\circ$ , суперфлуоресценции не наблюдалось, по-видимому, вследствие наличия узкой фоновой линии некогерентной люминесценции<sup>12</sup> основной массы охлаждённых экситонов в интервале энергий 1,470–1,475 эВ, спектральное положение которой практически не зависело от накачки и угла наблюдения, а интенсивность увеличивалась линейно с возрастанием накачки и только при наибольших температурах (50–100 К) и максимально допустимой накачке  $w_p \sim 1,5$  мДж см<sup>-2</sup> интегрально по спектру не превышала интенсивности более высокоэнергетического излучения. Последнее для углов  $\theta$ , близких к углу полного внутреннего отражения,  $\theta \approx 15^\circ - 16.5^\circ$ , наблюдать трудно из-за близкого к единице коэффициента отражения от поверхности гетероструктуры,  $1 - R \lesssim 0,1$  (при нормальном падении  $R \approx 0,56$ ).

В отсутствие информации об излучении, идущем вдоль квантовых ям, и детальных данных о простран-

ственno-спектральном распределении и динамике электронов, дырок и экситонов, можно сделать лишь весьма общие предположения о выполнении условий существования и фактической реализации коллективной электрон-дырочной рекомбинации в проведённом эксперименте. Наличие большого неоднородного уширения  $2/T_2^* \approx \approx (0,01 - 0,02)\bar{\omega}_{21}$  (связанного, в частности, с движением частиц и неоднородностью запрещённой зоны  $E_g$  вблизи квантовых ям за счёт присутствия In и электрон-дырочных пар с большой концентрацией), вряд ли меньшего кооперативной частоты ансамбля экситонов, которую оптимистично можно оценить как  $v_c \sim (10^{-3} - 10^{-2})\bar{\omega}_{21}$ , и значительно более слабого однородного уширения,  $2/T_2 \gtrsim 2/T_1 \sim 10^{-3}\bar{\omega}_{21}$  (в основном нерадиационного и зависящего от температуры и концентрации электрон-дырочных пар), означает, что суперфлуоресценция должна динамически определяться эффективной кооперативной частотой  $\bar{v}_c = v_c^2 T_2^*$  и, согласно (23), в однородном образце может существовать при  $\bar{v}_c > T_2^{-1}$ . В соответствии с оценками авторов [67, 68], для её описания допустимо однонаправленное приближение, поскольку брэгговское перерассеяние встречных волн практически отсутствует благодаря слабой пространственной модуляции диэлектрической проницаемости гетероструктуры (даже, по-видимому, с учётом резонансного вклада электрон-дырочной плазмы и экситонов, сосредоточенных вблизи квантовых ям).

Необходимую для суперфлуоресценции спектральную селекцию электромагнитных волн, дающих когерентный вклад в излучение под данным углом  $\theta$ , как хорошо известно [218, 260–265], может обеспечивать периодичность расположения слоёв рекомбинирующих электрон-дырочных пар, т.е. квантовых ям, в направлении поперёк гетероструктуры: неподверженный расфазировке когерентный вклад в коллективное спонтанное излучение в окрестности частоты (31) могут дать лишь электрон-дырочные пары с частотами рекомбинации в узком интервале, по ширине не превышающем, скажем, несущую частоту, делённую на четверённое число периодов структуры,  $\Delta\omega \lesssim \bar{\omega}_{21}/240$ . Эта величина всего в два раза меньше наблюдаемого неоднородного уширения, а следовательно, больше или порядка эффективной кооперативной частоты:  $\Delta\omega \gtrsim \bar{v}_c$ . В случае  $\Delta\omega \gg \bar{v}_c$  селекция волн для однонаправленного сверхизлучения неэффективна и суперфлуоресценция оказалась бы подавленной, что позволяет оценить кооперативную частоту всех электрон-дырочных пар, участвующих в коллективной рекомбинации в случае её наличия:  $v_c \sim (1 - 5) \times 10^{-3}\bar{\omega}_{21} \simeq (0,2 - 1) \times 10^{13}$  с<sup>-1</sup>.

Соответствующая эффективная кооперативная частота  $\bar{v}_c \sim (1 - 50) \times 10^{-4}\bar{\omega}_{21}$  больше или порядка экспериментально известной скорости нерадиационного затухания экситона  $T_1^{-1} \simeq 5 \times 10^{-4}\bar{\omega}_{21}$  и значительно больше скорости радиационного экситона  $\sim 3 \times 10^{-5}\bar{\omega}_{21}$ . Поэтому коллективная рекомбинация могла бы сделать радиационное время жизни экситона субпикосекундным (вместо 10–20 пс для изолированного экситона), меньшим или порядка нерадиационного времени жизни  $T_1 \sim 1$  пс. Однако фактически этому может препятствовать (в рамках неопределённости обсуждаемых параметров) малая толщина слоя квантовых ям ( $B \approx 7,5$  мкм) по сравнению с эффективной кооперативной длиной  $\bar{B}_c = c/(\sqrt{\epsilon_0} \bar{v}_c) \sim \sim (400 - 7,5)$  мкм, т.е. небольшое значение параметра  $\bar{L} = B/\bar{B}_c \sim 0,02 - 1,00$ , что удлиняет импульс суперфлуо-

<sup>12</sup> Времена задержки и спадания этой люминесценции составляли 0,5–1 нс и 1–3 нс соответственно (в зависимости от накачки и температуры), т.е. в два-три раза превышали аналогичные времена для более высокоэнергетического излучения. Как отмечено выше, указанная люминесценция, наблюдаемая поперёк ям, может также включать в себя часть рассеянной суперфлуоресценции, развивающейся вдоль квантовых ям.

ресценции во много раз по сравнению с временным масштабом  $\bar{v}^{-1}$ . Уже при  $\bar{L} \lesssim 0,3$  импульс суперфлуоресценции, как показывают оценочные численные расчёты, практически исчезает, многократно уменьшаясь по интенсивности и растягиваясь до нескольких пикосекунд и более, т.е. до величины, значительно превышающей максимально допустимую продолжительность  $\sim T_1$ . Поэтому рассмотренная коллективная рекомбинация возможна только при верхних значениях указанных кооперативных частот:  $v_c \sim 2\bar{v}_c \sim 5 \times 10^{-3}\bar{\omega}_{21} \approx 10^{13} \text{ с}^{-1}$ . Имевшаяся аппаратура с временным разрешением порядка 20 пс не позволяла увидеть импульсы суперфлуоресценции.

Регистрируемые в эксперименте динамические времена  $\gtrsim 100$  пс, многократно превышающие время релаксации колебаний индивидуального экситона  $T_2 \lesssim T_1 \sim \sim 1$  пс, непосредственно не могут быть связаны с коллективной рекомбинацией и в первую очередь определяются динамикой образования, рассеяния, остывания и нерадиационной гибели экситонов, а также свободных электронов и дырок. Впрочем, коллективная рекомбинация в определённой части спектральной линии может многократно повторяться при достаточно быстром поступлении охлаждённых электрон-дырочных пар и тем самым ускорять в целом некогерентный процесс радиационной гибели одних экситонов и охлаждения других, делая сверхлинейной зависимость интенсивности излучения этой рекомбинации от энергии импульса накачки.

Немаловажной является также возможность коллективной рекомбинации экситонов за счёт развития суперфлуоресценции вдоль квантовых ям. Хотя для этого процесса кооперативная частота может быть раза в два меньше указанной выше величины  $v_c$  вследствие различий факторов заполнения сверхизлучательных мод и разной ориентации дипольных моментов экситонов в плоскости квантовых ям, уменьшенное эффективное неоднородное уширение  $2/T_2^* \lesssim 3 \times 10^{-3}\bar{\omega}_{21}$  и увеличенные спектральная плотность состояний и дипольный момент рекомбинационного перехода в основной низкочастотной части экситонной линии, а также большая длина трассы с возбуждаемыми накачкой электрон-дырочными парами (150–200 мкм, т.е.  $L \sim 10$ ) могут позволить идти такому процессу, несмотря на наличие неоднородно усиленного высокочастотного крыла экситонной линии и отсутствие сверхизлучательной брэгговской селекции для волноводных или "дифракционных" мод. Длительность одного акта коллективной рекомбинации опять ограничена величиной  $\sim T_1$ , т.е. несколькими пикосекундами. Однако за счёт большой скорости поступления в низкочастотную часть экситонной линии новых охлаждённых экситонов, например, благодаря стимулированному рассеянию из неравновесной (разогретой) фракции, акты коллективной рекомбинации с излучением импульсов суперфлуоресценции вдоль квантовых ям (как и в рассмотренном выше случае излучения поперёк них) могут многократно повторяться и давать вклад, пусть небольшой, в потери экситонов с энергиями 1,470–1,475 эВ и на продолжительных временах ( $\sim 1$  нс), до тех пор пока не исчерпается запас созданных импульсной накачкой электрон-дырочных пар, способных насыщать эту низкочастотную часть экситонной линии.

Отметим, что суперфлуоресцентные фотоны, распространяющиеся вдоль квантовых ям, могут перепогло-

щаться и поэтому задерживаться в гетероструктуре, тогда как фотоны того же энергетического интервала, резонансно рассеянные или спонтанно излучённые в процессе коллективной рекомбинации в поперечном к ямам направлении, легко выходят наружу и могут обеспечивать существенную часть интенсивности наблюдаемой долгоживущей люминесценции экситонной линии. Численное моделирование данной не одномерной, а, по существу, трёхмерной задачи, которое требует также учёта пространственно-временной зависимости сдвига запрещённой зоны  $E_g$ , пропорционального локальной концентрации носителей, представляет существенные трудности и пока ещё не проводилось.

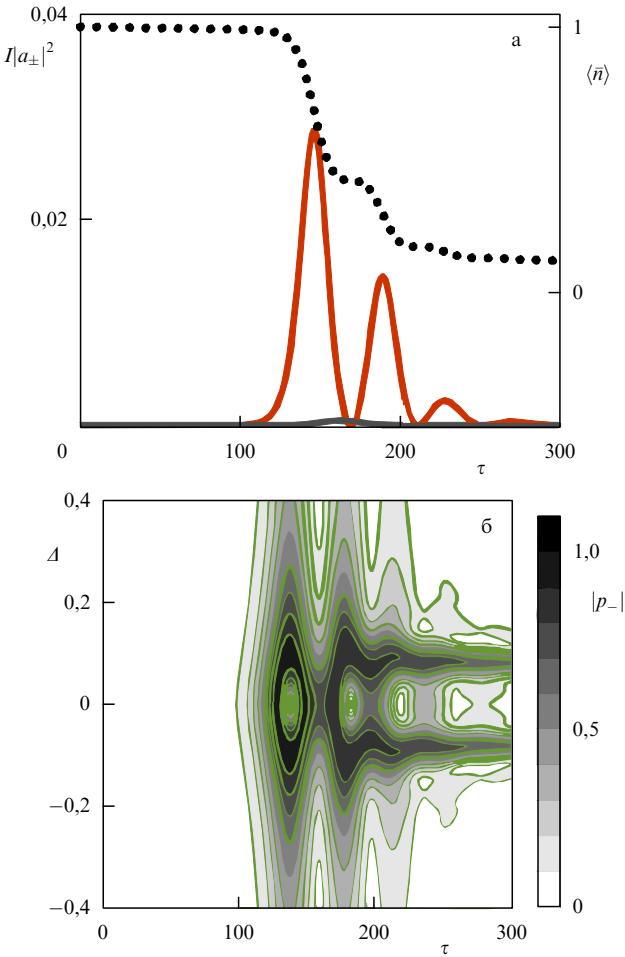
#### 4.5. Моделирование суперфлуоресценции в полуоткрытом резонаторе Фабри–Перо

Предположим теперь, что рассмотренная в разделе 4.4 суперфлуоресценция вдоль квантовых ям по какой-либо причине не происходит или она исключена электродинамическими условиями, например, формированием двумерной брэгговской решётки, создающей запрещённую зону для фотонов интересующих нас энергий<sup>13</sup>. Продемонстрируем типичные свойства суперфлуоресценции в направлении поперёк квантовых ям, используя уравнения (19) при  $n_p = 1$  для одномерного слоя инвертированных диполей-осцилляторов толщиной  $B \gg \lambda_0$ , имеющего одну пренебрежимо слабо отражающую границу, скажем, с  $R_1 \approx 0,001$ , и другую умеренно отражающую границу,  $R_2 \approx 0,1–0,9$ .

Для простоты ограничимся случаем слабого неоднородного уширения спектральной линии с большой кооперативной частотой,  $v_c \gg 1/T_2^* \simeq 2T_2^{-1}$ . Тогда для существования суперфлуоресценции (по сути, односторонней, как и в обсуждавшемся в разделе 4.4 эксперименте) не требуется дополнительной электродинамической селекции мод (например, сверхизлучательной брэгговской), в то время как в указанном эксперименте такая динамическая селекция осуществлялась. С учётом данного обстоятельства будем считать слой первоначально инвертированных двухуровневых центров однородным в пространстве, положив фактор заполнения  $\tilde{\Gamma} = 1$ , и для примера возьмём следующие типичные нормированные параметры, которые были бы характерными для указанного эксперимента в случае слабого неоднородного уширения экситонной линии:  $I = 10^{-4}$ ,  $L = 0,56$ ,  $R_2 = 0,3$ ,  $\Delta_0 = 0,046$ ,  $\Gamma_2 = 0,0026$ ,  $\Gamma_1 = 10^{-4}$ .

Согласно расчётам (рис. 5) поле и поляризация во много раз усиливаются как на проходе от неотражающей грани к частично отражающей, так и на обратном проходе, и по истечении времени задержки  $\tau_d \simeq 150$  начинают быстро снимать инверсию активных центров, сначала вблизи неотражающей грани образца, где поле максимально, а потом и в его центральной части. Благодаря многократному различию коэффициентов отражений  $R_1$  и  $R_2$  (в расчётах  $R_2/R_1 = 300$ ) интенсивность излучения, выходящего через частично отражающую грань, в несколько десятков раз меньше интенсивности

<sup>13</sup> О квантовых и классических особенностях коллективного спонтанного излучения двумерного слоя инвертированных двухуровневых активных центров, помещённого в планарный волновод с резонансной двумерной брэгговской структурой, допускающей низкодобротные (вытекающие) сверхизлучательные моды, см. [259] и [266] соответственно.



**Рис. 5.** (В цвете онлайн.) Осцилляторная суперфлуоресценция образца длиной  $L = 0,56$  в резонаторе Фабри–Перо с пренебрежимо малыми отражениями на одном торце ( $R_1 = 10^{-3}$ ) и значительными на другом ( $R_2 = 0,3$ ) в случае очень слабого неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 0,046$ ,  $G_2 = 2G_1 = 0,0026$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей выходящего излучения  $I|a_{\pm}|^2$  (верхняя сплошная кривая соответствует  $a_-$ , нижняя —  $a_+$ ) и средней по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная кривая). (б) Динамический спектр поляризации  $|p_-(\Delta, \tau)|$  на торце с пренебрежимо малыми отражениями.

излучения у противоположной грани, где и переосциляции суперфлуоресценции выражены сильнее. При этом динамический спектр поля является аналогичным динамическому спектру поляризации и по ширине достигает четверти кооперативной частоты для главного выходящего импульса, имеющего длительность  $\delta t \simeq 20$  (см. рис. 5). Ко времени окончания суперфлуоресценции ( $\tau \simeq 300$ ) средняя по образцу и спектральной линии инверсия остаётся положительной ( $\langle \bar{n} \rangle \sim 0,1$ ), но в прилегающей к неотражающей грани области средняя по спектральной линии инверсия утрачивается почти полностью ( $(1 + \bar{n}) \ll 1$ ), и поэтому там поляризация активных центров в основной части неоднородно уширенной линии оказывается близка к нулю (как и в периоды максимумов основного импульса и импульсов переосциляций). В половине образца, прилегающей к частично отражающей грани, расход инверсии невелик ( $\bar{n} \gtrsim 0,5$ ) и там в областях сравнимых по амплитуде встречных волн ( $|a_+| \sim |a_-|$ ) возникает заметная решётка инверсии ( $|n_z| \lesssim 0,3$ ), которая, впрочем, не сильно изменяет коэффициенты усиления встречных волн, приводит лишь к

малым по сравнению с величиной  $R_2$  отражениям и не оказывает особого влияния на импульсы суперфлуоресценции.

О возможном изменении суперфлуоресценции под действием РОС встречных волн в рассматриваемом сильно несимметричном резонаторе и о повторяющихся импульсах коллективного спонтанного излучения в условиях долговременной накачки выделенной спектральной линии речь пойдёт в разделе 5.

В заключение данного, весьма ограниченного, обсуждения экспериментов по суперфлуоресценции укажем на впечатляющую работу [267] по наблюдению так называемого сверхизлучательного распада ансамбля ядер железа в кристалле  $^{57}\text{FeBO}_3$ , возбуждённых резонансным импульсом (с длительностью 5 фс и шириной спектра 11 мэВ) рентгеновского лазера на свободных электронах в условиях брэгговского отражения от плоскости (1, 1, 1) на мёссбауэровском переходе в линии 14412 эВ. В эксперименте было достигнуто когерентное возбуждение до  $N_{\text{nuc}} \approx 70$  ядер с временем жизни около 100 нс и детектировались все излучённые ими рентгеновские фотоны с временным разрешением порядка 1 нс. Оказалось, что в согласии с работой Дике [1] среднее время коллективного спонтанного излучения первого фотона в  $N_{\text{nuc}}$  раз меньше среднего времени спонтанного излучения для одного изолированного ядра, а общий временной профиль излучения всех фотонов  $N_{\text{nuc}}$  ядрами совпадает с кривой спонтанного распада для одного ядра.

Измеренные вероятности этих и других многофотонных наблюдений, скажем, относящихся к вероятностному распределению времени прихода второго или, например, десятого фотона, авторы [267] успешно воспроизводят аналитически на основе простой статистики, без привлечения динамики и эффектов распространения, обоснованно считая, что возбуждённые ядра не взаимодействуют между собой и излучают фотоны независимо, спонтанно, но когерентно, поскольку их фаза вполне может быть навязана импульсом когерентной накачки. В связи с этим уместно повторить, что, в отличие от наблюдавшегося в данной работе явления, в общем случае явление сверхизлучения далеко не исчерпывается когерентностью излучателей, а в качестве основного компонента содержит их когерентное радиационное взаимодействие, в определённых условиях позволяющее им спонтанно фазировать посредством самосогласованного поля излучения. Именно последний эффект мы подчёркивали при описании "безрезонаторных" экспериментов по односторонней суперфлуоресценции в этом разделе и рассмотрим детальнее в разделе 5 для ряда задач о сверхизлучении в низкодобротных резонаторах, используя язык волн, их неустойчивости и взаимодействия.

## 5. Суперфлуоресценция мод при импульсной накачке и сверхизлучательная генерация при непрерывной накачке в низкодобротном резонаторе

### 5.1. Горячие моды в случае однородного уширения спектральной линии

Большинство проведённых экспериментов по коллективному спонтанному излучению ансамблей двухуровневых активных центров, как продемонстрировано примерами

в разделе 4, относится к волнам непрерывного спектра и имеет вполне адекватную интерпретацию в однодimensionalном приближении, учитывающем нелинейные эффекты распространения излучения в активной среде. Данная интерпретация в значительной мере основана на полуклассических уравнениях типа (19) в условиях слабого взаимодействия встречных волн, имеющих один и тот же резервуар энергии — инверсию населённость энергетических уровней активных центров. Примером может служить расчёт осцилляторной суперфлуоресценции [148], выполненный для параметров эксперимента [189, 190] по коллективному спонтанному излучению газа инвертированных молекул  $\text{Te}_2$ .

Однако в последнее время становится ясно, что использование низкодобротных резонаторов, почти не препятствующих выходу излучения, но часто делающих важным взаимодействие встречных волн, может существенно ослабить требования к реализации сверхизлучения и значительно обогатить спектрально-временные и корреляционные черты этого явления (см., например, [3, 12, 13, 38–40, 43, 48, 88, 108, 110, 114–116, 139, 194, 237]). В результате возникает вопрос о преимуществах и особенностях реализации неустойчивости и сверхизлучательной динамики дискретных горячих мод поля и поляризации активной среды, заполняющей низкодобротный резонатор с длиной, меньшей или порядка нескольких кооперативных длин  $B_c$  или  $\bar{B}_c$  (ср. (28) и (29)), определяемых кооперативной и эффективной кооперативной частотами (18) и (27) в случаях однородного и неоднородного уширения спектральной линии соответственно. Эти моды в простейшей одномерной геометрии включают в себя неоднородные встречные волны, согласованные друг с другом и нелинейно самомодулируемые благодаря когерентной динамике двух компонент инверсии: плавно неоднородной  $n(\zeta, \tau, \Delta)$  и мелкомасштабной  $n_z(\zeta, \tau, \Delta)$ .

На линейной стадии процессов суперфлуоресценции и инициированного сверхизлучения амплитуды мод возрастают экспоненциально во времени:  $\sim \exp(\omega_m''t)$  — со своими инкрементами  $\omega_m''$ , которые в определённых условиях могут быть близки к максимальным значениям, равным кооперативным частотам  $v_c$  и  $\bar{v}_c$  (в зависимости от характера уширения спектральной линии). Поэтому дискретные моды, имеющие наибольшие инкременты, могут преобладать над волнами непрерывного спектра<sup>14</sup>, а следовательно, первыми достигать нелинейной стадии и обеспечивать снятие инверсии населённостей активной среды. Такой процесс в случае однородно уширенной линии был прослежен на примере замкнутого в кольцо активного однодомового световода с небольшим коэффициентом обратной связи ещё в работе [3], а для резонатора Фабри–Перо анализировался в работах [43, 195, 236, 237, 268]. Оказалось, что даже слабые отражения,  $|R| \gtrsim R_c$ , где  $R_c$  определяется соотношением

$$\ln R_c^{-1} \sim \frac{\ln(N_0 SB)^{1/4}}{1 + \sqrt{1 + (1/4) \ln(N_0 SB)^{1/4}}}, \quad (32)$$

<sup>14</sup> Когерентное возрастание этих волн в инвертированной среде ограничено сверху автомодельным законом [230–232]  $\sim \exp(\sqrt{\omega_c^2 z t}/c)$  в случае однородного уширения линии и совсем невозможно в случае большого неоднородного уширения.

на торцах цилиндрического образца с числом Френеля  $F = S/(\lambda_0 B) \sim 1$ , отвечающего модели одномерного резонатора Фабри–Перо, приводят к синхронному излучению встречных волн суперфлуоресценции в виде дискретных мод, поле которых существенно превышает поле волн непрерывного спектра (в большинстве реальных экспериментов  $R_c \lesssim 0,1$ ).

Напомним, что, согласно уравнениям (1)–(3), поляритонный спектр однородных плоских волн,  $\sim \exp(-i\omega t + ikz)$ ,  $\text{Im } k = 0$ , в однородной двухуровневой среде с однородно уширенной спектральной линией и однородной инверсией  $n$  содержит две волны: электромагнитную волну и волну поляризации с комплексными частотами

$$\omega_{e,p} = \omega_{21} - \frac{i}{T_2} + \frac{1}{2} [c_0 k - \omega_{21} + i(T_2^{-1} - 2\pi\tilde{\sigma}_0)] \times \\ \times \left\{ 1 \pm \left[ 1 - \frac{4nv_c^2}{[c_0 k - \omega_{21} + i(T_2^{-1} - 2\pi\tilde{\sigma}_0)]^2} \right]^{1/2} \right\}. \quad (33)$$

Стандартные для лазерной физики представления об индуцированной неустойчивости электромагнитной волны,  $\text{Im } \omega_e > 0$ , и о некогерентном процессе суперлюминесценции, описываемом балансными уравнениями, относятся к случаю сильной релаксации поляризации, когда  $T_2^{-1} > v_c \sqrt{n} > 2\pi\tilde{\sigma}_0$  (см. определения (4), (5) и систему уравнений (19) при пренебрежении производной  $\partial p_\pm/\partial t$ ). В интересующем нас случае слабой релаксации поляризации<sup>15</sup>, когда  $T_2^{-1} < 2\pi\tilde{\sigma}_0$ , неустойчивость имеет место (при  $2\pi\tilde{\sigma}_0 < nv_c^2 T_2$ ) только для волны поляризации,  $\text{Im } \omega_p > 0$ , которая обладает отрицательной энергией и приводит к когерентному процессу суперфлуоресценции или инициированного сверхизлучения. При этом, как объяснено в [3, 215], коллективное спонтанное излучение является индуцированным процессом высвечивания внутренней энергии активных центров под действием самосогласованного поля волны поляризации.

