———— ФИЗИКА МОРЯ ———

УДК 551.465

# ВЛИЯНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЛН В БЕРЕГОВОЙ ЗОНЕ МОРЯ НА ВЫСОТУ ОБРУШАЮЩИХСЯ ВОЛН

© 2017 г. Я. В. Сапрыкина<sup>1</sup>, С. Ю. Кузнецов<sup>1</sup>, Б. В. Дивинский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Россия <sup>2</sup>Южное отделение Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Геленджик, Россия e-mail: saprykina@ocean.ru, kuznetsov@ocean.ru e-mail: divin@ocean.ru

Поступила в редакцию 02.10.2016 г. После доработки 22.10.2016 г.

По данным лабораторного, натурного и численного экспериментов исследованы закономерности изменения относительной предельной высоты обрушающихся волн (индекса обрушения) от особенностей их нелинейной трансформации и типа обрушения. Показано, что величина индекса обрушения зависит от относительной доли волновой энергии, находящейся в частотном диапазоне второй нелинейной гармоники. Если эта доля составляет более 35%, то индекс обрушения может быть принят равным 0.6. Эти волны обрушаются по типу скользящего буруна (spilling), асимметричны относительно горизонтальной оси, практически симметричны относительно вертикальной оси. Если эта доля энергии менее 35%, то индекс обрушения увеличивается с ростом доли энергии в частотном диапазоне второй гармоники. Эти волны обрушаются по типу ныряющего буруна (plunging), асимметричны относительно вертикальной оси и практически симметричны относительно горизонтальной. Обнаружено, что индекс обрушения зависит от асимметрии волн относительно вертикальной оси, определяемой сдвигом фаз между первой и второй нелинейными гармониками (бифазой). Показано, что при числах Урселла, меньших единицы, отношение между амплитудами второй и первой нелинейных гармоник в обрушающихся волнах соответствует теории волн Стокса второго порядка. Предложены эмпирические зависимости индекса обрушения от параметров нелинейной трансформации волн.

DOI: 10.7868/S0030157417020186

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Обрушение является одним из наиболее важных процессов трансформации волн в береговой зоне моря. Оно определяет волновые нагрузки на берегозащитные сооружения и влияет на транспорт взвешенных наносов. Энергия волн диссипируется обрушением, и их высота уменьшается. Во многих практических инженерных задачах и при численном моделировании, для корректной оценки уменьшения энергии волн при обрушении необходимо знать место их обрушения. Сушествует множество эмпирических и полуэмпирических зависимостей. позволяющих предсказать с той или иной точностью глубину воды в точке обрушения волн или относительную высоту или крутизну волн при их обрушении. Например, наиболее известными классическими критериями обрушения, полученными теоретически для одиночных волн на постоянной конечной глубине, являются:

1) критерий предельной высоты волны, полученный для волн на постоянной глубине [17]:

$$H = 0.78h,$$
 (1)

2) критерий предельной крутизны волны [16]:  
$$H/L = 0.142$$
th(*kh*), (2)

где h — глубина воды, k — волновое число, L — длина волны.

Верификация этих критериев для волн, распространяющихся над наклонным дном, на основе преимущественно лабораторных данных дала целый класс эмпирических критериев обрушения волн в береговой зоне, которые хоть и улучшают исходные теоретические, но не являются однозначно универсальными (например, [11, 12]).

Как показано в [19] в результате экспериментального сравнения 29 наиболее известных критериев для определения предельной высоты обрушающихся волн, отклонение реальной высоты волн от вычисленной по этим критериям составляет от 8.7% до 69.4%.

Наибольшее практическое распространение получил критерий (1) в модификации, предложенной в [7] для условий распространения волн на мелкой воде:

$$H_b = \gamma h, \tag{3}$$

где  $\gamma$  — индекс обрушения, который является варьируемым параметром. Настройка этого параметра показала, что при  $\gamma$  = 0.8 формула (3) будет давать наилучшие результаты для большинства условий трансформации волн над наклонным дном.

