

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Аттосекундные электромагнитные импульсы: генерация, измерение и применение.

### Генерация высоких гармоник интенсивного лазерного излучения для получения аттосекундных импульсов

В.В. Стрелков, В.Т. Платоненко, А.Ф. Стержантов, М.Ю. Рябиков

Описывается современное состояние исследований в области получения и применения субфемтосекундных (или аттосекундных,  $1 \text{ ас} = 10^{-18} \text{ с}$ ) ультрафиолетовых и рентгеновских импульсов. Механизм получения аттосекундных импульсов связан с генерацией высоких гармоник лазерного поля: при взаимодействии интенсивных фемтосекундных лазерных импульсов с веществом происходит генерация гармоник высокого порядка (ГГВП), при этом максимальные номера гармоник составляют от нескольких десятков до тысяч. Сфазированность гармоник в достаточно широком спектральном интервале приводит к формированию аттосекундных импульсов. Рассмотрены два пути получения аттосекундных импульсов: при взаимодействии интенсивного лазерного излучения с газообразной средой и с границей твердотельной плазмы. Представлены теория микроскопического высокочастотного отклика газообразной среды, находящейся в интенсивном низкочастотном лазерном поле, а также численные результаты, основанные на решении уравнения Шредингера для атомарной системы. Описана методика расчёта макроскопического отклика и анализа фазового синхронизма при генерации высоких гармоник. Для генерации когерентного ультрафиолетового и рентгеновского излучения на границе плотной плазмы обсуждаются механизмы явления. Предлагается простая модель и проводится сравнение результатов модели с численными результатами, полученными методом "частиц в ячейке" (PIC).

**Ключевые слова:** аттосекундные импульсы, генерация гармоник высокого порядка, взаимодействие интенсивного лазерного излучения с веществом, фазовый синхронизм, нестационарное уравнение Шредингера, плотная лазерная плазма, метод частиц в ячейке (PIC)

PACS numbers: 42.65.Ky, 42.65.Re, 52.38.-r

DOI: 10.3367/UFNr.2015.12.037670

### Содержание

1. Введение (449).
2. Генерация аттосекундных импульсов в газах. Механизм явления и теоретическое описание (450).
  - 2.1. Условия получения аттосекундных импульсов. Полуклассическая теория процесса генерации высоких гармоник. 2.2. Кван-

**В.В. Стрелков.** Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, 119991 Москва, Российская Федерация; Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Российская Федерация  
E-mail: strelkov.v@gmail.com

**В.Т. Платоненко, А.Ф. Стержантов.** Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы 1, 119991 Москва, Российская Федерация  
**М.Ю. Рябиков.** Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, 603950 Нижний Новгород, Российская Федерация; Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, просп. Гагарина 23, 603950 Нижний Новгород, Российская Федерация

Статья поступила 7 сентября 2015 г.,  
после доработки 1 декабря 2015 г.

- тovo-механическое описание процесса генерации высоких гармоник. Численные расчёты. 2.3. Квантово-механическое описание процесса генерации высоких гармоник. Аналитические теории. 2.4. Макроскопический отклик. Фазовый синхронизм при генерации гармоник высокого порядка. 2.5. Генерация высоких гармоник и получение аттосекундных импульсов в поле лазерного излучения с длиной волны в несколько микрометров.
3. Генерация аттосекундных импульсов при взаимодействии лазерного излучения ультрапрелятистской интенсивности с поверхностью плотной плазмы (463).
  - 3.1. Введение. 3.2. Аналитическая модель. 3.3. Результаты расчётов. 3.4. Заключительные замечания.
4. Заключение (468).

Список литературы (468).

### 1. Введение

Начиная со времени появления лазеров развитие нелинейной оптики было тесно связано с получением всё более коротких лазерных импульсов. На современных лазерных установках достигнута фемтосекундная длительность импульсов, сравнимая с периодом светового поля (один период поля для титан-сапфирового лазера

примерно 2,7 фс). Таким образом, дальнейшее уменьшение длительности световых импульсов с длиной волны, лежащей в видимом диапазоне, невозможно. Однако в ультрафиолетовом или более коротковолновых диапазонах субфемтосекундные импульсы могут быть получены. В настоящем обзоре описывается современное состояние исследований в области получения и применения субфемтосекундных (или аттосекундных,  $1 \text{ ас} = 10^{-18} \text{ с}$ ) ультрафиолетовых и рентгеновских импульсов.

Основной подход к получению аттосекундных импульсов связан с генерацией высоких гармоник лазерного поля: при взаимодействии интенсивных фемтосекундных лазерных импульсов с веществом происходит генерация гармоник высокого порядка (ГГВП), при этом максимальные номера гармоник могут, в зависимости от конкретных условий, составлять от нескольких десятков до нескольких тысяч. Как было экспериментально показано в начале 2000-х годов, при определённых условиях фазы гармоник могут быть синхронизованы таким образом, что, складываясь, поля гармоник образуют цуг аттосекундных ультрафиолетовых (или рентгеновских) импульсов. Являясь наиболее короткими из полученных на сегодняшний день электромагнитных импульсов, такие импульсы представляют собой уникальный инструмент для непосредственного измерения процессов аттосекундной длительности, важных для различных областей физики, а также химии, биологии, прикладных наук и др., что определяет актуальность данной тематики.

В настоящем обзоре обсуждаются два пути получения аттосекундных импульсов: при взаимодействии интенсивного лазерного излучения с газообразной средой и границей твердотельной плазмы.

В первом из этих направлений достигнуты значительные успехи как в экспериментальной реализации, так и в теоретическом описании явления. В разделе 2 наряду с изложением современных экспериментальных данных, относящихся к ГГВП в газах, представлены теоретические подходы к описанию основанной на ГГВП генерации когерентного ультрафиолетового излучения газообразной средой, находящейся в интенсивном низкочастотном лазерном поле произвольной эллиптичности. Обсуждается расчёт как микроскопического, так и макроскопического откликов. Представляемые квантовомеханические теоретические подходы, основанные на квазиклассическом рассмотрении движения электрона, применимы, строго говоря, только в туннельном режиме (т.е. при значениях параметра Келдыша  $\gamma$  [1], много меньших единицы). Однако сравнение с результатами численных расчётов и экспериментальными данными показывает, что теория даёт хорошие результаты и при  $\gamma \approx 1$ .

В разделе 3 рассматриваются перспективы получения аттосекундных импульсов при взаимодействии интенсивного лазерного излучения с плотной плазмой. Результаты расчётов показывают, что при отражении от границы твердотельной мишени лазерного импульса релятивистской интенсивности генерируются атто- и субаттосекундные импульсы и при определённых условиях может быть достигнута значительная эффективность их генерации. Обсуждаются также возможности экспериментальной реализации этого способа получения аттосекундных импульсов.

## 2. Генерация аттосекундных импульсов в газах. Механизм явления и теоретическое описание

### 2.1. Условия получения аттосекундных импульсов. Полуклассическая теория процесса генерации высоких гармоник

Как отмечалось во введении, для получения аттосекундных импульсов необходимо когерентное излучение ультрафиолетового (УФ) или рентгеновского диапазона. В последние годы достигнут значительный прогресс в освоении этих спектральных диапазонов лазерами на свободных электронах (ЛСЭ) [2–5]. Для ЛСЭ, однако, характерны огромные габариты и дороговизна, а также невысокая степень временной когерентности генерируемых импульсов [6]. Хотя последнюю из указанных проблем удается в значительной степени решить посредством инжекции внешнего когерентного затравочного излучения (продемонстрировано, в частности, использование для этой цели излучения, получаемого посредством ГГВП фемтосекундного лазерного излучения в газах [7, 8]), ЛСЭ пока не могут рассматриваться как реальные устройства для проведения широких исследований в области аттосекундной физики. Основные успехи в получении аттосекундных импульсов связаны с другим путём получения когерентного высокочастотного излучения, а именно с ГГВП в газообразных средах. Этот эффект впервые экспериментально наблюдался в конце 1980-х – начале 1990-х годов [9–16]. Обзор ранних экспериментальных работ дан в [17, 18]. Прогресс экспериментальной техники делает возможным получение всё более высокочастотных полей этим методом. В частности, в конце 1990-х годов при генерации высоких гармоник получено когерентное излучение в "водяному окне" [19, 20] (важной для биохимических исследований области длин волн 2,3–4,4 нм, или энергий фотонов от 284 эВ до 543 эВ, в которой углеродсодержащие биологические объекты эффективно поглощают излучение, в то время как вода относительно прозрачна), а в 2005 г. получено излучение с длиной волны 1 нм ( $\approx 1,3$  кэВ) [21].

Отметим, что ещё в 1960-х годах была теоретически исследована ГГВП в плазме [22] (см. также [23]). По-видимому, ГГВП в объёме плазмы наблюдалась впервые в [24]. Однако экспериментально этот механизм ГГВП не исследован детально, поскольку, как правило, он обладает относительно низкой эффективностью. Более активно исследуется ГГВП на границе твердотельной плазмы (см. обзоры [25, 26]). Этот способ является перспективным с точки зрения получения высокоинтенсивных аттосекундных импульсов. В экспериментах, реализующих этот подход, продемонстрирована генерация рентгеновского излучения с энергиями квантов, в несколько тысяч раз превышающими энергию фотонов падающего излучения [27]. В недавних экспериментах показано, что высокие гармоники, генерируемые на поверхности плазмы, синхронизованы по фазе [28, 29]; получены также прямые экспериментальные свидетельства того, что эти гармоники образуют цуг импульсов с длительностями, значительно меньшими периода падающего излучения [30].

При генерации в газах спектр высоких гармоник содержит, помимо резко спадающего участка в области низких частот, широкое платообразное распределение, простирающееся в область высоких частот и затем резко

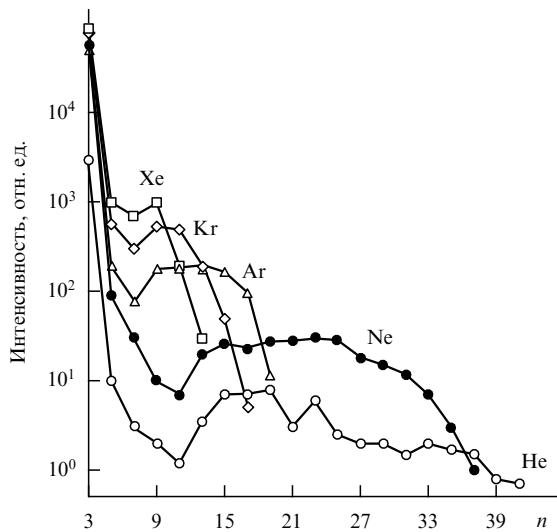


Рис. 1. Характерные спектры генерации гармоник интенсивного линейно поляризованного лазерного излучения в газе. Приведены интенсивности гармоник  $I_n$ , генерируемых в He, Ne, Ar, Kr, Xe лазером на красителях ( $\lambda = 0,616$  мкм) при интенсивности возбуждающего излучения  $1,4 \times 10^{14}$ ,  $1,9 \times 10^{14}$ ,  $1,9 \times 10^{14}$ ,  $1,5 \times 10^{14}$ ,  $2,0 \times 10^{14}$  Вт см<sup>-2</sup> для He, Ne, Ar, Kr, Xe соответственно. (Данные из работы [14].)

обывающееся (рис. 1). Для края плато в результате численных расчётов [31] получен эмпирический закон, удовлетворительно соглашающийся с многочисленными экспериментальными данными:

$$N_{\max} \approx \frac{I_p + 3U}{\omega_0}, \quad (1)$$

где  $I_p$  — потенциал ионизации атома,  $U = E_0^2/(4\omega_0^2)$  — средняя осцилляторная энергия электрона в осциллирующем электрическом поле с амплитудой  $E_0$  и частотой  $\omega_0$  (здесь и далее для удобства мы пользуемся атомными единицами:  $e = m = \hbar = 1$ ).

Резко спадающий низкочастотный участок спектра гармоник обусловлен нелинейностью внутриатомного отклика, как и при генерации в более слабых полях. Граница этого участка определяется максимальной частотой движения электрона в атоме, т.е. потенциалом ионизации. Решающую роль в объяснении механизма генерации более высоких гармоник (а также в объяснении ряда других нелинейных процессов, сопровождающих ионизацию атомов интенсивным лазерным полем) сыграла так называемая полуклассическая модель, сформулированная в работах [32, 33] (некоторые сходные предположения были высказаны ранее в работах [34–36]). Согласно полуклассической модели в основе эффекта ГГВП лежит трёхступенчатый процесс, состоящий из элементарных актов (рис. 2): 1) отрыва электрона от атома вследствие туннельной ионизации; 2) ускорения электрона оптическим полем (сначала — в направлении от родительского иона, а когда поле меняет знак, — в направлении к нему); 3) соударения возвращающегося электрона с родительским ионом, сопровождающегося испусканием высокоэнергетического фотона.

Максимальная энергия фотона, излучаемого в этом процессе, определяется максимальной кинетической энергией  $E_{\max}$ , которую может иметь электрон в момент соударения с ионом. В результате электрон-ионной ре-

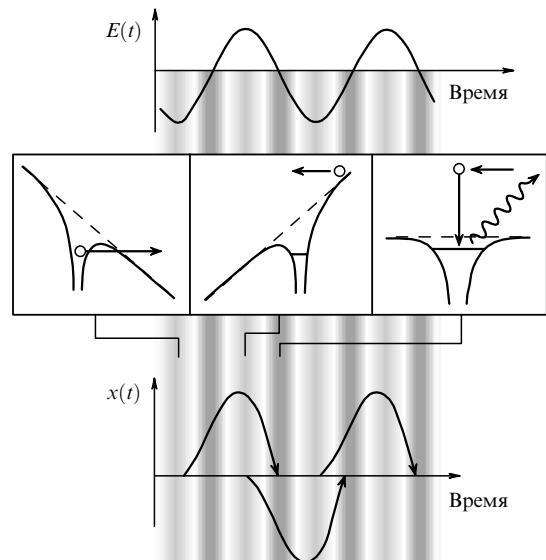


Рис. 2. К объяснению трёхступенчатого механизма генерации высоких гармоник интенсивного лазерного излучения в газе.

комбинации электрон может перейти в основное состояние в атоме, испустив фотон с энергией  $\omega_{\max} = I_p + E_{\max}$ .

Пусть поле  $E(t) = E_0 \sin(\omega_0 t)$  линейно поляризовано вдоль оси  $x$ . Поскольку в сильном поле радиус осцилляций электрона существенно превышает размеры атома (при длине волны генерирующего поля 800 нм и интенсивности порядка  $10^{14}$  Вт см<sup>-2</sup> радиус осцилляций  $x_{\text{osc}} = E_0/\omega_0^2$  достигает нескольких десятков боровских радиусов), влиянием поля иона на движение электрона можно пренебречь.

Будем считать, что электрон, находившийся первоначально в связанным состоянии в атоме, появляется в результате ионизации в континууме в некоторый момент  $t_i$  с нулевыми значениями координаты и начальной скорости. Решая для электрона уравнение Ньютона, находим, что траектории электронов, оторванных от атома при фазе поля  $\varphi = \omega_0 t_i$  в интервалах  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ ,  $\pi \leq \varphi \leq 3\pi/2$  и т.д., никогда не проходят через точку расположения родительского иона, в то время как электроны, появившиеся при  $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi$ ,  $3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi$  и т.д. (см. вставку на рис. 3а), один или несколько раз возвращаются к родительскому иону.

Из решения уравнения Ньютона можно найти [17, 37], что момент возврата электрона к родительскому иону  $t_r$  и время свободного движения

$$\tau = t_r - t_i \quad (2)$$

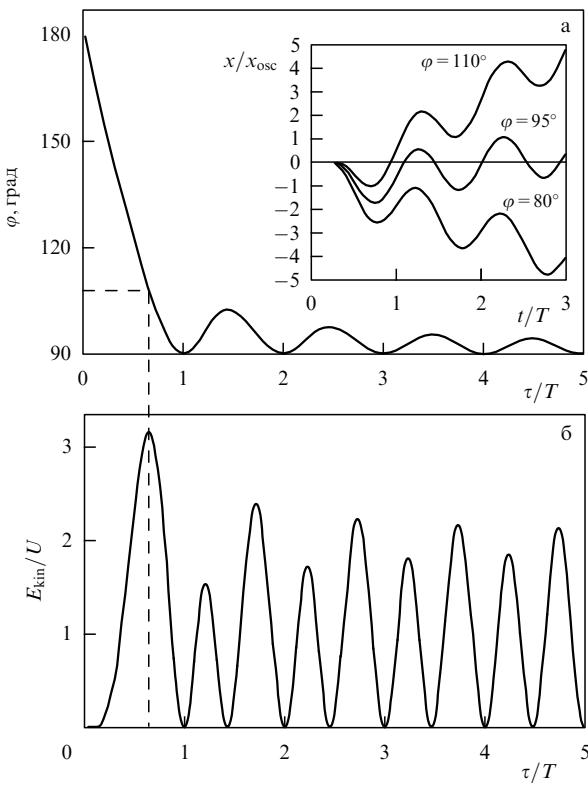
связаны условием

$$\tan \varphi = \frac{\omega_0 \tau - \sin(\omega_0 \tau)}{\cos(\omega_0 \tau) - 1}, \quad (3)$$

а кинетическая энергия электрона в момент возврата имеет вид

$$E_{\text{kin}} = 2U \frac{C^2(\omega_0 \tau) \omega_0 \tau}{\omega_0 \tau - \sin(\omega_0 \tau) - C(\omega_0 \tau)}, \quad (4)$$

где  $C(\omega_0 \tau) = \sin(\omega_0 \tau) - 2[1 - \cos(\omega_0 \tau)]/(\omega_0 \tau)$ .



**Рис. 3.** (а) Связь между фазой поля в момент отрыва электрона и временем его свободного движения до возврата к родительскому иону. На вставке — траектории электронов, начавших свободное движение при различных фазах поля; в зависимости от этой фазы электрон или никогда больше не возвращается к родительскому иону, или возвращается по крайней мере один раз. (б) Зависимость кинетической энергии электрона при возврате к родительскому иону от времени его свободного движения.

Отметим, что для нахождения моментов ионизации  $t_i^m$  для негармонического (двухцветного) поля Паулусом с соавторами в [38] был предложен удобный графический метод.

