

БИБЛИОГРАФИЯ

О книге к юбилею создания теории перехода Березинского – Костерлица – Таулеса — предтече Нобелевской премии по физике 2016 года

В.Н. РЫЖОВ

PACS numbers: 01.30.Ee, 01.30.Vv, 01.65.+g

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.12.038024>

40 years of Berezinskii–Kosterlitz–Thouless theory (Ed. J.V. José) (Singapore: World Scientific Publ., 2013) 351 p. ISBN: 978-981-4417-62-4 [1]

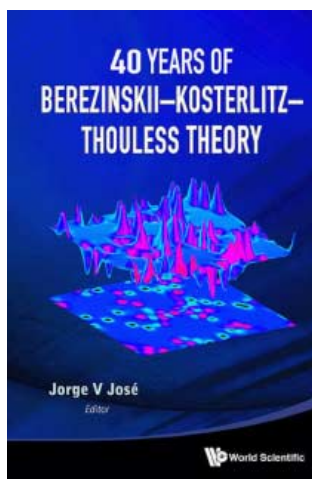
4 октября в Стокгольме были объявлены имена лауреатов Нобелевской премии по физике 2016 г. Ими стали английские физики, уже давно работающие в США, Дэвид Таулес (David Thouless), Университет им. Вашингтона в Сиэтле, Дункан Холдейн (Duncan Haldane), Принстонский Университет, и Джон Майкл Костерлиц (John Michael Kosterlitz), Университет Брауна в Провиденсе, с формулировкой "за теоретические открытия топологических фазовых переходов и топологических фаз материи". Дункан Холдейн, несомненно, выдающийся физик-теоретик, известный своими работами по топологическим состояниям в одномерных магнитных цепочках с целым спином, всё-таки видится несколько случайной фигурой в этой компании. Д. Таулес получил половину премии, а по одной четверти досталось Д.М. Костерлицу и Д. Холдейну, что, по-видимому, справедливо с учётом вклада каждого из лауреатов. Однако совершенно несправедливым каждому, кто хотя бы отдалённо знаком с историей этого открытия, представляется тот факт, что в пресс-релизе Нобелевского комитета не прозвучало имя Вадима Львовича Березинского. К сожалению, лауреатами Нобелевской премии могут стать только живые люди. Иначе премия непременно досталась бы и ему (см., например, комментарий к Нобелевской премии 2016 года обозревателя Американского института физики Yuen Yiu [2]).

В то время как в англоязычной литературе мы достаточно часто встречаем термин "переход Костерлица–Таулеса" (как, к сожалению, и в пресс-релизе Нобелевского комитета), российские учёные (а также и многие зарубежные учёные, о чём свидетельствует, например, даже название рецензируемой книги [1]) чаще всего говорят о фазовом переходе Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ).

Вадим Березинский — талантливый советский физик [3], обладавший выдающимися математическими способностями. Он занимался многими проблемами, но наиболее яркие результаты получил в теории фазовых переходов в двумерных системах и теории локализации в одномерных проводниках. Березинский умер в 1980 г., прожив всего 45 лет, лишь последние три из которых он провёл в Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау. Именно Березинский первым сформулировал [4, 5] основные моменты теории, которая в этом году была отмечена Нобелевской премией. Вопросы приоритета очень сложны, и разбираться в них — дело неблагодарное, однако нужно признать, что работы Березинского не получили такого широкого признания, как результаты Костерлица и Таулеса [6, 7], хотя в основополагающей статье [7] есть корректные ссылки на обе статьи Березинского [4, 5] на эту тему с соответствующими комментариями. Более того, в вышедшем в этом году обзоре Костерлица [8] с выразительным названием "Физика Костерлица–Таулеса: обзор основных вопросов" он пишет: "Дэвид и я поздравляли себя с открытием важной новой области физики, однако наша эйфория быстро растаяла. Нам сообщили, что Березинский [4] рассматривал переход, вызываемый вихрями в сверхтекучей плёнке, годом ранее, чем мы. Так как ни один из нас не знал русского, мы были в блаженном неведении об этой работе, пока мы разрабатывали основы физики переходов, вызываемых вихрями. По каким-то

В.Н. Рыжов. Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН, 142190 Троицк, Москва, Российская Федерация. E-mail: ryzhov@hppi.troitsk.ru

Статья поступила 21 декабря 2016 г.



