

УДК 551.465

## СТАТИСТИКА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СГОННО-НАГОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В БАЛТИЙСКОМ МОРЕ

© 2017 г. Е. А. Куликов<sup>1</sup>, И. П. Медведев<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия<sup>2</sup>Институт прикладной геофизики имени академика Е.К. Федорова, Москва, Россия

e-mail: KulikovE@ocean.ru

Поступила в редакцию 08.12.2015 г., после доработки 29.02.2016 г.

Статистический анализ экстремальных значений уровня Балтийского моря выполнен для рядов наблюдений с длительностью от 15 до 125 лет на 13-ти станциях. Показано, что эмпирические функции зависимости экстремального значения уровня от периода его повторяемости для сгонно-нагонных событий в Балтике хорошо аппроксимируются с помощью распределения вероятности Гумбеля. Наибольшие значения экстремальных сгонов/нагонов 100-летней повторяемости наблюдаются в Финском и Рижском заливах. Для двух наиболее длительных рядов наблюдений в Стокгольме и в Выборге (125 лет) выявлено значимое “отклонение” от закона Гумбеля для самых редких событий. По результатам статистического анализа ежечасных рядов наблюдений за уровнем отмечена несимметричность в характере колебаний уровня Балтики. Нагоны оказались более вероятными, чем сгоны. При этом величина нагонов 100-летней повторяемости практически везде значительно превышает величину сгонов. Этот эффект несимметричности объясняется влиянием пониженного атмосферного давления во время штормов. Методика оценки распределения экстремальных событий была использована также для рядов уровня в Нарве за 1994–2000 гг., полученных с помощью численной модели ROMS. Сравнение со статистикой наблюдаемых значений уровня показали, что модель хорошо воспроизводит экстремальные наводнения “умеренной” магнитуды и несколько занижает величину наиболее мощных штормовых нагонов.

DOI: 10.7868/S0030157417060028

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение статистики изменчивости уровня моря имеет исключительное значение для понимания природы формирования опасных сгонно-нагонных явлений на морском побережье. Хорошо известно, что частота (или период повторяемости) наводнений различной силы учитывается при строительстве прибрежных объектов, в расчетах страховых рисков, при оценке возможного экологического ущерба и др. Не менее опасны и сгонные явления, в результате которых происходит обмеление прибрежной акватории – появляются сложности для мореплавания. Экстремальное понижение уровня моря может вызвать также осушку водозаборов, необходимых для охлаждения реакторов АЭС. Возникновение таких ситуаций представляет большую опасность.

Сгонно-нагонные явления в Балтийском море формируются в результате метеорологического воздействия (касательного ветрового напряжения и переменного атмосферного давления) на поверхность моря. Считается, что экстремальные подъемы уровня в Финском заливе вызываются циклонами над акваторией Балтийского моря

с преобладанием западных ветров, которые формируют нагонную волну [14]. Подъем воды усиливается из-за мелководья, а также из-за сужения Финского залива в сторону дельты Невы. Штормовые нагоны в Санкт-Петербурге проявляются в виде подъема уровня воды в дельте Невы и восточной части Невской губы. Во время сильных наводнений затопляется значительная часть исторического центра города. Всего за историю города произошло, согласно официальному каталогу Северо-Западного УГМС, 309 наводнений, три из которых принято считать катастрофическими – подъем уровня превысил 3 м над нулем Кронштадтского футштока (КФ). Максимальный подъем уровня воды наблюдался 7(19) ноября 1824 г., когда уровень достиг высоты 421 см над нулем КФ. Это наводнение нанесло огромный экономический ущерб городу, погибло несколько сотен человек [13].

Изменчивость уровня Балтийского моря носит преимущественно случайный характер. Ее регулярные составляющие, например, приливы или сезонный ход дают заметный, но не доминирующий вклад в формирование экстремальных сгонно-нагонных явлений [11, 12]. Известно, что вероятность возникновения экстремальных сгонно-нагонных

явлений возрастает в зимний период из-за интенсификации циклонической активности в атмосфере. Если считать вариации уровня моря реализацией стохастического процесса, целесообразно использовать математический аппарат статистики, широко применяемый при вероятностном анализе таких событий, как паводки, экстремальные ветровые нагрузки на строительные конструкции, продолжительность жизни человека и др. Классический подход изложен в книге Э. Гумбеля “Статистика экстремальных значений” [4]. Вероятностный анализ экстремальных событий базируется на понятии “**период повторяемости**”. Период повторяемости  $T$  экстремального события определенной магнитуды представляет собой средний интервал времени, в течение которого предполагается, что данное событие произойдет или будет превышено только один раз. Это значение можно записать как  $\langle T(x) \rangle = \frac{1}{p} = \frac{1}{1 - F(x)} > 1$ , где функция  $F(x)$  – распределение вероятности. Таким образом, если событие имеет вероятность  $p$  возникновения в течение одного года, то необходимо иметь ряд наблюдений длительностью в среднем  $1/p$  лет, чтобы событие произошло один раз.

Использование аппарата статистики экстремальных значений для описания колебаний уровня – ветровых волн или штормовых нагонов – стало привычным для океанологов. Из значительного множества статей, посвященных этой проблеме, можно назвать работы [10, 2, 27, 21]. Подробный обзор методов статистики экстремальных значений с приложениями к изучению колебаний уровня моря, в том числе Балтийского, представлен в работе [1]. В ней, в частности, приведены кривые обеспеченности максимальных годовых высот уровня для различных частей акватории Балтийского моря. Из современных работ следует отметить подробное исследование статистики экстремальных значений уровня Балтийского моря (сгонов и нагонов) в статьях [16, 29]. В [29] по данным 31 мареографической станции за период 1960–2010 гг. было рассчитано пространственное распределение экстремальных значений уровня 100-летней повторяемости (максимальных и минимальных) и построены соответствующие карты. Показано, что наибольшие значения экстремумов наблюдаются в Рижском и в Финском заливах, в вершине Ботнического залива и в юго-западной части Балтийского моря.

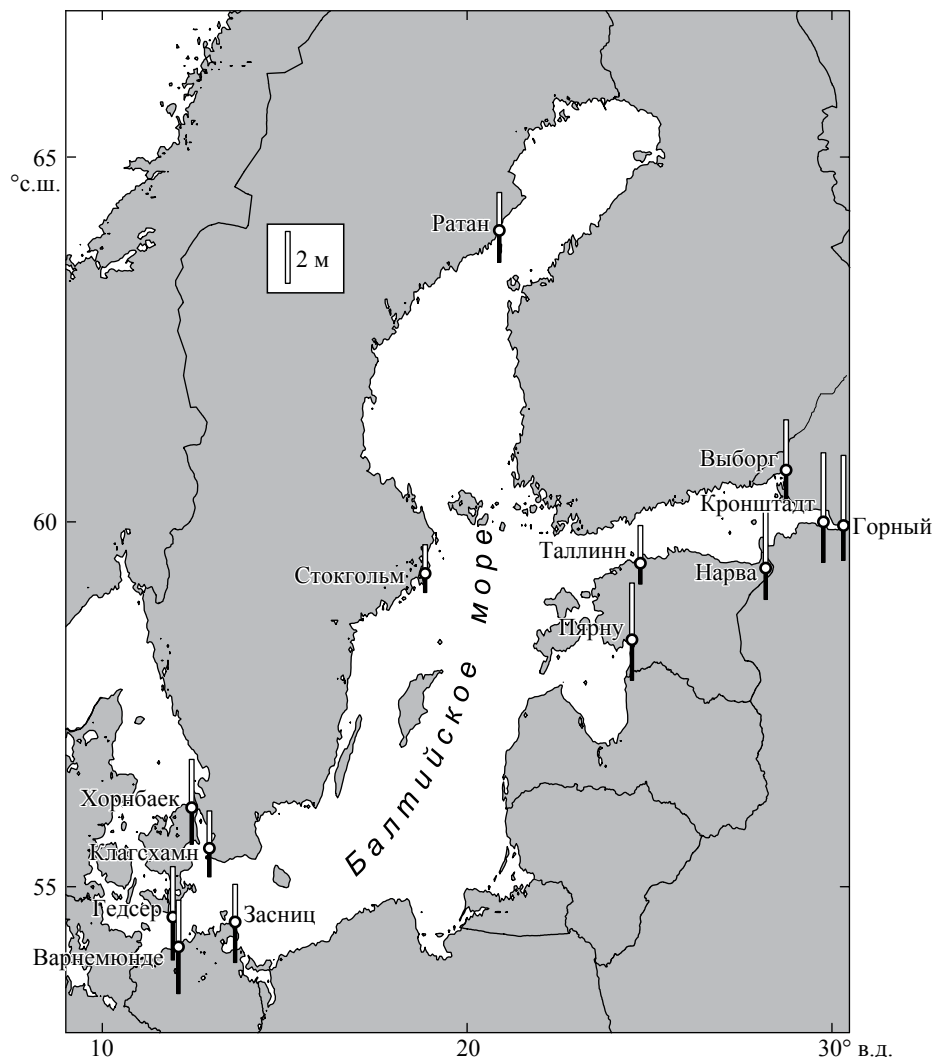
Очевидно, что для адекватной оценки периодов повторяемости экстремальных сгонно-нагонных явлений в Балтийском море необходимо использовать длительные ряды наблюдений. На побережье Балтики существуют несколько десятков пунктов, где длительность измерений превышает 100 лет. Соответственно такие ряды наблюдений

