

Лекционные демонстрации прыжка капли в невесомость

В.В. Майер, Е.И. Вараксина, В.А. Саранин

Рассматриваются лекционные демонстрации явления прыжка капли, лежащей на несмачиваемой твёрдой подложке, при переходе в условия невесомости. Дана элементарная теория явления. Оценены скорости подскока капли при её малых и больших размерах. Определена частота собственных колебаний летящей капли. Описана натурная модель лифта Эйнштейна. Теоретические и экспериментальные результаты находятся в удовлетворительном согласии.

Ключевые слова: лекционные демонстрации, капля жидкости, переход в невесомость, собственные колебания, лифт Эйнштейна

PACS number: 01.50.My, 47.55.D–

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.04.037815>

Содержание

1. Введение (119).
 2. Экспериментальная установка (119).
 3. Явление прыжка капли при внезапном переходе в невесомость (120).
 4. Механическая модель капли жидкости (120).
 5. Скорость подпрыгнувшей капли (121).
 6. Частота собственных колебаний капли (122).
 7. Модель лифта Эйнштейна (123).
 8. Заключение (124).
- Список литературы (124).

1. Введение

В [1] исследовано явление капиллярной "игры в мяч" в условиях невесомости. В эксперименте контейнер массой 100 кг, в котором размещались кинокамера и сосуд из оргстекла с 20%-ным раствором соляной кислоты, сбрасывался с высоты 20 м. На дне сосуда находилась крупная капля ртути массой 20 г. В контейнере, неподвижно висящем в поле тяжести, капля ртути на горизонтальном дне сосуда имела форму круглой лепёшки радиусом 1,2 см и толщиной 0,35 см. При возникновении невесомости капля сжималась, подпрыгивала и, колеблясь, удалялась от дна сосуда с постоянной скоростью. Достигнув поверхности жидкости, капля отражалась от неё и двигалась обратно ко дну сосуда, после взаимодействия с которым происходило новое отражение капли. В [2] это явление рассмотрено на популярном уровне. В [3] предложен лабораторный вариант учебного исследования прыжка капли при переходе системы в невесомость и дана элементарная теория явления.

Современная техника цифрового фотографирования и мультимедийной проекции обеспечивает возможность

лекционных демонстраций быстропротекающих механических явлений, связанных со свободным падением в поле тяжести Земли. В [4] описана простая демонстрация реальной модели лифта Эйнштейна. В настоящей статье представлены учебный эксперимент и учебная теория прыжка капли воды, лежащей на несмачиваемой (супергидрофобной) поверхности в поле тяжести, при переходе системы в состояние невесомости. Рассмотрен также аналогичный опыт, в котором на твёрдой упругой подложке находится металлический шарик. Показан дидактический потенциал обсуждаемых явлений при изучении курса общей и экспериментальной физики.

2. Экспериментальная установка

В демонстрационных опытах надо создать условия, при которых лежащая на несмачиваемой подложке сплюснутая капля воды внезапно становится невесомой. Для этого висящий неподвижно столик с каплей в некоторый момент должен начать падать. Свободное падение происходит довольно быстро, поэтому для наблюдения отдельных стадий явления необходимо получить серию моментальных фотографий падающего столика с удаляющейся от него каплей.

Функциональная схема экспериментальной установки, собранной в соответствии с изложенной идеей, представлена на рис. 1. Люминесцентная лампа 1 перекрыта рассеивающим экраном 2, изготовленным из матового оргстекла. Перед экраном на высоте примерно 1 м от поверхности демонстрационного стола расположен электромагнит 3, к сердечнику которого притянут стальной якорь 4, прикрепленный к металлической скобе 5. С нижними концами скобы соединён латунный или бронзовый столик 6. Рабочая поверхность столика имеет сферическое углубление величиной 0,2–0,5 мм, чтобы лежащая на ней капля не скатывалась. Столик снабжён заострённой металлической ножкой 7, которая обеспечивает стабилизацию полёта и эффективное торможение. Под столиком находится сосуд с речным песком 8. На расстоянии примерно 1,5 м от столика расположен цифровой фотоаппарат 9.

