

УДК 532.59:534.1

ДАЛЬНИЕ ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ ГЕНЕРАЦИИ

© 2018 г. В. В. Булатов¹, *, Ю. В. Владимиров¹¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*e-mail: internalwave@mail.ru

Поступила в редакцию 26.06.2017 г.

После доработки 12.02.2018 г.

Рассмотрена задача о дальних полях внутренних гравитационных волн от нестационарного источника, который движется в стратифицированном океане конечной глубины. Показано, что волновая картина возбуждаемых дальних полей внутренних волн при определенных параметрах генерации представляет собой систему гибридных волновых возмущений, одновременно обладающих свойствами волн двух типов: кольцевидных (поперечных) и клиновидных (продольных). Изучены особенности фазовой структуры и волновых фронтов возбуждаемых полей. Построены равномерные асимптотики решений, описывающие гибридные внутренние волны вдали от нестационарного источника.

DOI: 10.1134/S0030157418060035

ВВЕДЕНИЕ

Важным механизмом возбуждения полей внутренних гравитационных волн в океане является их генерация источниками возмущений различной физической природы: природного (движущийся тайфун, обтекание неровностей рельефа океана и подводных гор) и антропогенного (морские технологические конструкции, схлопывание области турбулентного перемешивания, подводные взрывы) характеров [1, 6–12]. Система уравнений гидродинамики, описывающая волновые возмущения в общем виде представляет достаточно сложную математическую задачу и основные результаты решений задач о генерации внутренних волн представляются в самой общей интегральной форме [1, 9, 11]. В этом случае полученные интегральные решения требуют разработки асимптотических методов их исследования, допускающих качественный анализ и проведение экспресс оценок получаемых решений при натуральных измерениях внутренних волн в океане. Существующие подходы к описанию волновых картин в линейном приближении основаны на представлении волновых полей интегралами Фурье и анализе их асимптотик методом стационарной фазы или на геометрическом построении огибающих волновых фронтов в рамках кинематической теории диспергирующих волн [5, 9–11]. На основе кинематической теории удастся сформулировать, в частности, аналитические представления для фазовых поверхностей волновых

полей внутренних гравитационных волн. Изложение общих вопросов построения фазовых картин диспергирующих волн от движущихся локализованных источников содержится в [5]. Целью настоящей работы является решение более сложной в математическом плане задачи построения асимптотик, описывающих особенности не только фазовой, но и амплитудной структуры дальних полей внутренних гравитационных волн, возбуждаемых осциллирующим источником возмущений, движущимся в стратифицированном океане конечной толщины.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМЫ РЕШЕНИЙ

Рассматривается задача о дальних полях внутренних гравитационных волн, возникающих при движении точечного источника возмущений мощности Q в слое стратифицированной среды толщины H . Предполагается, что мощность источника гармонически зависит от времени $Q = q \exp(i\omega t)$. Источник движется со скоростью V в горизонтальном отрицательном направлении вдоль оси x , ось z направлена вверх, глубина залегания источника $-z_0$, и рассматривается установившийся режим волновых колебаний. В линейной постановке и с учетом приближения Буссинеска уравнение для вертикального возвышения изопикн $\eta(x, y, z)$ (линий равной плотности с той же временной гармонической зависимостью) в

движущейся вместе с источником системе координат имеет вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} & \left(i\omega + V \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \Delta \eta + N^2(z) \Delta_2 \eta = \\ & = Q \left(i\omega + V \frac{\partial}{\partial x}\right) \delta(x) \delta(y) \frac{\partial \delta(z - z_0)}{\partial z_0}, \quad (1.1) \\ & \Delta = \Delta_2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \end{aligned}$$

где $N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz}$ – частота плавучести Брента-Вяйсяля, которая далее предполагается постоянной ($\rho_0(z)$ – невозмущенная плотность среды), $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Аналитические модели стратификации океана ($N(z) = \text{const}$, линейное или иное модельное распределение частоты плавучести) с одной стороны существенно облегчают математическое решение проблем, с другой стороны возникают вопросы об адекватности и физической обоснованности этих модельных представлений. Использованное в работе приближение постоянства частоты плавучести является одним из наиболее распространенных при изучении динамики внутренних волн в океане. Для определенных районов Мирового океана (Арктический бассейн) это приближение ($N(z) = \text{const}$ и “твердая крышка”) хорошо описывает реальную гидрологию и является одним из базовых в реальных океанологических и гидрофизических расчетах [1, 3, 4, 8].