позволяют рассчитывать статистически обеспеченные оценки периодов повторяемости до нескольких десятков лет. Для больших значений периодов необходимо использовать экстраполяцию на основе вероятностной модели, соответствующей статистическим свойствам последовательности наблюдений. В данной работе на примере нескольких балтийских уровенных постов мы попытаемся оценить повторяемость экстремальных повышений/понижений уровня моря, построить вероятностные модели для сгонно-нагонных событий и установить физический смысл характера распределения экстремальных значений уровня. Особое внимание в настоящем исследовании уделено статистике экстремальных колебаний уровня в вершине Финского залива, где наблюдаются самые сильные наводнения в Балтийском море.

## 2. ДАННЫЕ И СТАТИСТИКА

В работе были использованы данные длительных ежечасных наблюдений за колебаниями уровня на 13-ти мареографических станциях, расположенных вдоль побережья Балтийского моря, а также длительный ряд месячных максимумов и минимумов уровня на станции Выборг с 1889 по 2014 гг., которые были собраны на порталах Европейской Сети Морских Наблюдений и Данных EMODnet (<http://emodnet.eu/>), Центра уровня моря Гавайского университета (UHSLC, <http://uhslc.soest.hawaii.edu/>) и Единой государственной системы информации об обстановке в Мировом океане (ЕСИМО, <http://portal.esimo.ru/>) (рис. 1, таблица). Для анализа были выбраны станции с качественными рядами наблюдений в различных частях Балтийского бассейна. Так, станции Хорнбаек, Гедсер, Клагсхамн, Варнемюнде, Засниц располагаются в юго-западной части моря, в районе Датских проливов. В основных заливах использовались станции Ратан (Ботнический залив), Пярну (Рижский залив), Таллинн, Выборг, Нарва, Кронштадт и Горный институт (Финский залив) (рис. 1). Для глубоководной части Балтийского моря были взяты ежечасные данные наблюдений за уровнем моря в Стокгольме. Длительность наблюдений по перечисленным выше станциям сильно варьировалась (таблица): от 15 лет (Кронштадт) до 125 лет (Стокгольм). Для изучения статистики наводнений в Санкт-Петербурге использовались архивные и современные данные о наводнениях с 1703 г. по н.в. из официального каталога Северо-Западного УГМС (<http://www.meteo.nw.ru/>).

Одним из важных условий для выполнения статистического анализа экстремальных значений является стационарность используемых многолетних рядов наблюдений. Как известно, регион Балтийского моря с учетом глобального повышения



**Рис. 1.** Карта Балтийского моря. Кружками отмечены положения 13-ти уровенных постов, многолетние данные которых были использованы в работе. Белыми столбиками показаны значения экстремальных повышений (нагонов) уровня моря, соответствующие 100-летней повторяемости для каждого пункта. Значения экстремальных понижений (сгонов) 100-летней повторяемости показаны черными столбиками.

уровня Мирового океана подвержен заметным тектоническим поднятиям и опусканиям суши [25], которые создают ярко выраженные односторонние тенденции (тренды) в длительных рядах наблюдений за колебаниями уровня моря [17]. Наиболее значительные поднятия суши наблюдаются на Скандинавском полуострове к северу от Ботнического залива [17], вследствие чего в межгодовых колебаниях уровня на ст. Ратан (рис. 1) выделяется отрицательный тренд (снижение уровня моря) со скоростью до 1 см/год, т.е. до 100 см за 100 лет. Вследствие этого, в качестве данных для статистического анализа использовались отклонения значений уровня от линейного среднегоголетнего тренда. Центрированные ряды значений, получаемые после вычитания тренда, позволяют

избавиться от необходимости приведения данных по уровню к единой системе высот.

Отклонение уровня Балтийского моря от среднего значения в большой степени является случайной величиной. Тем не менее в различных частотных диапазонах изменчивости уровня моря можно выделить регулярные составляющие. Так, в мезомасштабном диапазоне изменчивости уровня Балтийского моря фоновыми регулярными колебаниями уровня моря являются астрономические приливы. В Балтийском море размах приливных колебаний достигает наибольших величин в вершине Финского залива и в юго-западной части моря, вблизи Датских проливов – до 23 см [20]. Для долгопериодных изменений уровня моря характерна регулярная сезонная изменчивость, выраженная

Данные наблюдений уровня Балтики на 13-ти мареографических станциях и статистические свойства изменчивости уровня: стандартное отклонение ( $\sigma$ ), коэффициент асимметрии ( $\gamma$ ), экстремальные повышения ( $h_{\max}^{100}$ ) и понижения ( $h_{\min}^{100}$ ) уровня моря 100-летней повторяемости

Станция	Период наблюдений, гг.	$\sigma$ , см	$\gamma$	$h_{\min}^{100}$ , см	$h_{\max}^{100}$ , см
Стокгольм	1889–2013	19.1	0.177	–69 (–71)*	116
Ратан	1891–2013	23.9	0.268	–122	142
Гедсер	1891–2005	23.2	–0.075	–163	184
Выборг (мес)	1889–2014	–	–	–118 (–120)	175 (185)
Выборг	1992–2007	28.6	0.552	–	–
Хорнбаек	1891–2005	23	0.411	–134	178
Клагсхамн	1929–2013	18.3	0.148	–102	134
Засниц	1954–2006	19.9	0.246	–39	133
Варнемюнде	1956–2006	21.6	0.244	–169	157
Нарва	1977–2009	27.8	0.609	–107	185
Пярну	1978–2009	29.3	0.661	–115	271
Горный институт	1977–2007	31.2	0.724	–123	242
Таллинн	1978–1995	25.2	0.4	–74	124
Кронштадт	1992–2006	29.3	0.565	–124	215