Сказанное справедливо и для поляритонных мод в низкодобротном резонаторе, надо лишь в соответствии с граничными условиями учесть согласованность встречных волн, выбрав определённые дискретные волновые числа, и наличие радиационных потерь, сделав замену  $\tilde{\sigma}_0 \rightarrow \tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_0 + \tilde{\sigma}_{\text{rad}}$  в формуле (33) и неравенствах, приведённых ниже её [197, 198] (как было указано в разделе 2 при обсуждении модели среднего поля). Для резонатора Фабри–Перо с коэффициентами отражения зеркал на торцах  $R_{1,2}$  величина  $\tilde{\sigma}_{\text{rad}} = (c_0/4\pi B) \ln |R_1 R_2|^{-1}$  и частоты (33) отвечают горячим модам, каждая из которых образована двумя неоднородными встречными волнами. Амплитуды последних зависят от координаты  $z$  и при проходе всего образца экспоненциально увеличиваются в  $1/\sqrt{|R_1 R_2|}$  раз, а действительные части волновых чисел выражаются как  $k = l\pi/B$ ,  $l = 1, 2, \dots$ . Наиболее неустойчивой модой, обладающей максимальным инкрементом  $\text{Im } \omega_{pl_0} \equiv \omega_{pl_0}''$ , является та, у которой

<sup>15</sup> Формула (33) и всё сказанное на её основе о неустойчивости волны поляризации и поляритонной моды, в том числе формула (34), верны также в случае лоренцевской неоднородной линии при  $1/T_2 \lesssim 1/T_2^* < \sqrt{nv_c}$ , если всюду сделать замену  $T_2^{-1} \rightarrow 1/T_2 + 1/T_2^*$ , чем мы воспользуемся далее начиная с формулы (46). При  $1/T_2^* > \sqrt{nv_c}$  неустойчивыми оказываются только электромагнитные волны и моды и без их специальной селекции суперфлуоресценция и сверхизлучательная лазерная генерация становятся проблематичными.

номер  $l_0$  даёт величину  $c_0 k = l_0 \pi c_0 / B$ , наиболее близкую к резонансному значению частоты активных центров  $(\omega_{21}^2 + T_2^{-2})^{1/2}$ . Для короткого инвертированного образца с  $\lambda_0 \ll B \ll B_c$  и  $R_c \lesssim |R_{1,2}| \lesssim 1/2$  при  $\sqrt{n} v_c \gg T_2^{-1}$  и  $2\pi\tilde{\sigma}_0 \ll 2\pi\tilde{\sigma}_{\text{rad}} \simeq T_E^{-1} \ll n v_c^2 T_2$  фактически развивается излучательная (диссипативная) неустойчивость только этой одной, поляритонной, моды, обладающей инкрементом

$$\omega''_{pl_0} \approx \frac{nv_c^2}{2\pi\tilde{\sigma}_{\text{rad}}} - \frac{1}{T_2} \approx nv_c^2 T_E - \frac{1}{T_2}. \quad (34)$$

Сказанное непосредственно следует из характеристического и дисперсионного уравнений (24), (25) и качественно остаётся справедливым для комбинированного резонатора Фабри–Перо с небольшим интегральным коэффициентом брэгговских отражений  $\beta L \equiv \bar{\beta} B \omega_0 / c_0 \lesssim 1$ ; в частности, для указанной резонансной поляритонной моды инкремент по-прежнему определяется формулой (34), если в выражении для радиационного времени жизни фотона  $T_E$  (см. сноску 5) заменить  $\ln |R|^{-1}$  приближённым выражением  $\ln |R - i\beta L / \ln |R|^{-2}|^{-1}$ , где для простоты мы положили  $R_1 = R_2 = R$  (при  $|R| \ll \beta L/2$  надо сделать замену  $\ln |R|^{-1} \rightarrow \ln |\beta L/2|^{-1}$ ).

## 5.2. Аналитическая теория "разгрузки" инверсии в резонаторе Фабри–Перо

Нелинейная стадия в грубом адиабатическом приближении среднего поля (с заменой неоднородной инверсии  $n(z, t)$  мгновенной средней по образцу величиной  $\langle n(t) \rangle$ ) описывается решением уравнений (19), которое в пренебрежении релаксационными процессами в среде (при  $\Delta_0, \Gamma_1 \lesssim \Gamma_2 \ll 1$ ) и решёткой инверсии ( $n_z = 0$ ) представляет собой одноимпульсное сверхизлучение с амплитудой поля в виде  $|\mathcal{E}| \propto 1/\cosh[\omega''_{pl_0}(t - t_d)]$ , где в инкременте фигурирует начальная инверсия  $n(t = 0)$ , а отношение времени задержки  $t_d$  к длительности импульса  $\tau \simeq 1/\omega''_{pl_0}$  кратно логарифму отношения максимальной и начальной интенсивности излучения:  $t_d \simeq \tau \ln |\mathcal{E}_{\max}/\mathcal{E}(t = 0)|$ .

В работе [237] получено более точное и общее уравнение для модовой суперфлуоресценции в резонаторе Фабри–Перо тоже в пренебрежении уширением спектральной линии, но с учётом развития "волны разгрузки" инверсии активных центров, имеющей сильнонеоднородный профиль. Эта "разгрузка", как показывают полученные приближённые аналитические решения, начинается с торцов образца и движется внутрь него со скоростью, определяемой групповой скоростью неоднородных волн поляризации. Указанные уравнение и его решения записаны в [237] для случая однородно заполненного активной средой ( $\tilde{\Gamma} = 1$ ,  $\epsilon_0 = \text{const}$ ) симметричного резонатора Фабри–Перо с действительными коэффициентами отражений ( $R_1 = R_2 = R$ ) для так называемой амплитуды  $\Theta(t)$  угла Блоха  $\phi$ , приближённо представленного в факторизованном виде

$$\phi(t, z) \simeq \Theta(t) \sqrt{\sin^2 \frac{\omega_{21}(z + B/2)}{c_0} + \sinh^2 \frac{(\ln R^{-1})z}{B}} \quad (35)$$

для активного образца с длиной, лежащей в пределах

$$\frac{\pi c_0}{\omega_{21} R} (1 + \ln R^{-1}) \ll B \lesssim B_c (1 + \ln R^{-1}), \quad (36)$$

т.е. во много раз превышающей длину волны, но меньшей или порядка кооперативной длины. Пространственная структура (35) соответствует профилю наименее неустойчивой поляритонной моды только на линейной стадии суперфлуоресценции при малом  $\Theta$ .

На нелинейной стадии угол Блоха (35) полностью описывает структуру инверсии  $D = \cos \phi$  и в существенной мере определяет волнобразный вид поляризации  $\mathcal{P}$  и поля  $\mathcal{E}$ , которые уже не отвечают никакой моде. Мы не станем приводить громоздкие выражения для них, а ограничимся утверждением о том, что амплитуды неоднородных волн поляризации и поля, согласно закону сохранения длины вектора Блоха и закону раби-осцилляций, задаются величинами  $dN_0 \sin \phi$  и  $(\hbar/d) d\Theta/dt$  соответственно. Уравнение для эволюции амплитуды угла Блоха, "стартующего" с малого значения  $\Theta(0) \ll \sqrt{R}$  (практически полная инверсия среды), для простоты приведём только в случае преимущественно одноимпульсной суперфлуоресценции<sup>16</sup>:

$$\frac{d\Theta}{d(tv_c)} \simeq -\frac{4}{B_c(R^{-1} - R)} \int_{-B/2}^{B/2} \frac{\partial \cos \phi(t, z)}{\partial \Theta} dz. \quad (37)$$

Правая часть (37), согласно (35), существенно зависит от коэффициента отражения  $R$  и ни при каком  $R$  не сводится к функции  $\sin \Theta$ , декларируемой в модели среднего поля [10, 11, 13, 43, 51, 225, 226, 268], хотя для  $R \gtrsim 1/2$  и оказывается близкой к похожей на  $\sin \Theta$  функции Бесселя  $J_1(\Theta)$ , приводящей к неявному решению вида

$$t(\Theta) = \frac{\pi c_0 \ln R^{-1}}{4v_c^2 B} \int_{\Theta(0)}^{\Theta} \frac{d\Theta'}{J_1(\Theta')}. \quad (38)$$

Сделанное выше, как и в (37), предположение о практически одноимпульсной суперфлуоресценции означает, что, согласно правому неравенству в (36), фактор  $(\ln R^{-1})c_0/B = T_E^{-1}$ , равный обратному времени жизни фотона в холодном резонаторе (см. сноску 5), превышает кооперативную частоту  $v_c$ , так что длительность импульса определяется инкрементом поляритонной моды и выражается как  $\delta t \sim (v_c^2 T_E)^{-1}$ . В таком низкодобротном резонаторе даже для тех  $R > \exp(-2)$ , при которых правая часть уравнения (37) как функция  $\Theta$  ещё имеет заметные осцилляции, коллективное спонтанное излучение оказывается слабоосциллирующим и достигает максимума в первом, главном, импульсе при амплитуде угла Блоха  $\Theta = \Theta_d \simeq \pi/2$ , отвечающей времени задержки  $t_d \sim \delta t \ln(N_0 B^2 \lambda_0 R)$ .

В пределе совсем низкой добротности резонатора при  $R \lesssim \exp(-2)$  правая часть (37) приближённо описывается монотонной функцией Макдональда  $K_0(\Theta)$ , так что длительность импульса суперфлуоресценции и время его задержки  $t_d$  увеличиваются согласно логарифмической зависимости  $\delta t \propto \ln R^{-1}$ , а импульс достигает максимума при меньшем значении  $\Theta = \tilde{\Theta}_d \simeq \pi R^{1/2}$  и отвечает следующей величине максимальной плотности потока электромагнитной энергии (с одного торца), логарифмически зависящей от коэффициента отражения:

$$F(t_d) \sim \frac{c_0}{\epsilon_0} \left( \frac{dN_0 B \omega_{21}}{c_0 \ln R^{-1}} \right)^2. \quad (39)$$

<sup>16</sup> Исключая высокодобротные резонаторы, в которых возможно осцилляторное сверхизлучение [114, 126, 194, 225, 226, 237].

В этих условиях форма импульса поля  $|\mathcal{E}(t)| \propto d\Theta/dt$ , являющаяся экспоненциально возрастающей на линейной стадии суперфлуоресценции при  $\Theta(0) \leq \Theta \lesssim R^{1/2}\pi/2$ , сменяется гиперболически убывающей,  $\propto (t - t_i)^{-\alpha_1}$ , сначала с показателем  $\alpha_1 \lesssim 3/2$  при  $\pi R^{1/2} \lesssim \Theta \lesssim 1$ , а затем с показателем  $\alpha_2 = 1$ . С возрастанием коэффициента отражения при  $R_{\text{cr}} \lesssim R \lesssim \exp(-2)$  форма импульса суперфлуоресценции существенно обостряется, а при  $R \gtrsim 1/2$  она практически не зависит от коэффициента отражения, хотя с приближением  $R$  к единице длительность импульса продолжает сокращаться, а поле суперлюминесценции — возрастать, до тех пор пока соответствующие величины не достигнут своих минимального,  $\min(\delta t) \simeq 2/v_c$ , и максимального,  $\max[F(t_d)/(1 - R_{\text{opt}})] \approx \hbar\omega_{21}N_0c_0/3$ , значений при *оптимальном коэффициенте отражения*, определяемом границей между одноимпульсным и осцилляторным режимами, т.е. условием  $T_E \sim \sqrt{2}/v_c$ :

$$\ln R_{\text{opt}}^{-1} \sim \frac{Bv_c}{\sqrt{2}c_0} \equiv \frac{B}{\sqrt{2}B_c}. \quad (40)$$

Если наряду с одноимпульсным режимом суперфлуоресценции учесть и осцилляторный, то универсальная оценка максимальной плотности потока электромагнитной энергии в первом<sup>17</sup>, главном, импульсе примет вид [237]

$$F(t_d) \sim \frac{c_0(1 - R)}{\varepsilon_0} \frac{(dD_0N_0B\omega_{21}/c_0)^2}{(\ln R^{-1})^2 + [B/(2B_c)]^2}, \quad (41)$$

где учтена также возможность неполной начальной инверсии активных центров,  $D_0 \lesssim 1$ . Из сказанного следует, что для коротких образцов длиной  $B \lesssim B_c$  использование слабо отражающих зеркал с коэффициентами отражения в области  $R_{\text{cr}} \lesssim R \lesssim R_{\text{opt}}$  значительно увеличивает интенсивность и сокращает длительность суперфлуоресценции по сравнению с её интенсивностью и длительностью в одностороннем режиме в отсутствие зеркал. Возникающая суперфлуоресценция, фактически многомодовая и не сводящаяся к модели среднего поля, является одноимпульсной, в отличие от односторонней суперфлуоресценции, имеющей осциллирующий автомодельный характер. Для очень коротких образцов с  $B \ll B_c$ , т.е.  $L \ll 1$ , применение зеркал с оптимальным коэффициентом отражения  $R \sim R_{\text{opt}} \simeq \exp(-L/\sqrt{2}) \simeq 1 - L/\sqrt{2}$  переводит одностороннюю суперфлуоресценцию в практически одномодовую, подобную предсказываемой моделью среднего поля, и позволяет получить предельные значения интенсивности и длительности импульса, которые в одностороннем режиме (без зеркал) достижимы лишь в длинных образцах с  $B \sim 2B_c$  (при тех же параметрах активной среды).

Даже для образца с *оптимальной длиной* (при  $n \sim 1$ )  $B \sim 2B_c$ , т.е.  $L \sim 2$ , использование открытого резонатора Фабри–Перо с коэффициентами отражения зеркал  $R \sim$

<sup>17</sup> Решётка инверсии  $n_z$ , создаваемая первым импульсом, играет второстепенную роль собственно для него, но может существенно повлиять на последующие импульсы, генерируемые активной средой в низкодобротном резонаторе (как типа Фабри–Перо, так и брэгговском или комбинированном). Мы коснёмся этого вопроса в разделах 5.6, 5.7 в случае непрерывной накачки, т.е. для сверхизлучающих лазеров, где он представляет особый интерес.

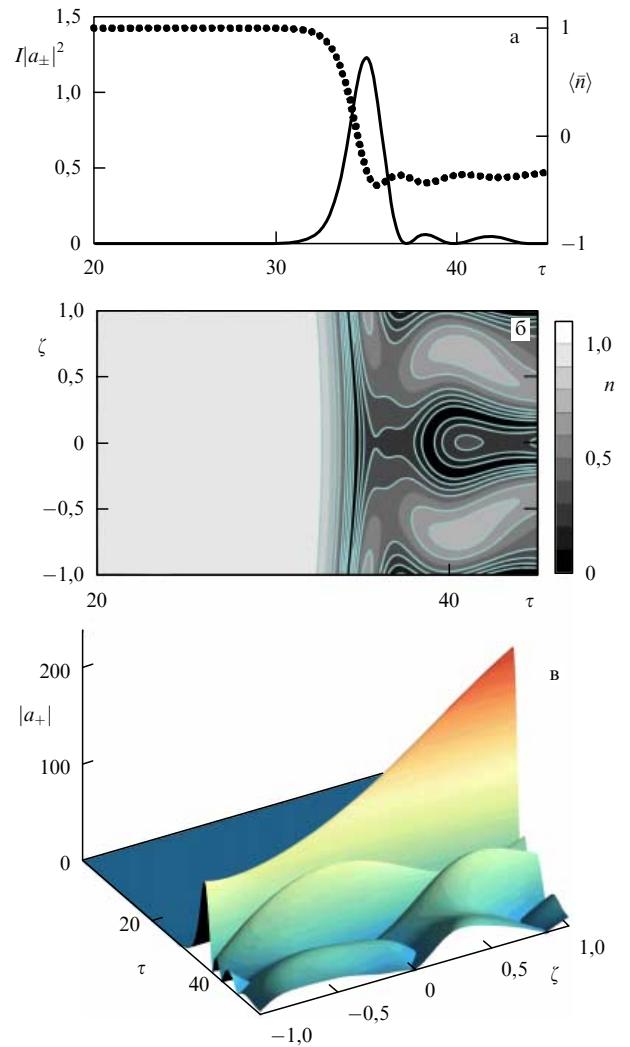


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Суперфлуоресценция образца длиной  $L = 2$  в резонаторе Фабри–Перо с умеренными отражениями на торцах ( $R = 0,37$ ) в случае медленной непрерывной накачки ( $n_p = 1$ ) и однородного уширения спектральной линии:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02 \gg \Delta_0 = 0,002$ . (а) Осциллограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a_{\pm}|^2$  и средней по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная кривая). (б) Пространственно-временная эволюция инверсии  $n(\zeta, \tau)$  по образцу. (в) Пространственно-временная эволюция амплитуды волны  $|a_+(\zeta, \tau)|$ , бегущей вправо.

$\sim R_{\text{opt}} \simeq 0,3$  может ослабить осцилляции и сделать импульс суперфлуоресценции более сжатым и мощным. Это продемонстрировано на рис. 6 для случая  $L = 2$ ,  $R = 0,37$ , в котором в области максимума импульса частота Раби его поля оказывается порядка кооперативной,  $\sqrt{I}|a_{\pm}| \sim 1$ , ширина спектра импульса близка к удвоенной кооперативной частоте,  $\delta\omega \sim 2v_c$ , а его длительность порядка трёх обратных кооперативных частот  $\delta t \approx 2\pi/\delta\omega \sim 3v_c^{-1}$ . На таких малых временных масштабах, как подтверждает численная проверка, ни возникновение самосогласованной решётки инверсии, ни наличие накачки с  $\Gamma_1 \lesssim 0,01$  при  $n_p = 1$  практически не сказываются на форме импульса суперфлуоресценции и эволюции инверсии в образце (о лазерной генерации в этом случае см., в частности, рис. 13 в разделе 5.6).

Заметим, что для полноценной реализации указанных преимуществ модового сверхизлучения коэффициенты отражения торцов образца не обязаны быть одинаково-

выми, но оба должны быть порядка оптимальной величины. Если один из торцов имеет слишком малый коэффициент отражения, как в численном примере, приведённом на рис. 5, где  $R_1 = 0,001 < R_{\text{cr}}$  и  $R_2 = 0,3 \approx R_{\text{opt}}/2$ , то суперфлуоресценция почти не будет отличаться от односторонней, а длительность импульса во много раз превысит кооперативную частоту даже в случае  $L \sim 2$  и тем более при  $L \ll 1$ .

### 5.3. Низкодобротный резонатор с распределённой обратной связью волн

Наличие низкодобротного резонатора, требуемое для улучшенной модовой суперфлуоресценции, может быть обеспечено резонансной РОС встречных электромагнитных волн (для простоты считаем здесь параметр  $\beta$  действительным). В простейшем случае несильного интегрального брэгговского отражения с коэффициентом  $\tanh \beta L < 1/2$  РОС может заменить локальную связь амплитуд волн из-за отражений на торцах образца, что приведёт к тому же времени жизни фотона,  $T_E \approx \sqrt{B/\{c_0 \ln [1 + \pi/(\beta L)]\}}$ , что и в резонаторе Фабри–Перо,  $T_E \approx B/(c_0 \ln |R_1 R_2|^{-1/2})$ , если брэгговский коэффициент связи волн, т.е. коэффициент РОС, удовлетворяет условию  $\beta \simeq \pi \sqrt{|R_1 R_2|}/L \lesssim 1/L$ . В результате общие качественные выводы о модовой суперфлуоресценции, сделанные в разделах 5.1, 5.2 для открытого резонатора Фабри–Перо, в значительной мере распространяются и на открытый чисто брэгговский резонатор, несмотря на отсутствие соответствующей детальной аналитической нелинейной теории "разгрузки" инверсии активной среды в нём.

Существенно, однако, что для коротких образцов с  $L \ll 1$  создание брэгговского резонатора, обеспечивающего максимальную интенсивность и минимальную длительность ( $\gtrsim v_c^{-1}$ ) импульса суперфлуоресценции, по аналогии с условием (40), где величина  $R_{\text{opt}} \sim \sim \exp(-L/\sqrt{2})$  близка к единице, требует близкого к единице интегрального коэффициента отражения  $\tanh \beta L$ , а следовательно, величины параметра  $\beta L \gg 1$ , и большой запрещённой фотонной зоны. Последняя имеет ширину  $2\beta v_c \gg v_c/L = c_0/B \gg T_2^{-1}$ , и коллективное спонтанное излучение в ней невозможно. Поэтому, основываясь на модели среднего поля (см. раздел 2), эффективную модовую суперфлуоресценцию естественно связать с холодными модами на краю этой запрещённой зоны, для которых нормированная комплексная отстройка частоты  $\Omega_E = (\tilde{\omega} - \omega_0)/v_c$  удовлетворяет уравнению [199]

$$\Omega_E^2 = \kappa^2 + \beta^2, \quad \kappa \equiv \frac{(k - k_0)c_0}{v_c} \simeq \frac{\pi m}{L} \left( 1 - \frac{i}{\beta L} \right), \\ m = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \bar{M} \lesssim \frac{\beta L}{\pi}, \quad (42)$$

и времена жизни фотонов выражаются как

$$T_{Em} \simeq \left( \frac{\beta L}{\pi m} \right)^2 \frac{B}{c_0} \gtrsim \frac{B}{c_0}, \quad \beta L \gg 1. \quad (43)$$

В указанных условиях необходимые для одноимпульсной суперфлуоресценции низкодобротные моды с  $T_{Em}^{-1} \gtrsim v_c$  имеют номера  $|m| \gtrsim \beta L \sqrt{L}/\pi$  и, в частности, первая мода является такой низкодобротной при  $\beta L \lesssim \pi/\sqrt{L}$ . Если настроить спектральную линию,

например, на эту первую моду, положив  $|\Phi| \simeq B[1 + (\pi/\beta L)^2/2]$ , и выбрать оптимальную брэгговскую связь встречных волн  $\beta_{\text{opt}}$  из уже упомянутого условия (40)  $T_{E1} \sim \sqrt{2}/v_c$ , т.е.

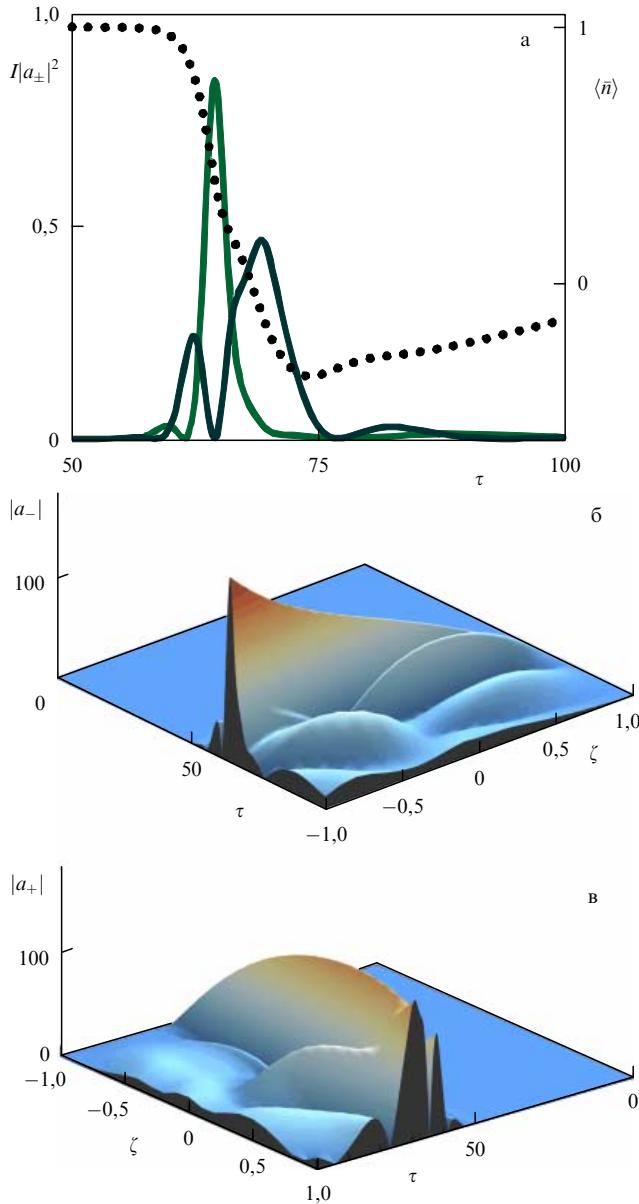
$$\beta_{\text{opt}} \sim \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{L}}, \quad (44)$$

то благодаря спонтанному возрастанию наиболее неустойчивой горячей поляритонной моды опять можно получить, по существу, одноимпульсную суперфлуоресценцию с предельной интенсивностью и минимальной длительностью импульса ( $\sim v_c^{-1}$ ) без значительных осцилляций, поскольку при условии (44) соседняя электромагнитная мода холодного резонатора отстроена на частоту, превышающую кооперативную:  $|\Omega_{E2} - \Omega_{E1}| \simeq 3\pi^2/(2\beta L^2) \sim \pi/\sqrt{L} > 1$ .

