## <u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Сверхпроводимость в урановых ферромагнетиках

## В.П. Минеев

Представлены теоретическое описание и обзор физических свойств ферромагнитных сверхпроводящих соединений урана. На основе микроскопической теории показано, что в этих ферромагнитных металлах межэлектронное притяжение, вызванное магнитной поляризацией, приводит к формированию сверхпроводящего состояния с триплетным спариванием, и установлен вид параметра порядка, соответствующий требованиям симметрии. Теория позволяет объяснить ряд наблюдаемых свойств, включая своеобразное явление возвратной сверхпроводимости в URhGe в магнитном поле, перпендикулярном направлению спонтанной намагниченности. Обсуждается также ряд отдельных тем, относящихся к физике урановых сверхпроводящих ферромагнетиков: 1) магнитная релаксация в ферромагнетиках с локализованными и коллективизированными электронами; 2) фазовый переход в ферромагнитное состояние в ферромагнитных металлах без центра инверсии.

Ключевые слова: ферромагнетизм, сверхпроводимость

PACS numbers: 74.20.Mn, 74.20.Rp, 74.25.Dw, 74.70.Tx, 75.40.Gb

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.04.037771

## Содержание

- 1. Введение (129).
- 2. Параметры порядка, симметрия состояний, энергетический спектр квазичастиц (131).

 Симметрия сверхпроводящих состояний в орторомбических ферромагнетиках.
 Сверхпроводящие состояния в UCoGe.
 Энергетический спектр квазичастиц в ферромагнитных сверхпроводниках с триплетным спариванием.

 Сверхпроводящие состояния в микроскопической теории со слабым взаимодействием (134).

3.1. Триплетное спаривание через обмен спиновыми флуктуациями. 3.2. Магнитная восприимчивость в орторомбических ферромагнетиках. 3.3. Амплитуды спаривания. 3.4. Критическая температура фазового перехода в сверхпроводящее парамагнитное состояние в UCoGe. 3.5. Фазовый переход в UCoGe из парамагнитного состояния в ферромагнитное сверхпроводящее состояние. 3.6. Сверхпроводящие состояния в орторомбических ферромагнетиках. 3.7. Сверхпроводящие состояния из пар электронов с равными спинами. 3.8. Сверхпроводящие состояния вблизи критической температуры.

#### 4. Физические свойства (140).

4.1. Критическая температура. 4.2. Верхнее критическое поле, параллельное оси *с* в UCoGe. 4.3. Верхнее критическое поле в

В.П. Минеев. Commissariat a l'Energie Atomique,

Université Grenoble Alpes, Institut Nanosciences et Cryogénie – FELIQS, 38000 Grenoble, France; Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, ул. Косыгина 2, 119334 Москва, Российская Федерация E-mail: vladimir.mineev@cea.fr

Статья поступила 16 марта 2016 г., после доработки 5 апреля 2016 г.

URhGe. 4.4. Нули в спектре и теплоёмкость при низких температурах.

5. Возвратная сверхпроводимость в URhGe (143).

5.1. Фазовый переход в орторомбическом ферромагнетике в магнитном поле, перпендикулярном спонтанной намагниченности. 5.2. Восприимчивости. 5.3. Сверхпроводящее состояние в окрестности перехода первого рода. 5.4. Заключительные замечания.

6. Критическая магнитная релаксация в ферромагнитных соединениях урана (148).

6.1. Критическая магнитная релаксация в ферромагнетиках.6.2. Магнитная релаксация в ферромагнитных соединениях урана.6.3. Заключительные замечания.

 Анизотропия ядерной магнитной релаксации и верхнего критического поля в UCoGe (150).

7.1. Ядерная магнитная релаксация. 7.2. Анизотропия верхнего критического поля.

- 8. Переход первого рода в ферромагнитное состояние в UGe<sub>2</sub> (152). 8.1. Переход в ферромагнитное состояние в теории фермижидкости. 8.2. Магнитоупругий механизм развития неустойчивости первого рода. 8.3. Теплоёмкость вблизи температуры Кюри. 8.4. Нестабильность перехода второго рода. 8.5. Заключительные замечания.
- 9. Сверхпроводящее упорядочение в UIr (156).
- 10. Заключение (157).
- Список литературы (157).

## 1. Введение

Сверхпроводящее и ферромагнитное состояния вещества обычно исключают друг друга. Причина заключается в том, что обменное поле превосходит парамагнитный предел и, выстраивая параллельно противоположно

направленные спины электронов в куперовских парах, разрушает сверхпроводимость. Тем не менее синглетная сверхпроводимость может сосуществовать с ферромагнетизмом, если критическая температура перехода в сверхпроводящее состояние превосходит температуру Кюри, как это имеет место в так называемых тройных соединениях, активно изучавшихся в 1980-х годах. Ферромагнетизм в этом случае возникает в виде фазы Андерсона-Сула, или криптоферромагнитного состояния [1, 2], характеризующегося появлением периодической доменоподобной магнитной структуры. Её период, или размер доменов, λ велик по сравнению с межатомным расстоянием, но мал по сравнению с длиной когерентности сверхпроводника  $\xi_0$ , что ослабляет распаривающее влияние обменного поля, вызывая его эффективное усреднение.

Сосуществование сверхпроводимости и ферромагнетизма, обнаруженное недавно [3-6] в нескольких соединениях урана: UGe<sub>2</sub>, URhGe, UCoGe, UIr, характеризуется совершенно иными свойствами. В первых двух из этих соединений температура Кюри T<sub>C</sub> более чем на порядок превосходит их температуру перехода в сверхпроводящее состояние  $T_{SC}$  (рис. 1а, б). В UCoGe отношение  $T_{\rm C}/T_{\rm SC} \approx 4$  (рис. 1в). Этот факт, а также то, что в первых трёх соединениях верхнее критическое поле при низких температурах значительно превосходит парамагнитный предел (см. обзоры [7-9]), означает, что здесь мы имеем дело с куперовским спариванием в триплетном состоянии. В UIr верхнее критическое поле меньше парамагнитного предела [6]. Причина этого состоит, скорее всего, в низком качестве образца, так как известно, что примеси и несовершенства кристаллической упаковки в необычных сверхпроводниках вызывают сильное подавление верхнего критического поля.

Ферромагнетизм не подавляет сверхпроводимости с триплетным спариванием, следовательно, нет причины для возникновения криптоферромагнитного состояния. Действительно, никаких следов пространственной модуляции направлений магнитных моментов на масштабах, меньших длины когерентности, не было обнаружено [4, 10-12]. С другой стороны, измерения деполяризации пучка нейтронов на UGe<sub>2</sub> при температурах вплоть до 4,2 К, т.е. в ферромагнитной, но не в сверхпроводящей области, установили, что магнитные моменты строго упорядочены в направлении оси а орторомбического кристалла с типичным размером доменов в bc-плоскости около  $4,4 \times 10^{-4}$  см [13], что примерно на два порядка превышает наибольшую длину когерентности в b-направлении  $\xi_b \approx 7 \times 10^{-6}$  см. О доменах таких же размеров в UCoGe недавно сообщалось в работе [14].

Таким образом, вполне естественно рассматривать данные ферромагнитные сверхпроводники как сверхпроводники с триплетным спариванием, похожие на сверхтекучие фазы He<sup>3</sup>. Следует, однако, иметь в виду, что здесь мы имеем дело не с жидким гелием, представляющим собой изотропную нейтральную ферми-жидкость, а со сверхпроводящими состояниями в сильноанизотропных ферромагнитных металлах. UGe<sub>2</sub>, URhGe, UCoGe имеют орторомбическую структуру с магнитным моментом, ориентированным вдоль оси *a* в первом из этих соединений и вдоль оси *c* в двух других (рис. 2). UIr имеет моноклинную структуру, типа структуры PbBi, без центра инверсии [15] с магнитным моментом, ориентированным вдоль направления [10].



Рис. 1. *P*-*T*-фазовые диаграммы UGe<sub>2</sub> (а), URhGe (б) и UCoGe (в) [9]. FM — ферромагнитная фаза, SC — сверхпроводящая фаза, PM — парамагнитная фаза, TCP — трикритическая точка, CEP — критическая точка окончания линии перехода первого рода.

Магнитные моменты в UGe<sub>2</sub> [16], URhGe [17] и UCoGe [18] в основном сосредоточены в окрестности ионов урана. При T = 0 они соответственно равны  $1,4\mu_{\rm B}$ ,  $0,4\mu_{\rm B}$  и  $0,07\mu_{\rm B}$ . Хотя эти величины существенно меньше соответствующих магнитных моментов, приходящихся на атом урана,  $2,8\mu_{\rm B}$ ,  $1,8\mu_{\rm B}$ ,  $1,5\mu_{\rm B}$ , найденных из восприимчивости при температурах  $T > T_{\rm C}$ , этого ещё не-



**Рис. 2.** (В цвете онлайн.) Кристаллическая структура UGe<sub>2</sub>, URhGe, UCoGe [9].

достаточно для того, чтобы считать ферромагнетизм в данных соединениях полностью обусловленным коллективизированными электронами. Вклад в намагниченность дают как локализованные, так и делокализованные (коллективизированные) электроны. Наиболее локализованный ферромагнетик — UGe<sub>2</sub> [16, 19], наименее — UCoGe [20, 21].

Взаимодействие между электронами проводимости через спиновые волны в системе локализованных моментов служит естественным механизмом куперовского спаривания в соединениях урана. Модели такого рода применялись к описанию сверхпроводящего антиферромагнетика UPd<sub>2</sub>Al<sub>3</sub> [22], а также явления возвратной сверхпроводимости в ферромагнитном URhGe [23].

Общий вид параметров порядка сверхпроводящих состояний в орторомбических ферромагнетиках, диктуемый симметрией, был найден в работах [24-26]. Затем было развито соответствующее микроскопическое описание триплетной сверхпроводимости в ферромагнитных металлах с межэлектронным взаимодействием посредством обмена флуктуациями намагниченности и со спектром, характерным для ферромагнетика с орторомбической симметрией [27, 28]. Этот подход позволил объяснить связь между зависимостями от давления температуры Кюри и температуры фазового перехода в сверхпроводящее состояние и найти зависимость спаривающего взаимодействия от магнитного поля и его направления. Последнее в свою очередь позволяет объяснить специфическое явление восстановления сверхпроводимости в URhGe в сильном магнитном поле, направленном вдоль оси b [29].

Настоящий обзор посвящён теории и физическим свойствам урановых сверхпроводников. Начав с описания симметрии сверхпроводящих состояний, справедливого для любого многозонного ферромагнетика с орторомбической симметрией, мы перейдём к простейшему случаю двухзонного ферромагнитного металла. Выведены общий вид параметров порядка и спектр квазичастичных возбуждений в таких сверхпроводниках. Рассмотрен механизм межэлектронного взаимодействия посредством возникновения магнитной поляризации, индуцированной магнитным моментом электрона в ферромагнетике с орторомбической симметрией. Микроскопическая теория воспроизводит вид параметров порядка, найденный из соображений симметрии. Все сделанные допущения указаны явно. Дано описание низкотемпературного поведения теплоёмкости, верхнего критического поля и других физических свойств урановых ферромагнитных сверхпроводников.

Специальное внимание уделено явлению возвратной сверхпроводимости в URhGe [30]. В рамках теории фазовых переходов Ландау показано, что магнитное поле, перпендикулярное направлению "лёгкой оси" намагниченности, уменьшает температуру Кюри и в достаточно сильном поле фазовый переход в ферромагнитное состояние становится переходом первого рода. Сильное возрастание спаривающего взаимодействия в окрестности перехода стимулирует восстановление сверхпроводящего состояния, подавленного обычным орбитальным механизмом.

В обзоре показано, что магнитное поле, направленное параллельно спонтанной намагниченности, подавляет продольные флуктуации намагниченности. Это позволяет объяснить характерные для UCoGe явления зависимости скорости релаксации ядерного магнитного резонанса (ЯМР) от направления магнитного поля [31] и чрезвычайно резкую анизотропию верхнего критического поля при низких температурах [9, 32].

Обсуждается также ряд специальных тем, имеющих отношение к физике урановых сверхпроводников:

 затухание критических флуктуаций в ферромагнетиках с двойственной локально-коллективизированной природой магнетизма [33, 34];

2) фазовый переход в ферромагнитное состояние в ферми-жидкости и UGe<sub>2</sub> [35];

3) сверхпроводящее упорядочение в ферромагнитных металлах без центра инверсии на примере UIr.

## 2. Параметры порядка, симметрия состояний, энергетический спектр квазичастиц

## 2.1. Симметрия сверхпроводящих состояний в орторомбических ферромагнетиках

Мы будем рассматривать двухзонный ферромагнитный металл с электронным спектром

$$\varepsilon_{\uparrow}(\mathbf{k}) = \xi_{\uparrow}(\mathbf{k}) + \mu, \quad \varepsilon_{\downarrow}(\mathbf{k}) = \xi_{\downarrow}(\mathbf{k}) + \mu$$
 (1)

для двух зон с электронами со спином вверх и вниз соответственно (рис. 3) и с энергиями  $\xi_{\uparrow}$ ,  $\xi_{\downarrow}$ , отсчитываемыми от химического потенциала  $\mu$ .

Возникающие в ферромагнитном металле сверхпроводящие состояния с триплетным спариванием, состоящие из пар электронов со спином вверх, спином вниз и нулевым спином, описываются матричным параметром порядка [36]

$$\begin{aligned} \Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \begin{pmatrix} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) & \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r}) \\ \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r}) & \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \\ &= \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r})|\uparrow\uparrow\rangle + \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r})(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) + \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r})|\downarrow\downarrow\rangle = \\ &= (\mathbf{d}(\mathbf{k},\mathbf{r})\sigma)\mathbf{i}\sigma_{y} = \begin{pmatrix} -d_{x}(\mathbf{k},\mathbf{r}) + \mathbf{i}d_{y}(\mathbf{k},\mathbf{r}) & d_{z}(\mathbf{k},\mathbf{r}) \\ d_{z}(\mathbf{k},\mathbf{r}) & d_{x}(\mathbf{k},\mathbf{r}) + \mathbf{i}d_{y}(\mathbf{k},\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$(2)$$

где  $\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}, \mathbf{r}), \Delta^{\downarrow}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, \mathbf{r}), \Delta^{0}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$  — амплитуды спаривания со спином вверх, спином вниз и с нулевой проекцией спина,  $\mathbf{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  — матрицы Паули. Параметр порядка может быть также выражен как комплексный



**Рис. 3.** Плотности состояний для зон электронов со спином вверх  $N^{\dagger}(\varepsilon)$  и со спином вниз  $N^{\downarrow}(\varepsilon)$  в ферромагнитном металле.

вектор

$$\mathbf{d}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left[ -\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r})(\hat{\mathbf{x}} + \mathrm{i}\hat{\mathbf{y}}) + \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r})(\hat{\mathbf{x}} - \mathrm{i}\hat{\mathbf{y}}) \right] + \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}} \,.$$
(3)

Здесь и всюду далее  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  — единичные векторы вдоль соответствующих осей координат.

Мы рассматриваем орторомбический ферромагнитный кристалл с сильным спин-орбитальным взаимодействием, фиксирующим направление спонтанной намагниченности вдоль одной из осей симметрии второго порядка, которую мы назовём осью *z*. Точечная, или чёрно-белая, группа симметрии такого кристалла состоит из вращений на угол  $\pi$  вокруг оси *z* и вращений на угол  $\pi$  вокруг осей *x* и *y*, скомбинированных с операцией обращения времени R, меняющей направление спонтанной намагниченности на противоположное:

$$\mathbf{D}_{2}(\mathbf{C}_{2}^{z}) = (\mathbf{E}, \mathbf{C}_{2}^{z}, \mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{x}, \mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{y}).$$
(4)

Предполагая, что переход в сверхпроводящее состояние не сопровождается нарушением трансляционной симметрии кристалла, мы не рассматриваем полную пространственную группу симметрии нормального состояния. Группа симметрии нормального состояния включает в себя, помимо операций точечной симметрии, группу калибровочных преобразований U(1):

$$\mathbf{G}_{\mathrm{FM}} = \mathbf{U}(1) \times \mathbf{D}_2(\mathbf{C}_2^z) = \mathbf{U}(1) \times (\mathbf{E}, \mathbf{C}_2^z, \mathbf{R}\mathbf{C}_2^x, \mathbf{R}\mathbf{C}_2^y).$$
(5)

Сверхпроводящие состояния с различными критическими температурами описываются базисными функциями различных неприводимых копредставлений группы симметрии нормального состояния. У группы G<sub>FM</sub> имеется только два различных копредставления: А и В [24, 26]. Векторные параметры порядка

$$\mathbf{d}_{\mathrm{A}}(\mathbf{k},\mathbf{r}), \ \mathbf{d}_{\mathrm{B}}(\mathbf{k},\mathbf{r})$$

соответствующих состояний определяются амплитудами

$$\begin{aligned} \Delta_{\mathbf{A}}^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{x}\eta_{x}^{\uparrow}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\uparrow}(\mathbf{r}) ,\\ \Delta_{\mathbf{A}}^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{x}\eta_{x}^{\downarrow}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\downarrow}(\mathbf{r}) ,\\ \Delta_{\mathbf{A}}^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{z}\eta_{z}^{0}(\mathbf{r}) , \end{aligned}$$
(6)

$$\begin{aligned} \Delta_{\mathbf{B}}^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= k_{z}\zeta_{z}^{\uparrow}(\mathbf{r}) ,\\ \Delta_{\mathbf{B}}^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{z}\zeta_{z}^{\downarrow}(\mathbf{r}) ,\\ \Delta_{\mathbf{B}}^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{x}\zeta_{x}^{0}(\mathbf{r}) + i\hat{k}_{y}\zeta_{y}^{0}(\mathbf{r}) . \end{aligned}$$
(7)

Здесь и всюду ниже  $\hat{k}_x$ ,  $\hat{k}_y$  и  $\hat{k}_z$  — компоненты единичного вектора импульса  $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ . Для состояния А пара скалярных комплексных амплитуд для спаривания со спином вверх имеет общую фазу:  $(\eta_x^{\uparrow}, \eta_y^{\downarrow}) = (|\eta_x^{\uparrow}|, |\eta_y^{\uparrow}|) \times$ × ехр ( $i\phi^{\uparrow}$ ). Соответствующая пара амплитуд со спином вниз также имеет общую фазу:  $(\eta_x^{\downarrow}, \eta_y^{\downarrow}) = (|\eta_x^{\downarrow}|, |\eta_y^{\downarrow}|) \times$ × ехр ( $i\phi^{\downarrow}$ ). Амплитуда спаривания с нулевым спином  $\eta_z^0 = |\eta_z^0| \exp(i\phi^0)$ . Мы предполагаем, что три фазы,  $\phi^{\uparrow}$ ,  $\phi^{\downarrow}$ ,  $\phi^0$ , либо совпадают между собой,  $\phi^{\uparrow} = \phi^{\downarrow} = \phi^0 = \phi$ , либо различаются на  $\pm \pi$ . То же свойство имеет место для амплитуд параметра порядка со спином вверх, спином вниз и нулевым спином состояния В.

Можно проверить, что параметр порядка  $\mathbf{d}_A(\mathbf{k},\mathbf{r})$  инвариантен относительно всех преобразований группы  $G_A$ , изоморфной чёрно-белой группе симметрии нормального состояния  $D_2(C_2^z)$ , но содержащей элементы, включающие в себя произведения инверсии времени и калибровочных преобразований,

$$\mathbf{G}_{\mathbf{A}} = \left(\mathbf{E}, \mathbf{C}_{2}^{z}, \exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right)\mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{x}, \exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right)\mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{y}\right). \tag{8}$$

Например, элемент  $\mathbf{RC}_{2}^{x}$ , включающий в себя пребразования  $\hat{\mathbf{y}} \rightarrow -\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}} \rightarrow -\hat{\mathbf{z}}, \hat{k}_{y} \rightarrow -\hat{k}_{y}, \hat{k}_{z} \rightarrow -\hat{k}_{z}$  и комплексное сопряжение, преобразует параметр порядка в самого себя с точностью до фазового множителя  $\exp(-i\varphi)$ , так что

$$\exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right)\mathrm{RC}_{2}^{x}\mathbf{d}_{\mathrm{A}}(\mathbf{k},\mathbf{r})=\mathbf{d}_{\mathrm{A}}(\mathbf{k},\mathbf{r})\,.$$

Параметр порядка  $d_B(\boldsymbol{k},\boldsymbol{r})$  инвариантен ко всем преобразованиям группы

$$G_{\mathbf{B}} = \mathbf{D}_{2}(\mathbf{E}) =$$

$$= \left(\mathbf{E}, \mathbf{C}_{2}^{z} \exp\left(\mathrm{i}\pi\right), \exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right) \mathbf{R} \mathbf{C}_{2}^{x} \exp\left(\mathrm{i}\pi\right), \exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right) \mathbf{R} \mathbf{C}_{2}^{y}\right),$$
(9)

содержащей комбинированные элементы обращения времени (комплексного сопряжения) и умножения на фазовые множители (калибровочные преобразования).

Важно отметить, что пятикомпонентный,  $\eta_x^{\uparrow}, \eta_y^{\downarrow}, \eta_x^{\downarrow}, \eta_y^{\downarrow}, \eta_z^{\downarrow}, \chi_z^{\uparrow}, \zeta_z^{\uparrow}, \zeta_z^{\downarrow}, \zeta_z^{\downarrow}, \zeta_y^{\downarrow}, параметр порядка состояния В, найденные из чисто симметрийных соображений, включают в себя компоненты параметра порядка, соответствующие спариванию с нулевой проекцией спина. Таким образом, эти состояния не относятся к классу состояний, образованных только парами электронов с равными спинами. Этот факт будет объяснён позднее на основе микротеории.$ 

Уравнения (6) и (7) задают простейший вид параметров порядка, удовлетворяющих требованиям симметрии. В общем случае могут возникать определённые усложнения.

1. Каждый член в уравнениях (6) и (7) может содержать множители, зависящие от  $\hat{k}_x^2$ ,  $\hat{k}_y^2$ ,  $\hat{k}_z^2$ , инвариантные относительно всех вращений орторомбической группы [24].

2. Уравнения (6) и (7) записаны для ферромагнетика с двумя зонами проводимости: зоны с электронами со спином вверх и зоны с электронами со спином вниз. Для многозонного ферромагнетика каждая из амплитуд па-

раметра порядка со спином вверх или со спином вниз должна состоять из нескольких членов, относящихся к разным зонам.

3. В случае необходимости могут быть приняты во внимание высшие гармоники (более высокие степени  $\hat{k}_x^l \hat{k}_y^m \hat{k}_z^n$ ) той же симметрии, что и линейные по компонентам  $\hat{\mathbf{k}}$  члены в уравнениях (6) и (7) [24].