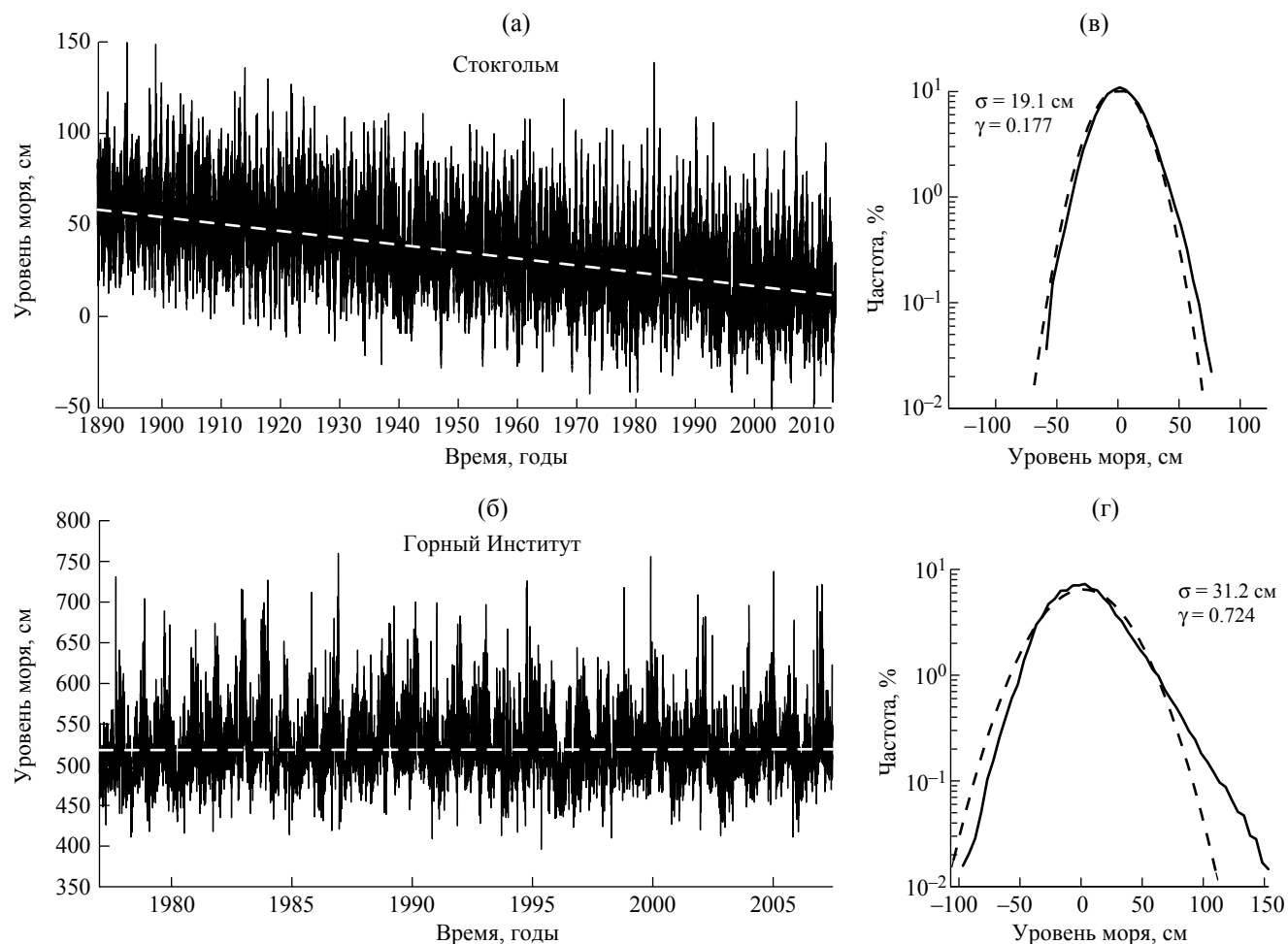
\* В скобках указаны оценки предельных максимальных и минимальных значений уровня.

годовой и полугодовой составляющими. Амплитуда сезонных колебаний уровня на акватории Балтийского моря сильно варьируется [3, 11]. Наибольшие среднемноголетние амплитуды сезонных колебаний уровня моря наблюдаются в вершинах Ботнического и Финского заливов – до 12–13 см [11]. Их амплитуда меняется во времени, достигая в отдельные годы 30–32 см [11].

Обычно размах колебаний уровня характеризуется величиной стандартного отклонения  $\sigma = \sqrt{\langle h^2 \rangle}$ , где  $\langle \rangle$  – знак осреднения. В таблице видно, что максимальное значение  $\sigma$  достигается в вершине Финского залива (Горный институт, Кронштадт, Выборг). В Рижском заливе (Пярну) также наблюдается значительный размах колебаний. Минимальная величина стандартного отклонения обнаруживается в Стокгольме в центральной части Балтики, а также вблизи Датских проливов (Засниц, Клагсхамн). Заметим, что распределение собственных колебаний (основной моды с периодом около 26–29 ч) таково, что в вершине Финского залива размах колебаний максимален, а узловая линия проходит приблизительно в районе Стокгольма [6]. Соответственно возрастание амплитуды колебаний уровня в сторону вершины Финского залива вполне объяснимо, как и минимальные его значения в районе Стокгольма. Однако малые отклонения уровня в юго-западной части Балтики не вполне понятны. Возможно, это обусловлено особенностями атмосферных процессов Балтийского региона. Преимущественно западные ветра и типичное продвижение штормов в восточном

направлении формируют такую “несимметричную” изменчивость уровня моря.

Несимметричность в колебаниях уровня отражается, прежде всего, в несимметричности вероятности повышений (нагонов) и понижений (сгонов) уровня. Для ежечасных рядов наблюдений уровня были выполнены расчеты коэффициента асимметрии плотности распределения вероятности уровня моря  $\gamma = \langle h^3 \rangle / \sigma^3$  (см. таблицу). Коэффициент асимметрии положителен, если правый хвост распределения “тяжелее” левого, и отрицателен в противном случае. Иначе говоря, положительное значение коэффициента, которое мы обнаруживаем для большинства станций (таблица) означает, что подъемы уровня более вероятны, чем понижения такой же величины. Максимальная положительная асимметрия наблюдается в вершине Финского залива – она достигает 0.724. На станции Гедзер коэффициент  $\gamma$  близок к нулю и имеет отрицательное значение –0.075. Стоит отметить, что значения коэффициентов асимметрии, рассчитанных в настоящей работе для различных пунктов Балтийского моря, совпадают с оценками  $\gamma$ , полученными более 50 лет назад [8]. На рис. 2 приведены гистограммы ежечасных значений уровня моря в Горном институте (а) за период 1977–2007 гг. и в Стокгольме (б) за период 1889–2013 гг. Штриховой линией показаны аппроксимации гистограмм с помощью нормального распределения. Если для Стокгольма распределение близко к нормальному (симметричному), то для Горного института положительные отклонения более вероятны, чем отрицательные.



**Рис. 2.** Ежечасные записи уровня моря в Стокгольме (а) и на станции Горный институт (б). Белой штриховой линией показан линейный тренд. На рис. 2в, 2г показаны гистограммы ежечасных значений уровня моря (частота в расчете на интервал 5 см) в Стокгольме (в) за период 1889–2013 гг. и Горном институте (г) за период 1977–2007 гг. Штриховой линией показаны аппроксимации гистограмм с помощью нормального распределения.

Отмеченная несимметричность сгонов и нагонов может объясняться, с одной стороны, не-изотропностью розы ветров над Балтикой. Западные ветра заметно доминируют, и именно они вызывают наиболее мощные штормовые нагоны на востоке Балтики, в Финском и Рижском заливах. Тем не менее, из таблицы видно, что такая асимметрия характерна и для западного побережья Балтийского моря (за исключением пункта Гедсер). Можно предложить простое объяснение этого отличия в формировании сгонов и нагонов. Экстремальные отклонения уровня образуются, как правило, в штормовых условиях, то есть во время прохождения глубоких циклонов, сопровождающихся понижением атмосферного давления. Естественно, в силу закона обратного барометра наблюдается **повышение** уровня моря. Поэтому независимо от направления ветра нагоны усиливаются из-за падения атмосферного давления в циклоне, а сгонные (отрицательные) изменения уровня частично

“компенсируются” положительным барометрическим откликом уровня моря.

### 3. АНАЛИЗ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ УРОВНЯ МОРЯ

Распределения экстремальных значений определяются как предельные распределения наибольшего (наименьшего) из значений независимых, одинаково распределенных, непрерывных случайных величин при бесконечном увеличении их числа, или, что то же самое, наибольшего (наименьшего) выборочного значения при бесконечном увеличении объема выборки из непрерывного распределения. К семейству распределений экстремальных значений обычно относят следующие три типа [5]:

$$F(x) = \exp(-e^{-(x-\xi)/\theta}) \quad (1)$$

– распределение Гумбеля,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < \xi \\ \exp\left(-\left(\frac{x-\xi}{\theta}\right)^{-k}\right), & x \geq \xi \end{cases} \quad (2)$$

– распределение Фреше,

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(\frac{\xi-x}{\theta}\right)^k\right), & x < \xi \\ 1, & x \geq \xi \end{cases} \quad (3)$$

– распределение Вейбулла.