Всюду ниже, за исключением одного примера "экзотической" многомодовой сверхизлучательной лазерной генерации, представленного в разделе 5.8 на рис. 20, мы ограничимся несильными брэгговскими отражениями с  $\beta L \lesssim \pi$ , выравнивающими неоднородность встречных волн вдоль активного образца, но особо не препятствующими высыпыванию коллективного спонтанного излучения. В частности, для активного образца с оптимальной длиной  $L \sim 2$  именно величина  $\beta \sim 1$  представляется наилучшим уровнем РОС, обеспечивающим наиболее быструю и мощную одноимпульсную суперфлуоресценцию. В этом случае при настройке брэгговского резонанса на центр спектральной линии ( $\Phi = 0$ ) запрещённая фотонная зона ещё не формируется, как при  $\beta L \gg 1$ , и брэгговское перерассеяние не препятствует, а наоборот, способствует созданию мощного импульса суперфлуоресценции. Соответствующий пример при  $\beta L = 2$  приведён на рис. 7, где все временные и спектральные масштабы динамики инверсии активных центров и эволюции излучаемого поля отличаются не более чем в два-три раза<sup>18</sup> от таковых в представленном на рис. 6 примере суперфлуоресценции в открытом резонаторе Фабри–Перо ( $R = 0,37$ ) с тем же активным образцом и с тем же временем жизни фотона  $T_E = 2/v_c$ , одинаковым для выбранных резонатора Фабри–Перо и брэгговского резонатора. Два из немногих качественных отличий, обусловленных РОС, — это большая однородность каждой из встречных волн поля в период основного высыпывания суперфлуоресценции, но и более заметное различие выходящих из противоположных торцов образца импульсов, испытавших различные воздействия самосогласованной решётки инверсии.

Подобный результат введения умеренной РОС, т.е. сглаживание неоднородного профиля парциальных волн, которые образуют неустойчивую моду, ответственную за суперфлуоресценцию, как правило, улучшает характеристики излучаемого импульса, имевшегося в отсутствие РОС: увеличивает его энергию и мощность, сокращает длительность и время задержки, подавляет переосциляции после основного импульса. Так, если в рассмотренном в разделе 4.5 (см. рис. 5) примере односторонней суперфлуоресценции активного образца длиной  $L = 0,56$  в сильно несимметричном резонаторе Фабри–Перо с

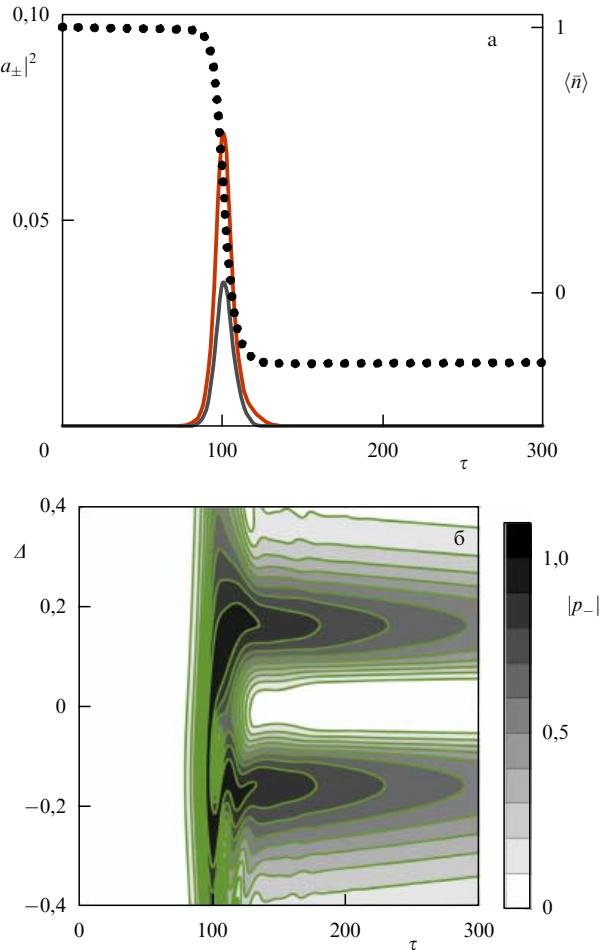
<sup>18</sup> Именно во столько раз различаются частотные отстройки  $\Omega'_{1,2}$  и инкременты  $\Omega''_{1,2}$  двух неустойчивых поляритонных мод, ответственных за суперфлуоресценцию в двух сравниваемых случаях.



**Рис. 7.** (В цвете онлайн.) Суперфлуоресценция образца длиной  $L = 2$  в брэгговском резонаторе с коэффициентом РОС  $\beta = 1$  в случае медленной непрерывной накачки ( $n_p = 1$ ) и однородного уширения спектральной линии:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02 \gg \Delta_0 = 0,002$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей выходящего излучения  $I|a_{\pm}|^2$  (верхняя сплошная кривая соответствует  $a_-$ , сплошная нижняя —  $a_+$ ) и средней по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная кривая). (б, в) Пространственно-временная эволюция амплитуд волн, бегущих влево,  $|a_-(\zeta, \tau)|$ , и вправо,  $|a_+(\zeta, \tau)|$ .

$R_1 = 0,001$  и  $R_2 = 0,3 \sim R_{\text{opt}}$ , где  $T_E = 0,135/v_c$ , ввести довольно слабую резонансную РОС<sup>19</sup> с  $\beta = 0,9$  при  $\Phi = 0$ , то мощность импульса теперь уже модовой суперфлуоресценции (рис. 8а) возрастёт в 2,5 раза, а длительность сократится от  $\delta t \approx 20$  до  $\delta t \approx 10$  (т.е. станет всего в три раза больше предельно минимальной для симметричного резонатора Фабри–Перо с  $R_1 = R_2 = R_{\text{opt}}$ ). При этом интенсивности импульсов, выходящих из противо-

<sup>19</sup> На порядок меньшую оптимальную РОС (44) при  $\Phi \approx 10$ , но обеспечивающую величину интегрального коэффициента отражения  $\beta L = 0,5 \approx R_{\text{opt}} = \exp(-L/\sqrt{2})$  и в 2,5 раза большее новое значение времени  $T_E = 0,32/v_c$ .



**Рис. 8.** (В цвете онлайн.) Суперфлуоресценция образца длиной  $L = 0,56$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо с пренебрежимо малыми отражениями на одном торце ( $R_1 = 10^{-3}$ ) и значительными на другом ( $R_2 = 0,3$ ) при коэффициенте РОС  $\beta = 0,9$  в случае очень слабого неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 0,046$ ,  $\Gamma_2 = 0,0026$ ,  $\Gamma_1 = 0,001$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей выходящего излучения  $I|a_{\pm}|^2$  (верхняя сплошная кривая соответствует  $a_-$ , нижняя сплошная кривая —  $a_+$ ) и средней по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная кривая). (б) Динамический спектр поляризации  $|p_-(\Delta, \tau)|$  на торце с пренебрежимо малыми отражениями.

положных торцов образца, различаются всего вдвое (а не в несколько десятков раз, как на рис. 5а), поскольку внутри него поле и поляризация стали однороднее и инверсия в целом по образцу снимается полнее. Как видно из динамического спектра одной из компонент поляризации  $p_-(\tau, \Delta)$ , взятой на практически неотражающей грани образца (рис. 8б), активные центры в основной части неоднородно уширенной линии  $|\Delta| \lesssim \Delta_0$  полностью отдают в импульс суперфлуоресценции всю свою энергию, запасённую на верхнем энергетическом уровне, и поэтому их дипольные колебания отсутствуют (ср. с рис. 5б, на котором спектральная полоса, занимаемая близкой к нулю поляризацией  $p(\tau, \Delta \approx 0)$ , уже и дипольные колебания в этой полосе возобновляются при перепоглощении поля повторных импульсов). Вне данной спектральной полосы активных центров мало, но по ним можно судить о спектре излучённого быстротечного импульса суперфлуоресценции, захватывающем более широкую область частот в случае рис. 8б по сравнению с таковой в случае рис. 5б и оставляющем память о себе в

свободных дипольных колебаниях, живущих на больших временах  $\sim T_2 = 500/v_c$ .

#### 5.4. Суперфлуоресценция в комбинированном резонаторе в случае умеренного неоднородного уширения спектральной линии

Перейдём теперь к проблеме использования низкодобротных резонаторов для преодоления неоднородного уширения спектральной линии — одного из главных препятствий на пути получения интенсивного коллективного спонтанного излучения<sup>20</sup>. Как отмечалось, повышение концентрации активных центров, естественное для увеличения кооперативной частоты (см. (4) и (18)) и мощности излучения, а следовательно, сокращения длительности импульса суперфлуоресценции, обычно усиливает те или иные некогерентные взаимодействия диполей-осцилляторов и приводит к разбросу их парциальных частот колебаний, припятствующему сверхизлучению. Так, если в рассмотренном в конце раздела 5.3 (см. рис. 8) примере увеличить неоднородное уширение в несколько раз, взяв, например,  $\Delta_0 = 0,25$ , то в одностороннем режиме без РОС суперфлуоресценция станет практически невозможной для имеющегося короткого образца с длиной  $L = 0,56$  и  $T_E = 0,135/v_c$ .

Однако, как видно из рис. 9, наличие умеренной РОС с  $\beta L = 0,5$ , увеличивающей в 2,5 раза время жизни фотона в низкодобротном резонаторе ( $T_E = 0,32/v_c$ ), сохраняет суперфлуоресценцию, пусть на порядок менее интенсивную, причём обеспечивает существование неустойчивой горячей поляритонной моды при любом положении спектральной линии в области слабо выраженной запрещённой фотонной зоны шириной  $\sim 2\beta = 1,8$ . При выбранных параметрах инкремент этой моды  $\omega''/v_c \sim \sim 0,1-0,2$  (в зависимости от величины  $|\Phi| \lesssim \beta$ ) в несколько десятков раз превышает ширину однородной спектральной линии  $2\Gamma_2$ , что обеспечивает хорошо выраженную суперфлуоресценцию, но в то же время этот инкремент в несколько раз меньше кооперативной частоты и ширины неоднородной линии  $2\Delta_0$ , что приводит к большой длительности импульса ( $\delta t \approx 20$  на рис. 9а). В результате в суперфлуоресценции участвует только небольшая доля активных центров в центральной части линии ( $|\Delta| \lesssim 0,1$ , как видно на рис. 9б), а остальные не высвечивают запасённую энергию, что делает высоким уровень остаточной средней инверсии в образце ( $\langle \bar{n} \rangle \simeq \simeq 0,8$ ) и большим время задержки<sup>21</sup> ( $\tau_d \simeq 180$ ).

Общий анализ неустойчивости мод при не слишком сильном лоренцевском неоднородном уширении спектральной линии, когда  $1/T_2 \ll 1/T_2^* \lesssim v_c$ , т.е.  $\Gamma_2 \ll \Delta_0 \lesssim 1$ , идентичен приведённому после формулы (33) в случае однородного уширения с заменой  $1/T_2 \rightarrow 1/T_2 + 1/T_2^* \simeq \simeq 1/T_2^*$  в указанных там выражениях (см. [197, 198]). Исключим слишком длинные образцы (28), не представляющие интереса с точки зрения модовой супер-

<sup>20</sup> О теоретических и экспериментальных исследованиях суперфлуоресценции ансамблей спинов с большим неоднородным уширением спектральной линии, в том числе при наличии резонатора, см. [269–271].

<sup>21</sup> Впрочем, благодаря повсеместному переотражению встречных волн ( $|a_+| \sim |a_-|$ ), импульс, выходящий через частично отражающую грань образца, получается вполне сравнимым с показанным на рис. 5а аналогичным импульсом в режиме односторонней суперфлуоресценции без РОС при очень слабом неоднородном уширении  $\Delta_0 = 0,046$ .

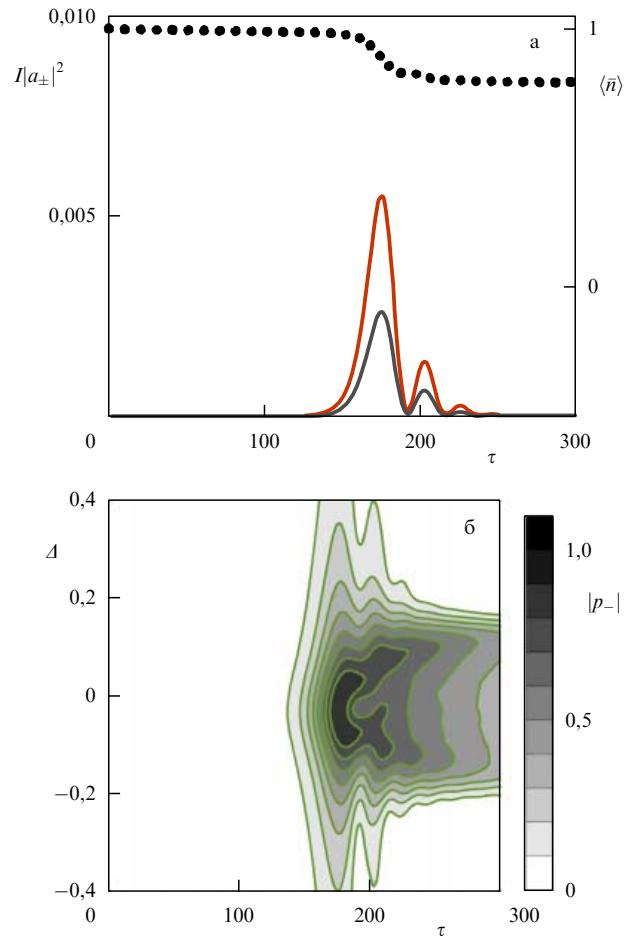


Рис. 9. (В цвете онлайн.) Ограниченнная суперфлуоресценция образца длиной  $L = 0,56$  в комбинированном резонаторе Фабри–Пери с пренебрежимо малыми отражениями на одном торце ( $R_1 = 10^{-3}$ ) и значительными на другом ( $R_2 = 0,3$ ) при коэффициенте РОС  $\beta = 0,9$  в случае неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 0,25 \gg \Gamma_2 = 0,0026$ ,  $\Gamma_1 = 0,001$ ,  $\Phi = 1$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей выходящего излучения  $I|a_\pm|^2$  (сплошная верхняя кривая соответствует  $a_-$ , сплошная нижняя —  $a_+$ ) и средней по спектральной линии и по образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная кривая). (б) Динамический спектр поляризации  $|p_-(\Delta, \tau)|$  на торце с пренебрежимо малыми отражениями.

флуоресценции, т.е. ограничимся сравнительно короткими открытыми активными образцами в симметричном низкодобротном комбинированном резонаторе при  $R_1 = R_2 = R$  и  $\beta L \sim 1$  с относительно небольшим временем жизни фотона:

$$T_E \simeq \frac{B/c_0}{\ln |R - i\beta L / \ln |R||^{-1}} \lesssim \frac{1}{\sqrt{nv_c}}. \quad (45)$$

Тогда существование модовой суперфлуоресценции гарантируется наличием неустойчивой резонансной поляритонной моды с инкрементом, превышающим скорость релаксации индивидуальных дипольных колебаний активных центров:

$$\omega''_{p0} \simeq nv_c^2 T_E - \frac{1}{T_2^*} > \frac{1}{T_2}. \quad (46)$$

Данное требование, представленное в виде  $nv_c^2 T_E \gtrsim 1/T_2 + 1/T_2^*$ , по существу совпадает с использован-

ным ранее условием модового сверхизлучения (22). В указанных условиях, которые в целом можно привести к виду

$$\Gamma_2 + \Delta_0 < \frac{n}{\Gamma_E} \simeq \frac{nL}{\ln |R - i\beta L / \ln |R||^{-1}} \lesssim \sqrt{n}, \quad (47)$$

модовая суперфлуоресценция имеет одноимпульсный характер (с длительностью импульса  $\sim 1/\omega_{pl_0}''$ ) и развивается только тогда, когда неоднородное уширение спектральной линии  $\Delta_0 = (v_c T_2^*)^{-1}$  не превышает величины порядка нормированной длины образца  $L = B v_c / c_0$ . При этом в коллективном спонтанном излучении будет участвовать большинство активных центров лишь в случае инкремента, превышающего не только однородное, но и неоднородное уширение, т.е. при усилении неравенства (46) до  $\omega_{pl_0}'' > 1/T_2^*$ , а следовательно, практически при удвоении левой части неравенства (47):

$$2\Delta_0 < nv_c T_E \simeq \frac{nL}{\ln |R - i\beta L / \ln |R||^{-1}} \lesssim \sqrt{n}. \quad (48)$$

Иначе модовая суперфлуоресценция не может быть сильной и в лучшем случае она приведёт к образованию в спектре инверсии  $n(\Delta)$  узкого провала шириной  $\sim \omega_{pl_0}'' < 1/T_2^*$ , как это имеет место в приведённом на рис. 9 примере.

Для активного образца с оптимальной длиной  $L \sim 2$  (при  $n \sim 1$ ) достаточно эффективная суперфлуоресценция, связанная с излучательной неустойчивостью поляритонных мод, возможна даже при неоднородном уширении порядка кооперативной частоты, когда  $\Gamma_2 \ll \Delta_0 \sim 1$ . На рисунке 10 приведён пример для чисто брэгговского резонатора с  $\Phi = 0$  и временем жизни фотона для двух наиболее добротных холодных мод  $T_E = 2/v_c$ , таким же как в случаях рис. 6 и 7, где неоднородное уширение пренебрежимо мало ( $\Delta_0 = 0,002$ ). По сравнению с одноимпульсной суперфлуоресценцией в случае рис. 7 суперфлуоресценция, показанная на рис. 10, на порядок более слабая по интенсивности, немного задержалась в развитии, стала гораздо более длительной и осцилляторной, на первый взгляд представляя собой пространственно неоднородные (рис. 10б), симметричные относительно центра резонатора (рис. 10в) биения двух исходных неустойчивых поляритонных мод с большими инкрементами<sup>22</sup> ( $\sim v_c/3$ ) и симметричными отстройками частот от брэгговского резонанса ( $\sim \pm v_c/3$ ) и двух неадиабатически возбуждённых ими электромагнитных мод с теми же волновыми числами, но с большими отстройками частот от брэгговского резонанса ( $\sim \pm v_c$ ) (см. также обсуждение рис. 19 в разделе 5.7). При этом активные центры в центральной части спектральной линии выствелились незначительно, как и в центральной части образца, где поле коллективного спонтанного излучения существенно слабее (рис. 10б, в). В целом суперфлуорес-

<sup>22</sup> В случае однородного уширения спектральной линии, показанном на рис. 7, инкременты двух подобных поляритонных мод, ответственных за суперфлуоресценцию, были примерно втрое меньше, однако благодаря большей мощности и, следовательно, большей частоте Раби поля коллективного спонтанного излучения его результатирующий спектр имел ширину порядка кооперативной частоты и перекрывал всю запрещённую фотонную зону брэгговского резонанса шириной  $\sim \beta = 1$ .

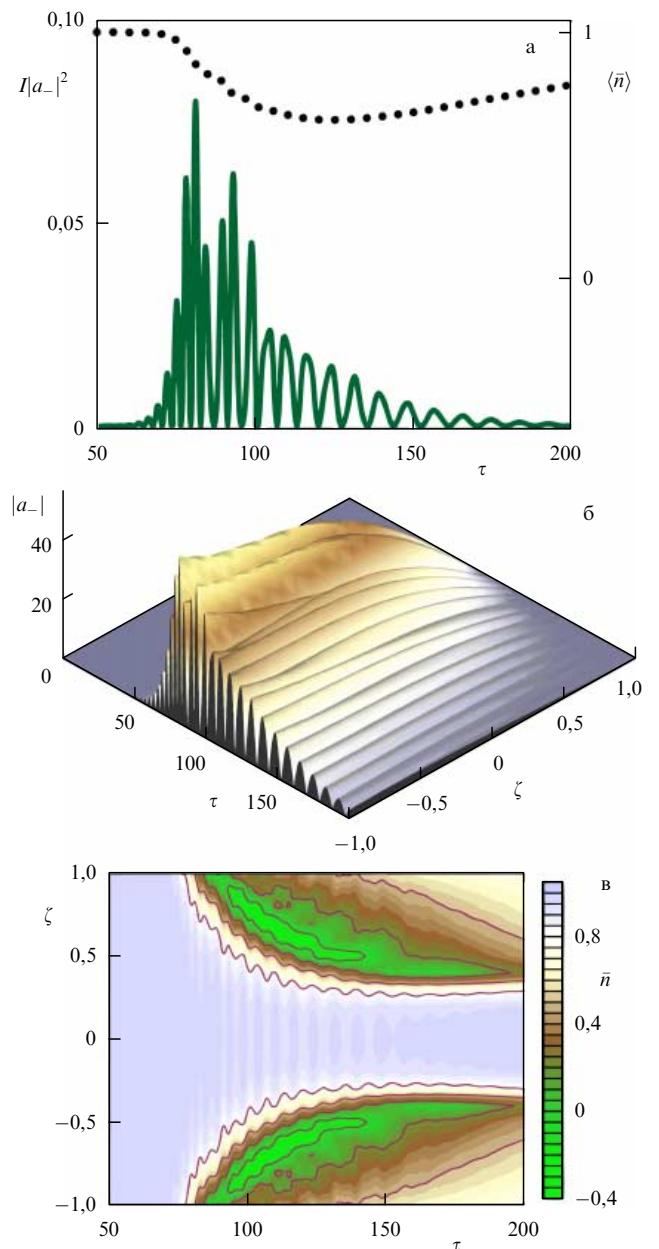


Рис. 10. (В цвете онлайн.) Осцилляторная суперфлуоресценция образца длиной  $L = 2$  в брэгговском резонаторе с коэффициентом РОС  $\beta = 1$  в случае медленной непрерывной накачки ( $n_p = 1$ ) и неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 1 \gg \Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02$ . (а) Осциллограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a_-|^2$  (сплошная кривая) и средней по спектральной линии и образцу инверсии  $\langle n \rangle$  (пунктирная кривая). (б) Пространственно-временная эволюция амплитуды волны  $|a_-(ζ, \tau)|$ , бегущий влево. (в) Пространственно-временная эволюция инверсии  $\langle n \rangle(ζ, \tau)$ , усреднённой по спектральной линии.

ценция унесла только  $1/5$  часть запасённой в образце энергии, а не  $2/3$ , как в случае однородного уширения, показанном на рис. 7, причём спонтанное нарушение симметрии, обусловленное различием встречных волн, стало менее выраженным, в частности, благодаря более симметричному и равномерному действию самосогласованной решётки инверсии, возникшей на первоначальном, нелинейном, этапе суперфлуоресценции и нивелировавшей асимметрию усиления встречных волн за счёт её спектральной знакопеременности и эффективного усред-

нения по спектру при формировании импульсов выходящего излучения.