Из анализа (3) и (4) следует, что величина  $E_{\text{kin}}$  имеет максимум  $E_{\text{max}} \approx 3,17U$  (рис. 3б), соответствующий значениям  $\varphi = 1,88$  ( $108^\circ$ ),  $\omega_0\tau = 4,09$  ( $234^\circ$ ),  $\omega t_r = 5,97$  ( $342^\circ$ ). Отсюда получаем формулу для номера гармоники, соответствующей высокочастотному краю плато:

$$N_{\text{max}} = \frac{I_p + 3,17U}{\omega_0}, \quad (5)$$

хорошо согласующуюся с эмпирической формулой (1).

Траектории, соответствующие отрыву электрона при фазах поля  $108^\circ < \varphi < 180^\circ$  и, соответственно, времени его свободного движения  $0 < \tau < 0,65T$  ( $T$  — период генерирующего поля), называются "короткими" траекториями, остальные — "длинными". Из рисунка 3 видно, что каждому значению энергии в области  $2,4U < E_{\text{kin}} < 3,17U$  соответствуют только две траектории (одна короткая и одна длинная), а при меньших энергиях таких траекторий больше. Это означает, что в сигнале гармоник с номерами, соответствующими примерно до  $3/4$  от ширины плато, есть вклад от траекторий с  $\tau > T$ , т.е. с неоднократными возвратами к родительскому иону. Заметим, однако, что, как показывает квантово-механическое рассмотрение (см. ниже), с возрастанием  $\tau$

вклад таких траекторий значительно убывает из-за расплывания электронного волнового пакета.

В периодическом поле описанный выше трёхступенчатый процесс повторяется с некоторой вероятностью на каждом полупериоде поля (см. нижнюю часть рис. 2). Это приводит к тому, что излучаемый спектр состоит из набора гармоник, отстоящих друг от друга на величину  $2\omega_0$ . Вследствие изотропности среды излучаются только нечётные гармоники.

Таким образом, ГГВП оказывается удобным процессом для получения аттосекундных импульсов, так как в спектре имеется широкая область (плато) спектральных компонент со сравнимой интенсивностью. В случае полной синфазированности этих компонент длительность получаемого из этой спектральной области импульса определяется её обратной шириной. А именно сигнал, получаемый при суммировании  $q$  нечётных синфазированных гармоник, представляет собой периодическую последовательность импульсов длительностью около  $T/(2q)$ , с периодом следования  $T/2$  [34, 39]. Вопрос о фазировке гармоник рассмотрен в разделе 2.2.

## 2.2. Квантово-механическое описание процесса генерации высоких гармоник. Численные расчёты

Поляризация элемента объёма среды определяется как  $\mathbf{P}(t) = N\mu(t)$ , где  $N$  — концентрация частиц,  $\mu$  — квантово-механическое среднее значение дипольного момента, определяемое как

$$\mu(t) = \langle \psi(\mathbf{r}, t) | -\mathbf{r} | \psi(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (6)$$

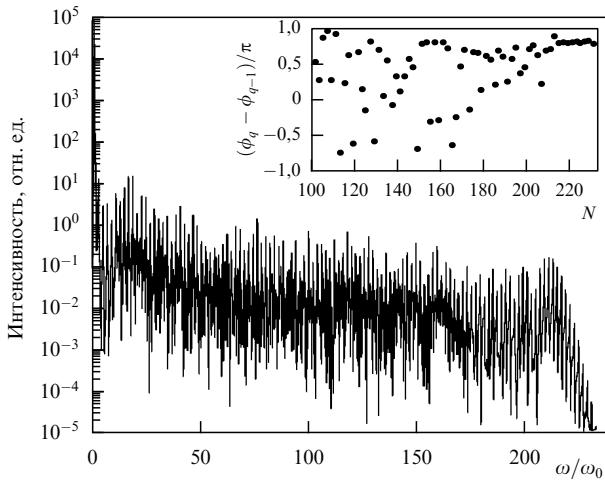
где  $\psi(\mathbf{r}, t)$  — волновая функция электрона. Здесь и далее для простоты ограничимся случаем одноэлектронного атома. Приближение одного активного электрона [31, 40] часто используется и для многоэлектронных атомов, когда считают, что взаимодействие атома с внешним полем определяется только электроном на верхней заполненной оболочке, слабее всего связанным с ядром, а остальные электроны являются "замороженными" внутри атома и образуют вместе с ядром частицу, связанную с внешним электроном эффективным потенциалом  $V(\mathbf{r})$ .

Взаимодействие атома с лазерным полем будем рассматривать в электродипольном приближении. Зависящая от времени волновая функция находится из решения нестационарного уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \left( -\frac{1}{2} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + \mathbf{r} \mathbf{E}(t) \right) |\psi(\mathbf{r}, t)\rangle. \quad (7)$$

В общем случае решение уравнения (7) может быть найдено только численно с помощью различных методов (см., например, [32, 40–46]). На рисунке 4 приведены результаты численного расчёта спектра с помощью метода расщепления (метода дробных шагов) с быстрым преобразованием Фурье (детали расчёта см. в [47, 48]; использованный метод численного решения был предложен в [49]). Спектр обладает ярко выраженным платообразным распределением, а положение высокочастотной границы плато хорошо согласуется с величиной, следующей из классического рассмотрения (см. формулу (5), которая при использованных параметрах даёт  $N_{\text{max}} \approx 213$ ).

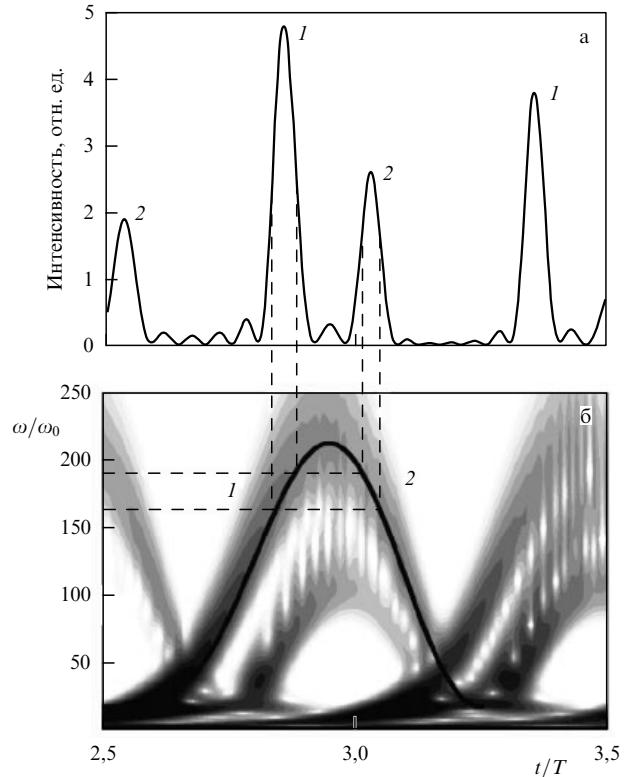
На вставке рис. 4 приведена полученная из численных расчётов зависимость разности фаз соседних нечётных



**Рис. 4.** Рассчитанный численно спектр гармоник, генерируемых атомом водорода в поле линейно поляризованного трапецидально-го лазерного импульса с длиной волны 1600 нм, пиковой интенсивностью  $2 \times 10^{14}$  Вт см $^{-2}$  и длительностью 18 периодов поля. На вставке — зависимость разности фаз  $\varphi_q - \varphi_{q-1}$  соседних нечётных гармоник от номера  $N = 2q + 1$  гармоники.

гармоник от номера гармоники. Распределение фаз гармоник выглядит случайным, что, казалось бы, свидетельствует о невозможности получения коротких импульсов из нескольких соседних гармоник. Это, однако, не так. Для примера на рис. 5а приведён временной профиль суммарного сигнала в частотном окне от 171-й до 191-й гармоники. Видно, что временной профиль сигнала гармоник на каждом полуperiоде поля содержит два доминирующих пика — пики 1 и 2 на рис. 5. По мере продвижения спектрального окна далее в высокочастотную область каждые два пика сближаются и в конце концов сливаются в одиничные пики для гармоник в области края плато.

Описанное частотно-временное поведение сигнала гармоник наглядно иллюстрируется скалограммой вейвлет-преобразования, представленной на рис. 5б (детали вейвлет-преобразования см. в [51]). Сплошной кривой на рис. 5б показана зависимость  $(E_{\text{kin}}(t) + I_p)/\omega_0$ , при этом  $E_{\text{kin}}$  определяется классическим выражением (4) при  $t = t_r$ . Видно, что имеется хорошее соответствие между квантово-механическим и классическим рассмотрениями процесса генерации высоких гармоник: частотно-временная структура генерируемого излучения содержит участки с положительным и отрицательным чирпом (области 1 и 2 на рис. 5б), согласующиеся с соответствующими участками возрастающей и убывающей временной зависимости кинетической энергии электрона при возврате к родительскому иону. Траектории, отвечающие за формирование областей 1 и 2 (рис. 5б), как указывалось выше, обычно называют "короткой" и "длинной". Заметим, что в области низких  $\omega$  частотно-временная структура излучения гармоник усложняется из-за вкладов ещё более длинных (длительностью более периода лазерного поля) траекторий, соответствующих множественным возвратам электрона к иону. Однако с увеличением времени движения электрона в континуме вклад таких траекторий по сравнению с вкладом более коротких траекторий уменьшается из-за квантово-механического расплывания электронного волнового пакета (см. раздел 2.3).



**Рис. 5.** (а) Временной профиль сигнала гармоник в частотном окне от 171-й до 191-й гармоники. Параметры лазерного импульса те же, что на рис. 4. (б) Фрагмент скалограммы вейвлет-преобразования сигнала гармоник, спектр которого показан на рис. 4. Сплошной кривой представлен результат, основанный на анализе классического движения электрона (см. текст). (Из работы [50].)

Сложное поведение фаз гармоник в низкочастотной части плато на рис. 4 является результатом интерференции вкладов различных электронных траекторий. По мере увеличения частоты гармоники свойства этих вкладов становятся всё ближе друг к другу и, наконец, для гармоник вблизи высокочастотной границы плато вклады сливаются в один, что проявляется в регулярном поведении фаз гармоник.

### 2.3. Квантово-механическое описание процесса генерации высоких гармоник. Аналитические теории

В рамках определённых предположений удаётся построить аналитические и полуаналитические теории (см., например, [52–60]), позволяющие описать процесс ГГВП, не прибегая к численному решению уравнения Шрёдингера. Начнём с краткого изложения широко распространённой теории, развитой М. Левенштейном с соавторами [52].

Волновую функцию в (6) можно представить в виде суммы частей, соответствующих связанным и свободному электрону:  $\psi = \psi_b + \psi_f$ . Тогда

$$\mu = \langle \psi_b | -\mathbf{r} | \psi_b \rangle + \langle \psi_b | -\mathbf{r} | \psi_f \rangle + \langle \psi_f | -\mathbf{r} | \psi_b \rangle + \langle \psi_f | -\mathbf{r} | \psi_f \rangle. \quad (8)$$

Вклад первого слагаемого в правой части (8) в дипольный момент соответствует связанным переходам, вклады второго и третьего слагаемых определяются свободно-связанными переходами, и, наконец, вклад последнего слагаемого соответствует свободно-

свободным переходам. Первое слагаемое, описывающее внутриатомные переходы, отвечает за низкочастотный резко спадающий участок спектра гармоник и не играет большой роли с точки зрения генерации аттосекундных импульсов (АИ). В обычно рассматриваемом случае слабой ионизации вклад последнего слагаемого в дипольный момент относительно невелик и им, как правило, пренебрегают (противоположный случай рассмотрен в [53, 58, 61]). В связи с этим основным предметом рассмотрения в теории ГГВП обычно являются свободно-связанные переходы. В теории Левенштейна [52] также пренебрегается вкладом промежуточных связанных состояний, что является оправданным для рассматриваемых интенсивностей лазерного поля ( $I \sim 10^{14} - 10^{15}$  Вт см $^{-2}$ ), при которых осуществляется туннельный режим ионизации [1]. Волновая функция представляется в виде суперпозиции основного состояния в атоме  $|0\rangle$  и интеграла по набору состояний непрерывного спектра  $|\mathbf{v}\rangle$  ( $\mathbf{v}$  — скорость электрона в континууме):

$$|\psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp(iI_p t) \left( a(t)|0\rangle + \int b(\mathbf{v}, t)|\mathbf{v}\rangle d^3\mathbf{v} \right). \quad (9)$$

Влиянием поля ядра на движение электрона в континууме пренебрегается, как и в представленной выше полуклассической теории. Поскольку рассматривается случай слабой ионизации, изменение амплитуды основного состояния считается пренебрежимо малым:  $a(t) \approx 1$ . После подстановки (9) в (6) и (7) и некоторых преобразований получается следующее выражение для дипольного момента:

$$\begin{aligned} \mathbf{\mu}(t) = i \int_0^t dt' \int d^3\mathbf{p} \left[ \mathbf{E}(t') \mathbf{d} \left( \mathbf{p} - \frac{1}{c} \mathbf{A}(t') \right) \right] \times \\ \times \exp(-iS(\mathbf{p}, t, t')) \mathbf{d}^*(\mathbf{p} - \frac{1}{c} \mathbf{A}(t)) + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $\mathbf{p} = \mathbf{v} + (1/c)\mathbf{A}(t)$  — канонический импульс,  $\mathbf{A}(t)$  — векторный потенциал лазерного поля,  $\mathbf{d}(\mathbf{v}) = \langle \mathbf{v} | \mathbf{r} | 0 \rangle$  — дипольный момент перехода между связанным и свободным состояниями электрона,  $S(\mathbf{p}, t, t')$  — квазиклассическое действие, определяющее набег фазы волновой функции при движении электрона между моментами  $t'$  и  $t$ ,

$$S(\mathbf{p}, t, t') = \int_{t'}^t dt'' \left[ \frac{(\mathbf{p} - (1/c)\mathbf{A}(t''))^2}{2} + I_p \right]. \quad (11)$$

Основной вклад в интеграл по  $\mathbf{p}$  в (10) дают стационарные точки действия:  $\nabla_{\mathbf{p}} S(\mathbf{p}, t, t') = 0$  [52]. Наличие таких точек значительно упрощает вычисление этого интеграла, позволяя с помощью метода стационарной фазы свести его к однократному интегралу по временной переменной (окончательное выражение мы здесь для краткости не приводим (подробности см. в [52])). С другой стороны, из (11) нетрудно увидеть, что  $\nabla_{\mathbf{p}} S(\mathbf{p}, t, t')$  представляет собой разность между координатами электрона в моменты  $t'$  и  $t$ :  $\nabla_{\mathbf{p}} S(\mathbf{p}, t, t') = -\mathbf{e}_x(x(t) - x(t'))$ . Отсюда следует вывод, что наибольший вклад в излучение гармоник дают электроны, испытывающие туннельный отрыв от атома и затем возвращающиеся к нему в процессе движения в осциллирующем электрическом поле. Дальнейшее применение метода стационарной фазы (при интегрировании по

временной переменной  $\tau = t - t'$ ) показывает, что стационарная точка классического действия по отношению к  $\tau$  соответствует нулевой начальной скорости электрона.

Таким образом, квантовая теория [52] подтверждает основные предположения представленной выше полу-классической модели (давая при этом, кроме того, возможность систематического рассмотрения роли таких чисто квантовых явлений, как туннелирование, диффузия электронных волновых пакетов, квантовая интерференция и др.). Отметим, что квантово-механический подход позволяет рассмотреть вопрос о синхронизации генерируемых гармоник.

Для нахождения спектра дипольного момента  $\mathbf{\mu}(t)$  снова можно использовать метод стационарной фазы. При этом оказывается, что стационарные точки быстро осциллирующего фазового множителя подынтегральной функции в выражении для фурье-образа дипольного момента на частоте гармоники с номером  $N$  соответствуют тем моментам времени  $t_N$ , в которые кинетическая энергия классического электрона, возвращающегося к иону,  $E_{\text{kin}} = N\omega_0 - I_p$ . В согласии с приведёнными на рис. 5 результатами точных численных расчётов теория [52] показывает, что для достаточно высоких гармоник основной вклад в дипольный момент дают лишь две траектории (соответствующие  $\tau_1$  и  $\tau_2$ ). Вклад  $s$ -й траектории ( $s = 1, 2$ ) в компоненту дипольного момента на частоте  $N\omega_0$  при этом характеризуется фазой  $\Phi_{N,s} = S(t_{N,s}) - N\omega_0 t_{N,s}$  дипольного момента относительно фазы волны накачки (здесь  $S(t_{N,s})$  — величина действия, соответствующего траектории с моментом возврата  $t_{N,s}$ ).

Действие (11), а следовательно, и фаза гармоники зависят от интенсивности  $I$  лазерного излучения. Из-за пространственных вариаций величины  $I$  в лазерном пучке фаза дипольного момента, вообще говоря, различна для разных атомов в объёме взаимодействия, поэтому зависимость  $\Phi(I)$  является важной характеристикой, влияющей на когерентность суммарного поля излучения гармоник на выходе из среды. Аналогичным образом изменения мгновенной интенсивности лазерного излучения со временем могут за счёт зависимости  $\Phi(I)$  ухудшать временнюю когерентность поля гармоник. Детальные квантово-механические расчёты [62–64] показывают, что для обеих электронных траекторий, дающих основной вклад в сигнал гармоник, зависимость  $\Phi(I)$  близка к линейной:

$$\Phi_s(I) \approx -\alpha_s I, \quad (12)$$

но коэффициент пропорциональности для "длинной" траектории во много раз больше по модулю коэффициента пропорциональности для "короткой":  $|\alpha_2| \gg |\alpha_1|$ . Это обстоятельство оказывается очень важным с точки зрения селекции вкладов соответствующих траекторий в сигнал гармоник (см. раздел 2.4).

Аналогично тому, как это сделано в [52], варианты квантово-механического подхода, развитые в работах [17, 55, 65–67], могут быть связаны с полуклассической моделью ГГВП с помощью метода стационарной фазы в интегралах, описывающих отклик атома на внешнее поле: решения уравнений для стационарной фазы (квантовые траектории или квантовые орбиты) приближённо соответствуют траекториям электрона в классической модели. Атомный отклик на частоте каждой гармоники

складывается из нескольких слагаемых, соответствующих различным квантовым траекториям из начального состояния в конечное. Роль этих траекторий в ГГВП, надпороговой ионизации и перерассеянии электрона на родительском ионе впервые обсуждалась ещё в ранних теоретических исследованиях Левенштейна с соавторами [52, 68] и Беккера с соавторами [65] и была детально исследована в работах [69–74] (см. также обзор [37]). Строго говоря, использование квантовых траекторий является хорошим приближением только в туннельном пределе. Применимость этого приближения для реалистичных параметров интенсивного лазерного излучения (которое не всегда строго удовлетворяет требованию  $\gamma \ll 1$ ) была исследована Бауэром с соавторами [75, 76] путём сравнения с результатами прямого численного решения уравнения Шредингера.