Для фотографирования падающих объектов может быть использован доступный фотоаппарат "Casio", ко-

В.В. Майер, Е.И. Вараксина, В.А. Саранин. Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко, физический факультет, ул. Первомайская 25, 427621 Глазов, Удмуртская Республика, Российская Федерация
E-mail: mvv2011@list.ru, varaksina_ei@list.ru, saranin@ggpi.org

Статья поступила 23 апреля 2016 г.

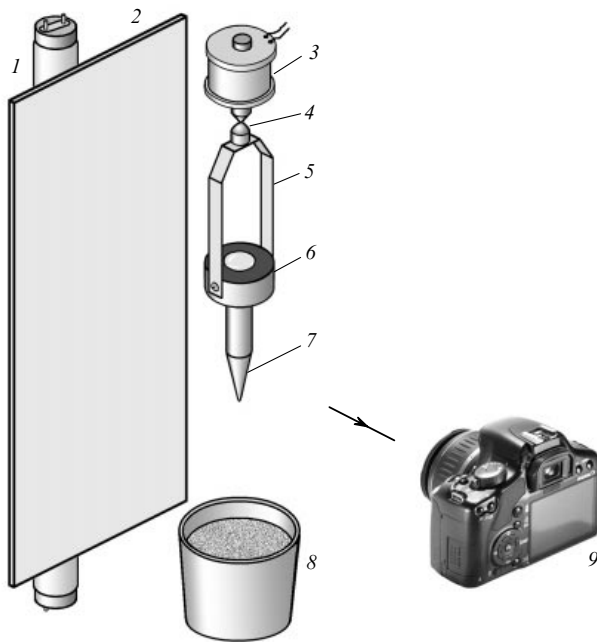


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — люминесцентная лампа, 2 — рассеивающий экран, 3 — электромагнит, 4 — стальной якорь, 5 — металлическая скоба, 6 — латунный или бронзовый столик, 7 — заострённая металлическая ножка, 8 — сосуд с речным песком, 9 — цифровой фотоаппарат.

торый переведён в режим покадровой съёмки со скоростью 60 кадров в секунду и экспозицией каждого кадра $1/1000$ или $1/2000$ с. За время падения столика фотоаппарат успевает сделать 18 последовательных фотографий через равные промежутки времени $1/60$ с. Для получения количественных результатов параллельно траектории падения столика нужно расположить прозрачную шкалу с миллиметровыми делениями (на рис. 1 не показана).

3. Явление прыжка капли при внезапном переходе в невесомость

Перед опытами вогнутую поверхность столика над пламенем свечи покрывают слоем копоти. Чтобы слой получился прочным, после первого нанесения копоти столик охлаждают и наносят копоть второй раз; при необходимости операцию повторяют и третий раз. Поверхность капли, лежащей на столике, будет совершенно чистой, если копоть предварительно аккуратно промыть водой. В демонстрационных опытах удобны столики со съёмными подложками, необходимое количество которых можно заранее покрыть копотью.

Подвесив столик к электромагниту, на его поверхность наносит каплю требуемого размера. С этой целью лучше всего использовать медицинские шприцы, отградуированные по объёму. Далее включают лампу осветителя, наводят фотоаппарат на резкость, нажимают на спуск затвора и одновременно обесточивают электромагнит. Столик падает, врежется заострённой ножкой в песок, тормозится и останавливается в вертикальном положении. При этом нередко покрытая копотью поверхность остаётся неповреждённой и опыт можно повторить с новой каплей.

Последовательность фотографий свободного падения вводят в компьютер и мультимедийным проектором проецируют на большой экран. Если demonstra-