### 2.2. Сверхпроводящие состояния в UCoGe

В отличие от фазовых диаграмм для URhGe и UGe<sub>2</sub>, в которых сверхпроводимость возникает только в ферромагнитном состоянии, фазовая диаграмма UCoGe, изображённая на рис. 1в, содержит области и парамагнитного (SC)<sup>1</sup>, и ферромагнитного (FM + SC) сверхпроводящих состояний, разделённые линиями фазовых переходов второго рода. Симметрия состояний, изображённых на рис. 1в, подчинена правилу субординации теории фазовых переходов второго рода [37]. Именно, группа симметрии ферромагнитного сверхпроводящего состояния А

$$\mathbf{G}_{\mathrm{FM+SC}} = \left(\mathbf{E}, \mathbf{C}_{2}^{z}, \exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right)\mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{x}, \exp\left(2\mathrm{i}\varphi\right)\mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{y}\right) \qquad (10)$$

является подгруппой группы симметрии ферромагнитного состояния

$$\mathbf{G}_{\mathrm{FM}} = \mathbf{U}(1) \times \mathbf{D}_{2}(\mathbf{C}_{2}^{z}) = \mathbf{U}(1) \times \left(\mathbf{E}, \mathbf{C}_{2}^{z}, \mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{x}, \mathbf{R}\mathbf{C}_{2}^{y}\right), \quad (11)$$

а также подгруппой парамагнитного сверхпроводящего состояния

$$\mathbf{G}_{SC} = (\mathbf{E}, \mathbf{C}_2^z, \mathbf{C}_2^x, \mathbf{C}_2^y) + \exp{(2i\varphi)}\mathbf{R} \times (\mathbf{E}, \mathbf{C}_2^z, \mathbf{C}_2^x, \mathbf{C}_2^y).$$
(12)

В свою очередь обе эти группы должны быть подгруппами группы симметрии парамагнитного нормального состояния

$$G_{N} = U(1) \times \left\{ (E, C_{2}^{z}, C_{2}^{x}, C_{2}^{y}) + R \times (E, C_{2}^{z}, C_{2}^{x}, C_{2}^{y}) \right\}.$$
(13)

Параметр порядка парамагнитного сверхпроводящего состояния напоминает параметр порядка сверхтекучей фазы <sup>3</sup>He-B [36]

$$\mathbf{d}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \hat{k}_x \eta_1(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{x}} + \hat{k}_y \eta_2(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{y}} + \hat{k}_z \eta_0(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{z}}.$$
 (14)

При фазовом переходе в сверхпроводящее ферромагнитное состояние появляется обменное поле, снимающее крамерсовское вырождение между электронными состояниями со спинами вверх и вниз, и параметр порядка (14) преобразуется в параметр порядка ферромагнитного состояния А-вида (6):

$$\begin{aligned} \hat{k}_{x}\eta_{x}\hat{\mathbf{x}} + \hat{k}_{y}\eta_{y}\hat{\mathbf{y}} + \hat{k}_{z}\eta_{z}\hat{\mathbf{z}} &= \\ &= \frac{1}{2}\left[(\hat{k}_{x}\eta_{x} - i\hat{k}_{y}\eta_{y})(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}}) + (\hat{k}_{x}\eta_{x} + i\hat{k}_{y}\eta_{y})(\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}})\right] + \hat{k}_{z}\eta_{z}\hat{\mathbf{z}} &= \\ &= \frac{1}{2}\left[-\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k})(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}}) + \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k})(\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}})\right] + \Delta^{0}(\mathbf{k})\hat{\mathbf{z}} \Longrightarrow \\ &\implies \frac{1}{2}\left(\hat{k}_{x}\eta_{x}^{\uparrow}(\mathbf{r}) - i\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\uparrow}(\mathbf{r})\right)(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}}) + \\ &+ \frac{1}{2}\left(\hat{k}_{x}\eta_{x}^{\downarrow}(\mathbf{r}) + i\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\downarrow}(\mathbf{r})\right)(\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}}) + \hat{k}_{z}\eta_{z}^{0}(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}}. \end{aligned}$$
(15)

Аналогичное рассмотрение симметрии фаз и изменения параметра порядка можно провести и для перехода из парамагнитного сверхпроводящего состояния в ферромагнитное сверхпроводящее состояние В.

Фазовый переход из сверхпроводящего парамагнитного состояния в сверхпроводящее ферромагнитное в UCoGe экспериментально не наблюдался.

### 2.3. Энергетический спектр квазичастиц в ферромагнитных сверхпроводниках с триплетным спариванием

Мы рассматриваем двухзонный ферромагнитный металл со спектром  $\xi_{\uparrow}(\mathbf{k})$ ,  $\xi_{\downarrow}(\mathbf{k})$  для зон с электронами со спинами вверх и вниз.

В любом ферромагнетике всегда присутствует внутреннее магнитное поле H<sub>int</sub>, действующее на заряды электронов. Внутреннее поле во всех урановых ферромагнитных сверхпроводниках превосходит нижнее критическое поле H<sub>c1</sub> (см., например, работу [14]). Поэтому мейснеровское состояние отсутствует и сверхпроводник находится в абрикосовском смешанном состоянии с пространственно неоднородным распределением параметра порядка и внутреннего магнитного поля. В этом случае нахождение спектра элементарных возбуждений требует самосогласованного решения систем дифференциальных уравнений Горькова и Максвелла. Определённые упрощения возникают при низкой температуре, когда *H*<sub>int</sub> ≪ *H*<sub>c2</sub> и можно работать в лондоновском приближении, полагая, что в межвихревом пространстве внутреннее магнитное поле  $\mathbf{H}_{int}(\mathbf{r}) = \operatorname{rot} \mathbf{A}(\mathbf{r})$  является медленно изменяющейся функцией координат, а параметр порядка принимает постоянное значение. В этом случае благодаря ненулевой скорости сверхтекучей компоненты

$$\mathbf{v}_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{2m} \left( \nabla \varphi + \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right)$$

импульсы электронов (дырок) приобретают доплеровский сдвиг:  $\mathbf{k} \pm m \mathbf{v}_{s}(\mathbf{r})$ . Уравнения Горькова имеют вид

$$\begin{pmatrix} \mathrm{i}\omega_{n} - \frac{1}{2}(\xi_{\uparrow+} + \xi_{\downarrow+})\sigma_{0} - \frac{1}{2}(\xi_{\uparrow+} - \xi_{\downarrow+})\sigma_{z} & -\mathrm{i}(\mathbf{d}\sigma)\sigma_{y} \\ \mathrm{i}\sigma_{y}(\mathbf{d}^{*}\sigma) & \mathrm{i}\omega_{n} + \frac{1}{2}(\xi_{\uparrow-} + \xi_{\downarrow-})\sigma_{0} + \frac{1}{2}(\xi_{\uparrow-} - \xi_{\downarrow-})\sigma_{z} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{G}} & -\hat{\mathbf{F}} \\ -\hat{\mathbf{F}}^{\dagger} & -\tilde{\mathbf{G}}_{-k,-\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{0} & 0 \\ 0 & \sigma_{0} \end{pmatrix},$$
(16)

где

$$\xi_{\uparrow,\downarrow\pm}(\mathbf{k}) = \xi_{\uparrow,\downarrow}(\mathbf{k} \pm m\mathbf{v}_{\rm s}) \approx \xi_{\uparrow,\downarrow}(\mathbf{k}) \pm \mathbf{k}\mathbf{v}_{\rm s} \,. \tag{17}$$

Приравнивая нулю определитель системы (16), при  $i\omega_n \to E$  получаем энергию элементарных возбуждений

$$E = \mathbf{k}\mathbf{v}_{s} + \left[\frac{1}{2}(\xi_{\uparrow}^{2} + \xi_{\downarrow}^{2}) + (\mathbf{d}\mathbf{d}^{*}) \pm \left\{\frac{1}{4}[\xi_{\uparrow}^{2} - \xi_{\downarrow}^{2} + 2\mathbf{i}(\mathbf{d} \times \mathbf{d}^{*})_{z}]^{2} - (\mathbf{i}(\mathbf{d} \times \mathbf{d}^{*})_{z})^{2} + \mathbf{i}(\mathbf{d} \times \mathbf{d}^{*})^{2}\right\}^{1/2}\right]^{1/2}.$$
(18)

Эта громоздкая формула существенно упрощается для спаривания частиц с равными спинами, когда  $d_0 = 0$ :

$$E_{\uparrow} = \mathbf{k}\mathbf{v}_{s} + \sqrt{\xi_{\uparrow}^{2} + \mathbf{d}\mathbf{d}^{*} + \mathbf{i}(\mathbf{d}\times\mathbf{d}^{*})_{z}} = \mathbf{k}\mathbf{v}_{s} + \sqrt{\xi_{\uparrow}^{2} + \Delta_{\uparrow}^{2}}, \quad (19)$$

$$E_{\downarrow} = \mathbf{k}\mathbf{v}_{\mathrm{s}} + \sqrt{\xi_{\downarrow}^{2} + \mathbf{d}\mathbf{d}^{*} - \mathbf{i}(\mathbf{d}\times\mathbf{d}^{*})_{z}} = \mathbf{k}\mathbf{v}_{\mathrm{s}} + \sqrt{\xi_{\downarrow}^{2} + \mathcal{A}_{\downarrow}^{2}}.$$
 (20)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Хотя любое сверхпроводящее состояние диамагнитно, здесь и далее "парамагнитным сверхпроводящим состоянием" мы будем называть состояние, не обладающее спонтанным магнитным моментом.

Поучительно также выписать энергию возбуждений

$$E = \mathbf{k}\mathbf{v}_{\mathrm{s}} + \sqrt{\xi^2 + \mathbf{d}\mathbf{d}^* \pm \left|\mathbf{i}(\mathbf{d} \times \mathbf{d}^*)\right|}$$
(21)

в неунитарном сверхпроводящем состоянии (см. [36]), возникающем из парамагнитного нормального состояния, где  $\xi_{\uparrow} = \xi_{\downarrow} = \xi$ . Во всех рассмотренных случаях крамерсовское вырождение снято.

Выясним теперь, какое спаривающее взаимодействие порождает сверхпроводящие состояния А и В в ферромагнетиках с орторомбической кристаллической структурой.

## 3. Сверхпроводящие состояния в микроскопической теории со слабым взаимодействием

## 3.1. Триплетное спаривание

### через обмен спиновыми флуктуациями

Естественный источник взаимодействия, приводящего к триплетному спариванию в ферромагнитном металле, это притяжение электрона к облаку поляризации, созданному магнитным моментом другого электрона. В отличие от спаривания между атомами в сверхтекучем He<sup>3</sup>, которое происходит благодаря магнитной поляризации изотропной ферми-жидкости, спаривание электронов в ферромагнитном металле обусловлено поляризацией как электронной жидкости, так и локализованных магнитных моментов.

Рассмотрим оператор притягивающего взаимодействия

$$H_{\rm elm} = -\frac{1}{2}\mu_{\rm B}^2 I^2 \int d^3 \mathbf{r} \, d^3 \mathbf{r}' \, S_i(\mathbf{r}) \, \chi_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \, S_j(\mathbf{r}') \qquad (22)$$

между электронами с магнитным моментом  $\mu_{\rm B}$  в ферромагнитной среде с орторомбической симметрией. Здесь  ${f S}({f r})$  — оператор спиновой плотности электронов проводимости,

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} \,\psi_{\beta}(\mathbf{r}) \,,$$

 $\chi_{ij}(\mathbf{r})$  — магнитная восприимчивость ферромагнитной среды, I — постоянная обменного взаимодействия.

Запишем гамильтониан (22) в импульсном представлении и, оставляя в воспримчивости только её нечётную по **k** и **k** ' часть, получим после некоторых преобразований [38] гамильтониан Бардина – Купера – Шриффера (БКШ) для триплетного спаривания:

$$H_{\text{pairing}} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}') a_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{k}) a_{\beta}^{\dagger}(-\mathbf{k}) a_{\gamma}(-\mathbf{k}') a_{\delta}(\mathbf{k}') , \quad (23)$$

где

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = V_{ij}(\mathbf{k},\mathbf{k}')(\mathrm{i}\sigma_i\sigma_y)_{\alpha\beta}(\mathrm{i}\sigma_j\sigma_y)_{\gamma\delta}^{\dagger}, \qquad (24)$$

$$V_{ij}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -\mu_{\rm B}^2 I^2 \left(\frac{1}{2} \operatorname{Tr} \hat{\chi}^{\rm u}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \delta_{ij} - \chi_{ij}^{\rm u}(\mathbf{k},\mathbf{k}')\right) \quad (25)$$

выражается через нечётную часть статической магнитной восприимчивости ферромагнетика

$$\hat{\chi}^{\mathrm{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \chi^{\mathrm{u}}_{ij}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{1}{2} \left[ \chi_{ij}(\mathbf{k}-\mathbf{k}') - \chi_{ij}(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \right].$$

Критическая температура сверхпроводящего перехода (а также верхнее критическое поле) определяется как собственное значение линейного уравнения для параметра порядка:

$$\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{k},\mathbf{q}) = -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\beta\alpha\lambda\mu}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G_{\lambda\gamma}(\mathbf{k}',\omega_n) \times G_{\mu\delta}(-\mathbf{k}'+\mathbf{q},-\omega_n) \Delta_{\gamma\delta}(\mathbf{k}',\mathbf{q}), \qquad (26)$$

где  $\varDelta(\mathbf{k}, \mathbf{q})$  — матрица параметра порядка,

$$\Delta(\mathbf{k},\mathbf{q}) = \int \Delta(\mathbf{k},\mathbf{r}) \exp\left(\mathrm{i}\mathbf{q}\mathbf{r}\right) \mathrm{d}^{3}r = \begin{pmatrix} \Delta^{\dagger}(\mathbf{k},\mathbf{q}) & \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{q}) \\ \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{q}) & \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{q}) \end{pmatrix},$$
(27)

 $G_{\lambda\gamma}(\mathbf{k}',\omega_n)$  — матричная функция Грина нормального состояния, которая при внешнем поле, равном нулю или параллельном спонтанной намагниченности, диагональна,

$$G_{\rm n} = \begin{pmatrix} G^{\uparrow} & 0\\ 0 & G^{\downarrow} \end{pmatrix},\tag{28}$$

здесь

$$G^{\uparrow,\downarrow} = \frac{1}{\mathrm{i}\omega_{\mathrm{n}} - \xi_{\mathbf{k}}^{\uparrow,\downarrow}} \,. \tag{29}$$

Матричное уравнение (26) — это система зацепленных линейных уравнений для компонент параметра порядка:

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{q}) = -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left[ V^{\uparrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\uparrow} G^{\uparrow} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) + V^{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\downarrow} G^{\downarrow} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) + V^{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\downarrow} G^{\uparrow} + G^{\uparrow} G^{\downarrow} \Delta^{0}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) \right],$$

$$(30)$$

$$\begin{split} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{q}) &= -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left[ V^{\downarrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\uparrow} G^{\uparrow} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) + \right. \\ &+ V^{\downarrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\downarrow} G^{\downarrow} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) + \\ &+ V^{\downarrow0}(\mathbf{k},\mathbf{k}') (G^{\downarrow} G^{\uparrow} + G^{\uparrow} G^{\downarrow}) \Delta^{0}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) \right], \end{split}$$
(31)

Здесь аргументы в произведениях функций Грина те же, что и в матричном уравнении (26). Например,

$$G^{\uparrow}G^{\uparrow} = G^{\uparrow}(\mathbf{k}', \omega_n) G^{\uparrow}(-\mathbf{k}' + \mathbf{q}, -\omega_n) .$$

Амплитуды спаривания, найденные из уравнения (25), имеют вид

$$V^{\uparrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = V_{xx} + V_{yy} + iV_{xy} - iV_{yx} = -\mu_{\rm B}^2 I^2 \chi_{zz}^{\rm u}, \quad (33)$$

$$V^{\downarrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = V_{xx} + V_{yy} - iV_{xy} + iV_{yx} = -\mu_{\rm B}^2 I^2 \chi_{zz}^{\rm u}, \quad (34)$$
$$V^{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -V_{xx} + V_{yy} + iV_{yy} + iV_{yy} =$$

$$= -\mu_{\rm B}^2 I^2 (\chi_{xx}^{\rm u} - \chi_{yy}^{\rm u} - 2i\chi_{xy}^{\rm u}), \qquad (35)$$

$$V^{\downarrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -V_{xx} + V_{yy} - iV_{xy} - iV_{yx} = = -\mu_{\mathbf{B}}^{2}I^{2}(\chi_{xx}^{u} - \chi_{yy}^{u} + 2i\chi_{xy}^{u}), \qquad (36)$$

$$V^{00}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = V_{zz} = -\frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 (\chi_{xx}^{\rm u} + \chi_{yy}^{\rm u} - \chi_{zz}^{\rm u})}{2}, \qquad (37)$$

$$V^{10}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = (V^{01}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'))^* = -V_{xz} + iV_{yz} =$$
  
=  $-\mu_{\rm B}^2 I^2(\chi_{xz}^{\rm u} - i\chi_{yz}^{\rm u}),$  (38)

$$V^{\downarrow 0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = (V^{0\downarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}'))^* = V_{xz} + iV_{yz} = = -\mu_{\rm B}^2 I^2(-\chi_{xz}^{\rm u} - i\chi_{yz}^{\rm u}).$$
(39)

Видно, что уравнения для компонент параметра порядка  $\Delta^{\uparrow}$ ,  $\Delta^{\downarrow}$  и  $\Delta^{0}$  не независимы друг от друга. Более того, зацепление между ними сохраняется даже в случае значительного расщепления зон с электронами со спинами вверх и вниз, что позволяет опустить члены, содержащие комбинации  $G^{\downarrow}G^{\uparrow} + G^{\uparrow}G^{\downarrow}$ , соответствующие межзонному спариванию<sup>2</sup>. Опуская эти члены, получим

$$\Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{q}) = -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left[ V^{0\dagger}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\dagger} G^{\dagger} \Delta^{\dagger}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) + V^{0\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') G^{\downarrow} G^{\downarrow} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) \right].$$
(42)

Видно, что уравнение (42), определяющее компоненту параметра порядка  $\Delta^0$ , соответствующую спариванию частиц с противоположными спинами, не исчезло. Согласно ему спаривание частиц с противоположными спинами "наводится" спариванием частиц с одинаковыми спинами. Таким образом, сверхпроводящее состояние в ферромагнитных металлах не является состоянием из спаренных частиц с равными спинами. Причина этого состоит в спин-орбитальном взаимодействии. Далее мы увидим, что спаривающие амплитуды  $V^{0\uparrow}$ , И<sup>0↓</sup> обязаны своим происхождением спин-орбитальным членам в градиентной энергии ферромагнетика. Полагая эти члены достаточно малыми, можно ограничиться рассмотрением лишь уравнений (40) и (41) для компонент параметра порядка со спинами вверх и вниз, игнорируя компоненту параметра порядка, соответствующую спариванию с противоположными спинами. В этом случае двухзонное сверхпроводящее состояние напоминает  $A_2$ -фазу сверхтекучего <sup>3</sup>He [39]. На двухзонный характер сверхпроводимости указывают результаты измерений теплопроводности при низких температурах в магнитном поле [40].

Обе амплитуды спаривания частиц с равными спинами,  $V^{\uparrow\uparrow}$  и  $V^{\downarrow\downarrow}$ , выражаются через компоненту тензора восприимчивости вдоль направления спонтанной намагниченности  $\chi^{u}_{zz}$ , которая значительно превосходит восприимчивости вдоль других кристаллографических направлений. С другой стороны, благодаря спин-орбитальному взаимодействию имеется анизотропия восприимчивости,  $\chi_{xx} \neq \chi_{yy}$ . Куперовские пары с противоположными спинами взаимодействуют между собой, и

фазовый переход происходит сразу в двухзонное состояние A<sub>2</sub>-типа. Даже в идеально изотропном случае в жидком <sup>3</sup>Не спин-орбитальное взаимодействие приводит к зацеплению между компонентами параметра порядка с противоположными спинами [41]. Однако ввиду его малости в магнитном поле происходят два последовательных фазовых перехода: сначала спариваются частицы со спином вверх, а затем, при более низкой температуре, — частицы со спином вниз [39].

Приступим теперь к нахождению восприимчивости.

## 3.2. Магнитная восприимчивость в орторомбических ферромагнетиках

Будем искать статическую магнитную восприимчивость, следуя феноменологическому подходу теории фазовых переходов Ландау. Свободная энергия орторомбического ферромагнетика в магнитном поле  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  выражается как

$$\mathcal{F} = \int \mathrm{d}V \left(F_M + F_{\nabla}\right),\tag{43}$$

где в выражениях для плотности энергии конденсации

$$F_{M} = \alpha_{z}M_{z}^{2} + \alpha_{y}M_{y}^{2} + \alpha_{x}M_{x}^{2} + \beta_{z}M_{z}^{4} + \beta_{xy}M_{x}^{2}M_{y}^{2} + \beta_{yz}M_{z}^{2}M_{y}^{2} + \beta_{xz}M_{z}^{2}M_{x}^{2} - \mathbf{M}\mathbf{H}$$
(44)

и плотности градиентной энергии

$$F_{\nabla} = \gamma_{ij}^{\alpha\beta} \, \frac{\partial M_{\alpha}}{\partial x_i} \, \frac{\partial M_{\beta}}{\partial x_j} \tag{45}$$

учтена орторомбическая анизотропия. Ось z всегда выбирается вдоль направления спонтанной намагниченности, так что в URhGe и UCoGe направления x, y, zсовпадают с кристаллографическими направлениями a, b, c, a в UGe<sub>2</sub> — с направлениями b, c, a,

$$\alpha_z = \alpha_{z0}(T - T_{\rm C}), \quad \alpha_x > 0, \quad \alpha_y > 0, \quad (46)$$

где *T*<sub>C</sub> — температура Кюри,

$$\gamma_{ij}^{\alpha=\beta} = \begin{pmatrix} \gamma_{xx}^{\alpha} & 0 & 0\\ 0 & \gamma_{yy}^{\alpha} & 0\\ 0 & 0 & \gamma_{zz}^{\alpha} \end{pmatrix}, \quad \alpha = x, y, z,$$
(47)

$$\gamma_{ij}^{\alpha\neq\beta} = \gamma_{ij}^{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} & 0 & \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} & \gamma_{yz} & 0 \end{pmatrix}.$$
(48)

Соответствующая свободная энергия в обменном приближении имеет вид

$$F_{M}^{\text{exchange}} + F_{\nabla}^{\text{exchange}} = \alpha \mathbf{M}^{2} + \beta \mathbf{M}^{4} - \mathbf{M}\mathbf{H} + \gamma_{ij} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_{i}} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_{j}},$$
(49)

где матрица

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} \gamma_{xx} & 0 & 0\\ 0 & \gamma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \gamma_{zz} \end{pmatrix},$$
(50)

так что градиентная энергия определяется лишь тремя постоянными вместо 12 постоянных, неизбежно возни-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Случай UCoGe при давлении около 1,1 ГПа, когда температура Кюри почти равна температуре сверхпроводящего перехода, требует отдельного рассмотрения.

кающих при учёте малых релятивистских взаимодействий.

Возьмём магнитное поле в виде суммы постоянного поля вдоль направления спонтанной намагниченности и зависящей от координат малой добавки,

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \delta H_x(\mathbf{r})\hat{\mathbf{x}} + \delta H_y(\mathbf{r})\hat{\mathbf{y}} + (H_z + \delta H_z(\mathbf{r}))\hat{\mathbf{z}}.$$
 (51)

Варьируя функционал (43) по компонентам намагниченности, получим

$$2\alpha_{x}M_{x} + 2\beta_{xy}M_{y}^{2}M_{x} + 2\beta_{xz}M_{z}^{2}M_{x} - - 2\gamma_{ij}^{x}\frac{\partial^{2}M_{x}}{\partial x_{i}\partial x_{j}} - \gamma_{xy}\frac{\partial^{2}M_{y}}{\partial x\partial y} - \gamma_{xz}\frac{\partial^{2}M_{z}}{\partial x\partial z} = \delta H_{x},$$
  
$$2\alpha_{y}M_{y} + 2\beta_{xy}M_{x}^{2}M_{y} + 2\beta_{yz}M_{z}^{2}M_{y} - - 2\gamma_{ij}^{y}\frac{\partial^{2}M_{y}}{\partial x_{i}\partial x_{j}} - \gamma_{xy}\frac{\partial^{2}M_{x}}{\partial x\partial y} - \gamma_{yz}\frac{\partial^{2}M_{z}}{\partial y\partial z} = \delta H_{y}, \quad (52)$$

$$2\alpha_z M_z + 4\beta_z M_z^3 + 2\beta_{xz} M_x^2 M_z + 2\beta_{yz} M_y^2 M_z - - 2\gamma_{ij}^z \frac{\partial^2 M_z}{\partial x_i \partial x_j} - \gamma_{xz} \frac{\partial^2 M_x}{\partial x \partial z} - \gamma_{yz} \frac{\partial^2 M_y}{\partial y \partial z} = H_z + \delta H_z.$$

Равновесные проекции намагниченности имеют вид

$$M_x = 0, \qquad M_y = 0,$$
 (53)

$$M_z^2 = -\frac{\alpha_z}{2\beta_z} + \frac{H_z}{4\beta_z M_z} \,. \tag{54}$$

Первый и последний члены в правой части (54) соответствуют спонтанной и индуцированной частям намагниченности в направлении z.

Полная намагниченность является суммой равновесной части и зависящей от координат малой добавки:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_z \hat{\mathbf{z}} + \delta \mathbf{M}_x(\mathbf{r}) + \delta \mathbf{M}_y(\mathbf{r}) + \delta \mathbf{M}_z(\mathbf{r}), \qquad (55)$$

фурье-компоненты которой  $\delta M(k)$  удовлетворяют линейным уравнениям, получаемым из системы (52):

$$2(\alpha_{x} + \beta_{xz}M_{z}^{2} + \gamma_{ij}^{x}k_{i}k_{j})\delta M_{x}(\mathbf{k}) + \gamma_{xy}k_{x}k_{y}\delta M_{y}(\mathbf{k}) + + \gamma_{xz}k_{x}k_{z}\delta M_{z}(\mathbf{k}) = \delta H_{x}(\mathbf{k}),$$
  
$$\gamma_{xy}k_{x}k_{y}\delta M_{x}(\mathbf{k}) + 2(\alpha_{y} + \beta_{yz}M_{z}^{2} + \gamma_{ij}^{y}k_{i}k_{j})\delta M_{y}(\mathbf{k}) + + \gamma_{yz}k_{y}k_{z}\delta M_{z}(\mathbf{k}) = \delta H_{y}(\mathbf{k}),$$
  
$$\gamma_{xz}k_{x}k_{z}\delta M_{x}(\mathbf{k}) + \gamma_{yz}k_{y}k_{z}\delta M_{y}(\mathbf{k}) +$$
  
(56)

+ 2(
$$\alpha_z$$
 + 6 $\beta_z M_z^2$  +  $\gamma_{ij}^z k_i k_j$ ) $\delta M_z(\mathbf{k}) = \delta H_x(\mathbf{k})$ .