Используя приближение квантовых орбит, Иванов с соавторами [77] и Платоненко [56, 57] развили теории ГГВП. В развитых ими теориях амплитуда микроскопического отклика представлена как произведение сомножителей, ответственных за ионизацию, распространение свободного электронного волнового пакета под действием лазерного поля и излучение высокочастотного кванта. Такое представление позволило приблизённо учсть влияние кулоновского притяжения ионного остатка на движение волнового пакета. В работе [78] теория [56] была обобщена для случая эллиптически-поляризованного поля.

Ниже мы изложим более подробно теорию [78], основанную на квазиклассическом описании движения электрона вдоль главной оси эллипса поляризации лазерного поля после ионизации. Движение электрона в плоскости, перпендикулярной главной оси эллипса поляризации, описывается полностью квантово-механически. В теории используется скорость ионизации, рассчитанная на основе численного решения уравнения Шредингера для одноэлектронного модельного атома в лазерном поле. Кроме того, учитывается притяжение свободного электронного волнового пакета родительским ионом непосредственно после ионизации (с помощью введения подгоночного параметра  $\delta$ , оптимизируемого посредством сравнения с численными результатами), а также притяжение возвращающегося к родительскому иону электронного волнового пакета.

Данная теория позволяет вычислить по отдельности вклады различных квантовых траекторий в ГГВП. Зависимости характеристик этих вкладов от параметров генерирующего излучения гораздо проще, чем для полного сигнала гармоники.

Приведём окончательные выражения для одноатомного отклика, полученные в рассматриваемой теории.

Микроскопический отклик на лазерное поле определяется второй производной дипольного момента (6). В соответствии с теоремой Эренфеста она равна квантово-механическому среднему значению силы, действующей на электрон:

$$\ddot{\mathbf{f}}(t) = \mathbf{f}_{\text{full}}(t),$$

где

$$\mathbf{f}_{\text{full}}(t) = -\left\langle \psi(\mathbf{r}, t) \left| \mathbf{E}(t) + \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right| \psi(\mathbf{r}, t) \right\rangle. \quad (13)$$

Ниже будет вычисляться именно квантово-механическое среднее силы, а не дипольного момента. Очевидно,

что в электродипольном приближении первое слагаемое в правой части (13),

$$\left\langle \psi(\mathbf{r}, t) \left| \mathbf{E}(t) \right| \psi(\mathbf{r}, t) \right\rangle = \mathbf{E}(t) \langle \psi(\mathbf{r}, t) | \psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \mathbf{E}(t),$$

не содержит высокочастотных осцилляций, определяющих генерацию УФ-излучения. Поэтому ниже мы рассмотрим только второе слагаемое:

$$\mathbf{f}(t) = -\left\langle \psi \left| \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right| \psi \right\rangle. \quad (14)$$

Для этой величины в [78] получено следующее выражение:

$$\mathbf{f} = \sum_m \{f_x, f_y, 0\}, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} f_x(t) &= \sqrt{2\pi\bar{p}_x w(t_i)} \frac{\partial t_i}{\partial t} a(t_i) a(t) \times \\ &\times M^C \left[ \sqrt{\bar{p}_x^2 + \left( \bar{p}_y - \frac{\bar{y}}{\tau} \right)^2} \right] \frac{2i}{\Delta p_\perp \eta} \times \\ &\times \exp \left( -i\bar{S} - iI_p \tau + \frac{i\bar{y}^2}{2\eta} \right) + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$f_y(t) = f_x(t) \frac{\bar{p}_y - \bar{y}/\eta}{\bar{p}_x} + \text{с.с.} \quad (17)$$

Здесь

$$\eta = \tau - i \frac{2}{\Delta p_\perp^2}, \quad (18)$$

$$\bar{S} = \int_{t_i}^t \frac{\bar{p}_x^2(t') + \bar{p}_y^2(t')}{2} dt', \quad (19)$$

$$\bar{p}_{x,y}(t) = \frac{1}{c} A_{x,y}(t) - \frac{1}{c} A_{x,y}(t_i), \quad (20)$$

$$\bar{y} = \int_{t_i}^t \bar{p}_y(t') dt'. \quad (21)$$

В выражениях (16), (17)  $w(t)$  и  $a(t)$  — соответственно скорость ионизации и амплитуда основного состояния в момент времени  $t$ . Последняя выражается как

$$a(t) = \left[ \exp \left( - \int_{-\infty}^t w(t') dt' \right) \right]^{1/2}. \quad (22)$$

Мгновенная скорость ионизации находится как скорость ионизации (в статическом поле) для значения поля в несколько более ранний момент времени:

$$w(t_i) = w(|E(t_i - \delta)|). \quad (23)$$

Время запаздывания  $\delta$  приблизённо описывает притяжение оторванного от атома электрона ионным остатком после ионизации. Значение  $\delta$  в [56, 78] подбиралось так, чтобы достичь наилучшего согласия теоретических результатов по генерации УФ-излучения с численными. Наилучшее согласие было получено при  $\delta = 1$  атомная единица времени ( $\approx 24,2$  ас); это значение используется во всех нижеследующих расчётах. Для скорости ионизации в статическом поле  $w(E)$  в работе [56] использовано выражение из [79]; в работе [78] для расчёта скорости

ионизации взяты табулированные значения, полученные с помощью численного решения уравнения Шредингера [45]. Отметим, что экспериментальному определению такого времени "задержки" туннельной ионизации посвящено в последнее время много работ (см., например, [80, 81] и цитируемую там литературу).

В выражениях (16)–(18)  $\Delta p_{\perp}$  — неопределённость поперечного импульса электрона после ионизации. Эта величина приблизённо найдена Переломовым, Поповым и Терентьевым [82] (см. также работы [83, 84] и обзор [85]):

$$\Delta p_{\perp}^2 = \frac{|E(t_i)|}{\sqrt{2I_p}}. \quad (24)$$

Наконец, в выражениях (16), (17)

$$M^C(p) = \frac{\mathbf{p}}{p^2} \left\langle \varphi_0(r) \left| \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right| \psi_{\mathbf{p}}^C(\mathbf{r}) \right\rangle, \quad (25)$$

где  $\psi_{\mathbf{p}}^C(\mathbf{r})$  — волновая функция свободного кулоновского состояния, имеющего импульс  $\mathbf{p}$  до рассеяния на кулоновском центре (см. [79]),

$$\begin{aligned} \psi_{\mathbf{p}}^C(\mathbf{r}) = & \exp\left(\frac{\pi}{2p}\right) \Gamma\left(1 - \frac{i}{p}\right) \exp(ipz') \times \\ & \times F\left(\frac{i}{p}, 1, ip(\rho' - z')\right), \end{aligned} \quad (26)$$

где  $z' = \mathbf{p}\mathbf{r}/p$ ,  $\rho' = \sqrt{r^2 - z'^2}$  — координаты точки  $\mathbf{r}$  в цилиндрической системе координат, ось которой направлена вдоль вектора  $\mathbf{p}$ ,  $F$  — присоединённая гипергеометрическая функция,  $\Gamma$  — гамма-функция.

В работе [78] в качестве начального состояния атома  $\varphi_0(r)$  рассматривалось основное состояние (1s) атома водорода, затем значения  $M^C(p)$  были найдены численно, затаубуированы и использованы в дальнейших расчётах.

Таким образом, чтобы рассчитать микроскопический отклик в момент времени  $t$ , следует:

1) найти все моменты ионизации  $t_i^m$ , приводящие к возврату в момент  $t$ ; индекс  $m$  нумерует моменты ионизации и соответствующие траектории, которые приводят к возврату в момент  $t$  (отметим, что энергия электрона в момент возврата в общем случае различна для разных траекторий). Для гармонического генерирующего поля моменты ионизации и возврата связаны выражениями (2), (3), для негармонического поля их следует искать численно;

2) вычислить для  $m$ -й траектории величины  $\bar{S}^m$  (с помощью выражения (19)),  $\bar{p}_x^m$ ,  $\bar{p}_y^m$  (с помощью (20)),  $\bar{y}^m$  (с помощью (21)) и  $\partial t_i^m / \partial t$ ;

3) вычислить  $f_x^m(t)$ ,  $f_y^m(t)$  из выражений (16), (17);

4) просуммировать вклады различных траекторий (см. (15)).

Обсудим некоторые свойства одноатомного отклика, описываемого выражениями (16), (17).

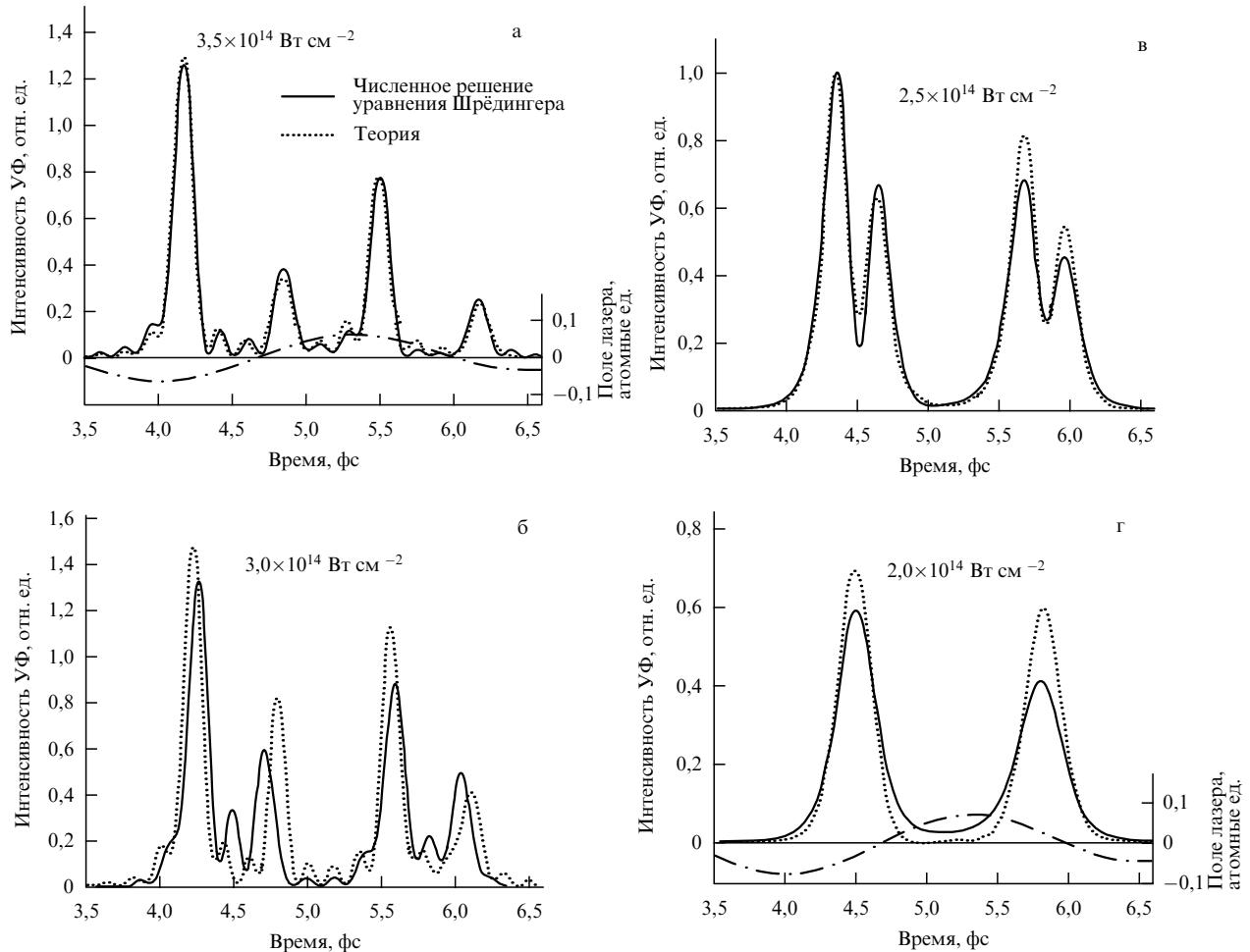
Множитель  $a(t_i^m)a(t)$  в (16) и (17) показывает, что генерация происходит, только если основное состояние населено в момент ионизации  $t_i^m$ , а также в момент возврата  $t$ . В [45] этот вывод подтверждается численными расчётами. Отметим, что теории ГГВП [52, 65] не содержат в явном виде такого требования. Это связано с тем, что в работах [52, 65] предполагается адиабатич-

ность изменения населённости основного состояния, поэтому величины населённости в момент ионизации и возврата не различаются. Разумеется, такое приближение неприменимо, если ионизация атома происходит в течение нескольких оптических периодов.

На рисунках 6 и 7 теоретические результаты сравниваются с результатами численного решения уравнения Шредингера (для модельного потенциала аргона [86]). На каждом полупериоде лазерного поля генерируется два АИ, если используемый спектральный диапазон находится в области плато (как отмечалось при обсуждении рис. 5). Эти два импульса генерируются за счёт короткой и длинной электронных траекторий [87, 88]. Когда используемый спектральный диапазон целиком лежит в области плато (рис. 6а), эти АИ разделены; они начинают перекрываться и интерферировать, если спектральный диапазон включает в себя область высокочастотной границы плато (рис. 6б, в и 7б, в). Наконец, эти вклады не могут быть разделены, если спектральный диапазон целиком находится в области высокочастотной границы (рис. 6г). Длительность АИ и время их излучения согласуются с результатами численных расчётов. Кроме того, из рис. 6 можно увидеть, что обсуждаемая теория корректно воспроизводит соотношение вкладов электронных траекторий. В этом заключается важное отличие от результатов теории Левенштейна [52], как правило, занижающей роль короткой траектории (что впервые было отмечено Гаарде и Шаффером в [89]). Это занижение связано, по-видимому, с пренебрежением влиянием кулоновского притяжения на движение свободного электрона. Напомним, что мгновенное значение лазерного поля в моменты времени  $t_i^m$ , соответствующие короткой траектории, относительно мало. Если предполагать, что скорость ионизации определяется именно этим значением поля, то доля электронов, движущихся по коротким траекториям, также мала. В действительности эти электроны непосредственно после туннелирования движутся несколько медленнее из-за кулоновского притяжения, т.е. короткие траектории "населяются" электронами, туннелировавшими несколько раньше, чем следует из классического расчёта, в котором пренебрегается влиянием притяжения родительского иона. В излагаемой теории этот эффект описывается наличием времени запаздывания  $\delta$  в выражении (23). Корректное соотношение вкладов различных траекторий в данной теории очень важно при сравнении с экспериментальными данными. Отметим, что аналогичный способ учёта кулоновского притяжения при отрыве электрона [90] позволил в рамках полуклассической модели дать согласующееся с экспериментом [91] описание формирования направленных фототоков, отвечающих за генерацию терагерцевого излучения при оптическом пробое газов.

Таким образом, можно сделать вывод, что имеется хорошее количественное согласие между теорией и численными расчётами для лазерного поля с длиной волны около 800 нм (титан-сапфировый лазер) и интенсивностью порядка  $10^{14}$  Вт см $^{-2}$  ( $\gamma \approx 1$ ). Это согласие показывает применимость сделанных в данной теории предположений при указанных, достаточно типичных для ГГВП, параметрах лазерного поля.

Изложенная выше теория [78] успешно использовалась для описания ГГВП атомами в поле эллиптически поляризованного лазерного излучения и продемонстри-



**Рис. 6.** Временной профиль интенсивности гармоник в спектральном диапазоне от 50 эВ (примерно  $32\hbar\omega_0$ ) до 75 эВ (примерно  $48\hbar\omega_0$ ), рассчитанный теоретически (пунктирная кривая) и численно посредством решения уравнения Шредингера для модельного атома аргона (сплошная кривая). Лазерное излучение (поле лазера показано штрихпунктирной кривой на рис. а и г) с  $\lambda = 0,8$  мкм поляризовано линейно, пиковые интенсивности приведены на рисунках; высокочастотная граница плато находится примерно на гармониках с номерами 53 ( $\approx 82$  эВ) (а), 47 ( $\approx 73$  эВ) (б), 41 ( $\approx 63$  эВ) (в) и 35 ( $\approx 54$  эВ) (г). Интенсивность генерируемого излучения на рис. а–г нормирована на интенсивность первого пика на рис. в. (Из работы [78].)

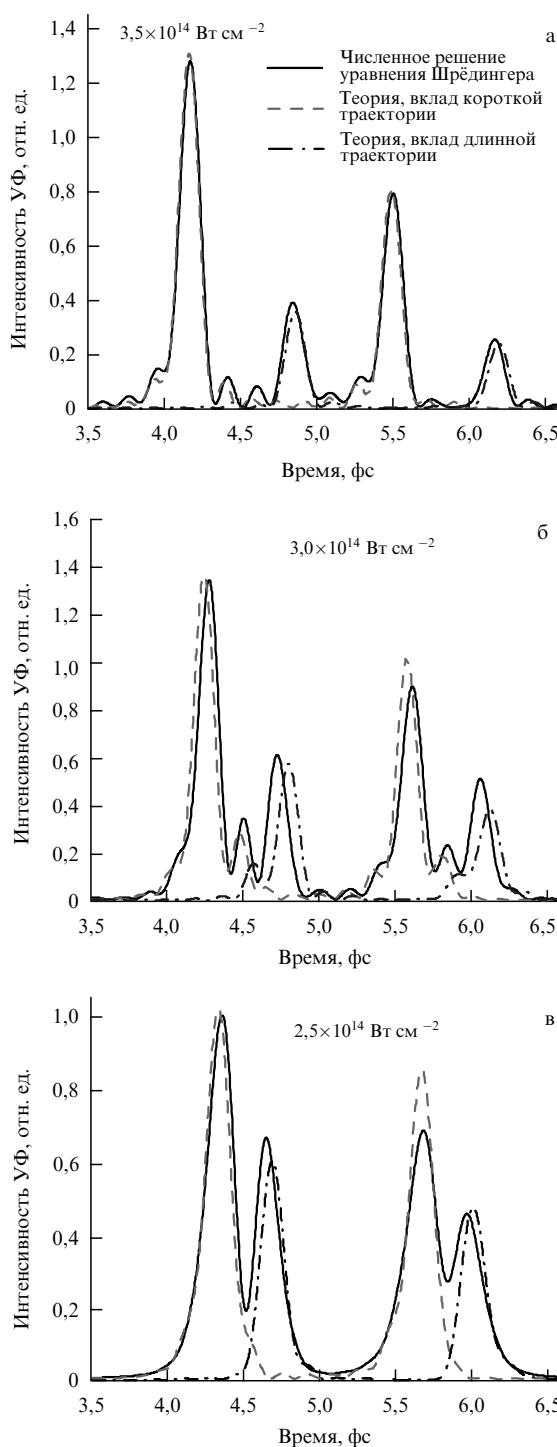
ровала очень хорошее согласие с результатами численных расчётов [48, 50]. В частности, эта теория позволила объяснить природу эллиптичности поляризации гармоник [50] и описать влияние эллиптичности лазерного излучения на эффективность ГГВП и состояние поляризации высоких гармоник для атомов с различными типами валентных орбиталей [48].