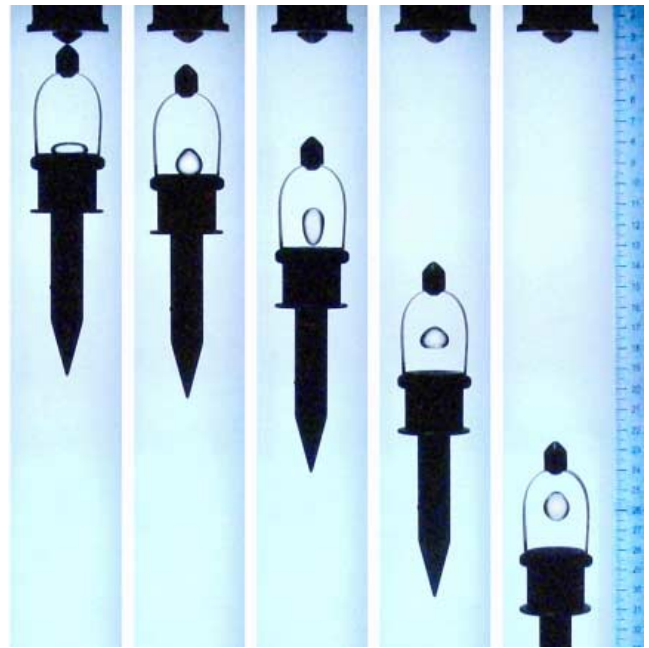


Рис. 2. Результаты демонстрационного опыта. Кадры получены через одинаковые промежутки времени 50 мс.

ционная установка заранее собрана, то объяснение условий эксперимента и получение результата, пригодного для обсуждения, занимает на лекции не более нескольких минут.

На рисунке 2 приведена серия фотографий капли, прыгнувшей в невесомость, полученная описанным выше методом. Справа от последней фотографии оставлено изображение шкалы. На фотографиях хорошо видно, что уже через $0,1$ с после начала падения капля отрывается от гидрофобной поверхности столика и затем, колеблясь, удаляется от неё с постоянной скоростью.

4. Механическая модель капли жидкости

В качестве механической модели капли жидкости массой m используем осциллятор, состоящий из двух грузов массами $m/2$, прикреплённых в диаметрально противоположных точках кольцевой пружины жёсткостью k .

В невесомости модель представляет собой круглое кольцо радиусом R_0 . Когда кольцевую модель капли нижним грузом помещают на подложку массой $M \gg m$ и отпускают, верхний груз под действием силы тяжести $\mathbf{f} = m\mathbf{g}/2$ начинает двигаться вниз (рис. 3а). Модель совершает затухающие колебания и переходит в новое состояние равновесия (рис. 3б). При этом вертикальный размер $2R_0$ модели уменьшается до H и её центр масс C перемещается вниз на расстояние

$$h = R_0 - \frac{H}{2}. \quad (1)$$

Потенциальная энергия системы уменьшается на величину mgh , и деформированная пружина приобретает энергию $W = kh^2/2$. При упругой деформации коэффициент жёсткости пружины $k = mg/h$. Отсюда энергия деформации модели

$$W = \frac{kh^2}{2} = \frac{mgh}{2}. \quad (2)$$

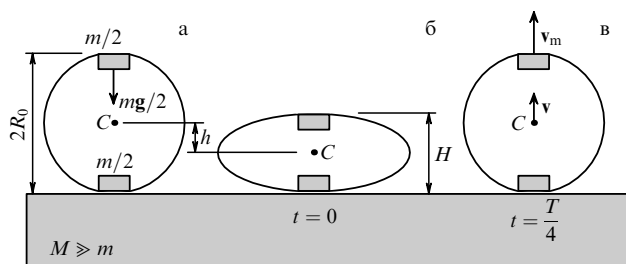


Рис. 3. Механическая модель капли жидкости.

Таким образом, в энергию деформации переходит только половина уменьшения потенциальной энергии системы, другая половина расходуется на колебания и в конечном итоге на нагревание пружины, грузов и окружающей среды. Если система в поле тяжести покоится на подложке, то верхний груз сжимает пружину (рис. 3б) так, что потенциальная энергия деформации пружины равна W (2). При переходе модели в состояние невесомости в момент времени $t = 0$ пружина начинает распрямляться. Деформация пружины исчезает через четверть периода T собственных колебаний модели. Поэтому в момент $t = T/4$ верхний груз приобретает максимальную скорость v_m , а нижний отрывается от подложки (рис. 3в). Далее модель капли, колеблясь, удаляется от подложки так, что её центр масс движется с постоянной скоростью v . Так как колебания грузов происходят симметрично относительно центра масс, их период пропорционален квадратному корню из массы модели:

$$T = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (3)$$

В момент $t = T/4$ законы сохранения энергии и импульса в системе отсчёта, связанной с подложкой, имеют вид

$$W = \left(\frac{m}{2}\right) \frac{v_m^2}{2}, \quad \frac{m}{2} v_m = mv. \quad (4)$$

Отсюда скорость модели

$$v = \sqrt{\frac{W}{m}}. \quad (5)$$

Таким образом, в кинетическую энергию поступательного движения модели $mv^2/2$ превращается только половина потенциальной энергии деформированной пружины, остальная энергия расходуется на возбуждение колебаний.