Взаимодействие между компонентами намагниченности происходит из-за малых членов в градиентной энергии, определяемых релятивистскими взаимодействиями. Пренебрегая произведениями таких членов вида  $\gamma_{xv}k_xk_y\gamma_{vz}k_yk_z$ , получим решение этой системы уравнений:

$$\chi_{xx} = \frac{\delta M_x}{\delta H_x} \approx \frac{1}{2(\alpha_x + \beta_{xz}M_z^2 + \gamma_{ij}^x k_i k_j)}, \qquad (57)$$

$$\chi_{yy} = \frac{\delta M_y}{\delta H_y} \approx \frac{1}{2(\alpha_y + \beta_{yz}M_z^2 + \gamma_{ij}^y k_i k_j)}, \qquad (58)$$

$$\chi_{zz} = \frac{\delta M_z}{\delta H_z} \approx \frac{1}{2(\alpha_z + 6\beta_z M_z^2 + \gamma_{ij}^z k_i k_j)}, \qquad (59)$$

$$\chi_{xy} = \frac{\delta M_x}{\delta H_y} = \frac{\delta M_y}{\delta H_x} \approx$$
$$\approx -\frac{\gamma_{xy} k_x k_y}{4(\alpha_x + \beta_{xz} M_z^2 + \gamma_{ij}^x k_i k_j)(\alpha_y + \beta_{yz} M_z^2 + \gamma_{ij}^y k_i k_j)}, \quad (60)$$
$$\chi_{xz} = \frac{\delta M_x}{\delta W_z} = \frac{\delta M_z}{\delta W_z} \approx$$

$$\approx -\frac{\gamma_{xz}k_xk_z}{4(\alpha_x + \beta_{xz}M_z^2 + \gamma_{ij}^xk_ik_j)(\alpha_z + 6\beta_zM_z^2 + \gamma_{ij}^zk_ik_j)}, \quad (61)$$

$$\chi_{yz} = \frac{\delta M_y}{\delta H_z} = \frac{\delta M_z}{\delta H_y} \approx -\frac{\gamma_{yz} k_y k_z}{4(\alpha_y + \beta_{yz} M_z^2 + \gamma_{ij}^y k_i k_j)(\alpha_z + 6\beta_z M_z^2 + \gamma_{ij}^z k_i k_j)} .$$
(62)

Выражения для компонент восприимчивости, содержащие зависимости от волновых векторов вида  $\gamma k^2$ , выведены при k, малых по сравнению с обратными межатомными расстояниями  $a^{-1}$ . Соответствующие выражения, выведенные с помощью подходящей микроскопической модели, будут содержать зависящие от волнового вектора комбинации тригонометрических функций вида  $\gamma \sin^2 ka/a^2$ . Эти комбинации в пределе малых **k** переходят в выражения  $\gamma k^2$ , полученные из феноменологической теории, а для волновых векторов порядка фермиевского, как и феноменологические выражения, будут иметь порядок  $\gamma/a^2$ . Это означает, что на качественном уровне формулы (57)-(62) для восприимчивости можно применять и при волновых векторах  $k \approx k_{\rm F}$ , на которых происходит куперовское спаривание. Фермиевские волновые векторы в разных точках ферми-поверхности различны, т.е. k<sub>F</sub> — функция направлений в обратном пространстве, обладающая орторомбической симметрией.

Нечётная часть *z*-компоненты восприимчивости выражается как

$$\chi_{zz}^{\mathbf{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{1}{2} \left[ \chi_{zz}(\mathbf{k}-\mathbf{k}') - \chi_{zz}(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \right] = \frac{2\gamma_{ij}k_ik'_j}{\left(\alpha_z + 6\beta_z M_z^2 + \gamma_{ij}(k_ik_j + k'_ik'_j)\right)^2 - (2\gamma_{ij}k_ik'_j)^2} .$$
 (63)

Согласно уравнениям (33) и (34) парное взаимодействие определяется этой формулой. Ситуация похожа на синглетное спаривание в теории слабой связи, где фононный пропагатор в пределе нулевой частоты играет роль потенциала спаривания, индуцированного электрон-фононным взаимодействием. Нас интересует спаривание в ферромагнитном состоянии, где сумма  $\alpha_z + 6\beta_z M_z^2 > 0$ . При температуре, равной температуре Кюри, эта комбинация обращается в нуль и выражение для  $\chi_{zz}^{u}(\mathbf{k},\mathbf{k}')$  расходится при совпадающих аргументах, соответствующих куперовскому спариванию. Это неизбежное свойство любой модели со статическим взаимодействием.

Для того чтобы избежать расходимости взаимодействия, Д. Фэй и Дж. Эппел [42] в своей теории сверхпроводимости с р-спариванием в ферромагнетике с коллективизированными электронами ввели обрезание, зависящее от расстояния до точки ферромагнитного перехода. В результате критическая температура перехода в сверхпроводящее состояние, имеющая конечное значение как в ферромагнитном, так и в парамагнитном состояниях,

~ (

V

оказалась равной нулю в точке перехода между ними. Это вводящее в заблуждение обстоятельство исчезает при учёте запаздывания в парном взаимодействии.

При конечной величине  $\alpha_z + 6\beta_z M_z^2$  мы можем сохранить только угловую зависимость в числителе формулы (63), пренебрегая угловой зависимостью  $k_F$  и членов  $\gamma_{ij}^z(k_i k_j + k_i' k_j') \approx 2\gamma^z k_F^2$  с орторомбической симметрией в знаменателе, а также всеми высшими угловыми гармониками, определяемыми последним членом в знаменателе. Вычисления без указанных упрощений оказываются значительно более громоздкими, но не приводят к качественно иным результатам. Таким образом, получаем

$$\chi_{zz}^{\mathrm{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}^{z}k_{\mathrm{F}}^{2}}{a_{z}^{2}}\,\hat{k}_{i}\,\hat{k}_{j}',\tag{64}$$

$$a_{z} = \alpha_{z} + 6\beta_{z}M_{z}^{2} + 2\gamma^{z}k_{\rm F}^{2} = 2\beta_{z}(3M_{z}^{2} - M_{z0}^{2}) + 2\gamma^{z}k_{\rm F}^{2}, \quad (65)$$

где  $M_z$  — решение уравнения (54) и  $M_{z0} = M_z(H_z = 0) = = (-\alpha_z/2\beta_z)^{1/2}$ . При произвольных температурах, меньших температуры Кюри, можно использовать найденные экспериментально величины намагниченности  $M_z(H_z)$  и её спонтанной части  $M_{z0} = M_z(H_z = 0)$ , почти не зависящей от температуры.

Подобным образом находим нечётные части *х*- и *у*-компонент восприимчивости:

$$\chi_{xx}^{\mathbf{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}^{x}k_{\mathrm{F}}^{2}}{a_{x}^{2}}\,\hat{k}_{i}\,\hat{k}_{j}'\,,\quad \chi_{yy}^{\mathbf{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}^{y}k_{\mathrm{F}}^{2}}{a_{y}^{2}}\,\hat{k}_{i}\,\hat{k}_{j}'\,,\quad(66)$$

где

$$a_x = \alpha_x + \beta_{xz} M_z^2 + 2\gamma^x k_F^2, \qquad (67)$$
$$a_y = \alpha_y + \beta_{yz} M_z^2 + 2\gamma^y k_F^2.$$

Недиагональные компоненты восприимчивости линейны по отношению к анизотропным членам, определяемым спин-орбитальным взаимодействием:

$$\chi_{xy}^{\mathrm{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{xy}\,k_{\mathrm{F}}^{2}}{4\tilde{a}_{x}\tilde{a}_{y}}(\hat{k}_{x}\hat{k}_{y}'+\hat{k}_{x}'\hat{k}_{y})\,,\tag{68}$$

$$\chi_{xz}^{\mathrm{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{xz} k_{\mathrm{F}}^2}{4\tilde{a}_x \tilde{a}_z} (\hat{k}_x \hat{k}_z' + \hat{k}_x' \hat{k}_z) , \qquad (69)$$

$$\chi_{yz}^{\rm u}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{yz}k_{\rm F}^2}{4\tilde{a}_y\tilde{a}_z} (\hat{k}_y\hat{k}_z' + \hat{k}_y'\hat{k}_z) , \qquad (70)$$

$$\tilde{a}_x = \alpha_x + \beta_{xz} M_z^2, \quad \tilde{a}_y = \alpha_y + \beta_{yz} M_z^2, \tag{71}$$

$$\tilde{a}_z = \alpha_z + 6\beta_z M_z^2 = 4\beta_z M_z^2 + \frac{H_z}{2M_z} \,.$$

Здесь мы полностью пренебрегли членами четвёртого порядка по отношению к произведениям компонент волнового вектора. Они имеют ту же симметрию, что и уравнения (68)–(70), но сильно усложняют соответствующие выражения.

#### 3.3. Амплитуды спаривания

Уравнения (33)–(39) выражают амплитуды спаривания через компоненты магнитной восприимчивости в ферромагнитном металле любой симметрии. Выражения для компонент восприимчивости в орторомбическом кристалле найдены в разделе 3.2. Структура сверхпроводящих состояний в орторомбическом кристалле определяется угловой зависимостью амплитуд спаривания:

<sup>††</sup>(**k**, **k**') = 
$$V^{\downarrow\downarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -\mu_{\rm B}^2 I^2 \chi_{zz}^{\rm u} =$$
  
=  $-\frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \gamma_{ij}^z \hat{k}_i \hat{k}'_j}{4 \left[ \beta_z (3M_z^2 - M_{z0}^2) + \gamma^z k_{\rm F}^2 \right]^2} = -V_{1ij} \hat{k}_i \hat{k}'_j,$  (72)

$$V^{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = -V_{2ij}\hat{k}_{i}\hat{k}_{j}' + iV_{3}(\hat{k}_{x}\hat{k}_{y}' + \hat{k}_{y}\hat{k}_{x}'), \qquad (73)$$

$$V^{\downarrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \left(V^{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}')\right)^*,\tag{74}$$

$$V^{00}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -W_{1ij}\hat{k}_i\hat{k}_j', \qquad (75)$$

$$V^{\downarrow 0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \left(V^{0\downarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\right)^* = -\left(V^{\uparrow 0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\right)^*.$$
(77)

Постоянные, входящие в эти выражения, имеют вид

$$V_{1ij} = \mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \frac{\gamma_{ij}^z}{a_z^2} = \frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \gamma_{ij}^z}{4 \left[ \beta_z (3M_z^2 - M_{z0}^2) + \gamma^z k_{\rm F}^2 \right]^2} , \quad (78)$$

$$V_{2ij} = \mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \left( \frac{\gamma_{ij}^x}{a_x^2} - \frac{\gamma_{ij}^y}{a_y^2} \right), \qquad V_3 = \frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \gamma_{xy}}{4\tilde{a}_x \tilde{a}_y} \,, \tag{79}$$

$$W_{1ij} = \frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2}{2} \left( \frac{\gamma_{ij}^x}{a_x^2} + \frac{\gamma_{ij}^y}{a_y^2} - \frac{\gamma_{ij}^z}{a_z^2} \right), \tag{80}$$
$$W_2 = \frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \gamma_{xz}}{4\tilde{a}_x \tilde{a}_z}, \qquad W_3 = \frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \gamma_{yz}}{4\tilde{a}_y \tilde{a}_z}.$$

Наиболее важно взаимодействие между частицами с равными спинами, пропорциональное нечётной части восприимчивости вдоль направления спонтанной намагниченности  $\chi_{zz}^{u}$ , зависящей от температуры и магнитного поля. Амплитуды  $V_{1ij}$  и  $W_{1ij}$  определяются главным образом обменным взаимодействием. Амплитуда  $V_{2ij}$  в обменном приближении равна нулю, однако она может оказаться весьма заметной величиной, соответствующей сильной орторомбической анизотропии восприимчивости  $\chi_{xx} \neq \chi_{yy}$ . Амплитуды  $V_3$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  определяются спинорбитальными членами в градиентной энергии орторомбического ферромагнетика, и мы будем их полагать наименьшими из амплитуд.

## 3.4. Критическая температура фазового перехода в сверхпроводящее парамагнитное состояние в UCoGe

Уравнения (30)–(32) применимы и для нахождения температуры фазового перехода из нормального состояния в парамагнитное сверхпроводящее состояние, наблюдаемое в UCoGe при высоких давлениях (рис. 1в). В этом случае внутреннее магнитное поле отсутствует, функции Грина электронов со спинами вверх и вниз равны между собой,  $G^{\uparrow} = G^{\downarrow} = G$ , и параметр порядка пространственно однороден. Таким образом, уравнения приобретают вид

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}) = -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left[ V^{\uparrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}') + V^{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}') + 2V^{\uparrow0}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \Delta^{0}(\mathbf{k}') \right] G(\mathbf{k}',\omega_{n}) G(-\mathbf{k}',-\omega_{n}) ,$$

$$(81)$$

$$\mathcal{\Delta}^{\downarrow}(\mathbf{k}) = -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left[ V^{\downarrow\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \mathcal{\Delta}^{\uparrow}(\mathbf{k}') + V^{\downarrow\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \mathcal{\Delta}^{\downarrow}(\mathbf{k}') + 2V^{\downarrow0}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \mathcal{\Delta}^{0}(\mathbf{k}') \right] G(\mathbf{k}',\omega_{n}) G(-\mathbf{k}',-\omega_{n}) ,$$

$$(82)$$

$$\Delta^{0}(\mathbf{k}) = -T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left[ 2V^{0\dagger}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Delta^{\dagger}(\mathbf{k}') + V^{0\downarrow}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}') + \right]$$

+ 
$$V^{00}(\mathbf{k},\mathbf{k}')\Delta^{0}(\mathbf{k}')]G(\mathbf{k}',\omega_{n})G(-\mathbf{k}',-\omega_{n}).$$
 (83)

Подстановка в эти уравнения параметра порядка парамагнитного состояния (см. раздел 2.2)

$$\Delta^{\dagger} = -\hat{k}_x \eta_x + \mathrm{i}\hat{k}_y \eta_y, \quad \Delta^{\downarrow} = \hat{k}_x \eta_x + \mathrm{i}\hat{k}_y \eta_y, \quad \Delta^{0} = \hat{k}_z \eta_z \hat{z},$$
(84)

даёт пять уравнений для трёх амплитуд:  $\eta_x$ ,  $\eta_y$ ,  $\eta_z$ . Два из этих уравнений совпадают с двумя другими, так что остаётся система из трёх независимых уравнений:

$$\begin{aligned} &(\lambda^{-1} - g_{1x} + g_{2x})\eta_x + g_{3y}\eta_y + 2w_{2z}\eta_z = 0, \\ &g_{3x}\eta_x + (\lambda^{-1} - g_{1y} - g_{2y})\eta_y + 2w_{3z}\eta_z = 0, \\ &2w_{2x}\eta_x + 2w_{3y}\eta_y + (\lambda^{-1} - w_{1z})\eta_z = 0. \end{aligned}$$
(85)

Постоянные спаривающего взаимодействия даются выражениями

$$\begin{split} g_{1x} &= V_{1xx} \langle \hat{k}_x^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \qquad g_{2x} = V_{2xx} \langle \hat{k}_x^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \\ g_{1y} &= V_{1yy} \langle \hat{k}_y^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \qquad g_{2y} = V_{2yy} \langle \hat{k}_y^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \\ w_{1z} &= W_{1zz} \langle \hat{k}_z^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \qquad g_{3x} = V_3 \langle \hat{k}_x^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \\ g_{3y} &= V_3 \langle \hat{k}_y^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \qquad w_{2x} = W_2 \langle \hat{k}_x^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \\ w_{2z} &= W_2 \langle \hat{k}_z^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \qquad w_{3z} = W_3 \langle \hat{k}_z^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,, \\ w_{3y} &= W_3 \langle \hat{k}_y^2 N_0(\mathbf{k}) \rangle \,. \end{split}$$

Здесь угловые скобки означают угловое усреднение по ферми-поверхности, а  $N_0(\mathbf{k})$  — зависящая от направления плотность электронных состояний на поверхности Ферми. Функция

$$\lambda(T) = 2\pi T \sum_{n \ge 0} \frac{1}{\omega_n} = \ln \frac{\varepsilon}{T}.$$

Здесь  $\varepsilon = 2\gamma\varepsilon_0/\pi$ ,  $\ln \gamma = 0,577$  — постоянная Эйлера,  $\varepsilon_0$  — энергия обрезания парного взаимодействия. Критическая температура перехода

$$T_{\rm SC} = \varepsilon \exp\left(-\frac{1}{g}\right) \tag{86}$$

выражается через максимальное собственное значение матрицы системы линейных уравнений (85).

## 3.5. Фазовый переход в UCoGe из парамагнитного состояния в ферромагнитное сверхпроводящее состояние

Те же уравнения (81)–(83) можно применить для определения критической температуры фазового перехода, который должен отделять сверхпроводящее парамагнитное состояние от ферромагнитного сверхпроводящего состояния в UCoGe (рис. 1в), но который пока не обнаружен экспериментально. В этом случае в уравнениях надо использовать функцию Грина парамагнитного сверхпроводящего состояния

$$G(\mathbf{k},\omega_n) = -\frac{i\omega_n + \xi_{\mathbf{k}}}{\omega_n^2 + \xi_{\mathbf{k}}^2 + \eta_x^2 \hat{k}_x^2 + \eta_y^2 \hat{k}_y^2 + \eta_z^2 \hat{k}_z^2} .$$
(87)

Подстановка в уравнения (81) – (83) компонент сверхпроводящего ферромагнитного состояния (см. раздел 2.2)

В.П. МИНЕЕВ

$$\Delta^{\uparrow} = -\hat{k}_x \eta_x^{\uparrow} + \mathrm{i}\hat{k}_y \eta_y^{\uparrow}, \quad \Delta^{\downarrow} = \hat{k}_x \eta_x^{\downarrow} + \mathrm{i}\hat{k}_y \eta_y^{\downarrow}, \quad \Delta^{0} = \hat{k}_z \eta_z^{0} \hat{z}$$
(88)

даёт пять уравнений для пяти амплитуд:  $\eta_x^{\uparrow}$ ,  $\eta_y^{\downarrow}$ ,  $\eta_x^{\downarrow}$ ,  $\eta_y^{\downarrow}$ ,  $\eta_z^{\downarrow}$ ,  $\eta_z^{\downarrow}$ ,  $\eta_z^{\downarrow}$ ,  $\eta_z^{0}$ . Максимальное собственное значение этой системы определяет критическую температуру фазового перехода из парамагнитного состояния в ферромагнитное сверхпроводящее состояние.

Данный фазовый переход происходит в системе делокализованных электронов. Математически он описывается как постепенное возникновение неравенства амплитуд спаривания электронов со спином вверх и со спином вниз, т.е. как возникновение спонтанной намагниченности чисто сверхпроводящей природы. В то же время появится и намагниченность в подсистеме локализованных моментов. Её возникновение, индуцированное появлением спонтанной намагниченности в подсистеме сверхпроводящих электронов, можно уподобить кроссоверу между парамагнитным и ферромагнитным нормальными состояниями во внешнем поле. Ввиду слабости намагниченности можно ожидать, что непосредственно под линией перехода сверхпроводник будет находиться в мейснеровском состоянии.

Возможен и другой механизм фазового перехода между парамагнитным и ферромагнитным сверхпроводящими состояниями, связанный со спонтанным упорядочением подсистемы локализованных моментов. В этом случае подсистема сверхпроводящих электронов перестраивается под влиянием появившейся намагниченности.

Теория фазового перехода из парамагнитного состояния в ферромагнитное сверхпроводящее должна учитывать эффект появления сверхпроводящих токов, а также зависимость намагниченности от магнитного поля, которая может стать существенной ввиду увеличения магнитной восприимчивости при температурах, близких к  $T_{\rm C}$ . Удовлетворительное описание такого рода в настоящее время отсутствует<sup>3</sup>.

## 3.6. Сверхпроводящие состояния в орторомбических ферромагнетиках

Посмотрим теперь, какие сверхпроводящие состояния возникают при фазовом переходе из нормального ферромагнитного состояния в сверхпроводящее ферромагнитное. Разлагая в ряд Тейлора уравнения (30)–(32) по степеням **q** до второго порядка и переходя в координатное представление посредством подстановки

$$\mathbf{q} \to \mathbf{D} = -i\nabla_{\mathbf{r}} + 2e\mathbf{A}(\mathbf{r})\,,\tag{89}$$

получим уравнения

$$\begin{split} \Delta^{\dagger}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} V_{1ij} \hat{k}_{i} \hat{k}_{j}' \times \\ &\times \left( G^{\dagger}G^{\dagger} + \frac{1}{2} G^{\dagger} \frac{\partial^{2}G^{\dagger}}{\partial k_{i}' \partial k_{m}'} D_{l} D_{m} \right) \Delta^{\dagger}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) + \\ &+ T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} \left[ V_{2ij} \hat{k}_{i} \hat{k}_{j}' - \mathrm{i} V_{3} (\hat{k}_{x} \hat{k}_{y}' + \hat{k}_{x}' \hat{k}_{y}) \right] \times \end{split}$$

138

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> См., однако, работу [109], появившуюся во время подготовки настоящего обзора к печати.

$$\times \left( G^{\downarrow} G^{\downarrow} + \frac{1}{2} G^{\downarrow} \frac{\partial^2 G^{\downarrow}}{\partial k'_l \partial k'_m} D_l D_m \right) \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}', \mathbf{r}) +$$

$$+ T \sum_n \int \frac{d^3 \mathbf{k}'}{(2\pi)^3} \left[ W_2(\hat{k}_x \hat{k}'_z + \hat{k}_z \hat{k}'_x) - \mathrm{i} W_3(\hat{k}_y \hat{k}'_z + \hat{k}_z \hat{k}'_y) \right] \times$$

$$\times \left( G^{\uparrow} G^{\downarrow} + \frac{1}{2} G^{\uparrow} \frac{\partial^2 G^{\downarrow}}{\partial k'_l \partial k'_m} D_l D_m + G^{\downarrow} G^{\uparrow} +$$

$$+ \frac{1}{2} G^{\downarrow} \frac{\partial^2 G^{\uparrow}}{\partial k'_l \partial k'_m} D_l D_m \right) \Delta^0(\mathbf{k}', \mathbf{r}) ,$$

$$(90)$$

$$\begin{split} \mathcal{A}^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} \left[ V_{2ij}\hat{k}_{i}\hat{k}_{j}' + \mathrm{i}V_{3}(\hat{k}_{x}\hat{k}_{y}' + \hat{k}_{x}'\hat{k}_{y}) \right] \times \\ &\times \left( G^{\uparrow}G^{\uparrow} + \frac{1}{2} G^{\uparrow} \frac{\partial^{2}G^{\uparrow}}{\partial k_{l}'\partial k_{m}'} D_{l} D_{m} \right) \mathcal{A}^{\uparrow}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) + \\ &+ T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} V_{1ij}\hat{k}_{i}\hat{k}_{j}' \times \\ &\times \left( G^{\downarrow}G^{\downarrow} + \frac{1}{2} G^{\downarrow} \frac{\partial^{2}G^{\downarrow}}{\partial k_{l}'\partial k_{m}'} D_{l} D_{m} \right) \mathcal{A}^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) + \\ &+ T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} \left[ -W_{2}(\hat{k}_{x}\hat{k}_{z}' + \hat{k}_{z}\hat{k}_{x}') - \mathrm{i}W_{3}(\hat{k}_{y}\hat{k}_{z}' + \hat{k}_{z}\hat{k}_{y}') \right] \times \\ &\times \left( G^{\uparrow}G^{\downarrow} + \frac{1}{2} G^{\uparrow} \frac{\partial^{2}G^{\downarrow}}{\partial k_{l}'\partial k_{m}'} D_{l} D_{m} + G^{\downarrow}G^{\uparrow} + \\ &+ \frac{1}{2} G^{\downarrow} \frac{\partial^{2}G^{\uparrow}}{\partial k_{l}'\partial k_{m}'} D_{l} D_{m} \right) \mathcal{A}^{0}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) \,, \end{split}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{0}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) &= T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} \left[ W_{2}(\hat{k}_{x}\hat{k}'_{z} + \hat{k}_{z}\hat{k}'_{x}) + \mathrm{i}W_{3}(\hat{k}_{y}\hat{k}'_{z} + \hat{k}_{z}\hat{k}'_{y}) \right] \times \\ &\times \left( G^{\uparrow}G^{\uparrow} + \frac{1}{2} G^{\uparrow} \frac{\partial^{2}G^{\uparrow}}{\partial k'_{l} \partial k'_{m}} D_{l} D_{m} \right) \mathcal{A}^{\uparrow}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) + \\ &+ T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} \left[ -W_{2}(\hat{k}_{x}\hat{k}'_{z} + \hat{k}_{z}\hat{k}'_{x}) + \mathrm{i}W_{3}(\hat{k}_{y}\hat{k}'_{z} + \hat{k}_{z}\hat{k}'_{y}) \right] \times \\ &\times \left( G^{\downarrow}G^{\downarrow} + \frac{1}{2} G^{\downarrow} \frac{\partial^{2}G^{\downarrow}}{\partial k'_{l} \partial k'_{m}} D_{l} D_{m} \right) \mathcal{A}^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) + \\ &+ T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3}\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3}} W_{1ij}\hat{k}_{i}\hat{k}'_{j} \left( G^{\uparrow}G^{\downarrow} + \frac{1}{2} G^{\uparrow} \frac{\partial^{2}G^{\downarrow}}{\partial k'_{l} \partial k'_{m}} D_{l} D_{m} + \\ &+ G^{\downarrow}G^{\uparrow} + \frac{1}{2} G^{\downarrow} \frac{\partial^{2}G^{\uparrow}}{\partial k'_{l} \partial k'_{m}} D_{l} D_{m} \right) \mathcal{A}^{0}(\mathbf{k}',\mathbf{r}) \,. \end{aligned} \tag{92}$$

Здесь, как и ранее, аргументы в произведениях функций Грина расставлены следующим образом:

$$G^{\uparrow}G^{\uparrow} = G^{\uparrow}(\mathbf{k}',\omega_n)G^{\uparrow}(-\mathbf{k}',-\omega_n),$$
  

$$G^{\uparrow}\frac{\partial^2 G^{\uparrow}}{\partial k'_l \partial k'_m} = G^{\uparrow}(\mathbf{k}',\omega_n)\frac{\partial^2 G^{\uparrow}(-\mathbf{k}',-\omega_n)}{\partial k'_l \partial k'_m}, \quad \dots$$

Для однодоменного ферромагнетика в отсутствие внешнего поля, H = 0, или во внешнем поле, параллельном направлению спонтанной намагниченности  $\hat{z}$ , компоненты параметра порядка не зависят от координаты *z* и операторы так называемых длинных производных имеют вид

$$D_x = -i \frac{\partial}{\partial x}, \quad D_y = -i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{2e}{c} (H + H_{int}) x.$$
 (93)

Здесь мы добавили внутреннее поле, соответствующее спонтанной намагниченности,  $H_{int} = 4\pi M$  и проигнорировали малую разницу между внешним полем и полем, индуцированным им в среде.