Introduction

More than 40 years ago, Vladimir Berezinskii [1971] and the team of Michael Kosterlitz and David Thouless [1973] (BKLT) published the results of their independent investigations into the pending question of whether or not long-range order exists in two-dimensional systems with continuous symmetry. This work would have a seminal impact upon condensed matter physics, and other areas in physics, an impact we explore in the present volume. Heretofore, arguments and rigorous mathematical theorems had led to the general belief that there could not be a stable three-dimensional ordered phase at low temperatures. However, experimental and theoretical evidence had indicated that there was something else going on with this problem. BKLT introduced the idea of a topological phase transition, where pairs of bound vortex excitations existed at a critical temperature "T_{KT}". The nature and characteristics of the BKLT transition are different in several respects from the more common second order phase transitions. While there is no long-range order with a finite order parameter for all temperatures, as shown by the earlier theorem, we now know that there is, however, a continuous line of critical points below T_{KT}. At low temperatures, the two-point correlation function decays algebraically, with a temperature dependent exponent up to T_{KT}. Above T_{KT}, the correlation function decays exponentially in distance but has a correlation length that diverges exponentially with temperature, rather than as a power law. The seminal ideas of BKLT have had an impact in many areas of theoretical and experimental physics, some examples of which are provided in this volume. Given that there are thousands of papers where BKLT work has been applied, in this 40th Anniversary volume, we provide only a small sampling of the ways in which BKLT ideas have been used. It is interesting to note that the number of citations to the BKLT and BKLT work is comparable to the number of citations to the seminal 1958 paper by Phil Anderson on localization theory.¹

Soon after I started my PhD thesis in 1974, under the advice of Leo Kadanoff, I attended my first summer school conference on The Helix Liquid held at St. Andrews University in Scotland. In that meeting Ann Jagtjien promoted a review of the experimental and theoretical situation

Обложка и первая страница предисловия рецензируемой книги [1]. Книга была прислана издательством World Scientific в редакцию журнала "Успехи физических наук" (УФН) для возможного помещения рецензии на эту книгу в разделе "Библиография" журнала УФН*.

непонятным причинам наша работа вызвала гораздо больший отклик, чем работа Березинского". В связи с этим высказыванием необходимо отметить, что *Журнал экспериментальной и теоретической физики (ЖЭТФ)*, в котором были напечатаны обе основополагающие статьи Березинского [4, 5], в то время исправно переводился на английский язык Американским институтом физики (см. обзор [9]) и перевод статьи Березинского вышел в марте 1971 года...

Появление же в 2013 г. (за три года до Нобелевской премии 2016 г.) книги под названием "40 лет теории Березинского–Костерлица–Таулеса" ("40 years of Berezinskii–Kosterlitz–Thouless theory") под редакцией известного специалиста в области фазовых переходов Джорджа Хосе (Jorge V. José) является, на мой взгляд, весьма знаменательным явлением. Связано это не только с фактом очевидного признания международным сообществом физиков роли Вадима Березинского¹ в разработке этой новой области физики, но и с тем, что эта область достигла такого уровня развития, после которого присуждение Нобелевской премии за её основание и развитие уже не вызывает удивления.

* Следует отметить, что с 1999 г. по решению редколлегии УФН рецензии на зарубежные книги по физике и смежным наукам публикуются в УФН только в исключительных случаях, когда содержание рецензируемой книги тесно связано с развитием отечественной физики (см. [10]). В связи с Нобелевской премией по физике за 2016 год было принято решение опубликовать рецензию на эту книгу в УФН именно в качестве такого исключения. (Примеч. ред.)

¹ Вместе с тем с сожалением следует отметить два момента, которые не могут не задеть читателя рецензируемой книги. Во-первых, книга вышла в 2013 г., к 40-летию выхода наиболее известной статьи Костерлица и Таулеса, а первая статья Березинского была опубликована в ЖЭТФ в 1970 г. Во-вторых, в первой же строчке предисловия Вадим Березинский назван *Владимиром*, а ссылки на его работы не всегда точны и/или полны даже в этой юбилейной книге, что является явной редакционной недоработкой.

Выбор Дж. Хосе в качестве редактора этого тома представляется весьма удачным решением в связи с тем, что он был непосредственным участником событий, связанных со становлением современной физики фазовых переходов. В истории науки бывают моменты, когда спокойное развитие, накопление и осмысление экспериментальных фактов, появление разнообразных локальных теорий вдруг приводит к бурному всплеску, когда за одно-два десятилетия принципиально меняется если не вся картина мира, то, по крайней мере, наши представления о целой большой области.