Распределение Гумбеля (1) **неограниченно** – экстремальные значения теоретически могут достигать любых значений. В свою очередь два последних распределения являются **ограниченными** – распределение Фреше (2) ограничено снизу, а распределение Вейбулла (3) ограничено сверху. Заметим, что распределения (2) и (3) получаются одно из другого при изменении знака случайной величины.

Ограничение в вероятностном распределении обусловлено, как правило, физическими причинами. Так, в процессе разрушения твердого тела (например, при взрыве) размер осколка считается случайной величиной, однако это значение в распределении вероятности ограничено сверху размером разрушаемого образца. Предельные значения сгонов и нагонов уровня обусловлены ограничениями в длительности и силе штормового ветра над акваторией. Согласно [19], ветры предельной силы до 30 м/с наблюдаются над акваторией Балтики в ноябре–декабре.

Существование абсолютного максимума или минимума случайной физической величины вполне естественно с точки зрения здравого смысла. Поэтому при использовании неограниченного распределения (1) для аппроксимации эмпирических данных исследователь фактически признает недостаточность знаний о стохастическом процессе. Однако в случае относительно короткой (непродолжительной) выборки данных наблюдений эти пределы могут и не “проявиться” в эмпирической функции распределения. Да и с точки зрения простоты подгонки к данным наблюдений распределение Гумбеля 1-го рода является более “удобным”, поскольку оно содержит только 2 параметра, в то время как распределения (2) и (3) относятся к классу трехпараметрических. Очевидно, что аппроксимация эмпирической функции распределения зависимостью с тремя неизвестными параметрами часто оказывается весьма проблематичной из-за неустойчивости процедуры подгонки их значений. В свою очередь распределение (1) легко

сводится к линейной зависимости, параметры которой довольно просто оцениваются для эмпирических значений по наклону аппроксимирующей прямой линии и по точке ее пересечения с осью ординат.

Подгонка параметров теоретических моделей (1–3) для описания распределений повторяемости наблюдаемых экстремальных значений является, пожалуй, одной из наиболее сложных частей анализа [28]. К сожалению, в этой процедуре невозможно исключить субъективный подход. Дело в том, что аппроксимация распределения выполняется лишь для “хвостовой” части распределения, соответствующей наиболее редким экстремальным событиям. Выбор граничного значения периода повторяемости, начиная с которого можно использовать модель распределения экстремальных значений (1–3), является довольно произвольным и в значительной степени зависит от поставленной задачи и научной интуиции исследователя. В работе [29] для подгонки параметров моделей использовался метод максимального правдоподобия, а в [15] параметры распределения рассчитывались с помощью программы “Hydrognomon” (<http://hydrognomon.org/>). В данном исследовании мы предлагаем наглядный графический подход, при котором подгонка (например, с помощью метода наименьших квадратов) выполняется для **линейной** зависимости, отражающей асимптотическое приближение моделей (1–3) с периодами  $T \rightarrow \infty$ . Чтобы асимптотическая зависимость на графике представлялась в виде прямой для каждой модели (1–3), точки наносятся в специально преобразованных координатах  $X(T)$  и  $Y(h)$ .

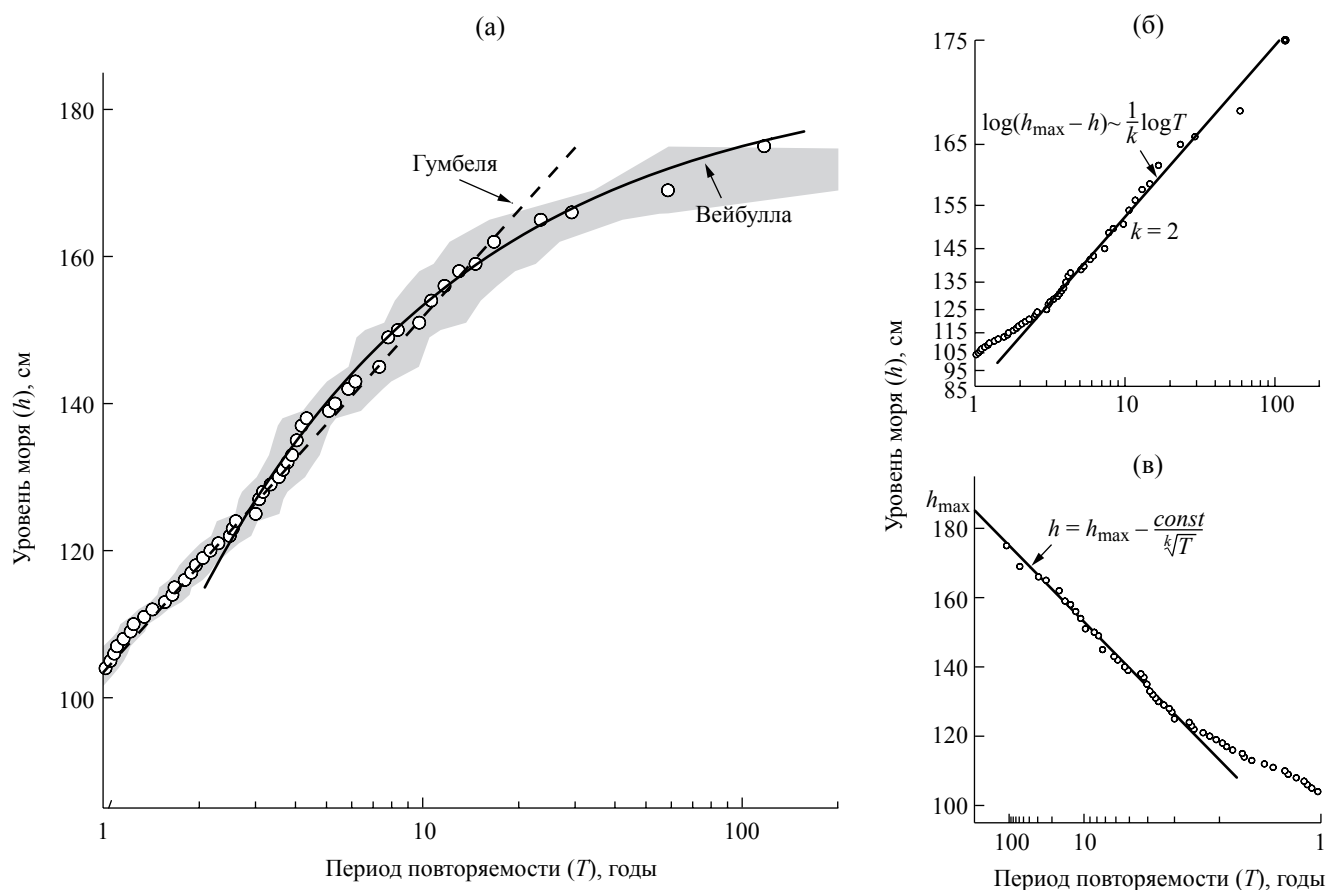
Рассмотрим методику оценки периодов повторяемости экстремальных значений уровня и способы аппроксимации графика повторяемости модельными зависимостями на примере данных о месячных максимумах отклонений уровня в Выборге с 1889 по 2014 гг.

Чтобы рассчитать повторяемость экстремального события (в данном случае это достижение или превышение уровнем моря определенной величины  $h$ ) сначала необходимо отсортировать все зарегистрированные события по возрастанию, нумеруя их по индексу  $j$  – от наименьшего  $h_1 = -30$  см до наибольшего  $h_N = 175$  см, где  $N = 1402$  – число событий. То есть длительность наблюдений составляет  $T_0 = 116.8$  лет ( $\Delta t = 1$  месяц).