В заключение этого раздела кратко опишем направления современного развития описанных выше, а также других теоретических подходов.

В последнее время всё больший интерес с точки зрения осуществления генерации высоких гармоник вызывают молекулярные системы, как более сложные по сравнению с атомными, что предоставляет дополнительные возможности для управления процессом ГГВП [92–99], недоступные при использовании в качестве рабочей среды атомарных газов. В случае молекул величина сигнала высоких гармоник [92, 95], его спектральные [93, 94, 100, 101], временные [98] и поляризационные [99] свойства могут сильно зависеть от взаимного расположения ядер в молекуле и ориентации молекулярных осей относительно электрического поля лазерного импульса (большую роль в возникновении таких зависимостей часто играют многоцентровые интерференцион-

ные эффекты [93, 94]; могут также наблюдаться заметные вклады в ГГВП от ионизации различных молекулярных орбиталей [102]). В спектрах ГГВП и во временной динамике генерации АИ в молекулах возможно также проявление эффектов, связанных с движением ядер во время действия лазерного импульса [96, 97, 103–105]. Продемонстрировано, что многие из перечисленных выше эффектов могут быть использованы для зондирования структуры и сверхбыстрой внутренней динамики молекул с субфемтосекундным временным и ангстремовым пространственным разрешением (см. обзоры [106, 107]). Ввиду сложности молекулы как объекта теоретических исследований ГГВП и других процессов в сильных полях большое значение имеет разработка приближённых аналитических методов описания этих явлений. В последние годы такие методы интенсивно развиваются. Так, в работах [104, 108–110] были предложены первые варианты обобщений теории Левенштейна и других аналитических теорий для описания генерации высоких гармоник в молекулярных газах. Однако подробное обсуждение этих вопросов выходит за рамки настоящего обзора.

Представленные выше результаты, как правило, получены в одноэлектронном приближении. Современные



**Рис. 7.** То же, что и на рис. 6, но в теоретическом результате представлены отдельно вклады двух квантовых траекторий, соответствующих временам свободного движения менее оптического периода: штриховая кривая показывает вклад короткой траектории, штрихпунктирная — вклад длинной. (Из работы [78].)

компьютеры позволяют также решить двухэлектронную задачу [111–116]; однако для случая большего количества электронов прямые численные расчёты осуществить невозможно. Один из подходов к аналитическому учёту многоэлектронных эффектов основан на том, что они проявляются в спектрах ГГВП в основном лишь в энергетической зависимости сечения электрон-ионной рекомбинации (т.е. процесса, являющегося завершаю-

щей стадией трёхступенчатого механизма ГГВП) [60, 117–120]. Сечение рекомбинации может быть вычислено отдельно для конкретного атома (в частности, на основе принципа детального равновесия оно может быть найдено из измеренных сечений фотоионизации; об ограничениях такого подхода см. [121–124]). Одним из следствий данного подхода явилось предсказание такого многоэлектронного эффекта, как проявление гигантского дипольного резонанса вблизи энергии 100 эВ в спектре ГГВП в ксеноне; это предсказание подтверждено экспериментально в [125]. Значение многоэлектронных эффектов может быть особенно велико в случае, когда гармоника близка к резонансу с какой-либо частотой генерирующей системы, как отмечалось в работе [126]. Различные механизмы резонансной ГГВП теоретически исследованы в работах [127–129]. Существенное (до двух порядков) усиление эффективности генерации гармоники, частота которой близка к частоте перехода между основным и автоионизационным состояниями генерирующего иона, экспериментально обнаружено при исследованиях ГГВП в плазменном факеле (см. обзор [130] и цитируемую там литературу). Теоретические модели этого процесса предложены в [119, 131–133]. В работе [132], в частности, предложена так называемая четырёхступенчатая модель резонансной ГГВП, исследована фазовая согласованность гармоник, находящихся вблизи резонанса, и показано, что излучение этих гармоник представляет собой цуг АИ. Дальнейшее развитие и подтверждение эта модель получила в [134, 135].

#### 2.4. Макроскопический отклик. Фазовый синхронизм при генерации гармоник высокого порядка

В задаче о генерации гармоник, как и в ряде других задач нелинейной оптики [136, 137], важную роль играют не только микроскопические (относящиеся к нелинейному отклику отдельного атома или молекулы), но и макроскопические факторы. Одной из важнейших проблем с этой точки зрения является проблема фазового синхронизма. В частности, различие в синхронности генерации различных гармоник может привести к очень существенному отличию экспериментально наблюдаемого спектра от спектра одноатомного отклика. Для эффективного преобразования частот в нелинейной среде важно, чтобы генерируемые частотные компоненты распространялись в ней с той же фазовой скоростью, что и задающее излучение, так как именно в этом случае когерентное сложение сигналов от элементарных излучателей приводит к накоплению суммарного сигнала по мере распространения взаимодействующих волн в протяжённой среде.

Таким образом, постановка проблемы фазового синхронизма для ГГВП аналогична постановке этой проблемы для других нелинейно-оптических процессов. В отсутствие фазового синхронизма сигнал возрастает по мере распространения в нелинейной среде только до тех пор, пока сдвиг фаз между задающей и генерируемой волнами не превысит  $\pi$  радиан. Длина когерентности  $L_{coh}$  соответствующего участка среды обратно пропорциональна фазовой расстройке между волновыми векторами взаимодействующих волн, что в случае генерации высокой гармоники  $q$ -го порядка выражается как  $L_{coh} = \pi / \Delta k_q$ , где  $\Delta k_q$  — расстройка волновых векторов. Одной из основных причин нарушения фазового синхронизма при нелинейном оптическом преобразовании час-

тот лазерного излучения является дисперсия нелинейной среды, в которой осуществляется такое преобразование. Как известно [136], для генерации низких гармоник или других нелинейных оптических процессов невысокого порядка удаётся реализовать условия фазового синхронизма в двулучепреломляющих средах. В интересующей нас проблеме генерации высоких гармоник в газах такой подход неосуществим ввиду изотропии газовых сред. Кроме того, при ГГВП имеет место ещё ряд факторов, приводящих к дополнительным фазовым расстройкам.

Во-первых, как отмечалось в разделе 2.3, дипольный момент на частоте гармоники обладает фазовым сдвигом  $\Phi$  (называемым обычно квантовой или атомной фазой) по отношению к фазе возбуждающего лазерного излучения [88, 138–141]; этот сдвиг зависит от интенсивности лазерного поля. Для каждой квантово-механической траектории, вносящей вклад в генерацию данной гармоники, эта зависимость может быть аппроксимирована линейной (см. выражение (12)). Изменение интенсивности лазерного поля вдоль оси распространения приводит, таким образом, к добавке в волновую расстройку:  $\partial\Phi/\partial z = -\alpha_s \partial I/\partial z$ . Существенное отличие величин  $\alpha_s$  для различных траекторий приводит к тому, что отстройка от синхронизма может быть мала лишь для вклада одной из них (если величина  $\partial I/\partial z$  не мала и обсуждаемое слагаемое существенно). Отметим, что интенсивность лазерного излучения зависит также от времени  $t$  и от расстояния до оси пучка  $r$ , поэтому зависимость  $\Phi$  от интенсивности приводит к спектральному сдвигу гармоники  $\partial\Phi/\partial t = -\alpha_s \partial I/\partial t$  и дополнительной расходимости  $\partial\Phi/\partial r = -\alpha_s \partial I/\partial r$ . Это позволяет выделять вклад определённой траектории в экспериментальном спектре [142, 143].

Во-вторых, механизм ГГВП предполагает ионизацию частиц среды. Как результат ионизации, в среде помимо нейтральной компоненты возникает плазма, вносящая свой вклад в дисперсию среды. Более того, поскольку дисперсионные свойства нейтрального газа и плазмы сильно различаются, изменение их относительной концентрации в процессе действия лазерного импульса приводит к нестационарности показателя преломления среды. Дисперсии нейтрального газа и плазмы имеют разные знаки, и при ГГВП лазерного излучения ближнего ИК-диапазона они взаимно компенсируются при весьма малой степени ионизации (несколько процентов), что на практике ограничивает лазерные интенсивности, использование которых целесообразно для ГГВП.

В-третьих, при анализе фазового синхронизма для ГГВП следует учитывать фазовый набег (фаза Гуи, или геометрическая фаза), приобретаемый генерирующим пучком при прохождении через фокус. Пространственная зависимость этой фазы вдоль оси распространения приводит к появлению так называемого геометрического слагаемого  $\delta k_0$  в волновом векторе генерирующего излучения. Для гауссова пучка

$$\delta k_0(z) = -\frac{\lambda_0}{\pi a_e^2(z)}, \quad (27)$$

где  $a_e$  — радиус пучка по уровню  $e^{-1}$  поля.

В-четвёртых, расходимость пучка гармоники может быть достаточно велика (см. ниже), что делает необходимым учёт *внеосевого* синхронизма.

Принимая во внимание перечисленные факторы, мы можем выразить (ниже будет проведён более строгий анализ) отстройку от синхронизма для компоненты гармоники, распространяющейся под углом  $\theta$  к оси пучка, как

$$\Delta k_q(z, t) = q(k_0 + \delta k_0) - k_q \cos \theta + \alpha_s \frac{\partial}{\partial z} I, \quad (28)$$

где  $k_0 = n_0 \omega_0 / c$  и  $k_q = n_q q \omega_0 / c$  — длины волновых векторов плоской волны на частотах генерирующего излучения и гармоники соответственно,  $n_0$  и  $n_q$  — показатели преломления на этих частотах.

Отметим, что условие синхронизма  $\Delta k_q \approx 0$  представляет собой условие сохранения осевой составляющей импульса при преобразовании  $q$  фотонов лазерного излучения в фотон гармоники.

Из выражения (28) видно, насколько чувствительным является процесс ГГВП к условиям генерации: заметная отстройка от синхронизма возникает даже при небольшой разнице показателей преломления  $n_0 - n_q$  или небольшом геометрическом слагаемом  $\delta k_0$ , так как они умножаются на большой номер гармоники  $q$ .

При ГГВП в сфокусированном пучке могут реализоваться условия, при которых атомная и геометрическая фаза взаимно компенсируются в некоторой области на трассе распространения. Такие условия возникают на участках газовой среды, находящихся за фокусом, где интенсивность лазерного пучка убывает с увеличением расстояния [141]. Тем не менее использование остро сфокусированных лазерных пучков обладает тем существенным недостатком, что трасса, на которой происходит генерация высоких гармоник, ограничена весьма узкой областью вблизи фокуса, где интенсивность лазерного излучения достаточна для ГГВП.

Для строгого количественного анализа фазового синхронизма мы исходим из волнового уравнения

$$(\nabla^2 + k_q^2) E_q = -\frac{i 4 \pi q \omega_0 \tilde{j}_q}{c^2},$$

где  $\tilde{j}_q$  — плотность индуцируемого лазером нелинейного тока на частоте гармоники.

Выражение для плотности тока  $\tilde{j}_q$  содержит возведённые в  $q$ -ю степень фазовые множители, содержащиеся в возбуждающем поле, и оно может быть записано как произведение:

$$\tilde{j}_q(z, \rho) = j_q(I(z, \rho), N(z, \rho)) \exp[iq(k_0 z - \varphi(z) + \phi(z, \rho))], \quad (29)$$

где

$$\phi(z, \rho) = k_0 \frac{\rho^2}{2R(z)}, \quad (30)$$

$N(z, \rho)$  — плотность газа,  $R(z)$  и  $I(z, \rho)$  — радиус волнового фронта и интенсивность возбуждающего пучка,  $\varphi(z)$  — фазовый набег, зависящий от структуры пучка, а амплитуда  $j_q$ , вообще говоря комплексная, зависит только от интенсивности  $I$  и свойств среды. Амплитуда тока  $j_q$  выражается через амплитуду атомного отклика (квантово-механического среднего силы, действующей на электрон) как

$$j_q = \frac{i f_q N(z, \rho)}{\omega_q}. \quad (31)$$

В некоторых приближениях (см. [17, 78]) можно получить для мощности излучения на частоте гармоники

$$P_q = \int p_q(\theta) \theta d\theta, \quad (32)$$

где

$$p_q(\theta) = \frac{1}{c^3} \left| \int_{z_1}^{z_2} \exp \left[ iz \left( qk_0 - k_q + k_q \frac{\theta^2}{2} \right) - iq\varphi(z) \right] g_q(\theta, z) dz \right|^2. \quad (33)$$

Здесь  $z_1$  и  $z_2$  — координаты торцов мишени,

$$g_q(\theta, z) = 2\pi \int f_q(I(z, \rho)) N(z, \rho) \exp(iq\phi(z, \rho)) J_0(k_q \rho \theta) \rho d\rho, \quad (34)$$

где  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка. Функция  $g_q(\theta, z)$  может трактоваться как угловой спектр излучения  $q$ -й гармоники, генерируемого тонким слоем в сечении пучка с координатой  $z$ .

Выражения (33), (34) применимы в квазистатическом случае, т.е. когда параметры лазерного поля и поля гармоники изменяются медленно, другими словами в случае, когда процессы, приводящие к излучению, проходят квазипериодически в течение многих периодов лазерного поля. Если это не так, то очевидно, что излучается не набор гармоник, а непрерывный спектр. В этом случае, проделав аналогичные выкладки, вместо (33), (34) получаем

$$p_\omega(\theta) = \frac{1}{c^3} \left| \int_{z_1}^{z_2} \exp \left\{ iz \frac{\omega}{c} \left[ \tilde{n}_0 - \tilde{n} \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \right\} g_\omega(\theta, z) dz \right|^2, \quad (35)$$

$$g_\omega(\theta, z) = 2\pi \int f_\omega N(z, \rho) J_0(k\rho\theta) \rho d\rho. \quad (36)$$

Здесь  $\tilde{n}_0$  и  $\tilde{n}$  — действительные части показателя преломления на частоте лазерного излучения и на частоте  $\omega$  соответственно,  $k = \tilde{n}\omega/c$  — волновой вектор на частоте  $\omega$ . Отметим, что в выражениях (35), (36) мы используем амплитуду микроскопического отклика  $f_\omega$ , зависящую от лазерного поля  $E_0(z, \rho, t)$  (поэтому фаза лазерного поля, входящая в явном виде в (33), (34), в (35), (36) в явном виде не входит; фаза лазерного поля определяет фазу амплитуды микроскопического отклика  $f_\omega$ ). Выражения (35), (36) можно использовать в случае, когда микроскопический отклик не является периодическим с периодом лазерного поля. Амплитуды микроскопического отклика рассчитываются в этом случае численно:

$$f_{x,y}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int f_{x,y}(t) \exp(i\omega t) dt. \quad (37)$$

Атомный дипольный момент как функция времени может быть вычислен по формулам (10) или (16), (17).

Как правило, эффективность генерации УФ-излучения ограничивается именно условиями фазового синхронизма. Однако иногда важную роль играет также поглощение излучения в генерирующем газе. В этом случае следует учесть и мнимую часть показателя преломления  $n_{abs}$  на частоте генерируемого излучения. Вместо выра-

жения (36) тогда имеем

$$g_\omega(\theta, z) = 2\pi \exp \left[ -\frac{\omega \tilde{n}_{abs}(z_2 - z)}{c} \right] \int f_\omega N(z, \rho) J_0(k\rho\theta) \rho d\rho. \quad (38)$$

Обсудим, при каких параметрах ГГВП внеосевой фазовый синхронизм может играть существенную роль. Очевидно, что учёт внеосевого синхронизма необходим, если в (33) зависящий от  $\theta$  набег фазы на толщине мишени  $\tilde{z} = z_2 - z_1$  превышает  $\pi/2$ :

$$\tilde{z} k_q \frac{\theta^2}{2} > \frac{\pi}{2}.$$

Максимальное значение угла  $\theta$  представляет собой расходимость гармоники. Грубо принимая последнюю равной расходимости лазерного пучка, получаем [144]

$$\tilde{z} > \frac{b}{q}, \quad (39)$$

где  $b$  — конфокальный параметр лазерного пучка.

Из условия (39) видно, что чем выше номер гармоники, тем меньше толщина мишени, при которой ешё можно пренебречь внеосевым синхронизмом. Как правило, условие (39) выполняется в экспериментах по ГГВП, поэтому для их интерпретации актуален анализ внеосевого фазового синхронизма.

Подробный теоретический анализ фазового синхронизма при ГГВП проведён нами в работах [88, 142, 145–147]. Было показано, что диапазон углов, для которых генерация происходит эффективно, сужается с увеличением толщины генерирующего слоя, поэтому мощность гармоники возрастает медленнее, чем квадрат этой толщины. Другими словами, синхронно генерируются лишь угловые компоненты гармоники, которые попадают в ограниченный диапазон, сужающийся с увеличением толщины слоя.

В работах [142, 148–150] исследована ГГВП при распространении генерирующего поля в полом газонаполненном волноводе (капилляре). В этом случае вместо геометрического слагаемого (27) в дисперсии присутствует так называемое волноводное, имеющее тот же знак:

$$\delta k_0(z) = -\frac{u^2 \lambda_0}{4\pi a^2}, \quad (40)$$

где  $a$  — радиус волновода,  $u$  — коэффициент, определяемый модой генерирующего излучения в волноводе. Этот режим представляет большой интерес с точки зрения ГГВП, так как лазерное излучение распространяется, не расходясь, на относительно большие расстояния. Кроме того, использование капилляра позволяет решить техническую проблему получения газовой мишени с достаточно высоким давлением (несколько атмосфер или десятков атмосфер). Поэтому заметное количество генерирующих частиц имеется даже в условиях неглубокой ионизации, когда, как упоминалось выше, дисперсия плазмы и геометрическая дисперсия ещё могут быть компенсированы дисперсией нейтральных атомов. В такой схеме получены самые высокие на сегодня номера гармоник (примерно вплоть до 5000 [151]).

