

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

Принцип неопределённостей и точность измерений

А.В. Белинский, В.Б. Лапшин

Предложен мысленный эксперимент, показывающий возможность одновременного измерения импульса и координаты фотона с погрешностями, произведение которых меньше предела правой части соотношения неопределённостей Гейзенберга.

Ключевые слова: квантовые измерения, точность измерений, принцип неопределённостей Гейзенберга

PACS number: 03.65.Ta

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.02.038069>

Принцип неопределённостей Гейзенберга [1] в общей форме — соотношения Робертсона–Шрёдингера [2–5] — является фундаментальной теоремой квантовой теории, и любые сомнения в его справедливости ставят под сомнение всю квантовую теорию вообще, поскольку операторное описание наблюдаемых физических величин моментально влечёт за собой соотношение неопределённостей в силу некоммутативности операторов. Но очень часто этот принцип истолковывается в смысле невозможности одновременно точно измерить канонически сопряжённые физические величины. Именно так его оригинально сформулировал Гейзенберг [1]. Он считал, что измерение, скажем, координаты квантовой частицы оказывает обратное влияние на её импульс. В результате этого искажения точное измерение импульса невозможно. Так ли это? Разрушить это стойкое предубеждение удалось авторам эксперимента [6], базировавшегося на более ранних работах [7, 8]. Достигнуть такого замечательного результата, получив точность измерений выше гейзенберговского предела, оказалось возможным в серии сложных экспериментов по проведению "слабых" измерений, при которых квантовое состояние системы телепортировалось, и таким образом информация о состоянии до измерения в определённой степени сохранялась.

Вместе с тем нам представляется, что доказать этот фундаментальный результат можно с помощью несложного мысленного эксперимента, вполне реализуемого в действительности и достигающего той же цели, но несравненно проще и за однократное измерение координаты при заданном импульсе специально подготовленного фотона.

Рассмотрим рис. 1. Одиночный атом 1 в основном состоянии возбуждается резонансным лазерным импуль-

сом, переводящим атом из основного состояния в возбуждённое с вероятностью единица (π -импульсом). Через некоторое время (время жизни атома в возбуждённом состоянии T) произойдёт спонтанное испускание фотона в 4π стерадиан. Если этот фотон поглотится точно таким же невозбуждённым атомом 2 , то импульс фотона будет известен: $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$. Импульс определяется энергией перехода, а следовательно длиной волны λ , а также координатами двух атомов, определяющими направление волнового вектора \mathbf{k} . Возбудив этот атом, фотон снова переизлучится опять в 4π стерадиан. Попадание фотона в детектор D будет означать, что удалось одновременно установить импульс и координату первого фотона, определяемую координатами атома 2 , в момент его поглощения. Выясним, с какой точностью проведены эти измерения.

Погрешность измерения координат фотона обуславливается размером атома 2 , конструкцией ловушки (например, примесный внедрённый или замещённый атом в узле кристаллической решётки) и сечением перехода атома или, что то же самое, его сечением резонансного взаимодействия с линейным размером порядка длины волны λ . Если говорить об оптическом излучении, то последняя погрешность явно преобладает. Дело в том,

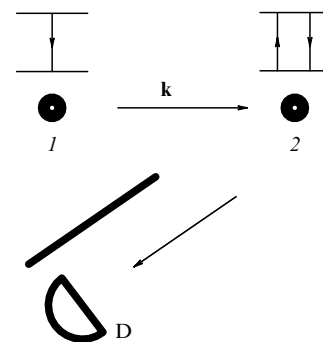


Рис. 1. Схема мысленного эксперимента. Возбуждённый атом 1 испускает фотон, который переизлучается атомом 2 . Между атомом 1 и детектором D установлен непрозрачный экран, чтобы фотон, испускаемый этим атомом, напрямую не попал в D .

А.В. Белинский, В.Б. Лапшин. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, стр. 2, 119991 Москва, Российская Федерация
E-mail: belinsky@inbox.ru, lapshin-vb1@mail.ru

Статья поступила 14 июля 2016 г.

что хотя атом и небольшой, но "видит" он вокруг себя излучение на расстоянии примерно λ (см., например, [9, с. 25]).

Неопределённость импульса фотона, в свою очередь, связана с естественной шириной спектральной линии $1/T$ спонтанного перехода, доплеровским уширением и квантовой неопределённостью Гейзенберга, обусловленной точностью фиксации координат атома I . Среди этих причин явно преобладает естественная ширина линии $1/T$, поскольку доплеровское уширение можно подавить охлаждением атома, а нахождение атома I в пределах определённой области пространства не критично: ведь погрешность формирования определённого направления волнового вектора \mathbf{k} обусловлена не линейным размером области возможного нахождения атома I , а её угловым размером. Итак, увеличивая расстояние между атомами, можно беспрельдно уменьшать угловой размер первого по отношению ко второму, и направление волнового вектора \mathbf{k} будет достаточно строго определено. Правда, вероятность всего каскада переизлучений при этом значительно снизится, но для мысленного эксперимента такое вполне допустимо: важна ведь принципиальная возможность рассматриваемого процесса.