Функция $\eta(x, y, z)$ связана с вертикальной компонентой скорости внутренних волн $w(x, y, z)$ соотношением: $w(x, y, z) = \left(i\omega + V \frac{\partial}{\partial x}\right) \eta(x, y, z)$ [2]. В качестве граничных условий используется условие “твердой крышки”

$$\eta = 0 \text{ при } z = 0, -H. \quad (1.2)$$

В безразмерных координатах: $x^* = x\pi/H$, $y^* = y\pi/H$, $z^* = z\pi/H$, $\eta^* = \eta H^2 V / q\pi^2$, $\omega^* = \omega/N$, $t^* = tN$ уравнение (1.1) и граничные условия (1.2) переписываются следующим образом (индекс “*” далее опускается):

$$\begin{aligned} & \left(i\omega + M \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \Delta \eta + \Delta_2 \eta = \\ & = \left(i\omega + M \frac{\partial}{\partial x}\right) \delta(x) \delta(y) \frac{\partial \delta(z - z_0)}{\partial z_0}, \quad (1.3) \\ & \eta = 0 \text{ при } z = 0, -\pi, \end{aligned}$$

где $c = NH/\pi$ – максимальное значение групповой скорости первой моды внутренних гравитационных волн в слое стратифицированной среды

толщины H [1, 2], $M = V/c$. В [2] рассмотрен случай $M > 1$ и показано, что вдали от осциллирующего источника возмущений возбуждаемые поля представляют собой систему продольных (клиновидных) волн, заключенных внутри соответствующих волновых фронтов. В настоящей работе рассматривается случай $M < 1$. Решение задачи (1.3) ищется в форме интеграла Фурье

$$\begin{aligned} \eta(x, y, z) = & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mu, \nu, z) \times \\ & \times \exp(-i(\mu x + \nu y)) d\mu. \end{aligned}$$

Тогда для определения функции $\varphi(\mu, \nu, z)$ имеем следующую краевую задачу (μ и ν – горизонтальные компоненты волнового вектора \mathbf{k} : $k^2 = \mu^2 + \nu^2$):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \varphi(\mu, \nu, z)}{\partial z^2} + k^2 \left(\frac{1}{(\omega - \mu M)^2} - 1 \right) \varphi(\mu, \nu, z) = \\ & = \frac{i}{(\omega - \mu M)} \frac{\partial \delta(z - z_0)}{\partial z_0}, \quad (1.4) \\ & \varphi = 0 \text{ при } z = 0, -\pi. \end{aligned}$$

Решение задачи (1.4) представляется в виде суммы вертикальных мод

$$\begin{aligned} \varphi(\mu, \nu, z) = & \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(\mu, \nu, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n(\mu, \nu) \cos n z_0 \sin n z, \\ B_n(\mu, \nu) = & \frac{2ni}{\pi(\omega - \mu M) k^2 \left((\omega - \mu M)^{-2} - 1 \right) - n^2}, \end{aligned}$$

то есть в виде ряда по собственным функциям однородной краевой задачи (1.4). В результате решение задачи (1.3) имеет вид

$$\begin{aligned} \eta(x, y, z) = & \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(x, y) \cos n z_0 \sin n z, \quad (1.5) \\ \eta_n(x, y) = & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_{-\infty}^{\infty} B_n(\mu, \nu) \exp(-i(\mu x + \nu y)) d\mu. \end{aligned}$$

Приравнявая к нулю знаменатель в $B_n(\mu, \nu)$, можно получить дисперсионное соотношение, связывающее горизонтальные компоненты μ и ν волнового вектора, имеющее вид

$$\nu_n(\mu) = \pm \left(\frac{n^2(\mu M - \omega)^2}{1 - (\mu M - \omega)^2} - \mu^2 \right)^{1/2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.6)$$

Далее будет рассматриваться случай $\omega < 1$. В зависимости от частоты осцилляций источника возмущений интервал частот $0 < \omega < 1$ двумя характерными частотами ω_n^1, ω_n^2 разбивается на три интервала: $0 < \omega < \omega_n^1$, $\omega_n^1 < \omega < \omega_n^2$, $\omega_n^2 < \omega < 1$,

которые определяют вид дисперсионных кривых, состоящих из двух ветвей. На рис. 1 изображены левая ветвь дисперсионной кривой (1.6), обозначаемая $v_1^1(\mu)$ при $\omega = \omega_1^1$ (штрих-пунктирная линия), $\omega = \omega_1^2$ (пунктирная линия), $\omega_1^1 < \omega < \omega_1^2$ (сплошная линия) для первой моды $n = 1$ и $M = 0.4$. На рис. 2 изображена правая ветвь дисперсионной кривой, обозначаемая $v_1^2(\mu)$ при тех же параметрах и обозначениях.