### 5.5. Суперфлуоресценция в случае сильного неоднородного уширения спектральной линии

В случае большого неоднородного уширения спектральной линии  $\Delta_0 \gtrsim 1 \gg \Gamma_2$  важнейшим для получения суперфлуоресценции свойством низкодобротного брэгговского резонатора с  $\beta L \sim 1$  или связанного с ним комбинированного резонатора (при наличии конечных отражений  $R$  от торцов образца) является существенное различие инкрементов наиболее неустойчивых мод при настройке линии на брэгговский резонанс, когда  $|\Phi| \lesssim \Delta_0$ . Дело в том, что при  $\Delta_0 \gtrsim 1$ , как уже отмечалось, суперфлуоресценция невозможна в одностороннем режиме и для своей эффективной реализации она требует селекции мод, подавляющей взаимодействие электромагнитных волн с частью активных центров в определенных интервалах их парциальных частот и усиливающей это взаимодействие на других спектральных участках неоднородно уширенной линии.

Исключим неинтересные с точки зрения молового сверхизлучения слишком длинные резонаторы, удовлетворяющие условию (29), т.е. рассмотрим только низкодобротные резонаторы с достаточно малым временем жизни фотона, ограниченным тем же неравенством (45), но с заменой  $v_c \rightarrow \bar{v}_c \sqrt{n}$ :

$$T_E \lesssim \frac{1}{n\bar{v}_c} < T_2. \quad (49)$$

Тогда селекция мод как противодействие расфазировке дипольных колебаний активных центров в процессе коллективного спонтанного излучения будет оптимальной, если для указанных спектральных участков усиленного взаимодействия с электромагнитным полем величина формально вычисленной кооперативной частоты (см. (4) или (18)) активных центров из отдельного спектрального участка, выделенного конкретной холодной модой, окажется порядка скорости релаксации этой моды  $T_E^{-1}$  и существенно превысит скорость релаксации их индивидуальных дипольных колебаний  $T_2^{-1}$ . Иными словами, инкремент соответствующей резонансной горячей электромагнитной моды, который, согласно (33), имеет вид

$$\omega_{e0}'' = nv_c^2 T_2^* - 2\pi\tilde{\sigma} \equiv n\bar{v}_c - T_E^{-1}, \quad (50)$$

должен быть порядка скорости релаксации исходной холодной моды  $T_E^{-1}$ , что с учётом неравенства  $T_E < T_2$  даёт

$$2\Delta_0 \sim nv_c T_E \simeq \frac{nL}{\ln |R - i\beta L / \ln |R|^{-2}|^{-1}} \quad (51)$$

(ср. с (48)), и тогда модовая суперфлуоресценция будет максимально быстрой и мощной.

Однако для требуемых в последнем случае протяжённых образцов с оптимальной длиной порядка эффективной кооперативной  $B \sim 2B_c = 2c_0/\bar{v}_c$ , т.е.  $L \sim 2\Delta_0$  (при  $n \sim 1$ ), в резонаторе Фабри–Перо, не обладающем частотной дисперсией, будет возбуждаться большое число мод,  $\sim \Delta_0^2$ . Поэтому без принятия специальных мер импульс суперфлуоресценции будет являться суперпозицией такого же числа некогерентных случайных импуль-

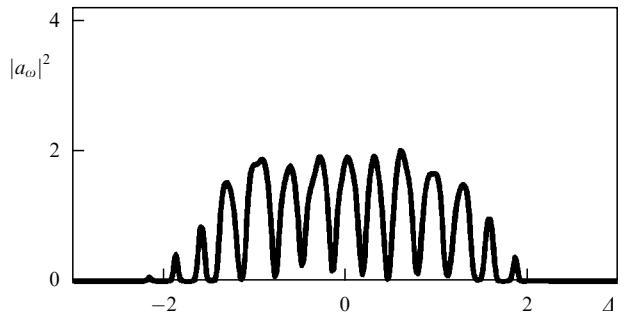


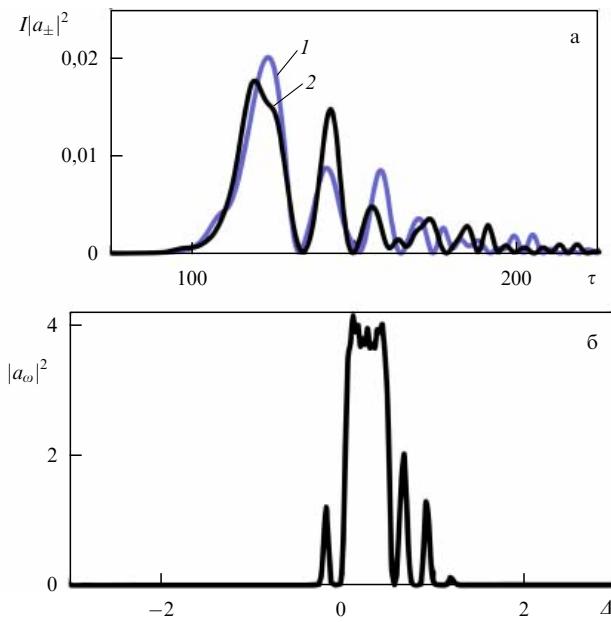
Рис. 11. Спектр низкокогерентной суперфлуоресценции образца длиной  $L = 10$  в резонаторе Фабри–Перо с малыми отражениями на торцах  $R = 0,15$  в случае сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 10\Gamma_1 = 0,02$ .

сов излучения отдельных мод, т.е. будет иметь квазихаотический характер, обладая широким спектром.

На рисунке 11 продемонстрирован спектр подобной низкокогерентной суперфлуоресценции с длительностью  $\delta t \sim 50$  и временем задержки  $\tau_d \sim 100$  на примере образца длиной  $L = 2,5\Delta_0 = 10$ , помещённого в открытый резонатор Фабри–Перо с  $R = 0,15$  и временем жизни фотонов  $T_E \simeq 5,5/v_c$ . Как видим, суперфлуоресценция неоднородно уширенной линии создана примерно десятью эквидистантными электромагнитными модами, имеющими сравнимые амплитуды и инкременты  $\omega_e'' \leq 0,06v_c \simeq \bar{v}_c/4$ . Кстати, возвращаясь к рис. 4, можно заметить, что при наличии непрерывной накачки благодаря нелинейному взаимодействию мод в аналогичном образце, имеющем даже в полтора раза меньшие коэффициенты отражения торцов, в установившейся сверхизлучательной генерации участвует большее число мод.

Создание в активном образце РОС, даже с небольшим интегральным коэффициентом отражения  $\beta L \sim 1$ , значительно меняет инкременты мод на частотах в области запрещённой фотонной зоны, пусть даже слабо выраженной, причём, в зависимости от коэффициентов отражения на торцах образца, данное изменение может быть несимметричным, по-разному увеличивающим или уменьшающим инкременты мод на разных сторонах этой зоны. В результате такой селекции можно в достаточно широкой области параметров реализовать высококогерентную одномодовую суперфлуоресценцию, использовав излучение наиболее высокодобротной моды с максимальным инкрементом и подавив излучение остальных мод.

Соответствующий пример приведён на рис. 12, где взят тот же, что и на рис. 11, активный образец с дополнительным коэффициентом РОС  $\beta = 0,06$ , т.е. с параметром  $\beta L = 0,6$ , а в резонаторе Фабри–Перо коэффициент отражения торцов уменьшен в полтора раза, до  $R = 0,1$  (как на рис. 4), чтобы сохранить время жизни фотонов в наиболее добротных модах на прежнем уровне  $T_E = (6–5)/v_c$ . В указанном комбинированном резонаторе суперфлуоресценция обусловлена только одной модой, инкремент которой увеличился до  $\omega_e'' \sim 0,08v_c \sim \bar{v}_c/3$ , а все соседние моды оказались неконкурентоспособными, обладая ослабленными инкрементами на уровне  $0,05v_c$ . При этом в коллективном спонтанном излучении участвует только около 10 % активных центров и оно приобрело высококогерентный и ярко выраженный осцилляторный характер, сохранив те же общие



**Рис. 12.** Осцилляторная суперфлуоресценция образца длиной  $L = 10$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо с малыми коэффициентами отражения на торцах  $R = 0,1$  и коэффициентом РОС  $\beta = 0,06$  в случае сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 10\Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей выходящего излучения  $I|a_{\pm}|^2$  (кривая 1 соответствует  $a_+$ , кривая 2 —  $a_-$ ). (б) Спектральная мощность  $|a_{\omega}|^2$  поля излучения на торце  $\zeta = L/2$ .

длительность  $\delta t \sim 50$  и время задержки  $\tau_d \sim 100$ , но примерно на порядок уменьшив максимальную интенсивность в главном импульсе (на рис. 12 показан квадрат частоты Раби поля на торце, нормированной на кооперативную частоту).

### 5.6. Сверхизлучение при непрерывной накачке и динамика лазеров

Селективные свойства низкодобротных брэгговских резонаторов и комбинированных резонаторов Фабри–Перо с РОС представляются особенно важными для сверхизлучающих лазеров, в которых используется явление коллективного спонтанного излучения при непрерывной накачке активных сред с неоднородным уширением спектральной линии. Этот тип лазеров обладает наиболее богатой динамикой. Его обсуждению мы предположим краткое напоминание о классификации лазеров в рассматриваемой двухуровневой модели активной среды и демонстрацию простейших режимов работы сверхизлучающих лазеров с указанными резонаторами в пределе однородного уширения спектральной линии активных центров (см. подробнее [197, 198])<sup>23</sup>. Мы сосредоточимся в основном на рассмотрении динамического аспекта задачи, имея в виду присущие коллективному спонтанному излучению диссиликативную неустойчивость волн или мод и когерентный характер взаимо-

действия активных центров с самосогласованным полем, а прежде всего импульсную динамику явления сверхизлучения Дике в целом. Поэтому в качестве исходной модели двухуровневого лазера по-прежнему будем использовать полуklassические уравнения (19), положив для простоты  $\Sigma_0 = 0$ ,  $\Gamma_{12} = \Gamma_1$  и  $\beta = \text{Re } \beta$ , а также  $\Phi = 0$ ,  $R_1 = R_2 = R$  и  $R = \text{Re } R$  (если это не оговаривается особо).

Различные квантово-механические модели лазеров представлены в работах [95, 102, 278–284], в основном посвящённых квазистационарной одномодовой генерации, в частности вопросу влияния коллективного спонтанного излучения активных центров на ширину спектральной линии излучения лазера, которая в случае использования низкодобротных резонаторов может быть гораздо уже спектральной ширины лазерной моды резонатора. Последняя, как известно, в обычных лазерах является основным ограничивающим фактором сужения спектра одномодовой генерации. Надежды на получение с помощью низкодобротных резонаторов квазистационарной одномодовой генерации в режиме сверхизлучающего лазера с однородно уширенной спектральной линией обусловлены многообещающими результатами экспериментов с атомами редкоземельных щелочных металлов в охлаждённых газах [285–288] и с диполярными экситонами в охлаждённых полупроводниковых гетероструктурах с открытыми ловушками [242, 244, 246, 289].

В зависимости от соотношения между параметрами релаксации инверсии, поляризации и поля выделяют четыре динамических класса лазеров [198, 215, 290, 291] (см. таблицу). В большинстве лазеров, кроме лазеров класса А, наименьшей является скорость релаксации инверсии населённостей  $n$  уровней активной среды  $T_1^{-1}$ . Скорость релаксации поляризации активных центров ( $T_2^{-1}$ ) чаще всего является наибольшей, в том числе в большинстве полупроводниковых лазеров, и такие лазеры относятся к классу В. Для генерации им необходимы высокодобротные резонаторы, в которых скорость релаксации поля  $T_E^{-1}$  невелика, и поэтому поле (наряду с инверсией активной среды) определяет динамику, адиабатически отслеживаемую поляризацией, т.е. плотностью высокочастотных дипольных моментов активных центров.

**Таблица.** Динамические классы лазеров

Класс	Соотношения между скоростями релаксации	Адиабатически исключаемые переменные
A	$T_E^{-1} \ll T_1^{-1}, T_2^{-1}$	Поляризация, инверсия
B	$T_1^{-1} \ll T_E^{-1} \ll T_2^{-1}$	Поляризация
C	$T_1^{-1} \ll T_E^{-1} \sim T_2^{-1}$	
D	$T_1^{-1}, T_2^{-1} \ll T_E^{-1}$	Электромагнитное поле, если $\omega_R < T_E^{-1}$

Собственная динамика поляризации начинает сказываться уже в промежуточном случае  $T_E^{-1} \sim T_2^{-1}$ , т.е. для лазеров класса С (см. [199, 290]). Однако полноценную роль она играет лишь при  $T_E^{-1} > T_2^{-1}$ , т.е. в лазерах класса D, где, впрочем, и динамическая роль электромагнитного поля не является пассивной. Эта роль не сводится к адиабатическому отслеживанию поляризации, поскольку благодаря сверхизлучению на значительных

<sup>23</sup> Ввиду ограниченности объема обзора оставляем в стороне другие возможные схемы сверхизлучающих лазеров, например, основанные на нелинейном, скажем, комбинационном (мандельштам–брюллюн–эновском) рассеянии накачивающих и генерируемых волн [272, 273] или на обратной связи волн вследствие рассеяния на случайных неоднородностях активной среды или её матрицы [274–277].

интервалах времени амплитуда поля  $\mathcal{E}$  настолько велика, что скорость его релаксации в резонаторе  $T_E^{-1}$  оказывается меньше частоты Раби  $\omega_R = d|\mathcal{E}|/\hbar$ , а следовательно, и скорости индуцированных переходов между энергетическими уровнями активных центров [290]. Тогда адиабатическое исключение поля, как правило, невозможно, происходит когерентное взаимодействие мод, поля в них быстро изменяются и типичной является нестационарная генерация, причём значительная часть поля, возникающего в лазере класса D, успевает выходить из резонатора (вследствие низкой добротности) за время  $B/c_0$  одного прохода его длины.

В лазере класса C, где, по определению, времена  $T_E$  и  $T_2$  не сильно различаются, тоже возможна когерентная динамика мод, однако она скорее имеет характер автомодуляции с периодом  $\sim T_E \sim T_2$ , не приводит к изменению знака инверсии среды и не сопровождается ярко выраженным импульсами излучения, подобными импульсам коллективного спонтанного излучения. Эти лазеры изучались экспериментально и численно в случае небольшого неоднородного уширения,  $1/T_2^* \lesssim 1/T_2$  (см., например, [292–296]).

В лазере класса D динамика излучения ещё многообразнее и динамический спектр мод весьма чувствителен к изменению свойств резонатора и/или накачки, что обеспечивает возможность эффективного управления спектрально-временными и корреляционными характеристиками получаемого излучения. Отмеченное обстоятельство позволяет надеяться на востребованность пока ещё не созданных лазеров класса D для решения задач обработки информации, спектроскопии и диагностики различных сред и протекающих в них процессов. Реализация лазера класса D возможна, по-видимому, на основе модификации полупроводниковых лазеров на гетероструктурах с большим числом слоёв плотно упакованных квантовых точек и латеральной модуляцией обкладочных волноводных слоёв, обеспечивающей РОС волн [297–299]. Варьируя значения параметров лазера класса D, можно эффективно управлять такими характеристиками излучения, как число генерируемых продольных мод, их спектральная ширина и взаимная разность фаз, длительность и амплитуда импульсов и их цугов, степень когерентности излучения тех или иных импульсов (и мод).

Как известно, лазерная генерация возникает с увеличением накачки или изменением параметров активной среды и резонатора тогда, когда одна из горячих мод приобретает инкремент в условиях затухания остальных мод. Выше этого порога, называемого первым лазерным порогом, генерация, как правило, является стационарной и одномодовой, однако при дальнейшем увеличении накачки или изменении параметров лазера генерация может стать нестационарной (в частности, двух- или многомодовой), и тогда говорят о превышении второго лазерного порога. В лазерах класса D с малым временем жизни фотона  $T_E \lesssim (v_c \sqrt{n_p})^{-1}$  или  $T_E \lesssim (\bar{v}_c n_p)^{-1}$  (см. (45) или (49) соответственно)<sup>24</sup>, существует ещё один порог — сверхизлучательный, при превышении которого возникают импульсы коллективного спонтанного излучения с малой длительностью  $\delta t \lesssim T_2$ . Как правило, этот порог

можно связать с выполнением условия сверхизлучения для наиболее неустойчивой горячей моды:  $\omega_{pl_0}'' > T_2^{-1}$ .

Последнее условие при не слишком большом неоднородном уширении  $1/T_2 < 1/T_2^* < v_c \sqrt{n_p}$  формально совпадает с обсуждавшимся выше условием суперфлуоресценции (46), (47), если уровень инверсии выбрать задаваемым лазерной накачкой. При этом, как и в случае однородного уширения спектральной линии, импульсная генерация лазера обусловлена развитием излучательной неустойчивости поляритонных, а не электромагнитных мод. Поляритонные моды обладают отрицательной энергией и, согласно характеристическому и дисперсионному уравнениям (24), (25), при заданной инверсии  $n = n_p$  занимают спектральный интервал, который по ширине не превышает величины

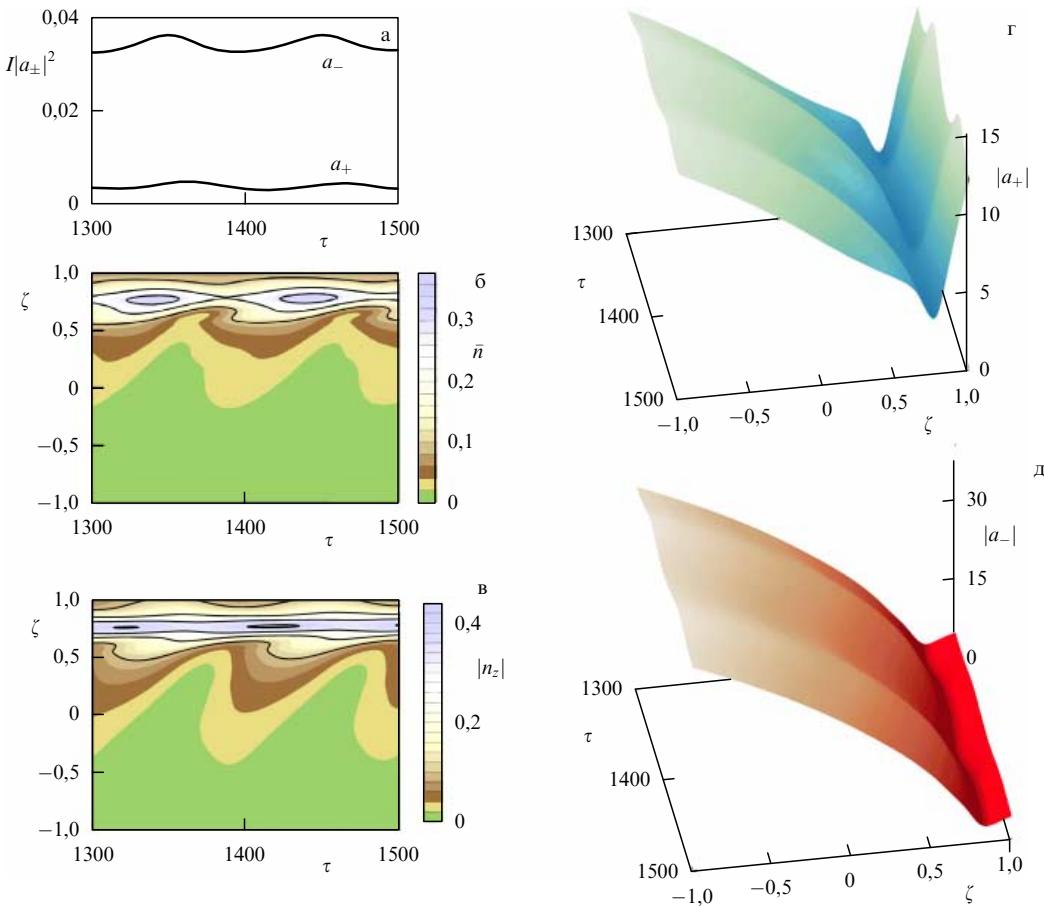
$$\delta\omega_p \simeq 2n_p v_c^2 T_E \quad (52)$$

и может превосходить ширину спектральной линии  $\delta\omega_L = 2/T_2^* + 2/T_2$  лишь во столько раз, во сколько величина  $\delta\omega_p/\delta\omega_L$  превышает своё значение ( $\sim 1$ ) на первом лазерном пороге. Сделанное утверждение и формула (52) качественно верны также в случае генерации набора квазистационарных мод (в отсутствие импульсов сверхизлучения), если заменить задаваемую накачкой инверсию  $n_p$  средней инверсией активной среды в лазере<sup>25</sup>  $\langle \bar{n} \rangle$ .

Разумеется, уже в квазистационарном режиме генерации проявляется сильная нелинейность лазерной системы и самосогласованная пространственная структура поля, поляризации и инверсии может значительно отличаться от структуры горячих мод и/или их суперпозиции в однородном активном образце. В частности, установившаяся генерация может отвечать сильно несимметричной структуре поля, поляризации и инверсии в лазере с одинаково отражающими торцами ( $R_1 = R_2$ ) и однородной или в общем симметричной (относительно центра  $\zeta = 0$ ) активной средой и накачкой. Пример подобного *спонтанного нарушения симметрии* в установленном режиме приведён на рис. 13, где поля встречных волн сильно различаются и не являются зеркально симметричными друг другу в соответствии с несимметричными профилями плавно неоднородной компоненты инверсии  $\bar{n}$  и решётки инверсии  $n_z$ , прижатыми к одному из торцов образца (к какому именно — зависит от начальных условий) и испытывающими медленную автомодуляцию с периодом, задаваемым скоростью накачки:  $\tau_M \simeq \Gamma_1^{-1} = 100$ .

<sup>25</sup>Строго говоря, интерпретация нестационарной лазерной динамики на основе представления о горячих модах является ограниченной и требует, по крайней мере, учёта зависимости их частот, инкрементов, структуры и неадиабатического и/или нелинейного взаимодействия от пространственной и спектральной неоднородности инверсии и её возможного быстрого изменения во времени. Для анализа существенно нестационарной, в том числе сверхизлучательной, лазерной динамики более эффективным оказывается использование так называемых пространственно-временных эмпирических мод, определяемых посредством собственных векторов усреднённой по определённому временному интервалу матрицы ковариации значений комплексных амплитуд рассматриваемых полей, взятых на достаточно большом массиве точек внутри образца с довольно малым шагом по времени [300]. Тем не менее условия возникновения различных режимов генерации и их качественные особенности можно выяснить на основе анализа горячих мод — поляритонных и/или электромагнитных.

<sup>24</sup>Данные неравенства исключают слишком длинные активные образцы, в которых неизбежно хаотическое сверхизлучение, как, например, в случаях (28), (29) для резонатора Фабри–Перо.



**Рис. 13.** (В цвете онлайн.) Слабомодулированная сверхизлучательная генерация образца длиной  $L = 2$  в резонаторе Фабри–Перо с умеренными отражениями на торцах ( $R = 0,37$ ) в случае медленной непрерывной накачки ( $n_p = 1$ ) и почти однородного уширения спектральной линии:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02 \gg \Delta_0 = 0,002$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей выходящего излучения  $I|a_{\pm}|^2$ . (б, в) Пространственно-временная эволюция инверсии  $\bar{n}(\zeta, \tau)$  и амплитуды решётки инверсии  $|n_z(\zeta, \tau, \Delta = 0)|$ . (г, д) Пространственно-временная эволюция амплитуд волн, бегущих вправо,  $|a_+(\zeta, \tau)|$ , и влево,  $|a_-(\zeta, \tau)|$ .

Заметим, что, согласно рис. 6, при включении данного лазера с полной начальной инверсией активной среды взаимная зеркальная симметрия профилей амплитуд встречных волн  $|a_+(\zeta)|$  и  $|a_-(\zeta)|$  и симметрия пространственного распределения инверсии хорошо сохраняются в течение основной части процесса суперфлуоресценции, так что нарушение симметрии происходит во время длительной стадии перехода к установившейся лазерной генерации.