Для заданного значения  $j$  количество событий с  $h \geq h_j$  равно  $N - j + 1$ , и, соответственно, повторяемость можно оценить как

$$T_j = \frac{N + 1}{N - j + 1} \Delta t. \quad (4)$$

Заметим, здесь, согласно рекомендации [4], в числителе стоит  $N + 1$ , а не  $N$ . Например, для  $h = 145$  см



**Рис. 3.** Функция распределения для месячных максимумов уровня в Выборге (1889–2014 гг.). Штриховая линия соответствует аппроксимации соответствующей распределению Гумбеля (1), а сплошная – распределению Вейбулла (3). Серым тоном отмечены интервалы разброса оценок периода повторяемости, рассчитанные по формуле (6). На рис. 3б, 3в показана процедура “подгонки” распределения наблюдаемых периодов повторяемости с помощью двух асимптотик распределения Вейбулла при  $T \rightarrow \infty$ .

индекс  $j = 1387$ , а количество повторений и превышений этого значения уровня составляет  $N - j + 1 = 16$ , и, соответственно, период повторяемости оказывается равным 87.7 месяца (7.3 года).

В свою очередь распределение вероятности  $F(x)$  уровня  $h_j$  можно записать как

$$F(h_j) = 1 - \frac{\Delta t}{T_j}. \quad (5)$$

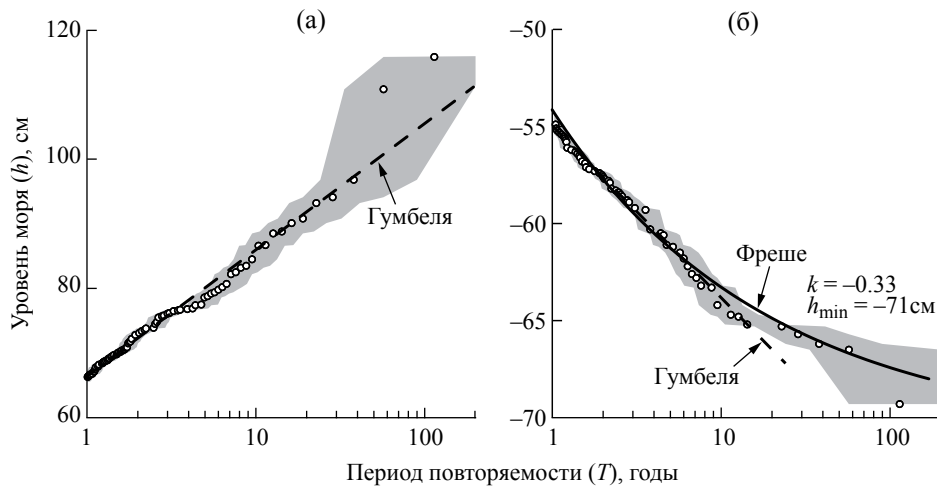
Вероятность того, что уровень моря достигнет  $h = 145$  см в течение одного месяца наблюдений, составляет –  $p_j = \Delta t / T_j = 1.14\%$ .

Стандартная ошибка оценки вероятности  $p_j$  оценивается как

$$\sigma^2(p_j) = \frac{j(N - j + 1)}{(N + 2)(N + 1)^2}. \quad (6)$$

Так, при расчете периода повторяемости для 145 см соответствующий разброс значений периода повторяемости лежит в интервале от 5.9 до 9.7 лет.

На рис. 3а приведен график повторяемости для месячных максимумов уровня моря в Выборге. Представленные оценки были выполнены по данным длительных наблюдений с 1889 по 2014 гг. Видно, что на графике, который выполнен в логарифмическом масштабе по оси периодов повторяемости  $X(T) = \log T$ , точки экстремумов, соответствующие значениям периодов менее 20 лет, хорошо ложатся на прямую линию. Масштабирующий параметр  $\theta$  экстремального значения  $x$  в (1) составляет  $\approx 50$  см, а  $\xi \approx 104$  см, при этом “редкость” событий характеризуется величиной  $\xi / \theta \approx 2$ . Это означает, что приращение безразмерного значения экстремума  $x / \theta$  на 2 (значение уровня на 100 см) увеличивает период его повторяемости на порядок. Однако для более редких событий оценки периодов повторяемости значимо отклоняются от асимптотики распределения Гумбеля. Оказывается, что для больших значений периода повторяемости более подходящей асимптотикой является распределение Вейбулла (3). Чтобы оценить параметры этой аппроксимации, недостаточно использования



**Рис. 4.** Функция распределения повторяемости для суточных максимумов (а) и минимумов (б) уровня в Стокгольме (1889–2013 г.). Штриховая линия – аппроксимация, соответствующая распределению Гумбеля, а сплошная линия – распределению Фреше (для экстремальных понижений уровня).

техники подгонки распределения точек на графике линейной зависимостью, как это делается для асимптотики распределения Гумбеля (1), когда по одной оси откладывается  $\log T$ , а по другой – значение экстремального события  $h$ . В случае распределения (3) необходимо использование двух асимптотических приближений (при  $T \rightarrow \infty$ ):

1) На графике (рис. 3б) точки наносятся в осях  $X(T) = \log T$  и  $Y(h) = \log(h_{\max} - h)$ , при этом асимптотика распределения Вейбулла при  $T \rightarrow \infty$  – прямая линия:

$$\log(h_{\max} - h) \sim \frac{1}{k} \log T,$$

и, подбирая наклон прямой, аппроксимирующей распределение, легко оценить степенной параметр  $k \approx 2$  в зависимости (3);

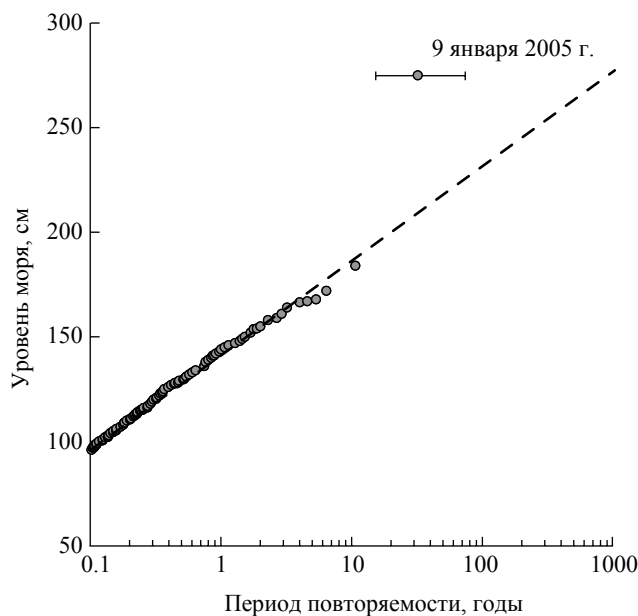
2) На график (рис. 3в) точки нанесены в осях  $X(T) = 1 / \sqrt[k]{T}$  и  $Y(h) = h$ . Подбирая аппроксимирующую прямую, удается уточнить предельное значение  $h_{\max}$  (величина  $\xi$  в (3)). В этом случае при  $T \rightarrow \infty$  асимптотика распределения Вейбулла “упирается” в значение  $h_{\max} \approx 185$  см на оси ординат.

Анализ распределения периодов повторяемости экстремальных значений уровня в Стокгольме представлен на рис. 4. Для столь длительного (125 лет) ряда наблюдений в распределении экстремальных нагонов не удастся выявить предельное значение (рис. 4а). В то же время характер распределения экстремальных понижений уровня в Стокгольме (рис. 4б) показывает тенденцию стремления последовательности наименьших значений к асимптотическому пределу  $h_{\min} \approx -71$  см (распределение Фреше (2)).