Конечно, нельзя сравнивать гигантскую мировоззренческую революцию, произошедшую в физике в начале XX века в связи с созданием теории относительности и квантовой механики, с тем, что происходило в теории фазовых переходов в 1960-х–1970-х годах, но это время было действительно переломным для наших представлений об этой важной области физики. Создание флуктуационной теории фазовых переходов, базировавшейся на гипотезе скейлинга, предложенной А.З. Паташинским, В.Л. Покровским, а несколько позднее и Лео Кадановым, на основе которой Кеннетом Вильсоном был развит метод ренормализационной группы и совместно с Майклом Фишером предложено знаменитое ϵ -разложение, привело к присуждению К. Вильсону первой Нобелевской премии за фазовые переходы в 1982 г.

Эти и другие авторы обратили внимание на роль размерности пространства, в котором происходит переход, в описании свойств этого перехода. Ещё в работах Пайерлса, Ландау, а затем Боголюбова, Мермина, Вагнера было показано, что в двумерных системах с непрерывной симметрией параметра порядка (гейзенберговский магнетик, модель плоских ротаторов (X – Y -модель), сверхтекучие и сверхпроводящие системы, а также двумерные кристаллические решётки) тепловые флуктуации разрушают дальний порядок, т.е. ненулевое значение параметра порядка, которое распространено на всю систему. Учитывая, что большинство физиков в то время связывали фазовый переход с возникновением дальнего порядка, отсюда был сделан вывод, что в таких системах фазовый переход возможен только при нулевой температуре. Вместе с тем появились экспериментальные работы по сверхтекучести в тонких плёнках жидкого гелия 4, а также ряд исследований, базирующихся на компьютерном моделировании и численных методах, в частности изучение кристаллизации двумерных систем, которые противоречили этим выводам.

Ясность в эти вопросы была внесена именно в работах Березинского [4, 5], Костерлица и Таулеса [6, 7]. Березинский впервые показал [5], что, несмотря на отсутствие дальнего порядка в системе, тонкая плёнка жидкого гелия при низких температурах обладает свойством сверхтекучести. Двумерные кристаллы, несмотря на отсутствие дальнего трансляционного порядка, имеют конечный модуль сдвига, т.е. представляют собой твёрдое тело. Двумерные магнетики оказывают сопротивление неоднородному повороту спинов. Березинский понял общую природу этих явлений и дал им название *поперечной жёсткости*, используемое сейчас в мировой литературе. Он показал, что в системах, обладающих поперечной жёсткостью, корреляционные функции, описывающие взаимное влияние параметров порядка, взятых в двух разных точках, медленно, по степенному закону, спадают с расстоянием, при этом показатель степени зависит от параметров взаимодействия и температуры. Напомним, что в случае наличия дальнего порядка аналогичная корреляционная функция стремится к ненулевому пределу при стремлении расстояния между точками к бесконечности, а в высокотемпературной неупорядоченной фазе корреляции спадают экспоненциально быстро. Новая фаза, иногда называемая фазой Березинского, принципиально отличается от того, что можно наблюдать в трёх измерениях. Учитывая медленное спадание корреляций, принято говорить об этой фазе как о фазе с квазидальним порядком. Аналогичные результаты несколько позднее были получены Костерлицем и Таулесом [6, 7]. Кроме того, Костерлиц и Таулес в своей работе исправили допущенную Березинским неточность — он ошибочно утверждал, что квазидальний порядок может существовать в двумерном гейзенберговском магнетике — системе с трёхкомпонентными магнитными моментами. Учитывая, что в низкотемпературной и высокотемпературной фазах корреляции спадают по разным законам, которые не переходят непрерывно один в другой, стало ясно, что между этими фазами должен быть фазовый переход. Возник вопрос о механизме этого перехода. Березинский первым обнаружил важную роль топологических дефектов при переходе: вихрей в плёнке сверхтекучего гелия, дислокаций в двумерном кристалле, вихревых конфигураций в двумерном магнетике с двухкомпонентными магнитными моментами (X – Y -модель) — и дал качественное объяснение механизма

перехода. При низких температурах дефекты образуют связанные пары, которые не разрушают квазидальний порядок. Однако при повышении температуры происходит диссоциация связанных пар и образуются свободные дефекты, которые превращают квазидальний порядок в неупорядоченную фазу с быстрым экспоненциальным спаданием корреляций. Метод вычисления температуры перехода был развит в дальнейших работах Костерлица и Таулеса [6, 7, 11].