Принимая во внимание зависимость парного взаимодействия (90)–(92) от компонент волнового вектора, можно взять параметр порядка сверхпроводника в виде линейных комбинаций

$$\begin{aligned} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{x}\eta_{x}^{\uparrow}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\uparrow}(\mathbf{r}) + \hat{k}_{z}\zeta_{z}^{\uparrow}(\mathbf{r}) ,\\ \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{x}\eta_{x}^{\downarrow}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\downarrow}(\mathbf{r}) + \hat{k}_{z}\zeta_{z}^{\downarrow}(\mathbf{r}) ,\\ \Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= \hat{k}_{x}\zeta_{x}^{0}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}\hat{k}_{y}\zeta_{y}^{0}(\mathbf{r}) + \hat{k}_{z}\eta_{z}^{0}(\mathbf{r}) . \end{aligned}$$

Подстановка этих выражений в уравнения (90)–(92) приводит к двум независимым системам линейных дифференциальных уравнений:

$$\eta_{\alpha}(\mathbf{r}) = A_{\alpha\beta}\eta_{\beta}(\mathbf{r}), \quad \zeta_{\alpha}(\mathbf{r}) = B_{\alpha\beta}\zeta_{\beta}(\mathbf{r}), \quad (94)$$

для компонент векторов

$$\eta_{\alpha}(\mathbf{r}) = \left(\eta_{x}^{\uparrow}(\mathbf{r}), \eta_{x}^{\downarrow}(\mathbf{r}), \eta_{y}^{\uparrow}(\mathbf{r}), \eta_{y}^{\downarrow}(\mathbf{r}), \eta_{z}^{0}(\mathbf{r})\right), \qquad (95)$$

$$\zeta_{\alpha}(\mathbf{r}) = \left(\zeta_{z}^{\uparrow}(\mathbf{r}), \zeta_{z}^{\downarrow}(\mathbf{r}), \zeta_{x}^{0}(\mathbf{r}), \zeta_{y}^{0}(\mathbf{r})\right), \qquad (96)$$

соответствующих двум разным сверхпроводящим состояниям с разной критической температурой, относящимся к копредставлениям A и B. Тем самым полученные микроскопические уравнения подтверждают выводы, сделанные в разделе 2 из чисто симметрийных соображений.

### 3.7. Сверхпроводящие состояния из пар электронов с равными спинами

Теперь упростим задачу и будем работать с уравнениями (40) и (41), соответствующими сверхпроводящим состояниям из пар электронов с равными спинами. В этом случае состояние А описывается четырёхкомпонентным параметром порядка,

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \hat{k}_x \eta_x^{\uparrow}(\mathbf{r}) + i \hat{k}_y \eta_y^{\uparrow}(\mathbf{r}) , \qquad (97)$$

$$\Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \hat{k}_{x}\eta_{x}^{\downarrow}(\mathbf{r}) + i\hat{k}_{y}\eta_{y}^{\downarrow}(\mathbf{r}), \qquad (98)$$

а состояние В — двухкомпонентным параметром порядка,

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \hat{k}_{z}\zeta_{z}^{\uparrow}(\mathbf{r}), \qquad (99)$$

$$\Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \hat{k}_{z}\zeta_{z}^{\downarrow}(\mathbf{r}).$$
(100)

Уравнения (94) для нахождения критических температур фазовых переходов в эти состояния задаются матрицами  $4 \times 4$  и  $2 \times 2$ :

$$A_{\alpha\beta} =$$

$$=\begin{pmatrix} g_{1x}^{\dagger}\lambda + L_{1x}^{\dagger} & g_{2x}^{\downarrow}\lambda + L_{2x}^{\downarrow} + iL_{3yx}^{\downarrow} & iL_{1xy}^{\dagger} & -g_{3y}^{\downarrow}\lambda + iL_{2xy}^{\downarrow} - L_{3y}^{\downarrow} \\ g_{2x}^{\dagger}\lambda + L_{2x}^{\dagger} - iL_{3yx}^{\dagger} & g_{1x}^{\dagger}\lambda + L_{1x}^{\downarrow} & g_{3y}^{\dagger}\lambda + iL_{2xy}^{\downarrow} + L_{3y}^{\dagger} & iL_{1xy}^{\downarrow} \\ -iL_{1yx}^{\dagger} & g_{3x}^{\downarrow}\lambda - iL_{2yx}^{\downarrow} + L_{3x}^{\downarrow} & g_{1y}^{\uparrow}\lambda + L_{1y}^{\downarrow} & g_{2y}^{\downarrow}\lambda + L_{2y}^{\downarrow} + iL_{3xy}^{\downarrow} \\ -g_{3x}^{\dagger}\lambda - iL_{2yx}^{\dagger} - L_{3x}^{\dagger} & -iL_{1yx}^{\downarrow} & g_{2y}^{\dagger}\lambda + L_{2y}^{\dagger} - iL_{3xy}^{\dagger} & g_{1y}^{\downarrow}\lambda + L_{1y}^{\downarrow} \end{pmatrix}$$

$$(101)$$

$$B_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} g_{1z}^{\dagger}\lambda + L_{1z}^{\dagger} & g_{2z}^{\downarrow}\lambda + L_{2z}^{\downarrow} \\ g_{2z}^{\dagger}\lambda + L_{2z}^{\dagger} & g_{1z}^{\downarrow}\lambda + L_{1z}^{\downarrow} \end{pmatrix}.$$
 (102)

Здесь  $g_{1x}^{\dagger}$  — одна из постоянных спаривающего взаимодействия,

$$g_{1x}^{\dagger} = V_{1xx} \langle \hat{k}_x^2 N_0^{\dagger}(\mathbf{k}) \rangle = \frac{\mu_{\rm B}^2 I^2 k_{\rm F}^2 \gamma_{xx}^2 \langle k_x^2 N_0^{\dagger}(\mathbf{k}) \rangle}{4 \left[ \beta_z (3M_z^2 - M_{z0}^2) + \gamma^z k_{\rm F}^2 \right]^2} \,. \tag{103}$$

Угловые скобки означают усреднение по ферми-поверхности,  $N_0^{\uparrow}(\mathbf{k})$  — зависящая от направлений плотность электронных состояний на ферми-поверхности зоны  $\uparrow$ . Соответственно,

$$g_{2x}^{\downarrow} = V_{2xx} \langle \hat{k}_x^2 N_0^{\downarrow}(\mathbf{k}) \rangle, \quad g_{3x}^{\downarrow} = V_3 \langle \hat{k}_x^2 N_0^{\downarrow}(\mathbf{k}) \rangle.$$
(104)

Все остальные постоянные спаривающего взаимодействия получаются очевидными подстановками  $x \leftrightarrow y$  и  $\uparrow \leftrightarrow \downarrow$  или  $x \rightarrow z$ . Функция

$$\lambda(T) = 2\pi T \sum_{n \ge 0} \frac{1}{\omega_n} = \ln \frac{\varepsilon}{T}.$$
(105)

Здесь  $\varepsilon = 2\gamma\varepsilon_0/\pi$ ,  $\ln \gamma = 0.577$  — постоянная Эйлера,  $\varepsilon_0$  — энергия обрезания спаривающего взаимодействия. Мы здесь полагаем, что она одинакова для обеих зон.

Дифференциальный оператор

$$L_{1x}^{\dagger} = \frac{1}{2} V_{1xx} T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3} \mathbf{k}}{(2\pi)^{3}} \hat{k}_{x}^{2} G^{\dagger}(\mathbf{k}, \omega_{n}) \mathcal{D}^{\dagger}, \qquad (106)$$

а оператор  $L_{2y}^{\downarrow}$  и другие операторы с той же структурой получаются очевидными подстановками  $x \to y, z, 1 \to 2$  и  $\uparrow \to \downarrow$ , но аналогичный оператор с индексом 3 имеет вид

$$L_{3x}^{\dagger} = \frac{1}{2} V_3 T \sum_{n} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \hat{k}_y^2 G^{\dagger}(\mathbf{k}, \omega_n) \mathcal{D}^{\dagger} .$$
(107)

Здесь

$$\mathcal{D}^{\dagger} = \frac{\partial^2 G^{\dagger}(-\mathbf{k}, -\omega_n)}{\partial k_x^2} D_x^2 + \frac{\partial^2 G^{\dagger}(-\mathbf{k}, -\omega_n)}{\partial k_y^2} D_y^2 . \quad (108)$$

Операторы второго типа определяются как

$$L_{1xy}^{\dagger} = \frac{1}{2} V_{1xx} T \sum_{n} \int \frac{\mathrm{d}^{3} \mathbf{k}}{(2\pi)^{3}} \hat{k}_{x} \hat{k}_{y} G^{\dagger}(\mathbf{k}, \omega_{n}) \times \\ \times \frac{\partial^{2} G^{\dagger}(-\mathbf{k}, -\omega_{n})}{\partial k_{x} \partial k_{y}} (D_{x} D_{y} + D_{y} D_{x}).$$
(109)

 $L_{2yx}^{\uparrow}$  и остальные операторы этого типа получаются очевидными подстановками:  $x \to y$ ,  $1 \to 2$ ,  $\uparrow \to \downarrow$ . Аналогичный оператор с индексом 3 имеет вид

$$L_{3xy}^{\dagger} = \frac{1}{2} V_3 T \sum_n \int \frac{\mathrm{d}^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \hat{k}_x \hat{k}_y G^{\dagger}(\mathbf{k}, \omega_n) \times \\ \times \frac{\partial^2 G^{\dagger}(-\mathbf{k}, -\omega_n)}{\partial k_x \partial k_y} (D_x D_y + D_y D_x) \,.$$
(110)

# 3.8. Сверхпроводящие состояния вблизи критической температуры

Как отмечалось в разделе 2, внутреннее поле, действующее на заряды электронов проводимости в ферромагнитных урановых сверхпроводниках, существенно меньше верхнего критического поля при нулевой температуре. В этом случае в отсутствие внешнего поля градиентные члены дают лишь малые поправки порядка  $O(H_{int}/(H_{c2}(T=0)))$  к собственным значениям систем дифференциальных уравнений (94). Пренебрегая ими, мы приходим к системам алгебраических уравнений

для А-состояния:

$$\eta_x^{\uparrow} = (g_{1x}^{\uparrow} \eta_x^{\uparrow} + g_{2x}^{\downarrow} \eta_x^{\downarrow} + g_{3y}^{\downarrow} \eta_y^{\downarrow})\lambda,$$
  

$$\eta_x^{\downarrow} = (g_{2x}^{\uparrow} \eta_x^{\uparrow} + g_{1x}^{\downarrow} \eta_x^{\downarrow} - g_{3y}^{\uparrow} \eta_y^{\uparrow})\lambda,$$
  

$$\eta_y^{\uparrow} = (g_{1y}^{\uparrow} \eta_y^{\uparrow} + g_{2y}^{\downarrow} \eta_y^{\downarrow} - g_{3x}^{\downarrow} \eta_x^{\downarrow})\lambda,$$
  

$$\eta_y^{\downarrow} = (g_{2y}^{\uparrow} \eta_y^{\uparrow} + g_{1y}^{\downarrow} \eta_y^{\downarrow} + g_{3y}^{\uparrow} \eta_x^{\uparrow})\lambda,$$
  
(111)

и В-состояния:

$$\begin{aligned} \zeta_z^{\uparrow} &= (g_{1z}^{\uparrow} \zeta_z^{\uparrow} + g_{2z}^{\downarrow} \zeta_z^{\downarrow}) \lambda , \\ \zeta_z^{\downarrow} &= (g_{2z}^{\uparrow} \zeta_z^{\uparrow} + g_{1z}^{\downarrow} \zeta_z^{\downarrow}) \lambda . \end{aligned}$$
(112)

Принимая во внимание, что постоянные взаимодействия с индексами 1 и 2 значительно больше постоянных с индексом 3, происходящих из спин-орбитальных членов в градиентной энергии ферромагнетика,

 $g_1,g_2 \gg g_3\,,$ 

мы приходим к трём независимым системам для *x*-, *y*- и *z*-компонент параметра порядка:

$$\eta_x^{\uparrow} = (g_{1x}^{\uparrow} \eta_x^{\uparrow} + g_{2x}^{\downarrow} \eta_x^{\downarrow}) \lambda , \qquad (113)$$

$$\eta_x^{\perp} = (g_{2x}^{\perp}\eta_x^{\uparrow} + g_{1x}^{\perp}\eta_x^{\perp})\lambda\,,$$

$$\begin{aligned} \eta_{y}^{\perp} &= (g_{1y}^{\perp}\eta_{y}^{\perp} + g_{2y}^{\perp}\eta_{y}^{\perp})\lambda, \\ \eta_{y}^{\perp} &= (g_{2y}^{\perp}\eta_{y}^{\perp} + g_{1y}^{\perp}\eta_{y}^{\perp})\lambda, \end{aligned} \tag{114}$$

$$\begin{aligned} \zeta_z^{\uparrow} &= (g_{1z}^{\uparrow} \zeta_z^{\uparrow} + g_{2z}^{\downarrow} \zeta_z^{\downarrow})\lambda, \\ \zeta_z^{\downarrow} &= (g_{2z}^{\uparrow} \zeta_z^{\uparrow} + g_{1z}^{\downarrow} \zeta_z^{\downarrow})\lambda. \end{aligned}$$
(115)

Таким образом, в обменном приближении для энергии магнитных неоднородностей мы получили три независимых сверхпроводящих состояния:  $(\hat{k}_x \eta_x^{\uparrow}, \hat{k}_x \eta_x^{\downarrow}), (\hat{k}_y \eta_y^{\uparrow}, \hat{k}_y \eta_y^{\downarrow})$  и  $(\hat{k}_z \zeta_z^{\uparrow}, \hat{k}_z \zeta_z^{\downarrow})$  — с разными критическими температурами, определяемыми равенством нулю определителей систем уравнений (113)–(115).

## 4. Физические свойства

### 4.1. Критическая температура

Предполагая, что состоянию  $(\hat{k}_x \eta_x^{\uparrow}, \hat{k}_x \eta_x^{\downarrow})$  соответствует наибольшая критическая температура, и приравнивая определитель системы (113) нулю, получим такую же формулу, как и в теории БКШ:

$$T = \varepsilon \exp\left(-\frac{1}{g}\right),\tag{116}$$

где постоянная взаимодействия

$$g(T) = \frac{g_{1x}^{\uparrow} + g_{1x}^{\downarrow}}{2} + \sqrt{\frac{(g_{1x}^{\uparrow} - g_{1x}^{\downarrow})^2}{4} + g_{2x}^{\uparrow}g_{2x}^{\downarrow}}$$
(117)

является функцией температуры. Тем самым формула (116) представляет собой уравнение для определения критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние. Посмотрим, что происходит в простейшем воображаемом случае однозонного ( $\uparrow$ ) сверхпроводящего состояния, когда  $g = g_{1x}^{\uparrow}$ .

В URhGe переход в сверхпроводящее состояние происходит при температуре, существенно меньшей температуры Кюри. Поэтому можно пренебречь температурной зависимостью постоянной взаимодействия. Критическая температура определяется соотношением

$$\ln \frac{\varepsilon}{T_{\rm SC}} \approx \frac{1}{g_{1x}^{\dagger}} \propto \frac{\left(\alpha_{0z}T_{\rm C} + \gamma_z k_{\rm F}^2\right)^2}{\mu_{\rm B}^2 I^2 \gamma_{xx}^z k_{\rm F}^2 \langle \hat{k}_x^2 N_0^{\dagger}(\mathbf{k}) \rangle}, \qquad (118)$$

где мы использовали уравнения (54), (103) для  $g_{1x}^{\dagger}$  в отсутствие магнитного поля. Температура Кюри  $T_{\rm C}$  в URhGe возрастает с увеличением давления (рис. 16). Зависимость от давления других величин в правой части этого уравнения неизвестна. Предполагая, что правая часть как целое также возрастает с увеличением давления давления, мы видим, что это должно сопровождаться медленным убыванием критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние. И наоборот, когда правая часть убывает с увеличением давления, температура  $T_{\rm SC}(P)$  возрастает. Первая ситуация, очевидно, соответствует наблюдаемым зависимостям от давления  $T_{\rm C}(P)$  и  $T_{\rm SC}(P)$  в URhGe, а вторая — соответствующим зависимостям в UCoGe (рис. 1в). Разумеется, в последнем случае данная аргументация справедлива лишь в той области давлений, где  $T_{\rm SC}$  существенно меньше  $T_{\rm C}$ .

Мы не обсуждаем здесь UGe<sub>2</sub>, в котором сверхпроводящее состояние возникает в области фазовой диаграммы при температурах ниже температуры фазового перехода первого рода из парамагнитного состояния в ферромагнитное.

## 4.2. Верхнее критическое поле, параллельное оси *с* в UCoGe

В UCoGe температурная зависимость верхнего критического поля, параллельного оси спонтанного намагничивания [43], обнаруживает странный изгиб вверх (рис. 4). Это явление объясняется тем, что сама температура перехода зависит от магнитного поля. Действительно, при температурах, близких к *T*<sub>SC</sub>, зависимость верхнего критического поля от температуры имеет вид

$$H_{c2} = AT_{SC}(T_{SC} - T), \qquad (119)$$

где  $A \approx \phi_0/v_{\rm F}^2$  — постоянная, а критическая температура для состояния  $(\hat{k}_x \eta_x^{\dagger}, \hat{k}_x \eta_x^{\downarrow})$  в однозонном приближении



**Рис. 4.** (В цвете онлайн.) Верхнее критическое поле *H*<sub>c2</sub> в UCoGe, найденное из измерений сопротивления и теплопроводности. (М. Taupin, неопубликовано (2016).)



**Рис. 5.** Температурная зависимость магнитного поля, разрушающего сверхпроводящее состояние для двух кристаллов URhGe с относительным остаточным сопротивлением RRR=34 и RRR=21для поля, параллельного оси *c* [45].

при  $H \neq 0$  определяется выражением

$$\ln \frac{\varepsilon}{T_{\rm SC}} = \frac{1}{g_{1x}^{\dagger}} \propto \left[ \beta_z (3M_z^2 - M_{z0}^2) + \gamma^z k_{\rm F}^2 \right]^2.$$
(120)

При температурах, значительно меньших температуры Кюри, намагниченность практически не зависит от температуры. С другой стороны, магнитный момент UCoGe в поле, параллельном оси *c*, быстро возрастает [44]. В поле величиной около 1 Тл  $M_z = M_z(H)$  приблизительно вдвое больше, чем  $M_{z0} = M_z(H=0)$ . Следовательно, согласно уравнению (120) увеличение поля уменьшает постоянную взаимодействия  $g_{1x}^{\dagger}$  и критическую температуру  $T_{SC}(g_{1x}^{\dagger})$ .

Зависимость верхнего критического поля от температуры (120) может быть представлена как зависимость от магнитного поля температуры перехода  $T_{\rm SC}^{\rm orb}$ , определяемая как орбитальным эффектом, так и зависимостью от поля постоянной взаимодействия  $g_{1x}^{\uparrow} = g_{1x}^{\uparrow}(H)$ :

$$T_{\rm SC}^{\rm orb} = T_{\rm SC}(g_{1x}^{\uparrow}) - \frac{H}{AT_{\rm SC}(g_{1x}^{\uparrow})} \,. \tag{121}$$

Очевидно, что полевая зависимость  $T_{SC}(g_{1x}^{\uparrow}(H))$  не только сдвигает вниз, но и выгибает вверх линейную функцию  $T_{SC}^{orb}(H)$  в соответствии с экспериментально установленным температурным поведением верхнего критического поля, показанного на рис. 4.

В URhGe изгиба вверх в зависимости  $H_{c2}^{z}(T)$  не обнаружено [45] (рис. 5). В отличие от изменения намагниченности в UCoGe, в соединении URhGe изменение намагниченности  $M_{z}$  в полях до 1 Тл ничтожно мало [46] и зависимость от поля постоянной взаимодействия несущественна.

### 4.3. Верхнее критическое поле в URhGe

Температура перехода в сверхпроводящее состояние во всех урановых ферромагнетиках увеличивается с улучшением качества образцов, как и должно быть в необычных сверхпроводниках, где критическая температура  $T_{\rm SC}(l)$  зависит от длины пробега [36]. При длинах пробега, бо́льших длины когерентности,  $l > \xi_0$ ,

$$T_{\rm SC} \approx T_{\rm SC0} - \frac{\pi v_{\rm F}}{8l} \,. \tag{122}$$

Верхнее критическое поле при нулевой температуре изменяется, в зависимости от чистоты образца, как квадрат критической температуры,

$$H_{\rm c2} \approx \frac{\phi_0}{\pi \xi_0^2} \propto T_{\rm SC}^2 \,,$$
 (123)

что было продемонстрировано в измерениях  $H_{c2}$  на образцах URhGe различного качества [45] (см. рис. 5).

В экспериментах Харди и Хаксли [45] была также найдена температурная зависимость анизотропии верхнего критического поля. Отношение  $H_{c2}(T)$  вдоль оси c к  $H_{c2}(T)$ , измеренному вдоль оси b, оказалось не зависящим от температуры. Однако отношение  $H_{c2}(T)$  вдоль оси a к  $H_{c2}(T)$ , измеренному вдоль оси b, линейно возрастает примерно на 20 % при уменьшении температуры от критической до нуля (рис. 6). Это наблюдение соответствует температурному поведению верхнего критического поля в однозонной сверхпроводящей фазе с параметром порядка при H = 0

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \eta_x^{\uparrow}k_x$$
.