Как показано в [6] по данным многих лабораторных экспериментов, предельная относительная высота волны (H/h), определяющая индекс обрушения  $\gamma$ , может изменяться от 0.6 до 1.2 и зависеть от уклона дна и крутизны обрушающихся волн, например, от параметра подобия береговой зоны (числа Ирибаррена):

$$Ir = \frac{tg\alpha}{\sqrt{H/L}},$$
(4)

где  $tg\alpha$  — уклон дна, H — характеристическая высота (например, максимальная или значительная высота волн в точке обрушения), L — характеристическая длина волны (на глубокой воде или локальная, в месте обрушения). При этом с ростом параметра подобия предельная относительная высота волны в целом также увеличивается, однако эта зависимость имеет достаточно широкий разброс и наблюдается только как тенденция. Отмечено, что лучше всего формула (3) описывает обрушение волн над пологим дном и практически не выполняется для волн, распространяющихся над крутым дном. Это может быть связано с существенным влиянием отражения на высоту обрушающихся волн [8, 18].

Зависимость (3) применяется во многих современных моделях волн в береговой зоне для описания диссипации их энергии при обрушении (например, MIKE21, некоторые модификации SWAN).

В природе волны нерегулярны, поэтому на практике удобнее пользоваться критериями, основанными на соотношениях типа (1–3), но записанными для высоты значительных волн, определяемой по спектру волн как

$$H_S = 4\sqrt{m_0},\tag{5}$$

где  $m_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega$ ,  $S(\omega) -$ спектр,  $\omega -$ частота.

Длина волн в критерии (2) при этом вычисляется для периода пика спектра нерегулярных волн (например, [10]).

В результате верификации различных известных эмпирических формул для индекса обрушения при использовании в них высоты значительных волн установлено, что его значения в среднем будут составлять порядка 75% от значений, получаемых для эмпирических формул предельной высоты обрушающихся одиночных и регулярных волн [10]. Таким образом, если в формуле (3) вместо высоты одиночных волн взять высоту значительных волн, то величина наиболее часто используемого индекса обрушения будет порядка 0.6. Подобные оценки для обрушающихся волн среднеквадратичной высоты ( $H_{rms}$ ) были получены в [22]:

$$H_{rms} = 0.42h,$$
  
или, учитывая, что  $H_s = 1.41 H_{rms},$   
 $H_s = 0.59h.$  (6)

Изменчивость индекса обрушения, по нашему мнению, определяется физическими процессами нелинейной трансформации волн над наклонным дном, которые по-разному проявляются в зависимости от уклона дна и начальной крутизны волн (например, [1]). Это частично подтверждается и результатами других исследователей. Например, в [20] при верификации формулы (3) по натурным данным было отмечено, что величина индекса обрушения зависит от условий "мелкости воды" при трансформации волн, определяемых параметром kh и наклоном дна. Учет этих параметров в предложенной ими модифицированной формуле для индекса обрушения позволил на 10-15% повысить точность учета потерь энергии обрушающихся волн при моделировании по модели SWAN. Для этой модели также отмечено, что введение нелинейной поправки в виде изменения сдвига фаз (бифазы) между кратными гармониками волнового движения в формулу расчета диссипации энергии волнения существенно улучшает точность моделирования обрушающихся волн [23]. К сожалению, эти исследования ограничились усовершенствованием математических формул для описания диссипации энергии волн, а не изучением особенностей физического процесса их трансформации, приводящих к обрушению.

Согласно некоторым лабораторным и численным исследованиям, тип обрушения волн также может влиять на величину индекса обрушения, (например, [24]). Ранее нами было показано, что тип обрушения – ныряющий бурун (в англоязычной литературе – plunging) или скользящий бурун (в англоязычной литературе – spilling) зависит от асимметрии волн, определяемой соотношением амплитуд первой и второй нелинейных гармоник и сдвигом фаз между ними [14].