В общем случае в любом, даже сильно нестационарном, режиме сверхизлучения мод происходит (при  $R_1 = R_2$ ) динамическое спонтанное нарушение симметрии профилей поля мод и согласованного с ними профиля инверсии, усреднённых по достаточно большому интервалу времени,  $\delta T \gg T_1$ , содержащему несколько характерных наборов импульсов всех генерируемых мод. Возникающая асимметрия может быть метастабильной, и на больших временах области максимальной инверсии среды и минимальной интенсивности поля мод могут смещаться то в одну, то в другую сторону от центра резонатора. В результате подобного спонтанного переключения метастабильных состояний лазера могут изменяться во времени средние (по указанному  $\delta T$ ) интенсивность излучения и корреляционные свойства импульсов, причём эти средние существенно различны для противоположных торцов лазера.

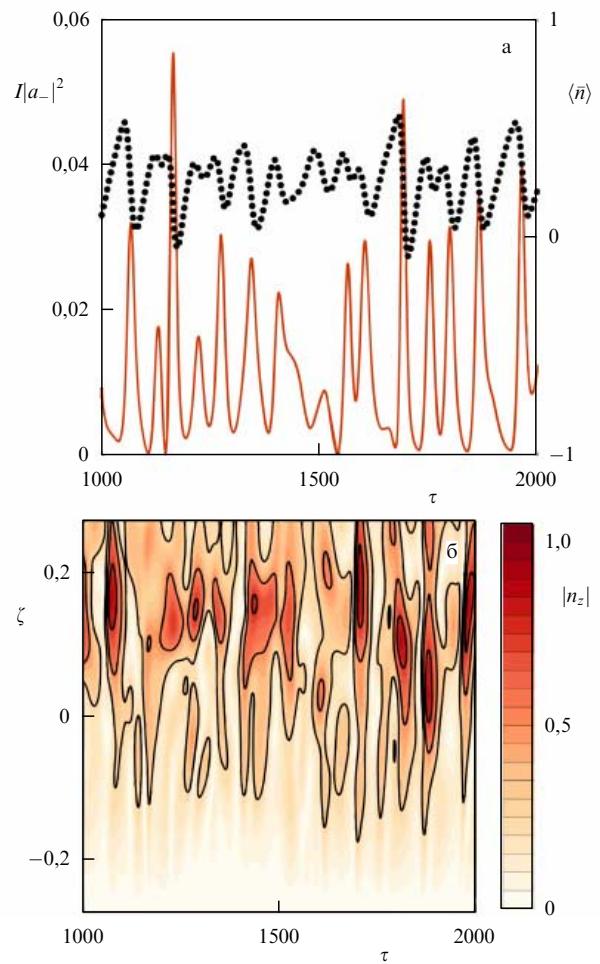
При превышении сверхизлучательного порога, который может ненамного отличаться от второго лазерного порога или даже совпадать с ним, происходит повторяющаяся спорадическая или квазипериодическая генерация коротких (длительностью  $< T_2$ ) импульсов коллективного спонтанного излучения в одной или нескольких модах и ширина спектра излучаемого поля может быть больше, а в развитом сверхизлучательном режиме — много больше — однородной ширины линии  $2/T_2$ . В случае несильного неоднородного уширения линии,  $2/T_2 < 2/T_2^* < v_c$ , т.е.  $\Gamma_2 < \Delta_0 < 1/2$ , сказанное о спектре генерации относится и к возможному превышению его ширины величины  $2/T_2^*$ . При этом не слишком далеко от сверхизлучательного порога динамика генерации по-прежнему во многом определяется одной, двумя или небольшим числом горячих мод, которые связаны с наиболее добротными холодными модами низкодобротного резонатора, но являются модифицированными и нестационарными вследствие наличия зависящих от времени неоднородного профиля инверсии и самосогласованной решётки инверсии. Впрочем, волны непрерывного спектра также могут быть существенны ввиду открытости резонатора, а также нестационарности и нелинейности процесса генерации в лазерах класса D, что отличает их от обычных лазеров классов В и А, в которых используются высокодобротные резонаторы.

### 5.7. Импульсная генерация в сверхизлучающих лазерах

Кроме механизмов<sup>26</sup> неустойчивости квазистационарной генерации, свойственных лазерам классов А, В и С, в лазере класса Д имеется ещё один, уникальный, механизм неустойчивости генерации мод, обусловленный инициированным коллективным спонтанным излучением из центральной области лазерного образца, в которой благодаря низкой добротности резонатора формируется ощутимое (возможно, многократное) превышение инверсии над средним уровнем, отвечающим установившейся генерации. В результате появляется возможность катастрофически быстрого "снятия" энергии активных центров, т.е. уменьшения величины инверсии населённостей их энергетических уровней вплоть до отрицательных значений, сопровождающегося временной потерей усиливающих свойств в большей части активной среды лазера. Это приводит к нестационарной импульсной генерации в условиях стационарной накачки: поле быстро ослабляется вследствие выхода из открытого резонатора и начинает возрастать только после того, как накачка восстановит достаточно высокий уровень инверсии спустя время порядка  $T_1$ .

Пример такой динамики приведён на рис. 14, где представлена средняя инверсия и интенсивность лазерного излучения в случае комбинированного резонатора, имеющего РОС с интегральным коэффициентом отражения  $\beta L = 0,5$  и сильно несимметричные зеркала ( $R_2 = 300R_1 = 0,3$ ). Как и должно быть в типичных сверхизлучающих лазерах, генерируемые импульсы существенно различаются между собой по амплитуде, длительности (в среднем  $\delta\tau \sim 20$ ) и времени задержки ( $\tau_d \sim 50 - 100$ ), поскольку инициирующая их сверхизлучательная неустойчивость сильно зависит от распределения инверсии и каждый раз "стартует" с новых конфигураций самосогласованной решётки инверсии и слабых полей и поляризации, оставшихся в резонаторе от предыдущего импульса. Заметим, что значительная ширина квазинепрерывного спектра генерации, порядка  $v_c/4$ , обусловлена, прежде всего, динамикой поляризации, поскольку динамика поля демпфирована большой скоростью его релаксации  $\Gamma_E \simeq 3$  (сказанное справедливо также для случая однородной (см. рис. 5) и модовой (см. рис. 8) суперфлуоресценции рассмотренной лазерной системы в отсутствие накачки).

Подтверждением указанного обстоятельства и сложности лазерной динамики в целом служит тот факт, что при увеличении однородного уширения до уровня неоднородного,  $\Gamma_2 = \Delta_0 = 0,046$  (при неизменных остальных параметрах (рис. 15)), квазихаотическая генерация сменяется строго периодической, отвечающей автомодуляции одной эффективной поляритонной моды и согласованной с ней решётки инверсии<sup>27</sup>. Генерируемые регулярные импульсы имеют сверхизлучательный характер с 10-кратным перепадом интенсивности и периодом сле-



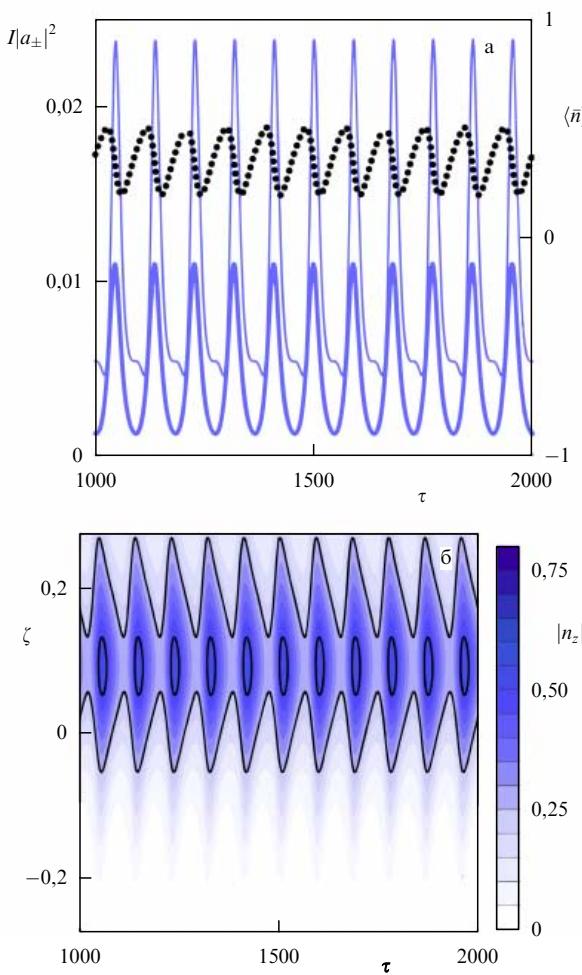
**Рис. 14.** (В цвете онлайн.) Нестационарная сверхизлучательная генерация образца длиной  $L = 0,56$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо с пренебрежимо малыми отражениями на одном торце ( $R_1 = 10^{-3}$ ) и умеренными на другом ( $R_2 = 0,3$ ) и коэффициентом РОС  $\beta = 0,9$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и несильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 0,046 > \Gamma_2 \sim \Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированной интенсивности излучения  $I|a|^2$ , выходящего из неотражающего торца (сплошная кривая), и средней по спектральной линии и образцу инверсии  $\langle n \rangle$  (пунктирная кривая). (б) Пространственно-временная эволюция амплитуды решётки инверсии  $|n_z(\zeta, \tau)|$  по образцу.

дования, примерно вчетверо превышающим их длительность  $\delta\tau \simeq 23$ , причём благодаря РОС интенсивности лазерных импульсов, выходящих из противоположных торцов с сильно отличающимися друг от друга коэффициентами отражения, различаются всего вдвое, как и аналогичные импульсы суперфлуоресценции на рис. 8. Если при указанных параметрах уменьшить коэффициент РОС в пять (как на рис. 16) или более раз, взяв  $\beta \lesssim 0,2$  (т.е.  $\beta L \lesssim 0,1$ ), а следовательно, сделав образец практически открытым ( $\Gamma_E \sim 5$ ), хотя и с сильно несимметричным выходом встречных волн, то самосогласованная решётка инверсии ослабеет ( $|n_z| \lesssim 0,1$ ) и генерация станет монохроматической, стационарной с интенсивностями излучения противоположных граней, различающимися в несколько десятков раз и почти не зависящими от РОС.

Ещё один пример широкополосной сверхизлучательной генерации представлен на рис. 17 для случая брэгговского резонатора с параметром РОС  $\beta L = 2$  в

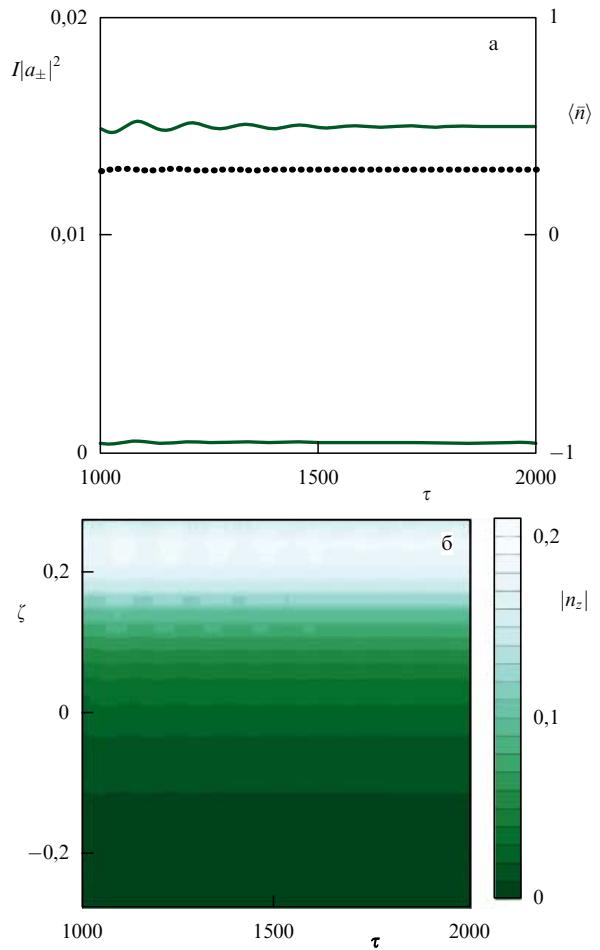
<sup>26</sup> Например, межмодовое рассеяние на самосогласованной решётке инверсии, параметрический распад генерируемой моды в соседние моды благодаря её раби-расщеплению, или так называемому механизму Рискена – Наммедала – Грэхема – Хакена (Risken – Nummedal – Graham – Haken) [290, 291].

<sup>27</sup> Без учёта решётки инверсии, т.е. при  $n_z \equiv 0$ , в рассмотренном случае уравнения (19) приводят к чисто монохроматической (одномодовой) генерации.



**Рис. 15.** (В цвете онлайн.) Периодическая сверхизлучательная генерация образца длиной  $L = 0,56$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо с пренебрежимо малыми отражениями на одном торце ( $R_1 = 10^{-3}$ ) и умеренными на другом ( $R_2 = 0,3$ ) и коэффициентом РОС  $\beta = 0,9$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и одинаковых однородного и неоднородного уширений спектральной линии:  $\Delta_0 = \Gamma_2 = 0,046$ ,  $\Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей излучения  $I|a_{\pm}|^2$ , выходящего из неотражающего и отражающего торцов (тонкая ( $a_+$ ) и жирная ( $a_-$ ) сплошные кривые), и средней по спектральной линии и образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная линия). (б) Пространственно-временная эволюция амплитуды решётки инверсии  $|n_z(\zeta, \tau)|$ .

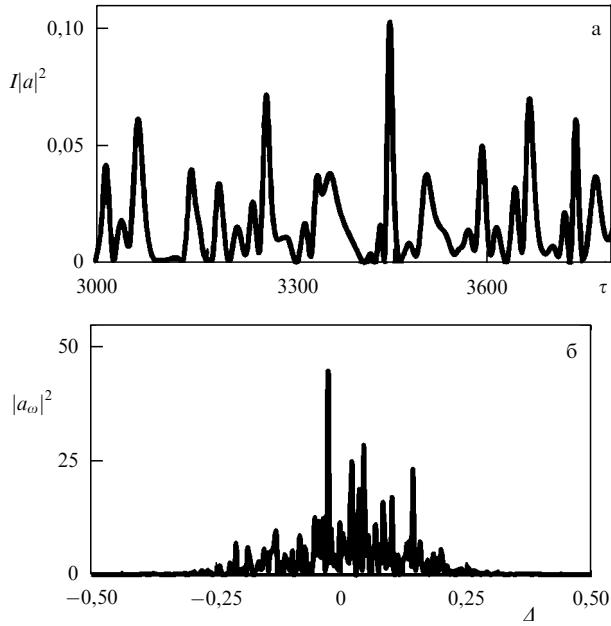
отсутствие отражений от торцов образца, когда  $T_E \simeq 2 \ll T_2 = 50$ . Как видим, по сравнению с импульсом суперфлуоресценции из того же образца на рис. 7 импульсы лазерного сверхизлучения длиннее в несколько раз и меньше по интенсивности на порядок и более, их обратные нормированные частоты Раби,  $(\sqrt{I}|a|)^{-1} \sim \sim 3-10$ , как и должно быть, оказываются в несколько раз меньше длительности,  $\delta t \sim 10-30$ , а общий спектр генерации по ширине достигает половины кооперативной частоты и занимает всю центральную часть запрещённой фотонной зоны. При четырёхкратном уменьшении уровня накачки  $n_p$  (от 1 до 0,25) и смещении однородно уширенной линии на край запрещённой фотонной зоны,  $\Phi = 1$ , как ясно из рис. 18, квазихаотический импульсный режим сверхизлучательной генерации сменяется режимом автомодуляции одной моды с периодом  $\tau_M \simeq 80 \sim \Gamma_1^{-1}$ . Эффективное управление режимом генерации в лазере класса D, иллюстрируемое последним



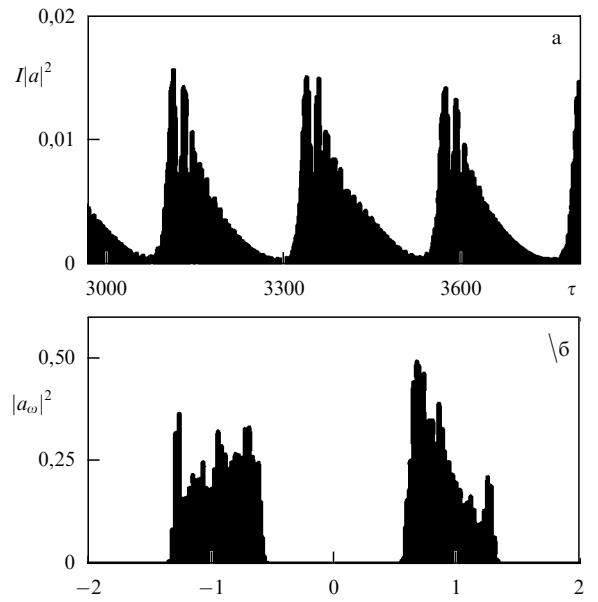
**Рис. 16.** (В цвете онлайн.) Выход на стационарную сверхизлучательную генерацию образца длиной  $L = 0,56$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо с пренебрежимо малыми отражениями на одном торце ( $R_1 = 10^{-3}$ ) и умеренными на другом ( $R_2 = 0,3$ ) и малым коэффициентом РОС  $\beta = 0,18$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и одинаковых однородного и неоднородного уширений спектральной линии:  $\Delta_0 = \Gamma_2 = 0,046$ ,  $\Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированных интенсивностей излучения  $I|a_{\pm}|^2$ , выходящего из неотражающего и отражающего торцов (верхняя ( $a_+$ ) и нижняя ( $a_-$ ) сплошные кривые), и средней по спектральной линии и образцу инверсии  $\langle \bar{n} \rangle$  (пунктирная линия). (б) Пространственно-временная эволюция амплитуды решётки инверсии  $|n_z(\zeta, \tau)|$ .

примером, возможно также посредством изменения параметров резонатора и активной среды в нём, включая длину образца.

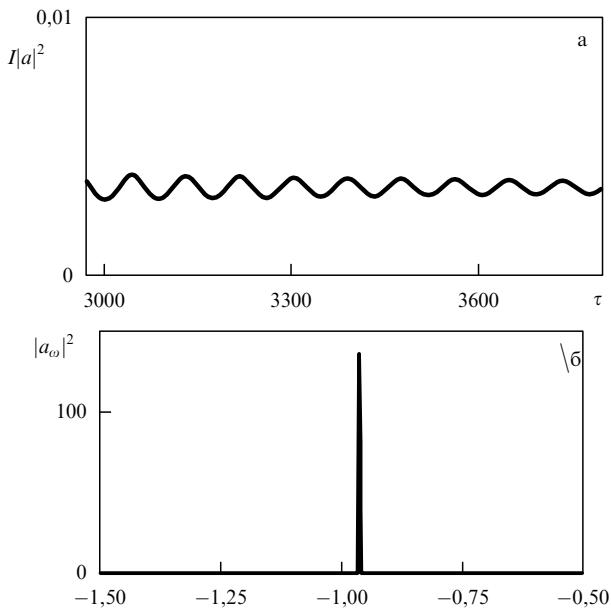
Однако при переходе от однородного уширения к неоднородному, особенно в случае большой ширины спектральной линии, превышающей кооперативную частоту,  $\Delta_0 > 1$ , сверхизлучательная генерация в подобных брэгговских и связанных с ними комбинированных резонаторах с  $\beta L \lesssim \pi$ , как правило, оказывается нестационарной, а при необходимых больших длинах образцов  $L \gtrsim 1$  — обычно и многомодовой. Как ясно из представленного в разделах 5.3, 5.4 описания аналогичной задачи о суперфлуоресценции, в этом случае и само происхождение явления сверхизлучения при непрерывной накачке, и его реализация в достаточно регулярном "маломодовом" режиме с ярко выраженным импульсами коллективного спонтанного излучения в значительной мере определяются селекцией неустойчивых горячих



**Рис. 17.** Широкополосная сверхизлучательная генерация распределённого образца длиной  $L = 2$  в брэгговском резонаторе с коэффициентом РОС  $\beta = 1$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и однородного уширения спектральной линии:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02 \gg \Delta_0 = 0,002$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограмма нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$ . (б) Спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце.



**Рис. 19.** Спектрально двухполосная сверхизлучательная генерация образца длиной  $L = 2$  в брэгговском резонаторе с коэффициентом РОС  $\beta L = 2$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 1 \gg \Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осциллограммы нормированной интенсивности выходящего из торца излучения  $I|a|^2$ . (б) Спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце.



**Рис. 18.** Сверхизлучательная генерация в режиме автомодуляции одной моды образца длиной  $L = 2$  в брэгговском резонаторе с коэффициентом РОС  $\beta = 1$  в случае слабой накачки ( $n_p = 0,25$ ) и однородного уширения спектральной линии:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02 \gg \Delta_0 = 0,002$ ,  $\Phi = 1$ . (а) Осциллограмма нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$ . (б) Спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце.

электромагнитных мод за счёт дисперсионных свойств РОС, отсутствующих у резонатора Фабри–Перо.

Впрочем, вследствие образования глубоких спектральных провалов инверсии населённостей энергетиче-

ских уровней активных центров и её резкой пространственно-временной эволюции, обусловленной в случае лазеров всей предысторией перехода к установленвшейся генерации, представление об электромагнитных и поляритонных модах с фиксированной пространственной структурой часто оказывается неполноценным в принципе и малоэффективным технически для количественного описания нелинейной динамики сверхизлучательной генерации. Поэтому в изложении ниже, в частности, при обсуждении рис. 19–24, мы если и будем использовать язык мод, то только для пояснения грубой качественной картины явления, с целью привлечения аналогий или как средство идентификации обособленных компонент спектра излучения, генерируемого лазером. Такой нестрогий язык мод в ряде случаев использовался и выше.

Поясним сложность модового описания динамики сверхизлучающего лазера, обратившись к промежуточному случаю  $\Delta_0 = 1$ , представленному на рис. 19 для типичного брэгговского резонатора с параметром РОС  $\beta L = 2$  и  $T_E \simeq 2 \ll T_2 = 50$ . Суперфлуоресценция как начальный этап лазерной генерации в данном случае была рассмотрена выше при обсуждении рис. 10. Её спектр состоял из двух симметричных полос, каждую из которых можно было бы попытаться интерпретировать как результат неадиабатической эволюции и нелинейного взаимодействия двух мод: поляритонной с частотой вблизи внутреннего края полос ( $A \simeq \pm 0,3$ ) и электромагнитной с частотой вблизи внешнего ( $A \simeq \pm 1$ ), если такие горячие моды рассчитать для однородного полностью инвертированного образца. Импульсы осцилляторного сверхизлучения, получающиеся в установленшейся лазерной генерации (рис. 19а), весьма похожи на импульсы осцилляторной суперфлуоресценции (рис. 10а)

и тоже могли бы быть качественно интерпретированы как результат взаимодействия и биений небольшого числа возбуждённых и медленно затухающих мод, например, двух мод, похожих на поляритонные, и двух мод, похожих на электромагнитные. Их амплитуды должны быть в два раза меньше, а частоты — в 1,5 раза больше, чем у соответствующих мод, образующих импульс суперфлуоресценции, поскольку именно таким же образом уменьшился по интенсивности и увеличился по ширине двухполосный спектр поля после перехода от суперфлуоресценции к установившейся лазерной генерации.