В первом интервале дисперсионная кривая представляет собой две разомкнутые кривые и одну замкнутую – внутри штрих-пунктирной сепаратриссы на рис. 1. Во втором и третьем интервале – две разомкнутые кривые, при этом во втором случае левая ветвь дисперсионной кривой имеет два локальных экстремума (сплошная линия на рис. 1), а в третьем случае обе ветви дисперсионных кривых экстремумов не имеют.

Замкнутым дисперсионным кривым отвечают кольцевые (поперечные) волны, а незамкнутым – клиновидные волны (продольные волны внутри клина Кельвина). При этом в третьем интервале частот угол полураствора волновых клиньев меньше 90° , а во втором один из двух клиньев имеет угол полураствора больше 90° . В последнем случае генерируемые волны имеют признаки как кольцевых (поперечных), так и клиновидных (продольных), которые далее будут называться гибридными.

Можно определить, при каких значениях параметров ω и M , характеризующих частоту осцилляций и скорость движения источника возмущений, для моды с произвольным номером n возникают кольцевые волны. Для этого достаточно при $v = 0$ найти такую зависимость $\omega_n^1(M)$, при которой уравнение (1.6) будет иметь ровно три корня. Для того чтобы определить эту зависимость необходимо исключить из системы уравнений:

$$F_n(\mu, 0, \omega, M) = 0, \quad \frac{\partial F_n(\mu, 0, \omega, M)}{\partial \mu} = 0, \quad \mu < 0,$$

$$F_n(\mu, v, \omega, M) \equiv (\mu M - \omega)^2 - (\mu^2 + v^2)(\mu^2 + v^2 + n^2)^{-2},$$

переменную μ . В результате можно получить: $\omega_n^1(M) = (1 - (Mn)^{2/3})^{3/2}$. Тогда, если $M > 1/n$, то ни при каких значениях ω кольцевых волн для n -ой моды не существует. Если $M < 1/n$, то при $\omega > \omega_n^1(M)$ кольцевых волн нет, а при $\omega < \omega_n^1(M)$ они существуют. Отсюда, в частности, следует, что в отличие от клиновидных волн, при любых значениях M имеется лишь конечное число мод,

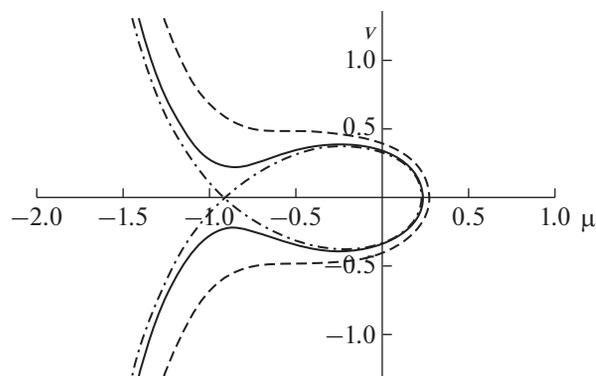


Рис. 1. Левая ветвь дисперсионной кривой.

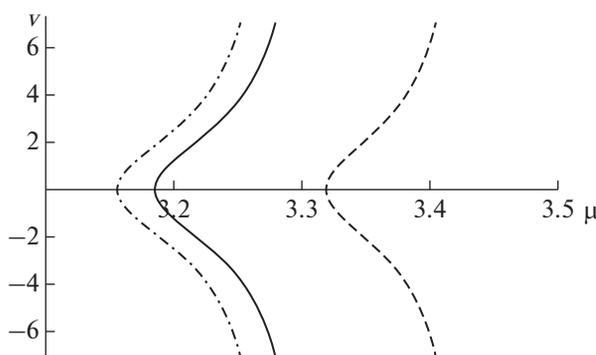


Рис. 2. Правая ветвь дисперсионной кривой.