Можно только поразиться таланту В.Л. Березинского, взявшегося за проблему, которой, по мнению большинства физиков в то время, и не существовало вовсе, и открывшего новое направление, живущее и развивающееся до сих пор.

Механизм разрушения квазидальнего порядка в двумерных системах с непрерывной группой симметрии был изящно рассмотрен Костерлицем и Таулесом [6, 7]. Базируясь на качественном рассмотрении, использованном в своё время Таулесом при описании фазового перехода в одномерной модели Изинга с взаимодействием вида $1/r^2$, они вычислили свободную энергию, необходимую для возникновения изолированного топологического дефекта. Это оказалось возможным, потому что энтропия и энергия изолированного вихря пропорциональны логарифму размера системы. Из обращения свободной энергии в нуль можно получить температуру перехода.

Эта простая физическая картина, однако, не является полностью физически адекватной, так как связанные пары противоположно "заряженных" вихрей не разрушают квазидальний порядок и имеют конечную энергию. Такие пары могут существовать даже при низких температурах. Гамильтониан для подсистемы вихрей эквивалентен гамильтониану двухкомпонентного двумерного кулоновского газа (газ частиц, взаимодействующих посредством дальнегодействующего логарифмического потенциала). Механизм перехода Березинского–Костерлица–Таулеса представляет собой диссоциацию разреженного газа вихревых пар, при этом необходимо учесть экранирование кулоновского потенциала за счёт термически возбуждённых пар. Диссоциация происходит при температуре, при которой диэлектрическая постоянная системы расходится, а величина константы связи перенормируется в точке перехода T_0 к универсальному предельному значению, которое затем скачком обращается в нуль. Корреляционная длина экспоненциально расходится при приближении к температуре перехода снизу, при этом теплоёмкость демонстрирует только небольшой пик при температуре выше точки перехода. Аналогия с двумерным кулоновским газом и уравнения ренорм-группы для описания перехода были введены Костерлицем–Таулесом в их работах [6, 7, 11]. Следует отметить, что температура перехода, полученная с помощью метода ренорм-группы, совпадает с температурой, вычисленной выше из простых энергетических соображений, с заменой константы связи на её перенормированное значение.

Теория Березинского–Костерлица–Таулеса нашла и продолжает находить применение при рассмотрении самых разных двумерных систем: сверхтекучих и сверхпроводящих плёнок, тонких магнитных и жидкокристаллических плёнок, систем джозефсоновских контактов, двумерных систем ультрахолодных атомов в оптомангнитных ловушках. Влиянию основополагающих работ Березинского–Костерлица–Таулеса на современное состояние физики конденсированного состояния и посвящена рассматриваемая книга.

Следует заметить, что, в отличие от флуктуационной теории фазовых переходов, которая практически сразу вызвала вал публикаций (каждый, кто просматривал *Physical Review* в середине 1970-х годов, хорошо помнит это), судьба теории Березинского–Костерлица–Таулеса более сложна. Об этом можно получить представление из первой главы рассматриваемой книги, в которой Костерлиц и Таулес описывают историю и перспективы предложенной ими теории. Это особенно интересно, так как обычно в научных статьях авторы не уделяют внимания побудительным мотивам и не прослеживают иногда очень сложные пути, по которым двигалась их мысль. В середине 1970-х предпринимались попытки опровергнуть теорию БКТ, за первые пять лет, как написано в этой главе, первые на эту тему статьи Костерлица и Таулеса практически не цитировались. Следует отметить, что, согласно данным Web of Science Core Collection (WoS CC), если предварительная статья [6] действительно мало цитировалась в первые годы после опубликования, то работа [7] (опубликованная в июне 1973 г.) была сразу же замечена специалистами. Так, в частности, В.Л. Гинзбург упоминал эту работу на выездной Научной сессии Отделения общей физики и астрономии Академии наук СССР уже в октябре 1973 года (через четыре месяца после опубликования [7]), и помещённая в *УФН* [12] краткая аннотация его доклада уже содержала ссылку на [7], причём в этой ссылке под одним номером были указаны как обе основопола-

гающие статьи Березинского [4, 5], так и статья [7]**. Перелом произошёл после 1977 г. и был связан, на мой взгляд, с появлением статьи Нельсона и Костерлица о сверхтекучем переходе в плёнке гелия [14], а также с разработкой теории двумерного плавления в работах Нельсона, Гальперина [15] и Янга [16]. В настоящее время статьи Костерлица и Таулеса являются одними из самых цитируемых в современной физической периодике (более 6 тыс. ссылок только на статью [7] на декабрь 2016 г. по Web of Science Core Collection (WoS CC)). Статьи Березинского цитируют, к сожалению, меньше, хотя количество цитирований по WoS CC только его статей [4, 5] (представлявших часть 1 [4] и часть 2 [5] одной работы, что видно прямо из заглавий обеих статей) уже приблизилось к двум тысячам.