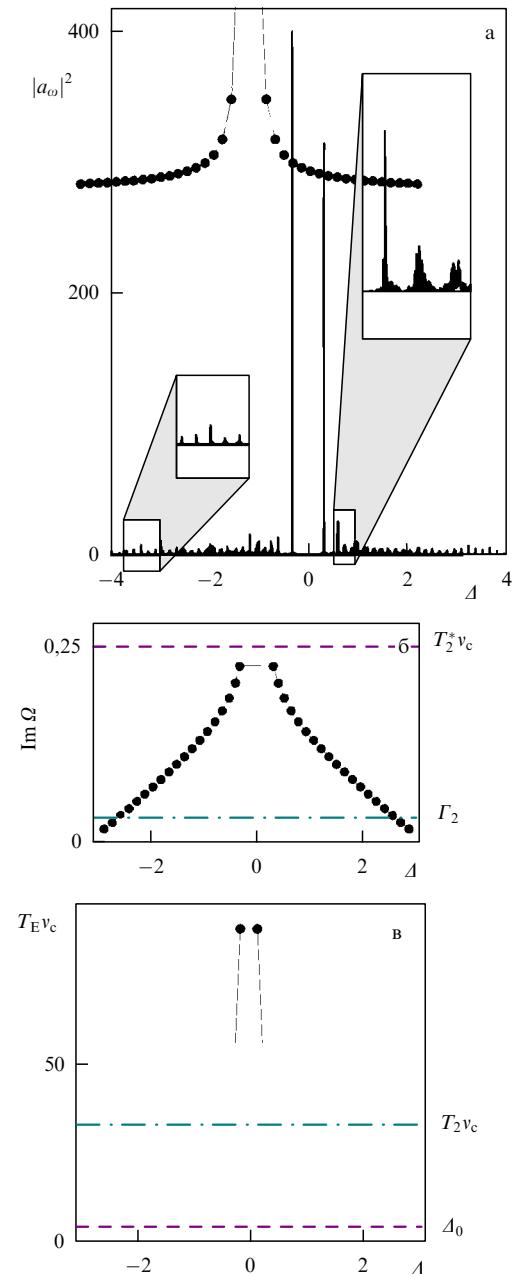
Однако подобная интерпретация формы и спектра импульсов и для суперфлуоресценции, и тем более для лазерного сверхизлучения представляется крайне наивной ввиду сложности пространственно-временной и спектральной структур поля, поляризации и инверсии (включая решётку инверсии) в образце, которые показывает численное решение уравнений (19) и для описания которых с помощью четырёх или другого небольшого числа мод, определяемых изрезанными мгновенными профилями инверсии, потребовались бы более трудоёмкие расчёты, причём без всякой гарантии справедливости предположения о несущественной роли остальных мод или волн непрерывного спектра. Для подобных целей, по-видимому, лучше подходит метод эмпирических мод с нефиксированной пространственно-временной структурой, развитый в [300], но его описание выходит за рамки настоящего обзора.

### 5.8. Сверхизлучающие лазеры с сильным неоднородным уширением спектральной линии

В случае очень сильного неоднородного уширения спектральной линии,  $\Delta_0 \gg 1$ , представление о горячих электромагнитных модах и их селекции при лазерной генерации отчасти более оправданы, по крайней мере, для интересующих нас низкодобротных резонаторов с оптимальными временем жизни фотона и длиной (51), указанными в разделе 5.5 при обсуждении соответствующей задачи о суперфлуоресценции. Дело в том, что в этом случае электромагнитные моды вполне разделены по частотам и не подвержены сильному нелинейному взаимодействию друг с другом или быстрой неадиабатической эволюции, хотя и не дают общего решения задачи о "разгрузке" для импульсного процесса коллективного спонтанного излучения в протяжённом образце без привлечения волн непрерывного спектра (ср. аналитическую теорию (35)–(41) для аналогичной задачи о "разгрузке" инверсии при суперфлуоресценции активной среды с однородным уширением спектральной линии в резонаторе Фабри – Перо).

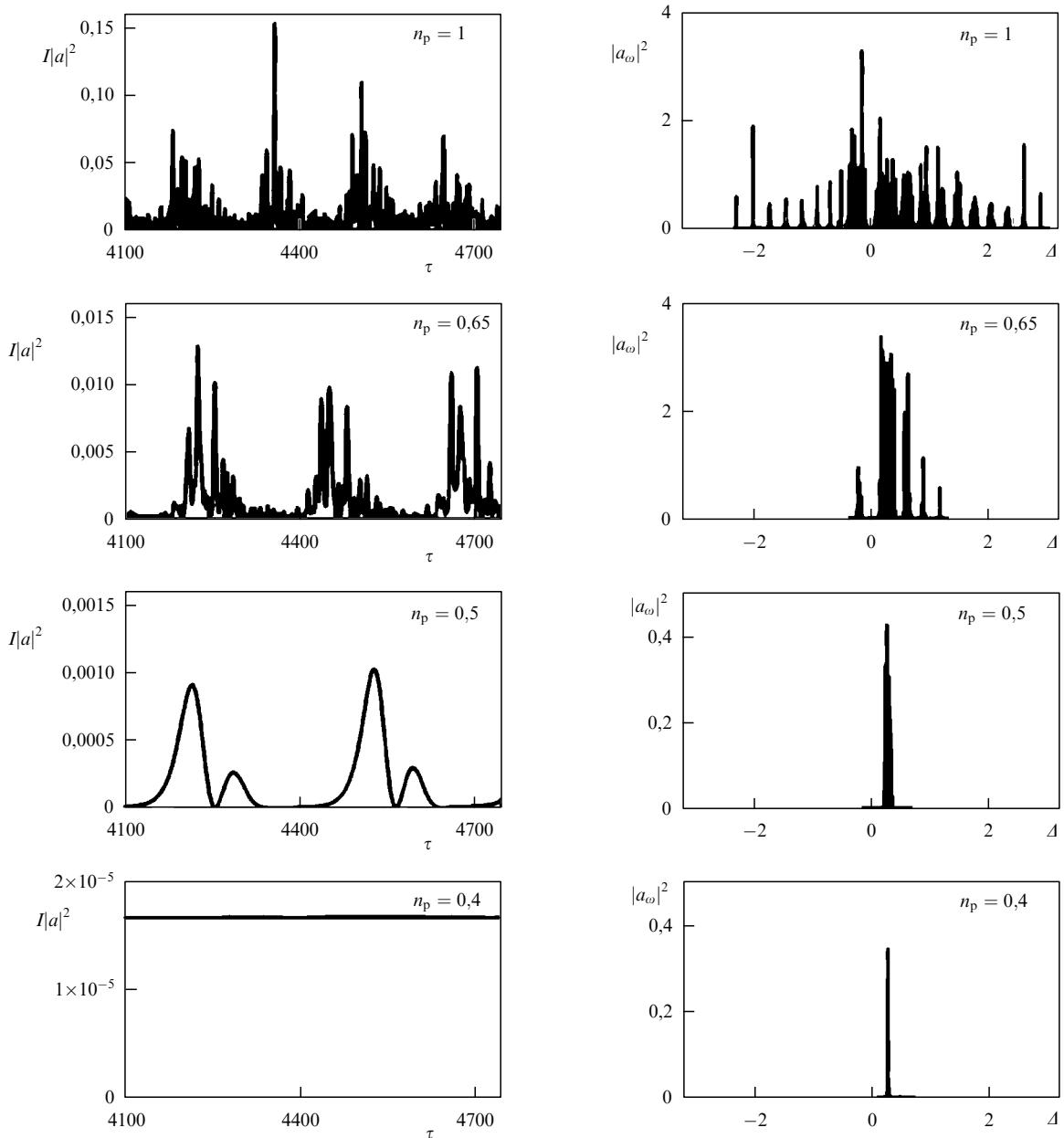
Для брэгговского резонатора с параметром РОС  $\beta L \lesssim \pi$  анализ режимов сверхизлучательной генерации при непрерывной накачке недавно был проведён в работе [199], и мы не будем его подробно повторять. Приведём лишь один показательный пример многомодовой генерации, в которой существуют три типа динамики мод: сверхизлучательная, автомодуляционная и квазистационарная, а затем сразу перейдём к общему качественному описанию особенностей и возможных режимов работы сверхизлучающих лазеров с открытыми комбинированными резонаторами, включая частный случай брэгговского резонатора.

На рисунке 20а изображён спектр установившейся генерации в очень длинном лазере ( $L=20$ ,  $I = 0,25 \times 10^{-4}$ ),



**Рис. 20.** Смешанная генерация сверхизлучательных и квазистационарных мод образца длиной  $L = 20$  в высокодобротном брэгговском резонаторе с коэффициентом РОС  $\beta = 0,3$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 3\Gamma_1 = 0,03$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце; на левой вставке — квазимонохроматические моды на краю полосы генерации, на правой — сверхизлучательные моды около запрещённой фотонной зоны. (б) Результаты расчёта спектра инкрементов горячих мод. (в) Результаты расчёта спектра времён жизни фотонов  $T_E$  холодных электромагнитных мод.

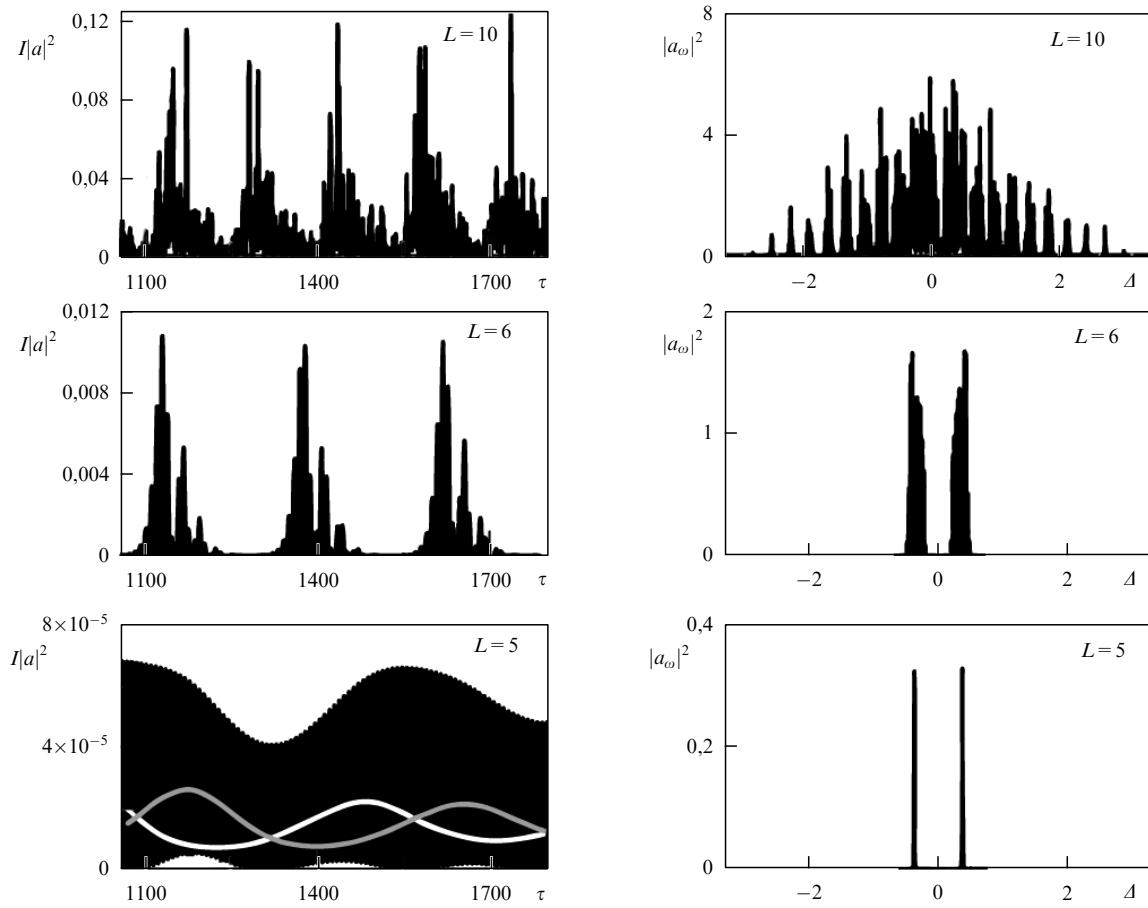
образованном активной средой с сильным неоднородным уширением ( $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 0,03$ ), помещённой в сравнительно высокодобротный брэгговский резонатор с параметром РОС  $\beta L = 6$ . В таком резонаторе на краях запрещённой фотонной зоны при  $\Delta \simeq \pm\beta = \pm 0,3$  имеются две холодные высокодобротные моды с отстройками частот  $\Omega_{E_m} \approx 1/3$ ,  $m = \pm 1$ , с временем жизни фотонов  $T_E \simeq 90/v_c > T_2 = 33/v_c$  (рис. 20в) (см. формулы (42), (43)). Две соответствующие горячие электромагнитные



**Рис. 21.** Влияние уровня накачки на режим генерации образца длиной  $L = 10$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо ( $R = 0,1$ ) с коэффициентом РОС  $\beta = 0,1$  в случае сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 3\Gamma_1 = 0,03$ ,  $\Phi = 0$ . В левой части рисунка — осциллограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$  для разных уровней накачки  $n_p$ . В правой части рисунка — спектральные мощности  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце для соответствующего уровня накачки  $n_p$ .

моды при полной инверсии  $n = 1$  обладают наибольшими инкрементами  $\Omega_{e,\pm 1}'' \equiv \omega_{e,\pm 1}/v_c \simeq 0,25$  и почти несмешенными отстройками частот  $\Omega_{e,\pm 1}' \simeq \pm 0,3$ . Под действием непрерывной накачки они обеспечивают генерацию двух квазимонохроматических полей с наибольшими спектральными амплитудами  $|a_{\omega,\pm 1}| \sim 20$  (рис. 20а), образуя в спектре инверсии два широких спектральных провала, как это обычно имеет место при квазистационарной генерации мод в лазере класса В. Следующие холодные моды  $\Omega_{Em}$ ,  $m = \pm 2, \pm 3, \dots$ , частоты которых лежат на склонах спектральной линии брэгговского резонатора, примыкающих к запрещённой фотонной зоне, имеют время жизни фотона  $T_E < T_2$  (рис. 20в), так что генерация соответствующих им горячих мод благодаря достаточно большому инкременту  $\Omega_{em}'' \gtrsim \Gamma_2$  (при полной инверсии  $n = 1$  (рис. 20б)) отвечает

лазерам класса С (при близких величинах  $T_E$  и  $T_2$ , как для  $m = \pm 2$ ) или класса D (при значительном превышении  $T_2$  над  $T_E$ , как для  $m = \pm 3, \pm 4, \dots$ ). Поэтому, как ясно из правой вставки на рис. 20а, моды  $m = \pm 2$  излучают в режиме автомодуляции, не давая обособленных импульсов, а моды  $m = \pm 3, \pm 4, \dots$  — в сверхизлучательном режиме с достаточно чётко выраженным импульсами коллективного спонтанного излучения, имея, следовательно, значительно более уширенный спектральный вид. Наконец, холодные моды с  $T_E \sim \Delta_0/v_c = 1/\bar{v}_c$  на крыльях линии  $|\Delta| > \Delta_0/2 = 2$  соответствуют горячим модам, которые обладают малыми инкрементами  $\Omega_{em}'' \lesssim \Gamma_2$  (рис. 20б) и при имеющейся небольшой скорости накачки  $\Gamma_1 = 0,01$  находятся ниже сверхизлучательного порога, т.е. их генерация происходит в квазистационарном режиме со слабой интенсивностью (см. левую



**Рис. 22.** Влияние длины образца на режимы генерации в комбинированном резонаторе Фабри–Перо ( $R = 0,1 \exp(i\pi/2)$ ) с коэффициентом РОС  $\beta = 0,1$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . В левой части рисунка — осциллограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$  для различных длин активного образца  $L$ . В случае  $L = 5$  осциллограммы полей каждой из двух когерентных мод показаны светлыми линиями. (Тёмный фон обусловлен частыми осцилляциями интенсивности с частотой порядка кооперативной.) В правой части рисунка — спектральные мощности  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце для соответствующих значений длины образца  $L$ .

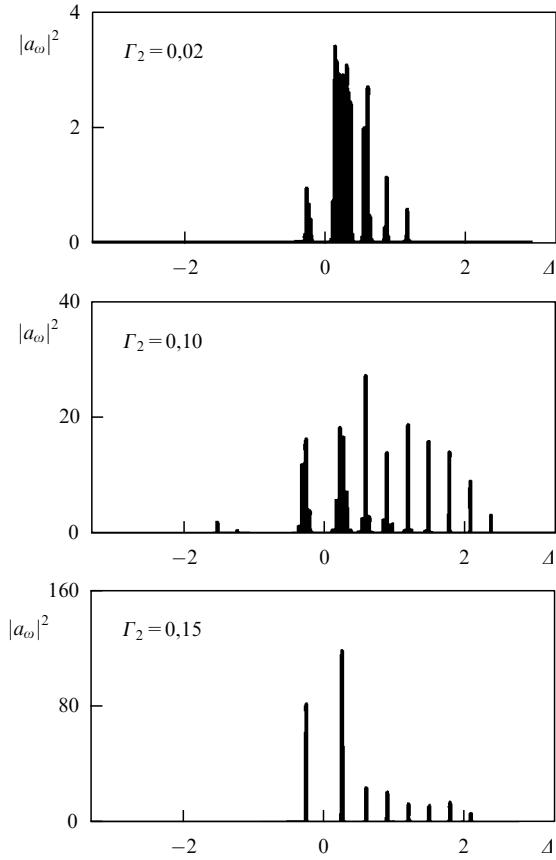
вставку на рис. 20а). Конечно, при наличии нескольких десятков лазерных мод, общее число которых оценивается как  $M \lesssim \beta L / [\pi \exp(-nL/\Delta_0)]$ , согласно (33), (49) при  $R \ll \beta L$ , выявить тот или иной режим генерации отдельной моды можно только с использованием спектральных фильтров, поскольку осциллограмма суммарного поля излучения является квазихаотической.

Обратимся теперь к описанию некоторых общих свойств лазера класса D с низкодобротными комбинированными резонаторами, время жизни фотона в которых (см. (45)) меньше времени релаксации индивидуальных дипольных колебаний активных центров,  $T_E < T_2$ . Для определённости будем ориентироваться на лазеры с оптимальной длиной  $L \sim 2\Delta_0$  (точнее см. (51)), позволяющие наиболее отчётливо реализовать эффекты коллективного спонтанного излучения. Можно выделить [197, 198] по крайней мере пять качественно различных режимов работы таких лазеров: квазистационарный, автомодуляционный, регулярный импульсный, нерегулярный импульсный с квазипериодическими цугами импульсов, квазихаотический. В типичных условиях генерируемое лазером поле каждой сверхизлучательной моды  $a(\tau)$  является когерентным и её спектральная ширина определяется соответствующей частотой Раби  $\omega_R = v_c \sqrt{I} |a|$ , которая при достаточно мощной накачке может достигать величины эффективной кооперативной

частоты  $\bar{\nu}_c = v_c^2 T_2^*$ , приводя к перекрытию спектров соседних мод. Поэтому спектр излучения лазера класса D может быть как квазидискретным, так и квазинепрерывным (см., например, рис. 4, 20–24). Отметим, что многие специальные режимы сверхизлучательной генерации фактически ещё не изучались.

В отличие от лазера класса B, лазер класса D практически не допускает стационарной генерации мод, т.е. второй лазерный порог очень близок к первому, имеющему уровень накачки примерно  $n_p^{\text{th}} \simeq 2\Delta_0/L$ . Поскольку условия генерации так или иначе зависят от многих параметров лазера, изменения любой из них, можно проходить первый, второй и сверхизлучательный пороги и управлять режимом генерации в целом или его отдельными модами, а следовательно, менять спектрально-корреляционные свойства излучения. Примеры подобного влияния уровня накачки  $n_p$ , длины активного образца  $L$  и величины однородного уширения  $\Gamma_2$  на работу лазера (на осциллограмму и спектр его излучения) при фиксированных остальных параметрах приведены на рис. 21–23.

Как видим, реализуются все пять указанных режимов генерации, и сверхизлучение одних мод часто сосуществует с автомодуляцией или квазистационарной генерацией других, если не перекрываются спектральные полосы неоднородно уширенной линии активных центров,



**Рис. 23.** Влияние однородного уширения спектральной линии на спектр генерации образца длиной  $L = 10$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо ( $R = 0,1$ ) с коэффициентом РОС  $\beta = 0,1$  в случае умеренной накачки ( $n_p = 0,65$ ) и сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Delta_0 = 4 \gg \Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0,02$ ,  $\Phi = 0$ . Показана спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце для различных скоростей релаксации дипольных колебаний активных центров  $\Gamma_2$ , указанных на рисунке.

ответственные за поддержание поля соответствующих мод. При этом спектральные полосы сверхизлучательных мод являются особенно широкими благодаря широкому спектру поля их импульсов коллективного спонтанного излучения. Это импульсное излучение в отдельной спектральной полосе во многом происходит так же, как в случае суперфлуоресценции образца с однородно или немножко неоднородно уширенной спектральной линией, и иногда приводит к резким падениям уровня инверсии вплоть до отрицательных значений (ср. рис. 2, 4, 6, 10). Возникающие спектральные провалы инверсии компенсируются накачкой за время  $\sim T_1$ , что обеспечивает повторное высвечивание импульса модового сверхизлучения. В зависимости от числа сверхизлучательных мод, генерируемая последовательность импульсов сверхизлучения может быть квазипериодической, регулярной непериодической или совсем нерегулярной.

Происхождение импульсов сверхизлучения можно проследить с помощью динамических спектров инверсии рабочего перехода, которые полностью согласованы с временной динамикой спектра поля [197, 198, 301]. В широкой области параметров, как показывает сравнение динамических спектров инверсии и интенсивности поля на торце лазера, эти импульсы генерируются и высвечиваются независимо, каждый в своём спектральном канале, образуя цуги, вообще говоря, содержащие по не-

сколько импульсов в полосе частот каждой сверхизлучательной моды. Благодаря широкому спектру импульсы сверхизлучения из различных спектральных каналов, относящихся к соседним горячим модам или даже разделённых запрещённой фотонной зоной, могут высвечиваться синхронно на протяжении целого ряда цугов импульсной генерации. Несколько одновременно высвечиваемых когерентных импульсов из разных спектральных областей на краю образца интерфеcируют и могут порождать более мощные и короткие импульсы излучения.

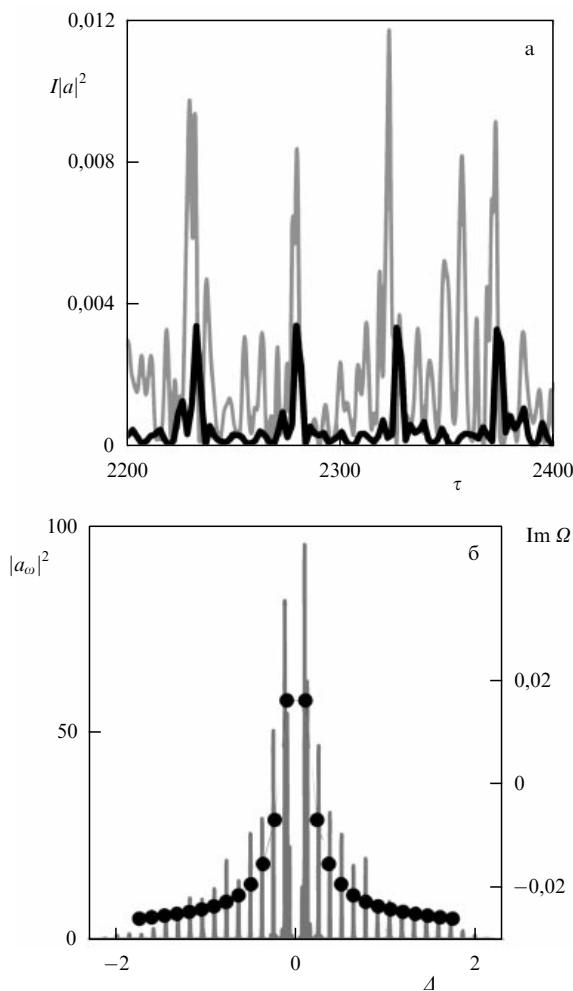
В лазерах класса D наличие уже весьма слабой модуляции решётки инверсии  $n_z(\tau, \zeta, \Delta)$  приводит к потере строгой периодичности следования цугов сверхизлучательных импульсов. Возникающие локальные усиление, поглощение или переотражение, различные для встречных волн, являются нестационарными и влияют на фазовые свойства излучения, снижая его когерентность, внося случайность в процесс формирования и высвечивания каждого отдельного импульса и цуга в целом. Можно показать также, что при чрезмерном превышении сверхизлучательного порога в относительно коротких частях образца успевают формироваться независимые импульсы коллективного спонтанного излучения, которые при распространении по образцу неоднократно перепоглощаются активными центрами и нелинейно взаимодействуют друг с другом, образуя типичное для одностороннего сверхизлучения в длинных образцах (см. (28), (29)) слабомодулированное и низкокогерентное излучение волн непрерывного спектра, подавляющее модовое сверхизлучение. Согласно (51) именно этим обстоятельством ограничена сверху оптимальная длина сверхизлучающего лазера.

