

Плавный переход от ферми-жидкости к бозе-конденсату в эксперименте с двумерным ультрахолодным газом

Т.В. Бармашова, К.А. Мартьянов, В.Б. Махалов, А.В. Турлапов

Управление межчастичными взаимодействиями позволяет преобразовать фермионную систему в бозонную и наоборот, сохраняя квантовое вырождение. Свидетельства такого преобразования можно обнаружить, наблюдая за давлением и интерференцией. Давление Ферми указывает на фермионный характер системы, а интерференция — на отличный от нуля параметр порядка и бозе-конденсацию. Снижение пространственной размерности с трёх до двух приносит новую физику и, кроме того, усложняет описание вследствие возрастания флуктуаций и ограничения на применимость среднеполевых методов. В эксперименте с двумерным ультрахолодным газом атомов наблюдается плавный переход между бозонным и фермионным пределами, что видно по величине давления и по интерференции. Экспериментальные данные могут служить для проверки моделей двумерных ферми- и бозе-систем, в том числе в режиме сильных взаимодействий, который наиболее сложен для моделирования.

Ключевые слова: ультрахолодные газы атомов и молекул, бозе-газ, ферми-газ, переход между фермионной и бозонной статистикой, ферми-жидкость, конденсация Бозе–Эйнштейна, интерференция материальных волн

PACS numbers: 03.75.Lm, 05.30.Fk, 67.85.–d, 74.78.–w

DOI: 10.3367/UFN.0186.201602i.0183

Содержание

1. Введение (183).
 2. Двумерный газ атомов лития в оптических дипольных ловушках (185).
 - 2.1. Ультрахолодные квантовые газы. 2.2. Спиновые состояния ферми-атомов. 2.3. Двумерная кинематика.
 3. Перестраиваемые межчастичные взаимодействия (187).
 - 3.1. Перестройка взаимодействий с помощью резонанса Фешбаха при трёхмерной кинематике. 3.2. Параметризация взаимодействий при двумерной кинематике.
 4. Отражение статистики в давлении при почти нулевой температуре (188).
 - 4.1. Измерение температуры. 4.2. Измерение давления. 4.3. Наблюдение перехода от фермионного предела к бозонному по давлению.
 5. Конденсация газа бозе-молекул (190).
 6. Модели перехода между фермионным и бозонным пределами (191).
 - 6.1. Среднеполевая модель куперовских пар для трёхмерной системы. 6.2. Модели двумерных систем.
 7. Заключение (191).
- Список литературы (192).

Т.В. Бармашова, К.А. Мартьянов, В.Б. Махалов.

Институт прикладной физики РАН,
ул. Ульянова 46, 603000 Нижний Новгород, Российская Федерация
А.В. Турлапов. Институт прикладной физики РАН,
ул. Ульянова 46, 603000 Нижний Новгород, Российская Федерация;
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского,
просп. Гагарина 23, 603950 Нижний Новгород,
Российская Федерация
E-mail: turlapov@appl.sci-nnov.ru

Статья поступила 1 декабря 2015 г.

1. Введение

Идеи о квантовом вырождении ферми-частиц [1, 2] и конденсации бозонов [3] были высказаны почти одновременно. Пути к осознанию физической значимости этих концепций оказались очень разными. Идеи о низкотемпературном поведении фермионов сразу же были востребованы для объяснения электронной теплоёмкости металлов [4]. Система, подходящая для того, чтобы опробовать идеи о бозе-конденсации, появилась лишь спустя 10 лет. Вслед за сообщением П.Л. Капицы о сверхтекучести гелия [5] Фриц Лондон предположил, что сверхтекучесть связана с бозе-конденсацией [6, 7]. Сегодня такая точка зрения представляется естественной. Исходя из теории тех дней, однако, конденсат Бозе–Эйнштейна не мог быть сверхтекучим. Тогда был известен лишь конденсат идеального бозе-газа, дисперсионное соотношение которого является квадратичным и, следовательно, не удовлетворяет критерию сверхтекучести Ландау [8], согласно которому при малых энергиях необходима линейная или выпуклая зависимость энергии от импульса.

Ситуация изменилась лишь в 1947 г., когда Боголюбов показал, что сколь угодно слабое взаимодействие делает дисперсионное соотношение линейным при малых импульсах, а значит, бозе-газ становится сверхтекучим [9]. В дальнейшем выяснилось, что невзаимодействующий бозе-газ не может даже испытывать фазового перехода в смысле Ландау, в нём не образуется параметр порядка [10]. Таким образом, именно благодаря взаимодействиям физика бозе-газов является интересной.

Более того, управление взаимодействиями позволяет кардинально изменить бозонную квантовую статистику системы на фермионную и наоборот. С одной стороны,

такая задача может казаться тривиальной — действительно, почти все известные бозоны состоят из фермионов, подобно тому как атом водорода состоит из протона и электрона, и, казалось бы, ионизация позволяет решить задачу о создании из конденсата водорода двух ферми-систем. Однако подобные системы вряд ли окажутся вырожденными и тем более устойчивыми. Например, при монохроматическом возбуждении однородного конденсата электронам не хватит места в пространстве импульсов.

Для преобразования вырожденной бозонной системы в фермионную, или наоборот, необходимо плавное управление взаимодействиями. Впервые подобную задачу рассмотрели Келдыш и Козлов [11] в 1968 г. для газа экситонов, которые существенно перекрываются при малой связи между электроном и дыркой, а при возрастании взаимодействия превращаются в газ точечных бозе-частиц.

В 1980-х годах стало понятно, что эффект плавного преобразования ферми-газа в бозе-конденсат уже содержится в теории сверхпроводимости Боголюбова [12, 13]. Даже при бесконечно малом притяжении фермионы с противоположными спинами образуют куперовские пары, которые при адиабатическом усилении связи сжимаются, плавно превращаясь в почти точечные бозоны, как, например, это описано в работе [14]. Такая перестройка системы из фермионной в бозонную — принципиально многочастичный эффект. Сначала связность в парах появляется благодаря поверхности Ферми, и лишь при взаимодействии сильнее порогового возникает устойчивое в вакууме связанное состояние. Какой-либо скачок в свойствах системы при появлении вакуумного связанного состояния отсутствует. Подобная смена статистики рассматривалась не только для экситонов, но и для электронов в сверхпроводниках и материи кварков [15]. Физическая реализация состоялась в эксперименте с ультрахолодным газом ферми-атомов [16].

В двумерной системе в случае притягательного взаимодействия двух частиц всегда существует, даже в вакууме, связанное состояние — даже бесконечно слабое взаимодействие способно объединить два фермиона в бозон. Тем не менее задача перехода между бозонной и фермионной статистиками в многочастичной двумерной системе возникает естественным образом. Схематично такой переход показан на рис. 1. В тех случаях, когда размер связанного состояния в вакууме велик по сравнению с расстоянием между частицами в газе, система выглядит как газ фермионов. При сжатии связанного состояния до размера, много меньшего, чем межчастичное расстояние, система становится бозонной. Между фермионным и бозонным пределом лежит область

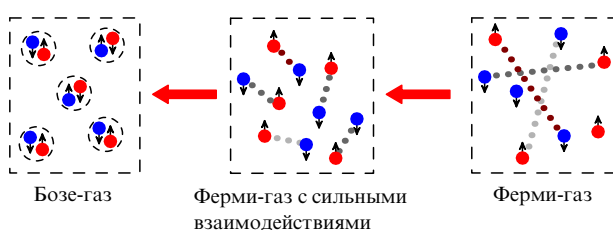


Рис. 1. (В цвете онлайн.) Размеры пар фермионов на различных этапах перехода системы между фермионной статистикой (справа) и бозонной (слева).

сильных многочастичных взаимодействий, в которой размер пар фермионов сравним с межчастичным расстоянием.