Отметим также, что глава 1 рецензируемой книги [1] в переработанном виде составила основу уже цитировавшейся статьи Костерлица в журнале *Reports on Progress in Physics* [8]. На мой взгляд, появление этой статьи в начале 2016 г. не было случайным и, вполне вероятно, было связано с развернувшейся борьбой за Нобелевскую премию.

Выбор статей, которые были включены в рецензируемую книгу, в определённой степени определялся научными пристрастиями редактора. Во второй главе, написанной самим Джорджем Хосе, рассматривается применение дуальных преобразований, калибровочной симметрии и ренормгруппового подхода в исследовании фазовой структуры, корреляционных функций и возмущений в двумерной X – Y -модели. В результате удалось получить ренормгрупповые уравнения для этой модели в рамках пертурбативного подхода, полученные в первоначальных работах Костерлица и Таулеса при рассмотрении двумерного кулоновского газа, и тем самым обосновать основные предположения теории БКТ. В следующей главе, написанной Дж. Ортизом (G. Ortiz), Э. Кобанерой (E. Cobanera) и З. Нусиновым (Z. Nussinov), представлен обзор современных работ и противоречий, возникающих при применении дуальных преобразований к X – Y - и p -clock-моделям.

В первоначальной статье Костерлица и Таулеса [7] было ошибочно указано, что в тонких сверхпроводящих плёнках топологический фазовый переход отсутствует, так как они предполагали, что взаимодействие между вихрями ведёт себя асимптотически как $1/r$. В главе 4 рассматриваемой книги А. Голдман указывает, что на самом деле существует эффективная длина экранирования, ниже которой взаимодействие между вихрями в сверхпроводящих плёнках и системах джозефсоновских контактов имеет логарифмический вид, что позволяет приближённо применить теорию БКТ к рассмотрению этих систем. Голдман представляет элементарную теорию БКТ-перехода в приложении к сверхпроводящим плёнкам, а также экспериментальные доказательства применимости этой теории к сверхпроводникам и системам джозефсоновских контактов. Развитие этого подхода представлено в главе 5, написанной К. Бенфатто (C. Benfatto), К. Каstellани (C. Castellani) и Т. Гиамарчи (T. Giamarchi). В этой главе представлен критический подход к теоретическим и экспериментальным применениям перехода БКТ к сверхпроводникам. Учитывая, что использовавшаяся в большинстве работ аналогия с X – Y -моделью не всегда адекватна, они используют в качестве отправной точки описание перехода, основанное на применении модели синус-Гордон. В рамках этой модели оказалось возможным рассмотреть вариации энергии ядра дефекта, что имеет существенное влияние на сценарий перехода. В частности, при определённых значениях энергии ядра переход в сверхпроводящей плёнке может стать переходом первого рода.

С. Тейтел (S. Teitel) в главе 6 представляет обзор теоретической и экспериментальной ситуации с полностью фрустрированной 2D– X – Y -моделью, которая описывает поведение системы джозефсоновских контактов в магнитном поле. В кратком обзоре, написанном Р. Фазьо (R. Fazio) и Г. Шоном (G. Shon) (глава 7), также рассматриваются свойства джозефсоновских контактов в квантовом режиме. В частности, показано, что при определённых условиях заряды и вихри оказываются дуальными и в системе может происходить квантовый фазовый переход между сверхпроводником и моттовским изолятором. Наконец, в главе 8, написанной нашими соотечественниками В. Винокуром (V. Vinokur) и Т. Батуриной (T. Baturina), также обсуждается конкуренция между квантовыми и классическими флуктуациями в двумерной системе джозефсоновских контактов и показано, что дуальное преобразование может

связывать сверхпроводящее состояние, возникающее в плазме из вихрей и антивихрей в результате БКТ-перехода, и суперизолятор, образующийся в изоляторном состоянии системы контактов посредством зарядового БКТ-перехода.