для которых существуют кольцевые волны. Для определения этого числа необходимо выполнение условия: $1/(n + 1) < M < 1/n$. Тогда n – максимально возможное число мод, для которых существуют кольцевые волны при заданном значении M . Значения $\omega_n^2(M)$ определяются из системы уравнений:

$$\frac{\partial v_n(\mu)}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{\partial^2 v_n(\mu)}{\partial \mu^2} = 0,$$

которая решается численно. На рис. 3 представлены зависимости $\omega_1^1(M)$, $\omega_1^2(M)$ для первой моды. Если значение частоты осцилляций источника возмущений ω при некотором фиксированном значении M находится ниже кривой $\omega_1^1(M)$, то волновое поле представляет собой систему поперечных (кольцевых) и продольных (клиновидных) волн. Если значение ω находится выше кривой $\omega_1^2(M)$, то волновое поле есть система только продольных (клиновидных) волн. Если значение ω находится между этими двумя кривыми, то возбуждаемые поля обладают признаками как про-

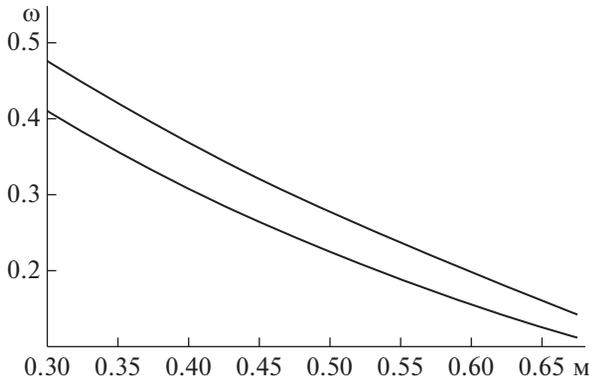


Рис. 3. Зависимости $\omega_1^1(M)$ (нижняя кривая) и $\omega_1^2(M)$ (верхняя кривая).

дольных (клиновидных) так и поперечных (кольцевых) волн.

Далее будет рассматриваться случай гибридных внутренних волн ($M = 0.4$) и первая мода ($n = 1$, нижний индекс n опускается). В этом случае: $\omega^1 = 0.309, \omega^2 = 0.370$, и все численные расчеты приведены для значения $\omega = 0.32$. Интегрирование в (1.5) по переменной v проводится с помощью теории вычетов. Проблема обхода полюсов, находящихся на действительной оси, при интегрировании по переменной v , решается методом возмущений. Тогда точное решение (с учетом гармонической зависимости от времени) имеет вид

$$\eta(x, y, t) = \eta(x, y) \exp(i\omega t) = J^1 + J^2,$$

$$J^1 = \frac{1}{2\pi} \int_{T_-}^{\alpha} A(\mu) \exp(-i(\mu x + v(\mu)|y| + \omega t)) d\mu,$$

$$J^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\beta}^{T_+} A(\mu) \exp(-i(\mu x - v(\mu)|y|) + \omega t) d\mu,$$

$$A(\mu) = \frac{\omega - \mu M}{v(\mu)(1 - (\omega - \mu M)^2)}, \quad T_{\pm} = (\omega \pm 1)/M,$$

где α, β – корни уравнения $v(\mu) = 0$.

АСИМПТОТИКИ ДАЛЬНИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

Интегралы типа J^2 , описывающие обычные корабельные внутренние гравитационные волны вдали от источников возмущений с дисперсионной зависимостью $v^2(\mu)$ рассмотрены в [1, 2]. Далее будем рассматривать слагаемое J^1 с дисперсионной зависимостью $v^1(\mu)$ (верхний индекс l

опускается). Обозначим фазу $\Phi = \mu x + v(\mu)|y| + \omega t$ и, воспользовавшись условием стационарности фазы в виде: $\frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu} = x/|y|$, получим семейство

$$\text{линий постоянной фазы (с параметром } \mu) x = -\frac{\Phi}{\frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu}} = -\frac{\Phi}{v(\mu) - \mu \frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu}}, |y| = \frac{\Phi}{v(\mu) - \mu \frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu}}.$$