В двумерных однородных системах дальний порядок не формируется при конечной температуре из-за тепловых флуктуаций параметра порядка, что, в частности, делает невозможной бозе-конденсацию. Тем не менее снижение кинематической размерности с трёх до двух не обедняет физику многочастичных квантовых систем, а делает её более разнообразной. Появляются новые фазовые переходы [17–21]. Так, при переходе Березинского–Костелица–Таулеса (БКТ) [17, 18] сверхтекучая фаза разрушается в результате образования пар вихрей с противоположной циркуляцией. Роль взаимодействия в переходе БКТ проявляется ещё более ярко, чем при бозе-конденсации в трёхмерном пространстве: при обнулении константы связи критическая температура стремится к нулю, хотя и логарифмически [22].

Переход БКТ стал первым известным фазовым переходом с нетривиальной топологией. В настоящее время топологические фазовые переходы в двумерных системах — предмет активных исследований [19–21]. Другие примеры интересной физики в двумерии — целочисленный [23] и дробный [24] квантовые эффекты Холла. Остаётся также открытым вопрос об объяснении высокотемпературной сверхпроводимости, наблюдаемой в материалах с двумерной кинематикой электронов [25].

В двумерии описание перехода от фермионного режима к бозонному оказалось нетривиальным. От единой теории требуется описание как слабовзаимодействующих ферми- и бозе-газов, так и систем в промежуточном случае сильного взаимодействия. Двумерные системы отличаются от трёхмерных тем, что для двумерных систем существенно ограничена применимость среднеполевых моделей, точность которых, согласно критерию Гинзбурга–Леванюка [26, 27], уменьшается с понижением размерности. Так, среднеполевая модель куперовских пар, в отличие от модели трёхмерной системы, даёт качественно неверный ответ относительно термодинамических параметров, предсказывая, например, что в бозонном пределе сохранится давление Ферми. Описание перехода без подобного качественного противоречия появились лишь в последние годы [28–33]. Однако результаты расчётов существенно количественно различаются.

Построение количественно верной двумерной теории имеет прикладное значение, как минимум, в двух случаях:

— во-первых, для объяснения высокотемпературной сверхпроводимости в слоистых системах, где размер куперовских пар сравним с межчастичным расстоянием, как и в рассматриваемой задаче перехода в режиме сильных взаимодействий. Перечисленные модели учитывают лишь s -связь, в то время как в сверхпроводящей фазе купратов доминирует d -симметрия. Тем не менее модели с s -связью также важны, поскольку s -симметрия обнаружена в псевдощелевой фазе купратных сверхпроводников [34];

— во-вторых, для понимания динамики нейтронных звёзд, в которых может существовать так называемая ядерная лазанья — состоящая из сильновзаимодействующих ферми-частиц область с преобладающей двумерной кинематикой, возможно, ограничивающая период вращения пульсаров [35].

Таким образом, актуальна задача о поведении двумерных ферми-систем, особенно в режиме сильных взаимодействий. Кроме того, интересен вопрос о конденсации бозе-частиц в системах конечного размера при сильном расталкивании между бозонами.

Вопрос описания взаимодействий является общим для систем с двумерной кинематикой. Например, в теории высокотемпературной сверхпроводимости часто используются [36] чисто двумерные модели, предполагающие движение в плоскости $xу$ и отсутствие зависимости от z во взаимодействиях. В действительности частицы совершают нулевые колебания вдоль оси z и взаимодействуют посредством трёхмерных потенциалов. Примером, когда чисто двумерная модель недостаточна, служит ^3He на подложке — возрастание нулевых колебаний относительно радиуса взаимодействия приводит к появлению самосвязанной жидкости [37]. Построение модели для системы с перестраиваемой статистикой требует единого и корректного описания взаимодействий во всех режимах. Эксперименты с такой системой могут стать полигоном для проверки применимости чисто двумерных моделей к описанию реальных систем.

Двумерный ультрахолодный газ ферми-атомов [38], так же как и трёхмерный, позволяет перестраивать s -взаимодействия в широких пределах. Благодаря этому свойства двумерных ферми-газов исследованы в различных режимах. Обнаружено, что снижение кинематической размерности действительно способствует спариванию частиц [39, 40]. Измерены термодинамические характеристики при почти нулевой [41, 42] и конечной [42, 43] температурах.

Настоящая статья посвящена переходу двумерной квантовой системы между фермионным и бозонным пределами. В качестве экспериментальной системы выбран ультрахолодный газ ферми-атомов лития-6. Свидетельства такого перехода можно обнаружить, наблюдая за давлением газа и интерференцией. Давление Ферми свидетельствует о фермионном характере системы, а интерференция — о возникновении параметра порядка и конденсации двухатомных молекул-бозонов.

В разделе 2 обсуждаются свойства ультрахолодных газов, делающие их привлекательным объектом исследования, описываются спиновые состояния ферми-атомов и способ достижения двумерной кинематики. Раздел 3 посвящён обсуждению управления взаимодействиями и их параметризации. В разделе 4 показано, как переход между фермионной и бозонной статистикой наблюдается по давлению. Раздел 5 посвящён конденсации газа бозе-молекул. В разделе 6 обсуждаются известные модели перехода и проводится сравнение их результатов с измеренным давлением.

2. Двумерный газ атомов лития в оптических дипольных ловушках

2.1. Ультрахолодные квантовые газы

В экспериментах с ультрахолодными атомами наблюдались состояния вещества и эффекты, бывшие до этого лишь предметом теоретического обсуждения: слабозадействующий бозе-газ Боголюбова [44], ферми-материя Бёрча с резонансно сильным притяжением [45], плавный переход между фермионной сверхтекучестью по Бардину–Куперу–Шрифферу и бозе-конденсацией

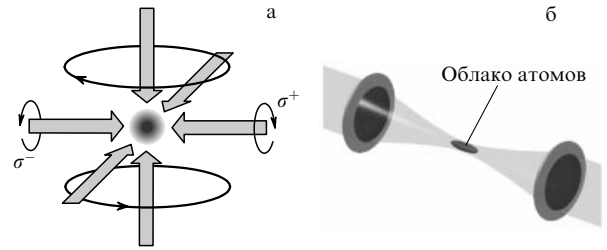


Рис. 2. (а) Удержание и охлаждение атомного газа в магнито-оптической ловушке. Показаны шесть пленяющих лучей, две магнитные катушки с противоположными токами и облако атомов. (б) Пленение облака атомов в оптической дипольной ловушке, образованной фокусом луча лазера.

[16], фермионизация одномерного бозе-газа по Тонксу–Жирандо [46], тримеры Ефимова [47]. Ультрахолодные газы используются для количественной проверки теорий, находящихся применение также в физике твёрдого тела, физике высоких энергий и ядерной физике [48, 49].

Успеху экспериментов способствует уникальный набор условий:

- в ультрахолодных газах полностью отсутствуют неконтролируемые примеси, поскольку приготовление газа происходит спектроскопическими методами, которые чувствительны не только к химическому элементу, но и к изотопу;

- взаимодействия и спиновый состав могут плавно и обратимо перестраиваться;

- контролируется кинематическая размерность;

- измерения проводятся непосредственно — возможны мгновенная съёмка распределения плотности благодаря поглощению света атомным газом, измерение термодинамических характеристик, распределения в пространстве импульсов и разностей между фазами параметра порядка различных подсистем.

Достижение квантового вырождения требует охлаждения до температур T порядка нескольких микрокельвинов или нанокельвинов. Атомный газ готовится в наиболее простом варианте в два этапа, каждый из которых занимает по несколько секунд. На первом этапе происходит пленение и охлаждение атомов с помощью лазерного излучения с частотой, близкой к резонансной [50]. Газ накапливается в магнито-оптической ловушке, попадая в неё из атомного пучка или окружающих паров. Ловушка схематично показана на рис. 2а. С помощью вязкой силы светового давления, величина которой регулируется зеемановским сдвигом, атомный газ собирается в нуле магнитного поля.