Из недавних интригующих приложений теории БКТ следует отметить квазидвумерные системы ультрахолодных атомов в оптоманнитных ловушках. В главе 9 З. Хаджибалич (Z. Hadzibabic) и Ж. Далибард (J. Dalibard) рассматривают экспериментальную реализацию и теоретическую интерпретацию поведения подобных систем. Они обсуждают уравнение состояния данной системы, а также "конкуренцию" между сверхтекучим состоянием, получающимся в результате БКТ-перехода в бозе-жидкости, и обычной конденсацией Бозе–Эйнштейна, которая может реализоваться в двумерном бозе-газе в гармоническом потенциале.

Наконец, в главе 10 Х. Фертиг (H. Fertig) и Г. Мерфи (G. Murthy) рассмотрели дальнейшее развитие идей Березинского–Костерлица–Таулеса в приложении к описанию двухленточной системы, в которой наблюдается квантовый эффект Холла с заполнением $\nu = 1$ и которая может быть отображена в двумерную сверхтекучую систему с заряженными вихрями. Данная задача представляет большой интерес как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения, особенно при низких температурах, где важны как квантовые флуктуации, так и беспорядок.

На мой взгляд, представленная книга даёт достаточно широкий и подробный, однако в некоторых важных моментах ограниченный взгляд на современное развитие идей, предложенных в основополагающих работах Березинского, Костерлица и Таулеса. В частности, практически не затронута такая важная область, как теория двумерного плавления, возникшая практически сразу после появления теории БКТ. В первой главе Костерлиц и Таулес достаточно кратко касаются этого вопроса, однако ограничиваются практически целиком обсуждением знаменитых ранних работ Нельсона, Гальперина [15] и Янга [16], где было показано, что, в отличие от случая трёх измерений, в котором плавление всегда происходит посредством перехода первого рода, в двух измерениях система может плавиться посредством двух непрерывных переходов типа БКТ.

В процессе первого перехода происходит диссоциация дислокационных пар, которые в данном случае являются топологическими дефектами. Однако в этом случае жидкость выше точки диссоциации дислокационных пар оказывается неизотропной. Получающаяся в результате новая фаза была названа "гексатической" по аналогии с жидкими кристаллами. В гексатической фазе существуют свободные дислокации, поэтому её модуль сдвига равен нулю, т.е. она представляет собой жидкость с элементами упорядочения. Заметим, что дислокацию можно представить в виде связанной пары двух дисклиний. Гексатическая фаза превращается в обычную изотропную жидкость в результате последующего перехода Березинского–Костерлица–Таулеса посредством диссоциации дисклинических пар. Представленная теория носит название теории Березинского–Костерлица–Таулеса–Гальперина–Нельсона–Янга (BKTHNY). Теория BKTHNY представляется крайне привлекательной и универсальной, в каком-то смысле даже можно ставить вопрос о том, что все двумерные кристаллы должны плавиться в рамках данного сценария. Вместе с тем в ней есть два момента, которые вызывают сомнения: в рамках этой теории невозможно вычислить энергию ядра топологического дефекта, а также энергию эффективного взаимодействия между дисклиниями в гексатической фазе.

Однако при малых энергиях ядра дислокации переход первого рода также возможен [17, 18].

Это вызвало поток публикаций, как экспериментальных, так и базирующихся на методах компьютерного моделирования. Эксперименты проводятся на широком круге объектов, который включает двумерные коллоиды, электроны на поверхности жидкого гелия, атомы инертных газов на подложках (ксенон на графите), двумерные гранулированные системы, цилиндрические магнитные домены в тонкой плёнке, системы вихрей в ВТСП и тонких сверхпроводящих плёнках в магнитном поле, пылевую плазму, тонкие плёнки жидкостей (воды) и т.д. В настоящее время можно сделать вывод о том, что сценарий плавления двумерной системы кардинально зависит от вида взаимодействия между частицами. В частности, по-видимому, теория BKTHNY справедлива для систем с дальнедействующим взаимодействием, в то время как для систем с короткодействующими потенциалами плавление может осуществляться посредством двух переходов с промежуточной гексатической фазой, однако при этом переход из кристалла в гексатическую фазу происходит в соответствии с теорией Березинского–Костерлица–Таулеса, а гексатическая фаза превращается в изотропную жидкость в результате

** Интересно, что, согласно WoS CC, в статье В.Л. Гинзбурга [12] хронологически была 11-я ссылка в мировой литературе на [7], а 12-я ссылка на статью [7] (по WoS CC) была также дана в УФН в 1974 г. в обзоре С.М. Стишова [13]. (Примеч. ред.)