Так как асимптотики дальних волновых полей полностью определяются поведением стационарных точек фазовой функции Φ , которые не зависят от слагаемого ωt , то далее без ограничения общности и для упрощения выкладок это слагаемое опускается. Для того чтобы получить выражение для вертикального возвышения изопикн $\eta(x, y, t)$, гармонически зависящее от времени, достаточно полученные ниже асимптотические формулы умножить на $\exp(i\omega t)$ и от полученного результата взять действительную часть. На рис. 4 изображены линии равной фазы для различных значений $\Phi = 2\pi l$ (l – целое число). Совокупность точек возврата образуют волновой фронт вверх по потоку (пунктирная линия на рис. 4). Соответствующий угол полураствора волнового клина равен 113° . Уравнение волнового фронта имеет вид $x = \frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu}|y|$, где $\mu = \mu_p$ – корень урав-

нения $\frac{\partial^2 v(\mu)}{\partial \mu^2} = 0$. Штриховая линия на рис. 4 –

гребень волны с фазой $\Phi = 0$, и уравнение этой линии имеет вид $x = -\frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu}|y|$, где $\mu = \mu_q$ – корень уравнения $v(\mu) = \mu \frac{\partial v(\mu)}{\partial \mu}$, которое можно ре-

шить в явном виде: $\mu_q = (\omega - \omega^{1/3})/M$. В результате получаем уравнение гребня волны с нулевой фазой: $x = E|y|$, $E = (M^2(1 - \omega^{2/3})^{-3} - 1)^{1/2}$. Кольцевые гребни и продольные гребни левее штриховой линии на рис. 4 имеют фазу $\Phi > 0$, а продольные гребни правее штриховой линии – фазу $\Phi < 0$. На бесконечности, то есть при $\sqrt{x^2 + y^2} \gg 1$ уравнение гребней продольных волн имеет вид:

$x = E|y| + 2\pi/M(1 - \omega^{1/3})^{-1}$ (l – целое число). Таким образом, эти гребни являются гребнями плоской волны с длиной $\lambda = 2\pi\omega^{-1/3}(1 - \omega^{2/3})^{1/2} \approx 6.7$. Длина кольцевых волн в направлении оси x составляет: $\lambda = 2\pi/T_- \approx 26.0$, то есть примерно в 4 раза больше. Интеграл J^1 принадлежит к классу интегралов с двумя стационарными точками, при этом, когда стационарные точки находятся далеко друг от друга, интеграл считается по методу стацио-

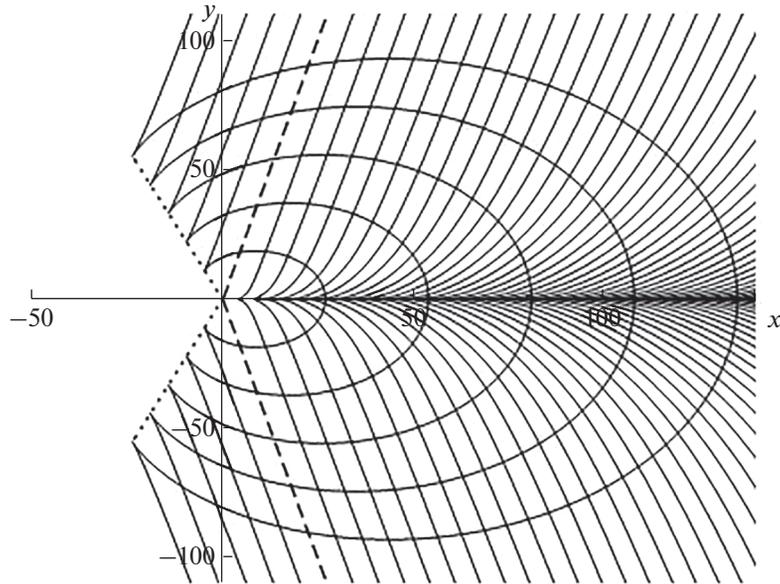


Рис. 4. Линии равной фазы.

нарной фазы. На волновом фронте стационарные точки сливаются друг с другом и в окрестности фронта метод стационарной фазы неприменим.