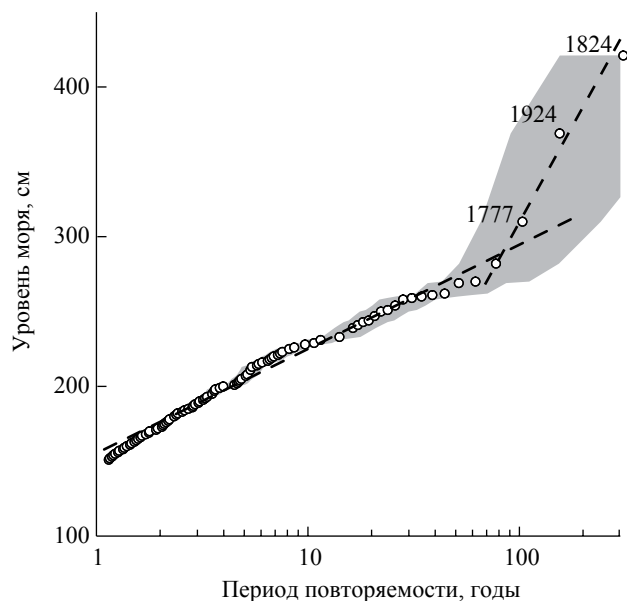
Для всех 13-ти рядов наблюдений за уровнем были выполнены расчеты эмпирических распределений экстремальных отклонений уровня (сгонов и нагонов) и подобраны их аппроксимации. Для большинства станций (кроме Стокгольма и Выборга) аппроксимация с помощью распределения Гумбеля оказалась вполне удовлетворительной. В соответствии с полученными аппроксимациями были оценены экстремальные возвышения и понижения уровня 100-летней повторяемости в Балтийском море и нанесены на карту (рис. 1) в виде столбиков. Эти же значения отражены в таблице. Для Стокгольма и Выборга в скобках указаны предельные значения уровня, рассчитанные по моделям распределения Вейбулла (Выборг) и Фреше (Стокгольм и Выборг). В целом полученный характер распределения экстремальных штормовых сгонов и нагонов совпадает с оценками [29].

Если речь идет о единичных событиях максимальной силы, то бывает трудно определить, соответствует ли данное наводнение предполагаемому теоретическому распределению или нет. 9 января 2005 г. в Пярну (Рижский залив) наблюдался штормовой нагон, достигший высоты 775 см в системе высот нуля КФ +500 см, что составляет 271 см, отсчитываемых от среднего значения уровня моря. При этом следующий, меньший по величине экстремум оказывается равным соответственно 684 (от нуля КФ +500 см) или 178 см от среднего значения. Этот “скачок” почти на 1 метр кажется неким “выпадением” из статистики наводнений в Пярну. И действительно, это событие связано с уникальными штормовыми условиями, возникшими в Балтике из-за прохождения циклона “Эрвин”. Ветер достигал ураганной силы 34 м/с, а порывы – 46 м/с [26]. Шторм был одним из сильнейших





**Рис. 5.** Функция распределения повторяемости для суточных максимумов уровня в Пярну с 1978 по 2009 гг. Для оценки периода повторяемости экстремального события 9 января 2005 г. указан интервал, соответствующий стандартному отклонению. Штриховая линия соответствует аппроксимации распределением Гумбеля



**Рис. 6.** Функция распределения повторяемости наводнений в Санкт-Петербурге по историческим данным с 1703 г. по н.в. По оси ординат отложены значения уровня, отсчитываемые от нуля КФ. Отмечены три катастрофических события 1777, 1824 и 1924 гг. Штриховые линии — аппроксимации в соответствии с распределением Гумбеля — для двух интервалов периодов повторяемости 1–80 лет и 80–300 лет.

в Балтике за 50 лет: погибли 17 человек, был нанесен ущерб прибрежным лесным массивам, энергообеспечению и окружающей среде. Экстраполируя эмпирическую функцию распределения максимумов наводнений в Пярну с 1978 по 2009 гг. распределением Гумбеля (см. рис. 5), можно оценить вероятность наводнения с высотой, равной или превышающей нагон 9 января 2005 г., как  $10^{-3}$  год $^{-1}$ . Фактически это означает, что за 30 лет наблюдений удалось зарегистрировать событие, среднее “время ожидания” которого составляет 1000 лет. На первый взгляд, это кажется невозможным. Однако оценка вероятности того, что такое событие произойдет в пределах периода наблюдений 30 лет, составляет около 3%, что нельзя признать “исчезающе малой величиной”.

Можно привести другой пример — анализ распределения высот невских наводнений в зависимости от их повторяемости, вычисленной на основе исторических записей, которые ведутся с 1703 г. В настоящее время наводнениями признаются подъемы уровня воды более чем 160 см над нулем КФ или выше 150 см над ординаром у Горного института. Существует следующая классификация наводнений [13]: наводнения с подъемом воды до 210 см считаются опасными, от 211 до 299 см — особо опасными, свыше 300 см — катастрофическими. Согласно официальной статистике наблюдений за уровнем моря, в Санкт-Петербурге с 1703 г. по н.в. зарегистрировано 309 наводнений. При этом 58 из них относятся к особо опасным. Катастрофические наводнения отмечались 3 раза: 21 сентября 1777 г., 19 ноября 1824 г. и 23 сентября 1924 г. Таким образом, в среднем наводнения происходят раз в год, при этом особо опасные имеют повторяемость около 5–6 лет, а катастрофические наводнения случаются примерно раз в 100 лет. На рис. 6 приведена эмпирическая зависимость высоты наводнения от его периода повторяемости. Видно, что в диапазоне периодов от 1 до 80 лет эта зависимость неплохо аппроксимируется распределением Гумбеля (1) — прямая на графике. Однако для  $T > 100$  лет график “ломается” — три события, относящихся к катастрофическим, заметно отклоняются от прямой, аппроксимирующей распределение меньших периодов. В данном случае вероятность такого “тройного” отклонения **исчезающе мала**. Фактически мы видим на примере распределения периодов повторяемости для Петербурга нарушение гипотезы подобия ( $h \sim \log T$ ), подразумеваемой распределением Гумбеля (1), которая достаточно хорошо работает в диапазоне периодов от 1 до 80 лет, но неверна для всего диапазона наблюдений (от 1 года до 300 лет). Катастрофические наводнения, превышающие уровень 300 см, формируются иначе, чем просто опасные (менее 300 см). Одно из возможных объяснений этой

исключительной особенности катастрофических наводнений заключается в том, что наиболее мощные события могут быть связаны также с влиянием дельты Невы — известно, что в некоторых случаях нагонная волна распространяется на несколько десятков км вверх по течению. Естественно, когда внезапно прекращается действие западного ветра, может возникнуть эффект “паводка”, существенно повышающий уровень наводнения в Петербурге. Этот дополнительный физический эффект, не соответствующий механизму образования (в рамках гипотезы подобия) обычного штормового нагона, должен отражаться в изменении характера распределения повторяемости наиболее сильных наводнений.

#### 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ УРОВНЯ МОРЯ

В статье [7] была представлена версия известной модели ROMS (Regional Ocean Modeling System) [23], адаптированная для воспроизведения анемобарических колебаний уровня в Балтийском море. Вынуждающая сила задавалась в виде касательного напряжения ветра  $\tau = (\tau_x, \tau_y) = \rho_a C_D |\vec{U}_W| (U_W, V_W)$ , где  $\vec{U}_W$  — скорость ветра в м/с;  $\rho_a = 1.25 \text{ кг/м}^3$  — плотность воздуха;  $C_D = 1.3 \cdot 10^{-3}$  — коэффициент ветрового сопротивления.

Сила, связанная с переменным атмосферным давлением, учитывалась в уравнениях движения через градиенты полей давления  $\vec{F} = \frac{1}{\rho g} \nabla P_a$ , где  $P_a$  — атмосферное давление,  $\rho$  — плотность морской воды,  $g$  — ускорение свободного падения.

В модели использовались данные о топографии дна Балтийского моря GEBCO с разрешением одна минута. Проливы Эресунн, Малый и Большой Бельт были искусственно перекрыты, что позволило исключить влияние изменений уровня в Северном море (внешние колебания). Расчеты выполнялись на сетке с равномерным шагом по широте и долготе и разрешением  $\Delta x = 2'$  и  $\Delta y = 2'$ .

В работе [18] показано, что внешние колебания уровня в проливе Каттегат проникают в Балтику сильно ослабленными: для периода 10 суток их амплитуда уменьшается в 10 раз. Это означает, что модель для замкнутого Балтийского бассейна, в которой не учитывается водообмен через Датские проливы, вполне адекватно воспроизводит внутренние колебания с периодами, меньшими 10–20 суток. Фактически речь идет о воспроизведении фоновой изменчивости уровня моря, включающей собственные колебания бассейна, а также случаев штормовых нагонов.