Вадим Львович Березинский (15.07.1935 – 23.06.1980) и его диссертация [21], изданная отдельной книгой с предисловиями А.М. Полякова и В.Л. Покровского в издательстве "Физматлит" в 2007 г.

перехода первого рода [19, 20]. В настоящее время многое уже понятно в механизмах плавления двумерных систем, но очень многое ещё предстоит понять.

В связи с тем интересом, который всколыхнулся после присуждения Нобелевской премии за топологические фазовые переходы, нельзя не вспомнить вышедшую 10 лет назад книгу [21], которая представляет собой докторскую диссертацию В.Л. Березинского. С момента написания самой диссертации прошло уже много лет, основные результаты, изложенные в диссертации, в первую очередь относящиеся к топологическим фазовым переходам, которым была посвящена вся предыдущая часть данной рецензии, и к теории динамической проводимости одномерного проводника, стали классикой науки и многократно изложены и переоткрыты в других работах, однако чтение оригинальных работ такого несомненно выдающегося теоретика, каким был Вадим Березинский, может не только обогатить новыми идеями, но и сформировать определённую культуру написания статей в области теоретической физики. Следует сразу заметить, что, несмотря на ясность и чёткость изложения, эта книга (как и оригинальные статьи Березинского, посвящённые топологическим фазовым переходам) не является лёгким чтением и требует достаточно серьёзной интеллектуальной работы. На мой взгляд, ещё и в этом кроется один из ответов на упомянутый выше вопрос Костерлица, почему статьи Березинского вызвали меньший резонанс по сравнению с их с Таулесом работой. Когда я сейчас перечитывал эти статьи, у меня сложилось, вероятно, неверное, но стойкое ощущение, что работы [6, 7] в каком-то смысле выглядят как популярное изложение идей Березинского. Но это моё, может быть слишком личное, мнение. Следует отметить, что в книгу в качестве главы 5 вошли результаты Березинского, относящиеся к двумерному гейзенберговскому магнетизму. Выше уже говорилось, что Березинский ошибочно считал, что в двух измерениях в этой системе также должен существовать квазидальний порядок со степенным убыванием корреляций. Как хорошо известно, этот вывод был опровергнут в работе [7]. Отличный комментарий по этому поводу дан во втором предисловии к [21], написанном В.Л. Покровским.

Про предисловия хотелось бы сказать отдельно. В книге два блестящих предисловия, написанные А.М. Поляковым и В.Л. Покровским. Во втором предисловии В.Л. Покровский представил краткий, но глубокий обзор основных идей Березинского, относящихся к топологическим фазовым переходам, и их развития в некоторых последующих работах. Первое предисловие представляет собой очень краткое, но живое эссе, относящееся скорее даже не к физике, а к атмосфере, царившей в то время в Институте теоретической физики, который был тогда, пожалуй, одним из лидирующих мировых центров в этой области. Я не знал Березинского лично, но слышал о нём довольно много рассказов, иногда забавных, но окрашенных грустью, как это всегда бывает, когда речь идёт об умершем хорошем человеке. В эссе Полякова как раз передано личностное отношение к Березинскому и стилю его работы. Когда я перечитывал это предисловие, мой взгляд "зацепился" за один абзац: "Один из его [Березинского. — В.Н.Р.] контраргументов был связан с антиферромагнетиком Гейзенберга. Он говорил, что в нём есть релятивистские бесщелевые голдстоуны, в противоречии с моими результатами. Я не знал, что возразить, но

был уверен в правильности своих расчётов (я сделал их тремя разными методами). В конце концов, я просто забыл о возражении Вадима, и совершенно напрасно! Через много лет Холдейн понял, что в случае полупелых спинов надо учитывать топологические конфигурации и щели нет, а для целых спинов применимы мои результаты". Это написано почти 10 лет назад. А сейчас Холдейн получил Нобелевскую премию как раз за предсказание наличия щели в спиновой пепочке с целым спином. Я не буду комментировать эту ситуацию...