Итак, оценим погрешности нашего измерения и перемножим их:

$$\Delta x \Delta p_x = 2\pi\lambda \frac{\hbar}{cT} \approx 10^{-6} \hbar \quad (1)$$

для видимой области спектра. Ясно, что эта величина значительно меньше \hbar .

К чему мы пришли? Точность измерения координаты фотона при известном импульсе не ограничена принципом неопределённостей Гейзенберга. Но, поскольку до момента измерения (*априори*) конкретных значений координаты и импульса не существовало (см., например, [10–18]), то полученные нами экспериментальные значения должны находиться в известных интервалах неопределённостей Гейзенберга, а конкретные значения уже появляются в момент измерения и одновременного уничтожения фотона.

Правда, можно справедливо возразить, что при измерении координаты фотона его импульс получает дополнительную неопределённость. Но ведь это происходит в момент одновременного уничтожения фотона, так что ему уже всё равно.

Ставит ли под сомнение наш пример принцип неопределённостей Гейзенберга в общей его форме — соотношения Робертсона – Шрёдингера [2–5]? Ни в коей мере. Эти неопределённости объективно существуют, и отменить их — значит уничтожить весь аппарат квантовой теории. Но измерить можно точнее, поскольку из-

мерение является лишь проекцией исходного состояния на измеренную величину. Для повышения информационной ценности таких измерений можно провести серию испытаний, в результате которой выяснить квантовые неопределённости измеряемых величин. При этом достигнутое нами повышение точности будет полезно для решения такой задачи. Но прежде всего, в фундаментальном смысле, важна принципиальная возможность осуществления измерений, точность которых не ограничена принципом неопределённостей Гейзенберга.

В заключение отметим, что в качестве ловушки для атома можно использовать узел кристаллической решётки, внедрив одиночный примесный атом с заданными излучательными переходами, отличными от спектров окружающих атомов, прозрачных для длин волн этих переходов. Пространственное положение одиночного примесного атома в такой структуре будет фиксированным в пределах характерного расстояния между узлами кристаллической решётки.

Работа поддержана грантом РФФИ 17-07-00693 а.

Список литературы

1. Heisenberg W Z. *Phys.* **43** 172 (1927); Пер. на англ. яз.: in *Quantum Theory and Measurement* (Eds J A Wheeler, W H Zurek) (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1983) p. 62
2. Kennard E H Z. *Phys.* **44** 326 (1927)
3. Weyl H *Gruppentheorie und Quantenmechanik* (Leipzig: S. Hirzel, 1928); Пер. на англ. яз.: *The Theory of Groups and Quantum Mechanics* (London: Methuen, 1931)
4. Robertson H P *Phys. Rev.* **34** 163 (1929)
5. Schrodinger E *Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss. Phys. Math. Kl.* **14** 296 (1930)
6. Rozema L A et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 100404 (2012)
7. Ozawa M *Phys. Rev. A* **67** 042105 (2003)
8. Lund A P, Wiseman H M *New J. Phys.* **12** 093011 (2010)
9. Клышко Д Н *Физические основы квантовой электроники* (М.: Наука, 1986); Пер. на англ. яз.: Klyshko D *Physical Foundations of Quantum Electronics* (Eds M Chekhova, S Kulik) (Singapore: World Scientific, 2011)
10. Белинский А В, Клышко Д Н *УФН* **163** (8) 1 (1993); Belinskii A V, Klyshko D N *Phys. Usp.* **36** 653 (1993)
11. Клышко Д Н *УФН* **164** 1187 (1994); Klyshko D N *Phys. Usp.* **37** 1097 (1994)
12. Клышко Д Н, Масалов А В *УФН* **165** 1249 (1995); Klyshko D N, Masalov A V *Phys. Usp.* **38** 1203 (1995)
13. Belinsky A V, Klyshko D N *Laser Phys.* **6** 1082 (1996)
14. Белинский А В *УФН* **167** 323 (1997); Belinskii A V *Phys. Usp.* **40** 305 (1997)
15. Белинский А В *УФН* **173** 905 (2003); Belinskii A V *Phys. Usp.* **46** 877 (2003)
16. Белинский А В *Квантовые измерения* (М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008)
17. Белинский А В, Чиркин А С *УФН* **183** 1231 (2013); Belinsky A V, Chirkin A S *Phys. Usp.* **56** 1126 (2013)
18. Белинский А В, Шульман М Х *УФН* **184** 1135 (2014); Belinsky A V, Shulman M Kh *Phys. Usp.* **57** 1022 (2014)

The uncertainty principle and measurement accuracy

A.V. Belinsky, V.B. Lapshin

Physics Department, Lomonosov Moscow State University,
Leninskie gory 1, str. 2, 119991 Moscow, Russian Federation
E-mail: belinsky@inbox.ru, lapshin-vb1@mail.ru

A gedanken experiment is proposed in which the momentum and position of a photon can be measured simultaneously in such a way that the product of their respective errors is less than the right-hand side of the corresponding Heisenberg uncertainty relation.

Keywords: quantum measurements, measurement accuracy, Heisenberg uncertainty principle

PACS number: 03.65.Ta

Bibliography — 18 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **187** (3) 349–350 (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2017.02.038069>

Received 14 July 2016

Physics – Uspekhi **60** (3) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.02.038069>