Важнейшей частью модели является задание вынуждающих сил. Для расчета метеорологического воздействия на поверхность моря (касательного ветрового напряжения и давления) в работе использовались данные реанализа NCEP/CFRSR [22], в котором атмосферное давление задается с шагом  $0.5^\circ$  и ветер с шагом  $0.3125^\circ$ .

Основной особенностью разработанной диагностической модели является ее ориентированность на адекватное воспроизведение **статистических свойств** изменчивости уровня поверхности Балтики. Это касается средней энергии колебаний (дисперсии), ее распределения по акватории, спектральной структуры временных записей уровня и пр.

Моделирование 7-летней серии ежечасных наблюдений в Нарве за 1994–2000 гг. показало, что среднеквадратическое отклонение колебаний уровня  $\sigma$ , рассчитанное по модельному ряду, составляет 13 см, что практически совпадает с оценкой  $\sigma = 12$  см для данных наблюдений. Коэффициенты асимметрии  $\gamma$  также близки – 0.596 и 0.554 соответственно. Для адекватного сравнения, ряд ежечасных наблюдений уровня подвергался высокочастотной фильтрации – ширина фильтра с окном Хэмминга составляла 10 суток. Таким образом, удалось избавиться от “внешних” колебаний, вызванных изменениями уровня в Северном море.

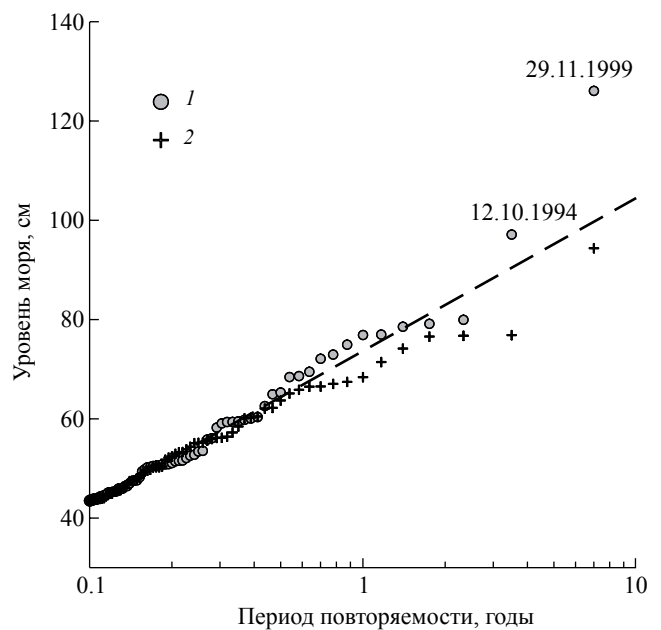


Рис. 7. Функция распределения повторяемости для суточных максимумов уровня в Нарве (1994–2000 гг.) по данным наблюдений (1) и по данным численного моделирования (2). Штриховая линия — аппроксимация, соответствующая распределению Гумбеля.

Распределения повторяемости суточных экстремальных превышений уровня в Нарве по данным наблюдений (1994–2000 гг.) и по модельным расчетам за тот же период представлены на рис. 7. Можно отметить, что зависимость суточных максимумов уровня от периода их повторяемости хорошо совпадает для модельного ряда и для наблюдаемых значений в диапазоне до 70 см. Для больших значений экстремальных повышений уровня модель дает заметно заниженные величины. А для двух наиболее интенсивных штормовых нагонов 29 ноября 1999 г. и 12 октября 1994 г. это занижение составляет примерно 25%.

Этот недостаток модели является следствием ее “универсальности”. Модельные параметры подбирались таким образом, чтобы аппроксимировать изменчивость уровня одновременно во всем бассейне Балтийского моря [7]. Однако, как показывает опыт моделирования наводнений, для наиболее точного воспроизведения экстремального события необходима настройка модели для конкретной акватории, например, Финского залива.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Оценка повторяемости экстремальных значений уровня является необходимым этапом исследовательских работ при планировании строительства в прибрежной зоне. В зависимости от типа строения (промышленный объект, транспортные терминалы и др.) требования к такого рода оценкам могут сильно отличаться. Стандартный подход заключается в том, что на этапе проектных работ, когда определен срок эксплуатации строительного объекта, к примеру, 50 лет, оценивается экстремальное повышение уровня с вероятностью его непревышения 95% или 99% в течение этого периода. Наиболее жесткие требования предъявляются для объектов атомной промышленности. При строительстве АЭС подлежат учету природные воздействия с частотой возникновения более  $10^{-4}$  год<sup>-1</sup> [9]. Не менее важен и учет экстремальных **понижений** уровня, которые могут создавать проблемы для судоходства (обмеление фарватеров), а также вызывать осушку водозаборов.

Чтобы оценить частоту экстремального события редкой повторяемости с периодом, значительно превышающим длительность наблюдений, уже недостаточно основываться только на эмпирических оценках. Ведь речь идет об экстраполяции зависимости магнитуды экстремального события от периода его повторяемости. Например, если длительность наблюдений за уровнем составляет 100 лет, то события с частотой  $10^{-3}$  год<sup>-1</sup> и меньше находятся за пределами возможностей “разумной” эмпирической экстраполяции. Поэтому экстраполяция

оценки повторяемости обычно основывается на вероятностной модели статистики экстремальных значений. Исходя из гипотезы **физического подобия** процессов формирования экстремальных событий с разными масштабами периода повторяемости, выбирается модель распределения экстремальных значений (например, Гумбеля или др.) и рассчитываются ее параметры путем их подгонки к эмпирической зависимости. Так, при выборе модели Гумбеля условие физического подобия подразумевает, что экстремумы связаны с их повторяемостью как  $h \sim \log T$  в широком диапазоне периодов. Как показано в данном исследовании, эмпирические распределения повторяемости экстремальных значений уровня для большинства 13-ти балтийских станций удовлетворительно аппроксимируются зависимостью, задаваемой формулой двойного экспоненциального закона распределения Гумбеля (1). И только для двух наиболее длительных рядов наблюдений (125 лет) в Стокгольме и Выборге становится заметным значимое отклонение от распределения (1) для больших значений периода повторяемости. И тогда для аппроксимации эмпирических распределений приходится использовать аналитические функции распределения вероятности Фреше (2) и Вейбулла (3).

В книге Германа и Левикова [2] при обсуждении проблемы экстраполяции эмпирических функций в область малых вероятностей превышения отмечается: “Следует иметь в виду, что даже наилучшим образом аппроксимированная эмпирическая функция распределения максимумов не гарантирует достоверность экстраполированных значений”. Когда исследователь экстраполирует эмпирическое распределение, он делает это на “свой страх и риск”, полагая, что события малой вероятности физически подобны тем, что были зарегистрированы. Такой пример “неожиданного” отклонения эмпирического распределения экстремумов от теоретического выявлен для невских наводнений. На рис. 6 видно, что аппроксимация (1) хорошо работает на временных масштабах  $T$ , отличающихся более чем на два порядка. И только три катастрофических события 1777, 1824 и 1924 гг. выпадают из статистики, определяемой предположением о физическом подобии  $h \sim \log T$ . Очевидно, что наиболее мощные наводнения в Петербурге формируются под влиянием другого физического механизма, который не проявляется в “умеренных” событиях.

В более общем случае следует отметить, что экстремальные отклонения уровня моря могут формироваться и в результате совпадения по времени двух или даже нескольких событий **разной природы**. Например, момент наступления полной воды сизигийного прилива может совпасть с максимальным подъемом уровня в результате штормового нагона. Соответственно, для “совпадающих”

экстремальных событий необходимо рассчитывать их **совместную** вероятность [27]. Для такого распределения уже нельзя использовать гипотезу подобия для всего диапазона временных масштабов. В статье [24] приведены графики распределения периодов повторяемости экстремальных значений уровня Охотского моря с учетом вероятности совпадения трех событий – высокого прилива, штормового нагона и цунами. Характер распределения самых больших отклонений уровня определяются повторяемостью наиболее редких событий цунами, высота которых значительно превышает и возможный штормовой нагон, и прилив.