В этом случае можно показать [47], что решения линейных уравнений Горькова, соответствующих максимальному критическому полю для разных кристаллографических направлений, имеют вид

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \sim A(H, T)(k_x + ik_z)\psi_0(x, z) + + B(H, T)(k_x - ik_z)\psi_2(x, z), \qquad H \parallel b,$$
(124)  
$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \sim A(H, T)(k_x + ik_y)\psi_0(x, y) +$$

+ 
$$B(H,T)(k_x - ik_y)\psi_2(x,y)$$
,  $H \parallel c$ , (125)

$$\Delta^{\dagger}(\mathbf{k},\mathbf{r}) \sim k_{x}\psi_{0}(y,z), \qquad H \parallel a, \qquad (126)$$

где  $\psi_n(x, y)$  — волновые функции Ландау частицы с зарядом 2*e* в магнитном поле, *n* — номер уровня Ландау, A(H, T) и B(H, T) — функции магнитного поля и температуры. Видно, что решения для поля вдоль направлений *c* и *b* имеют одинаковую структуру и отличаются от решения для поля вдоль оси *a*, что естественным образом объясняет наблюдаемую температурную зависимость анизотропии верхнего критического поля.

Это свойство сохраняется и в многозонном сверхпроводнике со спариванием частиц с равными спинами, если предположить, так же как и в однозонной модели, что сверхпроводящее состояние — это А-состояние, компоненты параметра порядка которого в нулевом поле имеют вид

$$\Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \eta_x^{\uparrow}k_x, \qquad \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \eta_x^{\downarrow}k_x.$$
(127)

Таким образом, наблюдаемая температурная зависимость анизотропии верхнего критического поля даёт



сильное указание по выбору определённого параметра порядка сверхпроводящего состояния URhGe.

## 4.4. Нули в спектре

## и теплоёмкость при низких температурах

Как отмечалось, и в отсутствие внешнего поля в ферромагнитных сверхпроводниках имеется внутреннее поле  $H_{\text{int}}$ , действующее на заряды электронов. Внутреннее поле в урановых ферромагнетиках превосходит нижнее критическое поле  $H_{c1}$ . Следовательно, мейснеровское состояние отсутствует и сверхпроводник пребывает в абрикосовском вихревом состоянии с пространственно неоднородным распределением параметра порядка и внутреннего магнитного поля. При низких температурах вследствие условия  $H_{\text{int}} \ll H_{c2}$  расстояние между вихрями становится значительно больше радиуса кора вихрей и можно разделить вклады в теплоёмкость, обусловленные корами вихрей и межвихревым пространством.

Вместо теплоёмкости принято работать с отношением  $C/T = \gamma$ , которое в нормальном металле прямо пропорционально электронной плотности состояний на поверхности Ферми. Вклад в теплоёмкость коров вихрей возникает вследствие практически бесщелевых возбуждений внутри коров. Следовательно, благодаря корам вихрей  $\gamma$  сохраняет конечную величину в пределе  $T \rightarrow 0$ :

$$\gamma_{\rm v} \approx \frac{H_{\rm int}}{H_{\rm c2}} \,\gamma_{\rm N} \,, \tag{128}$$

здесь <sub>ум</sub> — величина <sub>у</sub> в нормальном состоянии.

Другой вклад в плотность состояний даёт межвихревое пространство. Этот вклад возникает вследствие эффекта Воловика [48]. В этом случае энергия возбуждений







**Рис. 7.** Удельная теплоёмкость, делённая на температуру,  $C/T = \gamma$  в (a) UGe<sub>2</sub>, (б) URhGe и (в) UCoGe. (г) Отношение величины  $\gamma$  в пределе низких температур к её значению в нормальном состоянии,  $\gamma_0/\gamma_N$ , как функция величины упорядоченного момента, приходящегося на один атом урана [9].

даётся формулами (19) и (20). В отсутствие дополнительных фазовых переходов имеются сверхпроводящие состояния либо А, либо В с параметрами порядка (97), (98) и (99), (100) соответственно. Параметр порядка А-состояния обращается в нуль в изолированных точках  $k_x = k_y = 0$ . В этом случае вклад межвихревого пространства в плотность состояний [48] имеет вид

$$\gamma_{\rm iv}^{\rm A} \approx \frac{H_{\rm int}}{H_{\rm c2}} \ln \left(\frac{H_{\rm c2}}{H_{\rm int}}\right) \gamma_{\rm N} \,.$$
 (129)

Параметр порядка А-состояния обращается в нуль на линии  $k_z = 0$ , и вклад межвихревого пространства в плотность состояний [48] выражается как

$$\gamma_{\rm iv}^{\rm B} \approx \sqrt{\frac{H_{\rm int}}{H_{\rm c2}}} \gamma_{\rm N} \,.$$
(130)

Как показано в разделе 3, смешивание x- и y-компонент параметра порядка A-состояния весьма мало́ вследствие малой величины амплитуды спаривания  $V_3$ . Следовательно, щель в спектре возбуждений в A-состоянии почти равна нулю либо на линии  $k_x = 0$ , либо на линии  $k_y = 0$ . По этой причине межвихревая плотность состояний даётся той же формулой, что и для B-состояния.

Уравнения (129), (130) применимы для чистых монокристаллов. При наличии неоднородностей, порождаемых примесями, дислокациями и доменными стенками, щель в спектре возбуждений подавляется в конечной окрестности точек или линий нулей параметра порядка [36], так же как и вблизи доменных стенок. В результате плотность состояний при нулевой энергии приобретает вклад, не зависящий от магнитного поля. При достаточно большой концентрации примесей корневая зависимость от поля также изменяется [49].

Качественно низкотемпературная зависимость  $\gamma$  от магнитного поля в достаточно чистых образцах описывается выражением

$$\gamma_0 = \gamma_{\rm dw} + \gamma_{\rm iv} + \gamma_{\rm v} \approx \left(a + \sqrt{\frac{H_{\rm int}}{H_{\rm c2}}} + \frac{H_{\rm int}}{H_{\rm c2}}\right) \gamma_{\rm N} ,$$
 (131)

где постоянная  $a \ll 1$ .

Величина внутреннего магнитного поля может быть оценена как

$$H_{\rm int} = \text{const} \frac{\mu_{\rm U}}{a_{\rm UU}^3}, \qquad (132)$$

где  $\mu_{\rm U}$  — магнитный момент атома урана при нулевой температуре,  $a_{\rm UU}$  — расстояние между ближайшими атомами урана, примерно одинаковое в UCoGe, URhGe и UGe<sub>2</sub>. Однако соответствующие магнитные моменты,  $0,05\mu_{\rm B}, 0,4\mu_{\rm B}$  и  $\mu_{\rm B}$ , весьма отличаются друг от друга, что определяет различие внутренних полей в этих веществах. Неопределённость вносят неизвестные численные множители в формуле (132). Можно также определить внутреннее магнитное поле, полагая его равным внешнему полю вдоль направления спонтанной намагниченности, подавляющему многодоменную структуру.

Внутренние поля для UCoGe, URhGe и UGe<sub>2</sub>, оценённые в обзоре [9], равны соответственно 100, 800 и 2800 Гс, согласно различию магнитных моментов  $\mu_U$  в этих веществах. Верхние критические поля вдоль направления спонтанной намагниченности в UCoGe – 1,2 Тл [43], а в UGe<sub>2</sub> примерно –2,2 Тл [19]. Верхнее критическое поле в URhGe измерено [45] на образце с большим относительным остаточным сопротивлением (relative residual resistance — RRR), равным 21. Можно предполагать, что величина  $H_{c2}^z(T=0)$  на чистых образцах URhGe примерно та же, что и в UCoGe. Тогда зависящая от поля часть отношения  $\gamma_0/\gamma_N$ , оценённая по формуле (131), равна примерно 0,1 для UCoGe, 0,3 для URhGe и 0,5 для UGe<sub>2</sub>. Соответствующие экспериментальные значения этого отношения приведены на рис. 7.

## 5. Возвратная сверхпроводимость в URhGe

URhGe обладает удивительным свойством. При достаточно низкой температуре магнитное поле порядка 1,3 Тл, направленное вдоль оси *b*, подавляет сверхпроводящее состояние [45], но в значительно более высоких полях, около 10 Тл, сверхпроводимость восстанавливается и существует в полях вплоть до 13 Тл [30]. Максимальная критическая температура сверхпроводящего перехода в этом интервале полей около 0,4 К. В том же интервале полей URhGe переходит из ферромаг-



**Рис. 8.** Фазовая диаграмма URhGe в магнитном поле, параллельном оси b,  $H \parallel b$ . PM, FM и PPM — соответственно парамагнитное, ферромагнитное и сильно поляризованное парамагнитное состояния. SC и RSC — сверхпроводящее и возвратное сверхпроводящее состояния [50].

нитного состояния в парамагнитное в результате фазового перехода первого рода. Сверхпроводимость существует по обе стороны перехода, т.е. как в ферромагнитном, так и в парамагнитном состояниях (рис. 8).

Скачкообразное исчезновение спонтанной намагниченности в сильном магнитном поле вдоль направления b было отмечено уже в первой работе [30] по сверхпроводимости в URhGe, индуцированной сильным магнитным полем. Недавно первый род перехода был подтверждён наблюдением гистерезиса в холловском сопротивлении [50] в окрестности поля перехода  $H_{\rm R} \sim 12,5$  Тл.

В разделах 5.1–5.4 проведено феноменологическое описание фазового перехода из ферромагнитного состояния в парамагнитное в магнитном поле, перпендикулярном направлению спонтанной намагниченности. Найдена магнитная восприимчивость, и показано, что вблизи фазового перехода первого рода спаривающее взаимодействие сильно возрастает, стимулируя появление сверхпроводящего состояния.

### 5.1. Фазовый переход

## в орторомбическом ферромагнетике в магнитном поле, перпендикулярном спонтанной намагниченности

Свободная энергия Ландау для орторомбического ферромагнетика в поле H(r) имеет вид

$$\mathcal{F} = \int \mathrm{d}V \left(F_M + F_{\nabla}\right),\tag{133}$$

где в выражении

$$F_{M} = \alpha_{z}M_{z}^{2} + \beta_{z}M_{z}^{4} + \delta_{z}M_{z}^{6} + \alpha_{y}M_{y}^{2} + \alpha_{x}M_{x}^{2} + \beta_{xy}M_{x}^{2}M_{y}^{2} + \beta_{yz}M_{z}^{2}M_{y}^{2} + \beta_{xz}M_{z}^{2}M_{x}^{2} - \mathbf{MH}$$
(134)

мы приняли во внимание орторомбическую анизотропию, а также учли член шестого порядка в разложении по степеням  $M_z$ . Плотность градиентной энергии возьмём в обменном приближении:

$$F_{\nabla} = \gamma_{ij} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_j} \,. \tag{135}$$

Здесь x, y, z — координаты вдоль кристаллографических направлений a, b, c,

$$\alpha_z = \alpha_{z0}(T - T_{C0}), \quad \alpha_x > 0, \quad \alpha_y > 0, \quad (136)$$

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} \gamma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{zz} \end{pmatrix}.$$
 (137)

В постоянном магнитном поле  $\mathbf{H} = H_y \hat{\mathbf{y}}$  равновесные намагниченности вдоль направлений *x*, *y* получаются минимизацией свободной энергии (134) по  $M_x$ ,  $M_y$ :

$$M_x = 0, \qquad M_y = \frac{H_y}{2(\alpha_y + \beta_{yz}M_z^2)}.$$
 (138)

Подставляя эти выражения обратно в (134), получим

$$F_M = \alpha_z M_z^2 + \beta_z M_z^4 + \delta_z M_z^6 - \frac{1}{4} \frac{H_y^2}{\alpha_y + \beta_{yz} M_z^2}, \qquad (139)$$

что после разложения знаменателя в последнем члене даёт

$$F_{M} = -\frac{H_{y}^{2}}{4\alpha_{y}} + \tilde{\alpha}_{z}M_{z}^{2} + \tilde{\beta}_{z}M_{z}^{4} + \tilde{\delta}_{z}M_{z}^{6} + \dots, \qquad (140)$$

где

$$\tilde{\alpha}_{z} = \alpha_{z0}(T - T_{C0}) + \frac{\beta_{yz}H_{y}^{2}}{4\alpha_{y}^{2}}, \qquad (141)$$

$$\tilde{\beta}_z = \beta_z - \frac{\beta_{yz}}{\alpha_y} \frac{\beta_{yz} H_y^2}{4\alpha_y^2} \,, \tag{142}$$

$$\tilde{\delta}_z = \delta_z + \frac{\beta_{yz}^2}{\alpha_y^2} \frac{\beta_{yz} H_y^2}{4\alpha_y^2} \,. \tag{143}$$

Видно, что магнитное поле, перпендикулярное направлению спонтанной намагниченности, приводит к уменьшению температуры Кюри

$$T_{\rm C} = T_{\rm C}(H_y) = T_{\rm C0} - \frac{\beta_{yz} H_y^2}{4\alpha_y^2 \alpha_{z0}} \,. \tag{144}$$

Коэффициент  $\hat{\beta}_z$  также уменьшается с возрастанием поля  $H_v$  и достигает нуля при

$$H_{y}^{\rm cr} = \frac{2\alpha_{y}^{3/2}\beta_{z}^{1/2}}{\beta_{yz}} \,. \tag{145}$$

В этом поле при выполнении условия

$$\frac{\alpha_{z0}\beta_{yz}T_{C0}}{\alpha_{y}\beta_{z}} > 1 \tag{146}$$

температура Кюри ещё положительна и при  $H_y > H_y^{cr}$ фазовый переход становится переходом первого рода (рис. 9). Точка  $(H_y^{cr}, T_C(H_y^{cr}))$  на линии фазового перехода из ферромагнитного состояния в парамагнитное является трикритической точкой.

Минимизация свободной энергии (140) даёт величину параметра порядка в ферромагнитном состоянии

$$M_z^2 = \frac{1}{3\,\tilde{\delta}_z} \left( -\tilde{\beta}_z + \sqrt{\tilde{\beta}_z^2 - 3\tilde{\alpha}_z\tilde{\delta}_z} \,\right). \tag{147}$$



Рис. 9. (В цвете онлайн.) Фазовая диаграмма одноосного ферромагнетика в магнитном поле, перпендикулярном оси спонтанного намагничения. РМ и FM — парамагнитное и ферромагнитное состояния. Красная кривая — температура Кюри. Синяя кривая линия перехода первого рода.

Минимизация свободной энергии в парамагнитном состоянии

$$F_{\text{para}} = \alpha_y M_y^2 - H_y M_y \tag{148}$$

по  $M_y$  даёт равновесную величину намагниченности  $M_y$  в парамагнитном состоянии:

$$M_y = \frac{H_y}{2\alpha_y} \,. \tag{149}$$

Подставляя последнее выражение обратно в уравнение (148), находим равновесную величину энергии в парамагнитном состоянии

$$F_{\text{para}} = -\frac{H_y^2}{4\alpha_y} \,. \tag{150}$$

На линии фазового перехода первого рода, определяемой уравнениями [51]

$$F_M = F_{\text{para}}, \quad \frac{\partial F_M}{\partial M_z} = 0,$$
 (151)

параметр порядка M<sub>z</sub> испытывает скачок (рис. 10) от

$$M_z^{*2} = -\frac{\tilde{\beta}_z}{2\tilde{\delta}_z} \tag{152}$$

в ферромагнитном состоянии до нуля в парамагнитном. Подставляя выражение (152) обратно в уравнение





**Рис. 10.** Зависимости  $M_z(H_v)$  и  $M_v(H_v)$  от магнитного поля со скачками при фазовом переходе первого рода.

 $H_{v}$ 

 $F_M=F_{\rm para},$  получим уравнение для линии перехода первого рода

$$4\tilde{\alpha}_z \delta_z = \beta_z^2, \qquad (153)$$

т.е.

$$T^* = T^*(H_y) = T_{C0} - \frac{\beta_{yz} H_y^2}{4\alpha_v^2 \alpha_{z0}} + \frac{\tilde{\beta}_z^2}{4\alpha_{z0} \tilde{\delta}_z}.$$
 (154)

Соответствующий скачок  $M_y$  даётся выражением (см. рис. 10)

$$M_{y}^{*} = M_{y}^{\text{ferro}} - M_{y}^{\text{para}} = \frac{H_{y}}{2(\alpha_{y} + \beta_{yz}M_{z}^{*2})} - \frac{H_{y}}{2\alpha_{y}}.$$
 (155)

### 5.2. Восприимчивости

Компоненты восприимчивости в поле, перпендикулярном спонтанной намагниченности, находятся так же, как это было сделано в разделе 3.2 для случая параллельного поля. Они даются выражениями для ферромагнитного состояния при  $T < T^*$ :

$$\chi_{xx}^{f}(\mathbf{k}) \approx \left[ 2(\alpha_{x} + \beta_{xz}M_{z}^{2} + \beta_{xy}M_{y}^{2} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j}) \right]^{-1},$$

$$\chi_{yy}^{f}(\mathbf{k}) \approx \left[ 2(\alpha_{y} + \beta_{yz}M_{z}^{2} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j}) \right]^{-1},$$

$$\chi_{zz}^{f}(\mathbf{k}) \approx \left[ 2(\alpha_{z} + 6\beta_{z}M_{z}^{2} + 15\delta_{z}M_{z}^{4} + \beta_{yz}M_{y}^{2} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j}) \right]^{-1} =$$

$$= \left[ 2(4\beta_{z}M_{z}^{2} + 12\delta_{z}M_{z}^{4} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j}) \right]^{-1},$$
(156)

и для парамагнитного состояния при  $T > T^*$ :

$$\chi_{xx}^{p}(\mathbf{k}) \approx \left[2(\alpha_{x} + \beta_{xy}M_{y}^{2} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j})\right]^{-1},$$

$$\chi_{yy}^{p}(\mathbf{k}) \approx \left[2(\alpha_{y} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j})\right]^{-1},$$

$$\chi_{zz}^{p}(\mathbf{k}) \approx \left[2(\tilde{\alpha}_{z} + \gamma_{ij}k_{i}k_{j})\right]^{-1} =$$

$$= \left[2(\alpha_{z0}\left(T - T_{C}(H_{y})\right) + \gamma_{ij}k_{i}k_{j}\right)\right]^{-1}.$$
(157)

Триплетное спаривающее взаимодействие выражается через нечётную часть компонент восприимчивости:

$$\chi_{ii}^{\mathrm{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{1}{2} \left[ \chi_{ii}(\mathbf{k}-\mathbf{k}') - \chi_{ii}(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \right], \quad i = x, y, z. \quad (158)$$

Так что для ферромагнитного состояния при  $T < T^\ast$ имеем

$$\chi_{xx}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^{2}}{(a_{x}^{\mathrm{f}})^{2}} \hat{k}_{i}\hat{k}_{j}', \qquad \chi_{yy}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^{2}}{(a_{y}^{\mathrm{f}})^{2}} \hat{k}_{i}\hat{k}_{j}',$$

$$\chi_{zz}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^{2}}{(a_{j}^{\mathrm{f}})^{2}} \hat{k}_{i}\hat{k}_{j}', \qquad (159)$$

где

$$a_{x}^{f} = \alpha_{x} + \beta_{xz}M_{z}^{2} + \beta_{xy}M_{y}^{2} + 2\gamma k_{F}^{2},$$
  

$$a_{y}^{f} = \alpha_{y} + \beta_{yz}M_{z}^{2} + 2\gamma k_{F}^{2},$$
  

$$a_{z}^{f} = 4\beta_{z}M_{z}^{2} + 12\delta_{z}M_{z}^{4} + 2\gamma k_{F}^{2}.$$
  
(160)

Здесь  $M_z(H_y)$ ,  $M_y(H_y)$  — равновесные значения компонент намагниченности. Полезно сравнить полученные выражения для нечётных частей компонент восприимчивости с формулами (64)–(67), найденными при  $\delta_z = 0$ ,  $H_y = 0$ , но при  $H_z \neq 0$ .

Для парамагнитного состояния при  $T > T^*$ 

$$\begin{split} \chi_{xx}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') &\approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^{2}}{(a_{x}^{\mathrm{p}})^{2}}\,\hat{k}_{i}\,\hat{k}_{j}'\,, \qquad \chi_{yy}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^{2}}{(a_{y}^{\mathrm{p}})^{2}}\,\hat{k}_{i}\,\hat{k}_{j}'\,, \\ \chi_{zz}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') &\approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^{2}}{(a_{z}^{\mathrm{p}})^{2}}\,\hat{k}_{i}\,\hat{k}_{j}'\,, \end{split} \tag{161}$$
$$\begin{aligned} a_{x}^{\mathrm{p}} &= \alpha_{x} + \beta_{xy}M_{y}^{2} + 2\gamma k_{\mathrm{F}}^{2}\,, \\ a_{y}^{\mathrm{p}} &= \alpha_{y} + 2\gamma k_{\mathrm{F}}^{2}\,, \\ a_{z}^{\mathrm{p}} &= 2\alpha_{z0}\big(T - T_{\mathrm{C}}(H_{y})\big) + 2\gamma k_{\mathrm{F}}^{2}\,. \end{split} \tag{162}$$

Таким образом, при фазовом переходе первого рода из ферромагнитного состояния в парамагнитное компоненты восприимчивости скачком меняют свою величину.

Как мы видели в разделе 3.1, спаривающее взаимодействие в основном определяется нечётной частью *z*-компоненты восприимчивости,

$$\chi_{zz}^{\rm fu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij} k_{\rm F}^2}{4(2\beta_z M_z^2 + 6\delta_z M_z^4 + \gamma k_{\rm F}^2)^2} \,\hat{k}_i \hat{k}'_j \,. \tag{163}$$

Равновесная намагниченность  $M_z(H_y)$  убывает с возрастанием магнитного поля (см. рис. 10). Можно ожидать, что скачок  $M_z$  при переходе первого рода существенно меньше, чем величина намагниченности в отсутствие поля,  $H_y = 0$ , при низкой температуре,

$$M_z\Big|_{H_y=0,\,T=0} \gg M_z^* \,. \tag{164}$$

В этом случае, согласно уравнению (163), величина восприимчивости  $\chi_{zz}^{fu}$  на линии перехода первого рода значительно больше, чем при  $H_y = 0$ , что и стимулирует возвращение сверхпроводящего состояния.

## 5.3. Сверхпроводящее состояние

## в окрестности перехода первого рода

Уменьшение температуры Кюри магнитным полем, перпендикулярным спонтанной намагниченности, приводит к увеличению спаривающего взаимодействия. Этот эффект может оказаться сильнее, чем орбитальное подавление сверхпроводимости магнитным полем. В URhGe температура Кюри значительно выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_{\rm SC}$ . Поэтому орбитальный эффект подавляет сверхпроводимость  $(H_{c2}^b(T=0) \approx 1,3 \text{ Тл} (см. [45]))$  в значительно меньшем поле, чем то, в котором начинается заметное уменьшение температуры Кюри, стимулирующее спаривающее взаимодействие. Но в полях, бо́льших 10 Тл, этот эффект начинает превосходить орбитальный и сверхпроводящее состояние возвращается. Температура сверх-



**Рис. 11.** Магнитное поле  $H_y$ , направленное перпендикулярно обменному полю **h**.

проводящего перехода начинает возрастать, приближается к линии перехода первого рода и пересекает её [30, 50]. Посмотрим, что происходит с линией сверхпроводящего перехода при пересечении с линией перехода первого рода  $T^*(H_y)$  из ферромагнитного состояния в парамагнитное.