В ловушке накапливается от нескольких миллионов до нескольких миллиардов атомов. Их состояние далеко от квантового вырождения. Например, для лития, используемого в данной работе, фазовая плотность составляет лишь $\sim 10^{-6}$. Препятствием для более глубокого охлаждения является резонансный свет, используемый на этом этапе. Благодаря переизлучению фотонов существует минимум температуры, составляющий для лития несколько десятков микрокельвинов. Кроме того, световое давление атомов друг на друга, возникающее из-за переизлучения, препятствует возрастанию плотности. Поэтому необходим следующий этап охлаждения, при переходе к которому резонансные световые поля мгновенно выключаются и атомный газ оказывается в

консервативном потенциале. Потенциал создаётся нерезонансным оптическим полем или магнитным полем.

Оптическая дипольная ловушка [51] в простейшем случае создаётся в фокусе лазерного луча, как показано на рис. 2б. Излучение отстроено далеко вниз по частоте от электродипольных переходов в атоме, который удерживается благодаря потенциалу $V = -(1/2)\mathbf{d}\mathbf{E}$, где \mathbf{E} — напряжённость электрического поля, а $\mathbf{d} \propto \mathbf{E}$ — наведённый дипольный момент. Потенциал является консервативным из-за большой расстройки между частотой лазера и частотами переходов в атоме. В оптической дипольной ловушке магнитное поле остаётся свободным параметром и оно может быть использовано для управления межчастичными взаимодействиями (см. раздел 3.1).

Дальнейшее охлаждение происходит методом выпаривания [52]. Наиболее энергичные частицы уходят из ловушки, а оставшиеся сталкиваются и стремятся к созданию равновесного распределения с меньшей температурой, заполняя состояния с большими импульсами, что снова приводит к потерям энергичных частиц. Для ускорения охлаждения глубина ловушки медленно понижается. Охлаждение в итоге приводит газ в состояние квантового вырождения с фазовой плотностью ~ 1 .

Ультрахолодные квантовые газы крайне разрежены. Межчастичное расстояние составляет от нескольких сотен нанометров до нескольких микрометров, что значительно больше, чем межмолекулярное расстояние в воздухе (3 нм) и типичный масштаб межатомных потенциалов взаимодействия ($r_0 \sim 0,1-1$ нм). В то же время можно говорить о коллективном поведении, свойственном жидкостям, — части системы чувствуют друг друга на дальних расстояниях благодаря возникновению коллективной волновой функции или вследствие принципа запрета Паули; между частицами, как и в жидкости, могут возникать сильные взаимодействия, энергия которых сравнима с кинетической [53]. Наконец, ферми-газ со слабым притяжением является примером ферми-жидкости в смысле Ландау, более того, это одна из немногих систем, для которых ферми-жидкостные параметры рассчитаны из первых принципов [54].

2.2. Спиновые состояния ферми-атомов

Спиновая степень свободы принципиально важна для свойств ферми-систем. Роль спина в атомном газе играет внутреннее состояние атома. В экспериментах, описанных ниже, использовались атомы лития-6. Это один из двух наиболее популярных, наряду с калием-40, атомов для экспериментов с ферми-газами. Состояния лития-6, отвечающие основной орбитали единственного валентного электрона $2s^1$, показаны на рис. 3. Эти состояния различаются взаимной ориентацией спина

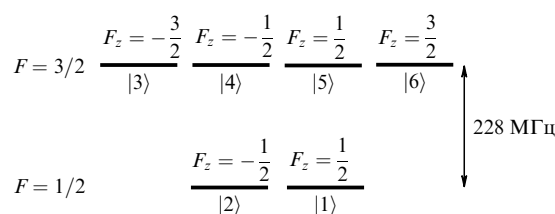


Рис. 3. Состояния спина лития-6 в нулевом магнитном поле, $B = 0$, отвечающие основному состоянию валентного электрона $2^2S_{1/2}$. Состояния пронумерованы в порядке увеличения энергии в магнитном поле.

валентного электрона $S = 1/2$ и спина ядра $I = 1$. В отсутствие магнитного поля состояния могут быть выражены в базисе оператора полного момента импульса $\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{S}} + \hat{\mathbf{I}}$. Смесь состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ — аналог газа электронов со спинами вверх и вниз в твёрдом теле. В газе лития-6 можно также реализовать задачи, требующие большего спинового разнообразия, как видно из рис. 3.

В эксперименте используется смесь состояний $|1\rangle$ и $|2\rangle$ в равной пропорции. Во внешнем магнитном поле B , которое включено для управления взаимодействиями, состояния выражаются в базисе $|S_z, I_z\rangle$ [55]:

$$|1\rangle = \cos\theta_+ \left| -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle - \sin\theta_+ \left| \frac{1}{2}, 0 \right\rangle, \quad (1)$$

$$|2\rangle = \cos\theta_- \left| -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle - \sin\theta_- \left| \frac{1}{2}, -1 \right\rangle, \quad (2)$$

где

$$\sin\theta_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{1 + (Z^{\pm} + R^{\pm})^2/2}},$$

$$Z^{\pm} = \frac{2\mu_B B}{\alpha} \pm \frac{1}{2}, \quad R^{\pm} = \sqrt{(Z^{\pm})^2 + 2},$$

μ_B — магнетон Бора, $\alpha/(2\pi\hbar) = 152,1$ МГц — константа сверхтонкого расщепления. В полях $B = 600-1000$ Гс, типичных для эксперимента, в состояниях (1) и (2) доминируют первые слагаемые, отвечающие проекции $S_z = -1/2$. Так, например, при $B = 800$ Гс значение $\sin^2\theta_{\pm} = 0,002$. Тем не менее часть состояния, отвечающая проекции $S_z = 1/2$, принципиально важна для настройки взаимодействий.

2.3. Двумерная кинематика

В эксперименте облака газа удерживаются в серии ловушек, как схематично показано на рис. 4а. Пленяющий потенциал создаётся стоячей волной излучения с длиной волны $\lambda = 10,6$ мкм, что даёт расстояние между пучностями 5,3 мкм и тем самым позволяет видеть каждую пучность отдельно.

Снимок облаков вдоль плоскости движения xu приведён на рис. 4б. Каждая светлая полоса — это отдельная двумерная система. Для получения снимка облака освещаются монохроматическим излучением с длиной волны 671 нм, находящимся в резонансе с электродипольным переходом $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{3/2}$ атома лития-6. В результате резонансного поглощения появляется тень, которая проецируется на прибор с зарядовой связью. Поглощение позволяет восстановить распределение плотности газа, проинтегрированное по y [38, 41]. Фотографирование селективно по внутреннему состоянию атома. Съёмка разрушает состояние системы, передавая ей энергию, существенно превышающую энергию Ферми. Приготовление нескольких десятков облаков газа в одинаковых условиях позволяет, во-первых, усреднять данные по ансамблю для подавления шумов и, во-вторых, наблюдать интерференцию.

Вблизи дна каждой ловушки удерживающий потенциал близок к гармоническому:

$$V(x, y, z) = \frac{m\omega_z^2 z^2}{2} + \frac{m\omega_x^2 x^2}{2} + \frac{m\omega_y^2 y^2}{2}, \quad \omega_z \gg \omega_x, \omega_y, \quad (3)$$

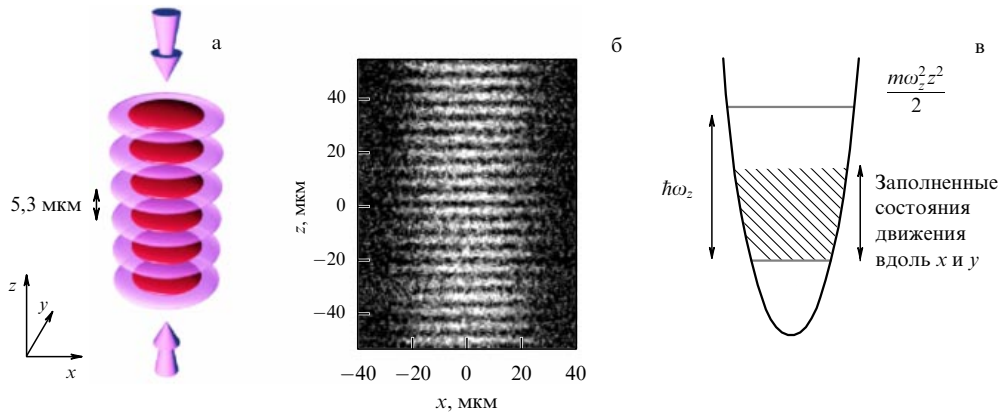


Рис. 4. (В цвете онлайн.) (а) Пленение облаков двумерного газа в пучностях стоячей электромагнитной волны. Газ показан тёмно-красным цветом, а распределение интенсивности излучения, создающего ловушки, — светло-сиреневым. (б) Снимок облаков газа вдоль направления y . (в) Двумерный идеальный ферми-газ при $T = 0$, движение которого вдоль z заковано, а вдоль x и y — почти свободное.