Основная цель работы — по данным лабораторного, натурного и численного эксперимента установить закономерности изменения предельной значительной высоты обрушающихся волн (индекса обрушения) от особенностей их нелинейной трансформации и типа обрушения.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Лабораторный эксперимент. Лабораторный эксперимент по трансформации квазимонохроматических волн над однородным наклонным дном разного уклона был проведен в 2013 г. в научно-исследовательском центре "Морские бере-

426

№ серии измерений	Тип обрушения	Уклон дна (tgα)	Период пика спектра <i>T</i> , с	$\gamma = H_s/h_b$	Локальное число Ирибаррена Ir = $\frac{tg\alpha}{\sqrt{H_s/L}}$	Высота обрушающихся волн <i>H<sub>s</sub></i> , м
7	Sp	0.043	2.56	0.60	0.2154	0.0900
8	Sp	_	1.46	0.76	0.1468	0.2022
10	Sp	—	0.93	0.67	0.1320	0.1418
11	Sp	_	1.00	0.68	0.1293	0.2052
12	P1	_	1.36	0.90	0.1376	0.1913
13	P1	—	1.70	0.81	0.1627	0.1709
15	Sp	_	2.56	0.57	0.2588	0.0857
17	Sp	—	1.70	0.59	0.2069	0.0894
19	Sp	—	1.00	0.68	0.1414	0.1431
47	Sp	0.022	2.56	0.64	0.1242	0.0973
48	Sp	—	1.86	0.68	0.0965	0.1356
49	Sp	—	1.86	0.63	0.1067	0.0976
51	Sp	—	1.86	0.59	0.1096	0.0924
52	Sp	—	1.86	0.51	0.1195	0.0765
53	Sp	—	1.46	0.78	0.0860	0.1339
54	Sp	—	1.46	0.70	0.0895	0.1091
55	Sp	—	1.46	0.63	0.0954	0.0943
58	Sp	—	2.28	0.56	0.1156	0.1183
59	Sp	—	2.28	0.63	0.1137	0.1132
61	Sp	_	2.28	0.54	0.1362	0.0644

Таблица 1. Параметры волн лабораторного эксперимента

га", г. Сочи (подробнее см., например, в [2]). Волнение измерялось 14 цифровыми струнными датчиками емкостного типа, расставленными по всей длине подводного склона, синхронно с частотой опроса 25 Гц. Тип обрушения волн и положение точки обрушения волн определялись визуально и фиксировались с помощью фото и видео аппаратуры. В тех случаях, когда обрушение волн происходило между датчиками, соотношение между высотой обрушающейся волны и глубиной воды в месте обрушения вычислялось для положения ближайшего к точке обрушения датчика. Параметры волн, используемые для дальнейшего анализа, представлены в табл. 1.

Натурный эксперимент. Натурный эксперимент был проведен в 2007 г. на экспериментальной эстакаде Института океанологии Болгарской Академии наук около поселка Шкорпиловцы на Черном море (подробнее см., например, [1, 3]). Для регистрации волнения использовались 15 струнных волнографов: 7 емкостных датчиков и 8 датчиков сопротивления, равномерно расположенных по всей длине эстакады (250 м). Измерения во всех 15 точках производились синхронно с частотой опроса датчиков от 5 до 20 Гц. Профиль дна на экспериментальном участке имел средний уклон 0.024 и содержал подводный вал.

Положение точек обрушения волн (расстояние от берега), а также тип обрушения фиксировались визуально и с помощью фотосъемки. В зависимости от режима волнения наблюдалось от одной до трех линий обрушения. Так же, как и в лабораторном эксперименте, если обрушение волн происходило между датчиками, соотношение между высотой обрушающейся волны и глубиной воды в точке обрушения вычислялось для положения ближайшего к точке обрушения датчика. Параметры волн, использованных для анализа, приведены в табл. 2.