Во внешнем поле вдоль оси *b*, т.е. перпендикулярном обменному полю *h* (рис. 11), естественно выбрать направление квантования спинов вдоль полного поля  $h\hat{z} + H_y\hat{y}$ . Тогда матричная функция Грина нормального состояния сохранит диагональный вид,

$$\hat{G}_n = \begin{pmatrix} G^{\uparrow} & 0\\ 0 & G^{\downarrow} \end{pmatrix}, \tag{165}$$

где

$$G^{\uparrow,\downarrow} = \left(\mathrm{i}\omega_n - \xi_{\mathbf{k}}^{\uparrow,\downarrow} \pm \mu_{\mathrm{B}}\sqrt{h^2 + H_y^2}\right)^{-1}.$$
 (166)

Можно воспользоваться формулами, выведенными в разделе 3.1, но с тензором восприимчивости в новой системе координат:

$$\chi_{ij} \to \tilde{\chi}_{ij} = R_{il} \chi_{lm} R_{jm} \,, \tag{167}$$

где R — матрица поворота вокруг оси  $\hat{x}$  на угол  $\varphi$ , tan  $\varphi = H_v/h$ ,

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi\\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}.$$
 (168)

Для простоты мы ограничимся спариванием с равными спинами, пренебрегая величиной  $\Delta^0$ . Полагая  $\chi^{\rm u}_{xy} = 0$ , пренебрегая орбитальным эффектом и игнорируя координатную зависимость параметра порядка, получим уравнения для определения критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние  $T_{\rm SC}(H_y)$ :

$$\begin{split} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}) &= \mu_{\mathrm{B}} I^{2} T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \Big\{ \big[ \chi_{zz}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \cos^{2} \varphi + \\ &+ \chi_{yy}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \sin^{2} \varphi \big] G_{1}^{\uparrow} G_{2}^{\uparrow} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}') + \\ &+ \big[ \big( \chi_{xx}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') - \chi_{yy}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \big) \cos^{2} \varphi + \\ &+ \big( \chi_{xx}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') - \chi_{zz}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \big) \sin^{2} \varphi \big] G_{1}^{\downarrow} G_{2}^{\downarrow} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}') \Big\} \,, \quad (169) \end{split}$$



Рис. 12. Фазовые диаграммы URhGe (а) и UCoGe (б) в магнитном поле вдоль оси *b*. SC, FM и RSC означают соответственно сверхпроводящее, ферромагнитное и возвратное сверхпроводящее состояния [9].

$$\begin{aligned} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}) &= \mu_{\mathrm{B}} I^{2} T \sum_{n} \sum_{\mathbf{k}'} \left\{ \left[ \left( \chi_{xx}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') - \chi_{yy}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \right) \cos^{2} \varphi + \right. \\ &+ \left( \chi_{xx}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') - \chi_{zz}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \right) \sin^{2} \varphi \right] G_{1}^{\uparrow} G_{2}^{\uparrow} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q}) + \\ &+ \left[ \chi_{zz}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \cos^{2} \varphi + \chi_{yy}^{\mathrm{fu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \sin^{2} \varphi \right] G_{1}^{\downarrow} G_{2}^{\downarrow} \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k}') \right\}. \end{aligned}$$

$$(170)$$

Здесь  $G_1^{\uparrow} = G^{\uparrow}(\mathbf{k}', \omega_n), G_2^{\uparrow} = G^{\uparrow}(-\mathbf{k}', -\omega_n)$  и аналогично для функций Грина  $G_1^{\downarrow}$  и  $G_2^{\downarrow}$  (166). В ферромагнитном состоянии вблизи перехода первого рода угол  $\varphi \approx \pi/4$  и восприимчивости определены выражениями (159) и (160).

В парамагнитном состоянии восприимчивости определяются выражениями (161) и (162). Угол  $\varphi = \pi/2$ ,

$$G_{\text{para}}^{\uparrow,\downarrow} = \frac{1}{\mathrm{i}\omega_n - \xi_{\mathbf{k}} \pm \mu_{\mathbf{B}} H_y} \tag{171}$$

и уравнения для  $\Delta^{\uparrow}$ ,  $\Delta^{\downarrow}$  не зависят от  $\Delta^{0}$  [27]:

$$\begin{split} \mathcal{\Delta}^{\dagger}(\mathbf{k},\mathbf{q}) &= \mu_{\mathrm{B}}I^{2}T\sum_{n}\sum_{\mathbf{k}'}\left\{\chi_{yy}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}')G_{1}^{\dagger}G_{2}^{\dagger}\varDelta^{\dagger}(\mathbf{k}')+\right.\\ &+\left(\chi_{xx}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}')-\chi_{zz}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}')\right)G_{1}^{\downarrow}G_{2}^{\downarrow}\varDelta^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q})\right\}, \quad (172)\\ \mathcal{\Delta}^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{q}) &= \mu_{\mathrm{B}}I^{2}T\sum_{n}\sum_{\mathbf{k}'}\left\{\left(\chi_{xx}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}')-\chi_{zz}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}')\right)\times\right.\\ &\times\left.G_{1}^{\dagger}G_{2}^{\dagger}\varDelta^{\dagger}(\mathbf{k}',\mathbf{q})+\chi_{yy}^{\mathrm{pu}}(\mathbf{k},\mathbf{k}')G_{1}^{\downarrow}G_{2}^{\downarrow}\varDelta^{\downarrow}(\mathbf{k}',\mathbf{q})\right\}. \quad (173) \end{split}$$

Как отмечалось, компоненты восприимчивости претерпевают конечный скачок при переходе первого рода из ферромагнитного состояния в парамагнитное. Поверхности Ферми электронных зон со спином вдоль и против направления поля и соответствующие плотности состояний также испытывают скачкообразное изменение. Уравнения для определения температуры возникновения сверхпроводимости по обе стороны перехода ферромагнетик – парамагнетик также сильно различаются. Таким образом,  $T_{SC}(H_y)$  должна испытывать скачок при пересечении линии перехода первого рода  $T^*(H_y)$ , что и наблюдается в эксперименте [30].

### 5.4. Заключительные замечания

Представленное феноменологическое описание фазовой диаграммы URhGe в магнитном поле вдоль кристаллографического направления *b*, перпендикулярного направлению спонтанной намагниченности, показывает, что в достаточно сильном поле фазовый переход между ферромагнитным и парамагнитным состояниями становится переходом первого рода. Восстановление сверхпроводящего состояния объясняется сильным возрастанием магнитной восприимчивости в окрестности перехода по сравнению с её величиной в отсутствие поля. Вблизи линии перехода сверхпроводимость наблюдается как в ферромагнитном, так и в парамагнитном состояниях. Критическая температура перехода в сверхпроводящее состояние испытывает скачок при пересечении линии перехода первого рода.

Уменьшение температуры Кюри в магнитном поле, перпендикулярном направлению спонтанной намагниченности, увеличивает спаривающее взаимодействие, компенсируя подавление сверхпроводимости магнитным полем. В UCoGe, где температура Кюри  $T_{\rm C}$  не намного превосходит температуру перехода в сверхпроводящее состояние, этот механизм стимулирует возрастание верхнего критического поля вдоль оси *b*, наблюдаемое в полях выше 5 Тл (рис. 12). Этот же механизм вызывает возрастание скорости магнитной релаксации в магнитном поле вдоль оси *b*, обусловленное увеличением восприимчивости по мере приближения к температуре Кюри [52].

Кристаллографическое направление *а* является значительно более жёстким магнитным направлением, чем направление *b*. Следовательно, уменьшение температуры Кюри магнитным полем, направленным вдоль оси Если к полю  $H_y \approx 12$  Тл вблизи перехода первого рода добавить поле  $H_x$  вдоль оси *a*, увеличив суммарное поле  $H = (H_y^{*2} + H_x^2)^{1/2}$ , то это внесёт ничтожно малые изменения в спаривающее взаимодействие, ориентированное в отсутствие поля  $H_x$  вдоль жёсткого магнитного направления. В то же время орбитальное верхнее критическое поле в направлении *a* в полтора раза больше, чем в направлении *b* [45]. Это качественно объясняет стабильность сверхпроводящего состояния в URhGe в полях вплоть до  $H = (H_y^{*2} + H_x^2)^{1/2} \approx 30$  Тл [53].

Известно, что в поле Н<sub>z</sub> вдоль направления спонтанной намагниченности линия перехода первого рода  $T^*(H_v)$  расщепляется на две поверхности переходов первого рода,  $T^*(H_v, \pm H_z)$ . На этих поверхностях по мере увеличения |H<sub>z</sub>| скачок в спонтанной намагниченности уменьшается и полностью исчезает на линиях, берущих начало в трикритической точке  $T_{\rm C}(H_{\nu}^{\rm cr},H_z=0)$ . Было высказано предположение [53], что эти линии заканчиваются при нулевой температуре в квантовых критических точках в плоскости  $(H_v, H_z)$  и что магнитные квантовые критические флуктуации стимулируют появление сверхпроводящего состояния вблизи линии перехода первого рода. Идея выглядит заманчиво. Можно заметить, однако, что трикритическая линия  $T^{cr}(H_v, H_z)$  может вообще не достигать абсолютного нуля или просто располагаться достаточно далеко от сверхпроводящей области на фазовой диаграмме. Стремление найти критические флуктуации мотивировало эксперименты [54], в которых было продемонстрировано огромное увеличение флуктуаций ЯМР-релаксации в URh<sub>0,9</sub>Co<sub>0,1</sub>Ge в поле  $H_v \approx 13$  Тл. Измерения проводились при температуре 1,6 К, т.е. в области перехода второго рода между ферромагнитным и парамагнитным состояниями. Возвратная свехпроводимость появляется при существенно более низкой температуре вблизи перехода первого рода, где влияние критических флуктуаций определённо меньше. Здесь мы продемонстрировали, что сверхпроводящее состояние в URhGe может возникнуть и без влияния критических флуктуаций из-за сильного возрастания продольной восприимчивости вблизи линии перехода первого рода между ферромагнитным и парамагнитным состояниями.

# 6. Критическая магнитная релаксация в ферромагнитных соединениях урана

### 6.1. Критическая магнитная релаксация в ферромагнетиках

Возбуждения в магнитных системах измеряют с помощью рассеяния нейтронов. Интенсивность неупругого рассеяния нейтронов

$$I(\mathbf{Q},\omega) = A(k_{\rm i},k_{\rm f})(\delta_{\alpha\beta} - \hat{Q}_{\alpha}\hat{Q}_{\beta}) |F(\mathbf{Q})|^2 S_{\alpha\beta}(\mathbf{q},\omega) \quad (174)$$

выражается через динамический структурный фактор

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{q},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \, \exp\left(\mathrm{i}\omega t\right) \left\langle M_{\alpha\mathbf{q}}(t)M_{\beta-\mathbf{q}}(0)\right\rangle,$$

представляющий собой корреляционную функцию магнитных моментов [55], которая, согласно флуктуационно-диссипационной теореме, связана с мнимой частью магнитной восприимчивости:

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{q},\omega) = \frac{2}{1 - \exp\left(-\omega/T\right)} \,\chi_{\alpha\beta}^{\prime\prime}(\mathbf{q},\omega) \,. \tag{175}$$

Переданный волновой вектор  $\mathbf{Q} = \mathbf{q} + \mathbf{\tau}$  является суммой волнового вектора обратной решётки  $\mathbf{\tau}$  и вектора  $\mathbf{q}$ , лежащего в первой зоне Бриллюэна.  $\hat{Q}_{\alpha}$  — направляющий косинус вектора  $\mathbf{Q}$  по отношению к направлению  $\alpha$ .  $F(\mathbf{Q})$  — магнитный формфактор, измеряемый в экспериментах по упругому рассеянию нейтронов. Постоянная Планка положена равной единице,  $\hbar = 1$ .

Мнимую часть восприимчивости для каждого кристаллографического направления можно взять в виде функции

$$\frac{\chi''(\mathbf{q},\omega)}{\omega} = \frac{A}{\omega^2 + \Gamma_{\mathbf{q}}^2},\tag{176}$$

зависящей от экспериментально измеряемых амплитуды A и ширины  $\Gamma_q$  интенсивности рассеяния. Соотношение Крамерса – Кронига позволяет найти действительную часть восприимчивости

$$\chi_{(\mathbf{q})} = \chi'(\mathbf{q}, 0) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\chi''(\mathbf{q}, \omega)}{\omega} \, \mathrm{d}\omega = \frac{A}{\Gamma_{\mathbf{q}}} \,. \tag{177}$$

В отсутствие стенок и спин-орбитального взаимодействия намагниченность сохраняется. Следовательно, в гейзенберговском ферромагнетике при температурах выше температуры Кюри  $T_{\rm C}$  диффузия является единственным механизмом релаксации [55, 56] намагниченности и

$$S(\mathbf{q},\omega) = \frac{2\omega\chi(\mathbf{q})}{1 - \exp\left(-\omega/T\right)} \frac{\Gamma_{\mathbf{q}}}{\omega^2 + \Gamma_{\mathbf{q}}^2}, \qquad (178)$$

так что ширина линии квазиупругого рассеяния

$$\Gamma_{\mathbf{q}} = Dq^2 \tag{179}$$

определяется коэффициентом диффузии *D*. Квадратичная зависимость  $\Gamma_q$  от волнового вектора, наблюдаемая в широком диапазоне температур, превышающих температуру Кюри, в никеле и железе (см. [57] и приведённые там ссылки), сменяется вблизи  $T_C$  зависимостью  $\Gamma \propto q^{2,5}$ согласно предсказаниям теории взаимодействующих мод [58].

В слабых ферромагнетиках с коллективизированными электронами при  $T > T_{\rm C}$  доминирует другой механизм бездиссипативной релаксации. Структурный фактор даётся тем же выражением (178), но ширина линии определяется равенством [59, 60]

$$\chi(\mathbf{q})\Gamma_{\mathbf{q}} = \chi_{\mathbf{P}}\omega(\mathbf{q})\,,\tag{180}$$

где  $\chi_P$  — паулиевская восприимчивость в газе свободных электронов,  $\omega(\mathbf{q})$  — затухание Ландау, равное  $(2/\pi)qv_F$ для сферической ферми-поверхности. Линейная зависимость ширины линии от волнового вектора наблюдалась в MnSi [61]. Однако в других слабых ферромагнетиках с коллективизированными электронами, MnP [62] и Ni<sub>3</sub>Al [63], зависимость ширины линии от волнового вектора ближе к предсказанной теорией динамического масштабирования [58].

### 6.2. Магнитная релаксация в ферромагнитных соединениях урана

В урановых ферромагнетиках магнитная восприимчивость вдоль лёгкой оси значительно больше восприимчивости в перпендикулярных направлениях. В UGe2 лёгкая ось направлена вдоль кристаллографической оси а. В нейтронных экспериментах [33] не обнаружено никакого дополнительного рассеяния по сравнению с фоном при переданных волновых векторах q, параллельных оси a, тогда как при q, направленном вдоль оси c, обнаружено сильное рассеяние, зависящее от температуры, как и должно быть согласно формуле (174). Измерения магнитной релаксации в UGe<sub>2</sub> [33, 64] показывают, что Г<sub>q</sub> не обращается в нуль при  $q \to 0$  и температурах, отличных от температуры Кюри. То же самое было найдено в UCoGe [65] для рассеяния с волновым вектором q, параллельным направлению а, так как лёгкая ось в этом соединении<sup>4</sup> направлена вдоль оси c. Таким образом, в урановых ферромагнетиках имеется некоторый механизм однородной релаксации намагниченности.

Релаксация намагниченности в электронном газе обусловлена процессами переворота спинов электронов, вызванными спин-орбитальным взаимодействием электронов между собой [66] или магнитных моментов блоховских электронов с потенциалом ионов колеблющейся кристаллической решётки [67, 68]. Оба механизма дают ничтожно малую величину скорости однородной магнитной релаксации, не наблюдаемую в ферромагнитных металлах, тогда как измеренные скорости однородной релаксации в UGe<sub>2</sub> [33] порядка нескольких кельвинов. Для конкретности мы будем обсуждать именно этот материал.

Магнитная восприимчивость монокристаллов UGe<sub>2</sub> изучалась в работах [69–71]. Измеренная величина намагниченности вдоль лёгкой оси при нулевой температуре равна 1,43  $\mu_{\rm B}$  на один атом урана, что в случае делокализованного ферромагнитного состояния соответствовало бы полуметаллу с полностью поляризованной единственной зоной. С другой стороны, эксперименты по нейтронному рассеянию [16] показывают, что: 1) магнитный формфактор M(q) по форме не отличим от формфактора свободных ионов U<sup>3+</sup> или U<sup>4+</sup>; 2)  $M(q \rightarrow 0)$  при низкой температуре совпадает с намагниченностью, измеренной магнитометром, с точностью 1 %. Таким образом, практически весь магнитный момент как в парамагнитном, так и в ферромагнитном состояниях сосредоточен около атомов урана<sup>5</sup>.

Статические магнитные свойства UGe<sub>2</sub> хорошо описываются [71] в модели расщепления состояния иона урана U<sup>4+</sup> кристаллическим полем. Это терм <sup>3</sup>H<sub>4</sub>, соответствующий конфигурации 5f<sup>2</sup> локализованных электронов. Зонные электронные состояния сформированы из двух 7s-орбиталей, одной 6d-орбитали и одной 5f-орбитали урана, а также из орбиталей германия. Таким образом, f-электроны в UGe2 распределены и по локализованным, и по делокализованным состояниям. Терм  ${}^{3}\text{H}_{4}$  каждого атома урана с полным моментом J = 4 в парамагнитном состоянии расщеплён кристаллическим полем на три квазидублета и три синглета [71]. Уменьшение температуры изменяет заселённости этих состояний, что проявляется в температурной зависимости намагниченности. Снятие вырождения основного состояния, соответствующего нижнему псевдодублету, вызывает магнитное упорядочение со спонтанным магнитным моментом  $\sim 1.5 \,\mu_{\rm B}$  на атом урана, вдвое меньшим момента Кюри-Вейсса, найденного из восприимчивости в парамагнитном состоянии. В экспериментах по мюмезонной релаксации [72, 73] было продемонстрировано, что подсистема делокализованных электронов, сформированная из электронов с 7s-, 6d-орбиталей и частично 5f-орбитали, даёт вклад 0,02 µ<sub>в</sub> в ферромагнитное упорядочение. Все перечисленные экспериментальные наблюдения и теоретические вычисления [71] однозначно указывают на локальную природу ферромагнетизма в UGe<sub>2</sub>. Это означает, что квазиупругое рассеяние нейтронов происходит главным образом на флуктуациях намагниченности в подсистеме локализованных моментов.

Взаимодействие между локализованной и делокализованной электронными подсистемами приводит к релаксации намагниченности в парамагнитном и ферромагнитном состояниях в UGe<sub>2</sub>. Этот тип релаксации является аналогом спин-решёточной релаксации, хорошо известной в физике ядерного магнитного резонанса [74]. В нашем случае создаваемая локализованными магнитными моментами атомов урана намагниченность, дающая основной вклад в рассеяние нейтронов, играет роль "спиновой" подсистемы, в то время как делокализованные электроны представляют собой "решёточные" степени свободы, поглощающие и погашающие флуктуации намагниченности. В отличие от ЯМР-релаксации, определяемой взаимодействием магнитных моментов электронов и ядер, спин-решёточная релаксация между локализованными электронами и электронами проводимости определяется спин-спиновыми обменными процессами и не имеет релятивистской малости, характерной для ЯМР-релаксации. Отклонения намагниченности от равновесного значения релаксируют к равновесию, переходя к электронам проводимости. В соответствии с этим мы будем рассматривать намагниченность, практически полностью определяемую намагниченностью локализованных моментов, как несохраняющуюся величину [34].

Процесс релаксации намагниченности вдоль направления лёгкой оси описывается кинетическим уравнением Ландау – Халатникова [75]

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -A \, \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta M} \,. \tag{181}$$

Здесь  $\mathcal{F}$  — энергия флуктуаций параметра порядка в парамагнитной области в квазистационарном магнитном поле вдоль направления лёгкой оси,

$$\mathcal{F} = \int \mathrm{d}V \bigg( \alpha_0 (T - T_\mathrm{C}) M^2 + \gamma_{ij} \frac{\partial M}{\partial x_i} \frac{\partial M}{\partial x_j} - MH \bigg) \,. \tag{182}$$

Градиентная энергия в орторомбическом кристалле в обменном приближении определяется тремя постоянными:  $\gamma_{xx}$ ,  $\gamma_{yy}$ ,  $\gamma_{zz}$ ; оси координат x, y, z направлены по

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Малая остаточная величина  $\Gamma_0$  была также зарегистрирована в ферромагнетике MnP [62].

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Такое же свойство локализации намагниченности на атомах урана обнаружено в URhGe [17] и UCoGe [18]. Для последнего соединения имеются также недавние данные [20, 21], частично противоречащие результатам, опубликованным в [18].

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \nabla_i j_i = -\frac{M_\alpha}{\tau} + AH, \qquad (183)$$

где  $\tau^{-1} = 2A\alpha_0(T - T_C), j_i$  — компоненты спинового диффузионного тока,

$$j_i = -2A\gamma_{ij} \frac{\partial M}{\partial x_i} \,. \tag{184}$$

Подставляя в кинетическое уравнение

$$M = m_{\mathbf{q}\omega} \exp\left[\mathrm{i}(\mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t)\right],$$
$$H = h_{\mathbf{q}\omega} \exp\left[\mathrm{i}(\mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t)\right],$$

получаем восприимчивость

$$\chi(\mathbf{q},\omega) = \frac{m_{\mathbf{q}\omega}}{h_{\mathbf{q}\omega}} = \frac{A}{-\mathrm{i}\omega + \Gamma_{\mathbf{q}}} \,. \tag{185}$$

Ширина линии квазиупругого рассеяния при **q** || *c* 

$$\Gamma_{\mathbf{q}} = 2A \left[ \alpha_0 (T - T_{\mathrm{C}}) + \gamma_{yy} q_c^2 \right].$$
(186)

При температурах ниже температуры Кюри  $T_{\rm C}$  в ферромагнитном состоянии равновесное значение намагниченности  $M = M_0(T)$  и энергия флуктуаций выражается как

$$\mathcal{F} = \int dV \left[ 2\alpha_0 (T_{\rm C} - T)(M - M_0)^2 + \gamma_{ij} \frac{\partial M}{\partial x_i} \frac{\partial M}{\partial x_j} - (M - M_0) H \right].$$
(187)

Выражение для восприимчивости имеет тот же вид, что и (185), а ширина линии квазиупругого рассеяния

$$\Gamma_{\mathbf{q}} = 2A \left[ 2\alpha_0 (T_{\mathrm{C}} - T) + \gamma_{yy} q_c^2 \right].$$
(188)

### 6.3. Заключительные замечания

Экспериментально были измерены две независимые величины: ширина  $\Gamma_{\mathbf{q}}$  и амплитуда  $A = \chi(\mathbf{q})\Gamma_{\mathbf{q}}$  распределения (178) (рис. 13). Вычисления показывают: 1) ширина линии квазиупругого рассеяния нейтронов при температурах, близких к температуре Кюри, — линейная функция  $T - T_{\mathrm{C}}$ ; 2) абсолютная величина производной  $|d\Gamma_{q_c}/dT|$  в ферромагнитной области примерно вдвое больше, чем в парамагнитной; 3) зависимость от волнового вектора  $q_c$  — параболическая. Всё это качественно соответствует экспериментальным наблюдениям [33] (рис. 14а, б).

В то же время экспериментально установлено [33] (см. вставку на рис. 14в), что произведение  $\chi(\mathbf{q})\Gamma_{\mathbf{q}}$  не зависит от температуры при  $T > T_{\rm C}$ , но быстро убывает в области температур  $T < T_{\rm C}$ . Это означает, что с понижением температуры восприимчивость  $\chi(\mathbf{q})$  в UGe<sub>2</sub> уменьшается значительно быстрее, чем предсказывает теория среднего поля.

Многие экспериментальные наблюдения указывают на локальную природу ферромагнетизма в урановых соединениях. Взаимодействие между локализованной и коллективизированной электронными подсистемами создаёт специальный механизм магнитной релаксации, по-



**Рис. 13.** Интенсивность рассеяния как функция переданной энергии при  $\mathbf{Q} = (0, 0, 1, 04)$  (в единицах длин рёбер ячейки обратной решётки) при температуре 54 К, немного превышающей температуру Кюри, при T = 48 К и T = 1,5 К [33].

хожий на спин-решёточную релаксацию, известную в физике ЯМР. Эта релаксация, определяемая обменным спин-спиновым взаимодействием, значительно быстрее ЯМР-релаксации, обусловленной значительно более слабым взаимодействием между электронными и ядерными магнитными моментами. Феноменологическое описание квазиупругой магнитной релаксации основано на специфическом свойстве урановых соединений, состоящем в том, что локализованная на атомах урана намагниченность, дающая главный вклад в магнитное рассеяние, не сохраняется. В результате линия квазиупругого рассеяния при  $q \rightarrow 0$  приобретает конечную ширину при всех температурах, кроме температуры Кюри.

Этот вывод подтверждён микроскопическими вычислениями [76] магнитной релаксации вблизи перехода в ферромагнитное состояние в системе, состоящей из локализованных и коллективизированных электронов.

## 7. Анизотропия ядерной магнитной релаксации и верхнего критического поля в UCoGe

Эксперименты по ЯМР на ядрах кобальта в UCoGe показывают, что магнитное поле вдоль кристаллографического направления с сильно подавляет магнитные флуктуации вдоль этого направления [31, 77]. Было также обнаружено, что величина верхнего критического поля в этом сверхпроводнике резко убывает при малых отклонениях направления поля от кристаллографических осей а и b в сторону направления спонтанной намагниченности вдоль оси с [9, 32]. Следовательно, компонента магнитного поля вдоль оси с весьма эффективно подавляет сверхпроводящее состояние. Как мы видели, триплетное спаривание в урановых ферромагнитных сверхпроводниках в основном определяется продольными флуктуациями намагниченности с амплитудой, пропорциональной нечётной части восприимчивости  $\chi^{u}_{zz}$ . В этом разделе мы покажем, что оба упомянутых явления имеют общее происхождение и объясняются



**Рис. 14.** (а) Зависимость от волнового вектора  $\mathbf{q} \parallel c$  функции  $\Gamma_{\mathbf{q}}$  при трёх температурах. (б) Температурная зависимость  $\Gamma_{\mathbf{q}}$  при  $\mathbf{q} = (0, 0, 0, 04)$  в единицах обратной решётки (reciprocal lattice units — r.l.u.). (в) Зависимость от волнового вектора произведения  $\chi(\mathbf{q})\Gamma_{\mathbf{q}}$  при различных температурах выше  $T_{\rm C}$ . На вставке рис. в приведена зависимость от температуры произведения  $\chi(\mathbf{q})\Gamma_{\mathbf{q}}$  при  $\mathbf{q} = (0, 0, 0, 04)$  при температурах выше и ниже  $T_{\rm C}$  [33].