В заключение следует отметить важный результат анализа статистики изменчивости уровня Балтийского моря – несимметричность в распределении вероятности отклонений уровня моря от среднего. Для наиболее редких экстремальных событий вероятность повышения (нагона) уровня моря заметно выше, чем понижения (сгона). Такая асимметрия отклика уровня моря на воздействие штормов связана с эффектом понижения атмосферного давления во время прохождения циклона, которое всегда вызывает повышение уровня, независимо от направления ветра.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант № 14-50-00095) и РФФИ (гранты № 15-05-05986, № 16-35-60071).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герман В.Х. Исследование и расчет вероятностных характеристик экстремальных уровней моря // Тр. ГОИН. 1971. Вып. 107. 150 с.
2. Герман В.Х., Левиков С.П. Вероятностный анализ и моделирование колебаний уровня моря. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 231 с.
3. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Проект “Моря СССР”. Т. III. Балтийское море. Вып. I. Гидрометеорологические условия / Под ред. Терзиева Ф.С. и др. СПб.: Гидрометеиздат, 1992. 451 с.
4. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 450 с.
5. Джонсон Н.Л., Коц С., Балакришнан Н. Одномерные непрерывные распределения. Ч. 1. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 600 с.
6. Куликов Е.А., Файн И.В. Численное моделирование изменчивости уровня Балтийского моря // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. Вып. S2. С. 39–46.
7. Куликов Е.А., Файн И.В., Медведев И.П. Численное моделирование анемобарических колебаний уровня Балтийского моря // Метеорология и гидрология. 2015. № 2. С. 41–52.
8. Лазаренко Н.Н. Колебания уровня Балтийского моря // Тр. ГОИН. 1961. Вып. 65. С. 39–127.
9. Ланкин М.Ю., Хамаза А.А., Шарифутдинов Р.Б., Мирошниченко М.И. О некоторых аспектах обоснования безопасности атомных станций. Уроки аварии на АЭС “Фукусима-Дайичи” // Ядерная и радиационная безопасность. 2012. № 1 (63). С. 123–130.
10. Марютин Т.П. Методы обработки наблюдений над уровнем моря, различные его расчеты и экстраполяция найденных экстремумов // Тр. ГОИН. 1960. Вып. 55. С. 122–166.
11. Медведев И.П. Сезонные колебания уровня Балтийского моря // Метеорология и гидрология. 2014. № 12. С. 42–54.
12. Медведев И.П., Рабинович А.Б., Куликов Е.А. Приливные колебания в Балтийском море // Океанология. 2013. Т. 53. № 5. С. 596–611. DOI: 10.7868/S0030157413050134.
13. Померанец К.С. Три века петербургских наводнений. СПб.: Искусство-СПб, 2005. 214 с.
14. Averkiev A.S., Klevannyy K.A. A case study of the impact of cyclonic trajectories on sea-level extremes in the Gulf of Finland // Continental Shelf Research. 2010. V. 30. № 6. P. 707–714. DOI:10.1016/j.csr.2009.10.010
15. Eelsalu M., Soomere T., Pindsoo K., Lagema P. Ensemble approach for projections of return periods of extreme water levels in Estonian waters // Continental Shelf Res. 2014. V. 91. P. 201–210. DOI:10.1016/j.csr.2014.09.012.
16. Hanson H., Larson M. Implications of extreme waves and water levels in the southern Baltic Sea // J. of Hydraulic Res. 2008. V. 46. № S2. P. 292–302. DOI: 10.1080/00221686.2008.9521962.
17. Hünicke B., Zorita E., Soomere T. et al. Recent Change – Sea Level and Wind Waves // Second Assessment of Climate Change for the Baltic Sea Basin. Springer International Publishing, 2015. P. 155–185. DOI:10.1007/978-3-319-16006-1\_9.
18. Kulikov E.A., Medvedev I.P., Koltermann K.P. Baltic sea level low-frequency variability // Tellus A. 2015. V. 67. 25642. DOI:10.3402/tellusa.v67.25642.
19. Leppäranta M., Myrberg K. Physical Oceanography of the Baltic Sea. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2009. 422 p.
20. Medvedev I.P., Rabinovich A.B., Kulikov E.A. Tides in three enclosed basins: The Baltic, Black and Caspian seas // Front. Mar. Sci. 2016. V. 3. № 46. DOI: 10.3389/fmars.2016.00046
21. Pugh D.T., Vassie J.M. Extreme sea levels from tide and surge probability // Proc. 16th Coast. Eng. Conf. Hamburg. 1979. V. 1. P. 911–930. DOI: 10.9753/icce.v16.%25 p.

22. *Saha S., Moorthi S., Pan H.L. et al.* The NCEP climate forecast system reanalysis // Bulletin of the American Meteorological Society. 2010. V. 91. № 8. P. 1015–1057. DOI: 10.1175/2010BAMS3001.1.
23. *Shechetkin A.F., McWilliams J.C.* The regional ocean modeling system (ROMS): A split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model // Ocean Modeling. 2005. V. 9. № 4. P. 347–404. DOI: 10.1016/j.ocemod.2004.08.002.
24. *Shevchenko G., Ivelskaya T.* Estimation of Extreme Sea Levels for the Russian Coasts of the Kuril Islands and the Sea of Okhotsk // Pure Appl. Geophys. 2015. V. 172. № 12. P. 3537–3555. DOI:10.1007/s00024-015-1077-y.
25. *Steffen H., Wu P.* Glacial isostatic adjustment in Fennoscandia: a review of data and modeling // J. Geodyn. 2011. V. 52. P. 169–204. DOI:10.1016/j.jog.2011.03.002.
26. *Suursaar U., Kullas T., Otsmann M. et al.* Cyclone Gudrun in January 2005 and modelling its hydrodynamic consequences in the Estonian coastal waters // Boreal Environmental Res. 2006. V. 11. P. 143–159.
27. *Tawn J.A.* Estimating probabilities of extreme sea levels // Journal of the Royal statistical society. Series C (Applied statistics). 1992. V. 41. № 1. P. 77–93. DOI:10.2307/2347619.
28. *Wahl T., Mudersbach C., Jensen J.* Assessing the hydrodynamic boundary conditions for risk analyses in coastal areas: a multivariate statistical approach based on Copula functions // Natural Hazards and Earth System Science. 2012. V. 12. № 2. P. 495–510. DOI:10.5194/nhess-12-495-2012.
29. *Wolski T., Wiśniewski B., Giza A. et al.* Extreme sea levels at selected stations on the Baltic Sea coast // Oceanologia. 2014. V. 56. № 2. P. 259–290. DOI:10.5697/oc.56-2.259.

## Extreme Statistics of Storm Surges in the Baltic Sea

**E. A. Kulikov, I. P. Medvedev**

Statistical analysis of extreme values of the Baltic Sea level has been performed for a series of observations with a duration of 15 to 125 years at 13 tide gauges. It is shown that the return values distribution for extreme sea level rises or ebbs (caused by storm events) is well approximated by the Gumbel distribution. The maximum values of extreme rises/ebbs of 100-year recurrence were observed in the Gulf of Finland and the Gulf of Riga. The two longest data series – in Stockholm and Vyborg, 125 years – have shown a significant deviation from the Gumbel distribution for the rarest events. Statistical analysis of the hourly sea level data series reveals some asymmetry in the nature of the Baltic sea-level variability. Rises occurred more probable than ebbs. And as for the magnitude of the 100-year recurrence surge, it considerably exceeded the magnitude of the ebbs almost everywhere. This asymmetry effect can be attributed to the influence of low atmospheric pressure during storms. Statistical study of extreme values has also been applied to the sea level series for Narva, 1994–2000, as simulated by the ROMS numerical model. Comparisons of the “simulated” and “observed” extreme sea level distributions show that the model reproduces extreme floods of “moderate” magnitude reasonably well, however it underestimates sea level changes for the most powerful storm surges.