При интенсивностях, достаточных для ГГВП, генерирующий лазерный импульс может распространяться в режиме самоканализации. Как и при использовании капилляра, увеличение длины взаимодействия приводит

к относительно большой эффективности генерации [145, 152].

В ситуациях, когда осуществление фазового синхронизма оказывается невозможным, проблема фазового согласования взаимодействующих волн может быть частично решена реализацией фазового квазисинхронизма. Этот подход, широко используемый в оптическом диапазоне, подразумевает периодическую (с периодом, определяемым длиной когерентности) пространственную модуляцию свойств нелинейной среды. Модуляция осуществляется таким образом, чтобы генерация происходила эффективно лишь в тех областях среды, вклады которых интерферируют *конструктивно*. Продемонстрированные варианты распространения этого подхода на задачу генерации высоких гармоник включают в себя использование волноводов с периодически-модулированным диаметром [153, 154], неколлинеарной ГГВП (проанализированной нами в работах [155, 156] и недавно реализованной экспериментально [157, 158]), модуляции лазерного излучения посредством возбуждения высоких мод волновода [159], многоструйных газовых мишеней [160, 161] и др. Подробное обсуждение макроскопических аспектов процесса генерации высоких гармоник можно найти в обзорах [162, 163].

Синхронность генерации УФ-излучения может заметно изменяться в течение времени лазерного импульса из-за ионизации среды [149, 164–166]. Промежуток времени, в течение которого генерация происходит синхронно и, следовательно, эффективно, может быть весьма малым. Это, с одной стороны, ограничивает возможность повышения эффективности ГГВП за счёт компенсации дисперсии плазмы дисперсией нейтральных атомов. С другой стороны, если этот промежуток времени сравним с половиной оптического периода, то происходит эффективная генерация одиночного АИ.

Анализируя синхронность генерации с помощью выражения (28), мы предполагали, что показатель преломления среды мало изменяется в течение периода лазерного излучения, а фазовый сдвиг гармоники  $\Phi$  зависит только от интенсивности генерирующего поля (и не зависит от длительности и формы импульса). Эти предположения могут нарушаться при генерации в лазерных импульсах, содержащих несколько оптических периодов. Аппарат для анализа фазового синхронизма в этом случае разработан в [167]. Заметное изменение показателя преломления в течение периода поля вызывает изменение мгновенной зависимости поля от времени (в течение этого периода), что в свою очередь сильно влияет на фазу гармоник. При этом может реализоваться режим так называемого самонаведённого синхронизма (*self-phase-matching*), теоретически исследованный в [168].

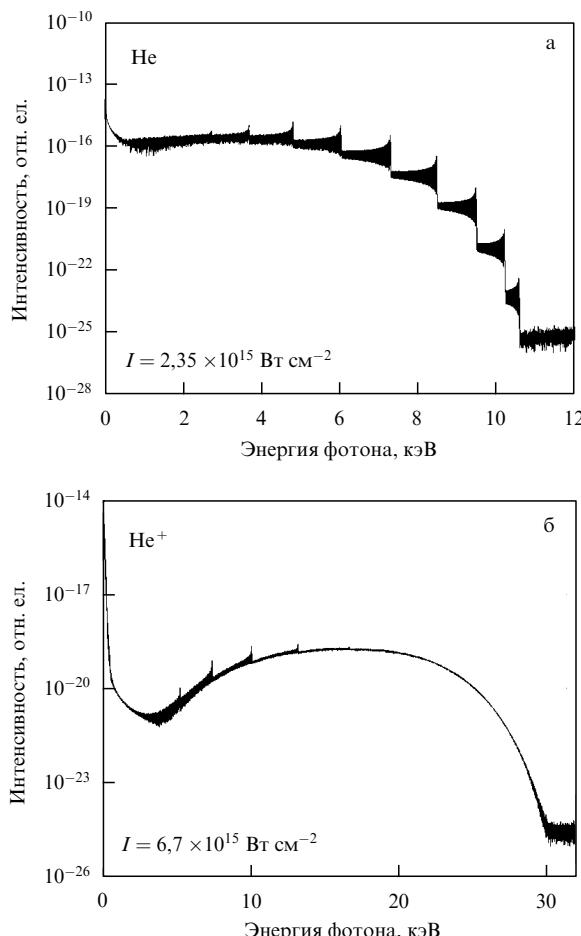
## 2.5. Генерация высоких гармоник и получение аттосекундных импульсов в поле лазерного излучения с длиной волны в несколько микрометров

До недавнего времени почти все эксперименты по ГГВП проводились с использованием титан-сапфирового лазера. Однако в последние годы активно развиваются и применяются источники интенсивных фемтосекундных импульсов с центральной длиной волны от одного до нескольких микрометров [169–174]. В разделах 2.5.1–2.5.6 мы кратко обсудим перспективы создания АИ с помощью таких источников и первые результаты, полученные в этом направлении.

**2.5.1. Ширина плато.** Максимальная энергия фотона при ГГВП определяется пондеромоторной энергией электрона в генерирующем лазерном поле, которая пропорциональна произведению интенсивности лазерного излучения  $I$  на квадрат его длины волны  $\lambda$ :  $U = E_0^2 / (4\omega_0^2) \propto I\lambda^2$ . Возможности расширения плато в высокочастотную область за счёт увеличения интенсивности лазерной накачки ограничены быстрым возрастанием скорости туннельной ионизации. В результате ионизации газа: а) снижается количество атомов, участвующих в процессе генерации гармоник; б) возрастает отстройка от фазового синхронизма, связанная с наличием свободных электронов; в) возникает дефокусировка лазерного пучка.

Другой путь получения более высокозэнергетичных гармоник состоит в использовании лазерного излучения с большей  $\lambda$ , что впервые было экспериментально продемонстрировано в работах [175, 176]. При излучении с  $\lambda = 1,6$  мкм впервые удалось получить в нейтральных газах излучение гармоник в области "водяного окна" [177] (в экспериментах с накачкой титан-сапфировым лазером генерация гармоник в области "водяного окна" достигалась только при ГГВП ионами), а использование источника с  $\lambda = 3,9$  мкм впервые позволило получить высокояркое излучение гармоник с энергиями фотонов до 1,6 кэВ [151].

При достаточно высоких  $\lambda$  ещё одним важным фактором, ограничивающим ширину спектра генерируемых гармоник [178], становится влияние магнитного поля лазерного излучения, приводящее, в терминах классической теории, к искривлению ("магнитному дрейфу") траекторий электронов и, как следствие, к уменьшению вероятности их столкновений с родительскими ионами и испускания высокозэнергетичных фотонов [179, 180]. Роль этого фактора возрастает с увеличением потенциала ионизации  $I_p$  частиц нелинейной среды. В условиях доминирования магнитного дрейфа уменьшение числа электронных траекторий, участвующих в процессе ГГВП, приводит к формированию дугообразного спектра гармоник вместо платообразного [178, 181], что фактически означает уменьшение эффективной ширины спектра генерируемых гармоник. Сказанное выше иллюстрирует рис. 8, на котором представлены спектры высоких гармоник, генерируемых в нейтральном (рис. 8а) и ионизованном (рис. 8б) гелии при  $\lambda = 3,9$  мкм и высоких пиковых интенсивностях лазерного импульса (импульс считался гауссовым с длительностью на полуысоте максимума интенсивности, равной шести периодам поля). Расчёты проведены на основе модифицированного приближения сильного поля, учитывающего, в отличие от теории Левенштейна [52], опустошение связанных состояний атома и влияние магнитного поля лазерного импульса [178]. Согласно проведённым расчётом, при  $\lambda = 3,9$  мкм для атомарного гелия ( $I_p = 24,6$  эВ) доминирующим фактором, ограничивающим величину и спектральную ширину нелинейного отклика, является опустошение атомарных уровней. В результате последовательного скачкообразного уменьшения заселённостей связанных атомарных состояний вблизи моментов, соответствующих экстремумам электрического поля на переднем фронте лазерного импульса, выход гармоник ступенчатым образом спадает с увеличением их номера (рис. 8а); максимальные энергии фотонов наиболее эффективно генерируемых гармоник составляют при



**Рис. 8.** Рассчитанный аналитически спектр гармоник, генерируемых (а) атомом Не и (б) ионом Не<sup>+</sup> в поле линейно поляризованного гауссова лазерного импульса длительностью в шесть периодов поля с центральной длиной волны 3,9 мкм и пиковой интенсивностью соответственно  $2,35 \times 10^{15}$  и  $6,7 \times 10^{15}$  Вт см<sup>-2</sup>.

в этом 5–7 кэВ. В случае ионизированного гелия ( $I_p = 54,4$  эВ) для отрыва электрона требуется настолько интенсивные поля, что осцилляторная скорость оторванного электрона при  $\lambda = 3,9$  мкм оказывается сравнимой со скоростью света, что приводит к сильному влиянию магнитного дрейфа электрона и, соответственно, к формированию дугообразного спектра ГГВП (рис. 8б); в этом случае могут относительно эффективно генерироваться гармоники с энергиями фотонов порядка 15–20 кэВ [182]. Расчёты для ещё более высоких  $\lambda$  показывают, что, например, при  $\lambda = 10,6$  мкм (СО<sub>2</sub>-лазер) даже в случае нейтральных атомов ГГВП осуществляется в условиях сильного влияния магнитного поля [178].

**2.5.2. Величина атомарного отклика.** Возможности получения высокоэнергетичных гармоник благодаря использованию длинноволновых лазерных источников серьёзно ограничены быстрым убыванием величины высокочастотного атомарного отклика и, следовательно, интенсивности гармоник с возрастанием длины волны лазера. В значительной мере это обусловлено расплыванием электронного волнового пакета на стадии свободного движения: очевидно, что оно оказывается тем сильнее, чем больше оптический период. Как теоретические [45, 183–187], так и экспериментальные [188, 189] исследования показывают, что интенсивность излучения гармоник

в заданном спектральном интервале убывает с возрастанием  $\lambda$  как  $\lambda^{-x}$ . В теоретических расчётах нелинейного атомарного отклика для различных атомов получена величина  $x = 5–6$  [45, 184, 185, 187]. В экспериментах [189], в которых влияние эффектов, связанных с плотностью газа (и, следовательно, с фазовой расстройкой), было минимизировано, тем не менее, зарегистрировано ещё более быстрое убывание интенсивности гармоник в спектральном окне от 16 до 32 эВ ( $x = 6,3–6,5$ ). Однако, как показывает теоретический анализ [119], в многоэлектронных атомах отмеченная выше неблагоприятная тенденция может быть значительно смягчена за счёт аномально высоких значений сечения свободно-связанных электронных переходов в определённых интервалах энергий свободных электронов. Так, расчёты показывают, что эффективность преобразования частот лазерного излучения в вакуумный УФ-диапазон в ксеноне может быть на несколько порядков величины выше, чем в других инертных газах, благодаря наличию гигантского резонанса в сечении свободно-связанного перехода в области энергий электронов порядка 100 эВ. Это было подтверждено в недавних экспериментах [125].

**2.5.3. Аттосекундный чирп.** Согласно полуклассической модели ГГВП дисперсия групповой задержки высоких гармоник (чирп аттосекундных импульсов) должна убывать с увеличением длины волны лазера накачки как  $1/\lambda$ , что подтверждается экспериментальными измерениями [190]. Благодаря этому при использовании более длинноволновой накачки той же интенсивности: 1) в случае, когда компенсация атточирпа не осуществляется, могут быть получены более короткие АИ, чем при коротковолновой накачке; 2) облегчается осуществление компенсации атточирпа.

**2.5.4. Фазовый синхронизм.** При использовании длинноволновых источников проблема фазового синхронизма становится особенно острой, так как генерируемое излучение с заданной длиной волны получается как гармоника более высокого порядка, чем при использовании титан-сапфирового лазера; соответственно, отстройка (28) ещё более чувствительна к параметрам генерации. Однако важная особенность этого режима состоит в том, что для достижения заданной длины волны генерируемого излучения нужна меньшая лазерная интенсивность. Вследствие этого глубина ионизации может быть существенно меньше. Использование газовых мишеней высокой плотности позволяет частично компенсировать уменьшение микроскопического отклика с возрастанием  $\lambda$  и уменьшением интенсивности генерирующего излучения [151, 191].

При использовании длинноволнового поля возрастает роль неадиабатических эффектов в фазовом синхронизме при длительности генерирующего импульса в несколько периодов поля. Расчёты [192] показывают, что в определённых условиях это может привести к эффективной генерации в течение одного или нескольких полупериодов генерирующего поля.

**2.5.5. Получение одиночного аттосекундного импульса с помощью поляризационного затвора.** Пороговая эллиптичность убывает с возрастанием  $\lambda$  [48]. Тем самым облегчается получение одиночного АИ методом поляризационного затвора [193].

**2.5.6. Спектроскопические применения ГГВП.** Одно из спектроскопических применений ГГВП основано на наблюдении интерференционных провалов в спектрах гармоник, генерируемых в молекулярных газах [93, 94, 194, 195]. Положения этих провалов зависят от межъядерных расстояний в молекулах, что позволяет извлекать информацию о структуре молекул из измерения спектров ГГВП. Поскольку максимальная в эксперименте ширина спектра ГГВП ограничена интенсивностью насыщения, при которой происходит ионизация молекул, для молекул с относительно небольшим потенциалом ионизации такие измерения с использованием излучения титан-сапфирового лазера невозможны из-за слишком узкого плато. Использование более длинноволновой накачки позволяет благодаря расширению плато получать структурную информацию о таких молекулах (см. недавние эксперименты [196]).

Важным для спектроскопических приложений является то, что меньшая энергия кванта накачки даёт более частую гребёнку частот в спектре гармоник, что фактически: 1) означает более плавную перестройку частот генерируемого излучения; 2) обеспечивает более высокое спектральное разрешение в задачах, где анализируются интерференционные структуры в спектрах ГГВП.

### 3. Генерация аттосекундных импульсов при взаимодействии лазерного излучения ультратрелятивистской интенсивности с поверхностью плотной плазмы

#### 3.1. Введение

Как отмечалось в разделе 2, АИ, генерируемые в газовых средах, обладают невысокими энергиями, что ограничивает их применение в физическом эксперименте. Следует ожидать, что АИ с существенно более высокими интенсивностями и малыми длительностями, в том числе изолированные (т.е. одиночные), в недалёком будущем удастся получать при отражении коротких релятивистских-интенсивных лазерных импульсов от поверхности конденсированных мишеньей. Возможность эффективной генерации таких АИ продемонстрирована во многих численных расчётах.

Основным численным методом, используемым при исследованиях в этой области, является метод частиц в ячейках (Particles-In-Cells — PIC). В этом методе плазма представляется в виде совокупности крупных квазичастиц с соотношением заряда к массе, равным такому соотношению у реальных частиц (электронов, ионов). Квазичастицы взаимодействуют друг с другом не непосредственно, а через излучаемые ими электромагнитные поля. Поля определяются из уравнений Максвелла на сетке эйлеровых координат. Уравнения движения для квазичастиц записываются в релятивистском виде. Их номера можно рассматривать как лагранжиевы координаты. Подробно метод излагается в [197, 198]. В этих расчётах мишень обычно моделируется слоем плотной (закритической) плазмы с заданными начальными параметрами.

В физических экспериментах генерация изолированных АИ на поверхности пока не продемонстрирована. В экспериментах [28, 29] было показано, что гармоники высокого порядка (ГВП), генерировавшиеся на поверхности мишени в лазерных импульсах длительностью

45 фс, синхронизованы по фазе, а их суммарное поле содержит цуг АИ.

В отличие от генерации в газах, генерация ГВП на поверхности плазмы носит классический характер и качественные модели, используемые для её объяснения, относительно просты. Однако количественное описание явления связано со значительными трудностями. Это явление описывается сложной системой уравнений, сколько-нибудь надёжные аналитические решения которой получить не удается, а численное исследование относительно трудоёмко. Кроме того, механизм явления не однозначен — он зависит от условий эксперимента.

При субрелятивистских интенсивностях (под субрелятивистскими понимаются интенсивности  $I < I_{\text{rel}}$ , где  $I_{\text{rel}} = [c/(8\pi)](mc\omega/e)^2 \approx 1,37 \times 10^{18} (1 \text{ мкм}/\lambda)^2 [\text{Вт см}^{-2}]$ ), генерация ГВП, по-видимому, в основном обусловлена механизмом "когерентного кильватерного излучения" (ККИ) [199], который состоит в следующем. При воздействии интенсивного света на поверхность конденсированной мишени в разлетающейся плазме происходит образование электронных сгустков, распространяющихся вглубь плазмы [200] и возбуждающих плазменные колебания с частотами, кратными частоте следования сгустков и тем самым частоте света. В неоднородной плазме плазменные колебания частично трансформируются в электромагнитные волны и излучаются как ГВП. Их частоты ограничены плазменной частотой ( $\Omega_{\text{pl}} = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$ ,  $N$  — концентрация плазмы) и относительно невелики. Наиболее эффективно ККИ протекает при наклонном падении р-поляризованного света на мишень.

При релятивистских интенсивностях ( $I > I_{\text{rel}}$ ) возможна генерация ГВП с частотами, не ограниченными плазменной частотой [201, 202], что делает такую генерацию более интересной с точки зрения получения АИ (в том числе изолированных). Для её объяснения в [203] предложена модель "осциллирующего зеркала". В этой модели предполагается, что распределение электронов в пространстве обладает резкой границей, осциллирующей относительно неподвижных ионов. Осцилляции поверхности вызывают доплеровские сдвиги частоты, которые и определяют спектр отраженного света.

При определённых условиях эволюция плазмы в релятивистском режиме оказывается согласованной с лазерным полем таким образом, что вблизи границы плазма/вакуум возникают сверхплотные электронные наносгустки [204–207], излучающие запасенную в них энергию в процессе, аналогичном синхротронному излучению; благодаря узости образующихся сгустков все электроны в них излучают когерентно; спектр излучения в этом случае характеризуется более медленным убыванием с увеличением номера гармоники [204, 208], чем в других вышеупомянутых случаях. На этом основании процесс, вызывающий данный режим ГГВП, выделяют как ещё один механизм генерации, называемый "когерентным синхротронным излучением". Физика процессов, ведущих к формированию АИ в этом режиме при наклонном падении света на плазму, подробно обсуждалась в [204, 206]. В частности, предложена модель "релятивистской электронной пружины" [206], описывающая аккумуляцию и высвобождение энергии в приповерхностном слое плазмы, сжимаемом силой светового давления.