где m — масса атома. Благодаря сильной анизотропии ловушки, $\omega_z \gg \omega_{\perp} \equiv \sqrt{\omega_x \omega_y}$, удаётся поместить подавляющее большинство атомов в основное состояние движения вдоль оси z , при этом, согласно принципу запрета Паули, фермионы населяют большое число состояний движения в плоскости xu , как показано на рис. 4в. Таким образом, газ является кинематически двумерным. На рисунке 4б облака газа находятся в потенциалах с частотами $\omega_x/(2\pi) = \omega_y/(2\pi) = 102$ Гц, $\omega_z/(2\pi) = 5570$ Гц. Число атомов в одном облаке в одинаковом спиновом состоянии $N = 660$, отсюда следует энергия Ферми $E_F = \hbar\omega_{\perp} \sqrt{2N} = 0,67\hbar\omega_z$, что вместе с глубоким вырождением практически исключает тепловое заполнение возбуждённых уровней движения вдоль оси z .

3. Перестраиваемые межчастичные взаимодействия

3.1. Перестройка взаимодействий с помощью резонанса Фешбаха при трёхмерной кинематике

Сначала рассмотрим управление взаимодействиями атомов, свободно движущихся в трёх измерениях, а в разделе 3.2 покажем, как ограничение пространственной размерности изменяет взаимодействия.

Поскольку кинетическая энергия мала, в разложении взаимодействия по парциальным волнам достаточно сохранить лишь член, отвечающий s -волне. В этом приближении сталкиваются только атомы в разных внутренних состояниях, например в состояниях $|1\rangle$ и $|2\rangle$ для лития-6. Длина s -рассеяния a может настраиваться на произвольное значение посредством перестройки внешнего магнитного поля благодаря резонансам Фано–Фешбаха [56].

Как возникает резонанс и как осуществляется управление длиной рассеяния, поясняет рис. 5. При взаимодействии двух одновалентных атомов валентные электроны находятся в суперпозиции триплетного состояния с сонаправленными спинами и синглетного — с противоположными. Триплетному и синглетному состояниям валентных электронов пары соответствуют разные потенциалы межатомного взаимодействия — $V_{\text{triplet}}(r')$ и $V_{\text{singlet}}(r')$ соответственно на рис. 5. Внешнее магнитное поле B смещает нулевое значение кинетической энергии

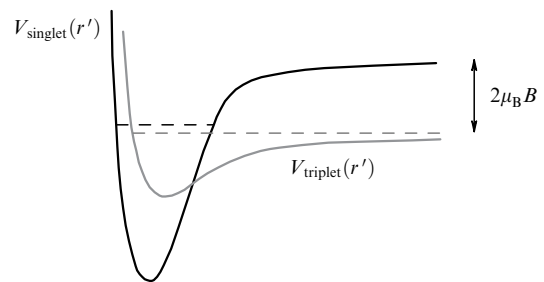


Рис. 5. Резонанс Фано–Фешбаха: несвязанная пара частиц в триплетном канале, энергия которой отмечена серой штриховой прямой, приходит в резонанс по энергии со связанным состоянием в синглетном канале (чёрная штриховая прямая). Взаимное расположение связанного и свободного состояний на рисунке соответствует $a < 0$.

триплетного состояния, поскольку последнее обладает большим магнитным моментом — около $2\mu_B$. Если энергия несвязанного состояния пары, показанная серой штриховой прямой, становится равной энергии связанного состояния синглетного канала (чёрная штриховая прямая), то возникает резонанс рассеяния — в случае нулевой кинетической энергии длина рассеяния a стремится к ∞ . Расстраивая энергии связанного и свободного состояний внешним магнитным полем, можно получить любую желаемую длину рассеяния — от $-\infty$ до ∞ . Так, вблизи резонанса справедлива приближённая формула для длины s -рассеяния двух несвязанных частиц:

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left(1 + \frac{\Delta}{B - B_0} \right), \quad (4)$$

где B_0 и Δ — положение центра и ширина резонанса соответственно, a_{bg} — фоновая длина рассеяния вдали от резонанса, обусловленная лишь триплетным каналом. В эксперименте используется резонанс Фешбаха, которому соответствуют $B_0 = 832$ Гс, $\Delta = 262$ Гс, $a_{\text{bg}} = -1580a_0$ (a_0 — радиус Бора) [57]. Заметим, что при столь большом магнитном поле в состоянии пары атомов $|1\rangle$ и $|2\rangle$ (см. формулы (1) и (2)) преобладает триплетная часть по спину электрона, поскольку коэффициенты $\sin \theta_{\pm}$ малы. Однако наличие синглетной части, хотя бы малой, в состоянии электронных спинов принципиально важно для взаимодействия каналов $V_{\text{singlet}}(r)$ и $V_{\text{triplet}}(r)$, перестройки взаимодействий и возникновения резонанса.

В многочастичной системе перестройка взаимодействий приводит к объединению ферми-атомов в двух-атомные молекулы-бозоны. Для этого магнитное поле плавно изменяется от больших значений, при которых связанное состояние лежит выше энергии свободных частиц в триплетном канале (как на рис. 5), до меньших значений. На бозе-стороне резонанса ($B < B_0$) при достаточно большой отстройке от резонанса образуется конденсат молекул. Молекулы взаимодействуют с длиной s -рассеяния $0,6a$ [58]. Газ крайне разрежен: межчастичное расстояние на 3–4 порядка превышает масштаб электростатических потенциалов r_0 , составляющий для лития несколько десятых долей нанометра. Легко достижимо условие $a \gg r_0$. Это позволяет исключить детали межчастичного потенциала из задачи о взаимодействии двух частиц, связав все процессы взаимодействия лишь с одной величиной — длиной рассеяния a .

3.2. Параметризация взаимодействий при двумерной кинематике

В теории двумерных систем традиционно фигурирует двумерная длина s -рассеяния a_2 [59, 60]. При этом асимптотическое поведение s -части волновой функции двух несвязанных атомов на больших расстояниях имеет вид $\psi_{\perp}(\rho') \propto \ln \rho'/a_2$ ($\rho' \equiv |\mathbf{p}'|$, \mathbf{p}' — вектор между двумя атомами в плоскости xy), а энергия связанного состояния выражается через a_2 как $E_{\text{bound}} = -4\hbar^2/[ma_2^2 \exp(2\gamma)]$, где $\gamma \approx 0,577$ — постоянная Эйлера. Естественным параметром многочастичной задачи является величина $a_2\sqrt{n_2}$ [41], где n_2 — двумерная концентрация частиц в одном из двух равнонаселённых спиновых состояний. В параметре $a_2\sqrt{n_2}$ пространственный масштаб взаимодействия двух частиц соотнесён со средним межчастичным расстоянием. Значения $a_2\sqrt{n_2} \gg 1$ отвечают фермионному пределу, $a_2\sqrt{n_2} \ll 1$ — бозонному, а $a_2\sqrt{n_2} \sim 1$ — области сильных взаимодействий.