сильным возрастанием намагниченности (59) [44, 78] и соответствующим уменьшением дифференциальной восприимчивости UCoGe в магнитном поле вдоль оси *с*.

## 7.1. Ядерная магнитная релаксация

Скорость спин-решёточной ЯМР-релаксации, измеряемая в поле вдоль направления  $\alpha$ , определяется мнимой частью динамической восприимчивости в поле вдоль направлений  $\beta$  и  $\gamma$ , перпендикулярных направлению  $\alpha$ ,

$$\frac{1}{T_1^{\alpha}} \propto T \sum_{\mathbf{k}} \left( |A_{\rm hf}^{\beta}|^2 \, \frac{\chi_{\beta}''(\mathbf{k},\omega)}{\omega} + |A_{\rm hf}^{\gamma}|^2 \, \frac{\chi_{\gamma}''(\mathbf{k},\omega)}{\omega} \right). \quad (189)$$

При низких температурах скорость релаксации  $1/T_1$  в случае  $H \parallel c$  более чем на порядок меньше скорости релаксации, измеренной вдоль двух других кристаллографических направлений [77]. Таким образом, если нас интересует скорость релаксации в поле, направленном под углом  $\theta$  к оси *b* в *bc*-плоскости, который заметно меньше, чем  $\pi/2$ , то мы можем воспользоваться следующим выражением:

$$\frac{1}{T_1(\theta)} \propto T \sum_{\mathbf{k}} |A_{\rm hf}^z|^2 \frac{\chi_{zz}''(\mathbf{k},\omega)}{\omega} \cos^2 \theta \,. \tag{190}$$

Предполагая, что флуктуации электромагнитного поля на ядрах кобальта определяются флуктуациями намагниченности подсистемы локализованных магнитных моментов, как и в процессах, определяющих релаксацию в рассеянии нейтронов, мы можем использовать формулу

$$\frac{\chi_{zz}''(\mathbf{q},\omega)}{\omega} = \frac{A}{\omega^2 + \Gamma_{\mathbf{k}}^2}, \qquad \Gamma_{\mathbf{k}} = 2A(a + \gamma_{ij}k_ik_j), \qquad (191)$$

где

$$a = \alpha_z + \beta_{yz} M_y^2 + 6\beta_z M_z^2 = 2\beta_z (3M_z^2 - M_{z0}^2).$$
(192)

Последнее равенство, как и в уравнении (65), получено с помощью условия равновесия

$$2\alpha_z + 2\beta_{yz}M_y^2 + 4\beta_z M_z^2 = \frac{H_z}{M_z}$$

Здесь *M<sub>z</sub>*, *M<sub>z0</sub>* — равновесные компоненты намагниченности,

$$M_z = M_z(H_y, H_z) = M_z(H\cos\theta, H\sin\theta), \quad M_{z0} = M_z(H, 0),$$
(193)

в поле

$$\mathbf{H} = H_{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}} + H_{z}\hat{\mathbf{z}} = H\cos\theta\,\hat{\mathbf{y}} + H\sin\theta\,\hat{\mathbf{z}}\,. \tag{194}$$

При всех температурах, меньших температуры Кюри, можно использовать экспериментальные значения намагниченности  $M_z(H_v, H_z)$ .

ЯМР-измерения выполняются при частотах  $\omega \ll \Gamma_q$ , следовательно, скорость релаксации определяется выра-



**Рис. 15.** (В цвете онлайн.) Зависимость  $1/T_1$  от  $H_c$  [31].

жением

$$\frac{1}{T_1}(\theta) \propto T |A_{\rm hf}|^2 A \cos^2 \theta \int \frac{{\rm d}^3 k}{(2\pi)^3 \Gamma_{\bf k}^2} \,. \tag{195}$$

Для простоты можно вычислить сходящийся интеграл в сферическом приближении:

$$\int \frac{\mathrm{d}^3 k}{(2\pi)^3 \Gamma_{\mathbf{k}}^2} \approx \int_0^\infty \frac{4\pi k^2 \,\mathrm{d}k}{(2\pi)^3 (2A)^2 (a+\gamma k^2)^2} = \frac{1}{32\pi A^2 \sqrt{a\gamma^3}} \,.$$

Таким образом, сохраняя лишь зависящую от поля часть уравнения (195), получим

$$\frac{1}{T_1}(\theta) \propto \frac{\cos^2 \theta}{\sqrt{a}} = \frac{1 - H_z^2/H^2}{\sqrt{2\beta_z(3M_z^2 - M_{z0}^2)}} \,. \tag{196}$$

Измерения зависимости скорости ЯМР-релаксации от ориентации поля проводились в относительно слабых полях, H < 3,5 Тл [31]. В этом случае намагниченность  $M_{z0} = M_z(H,0)$  практически не зависит от поля  $H = H_y$  и её можно положить приблизительно равной спонтанной намагниченности  $M_{z0}(0,0)$ . С другой стороны,  $M_z = M_z(H_y, H_z) \approx M_z(0, H_z)$  быстро возрастает с увеличением  $H_z$ . Например, в поле  $H_z = 1$  Тл намагниченность  $M_z(0, H_z)$  вдвое больше, чем при  $H_z = 0$  [44]. Следовательно, при H = 3,5 Тл и  $H_z = 1$  Тл в соответствии с выражением (196) получим

$$\frac{1}{T_1}(H_z = 1 \text{ T}\pi) \approx 0.4 \frac{1}{T_1}(H_z = 0).$$
(197)

По сравнению с этой оценкой скорость релаксации  $(1/T_1)(H_z)$ , измеренная при T = 1,7 К [31], убывает более быстро с возрастанием поля  $H_z$  ( $H_c$  на рис. 15), что неудивительно ввиду грубости приближений, сделанных при выводе уравнения (196).

Таким образом, зависимость скорости ЯМР-релаксации от магнитного поля вдоль направления спонтанной намагниченности определяется соответствующей полевой зависимостью продольной компоненты магнитной восприимчивости.

### 7.2. Анизотропия верхнего критического поля

Аномальная анизотропия верхнего критического поля в UCoGe [9, 32] также является следствием сильной полевой зависимости продольной магнитной восприимчивости, определяющей амплитуду спаривающего взаимодействия. Для поля, параллельного спонтанной намагниченности, т.е. вдоль оси *c*, эта зависимость выведена в разделе 4.2. В поле, направленном вдоль оси *b*, критическая температура при пренебрежении орбитальными эффектами определяется уравнениями (169) и (170). В поле  $\mathbf{H} = H_y \hat{\mathbf{y}} + H_z \hat{\mathbf{z}}$ , направленном в плоскости *bc*, уравнения (169) и (170) сохраняют свой вид, но функции Грина выражаются по-другому:

$$G^{\uparrow,\downarrow} = \left[\mathrm{i}\omega_n - \xi_{\mathbf{k}}^{\uparrow,\downarrow} \pm \mu_{\mathrm{B}}\sqrt{\left(h + H_z\right)^2 + H_y^2}\,\right]^{-1},\qquad(198)$$

а угол  $\varphi$  определяется как  $\tan \varphi = H_y/(h+H_z)$ . Восприимчивости приобретают вид

$$\chi_{zz}^{\rm u}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}k_{\rm F}^2}{4\left[\beta_z(3M_z^2 - M_{z0}^2) + \gamma k_{\rm F}^2\right]^2} \,\hat{k}_i \,\hat{k}_j'\,,\tag{199}$$

$$\chi_{yy}^{\mathbf{u}}(\mathbf{k},\mathbf{k}') \approx \frac{\gamma_{ij}k_{\mathrm{F}}^2}{(\alpha_y + \beta_{yz}M_z^2 + 2\gamma k_{\mathrm{F}}^2)^2} \,\hat{k}_i \hat{k}_j'\,,\tag{200}$$

где

$$M_z = M_z(H_y, H_z) = M_z(H\cos\theta, H\sin\theta), \quad M_{z0} = M_z(H, 0)$$

представляют собой равновесные компоненты намагниченности в поле  $\mathbf{H} = H_y \hat{\mathbf{y}} + H_z \hat{\mathbf{z}}.$ 

Как обычно, можно пренебречь величиной  $\chi_{yy}^{u}$  ввиду её малости по сравнению с  $\chi_{zz}^{u}$ . Тогда, предполагая, как и в разделе 4.2, что наибольшая критическая температура соответствует сверхпроводящему состоянию  $(\hat{k}_x \eta_x^{\uparrow}, \hat{k}_x \eta_x^{\downarrow})$ , в однозонном приближении получим

$$\ln \frac{\varepsilon}{T_{\rm SC}} = \frac{1}{g_{1x}^{\dagger}} \propto \frac{\left[\beta_z (3M_z^2 - M_{z0}^2) + \gamma^z k_{\rm F}^2\right]^2}{\cos^2 \varphi} \,. \tag{201}$$

В настоящее время экспериментальные данные о поведении  $M_z = M_z(H_v, H_z)$  при низких температурах как функции двух аргументов отсутствуют. Все измерения производились в поле, направленном вдоль одной из кристаллических осей а, b или с [44, 78]. Однако, судя по результатам измерений в области низких температур и высоких магнитных полей [78], где имеет место явление сильной анизотропии верхнего критического поля, можно ожидать, что возрастание поля Н<sub>г</sub> при данной величине  $H_v$  будет значительно увеличивать  $M_z$ . Уменьшение поля  $H_v$ , приводя к возрастанию температуры Кюри, также будет увеличивать М<sub>г</sub>. Таким образом, любое отклонение магнитного поля от направлений b или *а* приводит к увеличению  $M_z = M_z(H_v, H_z)$  и, следовательно, в соответствии с уравнением (201), к существенному уменьшению постоянной спаривающего взаимодействия. Это объясняет сильную анизотропию верхнего критического поля, наблюдаемую в UCoGe в области низких температур и сильных магнитных полей [9, 32] (рис. 16).

## 8. Переход первого рода в ферромагнитное состояние в UGe<sub>2</sub>

Фазовые диаграммы давление – температура нескольких слабых ферромагнетиков схожи между собой. При нормальном давлении переход в ферромагнитное состояние — это фазовый переход второго рода. Температура перехода убывает с возрастанием давления и при некотором давлении  $P_0$  достигает нуля. В некотором интервале давлений, меньших  $P_0$ , магнитное упорядоче-



**Рис. 16.** Угловая зависимость  $H_{\rm c2}$  при температуре 0,1 К в UCoGe.  $T_{\rm SC}(H=0) \approx 0.6$  К [9].



Рис. 17. Фазовая диаграмма UGe<sub>2</sub>. Жирные кривые — линии переходов первого рода. Кружками отмечены критическая и трикритическая точки. Область существования сверхпроводимости выделена затемнением [33].

ние исчезает скачкообразно. Таким образом, при высоких давлениях и низких температурах ферромагнитное и парамагнитное состояния разделены фазовым переходом первого рода, тогда как при более низких давлениях и высоких температурах переход между этими состояниями — это переход второго рода. Так происходит в MnSi [79–82], UGe<sub>2</sub> [83, 84] (рис. 17), ZrZn<sub>2</sub> [85]. Подобная фазовая диаграмма имеет место и в ферромагнитных соединениях Co(Si<sub>1-x</sub>Se<sub>x</sub>)<sub>2</sub> [86] и (Sr<sub>1-x</sub>Ca<sub>x</sub>)RuO<sub>3</sub> [82], где роль давления играет концентрация селена или кальция.

# 8.1. Переход в ферромагнитное состояние в теории ферми-жидкости

Фазовый переход из парамагнитного состояния в ферромагнитное в электронной жидкости, обычно рассматриваемый в рамках механизма Стонера, — это фазовый переход второго рода [59]. Некоторое время назад Белитц, Киркпатрик и Войта (БКВ) указали на то, что при низких температурах этот переход должен стать переходом первого рода вследствие корреляционных эффектов, которые приводят к появлению логарифмического члена в разложении плотности свободной энергии по степеням намагниченности *M* [87]:

$$E = E_0 + \alpha M^2 + \beta M^4 + v M^4 \ln |M| + \dots$$
 (202)

В самом деле, при положительном коэффициенте v и малых M член четвёртого порядка в (202) становится отрицательным и переход в ферромагнитное состояние будет переходом первого рода.

Логарифмическая поправка к члену четвёртого порядка имеет длительную историю. Впервые эта поправка была вычислена С. Канно [88] в 1970 г. в модели разрежённого ферми-газа во втором порядке теории возмущений по безразмерному параметру  $k_Fa$ , где  $k_F$  — импульс Ферми, связанный с полной плотностью частиц

$$n=n^{\uparrow}+n^{\downarrow}=rac{k_{\mathrm{F}}^{\,3}}{3\pi^2}\,,$$

a > 0 — длина рассеяния в s-канале. В общем случае для решения задачи о фазовом переходе при T = 0 надо найти плотность энергии ферми-газа

$$E(x) = \frac{3}{5} n\varepsilon_{\rm F} f(M)$$

как функцию безразмерной спиновой поляризации (намагниченности)

$$M = \frac{n^{\uparrow} - n^{\downarrow}}{n^{\uparrow} + n^{\downarrow}}$$

при данном  $k_{\rm F}a$ . Здесь  $\varepsilon_{\rm F} = k_{\rm F}^2/(2m)$ .

В первом порядке по k<sub>F</sub>a фазовый переход в ферромагнитное состояние оказывается переходом второго рода [89] и происходит при  $k_{\rm F}a = \pi/2$ . Во втором порядке по k<sub>F</sub>a теория возмущений предсказывает переход первого рода [90-92] при  $k_{\rm F}a = 1,054$ , что соответствует аргументации БКВ. Однако, поскольку переход происходит при значениях газового параметра  $k_{\rm F}a$  порядка единицы, предсказания, основанные на теории возмущений, не вызывают доверия. Теория, суммирующая лестничные диаграммы всех порядков по газовому параметру [93], предсказывает переход второго рода при  $k_{\rm F}a = 0.858$ , что находится в хорошем согласии с результатами численных вычислений квантовым методом Монте-Карло [94], дающими переход при  $k_{\rm F}a = 0,86$ . Это означает, что ферромагнитный переход в ферми-жидкости происходит не по сценарию БКВ.

Таким образом, переход первого рода в UGe<sub>2</sub> не может быть объяснён в рамках теории изотропной ферми-жидкости, даже если забыть о том, что это соединение представляет собой сильно анизотропный ферромагнитный металл с магнитным моментом, сосредоточенным вокруг атомов урана.

Следует также отметить, что изотропная ферромагнитная ферми-жидкость неустойчива к поперечным неоднородным отклонениям намагниченности [95, 96]. Таким образом, задача о переходе изотропной ферми-жидкости в ферромагнитное состояние представляет лишь академический интерес.

#### 8.2. Магнитоупругий механизм

### развития неустойчивости первого рода

Магнитоупругий механизм развития неустойчивости первого рода был предложен в работе [97], где было показано, что смена второго рода перехода первым имеет место при достаточно большой сжимаемости и "быстрой" зависимости обменного взаимодействия от межатомного расстояния. Это легко продемонстрировать в рамках теории фазовых переходов Ландау. Действительно, при пренебрежении сдвиговыми деформациями плотность свободной энергии вблизи фазового перехода в изинговском ферромагнетике имеет вид

$$F = \alpha_0 (T - T_{\rm C}) M^2 + \beta M^4 + \frac{K}{2} \varepsilon^2 - q \varepsilon M^2 .$$
 (203)

Здесь M — плотность намагниченности,  $\varepsilon$  — относительное изменение объёма, K — модуль объёмного сжатия. Коэффициент q связан с зависимостью температуры Кюри от давления:

$$q = \alpha_0 \frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}\varepsilon} = -\alpha_0 K \frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}P} \,. \tag{204}$$

При заданном давлении, т.е. когда изменение объёма магнетика не сопровождается изменением давления окружающей среды,  $\partial F/\partial \varepsilon = 0$ , деформация пропорциональна квадрату намагниченности,  $\varepsilon = (q/K)M^2$ , и

$$F = \alpha M^2 + \left(\beta - \frac{q^2}{2K}\right)M^4.$$
(205)

Следовательно, при  $q^2/(2K) > \beta$  фазовый переход становится переходом первого рода. Последнее неравенство можно представить через измеряемые величины:

$$\frac{K\Delta C}{T_{\rm C}} \left(\frac{\mathrm{d}T_{\rm C}}{\mathrm{d}P}\right)^2 > 1\,,\tag{206}$$

где мы использовали формальное выражение  $\Delta C = \alpha_0^2/(2\beta)T_{\rm C}$  для скачка перехода при фазовом переходе второго рода.

Магнитоупругое взаимодействие также индуцирует другой механизм неустойчивости перехода второго рода по отношению к скачкообразному формированию ферромагнитного состояния из парамагнитного. Впервые этот механизм был указан в работе [98]. При близких к критической  $T_{\rm C}(V)$  температурах, при которых удельная теплоёмкость  $C_{\rm fl}(\tau) \sim \tau^{-\alpha}$ ,  $\tau = T/T_{\rm C}(V) - 1$ , благодаря критическим флуктуациям стремится к бесконечности, объёмный модуль упругости

$$K = -V \frac{\partial P}{\partial V} = V \frac{\partial^2 F V}{\partial V^2} \,,$$

вычисляемый через плотность свободной энергии  $F = F_0 + F_{\rm fl}, F_{\rm fl} \sim -T_{\rm C} \tau^{2-\alpha}$ , становится отрицательным,

$$K = K_0 - A \frac{C_{\rm fl}(\tau) V^2}{T_{\rm C}} \left(\frac{\partial T_{\rm C}}{\partial V}\right)^2 =$$
$$= K_0 - A K_0^2 \frac{C_{\rm fl}(\tau)}{T_{\rm C}} \left(\frac{\partial T_{\rm C}}{\partial P}\right)^2 \Big|_{\tau \to 0} < 0, \qquad (207)$$

что противоречит термодинамической устойчивости системы. В действительности при приближении к критической температуре ещё до того, как будет достигнута температура, при которой K = 0, система испытывает фазовый переход первого рода, перескакивая через

область неустойчивости прямо в ферромагнитную фазу с конечной намагниченностью и соответствующей ей стрикционной деформацией. Этот переход походит на скачок через область с  $\partial P/\partial V > 0$  на изотерме Ван-дер-Ваальса при фазовом переходе жидкость – газ.

Условие неустойчивости первого рода (207) может быть представлено в виде, подобном (206),

$$\frac{K_0 C_{\rm fl}(\tau)}{T_{\rm C}} \left(\frac{\partial T_{\rm C}}{\partial P}\right)^2 > 1.$$
(208)

В отличие от условия (206), формула (208) показывает, что неустойчивость первого рода неизбежно наступает вследствие бесконечного возрастания флуктуационной теплоёмкости.

Стрикционное взаимодействие может изменить вид флуктуационной энергии по отношению к тому, который она имела при заданном объёме. Более сложные вычисления [99], учитывающие этот эффект, дают следующее условие возникновения неустойчивости первого рода:

$$\frac{1}{T_{\rm C}} \frac{4\mu K}{3K + 4\mu} f''(x) \left(\frac{\partial T_{\rm C}}{\partial P}\right)^2 > 1.$$
(209)

Здесь функция f(x) определяет флуктуационную часть свободной энергии  $F = -T_{\rm C} f[(T-T_{\rm C})/T_{\rm C}], \mu$  — модуль сдвига.

Обычно левая часть неравенства (208) весьма мала и переход первого рода происходит при температуре  $T^*$ , очень близкой к критической, где флуктуационная теплоёмкость достаточно велика. Это означает, что разность  $T^* - T_{\rm C}$  значительно меньше  $T_{\rm C}$ . Поэтому скрытая теплота при таком переходе

$$q \approx C_{\rm fl}(T^* - T_{\rm C}) \tag{210}$$

оказывается очень малой, и переход первого рода почти неотличим от фазового перехода второго рода. Такие переходы носят название слабых переходов первого рода или фазовых переходов первого рода, близких к переходам второго рода.

Согласно соотношениям (206), (208) магнитоупругий механизм действительно может изменить род перехода при достаточно сильной зависимости температуры перехода от давления. Это имеет место во всех материалах, перечисленных выше. Для того чтобы проверить выполнение критериев (206), (208), надо найти скачок теплоёмкости в теории среднего поля и флуктуационную часть теплоёмкости вблизи температуры Кюри для данного материала. В разделах 8.3, 8.4 мы проделаем это для UGe<sub>2</sub> [35], характеризующегося сильной магнитной анизотропией и резким убыванием критической температуры с возрастанием давления в области 14–15 кбар [3].

#### 8.3. Теплоёмкость вблизи температуры Кюри

UGe<sub>2</sub> — орторомбический материал, переходящий при нормальном давлении в ферромагнитное состояние при  $T_{\rm C} = 53$  К. Магнитные измерения демонстрируют очень сильную магнитную анизотропию [100] с лёгкой осью вдоль направления *a*, которое мы будем обозначать как направление *z*. Как и в разделе 7, мы будем принимать во внимание лишь флуктуации параметра порядка вдоль лёгкой оси. При температурах, превышающих температуру Кюри, флуктуации параметра порядка опреде-

ляются отклонениями свободной энергии системы

$$\mathcal{F} = \int d^{3}\mathbf{r} \left[ \alpha M^{2} + \beta M^{4} + \gamma_{ij} \nabla_{i} M \nabla_{j} M - \frac{1}{2} \frac{\partial^{2} M(\mathbf{r})}{\partial z^{2}} \int \frac{M(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^{3}\mathbf{r}' \right]$$
(211)

от равновесного значения.  $\alpha = \alpha_0 (T - T_C)$ . Градиентная энергия определяется тремя постоянными:  $\gamma_{xx}$ ,  $\gamma_{yy}$ ,  $\gamma_{zz}$ . Координаты x, y, z соответствуют кристаллографическим направлениям b, c, a. Последний нелокальный член в уравнении (211) соответствует магнитостатической энергии [101] внутреннего магнитного поля H, создаваемого намагниченностью, и выражается через неё посредством уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{div} \left( \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M} \right) = 0.$$

Мы будем использовать следующие оценки для коэффициентов в функционале Ландау:

$$\alpha_0 = \frac{1}{m^2 n} \,, \tag{212}$$

$$\beta = \frac{T_{\rm C}}{2(m^2 n)^2 n} \,, \tag{213}$$

$$\gamma_x \approx \gamma_y \approx \gamma_z \approx \frac{T_{\rm C} a^2}{m^2 n} \,.$$
 (214)

Здесь *т* — магнитный момент, приходящийся на один атом урана при нулевой температуре,  $m = 1,4\mu_{\rm B}$  при нормальном давлении [16],  $n = a^{-3}$  — плотность атомов урана, которую приближённо можно считать равной кубу обратного расстояния между соседними атомами урана a = 3,85 Å [19].

Средняя намагниченность и скачок теплоёмкости имеют вид

$$M^{2} = -\frac{\alpha}{2\beta} = (mn)^{2} \frac{T_{\rm C} - T}{T_{\rm C}}, \qquad (215)$$

$$\Delta C = \frac{T_{\rm C} \alpha_0^2}{2\beta} = n \,. \tag{216}$$

Найденный экспериментально скачок теплоёмкости  $\Delta C_{\rm exp} \approx 10 \ {\rm Д} {\rm ж} \ {\rm моль}^{-1} \ {\rm K}^{-1} \approx 1$  в пересчёте на один атом урана [19] точно соответствует теоретической величине (216).