Следуя [1], опишем схему построения равномерной асимптотики интеграла J^1 . Введем обозначения: $S(\mu, \rho) = v(\mu) - \rho v$, $\rho = x/|y|$ и сделаем замену переменной

$$S(\mu, \rho) = a + \sigma s - s^3/3. \quad (2.1)$$

В правой части (2.1) стоит простейшая функция с двумя сливающимися (при $\sigma \rightarrow 0$) стационарными точками. Потребуем, чтобы стационарной точке $\mu_1(\rho)$ соответствовала точка $s_1 = -\sqrt{\sigma}$, а точке $\mu_2(\rho)$ – точка $s_2 = \sqrt{\sigma}$. Тогда из (2.1) следует, что

$$\begin{aligned} a(\rho) &= 0.5(S(\mu_1(\rho), \rho) + S(\mu_2(\rho), \rho)), \\ \sigma(\rho) &= (0.75(S(\mu_2(\rho), \rho) - S(\mu_1(\rho), \rho)))^{2/3}. \end{aligned}$$

Интеграл J^1 после замены переменных (2.1) переписывается в виде

$$\begin{aligned} J^1 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(s) \exp(-i|y|(a + \sigma s - s^3/3)) ds, \\ G(s) &= A(\mu(s)) \frac{d\mu}{ds}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Пределы интегрирования в (2.2) заменены на бесконечные, при этом при больших значениях $|y|$ ошибка замены пределов интегрирования имеет порядок $O(1/|y|)$. Медленно меняющуюся ам-

плитуду $G(s)$ можно заменить линейной функцией $L(s) = b_0 + b_1 s$ и потребовать, чтобы $L(-\sqrt{\sigma}) = G(-\sqrt{\sigma})$ при $s = -\sqrt{\sigma}$ и $L(\sqrt{\sigma}) = G(\sqrt{\sigma})$ при $s = \sqrt{\sigma}$. Тогда: $b_0(\rho) = 0.5(G(\sqrt{\sigma}) + G(-\sqrt{\sigma}))$, $b_1(\rho) = 0.5(G(\sqrt{\sigma}) - G(-\sqrt{\sigma}))/\sqrt{\sigma}$. Входящее в выражение для $G(\pm\sqrt{\sigma})$ значения $\frac{d\mu}{ds}$ можно найти, дважды дифференцируя (2.1) по переменной s . В результате получим

$$\begin{aligned} G(\sqrt{\sigma}) &= A(\mu_2(\rho), \rho) \sqrt{\frac{-2\sqrt{\sigma(\rho)}}{\theta(\mu_2(\rho), \rho)}}, \\ G(-\sqrt{\sigma}) &= A(\mu_1(\rho), \rho) \sqrt{\frac{2\sqrt{\sigma(\rho)}}{\theta(\mu_1(\rho), \rho)}}, \\ \theta(\mu(\rho), \rho) &= \frac{\partial^2 S(\mu(\rho), \rho)}{\partial \mu^2}. \end{aligned}$$

Подставляя $L(s)$ в (2.2), получим окончательное выражение для равномерной асимптотики $J^1(x, y)$ при больших $|y|$:

$$\begin{aligned} J^1 &= \frac{b_0(\rho)}{|y|^{1/3}} Ai(\tau) \exp(-iZ) - i \frac{b_1(\rho)}{|y|^{2/3}} Ai'(\tau) \exp(-iZ), \\ \tau &= |y|^{2/3} \sigma(\rho), \quad Z = |y| a(\rho), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $Ai(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\tau t - t^3/3) dt$ – функция Эйри, $Ai'(\tau)$ – производная функции Эйри [1]. Отметим, что хотя формально асимптотика (2.3) получена

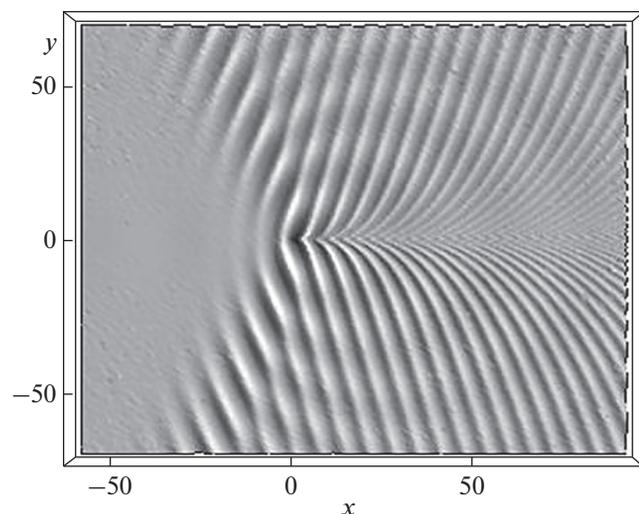


Рис. 5. Поле возвышения внутренних гравитационных волн.

для больших $|y|$, эта формула работает и при $\sqrt{x^2 + y^2} \gg 1$.