В экспериментах с ультрахолодными атомами размер потенциала взаимодействия r_0 много меньше размера квантования $l_z \equiv \sqrt{\hbar/(2m\omega_z)}$. Потенциал взаимодействия на масштабах задачи может считаться трёхмерной δ -функцией. В результате столкновения являются не двумерными, а квазидвумерными, поскольку на масштабах, много меньших l_z , волновая функция сталкивающихся атомов определяется трёхмерной длиной рассеяния a . С математической точки зрения задача о подобном столкновении эквивалентна задаче о столкновении в чисто двумерном потенциале [61]. При этом длина a_2 может быть однозначно выражена как функция от a , l_z и взаимного импульса двух атомов $\hbar q \equiv |\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2|/2$, где \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 — импульсы сталкивающихся атомов в лабораторной системе отсчёта. Относительно отыскания зависимости $a_2(a, l_z, q)$ заметим, что и при двумерном, и при квазидвумерном рассеянии волновая функция пары атомов на дальних расстояниях имеет вид

$$\psi_{\perp}(\rho') \simeq \exp(i\mathbf{q}\rho') - f \frac{\exp(i\mathbf{q}\rho' - i\pi/4)}{\sqrt{8\pi q \rho'}}. \quad (5)$$

Различаются только выражения для амплитуды f . Для чисто двумерной задачи

$$f = f_{2D}(q, a_2) \equiv -\frac{2\pi}{\ln[qa_2 \exp \gamma / (2i)]}, \quad (6)$$

а для квазидвумерной [61]

$$f = f_{Q2D}(q, a, l_z) \equiv \frac{2\pi}{\sqrt{\pi} l_z / a + w(q^2 l_z^2) / 2}, \quad (7)$$

где функция $w(\xi)$ определена пределом

$$w(\xi) \equiv \lim_{J \rightarrow \infty} \left[\sqrt{\frac{4J}{\pi}} \ln \frac{J}{e^2} - \sum_{j=0}^J \frac{(2j-1)!!}{(2j)!!} \ln(j - \xi - i0) \right]. \quad (8)$$

Таким образом, a_2 можно найти из уравнения [41]

$$f_{Q2D}(q, a, l_z) = f_{2D}(q, a_2). \quad (9)$$

В пределе $q \rightarrow 0$ такой подход даёт известное выражение [61]:

$$a_2 \simeq 2,96 l_z \exp\left(-\frac{l_z \sqrt{\pi}}{a}\right), \quad (10)$$

в котором, заметим, не возникает какого-либо разрыва на резонансе при переходе a от $-\infty$ к $+\infty$. В многочастичной системе импульс отличен от нуля, а характерный масштаб импульса выражается через химический потенциал μ : $\hbar q = \sqrt{2\mu m}$. Формула (10) также показывает, что величиной взаимодействия в кинематически двумерном атомном газе можно управлять, изменяя как a , так и частоту ω_z .

Таким образом, двумерная и квазидвумерная задачи рассеяния сопоставлены. Это позволяет параметризовать состояния газа атомов и газа образующихся из них молекул величиной $a_2\sqrt{n_2}$. Появляется возможность сопоставить данные эксперимента с результатами чисто двумерных моделей.

4. Отражение статистики в давлении при почти нулевой температуре

4.1. Измерение температуры

Прямым следствием фермионной статистики является давление Ферми, а бозонной — наличие общей волновой функции, которая может быть обнаружена по интерференции. Для обнаружения давления Ферми важно отличить квантовый эффект от теплового, а для этого надо удостовериться, что температура близка к нулю.

Источником информации о температуре служит форма профиля концентрации газа в ловушке. Двумерное распределение концентрации, подобное изображённому на рис. 4б, интегрируется по z , что даёт одномерный профиль $n_1(x)$, усреднённый по 30 почти идентичным облакам. Пример профиля показан на рис. 6а. При высокой температуре, $T > E_F$, газ близок к классическому и профиль его плотности стремится к гауссову распределению. При $T = 0$ края распределения $n_1(x)$ резче — распределение плотности имеет вид

$$n_1(x) = \begin{cases} \frac{8N}{3\pi R_x} \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2}\right)^{3/2} & \text{при } x < R_x, \\ 0 & \text{при } x > R_x, \end{cases} \quad (11)$$

где $R_x \equiv \sqrt{2\mu/(m\omega_x^2)}$ — радиус Томаса–Ферми. При произвольной температуре T профиль плотности почти

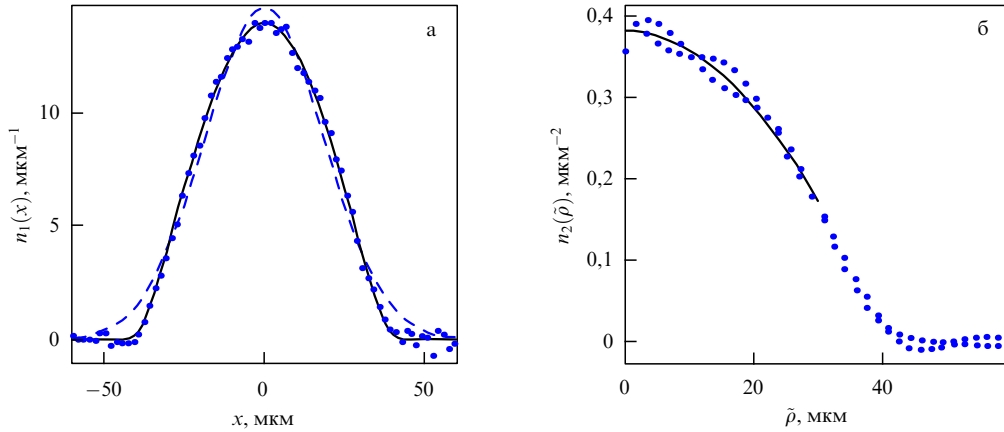


Рис. 6. (В цвете онлайн.) (а) Линейный профиль концентрации $n_1(x)$. Кружки — данные при $a_2\sqrt{n_2} = 55$, $B = 1400$ Гц, $\omega_x/(2\pi) = 94$ Гц, $\omega_y/(2\pi) = 141$ Гц, $\omega_z/(2\pi) = 6020$ Гц, $N = 660$. Результаты подгонки профилем Томаса–Ферми (12) и гауссовым профилем отображены соответственно сплошной и штриховой кривыми. (б) Двумерное распределение концентрации в плоскости xy , $n_2(\tilde{\rho})$, найденное по $n_1(x)$. Кружки — данные. Кривая — результат подгонки параболой $n_2(\tilde{\rho}) = n_2 - \tilde{\rho}^2 n_2''/2$ для отыскания концентрации в центре $n_2 \equiv n_2(\tilde{\rho} = 0)$.

идеального ферми-газа выражается как

$$n_1(x) = -\sqrt{\frac{m\omega_\perp}{2\pi\hbar}} \left(\frac{T}{\hbar\omega_\perp}\right)^{3/2} \text{Li}_{3/2} \left[-\exp\left(\frac{\mu}{T} - \frac{m\omega_\perp^2 x^2}{2T}\right) \right], \quad (12)$$

где $\text{Li}_{3/2}$ — полилогарифмическая функция порядка $3/2$, а химический потенциал μ находится самосогласованно из условия $N = \int n_1(x) dx$. Подгоняя данные, представленные на рис. 6а, этим профилем, можно найти T . В эксперименте достижимы температуры $T \lesssim 0,1 E_F$, в абсолютных единицах составляющие ≈ 10 нК.

Для сравнения на рис. 6а приведён также результат подгонки гауссовой кривой. Видно, что гауссова функция отклоняется от данных как на краях, так и в центре. Для взаимодействующих ферми- и бозе-газов профиль плотности при произвольной температуре отличается от профиля (12). Тем не менее, поскольку при $T = 0$ зависимость химического потенциала от концентрации близка к квадратичной ($\mu \propto n_2^2$) [62], близость профиля плотности к (11) является надёжным индикатором глубокого вырождения и малости температуры относительно E_F и химического потенциала.