Наконец, отметим, что присуждение Нобелевской премии 2016 г. за фазовые переходы привело к общему оживлению интереса к этой теме. Появились статьи в научно-популярных изданиях [22, 23], на новостных научных сайтах, включая зарубежные (см., например, [2]), в которых отмечается пионерская роль В.Л. Березинского в создании теории БКТ, прошли научные конференции. Примером может служить состоявшаяся 21 декабря 2016 г. Научная сессия Отделения физических наук РАН "Старое и новое в физике фазовых переходов", на которой были заслушаны 4 доклада, один из которых целиком был посвящён теории БКТ. Обзоры, которые будут написаны основе этих докладов, планируются к опубликованию в *УФН* в 2017 г. Разумеется, во всех этих публикациях (в отличие от нобелевского пресс-релиза) теория низкоразмерных систем будет именоваться своим полным именем в честь всех её отцов-основателей — теория Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ), как и называлась изданная три года назад рецензируемая книга [1], и имя В.Л. Березинского, как было пророчески написано в [3] в 1981 году, "...останется навсегда в мировой физической литературе..."

В заключение хотелось бы заметить, что представленная книга [1] не только позволяет проследить влияние идей, выдвинутых уже более 45 лет назад в основополагающих работах Березинского, Костерлица и Таулеса, но и показывает, что эти идеи до сих пор могут служить мощным стимулом для исследования низкоразмерных систем. И остаётся только пожалеть, что замечательный учёный Вадим Львович Березинский не дождал до наших дней. Сейчас ему был бы всего 81 год...

Список литературы

1. José J V (Ed.) *40 Years of Berezinskii–Kosterlitz–Thouless Theory* (Singapore: World Scientific, 2013) 351 pp.
2. Yiu Y "Who didn't win this year's Nobel Prize in Physics. There are many deserving scientists, but only one prize", *Inside Science*, Friday, October 7 (2016) editorially independent news service of the American Institute of Physics; <https://www.insidescience.org/news/who-didnt-win-years-nobel-prize-physics>
3. Абрикосов А А и др. "Памяти Вадима Львовича Березинского" *УФН* **133** 553 (1981); Abrikosov A A et al. "Vadim L'vovich Berezinskii (Obituary)" *Sov. Phys. Usp.* **24** 249 (1981)
4. Березинский В Л *ЖЭТФ* **59** 907 (1970); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **32** 493 (1971)
5. Березинский В Л *ЖЭТФ* **61** 1144 (1971); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **34** 610 (1972)
6. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C* **5** L124 (1972)
7. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C* **6** 1181 (1973)
8. Kosterlitz J M *Rep. Prog. Phys.* **79** 026001 (2016)
9. Амбегвакар В *УФН* **178** 1359 (2008); Ambegaokar V *Phys. Usp.* **51** 1287 (2008)
10. Гинзбург В Л и др. "От редакционной коллегии" *УФН* **169** 2 (1999); Ginzburg V L et al. "From the Editorial Board" *Phys. Usp.* **42** 1 (1999)
11. Kosterlitz J M *J. Phys. C* **7** 1046 (1974)
12. Гинзбург В Л *УФН* **113** 335 (1974); Ginzburg V L *Sov. Phys. Usp.* **17** 446 (1974)
13. Стишов С М *УФН* **114** 3 (1974); Stishov S M *Sov. Phys. Usp.* **18** 625 (1975)
14. Nelson D R, Kosterlitz J M *Phys. Rev. Lett.* **39** 1201 (1977)
15. Nelson D R, Halperin B I *Phys. Rev. B* **19** 2457 (1979)
16. Young A P *Phys. Rev. B* **19** 1855 (1979)
17. Chui S T *Phys. Rev. B* **28** 178 (1983)
18. Рыжов В Н *ЖЭТФ* **100** 1627 (1991); Ryzhov V N *Sov. Phys. JETP* **73** 899 (1991)
19. Kapfer S C, Krauth W *Phys. Rev. Lett.* **114** 035702 (2015)
20. Tsiok E N, Dudalov D E, Fomin Yu D, Ryzhov V N *Phys. Rev. E* **92** 032110 (2015)
21. Березинский В Л "Низкотемпературные свойства двумерных систем с непрерывной группой симметрии", Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (М.: Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау, 1971); *Низкотемпературные свойства двумерных систем с непрерывной группой симметрии* (М.: Физматлит, 2007)
22. Минеев В П *Природа* (1) 67 (2017)
23. Рыжов В "Фазовые переходы в двумерном мире, где их быть не может" *Коммерсантъ Наука* (1) 8 (2016)