На рис. 5 изображена волновая картина при $t = 10$, рассчитанная по (2.3) в безразмерных координатах (в окрестности начала координат интеграл $J^1(x, y)$ рассчитывался численно). Воспользовавшись асимптотиками функции Эйри и ее производной вдали от волнового фронта, можно получить неравномерную асимптотику для $J^1(x, y)$, состоящую из двух слагаемых. Первое из этих слагаемых (соответствующее корню $\mu_1(\rho)$) описывает клиновидные (продольные) волны, а второе (соответствующее корню $\mu_2(\rho)$) — кольцевые (поперечные) волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано, что дальние поля внутренних гравитационных волн от нестационарного источника, движущегося в стратифицированном океане конечной глубины, при определенных режимах генерации представляют собой гибридную систему волн двух типов: кольцевых (поперечных) и клиновидных (продольных). Нестационарность амплитуды источника возмущений приводит к появлению не только кольцевых волн, расходящихся непосредственно от источника, но также к генерации гибридных внутренних волн, распространяющихся от источника вверх по потоку. Качественная картина волновых полей вдали от нестационарного источника существенно усложняется по сравнению со случаем генерации внутренних волн движущимся стацио-

нарным источником, когда в фиксированную точку наблюдения последовательно приходят волновые фронты отдельных мод, начиная с первой [1, 12]. Во-первых, при определенных параметрах генерации в фиксированную точку наблюдения могут приходить вначале кольцевые волны, при этом количество приходящих кольцевых волн всегда конечно. Во-вторых, в фиксированную точку наблюдения может приходить не фронт первой моды, потом второй и так далее мод, а вначале может приходить фронт моды, отличной от первой и имеющей наибольший угол полураствора клина Кельвина. Полученные асимптотики дают возможность эффективно рассчитывать основные амплитудно-фазовые характеристики возбуждаемых дальних полей внутренних гравитационных волн при нестационарных режимах генерации, и, кроме того, качественно анализировать полученные решения, что важно для правильной постановки математических моделей волновой динамики реального океана.

Работа выполнена по теме государственного задания № АААА-А17-117021310375-7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
2. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Внутренние гравитационные волны, возбуждаемые пульсирующим источником возмущений // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 6. С. 26–34.
3. Писарев С.В. Низкочастотные внутренние волны у кромки шельфа Арктического бассейна // Океанология. 1996. Т. 36. № 6. С. 819–826.
4. Поверхностные и внутренние волны в арктических морях. / Под ред. Морозова Е.Г. СПб.: Гидрометеоиздат, 2002. 364 с.
5. Свиркунов П.Н., Калашник М.В. Фазовые картины диспергирующих волн от движущихся локализованных источников // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. № 1. С. 89–100.
6. Abdilghanie A.M., Diamessis P.J. The internal gravity wave field emitted by a stably stratified turbulent wake // J. of Fluid Mechanics. 2013. V. 720. P. 104–139.
7. Massel S.R. Internal gravity waves in the shallow seas. Berlin: Springer, 2015. 163 p.
8. Morozov E.G. Semidiurnal internal wave global field // Deep Sea Research. V. 42. № 1. 1995. P. 135–148.
9. Pedlosky J. Waves in the ocean and atmosphere: introduction to wave dynamics. Berlin–Heidelberg: Springer, 2010. 260 p.
10. Rees T., Lamb K.G., Poulin F.J. Asymptotic analysis of the forces internal gravity waves equation // SIAM J. of Applied Mathematics. 2012. V. 72. № 4. P. 1041–1060.
11. Sutherland B.R. Internal gravity waves. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 394 p.
12. Wang J., Wang S., Chen X., Wang W., Xu Y. Three-dimensional evolution of internal waves reflected from a submarine seamount // Physics of Fluids. 2017. V. 29. P. 106601.

Far Internal Gravity Waves Fields From Non-Stationary Disturbing Source**V. V. Bulatov, Yu. V. Vladimirov**

The problem of far internal gravity waves fields generated by a non-stationary source moving in a stratified ocean of finite depth is considered. It is shown that the wave pattern of excited far internal waves fields for certain generation parameters is a system of hybrid wave perturbations that simultaneously has the properties of waves of two types: annular (transverse) and wedge-shaped (longitudinal) waves. The features of the phase structure and wave fronts of the excited fields are studied. Uniform asymptotics of solutions describing far hybrid internal waves from a non-stationary source are constructed.