4.2. Измерение давления

Для изучения эффектов, связанных с квантовым вырождением, особенно интересны характеристики системы в центре облака, поскольку там газ наиболее вырожден. Степень вырождения определяется отношением температуры к локальной энергии Ферми $\varepsilon_F(x, y) \equiv 2\pi\hbar^2 n_2(x, y)/m$. Отношение $T/\varepsilon_F(x, y)$ принимает наименьшее значение как раз в центре облака. Кроме того, все известные модели построены для однородных систем, поэтому для количественного сравнения необходимо измерение в максимально однородной части облака, каковой и является окрестность центра. Хотя центры облаков не наблюдаются непосредственно — съёмка ведётся сбоку, оказывается возможным измерить давление и концентрацию частиц в центре облака.

В основе измерения давления в любой точке облака лежит уравнение баланса сил

$$\nabla_\perp P_2(x, y) = -n_2(x, y) \nabla_\perp V(x, y, 0), \quad (13)$$

где $P_2(x, y)$ — парциальное давление каждой спиновой компоненты. Интегрируя (13), можно найти, что для гармонического потенциала в центре давление не зависит от взаимодействия: $P_2 = m\omega_\perp^2 N/(2\pi)$. Для того чтобы сделать измерение давления информативным, нормируем его на локальное давление Ферми, т.е. на давление идеального ферми-газа при $T = 0$ и при той же концентрации, что и в центре облака, $n_2 \equiv n_2(0, 0)$, $P_{2\text{ideal}} = \pi n_2^2 \hbar^2/m$. В результате величина $P_2/P_{2\text{ideal}}$, близкая к единице, укажет на фермионный характер системы, а много меньшая единицы — на бозонный.

Обе величины, n_2 и N , необходимые для отыскания $P_2/P_{2\text{ideal}}$, вычисляются из профиля $n_1(x)$. Общее число частиц находится интегрированием. А профиль концентрации $n_2(x, y)$ полностью восстанавливается по интегралу $n_1(x)$ благодаря цилиндрической симметрии потенциала (3) в растянутых координатах $(x, \tilde{y} \equiv y\omega_y/\omega_x)$. Обратное преобразование Абеля даёт

$$n_2(\tilde{\rho}) = -\frac{\omega_y/\omega_x}{\pi} \int_{\tilde{\rho}}^{\infty} \frac{dn_1(x)}{dx} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - \tilde{\rho}^2}}, \quad (14)$$

где $\tilde{\rho} \equiv \sqrt{x^2 + \tilde{y}^2}$. Профиль $n_2(\tilde{\rho})$ показан на рис. 6б. Известно, что обратное преобразование Абеля подчёркивает шумы, особенно мелкомасштабные. Для того чтобы избежать зашумления в распределении $n_2(\tilde{\rho})$, перед подстановкой в формулу (14) в профиле $n_1(x)$ отфильтровывается мелкомасштабный шум. Подгонка окрестности центра параболой $n_2(\tilde{\rho}) = n_2 - \tilde{\rho}^2 n_2''/2$ позволяет найти искомое значение n_2 .

4.3. Наблюдение перехода от фермионного предела к бозонному по давлению

Давление в центре облака измерялось для значений параметров взаимодействия, лежащих в широком диапазоне. Результаты измерения нормированного давления в центре облака, $P_2/P_{2\text{ideal}}$, в зависимости от параметра взаимодействия представлены на рис. 7. Измерение разрушает квантовое состояние системы, поэтому для каждого измерения система приготавливалась заново.

Качественный вид зависимости нормированного давления от параметра связи говорит о том, что в системе происходит плавный переход между фермионной стати-

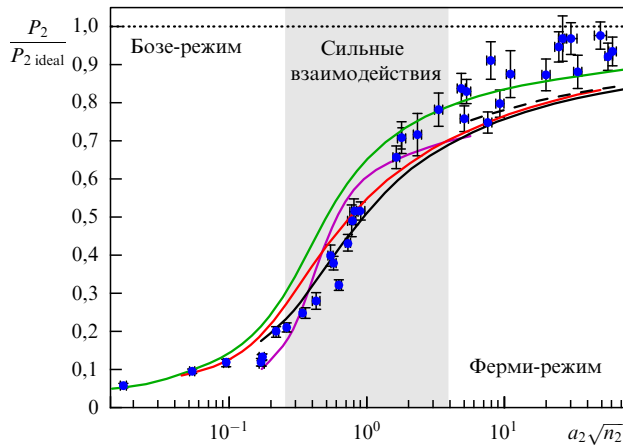


Рис. 7. (В цвете онлайн.) Нормированное давление в центре облака в зависимости от параметра взаимодействия. Кружки — экспериментальные данные. Горизонтальная пунктирная прямая — среднеполевая модель куперовских пар [63]. Зелёная кривая — среднеполевая модель, дополненная флуктуациями [30]. Штриховая кривая — теория ферми-жидкости [60]. Розовая кривая — метод Монте-Карло на решётке [31], красная — диффузионный метод Монте-Карло [28]. Сплошная чёрная кривая — метод Монте-Карло со вспомогательными полями [32].

стикой (в правой части рис. 7) и бозонной (в левой части рис. 7). При $a_2\sqrt{n_2} \gg 1$ давление вплотную приближается к давлению Ферми. Столь высокое давление не может объясняться тепловыми эффектами ввиду низкой температуры. При увеличении связи между частицами давление убывает до величин, много меньших давления Ферми. Величина давления, измеренного в бозе-области, объясняется слабым расталкиванием между двухатомными молекулами-бозонами. Центр области сильных взаимодействий $a_2\sqrt{n_2} = 1$ примерно соответствует уменьшению давления в два раза.

В фермиевской области $a_2\sqrt{n_2} \geq 5$ температура лежит в пределах $T = (0,02 - 0,15)E_F$. В то же время при $a_2\sqrt{n_2} = 5$ температура разрыва куперовских пар ожидается на уровне $0,01E_F$ [64], а правее — ещё ниже. Таким образом, в ферми-режиме эксперимента сверхтекучая фаза, скорее всего, отсутствует и система находится в режиме ферми-жидкости.

5. Конденсация газа бозе-молекул

В двумерном однородном идеальном бозе-газе конденсации не происходит из-за большого количества доступных состояний вблизи нуля энергии. В то же время в параболическом потенциале плотность состояний ведёт себя как корень из энергии, что делает конденсацию возможной при температуре $T_c = E_F\sqrt{3}/\pi$. Взаимодействия изменяют плотность состояний и условия конденсации, поскольку при близкой к нулю температуре каждая молекула находится в эффективном потенциале

$$V_{\text{eff}}(x, y) = \frac{2m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2)}{2} + g_2 \frac{\hbar^2}{2m} n_2(x, y), \quad (15)$$

состоящем из потенциала ловушки и среднего поля окружающих частиц, величина которого определяется значениями бозонного параметра связи g_2 . Потенциал $V_{\text{eff}}(x, y)$ однороден на всей площади, занимаемой обла-

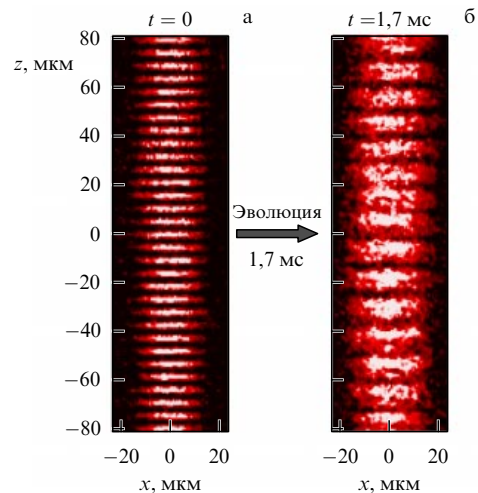


Рис. 8. Интерференция бозе-конденсатов молекул Li_2 : (а) начальное условие — конденсаты в ловушках; (б) снимок через 1,7 мс после отключения ловушек и свободного разлёта.

ком. Несмотря на однородность потенциала, конденсация возможна, поскольку из-за конечных размеров обрезаются длинноволновые флуктуации, которые разрушали бы конденсат в бесконечно протяжённой системе. С возрастанием расталкивания между бозонами g_2 размер облака должен увеличиваться, а температура конденсации, соответственно, убывать. Подобный вопрос в эксперименте не исследовался. Однако сам факт возникновения конденсата установлен [41].