Детальное обсуждение и сравнение указанных выше механизмов генерации ГВП на поверхности плазмы и их

теоретических описаний можно найти в недавних обзорах и оригинальных работах [25, 26, 209, 210]. Представленная ниже теория описывает ГГВП на границе плотной плазмы в диапазоне параметров, характерном для реализации модели релятивистского осциллирующего зеркала.

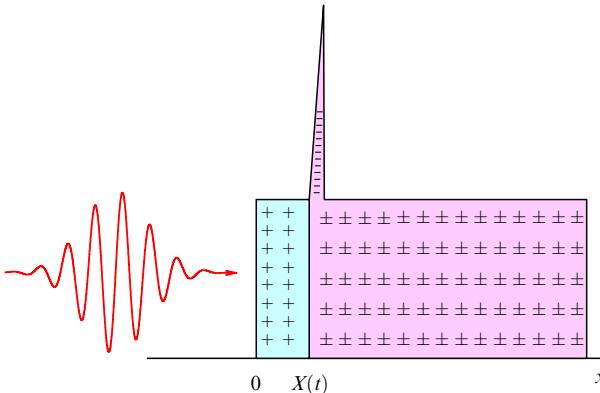
### 3.2. Аналитическая модель

Движение электронов, возбуждаемое падающим светом, зависит от интенсивности и частоты света, плотности плазмы и других факторов. Аналитические модели, описывающие это движение, основываются на относительно грубых предположениях о характере движения. Обычно при построении таких моделей неявно предполагается, что лазерный импульс содержит много периодов поля, а осцилляции поверхности плазмы являются периодическими.

Мы рассмотрим альтернативную модель, полагая, что длительность лазерного импульса мала (два-три периода поля); движение плазмы не является периодическим; частота и интенсивность света не слишком велики, так что перемещение электронов ограничено лишь потенциальными полями (а не инерцией). Предположим, что плазма полностью ионизирована. До прихода электромагнитного импульса её резкая граница находится в точке  $x = 0$  (рис. 9). Также предположим, что плотность плазмы очень велика, таким образом, толщина скин-слоя может считаться сколь угодно малой, критическая частота плазмы во много раз превышает частоту света, а смещение электронов под действием светового давления во много раз меньше длины волны. При таких условиях положение границы электронной компоненты адиабатически отслеживает изменение светового давления, а её координата  $X(t)$  может быть определена из уравнения

$$P_{\text{light}}(t, X) = P_{N_e}(X), \quad (41)$$

где  $P_{\text{light}}(t, X) = [(1 + R)/(4\pi)]E_{\text{inc}}^2(t - X/c)$  — давление света, отражающегося от границы электронной компоненты,  $E_{\text{inc}}(t)$  — напряжённость поля падающей волны в плоскости  $x = 0$ ,  $R$  — коэффициент отражения (далее принимается, что  $R \approx 1$ ),  $P_{N_e}(X) = 2\pi(N_e e X)^2$  — поверхностная плотность потенциальных сил, удерживающих



**Рис. 9.** Распределение электронов и положительных зарядов в плазме. Граница положительных зарядов (граница плазмы) находится в плоскости  $x = 0$ , граница электронной компоненты  $X(t)$  перемещается в области  $x \geq 0$  в соответствии с напряжённостями полей. Электроны, находившиеся в области с координатами от 0 до  $X(t)$ , сгруппированы в тонком слое вблизи координаты  $X(t)$ .

электронную компоненту от дальнейшего смещения,  $N_e$  — начальная концентрация электронов.

Постулируя условие (41), мы пренебрегаем в его правой части слагаемым, учитывающим инерцию электронов, т.е. слагаемым  $dP/dt$ , где  $P$  — поверхностная плотность импульса электронов. Это справедливо при относительно больших плотностях  $N_e$ , использованных в расчётах.

Уравнение (41) легко решается численно. Пусть  $X(t)$  — решение этого уравнения, а  $E_{\text{ref}}(t)$  — напряжённость поля в отражённой волне в плоскости  $x = 0$ . Тогда

$$E_{\text{ref}}\left(t + \frac{X(t)}{c}\right) = E_{\text{inc}}\left(t - \frac{X(t)}{c}\right). \quad (42)$$

Используя соотношение (42), можно построить численно и зависимость  $E_{\text{ref}}(t)$ .

### 3.3. Результаты расчётов

**3.3.1. Нормальное падение. Резкая граница плазмы.** На рисунке 10 показана зависимость  $E_{\text{ref}}(t)$ , полученная с помощью описанной в разделе 3.2 модели, для падающего импульса, заданного в виде

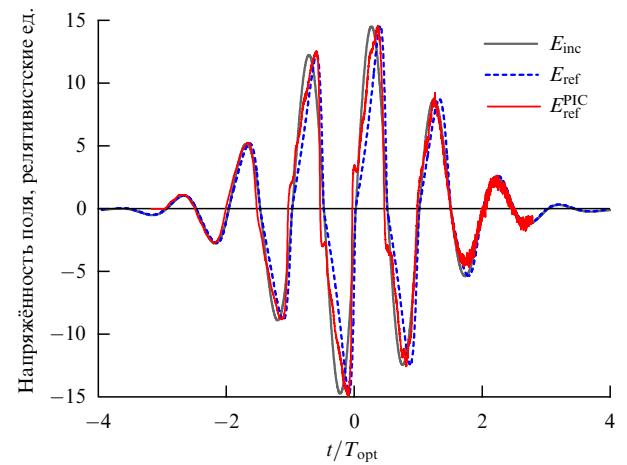
$$E_{\text{inc}}(t) = a \frac{mc\omega}{e} \exp[-(3,4\pi\omega t)^2] \sin(\omega t), \quad (43)$$

при  $\lambda = 0,8$  мкм,  $a = 15$ ,  $N_e = 10^{23}$  см<sup>-3</sup>.

Видно, что по мере увеличения амплитуды переколебания отражённого поля приобретают пилообразный характер. Промежутки времени, на которых абсолютное значение напряжённости  $|E_{\text{ref}}|$  возрастает, удлиняются, а промежутки, на которых оно убывает, уменьшаются и приобретают характер скачков. Именно из этих скачков можно получить короткие импульсы, отфильтровывая низкочастотные компоненты поля.

На рисунке 11 показан спектр отражённого поля  $|\hat{E}_{\text{ref}}(\Omega)|^2$ , рассчитанный численно. Огибающая этого спектра хорошо аппроксимируется зависимостью

$$|E_{\text{ref}}^{\text{appr}}(\Omega)|^2 = 30 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^{-4} \left(\frac{an_{\text{cr}}}{N_e}\right)^2 |\hat{E}_{\text{inc}}|^2, \quad (44)$$



**Рис. 10.** (В цвете онлайн.) Падающее (серая кривая) и отражённое поле, рассчитанное с помощью соотношения (42) (штриховая кривая) и методом PIC (сплошная красная кривая) в плоскости  $x = 0$ .

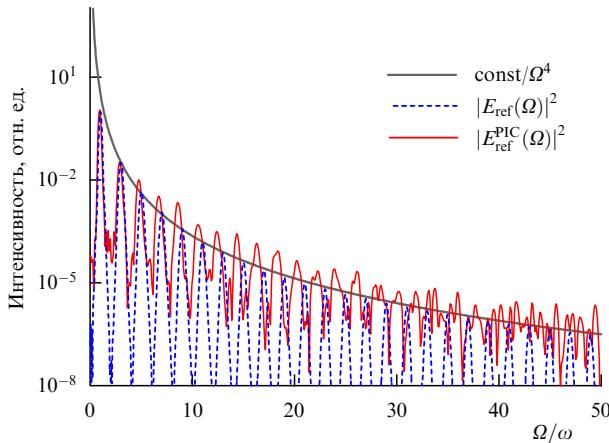


Рис. 11. Спектр отражённого поля, показанного на рис. 10, и аппроксимация огибающей этого спектра.

где  $n_{\text{cr}} = m\omega^2/(4\pi e^2)$  — критическая плотность плазмы,  $E_{\text{inc}}$  — фурье-амплитуда возбуждающего поля  $E_{\text{inc}}(t)$  на частоте  $\omega$ .

Наши расчёты показывают, что по крайней мере в области параметров  $10^{23} \text{ см}^{-3} \leq N_e \leq 6 \times 10^{23} \text{ см}^{-3}$  и  $1 \times (N_e \times 10^{-23} \text{ см}^3) \leq a \leq 15 \times (N_e \times 10^{-23} \text{ см}^3)$  квадраты амплитуд нечётных гармоник с номерами от 5 до 50, предсказываемые этой формулой, мало отличаются (не более чем вдвое) от  $|\hat{E}_{\text{ref}}(\Omega)|^2$ . Они пропорциональны квадрату интенсивности возбуждающего поля и обратно пропорциональны квадрату плотности плазмы. Коэффициенты преобразования  $|E_{\text{ref}}^{\text{appr}}(\Omega)|^2/|E_{\text{inc}}|^2$  обратно пропорциональны квадрату параметра подобия  $S = N_e/n_{\text{cr}}a$ , введённого в [211]. На рисунках 10, 11 показаны также результаты расчёта методом PIC. Качественно они согласуются с результатами расчёта на основе принятой здесь модели. Заметим, что зависимость  $|\hat{E}_{\text{ref}}(\Omega)|^2 \sim \sim (\Omega/\omega)^{-q}$  неоднократно получалась в аналитических моделях. При этом разные модели дают разные значения показателя  $q$ : 5/2 [212], 8/3 [213], 2 [214] и др. Расчёты, выполняемые методом PIC, показывают, что показатель  $q$  уменьшается (по модулю) по мере уменьшения плотности плазмы либо увеличения интенсивности света. Используемая численная модель основана на предположениях, которые выполняются тем лучше, чем выше плотность плазмы, и нарушаются как при очень больших, так и при очень малых (субрелятивистских) интенсивностях.

На рисунке 12 показан цуг аттосекундных импульсов, полученных из показанного на рис. 10 поля  $E_{\text{ref}}(t)$  посредством спектральной фильтрации, описываемой формулой

$$E_{\text{filt}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \exp(-i\Omega t) d\Omega \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\Omega\tau) E_{\text{ref}}(\tau) d\tau + \text{с.с.}, \quad (45)$$

при  $\Omega_1 = 10\omega$ ,  $\Omega_2 = 50\omega$ . Положения этих импульсов совпадают с положениями скачков поля  $E_{\text{ref}}(t)$ .

Отметим, что уже при длительности возбуждающего импульса (огибающей  $E_{\text{inc}}^2(t)$ ), равной двум периодам поля, центральный АИ значительно превосходит по амплитуде соседние импульсы. В случае наклонного

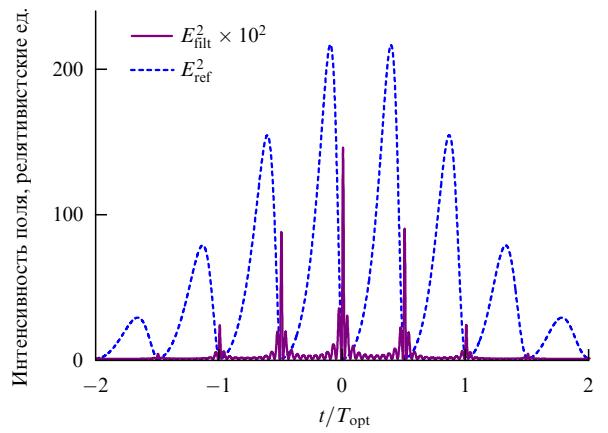


Рис. 12. Квадрат рассчитанного с помощью выражения (42) отражённого поля до фильтрации (штриховая кривая, то же что на рис. 10) и после спектральной фильтрации по формуле (45) с  $\Omega_1 = 10\omega$  и  $\Omega_2 = 50\omega$  (сплошная жирная кривая).

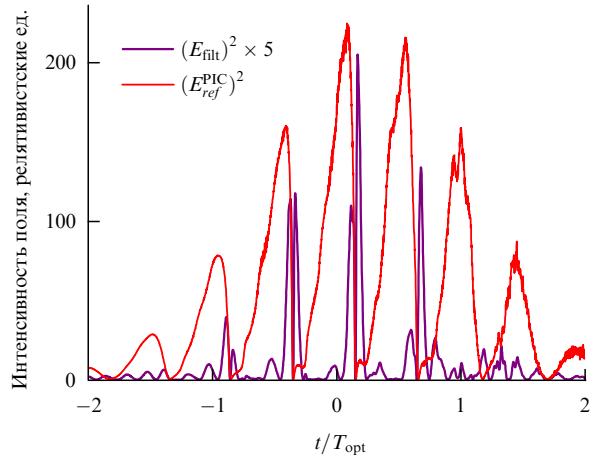


Рис. 13. Квадрат рассчитанного методом PIC отражённого поля до фильтрации (сплошная тонкая кривая, то же, что на рис. 10) и после спектральной фильтрации по формуле (45) с  $\Omega_1 = 4\omega$  и  $\Omega_2 = 50\omega$  (сплошная жирная кривая).

падения света на мишень ближайшие к центральному импульсу АИ исчезают (см. ниже).

На рисунке 13 показан цуг АИ, выделенный спектральной фильтрацией (45) из показанного на рис. 10 поля, рассчитанного методом PIC. Качественно он близок к цугу на рис. 12.

Таким образом, при использованных выше параметрах генерация АИ может быть хорошо описана в рамках предложенной модели. Однако рассмотренные здесь интенсивности (порядка  $10^{20} \text{ Вт см}^{-2}$ ) в столь коротком импульсе пока не были достигнуты. Кроме того, принятая плотность плазмы нереалистично мала. Действительно, параметры плазмы, подразумеваемые в (41), соответствуют  $N_e/n_{\text{cr}} \approx 60$ . Оценим величину последнего отношения в реальном эксперименте. При релятивистских интенсивностях происходит глубокая и быстрая ионизация вещества. Она носит надбарьерный характер, если напряжённость электрического поля превышает величину  $U^2/4Ze^3$ , где  $U$  — потенциал ионизации,  $Z$  — заряд атомного остатка [215]. Оценки показывают, что, например, в кварце при интенсивности  $10^{20} \text{ Вт см}^{-2}$  надбарьерной ионизации подвержены почти все электроны (кроме К-электронов кремния). При полной иони-

зации вещества плотность плазмы близка к  $3 \times 10^{23} \rho$  на 1 г, где  $\rho$  — массовая плотность, так что, например, при  $\lambda = 0,75$  мкм и  $\rho = 2$  г см<sup>-3</sup> величина  $N_e/n_{cr} \approx 300$ .

**3.3.2. Наклонное падение. Резкая граница плазмы.** Переход от нормального падения к наклонному не только является удобным с технической точки зрения, но и приводит к значительному возрастанию амплитуд генерируемых АИ и существенно облегчает выделение одного АИ из цуга. При наклонном падении электрическое поле р-поляризованного света содержит нормальную к поверхности компоненту, осциллирующую на основной частоте, тогда как сила Лоренца всегда является направленной внутрь мишени и осциллирует на удвоенной частоте. На одном полупериоде эта компонента поля усиливает давление света на электронную компоненту плазмы, на другом — способствует (вместе с потенциальным полем) ускорению электронов навстречу световому пучку. В итоге амплитуда генерируемых АИ возрастает, а частота следования оказывается вдвое меньшей, чем при нормальном падении (при больших углах падения "выживают" лишь АИ, генерируемые на полупериоде, на котором электрическое поле волны направлено внутрь плазмы).

Для иллюстрации на рис. 14, 15 показаны отражённое поле и его спектр, рассчитанные методом PIC, примени-

Таблица 1

Интенсивность возбуждающего импульса, релятивистские ед.	Интенсивность АИ, релятивистские ед., $\Omega_1 = 5\omega, \Omega_2 = 45\omega$	Контраст
200	85	4,6
160	67	6,8
120	34	3,75
80	9,6	3,3
50	2,54	2,7

тельно к падению аналогичного (43) синусоидального импульса с длительностью, равной двум с половиной периодам поля, и интенсивностью  $I = 100I_{rel}$  под углом  $\pi/5$  к поверхности плазмы с плотностью  $N_e = 100n_{cr}$ .

Результаты расчётов, выполненных при различных интенсивностях гауссова импульса с длительностью, равной двум периодам поля, падающего на плазму с плотностью, равной ста критическим, под углом  $\pi/5$ , представлены в табл. 1. В среднем столбце таблицы приведены интенсивности АИ, выделенных из отражённого поля спектральной фильтрацией (45) с  $\Omega_1 = 5\omega$  и  $\Omega_2 = 45\omega$ , в правом столбце — контраст этих импульсов относительно соседних в цуге. При интенсивностях возбуждающего импульса ниже  $40I_{rel}$  АИ с контрастом, превышающим два, не наблюдались.

**3.3.3. Наклонное падение. Плавная граница плазмы.** Эффективность генерации ГВП существенно возрастает и при переходе от резкой границы распределения плотности плазмы к распределению с плавно изменяющейся плотностью [216]. По-видимому, причина высокой эффективности взаимодействия света с плазмой в этом случае состоит в том, что это взаимодействие происходит в основном в квазирезонансной области с плотностью, незначительно превышающей критическую плотность.

Наиболее благоприятным оказывается случай наклонного падения на плазму с нерезкой границей. Ниже обсуждаются результаты расчётов, выполненных для следующего распределения плотности плазмы: при  $x < 0$  начальная плотность равна нулю, на интервале  $(0,8L)$  она возрастает по экспоненциальному закону  $N_e = N_{max} \exp(x/L - 8)$  (ниже мы называем параметр  $L$  градиентной длиной), а при  $x \geq 8L$  плотность равна  $N_{max}$ .

В таблице 2 представлены результаты расчётов, выполненных применительно к падению импульсов с длительностью, равной двум периодам поля, на поверхность плазмы с  $N_{max} = 200n_{cr}$  и градиентной длиной  $L = 0,064\lambda$  под углом  $2\pi/15$ .