Для вычисления флуктуационной теплоёмкости мы используем фурье-представление квадратичной по параметру порядка части уравнения (211)

$$\mathcal{F} = \sum_{\mathbf{k}} \left( \alpha + \gamma_{ij} k_i k_j + \frac{2\pi k_z^2}{k^2} \right) M_{\mathbf{k}} M_{-\mathbf{k}} , \qquad (217)$$

где  $M_{\mathbf{k}} = \int M(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$ . Последний член в выражении (217) соответствует магнитостатической энергии [35, 101]. Соответствующие свободная энергия и тепло-ёмкость, найденные в похожей модели одноосного сегнетоэлектрика Леванюком, имеют вид [102]

$$\mathcal{F}_{\rm fl} = -\frac{T}{2} \sum_{\mathbf{k}} \ln \frac{\pi T}{\alpha + \gamma_{ij} k_i k_j + 2\pi k_z^2 / k^2} \,, \tag{218}$$

$$C_{\rm fl0} = \frac{T^2 \alpha_0^2}{2(2\pi)^3} \int \frac{\mathrm{d}k_x \,\mathrm{d}k_y \,\mathrm{d}k_z}{\left(\alpha + \gamma_{ij} k_i k_j + 2\pi \hat{k}_z^2\right)^2} \,. \tag{219}$$

Переходя к сферическим координатам и интегрируя по модулю *k*, приходим к

$$C_{\rm fl0} = \frac{T^2 \alpha_0^2}{32\pi^2} \int_0^1 \mathrm{d}\zeta \int_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\varphi}{(\alpha + 2\pi\zeta^2)^{1/2} [\gamma_\perp + \zeta^2 (\gamma_z - \gamma_\perp)]^{3/2}} \,.$$
(220)

Здесь  $\gamma_{\perp}(\varphi) = \gamma_x \cos^2 \varphi + \gamma_y \sin^2 \varphi$ . При критической температуре  $\alpha = 0$  и интеграл расходится. Проинтегрировав по  $\zeta$ , получаем с логарифмической точностью

$$C_{\rm fl0} = \frac{T_{\rm C}^2 \alpha_0^2}{32\pi \sqrt{2\pi} \gamma^{3/2}} \ln \frac{2\pi}{\alpha} \approx \frac{n}{32\pi} \sqrt{\frac{T_{\rm C}}{2\pi m^2 n}} \ln \frac{2\pi m^2 n}{T - T_{\rm C}} , \quad (221)$$

где

$$\frac{1}{\gamma^{3/2}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\gamma_{\perp}^{3/2}(\varphi)}$$

Использованное условие  $\alpha \ll 2\pi$  при  $T_{\rm C} = 10~{\rm K}$  реализуется при

$$\frac{T - T_{\rm C}}{T_{\rm C}} < \frac{2\pi m^2 n}{T_{\rm C}} \approx 0.015.$$
(222)

Ввиду грубости оценки параметров область логарифмического возрастания теплоёмкости может быть шире.

Вычисления с учётом взаимодействия флуктуаций проведены Ларкиным и Хмельницким [103] в похожей модели одноосного сегнетоэлектрика. В наших обозначениях флуктуационная теплоёмкость, полученная в [103], имеет вид

$$C_{\rm fl} = \frac{3^{1/3} T_{\rm C}^2 \alpha_0^2}{16\pi \gamma_{\rm LK}^{2/3} \gamma^{3/2}} \left( \ln \frac{2\pi}{\alpha} \right)^{1/3}.$$
 (223)

Здесь  $\gamma_{LK} = 3T_C\beta/(\sqrt{32\pi}\gamma^{3/2})$  — эффективная постоянная взаимодействия. Используя выражения (212)–(214), выражение (223) можно представить как

$$C_{\rm fl} \approx \frac{n}{10} \left(\frac{T_{\rm C}}{2\pi m^2 n}\right)^{1/6} \left(\ln \frac{2\pi m^2 n}{T - T_{\rm C}}\right)^{1/3}.$$
 (224)

 $\{\ln [\alpha/(2\pi)]\}^{1/3}$  — весьма медленно изменяющаяся функция, мало отличающаяся от единицы, следовательно, в области температур, ограниченной неравенством (222), можно оценить флуктуационный вклад в теплоёмкость как

$$C_{\rm fl} \approx \frac{n}{5}$$
 (225)

Мы видим, что флуктуационная теплоёмкость меньше, чем скачок теплоёмкости в теории среднего поля (216). Следовательно, для того чтобы проверить наличие тенденции к фазовому переходу первого рода в UGe<sub>2</sub>, можно воспользоваться критерием (206).

### 8.4. Нестабильность перехода второго рода

Температура Кюри в UGe<sub>2</sub> монотонно уменьшается с увеличением давления, начиная с 53 К при нормальном давлении, и резко убывает при давлениях выше 15 кбар [3]. Среднюю величину производной критической температуры по давлению можно оценить как

$$\frac{\partial T_{\rm C}}{\partial P} \approx \frac{40 \text{ K}}{14 \text{ Koap}} = 4 \times 10^{-25} \text{ cm}^3.$$
(226)

Для объёмного модуля получаем

$$K = \rho c^2 \approx 10^{11} \text{ эрг см}^{-3}$$
. (227)

Здесь использованы типичная для металлов величина скорости звука  $c \approx 10^5$  см с<sup>-1</sup> и измеренное [104] значение плотности  $\rho = 10,26$  г см<sup>-3</sup>. Таким образом, для соотношения (206) получим

$$\frac{Kn}{T_{\rm C}} \left(\frac{\partial T_{\rm C}}{\partial P}\right)^2 = 0.2.$$
(228)

При  $T_C \approx 10$  К производная критической температуры по давлению значительно больше, чем её оценка согласно соотношению (226). Таким образом, мы приходим к заключению, что при температуре порядка 10 К критерий (206) выполняется и фазовый переход в ферромагнитное состояние становится переходом первого рода.

### 8.5. Заключительные замечания

Магнитоупругое взаимодействие способствует развитию неустойчивости по отношению к превращению перехода в упорядоченное состояние в переход первого рода в любом ферромагнетике. Однако температурный интервал, в котором развивается эта неустойчивость, обычно очень узок и переход первого рода практически неотличим от перехода второго рода. В анизотропном ферромагнетике UGe<sub>2</sub> быстрое убывание критической температуры при давлениях выше 14–15 кбар оказывается достаточным для смены второго рода перехода в ферромагнитное состояние первым родом.

При низких температурах, согласно теореме Нернста и соотношению Клапейрона – Клаузиуса

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}P} = \frac{v_1 - v_2}{s_1 - s_2}\Big|_{T \to 0} \to \infty, \qquad (229)$$

убывание температуры перехода первого рода становится бесконечно быстрым. Это означает, что даже слабый переход первого рода по мере приближения температуры к абсолютному нулю становится сильнее. Следовательно, наличие магнитоупругого взаимодействия в ферромагнетиках или в общем случае взаимодействия параметра порядка любой природы с упругими степенями свободы вызывает сомнения в возможности существования квантовых критических явлений.

### 9. Сверхпроводящее упорядочение в UIr

UIr обладает моноклинной структурой PbBi-типа, показанной на рис. 18, без центра инверсии. При нормальном давлении это ферромагнетик изинговского типа с температурой Кюри  $T_C = 46$  К. Магнитная восприимчивость следует закону Кюри – Вейсса с эффективным магнитным моментом  $\mu_{eff} = 2,4\mu_B$  на 1 атом U, тогда как спонтанный момент при низкой температуре равен  $0,5\mu_B$  на 1 атом U. P-T-фазовая диаграмма UIr состоит из ферромагнитной фазы FM1 в области низких давлений, ферромагнитной фазы FM2 в области высоких давлений и сверхпроводящей фазы, как показано на рис. 19. Скачкообразное изменение спонтанной намагниченности на границе фаз означает, что переход FM1–FM2 — первого рода. Переход из FM2 в немагнитное состояние — второго рода [106].



**Рис. 18.** Моноклинная структура UIr. Стрелками показано направление спонтанной намагниченности [105].



**Рис.** 19. (а) *P*–*T*-фазовая диаграмма UIr. Тёмными и светлыми кружками показаны результаты измерений сопротивления и намагниченности соответственно. Сверхпроводимость наблюдается при давлениях, близких к критическому, где исчезает ферромагнитная фаза FM2. (б) Зависимость от давления спонтанной намагниченности вдоль направления [1,0,  $\overline{l}$ ] при температуре 2 К. Тёмные кружки — спонтанная намагниченность, найденная с помощью построения Аррота, светлые кружки — остаточная намагниченность  $M_r$  [106].

До сих пор неизвестно, сосуществует ли сверхпроводимость с ферромагнетизмом в UIr [106]. Однако если это так, то мы имеем дело с уникальной ситуацией, при которой сверхпроводимость возникает в металле с нарушенной симметрией по отношению и к обращению времени, и к пространственной инверсии. Здесь мы опишем структуру параметра порядка такого сверхпроводящего состояния.

Группа симметрии нормального немагнитного состояния UIr

$$\mathbf{G}_{\mathbf{N}} = (\mathbf{E}, \mathbf{C}_{2b}) \times \mathbf{R} \times \mathbf{U}(1) \tag{230}$$

включает в себя точечную группу симметрии  $C_2 = (E, C_{2b})$ , где  $C_{2b}$  — вращение вокруг оси *b* на угол  $\pi$  (см. рис. 18), операцию инверсии времени R и группу калибровочных преобразований U(1). В состоянии FM2 симметрия по отношению к обращению времени нарушена и группа симметрии

$$G_{\rm F} = (E, \mathbf{RC}_{2b}) \times \mathbf{U}(1) \tag{231}$$

теперь включает в себя комбинацию поворота C<sub>2b</sub> и операции R, меняющей направление магнитного момента, лежащего в плоскости *ac*, на противоположное. Наконец, в сверхпроводящем состоянии, сосуществующем с ферромагнитным состоянием FM2, нарушена калибровочная симметрия и группа симметрии имеет вид

$$\mathbf{G}_{\text{FSC}} = \left(\mathbf{E}, \exp\left(2\mathbf{i}\varphi\right)\mathbf{R}\mathbf{C}_{2b}\right). \tag{232}$$

Пространственная инверсия отсутствует, и магнитное спаривающее взаимодействие неизбежно включает в себя взаимодействие Дзялошинского – Мории [38]. В результате параметр порядка сверхпроводящего состояния состоит из суммы триплетной и синглетной частей:

$$\Delta = \mathbf{i}(\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma})\sigma_y + \mathbf{i}d_0\sigma_y. \tag{233}$$

Триплетная часть имеет обычный вид:

$$\mathbf{d}(\mathbf{k},\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left[ -(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}}) \varDelta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) + (\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}}) \varDelta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) \right] + \varDelta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}},$$
(234)

однако, в отличие от координатных осей в орторомбических кристаллах, которые мы обсуждали в разделе 2, координатные оси для сверхпроводящего параметра порядка не совпадают с кристаллографическими направлениями моноклинного кристалла. А именно, здесь единичный вектор  $\hat{z}$  параллелен спонтанному моменту, лежащему в плоскости *ас* в направлении [101],  $\hat{x}$  единичный вектор, направленный вдоль оси *b*, и  $\hat{y} = \hat{z} \times \hat{x}$ ,

$$\begin{aligned} \Delta^{\uparrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= k_{x}\eta_{x}^{\uparrow}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}k_{y}\eta_{y}^{\uparrow}(\mathbf{r}) \,, \\ \Delta^{\downarrow}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= k_{x}\eta_{x}^{\downarrow}(\mathbf{r}) + \mathrm{i}k_{y}\eta_{y}^{\downarrow}(\mathbf{r}) \,, \end{aligned}$$
(235)  
$$\Delta^{0}(\mathbf{k},\mathbf{r}) &= k_{z}\eta_{z}^{0}(\mathbf{r}) \,, \end{aligned}$$

где  $k_x, k_y, k_z$  — проекции волнового вектора на оси  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ , определённые выше. Синглетная часть параметра порядка

$$d_0(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = F\eta_0(\mathbf{r}) \,, \tag{236}$$

где F — функция  $k_x^2, k_y^2, k_z^2$ .

## 10. Заключение

Описание свойств урановых соединений, представленное в настоящем обзоре, основано на симметрии сверхпроводящих состояний с триплетным спариванием в орторомбических ферромагнетиках. Феноменологические соображения подтверждаются микроскопическими вычислениями в рамках теории сверхпроводимости со спаривающим взаимодействием, выраженным через статическую магнитную восприимчивость анизотропной ферромагнитной среды. Этот подход воспроизводит структуру сверхпроводящих состояний, найденную из чисто симметрийных соображений, и позволяет на качественном уровне объяснить целый ряд экспериментальных наблюдений.

Темы, которые не были затронуты в настоящем обзоре, — это экспериментальные исследования электронной фотоэмиссии (Angle-Resolved Photoemission Spectroscopy — ARPES) и вычисления зонной структуры, результаты которых неудовлетворительно согласуются между собой. Здесь можно порекомендовать две недавние работы, в которых изложены результаты ARPESизмерений на URhGe [107] и на UGe<sub>2</sub> и UCoGe [108], проведено их сравнение с зонными вычислениями и дан общирный список ссылок на предшествующие работы.

Благодарности. Я благодарен А. Хаксли, Ж.-П. Бризону, С. Раймонду, К. Ишиде, Д. Аоки, М. Житомирскому и Ж. Флуке за многочисленные обсуждения. Я также признателен М. Садовскому, пригласившему меня прочесть лекции на Зимней школе физиков-теоретиков *Коуровка-2016*, что способствовало появлению этого обзора.

## Список литературы

- 1. Maple M B J. Magn. Magn. Mater. 31-34 479 (1983)
- 2. Maple M B Physica B 215 110 (1995)
- 3. Saxena S S et al. Nature 406 587 (2000)
- 4. Aoki D et al. *Nature* **413** 613 (2001)
- 5. Huy N T et al. Phys. Rev. Lett. 99 067006 (2007)
- 6. Akazawa T et al. J. Phys. Soc. Jpn. 73 3129 (2004)
- 7. Aoki D et al. C.R. Phys. **12** 573 (2011)
- 8. Aoki D, Flouquet J J. Phys. Soc. Jpn. 81 011003 (2012)
- 9. Aoki D, Flouquet J J. Phys. Soc. Jpn. 83 061011 (2014)
- 10. Aso N et al. *Physica B* **359–361** 1051 (2005)
- 11. Kotegawa H et al. J. Phys. Soc. Jpn. 74 705 (2005)
- 12. de Visser A et al. Phys. Rev. Lett. 102 167003 (2009)
- 13. Sakarya S, van Dijk N H, Brück E Phys. Rev. B 71 174417 (2005)
- 14. Hykel D J et al. *Phys. Rev. B* **90** 184501 (2014)
- 15. Kobayashi T C et al. J. Phys. Soc. Jpn. 76 051007 (2007)
- 16. Kernavanois N et al. Phys. Rev. B 64 174509 (2001)
- 17. Prokeš K et al. Acta Phys. Polon. B 34 1473 (2003)
- 18. Prokeš K et al. Phys. Rev. B 81 180407(R) (2010)
- 19. Huxley A et al. *Phys. Rev. B* **63** 144519 (2001)
- 20. Taupin M et al. Phys. Rev. B 92 035124 (2015)
- 21. Butchers M W et al. Phys. Rev. B 92 121107(R) (2015)
- 22. McHale P, Fulde P, Thalmeier P Phys. Rev. B 70 014513 (2004)
- 23. Hattori K, Tsunetsugu H Phys. Rev. B 87 064501 (2013)
- 24. Mineev V P Phys. Rev. B 66 134504 (2002)
- 25. Mineev V P, Champel T Phys. Rev. B 69 144521 (2004)
- 26. Mineev V P Int. J. Mod. Phys. B 18 2963 (2004)
- 27. Mineev V P Phys. Rev. B 83 064515 (2011)
- 28. Mineev V P Phys. Rev. B 90 064506 (2014)
- 29. Mineev V P Phys. Rev. B 91 014506 (2015)
- 30. Lévy F et al. Science 309 1343 (2005)
- 31. Hattori T et al. Phys. Rev. Lett. 108 066403 (2012)
- 32. Aoki D et al. J. Phys. Soc. Jpn. 78 113709 (2009)
- Huxley A D, Raymond S, Ressouche E *Phys. Rev. Lett.* **91** 207201 (2003)
- 34. Mineev V P Phys. Rev. B 88 224408 (2013)
- 35. Mineev V P J. Phys. Conf. Ser. 400 032053 (2012)
- Минеев В П, Самохин К В Введение в теорию необычной сверхпроводимости (М.: Изд-во МФТИ, 1998); Пер. на англ. яз.: Mineev V P, Samokhin K V Introduction to Unconventional Superconductivity (Amsterdam: Gordon and Breach Sci. Publ., 1999)
- 37. Mineev V P AIP Conf. Proc. 1134 68 (2009)
- 38. Samokhin K V, Mineev V P Phys. Rev. B 77 104520 (2008)
- 39. Ambegaokar V, Mermin N D Phys. Rev. Lett. 30 81 (1973)

- 40. Taupin M et al. Phys. Rev. B 90 180501(R) (2014)
- 41. Yamaguchi A et al. *Nature* **444** 909 (2006)
- 42. Fay D, Appel J Phys. Rev. B 22 3173 (1980)
- 43. Taupin M, unpublished
- 44. Huy N T et al. Phys. Rev. Lett. 100 077002 (2008)
- 45. Hardy F, Huxley A D Phys. Rev. Lett. 94 247006 (2005)
- 46. Hardy F et al. *Phys. Rev. B* **83** 195107 (2011)
- 47. Scharnberg K, Klemm R A Phys. Rev. Lett. **54** 2445 (1985)
- 48. Volovik G Е Письма в ЖЭТФ 58 457 (1993); JETP Lett. 58 469 (1993)
- Бараш Ю С, Минеев В П, Свидзинский А А *Письма в ЖЭТФ* 65 606 (1997); Barash Yu S, Mineev V P, Svidzinskii A A *JETP Lett.* 65 638 (1997)
- 50. Aoki D, Knebel G, Flouquet J J. Phys. Soc. Jpn. 83 094719 (2014)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М Статистическая физика Ч. 1 (М.: Наука, 1976); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M Statistical Physics Pt. 1 (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995)
- 52. Hattori T et al. J. Phys. Soc. Jpn. 83 073708 (2014)
- 53. Lévy F, Sheikin I, Huxley A Nature Phys. 3 460 (2007)
- 54. Tokunaga Y et al. Phys. Rev. Lett. 114 216401 (2015)
- 55. Van Hove L Phys. Rev. 95 1374 (1954)
- Forster D Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, and Correlation Functions (Reading, Mass.: W.A. Benjamin, 1975)
- 57. Shirane G et al. J. Appl. Phys. 55 1887 (1984)
- 58. Halperin B I, Hohenberg P C Phys. Rev. 177 952 (1969)
- 59. Hertz J A Phys. Rev. B 14 1165 (1976)
- 60. Moriya T J. Magn. Magn. Mater. 14 1 (1979)
- 61. Ishikawa Y et al. Phys. Rev. B 31 5884 (1985)
- 62. Yamada K et al. J. Appl. Phys. 61 3400 (1987)
- 63. Semadeni F et al. *Phys. Rev. B* **62** 1083 (2000)
- 64. Raymond S, Huxley A Physica B 350 33 (2004)
- 65. Stock C et al. Phys. Rev. Lett. 107 187202 (2011)
- 66. Overhauser A W Phys. Rev. 89 689 (1953)
- 67. Elliott R J Phys. Rev. 96 266 (1954)
- 68. Feher G, Kip A F Phys. Rev. 98 337 (1955)
- Menovsky A et al., in *High Field Magnetism. Proc. of the Intern.* Symp. on High Field Magnetism, Osaka, Japan, September 13-14, 1982 (Ed. M Date) (Amsterdam: North-Holland, 1983) p. 189
- 70. Sakon T et al. Phys. Scripta 75 546 (2007)
- 71. Troć R, Gajek Z, Pikul A Phys. Rev. B 86 224403 (2012)
- 72. Yaouanc A et al. Phys. Rev. Lett. 89 147001 (2002)
- 73. Sakarya S et al. Phys. Rev. B 81 024429 (2010)
- 74. Slichter C P Principles of Magnetic Resonance (Berlin: Springer-Verlag, 1990)

### Superconductivity in uranium ferromagnets

#### V.P. Mineev

Commissariat a l'Energie Atomique, Université Grenoble Alpes, Institut Nanosciences et Cryogénie – FELIQS, 38000 Grenoble, France; Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Kosygina 2, 119334 Moscow, Russian Federation E-mail: vladimir.mineev@cea.fr

The theoretical description and the survey of physical properties of superconducting states in the uranium ferromagnetic materials are presented. On the basis of microscopic theory is shown that the coupling between the electrons in these ferromagnetic metals by means of magnetization fluctuations gives rise the triplet pairing superconducting state and the general form of the order parameter dictated by symmetry is established. The theory allows to explain some specific observations including peculiar phenomenon of reentrant super-conductivity in URhGe in magnetic field perpendicular to the direction of spontaneous magnetization. In addition we describe several particular topics relating to uranium superconducting ferromagnets: (i) critical magnetic relaxation in dual localized-itinerant ferromagnets, (ii) phase transition to ferromagnetic state in Fermi liquid and UGe<sub>2</sub>, (iii) superconducting ordering in ferromagnetic metals without inversion symmetry.

Keywords: ferromagnetism, superconductivity

PACS numbers: 74.20.Mn, 74.20.Rp, 74.25.Dw, 74.70.Tx, 75.40.Gb

Bibliography — 109 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 187 (2) 129-158 (2017)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.04.037771

- Ландау Л Д, Халатников И М ДАН СССР 96 469 (1954); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Khalatnikov I M Collected Papers of L.D. Landau (Ed. D ter Haar) (London: Pergamon Press, 1965)
- Chubukov A V, Betouras J J, Efremov D V Phys. Rev. Lett. 112 037202 (2014)
- 77. Ihara Y et al. Phys. Rev. Lett. 105 206403 (2010)
- 78. Knafo W et al. *Phys. Rev. B* **86** 184416 (2012)
- 79. Pfleiderer C et al. Phys. Rev. B 55 8330 (1997)
- 80. Stishov S M et al. Phys. Rev. B 76 052405 (2007)
- 81. Otero-Leal M et al. Phys. Rev. B 79 060401(R) (2009)
- 82. Uemura Y J et al. *Nature Phys.* **3** 29 (2007)
- 83. Pfleiderer C, Huxley A D Phys. Rev. Lett. 89 147005 (2002)
- 84. Taufour V et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 217201 (2010)
- 85. Uhlarz M, Pfleiderer C, Hayden S M Phys. Rev. Lett. 93 256041 (2004)
- 86. Goto T et al. *Phys. Rev. B* **56** 14019 (1997)
- 87. Belitz D, Kirkpatrick T R, Vojta T Phys. Rev. Lett. 82 4707 (1999)
- 88. Kanno S Prog. Theor. Phys. 44 813 (1970)
- 89. Huang K Statistical Mechanics (New York: Wiley, 1987)
- 90. Duine R A, MacDonald A H Phys. Rev. Lett. 95 230403 (2005)
- 91. Conduit G J, Simons B D Phys. Rev. A 79 053606 (2009)
- 92. Conduit G J, Green A G, Simons B D Phys. Rev. Lett. 103 207201 (2009)
- 93. He L, Huang X-G Phys. Rev. A 85 043624 (2012)
- 94. Pilati S et al. Phys. Rev. Lett. 105 030405 (2010)
- 95. Mineev V P Phys. Rev. B 72 144418 (2005)
- 96. Mineev V P, arXiv:1111.3208
- 97. Bean C P, Rodbell D S Phys. Rev. 126 104 (1962)
- 98. Rice O K J. Chem. Phys. 22 1535 (1954)
- Ларкин А И, Пикин С А ЖЭТФ 56 1664 (1969); Larkin A I, Pikin S A Sov. Phys. JETP 29 891 (1969)
- 100. Ōnuki Y et al. J. Phys. Soc. Jpn. 61 293 (1992)
- Лифшиц Е М, Питаевский Л П Статистическая физика Ч. 2 (М.: Наука, 1978); Пер. на англ. яз.: Lifshitz E M, Pitaevskii L P Statistical Physics Pt. 2 (Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995)
- 102. Леванюк А П Изв. АН СССР. Сер. Физ. **29** 879 (1965)
- Ларкин А И, Хмельницкий Д Е ЖЭТФ 56 2087 (1969); Larkin A I, Khmel'nitskii D E Sov. Phys. JETP 29 1123 (1969)
- 104. Boulet P et al. J. Alloys Comp. 247 104 (1997)
- 105. Galatanu A et al. J. Phys. Soc. Jpn. 73 766 (2004)
- 106. Kobayashi T C et al. J. Phys. Condens. Matter 19 125205 (2007)
- 107. Fujimori S et al. Phys. Rev. B 89 104518 (2014)
- 108. Fujimori S et al. Phys. Rev. B 91 174503 (2015)
- 109. Mineev V P, arXiv:1611.08440

Received 16 March 2016, revised 5 April 2016

*Physics – Uspekhi* **60** (2) (2017)

DOI: https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.04.037771