Для того чтобы увидеть конденсацию в бозе-пределе, наблюдалась интерференция облаков после внезапного выпуска из ловушек. Фотография системы в момент времени $t = 0$ перед выпуском представлена на рис. 8а. После внезапного выключения пленяющего потенциала в момент $t = 0$ газ молекул свободно разлетается в пространстве, и его можно наблюдать в последующие моменты времени t . Система после эволюции в течение $t = 1,7$ мс показана на рис. 8б. Видны прямые интерференционные полосы. Это говорит о том, что в каждом облаке присутствует волновая функция с фазой, неизменной во всём облаке. Таким образом, в каждом облаке образуется бозе-эйнштейновский конденсат.

В этом случае естественным является вопрос о независимости конденсатов отдельных облаков друг от друга. Изучение интерференции позволяет на него ответить. Если бы все облака образовывали общий конденсат, то их фаза была бы одинаковой. Тогда в ходе эволюции должен был бы наблюдаться вариант эффекта Тальбота [65] — система должна была бы воспроизводить свою начальную волновую функцию вдоль оси z в моменты времени, кратные периоду Тальбота

$$T_{\text{Talbot}} = \frac{m\lambda^2}{2\pi\hbar} = 1,7 \text{ мс}, \quad (16)$$

который естественным образом возникает в ходе эволюции из-за начального периода вдоль оси z , равного $\lambda/2 = 5,3$ мкм. При анализе эффекта можно пренебречь расширением облаков в плоскости x, y , так как это медленный процесс. Кроме того, для анализа эволюции можно пренебречь расталкиванием между молекулами, так как плотность в большинстве моментов времени

мала. В дополнение к периодичности эволюции в системе должен сохраняться пространственный период вдоль оси z .

На рисунке 8б, где представлен снимок, сделанный в момент $t = T_{\text{Talbot}}$, видна картина, принципиально отличная от характерной для эффекта Тальбота. Вместо восстановления начального распределения вдоль оси z , подобного распределению на рис. 8а, виден вдвое больший пространственный период. Качественное отличие от картины эффекта Тальбота свидетельствует о том, что фазы конденсатов различны и, следовательно, конденсаты в соседних облаках независимы.

6. Модели перехода между фермионным и бозонным пределами

6.1. Среднеполевая модель куперовских пар для трёхмерной системы

Для трёхмерной системы удаётся построить теорию перехода от фермионной системы к бозонной, взяв за основу модель сверхпроводимости Боголюбова с гамильтонианом

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} (\hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow} + \hat{c}_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}\downarrow}) + g_3 \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \hat{c}_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \hat{c}_{-\mathbf{k}'\downarrow} \hat{c}_{\mathbf{k}'\uparrow}, \quad (17)$$

где константа связи g_3 выражается через трёхмерную длину рассеяния: $g_3 = 4\pi\hbar^2 a/m$. Оказалось, что решение для основного состояния в виде прямого произведения куперовских пар,

$$\prod_{\mathbf{k}} (u_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \hat{c}_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger) |\text{vacuum}\rangle, \quad (18)$$

применимо не только при малых отрицательных a , как в начальной постановке задачи, но и при произвольных значениях a [49]. Построено аналитическое решение [66], из которого видно, как при изменении $1/a$ от $-\infty$ до $+\infty$ уменьшается размер куперовских пар, становясь в итоге много меньше межчастичного расстояния. При этом не происходит каких-либо скачков в термодинамических величинах. Также решение качественно верно воспроизводит поведение давления, которое плавно убывает до нуля.

6.2. Модели двумерных систем

Для двумерной системы применение среднеполевой модели куперовских пар, подобной (17) и (18), даёт качественно неверный ответ. В то время как двухчастичная величина, энергия связи двух фермионов, показывает качественно верное поведение, возрастающая с увеличением взаимодействия [63], многочастичные величины, например давление, напротив, оказываются независимыми от взаимодействия. В частности, модель предсказывает, что в бозонном пределе должно сохраняться давление Ферми. Из рисунка 7, на котором предсказание среднеполевой модели куперовских пар [63] показано горизонтальной пунктирной прямой, видно качественное несоответствие с экспериментальными данными.

Добавление флуктуаций в среднеполевую модель даёт качественно верную зависимость давления от взаимодействий [30], показанную на рис. 7 зелёной кривой. Действительно, с уменьшением размерности роль флук-

туаций, согласно критерию Гинзбурга – Леванюка, должна возрастать [26, 27].

Модели, качественно верно описывающие переход от фермионного режима к бозонному, появились лишь в последние несколько лет, как и модель [30]. Эти модели включают в себя квантовые диффузионные методы Монте-Карло [28, 33], метод самосогласованной Т-матрицы [29], конечнотемпературный квантовый метод Монте-Карло на решётке [31], квантовый метод Монте-Карло со вспомогательными полями [32]. Предсказания ряда моделей показаны на рис. 7. Результаты всех моделей приведены для $T = 0$. Можно видеть количественное различие между моделями.

Аналитические модели для газа на бозонной [67] и фермионной [59, 60] асимптоте появились намного раньше. Для двумерного газа с s-взаимодействиями оказалось возможным рассчитать теорию ферми-жидкости из первых принципов [59, 60]. На основе результатов работы [60] можно найти давление:

$$\frac{P_2}{P_{2\text{ideal}}} = 1 - \frac{1}{\ln(\sqrt{4\pi a_2 \sqrt{n_2}})} + \frac{0,787}{[\ln(\sqrt{4\pi a_2 \sqrt{n_2}})]^2}, \quad (19)$$

показанное на рис. 7 штриховой кривой. Этот аналитический результат согласуется с результатом численного расчёта диффузионным методом Монте-Карло с фиксированными узлами [28], но не совпадает с измерениями. Расхождение с измерениями существенное, поскольку в теории ферми-жидкости давление отсчитывается не от нуля, а от давления Ферми. Различие между экспериментальными данными и результатами теории ферми-жидкости [60] может быть обусловлено мезоскопическим характером экспериментальной системы [41], поскольку расчёт выполнялся для бесконечно протяжённой ферми-жидкости. С другой стороны, результаты расчёта в рамках дополненной флуктуациями среднеполевой модели [30] лучше согласуются с экспериментальными данными. Теория ферми-жидкости, которая относится к среднеполевому, флуктуации не учитывает, и, таким образом, добавочное давление может быть связано с флуктуациями в двумерной системе.

7. Заключение

В эксперименте с кинематически двумерным ультрахолодным газом ферми-атомов наблюдались состояния, лежащие между бозонным и фермионным пределами. Во всех состояниях газ глубоко вырожден. Бозонным пределом служит конденсат двухатомных молекул-бозонов. О состоянии можно судить по давлению и интерференции. Падение давления при перестройке взаимодействия говорит об исчезновении давления Ферми и переходе в бозонный режим. Интерференция позволяет увидеть возникновение дальнего порядка, однозначно указывающего на конденсацию. Данные о давлении могут служить для количественной проверки моделей двумерных ферми- и бозе-систем.

Авторы благодарят за финансовую поддержку программы президиума РАН "Актуальные проблемы физики низких температур" и "Фундаментальные проблемы нелинейной динамики в математических и физических науках", Российский фонд фундаментальных исследований (гранты 14-22-02080-офи-м, 14-02-31681-мола, 15-02-08464, 15-42-02638).