## 5.9. Эффекты взаимодействия мод

### в многомодовых сверхизлучающих лазерах

Даже в случае слабого, казалось бы, незначительного перекрытия спектров соседних мод, в том числе сверхизлучательных, в лазере класса D, как и в обычном многомодовом лазере класса B, возможно существенное межмодовое взаимодействие, поддерживаемое постоянной накачкой, особенно эффективное в условиях квазиэквидистантного спектра мод. Два эффекта этого взаимодействия представлены на рис. 24 в случае лазера класса D с длинным комбинированным резонатором, обладающим квазиэквидистантным спектром холодных электромагнитных мод и сильно неоднородно уширенной активной средой, обеспечивающей инкременты только двух наиболее добротных из них.

Во-первых, оказывается, что хотя при максимальной накачке,  $n_p = 1$ , остальные моды по отдельности в отсутствие генерации являются затухающими (рис. 24б), многие из них вовлекаются в квазистационарную генерацию и имеют значительные амплитуды благодаря повторяющемуся формированию двумя наиболее добротными модами коротких импульсов сверхизлучения, динамический спектр которых захватывает соседние моды. В результате такого параметрического воздействия возникает многомодовая генерация, охватывающая около 30 квазистационарных узкополосных мод и две нестационарные широкополосные моды, коллективное спонтанное излучение в которых обуславливает элемент случайности суммарного поля излучения (рис. 24а), являющегося частично когерентной суперпозицией полей всех генерируемых мод.



**Рис. 24.** Генерация двух сверхизлучательных мод образца длиной  $L = 22,5$  в комбинированном резонаторе Фабри–Перо ( $R = 0,1 \exp(i\pi/2)$ ) с коэффициентом РОС  $\beta = 0,04$  в случае сильной накачки ( $n_p = 1$ ) и очень сильного неоднородного уширения спектральной линии:  $\Lambda_0 = 13$ ,  $\Gamma_2 = 3\Gamma_1 = 0,03$ ,  $\Phi = 0$ . (а) Осцилограммы нормированной интенсивности выходящего излучения  $I|a|^2$ : квази хаотического полного (серая кривая) и квазипериодического, образованного десятью крайними модами правого крыла спектра генерации (чёрная кривая). (б) Спектральная мощность  $|a_\omega|^2$  поля излучения на торце, кружками показаны инкременты соответствующих горячих мод.

Во-вторых, ярким эффектом межмодового взаимодействия в лазере класса D с комбинированным резонатором является реализация частичной самосинхронизации квазистационарных мод при наличии одной или нескольких сверхизлучательных мод. Численное решение уравнений (19) показывает [197, 198, 300], что для широкой области параметров лазера в отсутствие как внешней модуляции его свойств, так и каких-либо поглотителей в нём осуществима генерация квазирегулярной последовательности импульсов излучения, имеющих длительность, меньшую времён релаксации населённости энергетических уровней и поляризации активной среды. Дело в том, что импульсы сверхизлучения мод с наибольшими инкрементами, следующие квазипериодично с периодом, близким к времени накачки  $T_1$ , выжигают глубокие провалы населённостей активной среды, вплоть до ликвидации инверсии населённостей в ней, в определённых спектральных интервалах и на

определенных промежутках времени. Благодаря данному обстоятельству участвующие в генерации моды с меньшими инкрементами, частоты которых отстоят дальше от запрещённой фотонной зоны, оказываются способными к частичной синхронизации, поддерживаемой когерентным взаимодействием со сверхизлучательными модами. При этом если коэффициенты отражения от торцов  $R$  не слишком малы по сравнению с величиной  $\beta L$ , то благодаря синхронизации части мод в излучении возникает ещё одна импульсная квазипериодическая составляющая с периодом, примерно равным времени прохождения света через резонатор (см. осцилограмму поля 10 мод на рис. 24). Сверхизлучательные моды также могут давать вклад в обходящий резонатор импульс синхронизированного излучения.

Отметим, что динамическое спонтанное нарушение симметрии в распределении инверсии и в профилях мод лазера с симметричным комбинированным резонатором Фабри–Перо и большим неоднородным уширением спектральной линии активной среды, как правило, выражено гораздо слабее (и лишь на небольших промежутках времени) по сравнению с подобным эффектом в случае однородного уширения линии. Одно из проявлений такого нарушения симметрии — это появление бегающего по резонатору импульса, образованного частично синхронизированными модами.

Интересно, что взаимная когерентность пучков импульсов сверхизлучения может быть ниже, чем взаимная когерентность отдельных импульсов синхронизированного излучения даже в далеко отстоящих пучках, что естественно для многомодовой генерации с частичной синхронизацией мод. Более того, многие несверхизлучательные квазистационарные моды вряд ли бы появились в установившейся генерации в отсутствие сверхизлучательных мод, поскольку, согласно линейной теории, они не обладали бы инкрементом, как это выше обсуждалось на примере рис. 24. Данный режим работы является перспективным для генерации квазирегулярной последовательности мощных сверхкоротких импульсов когерентного излучения при непрерывной накачке в отсутствие дополнительных элементов или устройств, обеспечивающих синхронизацию мод. Подобный лазер может быть реализован, например, на основе гетероструктуры с субмонослойными слоями квантовых точек InAs/GaAs и латеральной брэгговской структурой, обеспечивающей надлежащую селекцию лазерных продольных мод [197, 302].

## 6. Заключение

Целью настоящего обзора явилось, наряду с обсуждением последних экспериментов и теоретических достижений в проблеме коллективного спонтанного излучения ансамбля дипольных осцилляторов, привлечение внимания к некоторым физически богатым вопросам данной области исследований когерентного радиационного взаимодействия в многочастичных системах. Среди таких вопросов, представляющихся актуальными как с практической экспериментальной, так и с фундаментальной теоретической точек зрения, мы особо остановились на следующих:

- единой интерпретации разнообразных аспектов указанного явления, классически-макроскопического по проявлению и квантово-микроскопического по проис-

хождению, в ансамблях активных центров различной природы;

- роли эффектов распространения и нелинейных пространственно-временных корреляционных эффектов в динамике коллективного спонтанного излучения;

- влияния низкодобротных резонаторов на условия реализации и ход процессов суперфлуоресценции и инициированного сверхизлучения.

В последнем случае речь идёт, по существу, о важной экспериментальной и теоретической задаче в этой области физики — создании и полноценном описании сверхизлучающих лазеров, в которых коллективное спонтанное излучение активных центров под действием непрерывной накачки приводит к генерации когерентного излучения с многообразными спектрально-корреляционными свойствами. Изучение этих свойств необходимо для самых различных приложений, начиная от информационной оптики и динамической спектроскопии и кончая диагностикой состояний многочастичных систем и развитием представлений о квантово-динамических и неравновесных фазовых переходах.

Несмотря на более чем полувековую историю изучения данного круга задач, ассоциирующегося со сверхизлучением Дике, вышеназванные и многие другие вопросы остаются далеко не исчерпанными. Более того, в последнее время наблюдается бурное развитие исследований явления сверхизлучения. В недалёком будущем можно ожидать экспериментальной демонстрации различных схем и разнообразных практических приложений сверхизлучающих полупроводниковых лазеров на основе специальных многослойных гетероструктур с квантовыми точками или экситонами в качестве активных центров. Исследование подобных и различных других ансамблей активных центров с доминирующим радиационным взаимодействием представляется многообещающим и, несомненно, приведёт к постановке новых глубоких вопросов и обнаружению неожиданных физических закономерностей.

В настоящем обзоре на многочисленных примерах показано, что при реализации преобладающей роли процессов сверхизлучения в импульсной динамике первоначально инвертированного образца и в лазерной динамике при непрерывной накачке возникают уникальные возможности управления качественными и количественными характеристиками генерации, такими как спектральная ширина, длительность и степень когерентности различных импульсных составляющих выходящего излучения. Иными словами, регулируя параметры ансамбля частиц и состав горячих мод, определяемых резонатором и накачкой, можно управлять генерируемым излучением, и наоборот, изучая изменение спектрально-корреляционных свойств генерируемого излучения, можно судить о перестройке коллективного состояния той или иной многочастичной системы, в частности, диагностировать фазовые переходы в ней.

Не менее захватывающими представляются и начавшие недавно бурно развиваться исследования коллективных состояний в системах многих частиц, которые испытывают наряду с радиационным взаимодействием сравнимое с ним по силе иное взаимодействие, например, кулоновское, магнитодипольное (спиновое), фононное, а также связанное с каким-либо другим взаимным рассеянием частиц или с их квантовой статистикой.

Востребованными оказываются самые различные аналогии или связи с явлением сверхизлучения, начиная от сходства используемых модельных гамильтонианов с гамильтонианом Дике и кончая подобием пространственно-временных, спектральных, корреляционных характеристик коллективного поведения частиц, либо просто констатацией их сфазированного вклада в то или иное самосогласованное поле, определяющее свойства состояний многочастичной системы. Хотя задачи этого круга не обсуждаются в данном обзоре, мы не можем не упомянуть, хотя бы кратко, о некоторых последних работах в данном направлении, особенно посвящённых достаточно открытым многочастичным системам, в которых отсутствует излишнее, порой нежелательное накапливание поля в резонаторе, свойственное традиционным лазерам, и могут формироваться "экзотические" состояния активных центров благодаря их коллективному взаимодействию с самосогласованным полем. При этом различные проявления коллективного спонтанного излучения, прежде всего нестационарные, могут, с одной стороны, характеризоваться совершенно необычными физическими свойствами, а с другой стороны, использоваться для изучения иных, нерадиационных, взаимодействий и связанных с ними "экзотических" состояний активных центров.

В качестве примеров соответствующих многоплановых экспериментальных результатов отметим следующие.

1. Обнаружение спонтанного нарушения симметрии при квантовом фазовом переходе Дике в бозе-Эйнштейновском конденсате атомов рубидия, помещённом в центральную область высокодобротного резонатора Фабри–Перо, накачиваемого непрерывным лазером [71].

2. Демонстрация так называемого спаренного сверхизлучения в результате реализации когерентного двухфотонного излучения с первого колебательного уровня молекулярного водорода, находящегося в поле излучения двух лазеров [303].

3. Получение суперфлуоресценции атомов цезия, распределённых вдоль квазидиономерного фотонно-кристаллического волновода, с целью исследования особенностей радиационного взаимодействия атомов [304].

4. Наблюдение так называемой однофотонной суперфлуоресценции из квантовой точки, открывающее возможность изучения квантовых эффектов кулоновского взаимодействия электронов и дырок в низкоразмерных полупроводниковых структурах [305].

5. Создание и исследование субизлучающего когерентного состояния в большом облаке холодных атомов рубидия ( $\sim 10^9$  атомов в объёме  $3 \text{ mm}^3$ ), имеющего время радиационного распада, в сто раз превышающее время спонтанного излучения одного атома [306].

Среди теоретических результатов ограничимся указанием нескольких последних работ по обобщению модели фазового перехода Дике для бозонных и фермионных многочастичных систем, подверженных тем или иным внешним воздействиям [98, 307–314].

Изучение различных типов подобных многочастичных состояний, переходов между ними и их пространственно-временной динамики только начинается и, без сомнения, является перспективным как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения.

Работа поддержана в рамках выполнения государственного задания ИПФ РАН на проведение научных исследований по темам № 0035-2014-0029 и № 0035-2014-0005 (разделы 1 и 2), программы фундаментальных исследований ОФН РАН IV.2.6 "Фундаментальные основы и экспериментальная реализация перспективных полупроводниковых лазеров в интересах промышленности и технологий" (раздел 3), программы фундаментальных исследований Президиума РАН II-1 "Наноструктуры: физика, химия, биология, основы технологии" (раздел 4) и гранта РФФИ 16-02-00714 (раздел 5).

## Список литературы

1. Dicke R H *Phys. Rev.* **93** 99 (1954)
2. Siegman A E *Lasers* (Mill Valley, Calif.: Univ. Science Books, 1986)
3. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В УФН **159** 193 (1989); Zheleznyakov V V, Kocharovskii V V, Kocharovskii VI Sov. Phys. Usp. **32** 835 (1989)
4. Lugiato L, Prati F, Brambilla M *Nonlinear Optical Systems* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2015)
5. Cong K et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **33** C80 (2016)
6. Файн В М *Квантовая радиофизика* Т. 1 (М.: Сов. радио, 1972)
7. Fain B *Nuovo Cimento B* **68** 73 (1982)
8. Гинзбург В Л УФН **140** 687 (1983); Ginzburg V L Sov. Phys. Usp. **26** 713 (1983)
9. Гинзбург В Л *Теоретическая физика и астрофизика. Дополнительные главы* 3-е изд. (М.: Наука, 1987); Пер. на англ. яз.: Ginzburg V L *Applications of Electrodynamics in Theoretical Physics and Astrophysics* 2nd ed. (New York: Gordon and Breach Sci. Publ., 1989)
10. Bonifacio R, Schwendimann P, Haake F *Phys. Rev. A* **4** 302 (1971)
11. Bonifacio R, Schwendimann P, Haake F *Phys. Rev. A* **4** 854 (1971)
12. Gross M, Haroche S *Phys. Rep.* **93** 301 (1982)
13. Андреев А В УФН **160** (12) 1 (1990); Andreev A V Sov. Phys. Usp. **33** 997 (1990)
14. Benedict M G et al. *Super-radiance: Multiatom Coherent Emission* (Bristol: Institute of Physics Publ., 1996)
15. Brandes T *Phys. Rep.* **408** 315 (2005)
16. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В УФН **150** 455 (1986); Zheleznyakov V V, Kocharovskii V V, Kocharovskii VI Sov. Phys. Usp. **29** 1059 (1986)
17. Kocharovskiy V V, Kocharovskiy VI V, Belyanin A A *Phys. Rev. Lett.* **76** 3285 (1996)
18. Гапонов А В, Петелин М И, Юлпатов В К *Изв. вузов. Радиофизика* **10** 1414 (1967); Gaponov A V, Petelin M I, Yulpatov V K *Radiophys. Quantum Electron.* **10** 794 (1967)
19. Bonifacio R et al. *Phys. Rev. Lett.* **73** 70 (1994)
20. Меньшиков Л И УФН **169** 113 (1999); Men'shikov L I *Phys. Usp.* **42** 107 (1999)
21. Agarwal G S, in *Quantum Optics* (Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 70) (Berlin: Springer-Verlag, 1974) p. 1
22. Suryan G *Current Sci.* **18** 203 (1949)
23. Bloembergen N, Pound R V *Phys. Rev.* **95** 8 (1954)
24. Bloom S J. *Appl. Phys.* **28** 800 (1957)
25. Eberly J H *Am. J. Phys.* **40** 1374 (1972)
26. Krishnan V, Murali N *Prog. Nucl. Magn. Reson. Spectrosc.* **68** 41 (2013)
27. Киселев Ю Ф и др. ЖЭТФ **94** 344 (1988); Kiselev Yu F et al. Sov. Phys. JETP **67** 413 (1988)
28. Warren W S, Hammes S L, Bates J L *J. Chem. Phys.* **91** 5895 (1989)
29. Киселев Ю Ф, Алискендеров Э И *Письма в ЖЭТФ* **51** 14 (1990); Kiselev Yu F, Aliskenderov E I *JETP Lett.* **51** 15 (1990)
30. Бажанов Н А и др. ФТТ **31** 206 (1989); Bazhanov N A et al. Sov. Phys. Solid State **31** 291 (1989)
31. Boscaino R, Gelardi F M, Korb J P *Phys. Rev. B* **48** 7077 (1993)
32. Barjat H et al. *J. Magn. Reson. A* **117** 109 (1995)
33. Agnello S et al. *Phys. Rev. A* **59** 4087 (1999)
34. Shishmarev D, Otting G J. *Magn. Reson.* **213** 76 (2011)
35. Skribanowitz N et al. *Phys. Rev. Lett.* **30** 309 (1973)
36. MacGillivray J C, Feld M S *Phys. Rev. A* **14** 1169 (1976)
37. Gibbs H M, Vrehen Q H F, Hikspoors H M *J. Phys. Rev. Lett.* **39** 547 (1977)
38. Moi L et al. *Phys. Rev. A* **27** 2043 (1983)
39. Goy P et al. *Phys. Rev. A* **27** 2065 (1983)
40. Florian R, Schwan L O, Schmid D *Phys. Rev. A* **29** 2709 (1984)
41. Варнавский О П и др. ЖЭТФ **86** 1227 (1984); Varnavskii O P et al. Sov. Phys. JETP **59** 716 (1984)
42. Варнавский О П и др. ЖЭТФ **90** 1596 (1986); Varnavskii O P et al. Sov. Phys. JETP **63** 937 (1986)
43. MacGillivray J C, Feld M S *Contemp. Phys.* **22** 299 (1981)
44. Vrehen Q H F, Gibbs H M, in *Dissipative Systems in Quantum Optics: Resonance Fluorescence, Optical Bistability, Superfluorescence* (Topics in Current Physics, Vol. 27, Ed. R Bonifacio) (Berlin: Springer, 1982) p. 111
45. Schuurmans M F H et al. *Adv. At. Mol. Phys.* **17** 167 (1982)
46. Андреев А В, Емельянов В И, Ильинский Ю А *Кооперативные явления в оптике: Сверхизлучение, бистабильность, фазовые переходы* (М.: Наука, 1988); Пер. на англ. яз.: Andreev A V, Emelyanov V I, Ilinskii Yu A *Cooperative Effects in Optics: Superradiance and Phase Transitions* (Bristol: Institute of Physics Publ., 1993)
47. Kalachev A A, Samartsev V V *Laser Phys.* **12** 1114 (2002)
48. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В ЖЭТФ **87** 1565 (1984); Zheleznyakov V V, Kocharovskii V V, Kocharovskii VI Sov. Phys. JETP **60** 897 (1984)
49. Bonifacio R, Lugiato L *Phys. Rev. A* **11** 1507 (1975)
50. Bonifacio R, Lugiato L *Phys. Rev. A* **12** 587 (1975)
51. Haake F et al. *Phys. Rev. A* **20** 2047 (1979)
52. Haake F et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 1740 (1979)
53. Polder D, Schuurmans M F H, Vrehen Q H F *Phys. Rev. A* **19** 1192 (1979)
54. Емельянов В И, Семиногов В Н ЖЭТФ **76** 34 (1979); Emel'yanov V I, Seminogov V N Sov. Phys. JETP **49** 17 (1979)
55. Leonardi C, Vaglica A *Nuovo Cimento* **67** 233 (1982)
56. Kumarakrishnan A, Chudasama S, Han X *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 1538 (2005)
57. Scheibner M et al. *Nature Phys.* **3** 106 (2007)
58. Paradis E et al. *Phys. Rev. A* **77** 043419 (2008)
59. Jho Y D et al. *Phys. Rev. B* **81** 155314 (2010)
60. Ariunbold G O et al. *Phys. Rev. A* **82** 043421 (2010)
61. Башаров А М, Знаменский Н В, Шашков А Ю Изв. РАН. Сер. Физ. **74** 984 (2010); Basharov A M, Znamenskii N V, Shashkov A Yu Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **74** 943 (2010)
62. Dai D, Monkman A P *Phys. Rev. B* **84** 115206 (2011)
63. Ariunbold G O, Sautenkov V A, Scully M O *Phys. Lett. A* **376** 335 (2012)
64. Suh J Y et al. *Nano Lett.* **12** 5769 (2012)
65. Kim J-H et al. *Sci. Rep.* **3** 3283 (2013)
66. Akselrod G et al. *Phys. Rev. B* **90** 035209 (2014)
67. Pozina G et al. *Sci. Rep.* **5** 14911 (2015)
68. Pozina G et al. *Phys. Status Solidi B* (2016) online publication; <https://dx.doi.org/10.1002/pssb.201600402>
69. Black A T, Chan H W, Vuletić V *Phys. Rev. Lett.* **91** 203001 (2003)
70. Baumann K et al. *Nature* **464** 1301 (2010)
71. Baumann K et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 140402 (2011)
72. Keßler H et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 070404 (2014)
73. Klinder J et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **112** 3290 (2015)
74. Dimer F et al. *Phys. Rev. A* **75** 013804 (2007)
75. Hepp K, Lieb E H *Ann. Physics* **76** 360 (1973)
76. Hepp K, Lieb E H *Phys. Rev. A* **8** 2517 (1973)
77. Wang Y K, Hioe F T *Phys. Rev. A* **7** 831 (1973)
78. Rzażewski K, Wódkiewicz K, Żakowicz W *Phys. Rev. Lett.* **35** 432 (1975)
79. Bialynicki-Birula I, Rzażewski K *Phys. Rev. A* **19** 301 (1979)
80. Gawedzki K, Rzażewski K *Phys. Rev. A* **23** 2134 (1981)
81. Rzażewski K, Wódkiewicz K *Phys. Rev. A* **43** 593 (1991)
82. Rzażewski K, Wódkiewicz K *Phys. Rev. Lett.* **96** 089301 (2006)
83. Lambert N, Emary C, Brandes T *Phys. Rev. Lett.* **92** 073602 (2004)
84. Buzek V, Orszag M, Roško M *Phys. Rev. Lett.* **94** 163601 (2005)
85. Nataf P, Ciuti C *Nature Commun.* **1** 72 (2010)
86. Ritsch H et al. *Rev. Mod. Phys.* **85** 553 (2013)