Обратимся теперь к капле жидкости. В поле тяжести капля на несмачиваемой поверхности деформирована и площадь её поверхности S больше площади поверхности S_0 сферической капли того же объёма. Поэтому увеличение поверхностной энергии капли за счёт её деформации выражается как

$$W = \sigma(S - S_0) = \sigma\Delta S, \quad (6)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения. Эта величина соответствует энергии деформации пружины в рассмотренной выше механической модели. При переходе системы в состояние невесомости энергия W (6) делится поровну между поступательным и колебательным движениями подпрыгнувшей капли. С учётом (5) скорость удаления капли от подложки при переходе

системы в невесомость

$$v = \sqrt{\frac{\sigma\Delta S}{m}} = \sqrt{\frac{\sigma\Delta S}{\rho V}}, \quad (7)$$

где ρ — плотность жидкости, V — объём капли.

Если капля жидкости мала, то её деформация в поле тяжести незначительна и увеличение её поверхностной энергии $W = \sigma\Delta S$ можно приравнять уменьшению потенциальной энергии сферической капли при помещении её на подложку, $W = mgh/2$ (2). Подставляя сюда значение h из (1) и используя (5), получаем

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{g(2R_0 - H)}. \quad (8)$$

Таким образом, скорость удаления сравнительно малых капель от свободно падающей подложки возрастает пропорционально корню квадратному из радиуса недеформированной капли.

Поверхность более крупной капли на несмачиваемой подложке приближённо можно считать цилиндрической. Цилиндр жидкости высотой H и радиусом R имеет объём $V = \pi R^2 H$, равный объёму сферической капли $V = (4/3)\pi R_0^3$. Отсюда

$$R = \sqrt{\frac{4R_0^3}{3H}}, \quad \Delta S = 2\pi R(R + H) - 4\pi R_0^2. \quad (9)$$

Используя эти выражения и формулу (7), можно оценить скорость подпрыгнувшей над подложкой капли. Такой подход к оценке кинетической энергии капли реализован в [1].

5. Скорость подпрыгнувшей капли

Положения падающих вниз столика и капли можно определить по изображениям миллиметровой шкалы, которые имеются на каждой фотографии. Это позволяет построить график движения капли в системе отсчёта, связанной с падающим столиком, и по графику вычислить скорость капли относительно столика.

На рисунке 4 приведены три таких графика, полученных для капель разного объёма. Непосредственно видно, что в системе отсчёта, связанной со столиком, капли двигались с постоянной скоростью. Чтобы сопоставить экспериментальные результаты с выводами приведённой в разделе 4 элементарной теории, должна быть известна зависимость высоты H лежащей на гидрофобной поверхности деформированной капли воды от радиуса R_0 капли в сферической форме.

Экспериментально определить эту зависимость можно, если капли помещать на близкую к плоской супергидрофобную подложку. Для её подготовки использовалась плоская поверхность дна химического стеклянного стакана диаметром 80 мм, которая была обработана абразивом так, что приобрела шероховатую почти сферическую форму. Наибольшая величина углубления обработанной поверхности составила 0,2 мм. Матовая поверхность стекла несколько раз равномерно покрывалась копотью над пламенем, чтобы получился прочный слой без микротрещин. Подготовленная таким образом подложка устанавливалась горизонтально, и на её поверхность шприцем наносился определённый объём дистиллированной воды. Лежащая капля фотографировалась вместе с миллиметровой шкалой цифровым фотоаппаратом (рис. 5). Затем в каплю добавлялась новая