Эти результаты показывают, что в экспериментах с наклонным падением света на плазму с плавно изменяющейся плотностью АИ с относительно высокими контра-

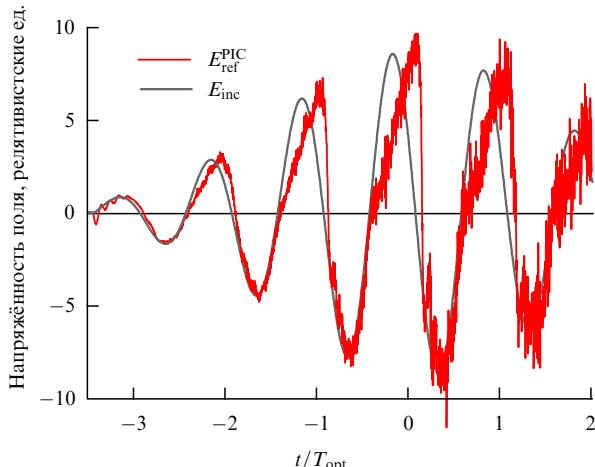


Рис. 14. (В цвете онлайн.) Падающее (серая кривая) и рассчитанное методом PIC отражённое (красная тонкая кривая) поле.

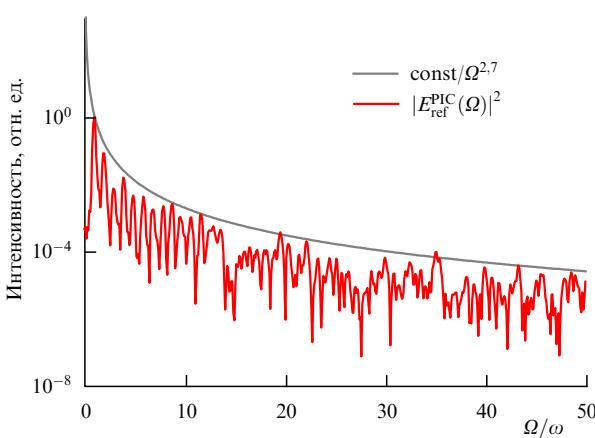


Рис. 15. (В цвете онлайн.) Спектр отражённого поля, показанного на рис. 14, и аппроксимация огибающей этого спектра.

Таблица 2

Интенсивность возбуждающего импульса, релятивистские ед.	Диапазон спектральной фильтрации $(\Omega_1 - \Omega_2)/\omega$	Интенсивность АИ, релятивистские ед.	Контраст
40	5–60	37,9	2,85
20	5–60	19,6	2,2
5	5–30	3,5	4,6
2,5	5–30	0,6	3,5

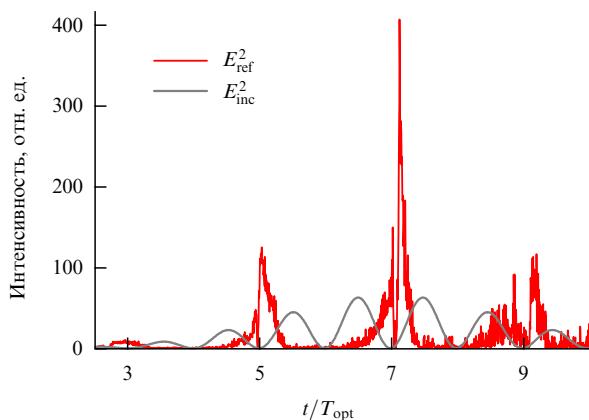


Рис. 16. (В цвете онлайн.) Поле падающего (жирная кривая) и отражённого (тонкая красная кривая) света.

стом и интенсивностью могут быть получены при использовании возбуждающего света с интенсивностями, на порядок меньшими, чем в экспериментах с плазмой, обладающей резкой границей.

При несколько больших углах падения и интенсивностях импульса, отражаемый от плазмы с плавно изменяющейся плотностью, распадается на цуг коротких импульсов, длительность которых попадает в аттосекундный диапазон без какой-либо спектральной фильтрации, а интенсивность значительно превосходит интенсивность падающего (возбуждающего) импульса. На рисунке 16 показан такой цуг АИ, рассчитанный при  $L = 0,064\lambda$ ,  $N_{\max} = 100n_{\text{cr}}$  и угле падения  $\pi/5$ ; падающий импульс описывается выражением (43) с  $a = 10$ . Длительность центрального импульса в отражённом цуге приблизительно в 30 раз меньше периода возбуждающего света, контраст относительно соседних импульсов составляет около 3,25.

Результаты численного моделирования показывают, что в области  $L \in [0; 0,3\lambda]$  по мере увеличения градиентной длины отношение интенсивностей отражённого и падающего импульсов  $I_{\text{ref}}/I_{\text{inc}}$  увеличивается, а длительность АИ уменьшается.

Вопрос о способах и возможности приготовления плоских слоёв плазмы с относительно большими градиентными длинами ( $L \sim 0,1\lambda$ ) и контролируемыми параметрами представляет собой самостоятельную задачу, и пока он детально не рассматривался. Создание и использование таких слоёв может быть существенно затруднено из-за неустойчивостей, возникающих при разлёте плотной плазмы. Отметим, однако, что, согласно проведённым исследованиям, при ультраколлинистических интенсивностях возбуждающего света эффективная генерация АИ может осуществляться в случаях как плавной (с градиентной длиной  $L$  порядка нескольких десятых долей  $\lambda$ ), так и резкой ( $L = 0$ ) границы плазмы. В частности, авторы [206], используя некоторые модельные предположения, пришли к выводу о возможности получения высоких значений отношения  $I_{\text{ref}}/I_{\text{inc}} \gg 1$  при ступенеобразном профиле плотности плазмы. Расчёты показывают, что при  $L$  в диапазоне от 0 до  $0,8\lambda$  это отношение может значительно превышать единицу [204], а спектры излучения могут демонстрировать медленное спадание с увеличением номера гармоники [205], характерное для механизма когерентного синхротронного излучения.

2\*

### 3.4. Заключительные замечания

В заключение данного раздела укажем на ряд работ, в которых рассматривались различные конфигурации плазменных мишеней и возбуждающего света для получения АИ на поверхности плазмы.

В работах [214, 217] исследовалась генерация АИ при взаимодействии интенсивных лазерных импульсов с тонкими слоями плазмы, обладающими прямоугольным профилем плотности. Результаты моделирования (методом PIC) показали принципиальную возможность получения высококонтрастных изолированных АИ при выполнении относительно жёстких требований к интенсивности возбуждающего света или к толщине слоя. В соответствии с выводами [217] интенсивность должна быть сравнимой с некоторым критическим значением

$$I_{\text{cr}} = I_{\text{rel}} \left( \frac{\pi l}{\lambda} \frac{N_{\text{e}}}{n_{\text{cr}}} \right)^2,$$

где  $l$  — толщина слоя (при интенсивности, превышающей  $I_{\text{cr}}$ , плазменный слой разрушается).

В [218, 219] предложен способ получения изолированного АИ, основанный на использовании жёсткой фокусировки возбуждающего лазерного пучка, обеспечивающей деформацию поверхности плазмы и связанное с этой деформацией сканирование угла отражения излучения, а также его фокусировку. При моделировании в [218, 219] использовались относительно небольшие плотности плазмы и интенсивности (порядка  $10I_{\text{rel}}$ ). По-видимому, при работе с реальными мишенями требования к интенсивности резко возрастают.

В [220] предложен механизм генерации АИ с возбуждающим излучением, содержащим вторую гармонику. Было продемонстрировано, что при определённых условиях преобразование 5 % возбуждающего излучения во вторую гармонику повышает интенсивность генерирующего одиночного АИ на порядок.

В [221] рассматривалась более сложная методика генерации изолированного АИ, основанная на использовании двух пучков с разными интенсивностями, поляризациями и частотами.

В последние годы ряд экспериментальных групп добился значительных успехов в получении релятивистских интенсивных импульсов с малой длительностью и высоким контрастом (см., например, [201, 222]), пригодных для экспериментов по генерации высоких гармоник и АИ на поверхности. Анализ показывает, что достигнутые в этих работах параметры ещё не обеспечивают возможность получения изолированных АИ в экспериментах с плазмой, обладающей резкой границей и высокой плотностью. По-видимому, в ближайшие годы будут получены предельно короткие оптические импульсы с существенно более высокой мощностью и несколько меньшей длительностью. Получению изолированных АИ может также способствовать использование мишеней из материалов с малой плотностью, например из полиметакрилата. Естественно, чрезвычайно полезной была бы и реализация контролируемых слоёв плазмы со значительной градиентной длиной (порядка нескольких десятых долей длины волны).

Наконец, отметим, что обсуждается также возможность получения АИ при взаимодействии лазерного поля ультраколлинистической интенсивности с *разрежённой* плазмой [223, 224].

## 4. Заключение

В настоящем обзоре рассмотрены два подхода к получению АИ: при взаимодействии умеренно интенсивного (примерно  $10^{14}$  Вт см $^{-2}$ ) излучения с газообразными средами и при взаимодействии лазерного излучения ультрарелятивистской интенсивности с плотной плазмой. Первый из этих подходов разработан достаточно полно. В то же время в этой области продолжаются активные исследования таких вопросов, как резонансная ГГВП, релятивистские эффекты при ГГВП, генерация гармоник в молекулярных газах и кристаллах, ГГВП в полях, содержащих компоненты с различными частотами и поляризациями.

ГГВП остаётся единственным хорошо изученным нелинейным оптическим процессом высокого порядка. В ближайшее время можно ожидать продвижения и в исследованиях других нелинейных оптических процессов высокого порядка; так, опубликованы результаты экспериментальных [225] и численных [226] исследований, интерпретируемые авторами как реализация многофотонного параметрического усиления в УФ-области, что стало объектом оживлённой дискуссии [227–229]. Исследование многофотонных чисто оптических процессов открывает путь к развитию непертурбативной нелинейной оптики [230]. Генерация и усиление когерентного УФ-излучения на основе таких процессов может привести к созданию новых методов получения интенсивных АИ в газообразных средах.

Обсуждаются и другие пути получения АИ, не связанные с ГГВП, а именно:

1) суммирование многих антистоксовых компонент, генерируемых при вынужденном комбинационном рассеянии [231–233]. Преимуществами этого метода являются относительно высокая эффективность генерации и, следовательно, высокая (на уровне нескольких микроджоулей) энергия генерируемого УФ-излучения, а недостатком — гораздо более узкая, чем в случае ГГВП, спектральная полоса, в которой генерируются антистоксовые компоненты со сравнимой интенсивностью, что приводит к достаточно большой (около 1 фс) длительности импульса УФ-излучения;

2) резонансная генерация синфазных спектральных компонент в процессе взаимодействия излучения вакуумного ультрафиолетового или рентгеновского диапазонов с атомами газа, одновременно облучаемыми интенсивным лазерным полем, вызывающим квазистатическую ионизацию из возбуждённых атомных состояний и/или сдвиг возбуждённых энергетических уровней [234, 235]. Данный метод предполагает наличие источника узкополосного высокочастотного излучения. Одним из достоинств этого метода является изначальный синхронизм генерируемых спектральных компонент, позволяющий формировать АИ [236]. Аналогичный подход был использован в эксперименте по формированию временных кубитов и последовательностей импульсов из одиночных фотонов  $\gamma$ -диапазона [237].

Теоретические исследования генерации АИ при взаимодействии лазерного излучения с плотной плазмой основываются главным образом на численных расчётах методом PIC. Качественный анализ явления возможен в рамках нескольких моделей, различающихся областью применимости. В настоящем обзоре представлена построенная в рамках модели осциллирующего зеркала теория, позволяющая получить количественное согласие с результатами численных расчётов в определённом диапазоне параметров.

На основе как численных, так и простых модельных расчётов можно сделать вывод, что АИ, получаемые при отражении лазерного импульса от границы плотной плазмы, могут обладать значительно большей энергией, чем при генерации в газах. Однако такой способ получения АИ гораздо сложнее с экспериментальной точки зрения, так как требует одновременно высокой интенсивности и высокого контраста генерирующего импульса, что делает пока затруднительным создание на этой основе устройств для практического использования в аттосекундной физике. Современные достижения в области получения, измерения и приложения АИ связаны главным образом с аттосекундными импульсами, генерируемыми в газовых средах.

Работа выполнена при поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 14-02-00762-а, 16-02-00858-а и 14-02-00878-а).

## Список литературы

1. Келдыш Л В ЖЭТФ **47** 1945 (1964); Keldysh L V Sov. Phys. JETP **20** 1307 (1965)
2. Ackermann W et al. Nature Photon. **1** 336 (2007)
3. Emma P et al. Nature Photon. **4** 641 (2010)
4. Ishikawa T et al. Nature Photon. **6** 540 (2012)
5. Allaria E et al. Nature Photon. **6** 699 (2012)
6. Mitzner R et al. Opt. Express **16** 19909 (2008)
7. Lambert G et al. Nature Phys. **4** 296 (2008)
8. Ackermann S et al. Phys. Rev. Lett. **111** 114801 (2013)
9. McPherson A et al. J. Opt. Soc. Am. B **4** 595 (1987)
10. Ferray M et al. J. Phys. B **21** L31 (1988)
11. Li X F et al. Phys. Rev. A **39** 5751 (1989)
12. Sarukura N et al. Phys. Rev. A **43** 1669(R) (1991)
13. Crane J K et al. Opt. Lett. **17** 1256 (1992)
14. Miyazaki K, Sakai H J. Phys. B **25** L83 (1992)
15. L'Huillier A, Balcou Ph Phys. Rev. Lett. **70** 774 (1993)
16. Macklin J J, Kmetec J D, Gordon C L (III) Phys. Rev. Lett. **70** 766 (1993)
17. Платоненко В Т, Стрелков В В Квантовая электроника **25** 582 (1998); Platonenko V T, Strelkov V V Quantum Electron. **28** 564 (1998)
18. Winterfeldt C, Spielmann C, Gerber G Rev. Mod. Phys. **80** 117 (2008)
19. Chang Z et al. Phys. Rev. Lett. **79** 2967 (1997)
20. Spielmann Ch et al. Science **278** 661 (1997)
21. Seres J et al. Nature **433** 596 (2005)
22. Силин В П ЖЭТФ **47** 2254 (1964); Silin V P Sov. Phys. JETP **20** 1510 (1965)
23. Силин В П ЖЭТФ **114** 864 (1998); Silin V P JETP **87** 468 (1998)
24. Cartman R L, Rhodes C K, Benjamin R F Phys. Rev. A **24** 2649 (1981)
25. Tuebner U, Gibbon P Rev. Mod. Phys. **81** 445 (2009)
26. Thaury C, Quéré F J. Phys. B **43** 213001 (2010)
27. Dromey B et al. Phys. Rev. Lett. **99** 085001 (2007)
28. Nomura Y et al. Nature Phys. **5** 124 (2009)
29. Hörllein R et al. New J. Phys. **12** 043020 (2010)
30. Wheeler J A et al. Nature Photon. **6** 829 (2012)
31. Krause J L, Schafer K J, Kulander K C Phys. Rev. Lett. **68** 3535 (1992)
32. Schafer K J et al. Phys. Rev. Lett. **70** 1599 (1993)
33. Corkum P B Phys. Rev. Lett. **71** 1994 (1993)
34. Гладков С М, Коротеев Н И УФН **160** (7) 105 (1990); Gladkov S M, Koroteev N I Sov. Phys. Usp. **33** 554 (1990)
35. Кучиев М Ю Письма в ЖЭТФ **45** 319 (1987); Kuchiev M Yu JETP Lett. **45** 404 (1987)
36. Brunel F J. Opt. Soc. Am. B **7** 521 (1990)
37. Becker W et al. Adv. At. Mol. Opt. Phys. **48** 35 (2002)
38. Paulus G G, Becker W, Walther H Phys. Rev. A **52** 4043 (1995)
39. Farkas Gy, Tóth Cs Phys. Lett. A **168** 447 (1992)
40. Krause J L, Schafer K J, Kulander K C Phys. Rev. A **45** 4998 (1992)
41. Cormier E, Lambropoulos P J. Phys. B **30** 77 (1997)
42. Tong X M, Chu S I Chem. Phys. **217** 119 (1997)
43. Bauer D, Mulser P Phys. Rev. A **59** 569 (1999)
44. Muller H G Phys. Rev. A **60** 1341 (1999)
45. Strelkov V V et al. J. Phys. B **39** 577 (2006)
46. Popov A M, Tikhonova O V, Volkova E A Laser Phys. **21** 1593 (2011)
47. Gonoskov A A, Gonoskov I A, physics/0607120
48. Strelkov V V et al. Phys. Rev. A **86** 013404 (2012)