87. Saunders R, Bullough R, in *Cooperative Effects in Matter and Radiation* (Eds C M Bowden, D W Howgate, H R Robl) (New York: Plenum Press, 1977) p. 209
88. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В, в сб. *Нелинейные волны. Динамика и эволюция* (Отв. ред. А В Гапонов-Грехов, М И Рабинович) (М.: Наука, 1989) с. 358
89. Андреев А В, Емельянов В И, Ильинский Ю А *УФН* **131** 653 (1980); Andreev A V, Emel'yanov V I, Il'inskii Yu A *Sov. Phys. Usp.* **23** 493 (1980)
90. Biennainé T et al. *Fortschr. Phys.* **61** 377 (2013)
91. Temnov V V, Woggon U *Opt. Express* **17** 5774 (2009)
92. Su Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 113604 (2013)
93. Mlynek J A et al. *Nature Commun.* **5** 5186 (2014)
94. Bhatti D, von Zanthier J, Agarwal G S *Sci. Rep.* **5** 17335 (2015)
95. Leymann H A M et al. *Phys. Rev. Appl.* **4** 044018 (2015)
96. Jahnke F et al. *Nature Commun.* **7** 11540 (2016)
97. Климонтович Ю Л *Кинетическая теория электромагнитных процессов* (М.: Наука, 1980); Пер. на англ. яз.: Klimontovich Yu L *Kinetic Theory of Electromagnetic Processes* (Berlin: Springer-Verlag, 1983)
98. Kozub M, Pawicki L, Machnikowski P *Phys. Rev. B* **86** 121305(R) (2012)
99. Okuyama R, Eto M *J. Phys. Conf. Ser.* **400** 042049 (2012)
100. Ichimiya M et al. *J. Non-Cryst. Solids* **358** 2357 (2012)
101. Phuong L et al. *J. Lumin.* **133** 77 (2013)
102. Jen H H *Phys. Rev. A* **94** 053813 (2016)
103. Bradac C et al., arXiv:1608.03119
104. Tighineanu P et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 163604 (2016)
105. Кочаровский В В, Кочаровский Вл В, Кукушкин В А *Изв. вузов. Радиофизика* **44** 174 (2001); Kocharovsky V V, Kocharovsky Vl V, Kukushkin V A *Radiophys. Quantum Electron.* **44** 161 (2001)
106. Беленов Э М, Ораевский А Н, Щеглов В А *ЖЭТФ* **56** 2143 (1969); Belenov E M, Oraevskii A N, Shcheglov V A *Sov. Phys. JETP* **29** 1153 (1969)
107. Bonifacio R, Lugiato L A *Phys. Rev. A* **18** 1129 (1978)
108. Bonifacio R, Lugiato L *Opt. Commun.* **47** 79 (1983)
109. Gronchi M et al. *Phys. Rev. A* **24** 1419 (1981)
110. Башаров А М и др. *ЖЭТФ* **129** 239 (2006); Basharov A M et al. *JETP* **102** 206 (2006)
111. Mattar F P et al. *Phys. Rev. Lett.* **46** 1123 (1981)
112. Watson E A et al. *Phys. Rev. A* **27** 1427 (1983)
113. You L, Cooper J, Trippenbach M *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 1139 (1991)
114. Башаров А М и др. *Квантовая электроника* **39** 251 (2009); Basharov A M et al. *Quantum Electron.* **39** 251 (2009)
115. Schiller A, Schwan L O, Schmid H D J *Lumin.* **38** 243 (1987)
116. Schiller A, Schwan L O, Schmid H D J *Lumin.* **40** 541 (1988)
117. Bonifacio R, Maroli C, Piovella N *Opt. Commun.* **68** 369 (1988)
118. Вайнштейн Л А, Клеев А И *ДАН СССР* **311** 862 (1990); Vainshtein L A, Kleev A I *Sov. Phys. Dokl.* **35** 359 (1990)
119. Scherrer D et al. *Appl. Phys. B* **53** 250 (1991)
120. Bonifacio R, Piovella N, McNeil B W J *Phys. Rev. A* **44** R3441 (1991)
121. Brownell J H, Lu X, Hartmann S R *Phys. Rev. Lett.* **75** 3265 (1995)
122. Kocharovsky V V, Kocharovsky Vl V *Infrared Phys. Technol.* **36** 1003 (1995)
123. Lvovsky A I, Hartmann S R, Moshary F *Phys. Rev. Lett.* **82** 4420 (1999)
124. Zuikov V et al. *Laser Phys.* **10** 364 (2000)
125. Berezovsky V et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 458 (2008)
126. Кочаровский В В, Кочаровский Вл В *Изв. вузов. Радиофизика* **28** 1009 (1985); Kocharovskii V V, Kocharovskii Vl V *Radiophys. Quantum Electron.* **28** 756 (1985)
127. Kaluzny Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **51** 1175 (1983)
128. Brecha R et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 2329 (1995)
129. Maimistov A I, Basharov A M *Nonlinear Optical Waves* (Dordrecht: Kluwer Acad., 1999)
130. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **56** 1321 (1992)
131. Kocharovsky V V, Kocharovsky Vl V *Pure Appl. Opt. J. Eur. Opt. Soc. A* **3** 29 (1994)
132. Pustovit V N, Shahbazyan T V *Phys. Rev. B* **82** 075429 (2010)
133. Pustovit V N et al. *Phys. Rev. B* **93** 165432 (2016)
134. Pustovit V N, Shahbazyan T V *Phys. Rev. Lett.* **102** 077401 (2009)
135. Dorozeenko A V et al. *Opt. Express* **21** 14539 (2013)
136. Meng X et al. *Sci. Rep.* **3** 01241 (2013)
137. Martín-Cano D et al. *Nano Lett.* **10** 3129 (2010)
138. Kocharovsky V V, Kocharovsky Vl V *Opt. Commun.* **53** 345 (1985)
139. Кочаровский В В, Кочаровский Вл В, в сб. *Нелинейные волны: Физика и астрофизика* (Отв. ред. А В Гапонов-Грехов, М И Рабинович) (М.: Наука, 1993) с. 176
140. Рупасов В И, Юдсон В И *ЖЭТФ* **87** 1617 (1984); Rupasov V I, Hudson V I *Sov. Phys. JETP* **60** 927 (1984)
141. Dekker H *Phys. Rep.* **80** 1 (1981)
142. Dekker H *Physica A* **144** 445 (1987)
143. Dekker H *Physica A* **144** 453 (1987)
144. Глаубер Р, Манько В И *ЖЭТФ* **87** 790 (1984); Glauber R, Man'ko V I *Sov. Phys. JETP* **60** 450 (1984)
145. Vrehen Q, Schuurmans M, Polder D *Nature* **285** 5760 (1980)
146. Jho Y D et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 237401 (2006)
147. Reibold R *Phys. Lett. A* **115** 325 (1986)
148. Meziane J et al. *Chem. Phys. Lett.* **363** 573 (2002)
149. Haake F et al. *Phys. Rev. A* **23** 1322 (1981)
150. Mostowski J, Sobolewska B *Phys. Rev. A* **28** 2573(R) (1983)
151. Mostowski J, Sobolewska B *Phys. Rev. A* **30** 610 (1984)
152. Mostowski J, Sobolewska B *Phys. Rev. A* **30** 1392 (1984)
153. Wenzel R G, Telle J M, Carlsten J L J *Opt. Soc. Am. A* **3** 838 (1986)
154. Leung P T, Liu S Y, Young K *Phys. Rev. A* **49** 3057 (1994)
155. Leung P T et al. *Phys. Rev. A* **49** 3068 (1994)
156. Leung P T, Liu S Y, Young K *Phys. Rev. A* **49** 3982 (1994)
157. Vrehen Q H F, der Wedewe J J *Phys. Rev. A* **24** 2857(R) (1981)
158. Nattermann K, Fabricius N, von der Linde D *Opt. Commun.* **57** 212 (1986)
159. Lim S-H et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 107402 (2004)
160. Arikawa T et al. *Phys. Rev. B* **84** 241307(R) (2011)
161. Zhang Q et al. *Phys. Rev. Lett.* **113** 047601 (2014)
162. Ильинский Ю А, Маслова Н С *ЖЭТФ* **94** 171 (1988); Il'inskii Yu A, Maslova N S *Sov. Phys. JETP* **67** 96 (1988)
163. Becker T, Rinkleff R-H *Phys. Rev. A* **44** 1806 (1991)
164. Bartholdtsen D, Becker T, Rinkleff R-H *Phys. Rev. A* **46** 5801 (1992)
165. Kumarakrishnan A, Han X *Opt. Commun.* **109** 348 (1994)
166. Prozument K et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 143001 (2011)
167. Zhou Y et al. *Chem. Phys. Lett.* **640** 124 (2015)
168. Will S A et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 225306 (2016)
169. Jaroszynski D A et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 1699 (1997)
170. Ginzburg N S et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 2365 (1997)
171. Ginzburg N et al. *Opt. Commun.* **175** 139 (2000)
172. Ginzburg N S et al. *Phys. Plasmas* **10** 4494 (2003)
173. Korovin S D et al. *Phys. Rev. E* **74** 016501 (2006)
174. Гинзбург Н С и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **50** 839 (2007); Ginzburg N S et al. *Radiophys. Quantum Electron.* **50** 762 (2007)
175. Ginzburg N S et al. *IEEE Trans. Plasma Sci.* **41** 646 (2013)
176. Bonifacio R, Pellegrini C, Narducci L *Opt. Commun.* **50** 373 (1984)
177. Bonifacio R, McNeil B W J, Pierini P *Phys. Rev. A* **40** 4467 (1989)
178. Bonifacio R et al. *Phys. Rev. A* **50** 1716 (1994)
179. Kim K-J *Phys. Rev. Lett.* **57** 1871 (1986)
180. Vinokurov N et al. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A* **475** 74 (2001)
181. Шевченко О А, Винокуров Н А *Изв. вузов. Радиофизика* **60** 41 (2017); Shevchenko O A, Vinokurov N A *Radiophys. Quantum Electron.* **60** (1) (2017)
182. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В *Изв. вузов. Радиофизика* **29** 1095 (1986); Zheleznyakov V V, Kocharovsky V V, Kocharovsky Vl V *Sov. Phys. Usp.* **30** 1009 (1987)
183. Железняков В В, Кочаровский В В, Кочаровский Вл В *УФН* **153** 525 (1987); Zheleznyakov V V, Kocharovskii V V, Kocharovskii Vl V *Sov. Phys. Usp.* **30** 1009 (1987)
184. Кузелев М В, Рухадзе А А *Электродинамика плотных электронных пучков в плазме* (М.: Наука, 1990)
185. Drummond P D, Eberly J H *Phys. Rev. A* **25** 3446(R) (1982)
186. Heinzen D J, Thomas J E, Feld M S *Phys. Rev. Lett.* **54** 677 (1985)
187. Prasad S, Glauber R *Phys. Rev. A* **31** 1583 (1985)
188. Аветисян Ю А и др. *ЖЭТФ* **95** 1541 (1989); Avetisyan Yu A et al. *Sov. Phys. JETP* **68** 891 (1989)

189. Boursey E, Meziane J, Topouzhanian A *IEEE J. Quantum Electron.* **29** 1038 (1993)
190. Boursey E, Itji H, Meziane J *IEEE J. Quantum Electron.* **30** 2653 (1994)
191. Аветисян Ю А, Трифонов Е Д *Оптика и спектроск.* **86** 842 (1999); Avetisyan Yu A, Trifonov E D *Opt. Spectrosc.* **86** 753 (1999)
192. Prasad S, Glauber R *J Phys. Rev. A* **61** 063814 (2000)
193. Cong K et al. *Phys. Rev. B* **91** 235448 (2015)
194. Егоров В С, Чехонин И А, Шубин Н Н *Оптика и спектроскопия* **62** 853 (1987); Egorov V S, Chekhonin I A, Shubin N N *Opt. Spectrosc.* **62** 509 (1987)
195. Haake F, Kolobov M I, Steudel H *Opt. Commun.* **92** 385 (1992)
196. Jansen A, Stahl D *Europhys. Lett.* **18** 33 (1992)
197. Kocharovskiy Вл В, Калинин П А, Kocharovskaya Е Р, Kocharovskiy В В, в сб. *Нелинейные волны 2012* (Отв. ред. А Г Литвак, В И Некоркин) (Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2013) с. 398
198. Kocharovskiy V V, Belyanin A A, Kocharovskaya E R, Kocharovskiy Vl V, in *Advanced Lasers: Laser Physics and Technology for Applied and Fundamental Science* (Berlin: Springer, 2015) p. 49
199. Kocharovskaya Е Р и др. *Изв. вузов. Радиофизика* **59** 535 (2016); Kocharovskaya E R et al. *Radiophys. Quantum Electron.* **59** 484 (2016)
200. Vasil'ev P P, Penty R V, White I H *Light Sci. Appl.* **5** e16086 (2016)
201. Kogelnik H, Shank C V *J. Appl. Phys.* **43** 2327 (1972)
202. Flanders D C et al. *Appl. Phys. Lett.* **24** 194 (1974)
203. Wang S *IEEE J. Quantum Electron.* **10** 413 (1974)
204. Zhu L, Scherer A, Yariv A *IEEE J. Quantum Electron.* **43** 934 (2007)
205. Mock A et al. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.* **15** 892 (2009)
206. Akiba S *Distributed Feedback Lasers* (Boca Raton: CRC Press, 2010)
207. Turitsyn S K et al. *Phys. Rep.* **542** 133 (2014)
208. Mattar F P, Bowden C M *Phys. Rev. A* **27** 345 (1983)
209. Bowden C M, Sung C C *Phys. Rev. Lett.* **50** 156 (1983)
210. Scherrer D, Kneubehl F *Infrared Phys.* **34** 227 (1993)
211. Nakano Y, Luo Y, Tada K *Appl. Phys. Lett.* **55** 1606 (1989)
212. Luo Y et al. *Appl. Phys. Lett.* **56** 1620 (1990)
213. Jones D J et al. *IEEE J. Quantum Electron.* **31** 1051 (1995)
214. Malcuit M S et al. *Phys. Rev. Lett.* **59** 1189 (1987)
215. Belyanin A A, Kocharovskiy V V, Kocharovskiy Vl V *Quantum Semiclass. Opt.* **9** (1) 1 (1997)
216. Агранович В М, Гинзбург В Л *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (М.: Наука, 1979); Пер. на англ. яз.: Agranovich V M, Ginzburg V L *Crystal Optics with Spatial Dispersion, and Excitons* (Berlin: Springer-Verlag, 1984)
217. Haug H, Koch S W *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (Singapore: World Scientific, 2004) p. 453
218. Ivchenko E L *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures* (Harrow: Alpha Science, 2005)
219. Gibbs H M, Khitrova G, Koch S W *Nature Photon.* **5** 273 (2011)
220. Garrison J C, Nathel H, Chiao R Y J *Opt. Soc. Am. B* **5** 1528 (1988)
221. Maki J J et al. *Phys. Rev. A* **40** 5135 (1989)
222. Kumarakrishnan A, Han X L *Phys. Rev. A* **58** 4153 (1998)
223. Ishikawa A et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **85** 034703 (2016)
224. Манцызов Б И *Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов* (М.: Физматлит, 2009)
225. Андреев А В, Федотов М В *Квантовая электроника* **20** 79 (1993); Andreev A V, Fedotov M V *Sov. J. Quantum Electron.* **23** 67 (1993)
226. Андреев А В *Квантовая электроника* **20** 581 (1993); Andreev A V *Sov. J. Quantum Electron.* **23** 500 (1993)
227. Gordon A et al. *Phys. Rev. A* **77** 053804 (2008)
228. Vukovic N et al. *Opt. Express* **24** 26911 (2016)
229. Kaneva Е И *Оптика и спектроск.* **70** 164 (1991); Kaneva E N *Opt. Spectrosc.* **70** 94 (1991)
230. Burnham D C, Chiao R Y *Phys. Rev.* **188** 667 (1969)
231. Габитов И Р, Захаров В Е, Михайлов А В *ЖЭТФ* **86** 1204 (1984); Gabitov I, Zakharov V E, Mikhailov A V *Sov. Phys. JETP* **59** 703 (1984)
232. Габитов И Р, Захаров В Е, Михайлов А В *ТМФ* **63** (1) 11 (1985); Gabitov I, Zakharov V E, Mikhailov A V *Theor. Math. Phys.* **63** 328 (1985)
233. Bonifacio R et al., in *Cooperative Effects in Matter and Radiation* (Eds C M Bowden, D W Howgate, H R Robl) (New York: Plenum Press, 1977) p. 193
234. Карнохин А В, Кузьмин Р Н, Намиот В А *ЖЭТФ* **82** 561 (1982); Karnyukhin A V, Kuz'min R N, Namiot V A *Sov. Phys. JETP* **55** 334 (1982)
235. Карнохин А В, Кузьмин Р Н, Намиот В А *ЖЭТФ* **84** 878 (1983); Karnyukhin A V, Kuz'min R N, Namiot V A *Sov. Phys. JETP* **57** 509 (1983)
236. Bausch R et al. *Europhys. Lett.* **10** 445 (1989)
237. Kocharovskiy V, Kocharovskiy Vl, Golubyatnikova E *Comput. Math. Appl.* **34** 773 (1997)
238. Bonifacio R, Gronchi M, Lugato L, in *Optical Coherence and Quantum Optics IV. Proc. of the Fourth Rochester Conf. on Coherence and Quantum Optics, Rochester, June 8–10, 1977* (Eds L Mandel, E Wolf) (New York: Springer, 1978) p. 939
239. Bonifacio R, Farina J, Narducci L *Opt. Commun.* **31** 377 (1979)
240. Meinardi F et al. *Phys. Rev. Lett.* **91** 247401 (2003)
241. Miyajima K et al. *Phys. Status Solidi B* **243** 3795 (2006)
242. Timofeev V B, Gorbunov A V, Larionov A V *J. Phys. Condens. Matter* **19** 295209 (2007)
243. Miyajima K et al. *J. Phys. Condens. Matter* **21** 195802 (2009)
244. Deng H, Haug H, Yamamoto Y *Rev. Mod. Phys.* **82** 1489 (2010)
245. Miyajima K et al. *Phys. Status Solidi C* **8** 209 (2011)
246. High A A et al. *Nano Lett.* **12** 2605 (2012)
247. Vasil'ev P et al. *Europhys. Lett.* **104** 40003 (2013)
248. Timothy Noe G (II) et al. *Nature Phys.* **8** 219 (2012)
249. Ding C R et al. *Appl. Phys. Lett.* **101** 091115 (2012)
250. Khachatryan B et al. *Phys. Rev. B* **86** 195203 (2012)
251. Kyriienko O, Kavokin A V, Shelykh I A *Phys. Rev. Lett.* **111** 176401 (2013)
252. Noe G T et al. *Fortschr. Phys.* **61** 93 (2013)
253. Laurent T et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 187402 (2015)
254. Belyanin A A, Kocharovskiy V V, Kocharovskiy Vl V *Solid State Commun.* **80** 243 (1991)
255. Belyanin A A, Kocharovskiy V V, Kocharovskiy Vl V *Laser Phys.* **2** 952 (1992)
256. Belyanin A A, Kocharovskiy V V, Kocharovskiy Vl V *Quantum Semiclass. Opt. B* **10** L13 (1998)
257. Schmitt-Rink S, Ell C, Haug H *Phys. Rev. B* **33** 1183 (1986)
258. Schuurmans M *Opt. Commun.* **34** 185 (1980)
259. Temnov V V, Woggon U *Phys. Rev. Lett.* **95** 243602 (2005)
260. Stroucken T et al. *Adv. Solid State Phys.* **38** 265 (1999)
261. Kuhl J et al. *Adv. Solid State Phys.* **38** 281 (1999)
262. Ikawa T, Cho K *Phys. Rev. B* **66** 085338 (2002)
263. Ivchenko E L et al. *Phys. Rev. B* **70** 195106 (2004)
264. Ivchenko E L, Poddubny A N *Phys. Solid State* **55** 905 (2013)
265. Chang C H et al. *Opt. Express* **23** 11946 (2015)
266. Барышев В Р, Гинзбург Н С *Квантовая электроника* **41** 34 (2011); Baryshev V R, Ginzburg N S *Quantum Electron.* **41** 34 (2011)
267. Чумаков А И, в сб. *Материалы XX Международ. симпозиума "Нанофизика и наноэлектроника"* Т. 1 (Нижний Новгород: ННГУ, 2016) с. 424
268. MacGillivray J C, Feld M S *Phys. Rev. A* **23** 1334 (1981)
269. Greiner C, Boggs B, Mossberg T W *Phys. Rev. Lett.* **85** 3793 (2000)
270. Julsgaard B, Mølmer K *Phys. Rev. A* **86** 063810 (2012)
271. Asadullina N Ya, Asadullin T Ya, arXiv:1503.07641
272. Inouye S et al. *Science* **285** 571 (1999)
273. Аветисян Ю А, Трифонов Е Д *УФН* **185** 307 (2015); Avetisyan Yu A, Trifonov E D *Phys. Usp.* **58** 286 (2015)
274. Noginov M A et al. *Laser Phys. Lett.* **1** 291 (2004)
275. Wiersma D S *Nature Phys.* **4** 359 (2009)
276. Wiersma D S, Noginov M A J. *Opt.* **12** 020201 (2010)
277. Baudouin Q et al. *Nature Phys.* **9** 357 (2013); arXiv:1301.0522
278. Haake F et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 995 (1993)
279. Kuppens S J M, van Exter M P, Woerdman J P *Phys. Rev. Lett.* **72** 3815 (1994)
280. Drummond P D et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 836 (1997)
281. Meiser D et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 163601 (2009)

282. Kalinin P A, Kocharovskiy V V, Kocharovskiy Vl V *Solid State Commun.* **152** 1008 (2012)
283. Wang Y-F, Chen J-B *Chin. Phys. Lett.* **29** 073202 (2012)
284. Maier T et al. *Opt. Express* **22** 13269 (2014)
285. Bohnet J G et al. *Nature* **484** 78 (2012)
286. Weiner J M et al. *Phys. Rev. A* **95** 033808 (2017); arXiv:1503.06464
287. Norcia M A, Thompson J K *Phys. Rev. X* **6** 011025 (2016)
288. Norcia M A et al. *Sci. Adv.* **2** e1601231 (2016)
289. Björk G et al. *Phys. Rev. B* **50** 17336 (1994)
290. Ханин Я И *Основы динамики лазеров* (М.: Наука, 1999); Пер. на англ. яз.: Khanin Ya I *Fundamentals of Laser Dynamics* (Cambridge: Cambridge Intern. Science Publ., 2006)
291. Arechi F T, Harrison R G (Eds) *Instabilities and Chaos in Quantum Optics* (Berlin: Springer, 2011)
292. Weiss C O et al. *Appl. Phys. B* **61** 223 (1995)
293. Chenkosol P, Casperson L W *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 2539 (2003)
294. Font J et al. *Opt. Commun.* **261** 336 (2006)
295. Chenkosol P, Casperson L W *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 1199 (2007)
296. Jahanpanah J, Eslami H *Opt. Commun.* **293** 102 (2013)
297. Germann T D et al. *Appl. Phys. Lett.* **92** 101123 (2008)
298. Калинин П А, Кочаровская Е Р, Кочаровский Вл В, Кукушкин В А, в сб. *Труды III симпозиума по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур 2011* (М.: ФИАН, 2012) с. 71
299. Qiao P et al. *Opt. Express* **21** 30336 (2013)
300. Kocharovskaya E R et al. *J. Phys. Conf. Ser.* **740** 012007 (2016)
301. Кочаровская Е Р, Гинзбург Н С, Сергеев А С *Квантовая электроника* **41** 733 (2011); Kocharovskaya E R, Ginzburg N S, Sergeev A S *Quantum Electron.* **41** 733 (2011)
302. Кочаровский Вл В, Гарасев М А, Калинин П А, Кочаровская Е Р, в сб. *Труды II симпозиума по когерентному оптическому излучению полупроводниковых соединений и структур 2009* (М.: ФИАН, 2010) с. 68
303. Miyamoto Y et al. *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2014** 113C01 (2014)
304. Goban A et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 063601 (2015)
305. Tighineanu P et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 163604 (2016)
306. Guerin W, Araújo M O, Kaiser R *Phys. Rev. Lett.* **116** 083601 (2016)
307. Nagy D, Szirmai G, Domokos P *Eur. Phys. J. D* **48** 127 (2008)
308. Nagy D et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 130401 (2010)
309. Liu C, Di Falco A, Fratalocchi A *Phys. Rev. X* **4** 021048 (2014)
310. Keeling J, Bhaseen M J, Simons B D *Phys. Rev. Lett.* **112** 143002 (2014)
311. Chen Y, Yu Z, Zhai H *Phys. Rev. Lett.* **112** 143004 (2014)
312. Bakhtiari M R et al. *Phys. Rev. Lett.* **114** 123601 (2015)
313. Longo P, Keitel C H, Evers J *Sci. Rep.* **6** 23628 (2016)
314. Hayn M, Emery C, Brandes T *Phys. Rev. A* **84** 053856 (2011)
315. Рыжов И В и др. *ЖЭТФ* **151** 803 (2017); Ryzhov I V et al. *JETP* **124** (2017) in press

## Superradiance: the principles of generation and implementation in lasers

VI.V. Kocharovsky<sup>(1)</sup>, V.V. Zheleznyakov<sup>(1)</sup>, E.R. Kocharovskaya<sup>(1)</sup>, V.V. Kocharovsky<sup>(1,2)</sup>

<sup>(1)</sup> Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation

<sup>(2)</sup> Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station, Texas 77843, USA

E-mail: <sup>(1)</sup>kochar@appl.sci-nnov.ru, <sup>(1)</sup>zhelez@appl.sci-nnov.ru, <sup>(1)</sup>katya@appl.sci-nnov.ru, <sup>(1,2)</sup>vkochar@physics.tamu.edu

The electrodynamics of active continuous media is used to theoretically examine collective spontaneous emission regimes of dipole oscillator ensembles. Recent experiments that observed the superfluorescence phenomenon are reviewed. The focus is on propagation and interaction effects experienced by the inhomogeneous waves of active centers' polarization and electromagnetic field. The superradiant laser dynamics are examined and prospects for realization of superradiant lasers using low- $Q$  cavities are discussed.

**Keywords:** collective spontaneous emission, Dicke superradiance, coherent processes, mode selection, multimode lasers

PACS numbers: **32.50.+d**, 32.80.Qk, 42.50.Nn, **42.55.-f**

Bibliography — 315 references

Received 3 March 2017

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **187** (4) 367–410 (2017)

*Physics – Uspekhi* **60** (4) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.03.038098>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.03.038098>