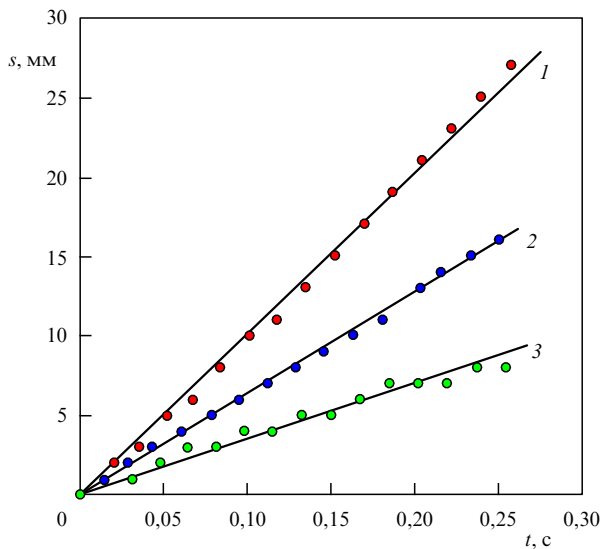


Рис. 4. Зависимости координат трёх капель от времени в системе отсчёта, связанной с подложкой: 1 — $R_0 = 5,8$ мм, $v = 102$ мм с⁻¹; 2 — $R_0 = 2,5$ мм, $v = 64$ мм с⁻¹; 3 — $R_0 = 1,6$ мм, $v = 35$ мм с⁻¹.

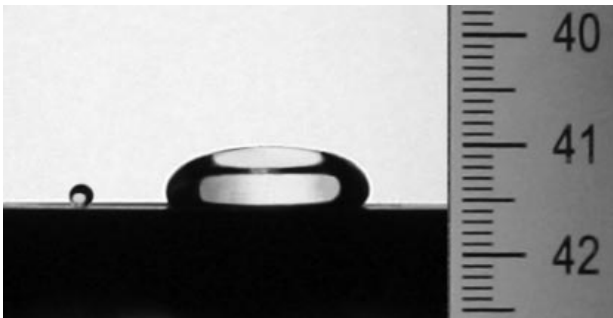


Рис. 5. Капля воды объёмом 1,2 мл, лежащая на несмачиваемой поверхности. Для сравнения рядом расположена почти сферическая маленькая капля.

порция воды, и вновь производилось фотографирование. Фотографии вводились в компьютер, увеличивались, и измерялась высота капель. Абсолютная погрешность результатов составила 0,1 мм.

На рисунке 6 представлена построенная по данным эксперимента зависимость (кривая 1) высоты H лежащей на несмачиваемой поверхности капли от её радиуса R_0 в невесомости. Кривая 2 соответствует результатам численного моделирования формы капли, находящейся в тех же условиях [5]. Кривая 2 имеет максимум при $R_0 \approx 8,9$ мм. Величина этого максимума невелика, и в наших экспериментах он не обнаруживается.

На рисунке 7 построена теоретическая зависимость (1) скорости v движущейся относительно подложки малой капли сферической формы от её радиуса R_0 (8), причём для каждого R_0 взяты экспериментальные результаты измерения высоты H , представленные на рис. 6. График 2 скорости v сравнительно большой капли построен по формулам (9) и (7). В той же системе координат построен экспериментальный график 3 по результатам непосредственного измерения скорости капли относительно подложки. Наблюдается хорошее согласие результатов эксперимента и теории. Заметим, что определённое в эксперименте предельно малое значение радиуса капли воды, при котором капля отрывается от слоя копоти, составило 1,1 мм.

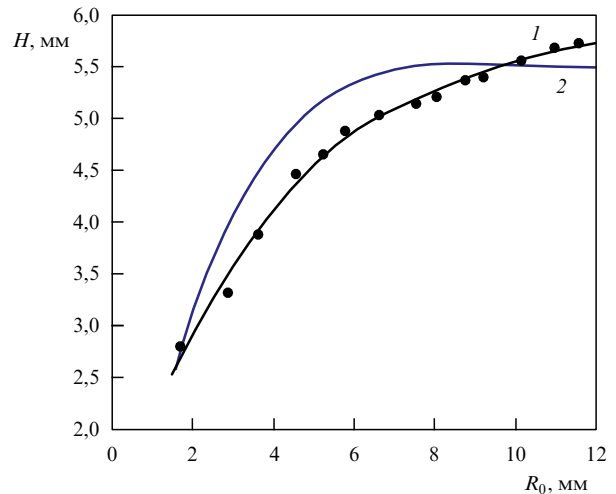


Рис. 6. Зависимости высоты лежащей капли от радиуса сферической капли того же объёма: 1 — результаты эксперимента, 2 — результаты численного моделирования.