Список литературы

1. Fermi E *Rend. Lincei* **3** 145 (1926)
2. Dirac P A M *Proc. R. Soc. Lond. A* **112** 661 (1926)
3. Einstein A *Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss. Phys.-Math. Kl.* **3** (1925); Пер. на русск. яз.: Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 3 (М.: Наука, 1966) с. 489
4. Sommerfeld A *Naturwissenschaften* **15** 824 (1927)
5. Kapitza P *Nature* **141** 74 (1938)
6. London F *Nature* **141** 643 (1938)
7. London F *Phys. Rev.* **54** 947 (1938)
8. Ландау Л Д *ЖЭТФ* **11** 592 (1941); Landau L D *J. Phys. USSR* **5** 71 (1941)
9. Боголюбов Н Н *Изв. АН СССР Сер. физ.* **11** 77 (1947); Bogolubov N N *J. Phys. USSR* **11** 23 (1947)
10. Nozières P, in *Bose–Einstein Condensation* (Eds A Griffin, D W Snoke, S Stringari) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995) p. 15
11. Келдыш Л В, Козлов А Н *ЖЭТФ* **54** 978 (1968); Keldysh L V, Kozlov A N *Sov. Phys. JETP* **27** 521 (1968)
12. Боголюбов Н Н *ЖЭТФ* **34** 58 (1958); Bogoliubov N N *Sov. Phys. JETP* **7** 41 (1958)
13. Боголюбов Н Н *ЖЭФТ* **34** 73 (1958); Bogoliubov N N *Sov. Phys. JETP* **7** 51 (1958)
14. Nozières P, Schmitt-Rink S *J. Low Temp. Phys.* **59** 195 (1985)
15. Kerbikov B *Surv. High Energy Phys.* **20** 47 (2006); hep-ph/0510302
16. Bartenstein M et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 120401 (2004)
17. Березинский В Л *ЖЭТФ* **61** 1144 (1971); Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **34** 610 (1972)
18. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C Solid State Phys.* **6** 1181 (1973)
19. Volovik G E, Yakovenko V M *J. Phys. Condens. Matter* **1** 5263 (1989)
20. Gurarie V, Radzihovsky L, Andreev A V *Phys. Rev. Lett.* **94** 230403 (2005)
21. Gu Z-C, Wang Z, Wen X-G *Phys. Rev. B* **91** 125149 (2015); arXiv:1010.1517
22. Prokofev N, Ruebenacker O, Svistunov B *Phys. Rev. Lett.* **87** 270402 (2001)
23. Долгополов В Т *УФН* **184** 113 (2014); Dolgoplov V T *Phys. Usp.* **57** 105 (2014)
24. Stormer H L, Tsui D C, Gossard A C *Rev. Mod. Phys.* **71** S298 (1999)
25. Копаев Ю В, Белявский В И, Капаев В В *УФН* **178** 202 (2008); Кораев Y V, Belyavskii V I, Капаев V V *Phys. Usp.* **51** 191 (2008)
26. Леванюк А П *ЖЭТФ* **36** 810 (1959); Levanyuk A P *Sov. Phys. JETP* **9** 571 (1959)
27. Гинзбург В Л *ФТТ* **2** 2031 (1960); Ginzburg V L *Sov. Phys. Solid State* **2** 1824 (1960)
28. Bertaina G, Giorgini S *Phys. Rev. Lett.* **106** 110403 (2011)
29. Bauer M, Parish M M, Enss T *Phys. Rev. Lett.* **112** 135302 (2014)
30. He L et al. *Phys. Rev. A* **92** 023620 (2015)
31. Anderson E R, Drut J E *Phys. Rev. Lett.* **115** 115301 (2015)
32. Shi H, Chiesa S, Zhang S *Phys. Rev. A* **92** 033603 (2015)
33. Galea A et al., arXiv:1511.05123
34. Sakai S et al. *Phys. Rev. Lett.* **111** 107001 (2013)
35. Pons J A, Viganò D, Rea N *Nature Phys.* **9** 431 (2013)
36. Loktev V M, Quick R M, Sharapov S G *Phys. Rep.* **349** 1 (2001)
37. Ruggeri M, Moroni S, Boninsegni M *Phys. Rev. Lett.* **111** 045303 (2013)
38. Martiyanov K, Makhlov V, Turlapov A *Phys. Rev. Lett.* **105** 030404 (2010)
39. Feld M et al. *Nature* **480** 75 (2011)
40. Sommer A T et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 045302 (2012)
41. Makhlov V, Martiyanov K, Turlapov A *Phys. Rev. Lett.* **112** 045301 (2014)
42. Boettcher I et al., arXiv:1509.03610
43. Fenech K et al., arXiv:1508.04502
44. Anderson M H et al. *Science* **269** 198 (1995)
45. O'Hara K M et al. *Science* **298** 2179 (2002)
46. Paredes B et al. *Nature* **429** 277 (2004)
47. Kraemer T et al. *Nature* **440** 315 (2006)
48. Bloch I, Dalibard J, Zwerger W *Rev. Mod. Phys.* **80** 885 (2008)
49. Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S *Rev. Mod. Phys.* **80** 1215 (2008)
50. Balykin V I, Minogin V G, Letokhov V S *Rep. Prog. Phys.* **63** 1429 (2000)
51. Grimm R, Weidemüller M, Ovchinnikov Yu B *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42** 95 (2000)
52. Luo L et al. *New J. Phys.* **8** 213 (2006)
53. Питаевский Л П *УФН* **178** 633 (2008); Pitaevskii L P *Phys. Usp.* **51** 603 (2008)
54. Chien C-C, Levin K *Phys. Rev. A* **82** 013603 (2010)
55. Houbiers M et al. *Phys. Rev. A* **57** R1497 (1998)
56. Chin C et al. *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225 (2010)
57. Zürn G et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 135301 (2013)
58. Petrov D S, Salomon C, Shlyapnikov G V *Phys. Rev. Lett.* **93** 090404 (2004)
59. Bloom P *Phys. Rev. B* **12** 125 (1975)
60. Engelbrecht J R, Randeria M, Zhang L *Phys. Rev. B* **45** 10135 (1992)
61. Petrov D S, Shlyapnikov G V *Phys. Rev. A* **64** 012706 (2001)
62. Vogt E et al. *Phys. Rev. Lett.* **108** 070404 (2012)
63. Randeria M, Duan J-M, Shieh L-Y *Phys. Rev. Lett.* **62** 981 (1989)
64. Petrov D S, Baranov M A, Shlyapnikov G V *Phys. Rev. A* **67** 031601 (2003)
65. Talbot H F *Philos. Mag.* **6** 401 (1836)
66. Marini M, Pistolesi F, Strinati G *Eur. Phys. J. B* **1** 151 (1998)
67. Schick M *Phys. Rev. A* **3** 1067 (1971)

Fermi liquid to Bose condensate crossover in a two-dimensional ultracold gas experiment

T.V. Barmashova, K.A. Martiyanov, V.B. Makhlov

Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, 603000 Nizhny Novgorod, Russian Federation

A.V. Turlapov

Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, 603000 Nizhny Novgorod, Russian Federation;

N.I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, prosp. Gagarina 23, 603950 Nizhny Novgorod, Russian Federation

E-mail: turlapov@appl.sci-nnov.ru

By controlling interparticle interactions it is possible to transform a fermionic system into a bosonic system and *vice versa* while preserving quantum degeneracy. Evidence of such a transformation may be found by monitoring the pressure and interference. The Fermi pressure is an indication of the fermionic character of a system, while the interference implies a nonzero order parameter and Bose condensation. Changing from three to two spatial dimensions introduces new physics and makes the system more difficult to describe due to the increased fluctuations and the reduced applicability of mean-field methods. An experiment with a two-dimensional ultracold atomic gas shows a crossover between the Bose and Fermi limits, as evident from the value of pressure and from the interference pattern, and provides data to test models of 2D Fermi and Bose systems, including the most-difficult-to-model strongly coupled systems.

Keywords: ultracold atomic and molecular gases, Bose gas, Fermi gas, Fermi-to-Bose crossover, Fermi liquid, Bose–Einstein condensation, matter-wave interference

PACS numbers: 03.75.Lm, 05.30.Fk, **67.85.–d**, **74.78.–w**

Bibliography — 67 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **186** (2) 183–192 (2016)

DOI: 10.3367/UFNr.0186.201602i.0183

Received 1 December 2015

Physics – Uspekhi **59** (2) (2016)