49. Fleck J A, Jr, Morris J R, Feit M D *Appl. Phys.* **10** 129 (1976)
50. Strelkov V V et al. *Phys. Rev. Lett.* **107** 043902 (2012)
51. Emelin M Yu, Ryabikin M Yu, Sergeev A M *New J. Phys.* **10** 025026 (2008)
52. Lewenstein M et al. *Phys. Rev. A* **49** 2117 (1994)
53. Fedorov M V, Peatross J *Phys. Rev. A* **52** 504 (1995)
54. Antoine Ph et al. *Phys. Rev. A* **55** 1314 (1997)
55. Kuchiev M Yu, Ostrovsky V N *Phys. Rev. A* **60** 3111 (1999)
56. Платоненко В Т *Квантовая электроника* **31** 55 (2001); Platonenko V T *Quantum Electron.* **31** 55 (2001)
57. Платоненко В Т, Стержантов А Ф *Квантовая электроника* **36** 1074 (2006); Platonenko V T, Sterjantov A F *Quantum Electron.* **36** 1074 (2006)
58. Емелин М Ю, Рябикин М Ю, Сергеев А М *ЖЭТФ* **133** 243 (2008); Emelin M Yu, Ryabikin M Yu, Sergeev A M *JETP* **106** 203 (2008)
59. Pérez-Hernández J A, Roso L, Plaja L *Opt. Express* **17** 9891 (2009)
60. Frolov M V et al. *J. Phys. B* **42** 035601 (2009)
61. Emelin M Yu, Ryabikin M Yu, Sergeev A M *Opt. Express* **18** 2269 (2010)
62. Kan C et al. *Phys. Rev. A* **52** R4336 (1995)
63. Gaarde M B et al. *Phys. Rev. A* **59** 1367 (1999)
64. Khokhlova M A, Strelkov V V *Phys. Rev. A* **93** 043416 (2016)
65. Becker W, Long S, McIver J K *Phys. Rev. A* **50** 1540 (1994)
66. Antoine Ph et al. *Phys. Rev. A* **53** 1725 (1996)
67. Becker W et al. *Phys. Rev. A* **56** 645 (1997)
68. Lewenstein M, Salieres P, L'Huillier A *Phys. Rev. A* **52** 4747 (1995)
69. Paulus G G et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 3791 (2000)
70. Salieres P et al. *Science* **292** 902 (2001)
71. Milošević D B, Bauer D, Becker W *J. Mod. Opt.* **53** 125 (2006)
72. Гореславский С П, Попруженко С В *Письма в ЖЭТФ* **68** 858 (1998); Goreslavskii S P, Popruzhenko S V *JETP Lett.* **68** 902 (1998)
73. Гореславский С П, Попруженко С В *ЖЭТФ* **117** 895 (2000); Goreslavskii S P, Popruzhenko S V *JETP* **90** 778 (2000)
74. Goreslavskii S P et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 233002 (2004)
75. Bauer D, Milošević D B, Becker W *J. Mod. Opt.* **53** 135 (2006)
76. Bauer D *Phys. Rev. Lett.* **94** 113001 (2005)
77. Ivanov M Yu, Brabec Th, Burnett N *Phys. Rev. A* **54** 742 (1996)
78. Strelkov V V *Phys. Rev. A* **74** 013405 (2006)
79. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989); Пер. на англ.: Landau L D, Lifshitz E M *Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory* (Oxford: Pergamon Press, 1977)
80. Boge R et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 103003 (2013)
81. Landsman A S, Keller U *Phys. Rep.* **547** 1 (2015)
82. Переломов А М, Попов В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **50** 1393 (1966); Perelomov A M, Popov V S, Terent'ev M V *Sov. Phys. JETP* **23** 924 (1966)
83. Переломов А М, Попов В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **51** 309 (1966); Perelomov A M, Popov V S, Terent'ev M V *Sov. Phys. JETP* **24** 207 (1967)
84. Переломов А М, Попов В С *ЖЭТФ* **52** 514 (1967); Perelomov A M, Popov V S *Sov. Phys. JETP* **25** 336 (1967)
85. Попов В С *УФН* **174** 921 (2004); Popov V S *Phys. Usp.* **47** 855 (2004)
86. Strelkov V V, Platonenko V T, Becker A *Phys. Rev. A* **71** 053808 (2005)
87. Antoine Ph, L'Huillier A, Lewenstein M *Phys. Rev. Lett.* **77** 1234 (1996)
88. Платоненко В Т, Стрелков В В *Квантовая электроника* **24** 799 (1997); Platonenko V T, Strelkov V V *Quantum Electron.* **27** 779 (1997)
89. Gaarde M B, Schafer K J *Phys. Rev. A* **65** 031406(R) (2002)
90. Alexandrov L N, Emelin M Yu, Ryabikin M Yu *J. Phys. B* **47** 204028 (2014)
91. Ильяков И Е и др. *Письма в ЖЭТФ* **101** 78 (2015); Ilyakov I E et al. *JETP Lett.* **101** 74 (2015)
92. Velotta R et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 183901 (2001)
93. Lein M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 183903 (2002)
94. Lein M et al. *Phys. Rev. A* **66** 023805 (2002)
95. Емелин М Ю и др. *Письма в ЖЭТФ* **77** 254 (2003); Emelin M Yu et al. *JETP Lett.* **77** 212 (2003)
96. Gonoskov I A, Ryabikin M Yu, Sergeev A M *J. Phys. B* **39** S445 (2006)
97. Bandrauk A D, Chelkowski S, Lu H J *Phys. B* **42** 075602 (2009)
98. Boutou W et al. *Nature Phys.* **4** 545 (2008)
99. Zhou X et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 073902 (2009)
100. Moreno P, Plaja L, Roso L *Phys. Rev. A* **55** R1593 (1997)
101. Bandrauk A D, Yu H *Phys. Rev. A* **59** 539 (1999)
102. Mairesse Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 213601 (2010)
103. Kreibich T et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 103901 (2001)
104. Lein M *Phys. Rev. Lett.* **94** 053004 (2005)
105. Baker S et al. *Science* **312** 424 (2006)
106. Lein M *J. Phys. B* **40** R135 (2007)
107. Haessler S, Caillat J, Salieres P *J. Phys. B* **44** 203001 (2011)
108. Zhou X et al. *Phys. Rev. A* **71** 061801(R) (2005)
109. Chirilă C C, Lein M *Phys. Rev. A* **73** 023410 (2006)
110. Madsen C B, Madsen L B *Phys. Rev. A* **74** 023403 (2006)
111. Parker J S et al. *J. Phys. B* **33** 1057 (2000)
112. Taylor K T et al. *Eur. Phys. J. D* **26** 67 (2003)
113. Taylor K T et al. *J. Mod. Opt.* **54** 1959 (2007)
114. Porov A M, Tikhonova O V, Volkova E A *Laser Phys.* **17** 103 (2007)
115. Волкова Е А, Попов А М, Тихонова О В *Оптика и спектроскопия* **102** 192 (2007); Volkova E A, Popov A M, Tikhonova O V *Opt. Spectrosc.* **102** 159 (2007)
116. Nepstad R, Birkeland T, Førre M *Phys. Rev. A* **81** 063402 (2010)
117. Itatani J et al. *Nature* **432** 867 (2004)
118. Morishita T et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 013903 (2008)
119. Frolov M V et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 243901 (2009)
120. Frolov M V et al. *Phys. Rev. A* **83** 043416 (2011)
121. Wörner H J et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 103901 (2009)
122. Higuet J et al. *Phys. Rev. A* **83** 053401 (2011)
123. Farrell J P et al. *Phys. Rev. A* **83** 023420 (2011)
124. Rothhardt J et al. *Phys. Rev. Lett.* **112** 233002 (2014)
125. Shiner A D et al. *Nature Phys.* **7** 464 (2011)
126. Олейников П А, Платоненко В Т, Ферранте Г *Письма в ЖЭТФ* **60** 235 (1994); Oleinikov P A, Platonenko V T, Ferrante G *JETP Lett.* **60** 246 (1994)
127. Plaja L, Roso L *J. Mod. Opt.* **40** 793 (1993)
128. de Morisson Faria C F et al. *Phys. Rev. A* **65** 023404 (2002)
129. Taïeb R et al. *Phys. Rev. A* **68** 033403 (2003)
130. Ганеев Р А *УФН* **183** 815 (2013); Ganeev R A *Phys. Usp.* **56** 772 (2013)
131. Milošević D B *J. Phys. B* **40** 3367 (2007)
132. Strelkov V *Phys. Rev. Lett.* **104** 123901 (2010)
133. Frolov M V, Manakov N L, Starace A F *Phys. Rev. A* **82** 023424 (2010)
134. Strelkov V V, Khokhlova M A, Shubin N Yu *Phys. Rev. A* **89** 053833 (2014)
135. Tudorovskaya M, Lein M *Phys. Rev. A* **84** 013430 (2011)
136. Shen Y R *The Principles of Nonlinear Optics* (New York: J. Wiley, 1984); Пер. на русск. яз.: Шен И Р *Принципы нелинейной оптики* (М.: Наука, 1989)
137. Ахманов С А, Хохлов Р В *Проблемы нелинейной оптики (электромагнитные волны в нелинейных диспергирующих средах)* (Сер. "Итоги науки", 1961–1963) (М.: ВИНТИ АН СССР, 1964)
138. Salieres P, L'Huillier A, Lewenstein M *Phys. Rev. Lett.* **74** 3776 (1995)
139. Peatross J, Fedorov M V, Kulander K C *J. Opt. Soc. Am. B* **12** 863 (1995)
140. Peatross J, Meyerhofer D D *Phys. Rev. A* **52** 3976 (1995)
141. Balouc Ph et al. *Phys. Rev. A* **55** 3204 (1997)
142. Платоненко В Т, Стрелков В В *Квантовая электроника* **30** 236 (2000); Platonenko V T, Strelkov V V *Quantum Electron.* **30** 236 (2000)
143. Zair A et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 143902 (2008)
144. Стрелков В В, Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук (М.: Ин-т общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 2009)
145. Platonenko V T, Strelkov V V, Ferrante G *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 1611 (2002)
146. Platonenko V T, Strelkov V V, Ferrante G *Laser Phys.* **12** 888 (2002)
147. Батеби С, Платоненко В Т *Квантовая электроника* **34** 71 (2004); Bateli S, Platonenko V T *Quantum Electron.* **34** 71 (2004)
148. Rundquist A et al. *Science* **280** 1412 (1998)
149. Constant E et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1668 (1999)
150. Durfee C G (III) et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 2187 (1999)
151. Popmintchev T et al. *Science* **336** 1287 (2012)
152. Lange H R et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 1611 (1998)
153. Christov I P, Kapteyn H C, Murnane M M *Opt. Express* **7** 362 (2000)
154. Paul A et al. *Nature* **421** 51 (2003)
155. Бирюлин А В, Платоненко В Т, Стрелков В В *Квантовая электроника* **23** 387 (1996); Birulin A V, Platonenko V T, Strelkov V V *Quantum Electron.* **26** 377 (1996)
156. Бирюлин А В, Платоненко В Т, Стрелков В В *ЖЭТФ* **110** 63 (1996); Birulin A V, Platonenko V T, Strelkov V V *JETP* **83** 33 (1996)
157. Heyl C M et al. *Phys. Rev. Lett.* **112** 143902 (2014)
158. Hickstein D D *Nature Photon.* **9** 743 (2015)
159. Zepf M et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 143901 (2007)
160. Seres J et al. *Nature Phys.* **3** 878 (2007)
161. Tosa V, Yakovlev V S, Krausz F *New J. Phys.* **10** 025016 (2008)
162. Popmintchev T et al. *Nature Photon.* **4** 822 (2010)
163. Gaarde M B, Tate J L, Schaefer K J *J. Phys. B* **41** 132001 (2008)
164. Kazamias S et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 193901 (2003)

165. Strelkov V V, Mével E, Constant E *New J. Phys.* **10** 083040 (2008)
166. Jullien A et al. *Appl. Phys. B* **93** 433 (2008)
167. Geissler M, Tempea G, Brabec T *Phys. Rev. A* **62** 033817 (2000)
168. Tempea G et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4329 (2000)
169. Vozzi C et al. *Opt. Lett.* **32** 2957 (2007)
170. Gu X et al. *Opt. Express* **17** 62 (2009)
171. Hauri C P et al. *Opt. Lett.* **32** 868 (2007)
172. Schmidt B E et al. *Appl. Phys. Lett.* **96** 121109 (2010)
173. Andriukaitis G et al. *Opt. Lett.* **36** 2755 (2011)
174. Deng Y et al. *Opt. Lett.* **37** 4973 (2012)
175. Sheehy B et al. *Phys. Rev. Lett.* **83** 5270 (1999)
176. Shan B, Chang Z *Phys. Rev. A* **65** 011804(R) (2001)
177. Takahashi E J et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 253901 (2008)
178. Емелина А С, Емелин М Ю, Рябикин М Ю *Квантовая электроника* **44** 470 (2014); Emelina A S, Emelin M Yu, Ryabikin M Yu *Quantum Electron.* **44** 470 (2014)
179. Ким А В, Рябикин М Ю, Сергеев А М *УФН* **169** 58 (1999); Kim A V, Ryabikin M Yu, Sergeev A M *Phys. Usp.* **42** 54 (1999)
180. Tarannukhin V D *Laser Phys.* **10** 330 (2000)
181. Chirilă C C et al. *Phys. Rev. A* **66** 063411 (2002)
182. Emelina A S, Emelin M Yu, Ryabikin M Yu *J. Opt. Soc. Am. B* **32** 2478 (2015)
183. Platonenko V T, Sterjantov A F, Strelkov V V *Laser Phys.* **13** 443 (2003)
184. Tate J et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 013901 (2007)
185. Schiessl K et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 253903 (2007)
186. Gordon A, Kärtner F X *Opt. Express* **13** 2941 (2005)
187. Frolov M V, Manakov N L, Starace A F *Phys. Rev. Lett.* **100** 173001 (2008)
188. Colosimo P et al. *Nature Phys.* **4** 386 (2008)
189. Shiner A D et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 073902 (2009)
190. Doumy G et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 093002 (2009)
191. Popmintchev T et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **106** 10516 (2009)
192. Yakovlev V S, Ivanov M, Krausz F *Opt. Express* **15** 15351 (2007)
193. Sola I et al. *Nature Phys.* **2** 319 (2006)
194. Vozzi C et al. *Phys. Rev. Lett.* **95** 153902 (2005)
195. Kanai T, Minemoto S, Sakai H *Nature* **435** 470 (2005)
196. Torres R et al. *Opt. Express* **18** 3174 (2010)
197. Григорьев Ю Н, Вшивков В А, Федорук М П *Численное моделирование методами частиц-в-чейках* (Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004)
198. Birdsall C K, Langdon A B *Plasma Physics, via Computer Simulation* (New York: McGraw-Hill, 1984); Пер. на русск. яз.: Бэдсл Ч, Ленгдон А *Физика плазмы и численное моделирование* (М.: Энергоатомиздат, 1989)
199. Quéré F et al. *Phys. Rev. Lett.* **96** 125004 (2006)
200. Brunel F *Phys. Rev. Lett.* **59** 52 (1987)
201. Thaury C et al. *Nature Phys.* **3** 424 (2007)
202. Tarasevitch A et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 103902 (2007)
203. Bulanov S V, Naumova N M, Pegoraro F *Phys. Plasmas* **1** 745 (1994)
204. an der Brügge D, Pukhov A *Phys. Plasmas* **17** 033110 (2010)
205. Boyd T J M, Ondarza-Rovira R *Phys. Lett. A* **374** 1517 (2010)
206. Gonoskov A A et al. *Phys. Rev. E* **84** 046403 (2011)
207. Mikhailova J M et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 245005 (2012)
208. Boyd T, Ondarza-Rovira R *Phys. Rev. Lett.* **101** 125004 (2008)
209. Коржиманов А В и др. *УФН* **181** 9 (2011); Korzhimanov A V et al. *Phys. Usp.* **54** 9 (2011)
210. Ma G et al. *Phys. Plasmas* **22** 033105 (2015)
211. Gordienko S, Pukhov A *Phys. Plasmas* **12** 043109 (2005)
212. Gordienko S et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 115002 (2004)
213. Baeva T, Gordienko S, Pukhov A *Phys. Rev. E* **74** 046404 (2006)
214. Pirozhkov A S et al. *Phys. Plasmas* **13** 013107 (2006)
215. Крайнов В П, Смирнов Б М, Смирнов М В *УФН* **177** 953 (2007); Krainov V P, Smirnov B M, Smirnov M V *Phys. Usp.* **50** 907 (2007)
216. Tsakiris G D et al. *New J. Phys.* **8** 19 (2006)
217. Михайлова Ю М, Платоненко В Т, Рыкованов С Г *Письма в ЖЭТФ* **81** 703 (2005); Mikhailova Yu M, Platonenko V T, Rykovanova S G *JETP Lett.* **81** 571 (2005)
218. Naumova N M et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 063902 (2004)
219. Naumova N M, Nees J A, Mourou G A *Phys. Plasmas* **12** 056707 (2005)
220. Edwards M R, Platonenko V T, Mikhailova J M *Opt. Lett.* **39** 6823 (2014)
221. Baeva T, Gordienko S, Pukhov A *Phys. Rev. E* **74** 065401(R) (2006)
222. Heissler P et al. *Appl. Phys. B* **101** 511 (2010)
223. Галкин А Л и др. *Прикладная физика* (1) 65 (2009)
224. Коробкин В В и др. *Квантовая электроника* **44** 498 (2014); Korobkin V V et al. *Quantum Electron.* **44** 498 (2014)
225. Seres J et al. *Nature Phys.* **6** 455 (2010)
226. Serrat C *Phys. Rev. Lett.* **111** 133902 (2013)
227. Kazamias S et al. *Nature Phys.* **6** 927 (2010)
228. Kazamias S et al. *Phys. Rev. A* **83** 063405 (2011)
229. Seres J et al. *Nature Phys.* **6** 928 (2010)
230. Strelkov V V *Phys. Rev. A* **93** (2016) in press; arXiv:1504.07871
231. Harris S E, Sokolov A V *Phys. Rev. Lett.* **81** 2894 (1998)
232. Sokolov A V et al. *J. Mod. Opt.* **52** 285 (2005)
233. Zhi M, Sokolov A V *New J. Phys.* **10** 025032 (2008)
234. Radeonychev Y V, Polovinkin V A, Kocharovskaya O *Phys. Rev. Lett.* **105** 183902 (2010)
235. Polovinkin V A, Radeonychev Y V, Kocharovskaya O *Opt. Lett.* **36** 2296 (2011)
236. Antonov V A, Radeonychev Y V, Kocharovskaya O *Phys. Rev. Lett.* **110** 213903 (2013)
237. Vagizov F et al. *Nature* **508** 80 (2014)

## Attosecond electromagnetic pulses: generation, measurement, and application. Generation of high-order harmonics of intense laser field for attosecond pulse production

**V.V. Strelkov**

*Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation;*  
*Moscow Institute of Physics and Technology (State University),*  
*Institutskii per. 9, 141700 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation. E-mail: strelkov.v@gmail.com*

**V.T. Platonenko, A.F. Sterzhanov**

*Lomonosov Moscow State University, Leninskie gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation*

**M.Yu. Ryabikin**

*Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation;*  
*Lobachevskii State University of Nizhny Novgorod, prospekt Gagarina 23, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation*

This review presents the current state of research on the generation and use of subfemtosecond(or attosecond,  $1 \text{ as} = 10^{18} \text{ s}$ ) ultraviolet and X-ray pulses. Emission of attosecond pulses is closely related to the generation of high-order harmonics of the laser field: the interaction of intense femtosecond laser pulses with matter causes the generation of high-order harmonics, whose highest orders range from dozens to thousands and which produce attosecond pulses when they are phase-locked in a sufficiently broad spectral region. As two ways of attosecond pulse generation, the interaction of an intense laser field with a gaseous medium and with the edge of a solid state plasma is discussed. The theory of the microscopic high-frequency response of a gaseous medium to an intense low-frequency laser field is presented together with numerical results based on the solution of the time-dependent Schrödinger equation for an atom in the external field. The review describes the methodology for calculating the macroscopic response and analyzes the phase-matching in high-order harmonic generation. For the generation of the coherent XUV radiation at the edge of a dense plasma, different generation scenarios are discussed, a simple model is proposed, and a comparison of model predictions with numerical results from particle-in-cell (PIC) simulations is given.

**Keywords:** attosecond pulses, high-order harmonic generation, interaction of intense laser fields with matter, phase matching, time-dependent Schrödinger equation, dense laser plasma, particle-in-cell (PIC) simulations

PACS numbers: 42.65.Ky, 42.65.Re, **52.38.-r**

Bibliography — 237 references

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **186** (5) 449–470 (2016)

DOI: 10.3367/UFN.2015.12.037670

Received 7 September 2015, revised 1 December 2015

*Physics – Uspekhi* **59** (5) (2016)