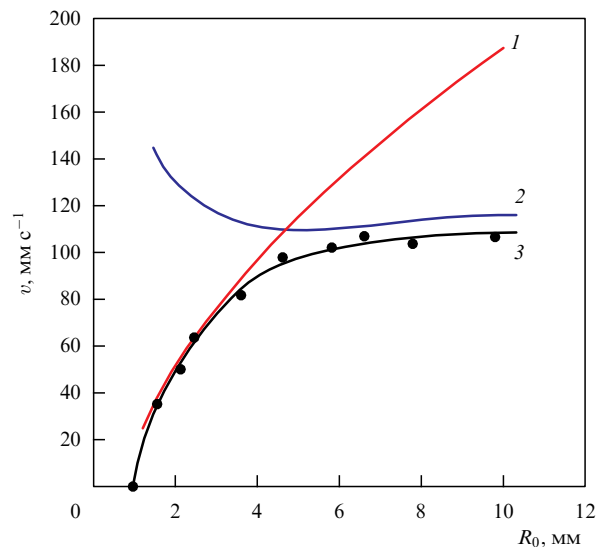


Рис. 7. Зависимость скорости капли, движущейся относительно подложки, от радиуса сферической капли того же объёма: 1 — график, построенный по формуле (8), 2 — график, построенный согласно формулам (7) и (9), 3 — экспериментальный график.

6. Частота собственных колебаний капли

Рассмотренная в разделе 4 механическая модель показывает, что период колебаний подпрыгнувшей капли должен быть пропорционален корню квадратному из её массы или объёма (3). Частоты собственных колебаний сферической капли жидкости найдены Рэлеем [6]:

$$\omega_n = \sqrt{(n-1)n(n+2)} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho R_0^3}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

где n — номер моды колеблющейся капли. Отсюда для эллипсоидальной моды ($n = 2$) имеем

$$\omega = \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho R_0^3}}. \quad (11)$$

Вывод этой формулы дан, например, в [7]. Колебания падающих в воздухе капель воды исследованы в [8]. Если

вместо радиуса R_0 сферической капли использовать её объём V , то период основной моды собственных колебаний капли выразится как

$$T = \sqrt{\frac{3\pi\rho V}{8\sigma}}. \quad (12)$$

Рассмотренные в статье демонстрационные опыты позволяют по серии фотографий оценить период колебаний летящей капли и сопоставить его значение с результатами теоретического расчёта.

В таких опытах целесообразно сравнивать происходящие одновременно движения и колебания двух капель разного объёма. Для этого необходим столик, на котором рядом установлены две одинаковые съёмные подложки (рис. 8). Металлическую скобу такого столика лучше сделать с двумя парами отверстий, так чтобы можно было изменять её высоту над столиком.

На рисунке 9 приведены четыре фотографии подскакивающих над подложками капель объёмом 0,2 мл (в левой части фотографий) и 0,8 мл, выбранные из 18 последовательных фотографий, полученных в эксперименте. На фотографиях указано время t , прошедшее с момента начала падения столика. На рисунках 9а, б малая капля находится в одной фазе колебания, поэтому период её основной моды $T_1 \approx 0,05$ с. На рисунках 9в, г большая капля находится в одной фазе колебания, и период её основной моды $T_2 \approx 0,12$ с. Но и фотографии малой капли на этих рисунках похожи, поэтому оценка периода её колебаний даёт $T_1 \approx 0,06$ с. Так примерно и должно быть, поскольку объёмы капель различаются в четыре раза. Вычисленные по формуле (12) периоды колебаний малой и большой капель составляют соответственно $T'_1 = 0,057$ с и $T'_2 = 0,114$ с, что неплохо согласуется с результатами эксперимента.



Рис. 8. Столик с двумя подложками для сравнения различных капель.

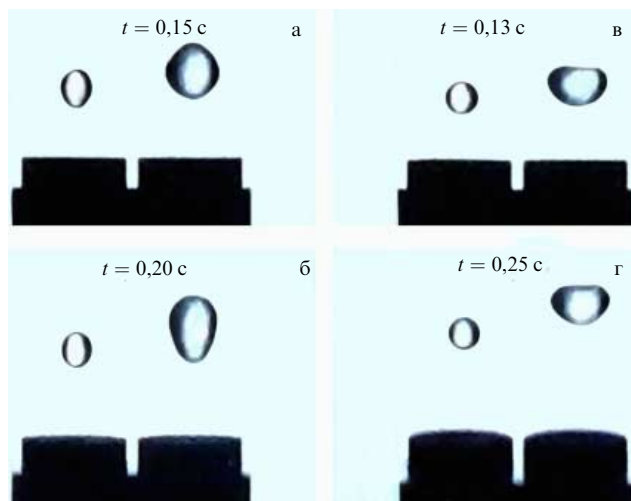


Рис. 9. Фотографии движения капель, объём которых различается в четыре раза, а частота колебаний — примерно в два раза: (а, б) малая капля в одной фазе колебаний, (в, г) большая капля в одной фазе колебаний и малая капля в одной фазе колебаний.

Таким образом, демонстрационный опыт подтверждает справедливость формулы (12), согласно которой период T пропорционален корню квадратному из объёма V капли.

7. Модель лифта Эйнштейна

Для объяснения физической сущности принципа эквивалентности А. Эйнштейн предложил мысленный эксперимент, который проводится в свободно падающем в поле тяжести Земли лифте. Анализ явлений, происходящих в лифте, показывает, что поле тяготения существует для внешнего наблюдателя, для внутреннего наблюдателя его нет [9]. Рассмотренный выше столик с подскакивающей каплей воды фактически является натурной моделью лифта Эйнштейна. В работе [4] подробно описаны соответствующие учебные эксперименты. Здесь мы предлагаем опыт, в котором сравниваются движения твёрдого шарика, лежащего на полу модели лифта и брошенного с пола вертикально вверх.

Для этого правая подложка столика (рис. 10а) снабжена тонкой металлической пружиной, в отверстии которой может располагаться шарик (рис. 10б). В опыте левый из одинаковых стальных шариков диаметром 9,5 мм помещался непосредственно на поверхность дюралевой подложки, а правый — на пружину. При свободном падении столика левый шарик практически не подскакивал, а правый удалялся от столика с относительно большой скоростью.

На рисунке 11 приведена серия из пяти фотографий результата описанного эксперимента, полученных через 0,05 с. На поверхность левой подложки наклеен слой хлорвиниловой изоляции толщиной 0,13 мм, для того чтобы ослабить влияние деформации подложки. По фотографиям можно определить скорость движения правого шарика: $v = 15$ см с^{-1} . Скорость левого шарика не превышает $v = 0,5$ см с^{-1} . В опыте использовались стальные шарики массой $m = 3,5$ г. Правый шарик прогнул пружину на величину $\Delta h = 3$ мм. Когда модель лифта висит на магните неподвижно, действующая на этот шарик сила тяжести $\mathbf{f} = m\mathbf{g}$ уравнивается такой



Рис. 10. Подложка столика, предназначенного для изучения движения стального шарика в модели лифта Эйнштейна: (а) пружина не деформирована, (б) шарик лежит на пружине и деформирует её.

же по модулю, но направленной противоположно силой упругой деформации пружины. При переходе системы в невесомость эта сила перемещает шарик на расстояние Δh и совершает над ним работу $A = f\Delta h/2$. В результате шарик приобретает кинетическую энергию

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{f\Delta h}{2} = \frac{mg\Delta h}{2}.$$

Отсюда скорость шарика

$$v = \sqrt{g\Delta h}. \quad (13)$$

Подставляя в (13) значение Δh , получаем, что скорость шарика относительно модели лифта $v = 17 \text{ см с}^{-1}$, что в пределах погрешности измерений совпадает с вычисленным по фотографиям значением $v = 15 \text{ см с}^{-1}$.

8. Заключение

Рассмотренная в статье экспериментальная установка отличается простотой и позволяет на лекции или семинарском занятии осуществить целый ряд важных демонстрационных экспериментов. Их результаты представляют собой экспериментальное обоснование фактов, которые обычно изучаются умозрительно:

- 1) поверхностная энергия сферической капли жидкости минимальна;
- 2) при переходе в невесомость поверхностная энергия деформированной капли, лежащей на несмачиваемой подложке, превращается в механическую, которая состоит из кинетической энергии поступательного движения и энергии собственных колебаний капли;
- 3) скорость удаления малых капель от свободно падающей подложки пропорциональна корню квадратному из радиуса недеформированной капли;
- 4) скорость больших капель не зависит от их объёма и определяется отношением коэффициента поверхностного натяжения к плотности жидкости;

A drop jumps to weightlessness: a lecture demo

V.V. Mayer, E.I. Varaksina, V.A. Saranin. Department of Physics, Korolenko Glazov State Pedagogical Institute, ul. Pervomaiskaya 25, 427621 Glazov, Udmurtskaya Respublika, Russian Federation. E-mail: mvv2011@list.ru, varaksina_ei@list.ru, saranin@ggpi.org

The paper discusses the lecture demonstration of the phenomenon in which a drop lying on a solid unwettable substrate performs a jump when making the transition to weightlessness. An elementary theory of the phenomenon is given. A jump speed estimate is obtained for small and large drops. The natural vibrational frequency of a flying drop is determined. A full-scale model of Einstein's lift is described. Experimental and theoretical results are found to agree satisfactorily.

Keywords: lecture demonstrations, liquid drop, transition to weightlessness, natural oscillations, Einstein's lift

PACS number: 01.50.My, 47.55.Dy –

Bibliography — 9 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **187** (1) 119–124 (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.04.037815>

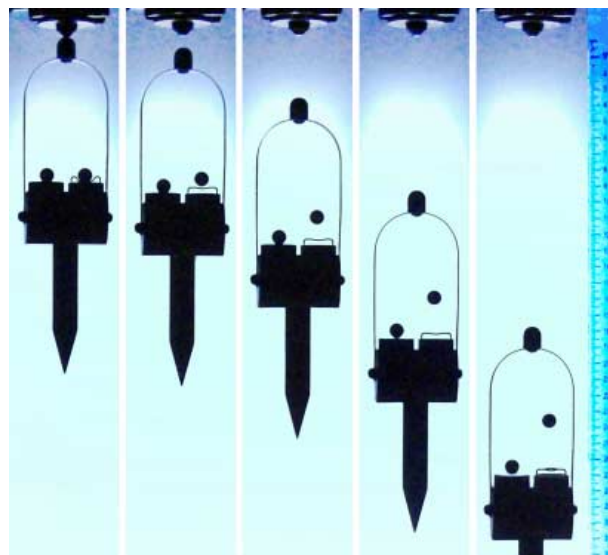


Рис. 11. Результаты опыта, в котором капля воды заменена стальным шариком. Движение относительно столика происходит за счёт энергии сжатой пружины.

- 5) период основной моды собственных колебаний капли пропорционален корню квадратному из её объёма;
- 6) твёрдый шарик, лежащий в поле тяжести на упругой подложке, при переходе системы в невесомость подскакивает над подложкой, подобно капле жидкости;

7) прыжок при переходе в невесомость позволяет продемонстрировать движение тела, брошенного вверх, в натурной модели лифта Эйнштейна.

Авторы выражают благодарность И.А. Васильеву за существенную помощь в экспериментальной работе.

Список литературы

1. Кирко И М, Добычин Е И, Попов В И *ДАН СССР* **192** 301 (1970); Kirko I M, Dobychin E I, Popov V I *Sov. Phys. Dokl.* **15** 442 (1970)
2. Герузин Я Е *Капля* (М.: Наука, 1973)
3. Майер В В, Саранин В А *Учебная физика* (1) 40 (1997)
4. Mayer V V, Varaksina E I *Eur. J. Phys.* **36** 055020 (2015)
5. Саранин В А, в сб. *Актуальные проблемы механики сплошных сред, Пермь, 1–2 ноября 2005 г. Материалы научной конф.* (Екатеринбург: УрО РАН, 2005) с. 120
6. Strutt J W (Baron Rayleigh) *The Theory of Sound* (New York: Dover Publ., 1945); Пер. на русск. яз.: Стретт Дж В (лорд Рэлей) *Теория звука* Т. 2 (М.: Гостехиздат, 1955)
7. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986); Пер. на англ. яз.: Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)
8. Стерлядкин В В *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана* **18** (1) 98 (1982)
9. Einstein A, Infeld L *The Evolution of Physics: the Growth of Ideas from Early Concepts to Relativity and Quanta* (New York: Simon and Schuster, 1938); Пер. на русск. яз.: Эйнштейн А, Инфельд Л, в кн. *Эйнштейн А Собрание научных трудов* (Под ред. И Е Тамма и др.) Т. 4 (М.: Наука, 1967) с. 357

Received 23 April 2016

Physics – Uspekhi **60** (1) (2017)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.04.037815>