**Численный эксперимент.** Численные эксперименты были проведены с помощью модели МІКЕ 21 ВW, основанной на численном решении (во временной области) уравнений типа Буссинеска с улучшенными дисперсионными характеристиками [9, 15] и позволяющей успешно рассчитывать параметры волновых полей при распространении волн с глубокой воды на мелкую.

№ серии измерений	$\gamma = H_s/h_b$	Локальное число Ирибаррена Ir = $\frac{tg\alpha}{\sqrt{H_s/L}}$	Период пика спектра <i>T</i> , с	Высота обрушающихся волн <i>H<sub>s</sub></i> , м	Тип обрушения (plunging – Pl, spilling – Sp)
42	0.97	0.145	6.0	1.20	Pl
41	1.02	0.236	7.0	1.90	P1
41	0.57	0.080	7.0	2.30	Pl-Sp
40	1.05	0.220	6.5	1.97	Pl
31	0.70	0.243	5.0	1.27	Pl
32	1.00	0.144	5.0	1.24	P1
34	1.10	0.213	7.0	1.86	P1
36	0.85	0.252	7.0	1.57	P1
37	0.92	0.150	7.0	1.72	P1
39	1.03	0.224	7.0	1.92	P1
65	0.96	0.241	7.0	1.78	P1
64	0.96	0.232	6.5	1.73	P1
63	0.91	0.239	7.0	1.66	Pl
62	0.93	0.233	7.0	1.69	Pl
60	0.99	0.218	6.0	1.85	Pl
58	1.06	0.209	6.0	1.98	Pl
58	0.52	0.070	6.0	1.81	Sp
57	0.88	0.219	6.0	2.03	Sp-Pl
57	0.64	0.113	6.0	2.25	Sp
32	0.66	0.256	5.0	1.21	Sp
40	0.45	0.050	6.5	2.15	Sp
36	0.54	0.150	7.0	2.25	Sp
37	0.52	0.155	7.0	2.18	Sp
39	0.43	0.080	7.0	1.70	Sp
65	0.55	0.130	7.0	2.10	Sp
64	0.65	0.120	6.5	2.40	Sp
62	0.55	0.073	7.0	1.80	Sp
60	0.49	0.075	6.0	1.70	Sp

Таблица 2. Параметры волн натурного эксперимента

Обрушение волн в модели реализовано, исходя из концепции поверхностного роллера (буруна). С точки зрения геометрии роллера. обрушение начинается в момент, при котором в некоторой точке локальный угол уклона свободной поверхности превышает заданное критическое значение. Изложенная концепция применима, строго говоря, в случаях обрушения волн по типу spilling, но, как отмечено в [15], вполне успешные результаты могут быть получены и в случаях обрушения по типу plunging. Однако положение точки обрушения определялось, следуя [21], и признаком начала обрушения считался момент максимума радиационного напряжения, наступающий одновременно с минимумом среднего уровня. Для определенной таким образом точки вычислялось отношение высоты значительных волн к локальной глубине воды, или предельная относительная высота волн.

В качестве исходного нерегулярного волнового поля задавались последовательности возвышений

свободной поверхности, обладающие JONSWAPспектрами с параметром "пиковатости" 3.3 и заданными характеристиками — значительной высотой волны  $H_s$  и периодом пика спектра T.

Волны распространялись в численном волновом лотке длиной 1000 м над различными уклонами дна: 0.01, 0.015, 0.02, 0.03 и 0.04, соответствующие начальные глубины — 10, 15, 20, 30 и 40 м (табл. 2). В начале и конце лотка были размещены численные впитывающие слои, обеспечивающие демпфирование волновой энергии. В принятой постановке не рассматривалась задача наката волн на берег и их отражение. Длина каждой реализации — 25 мин. Параметры исходного волнения, задаваемого на волнопродукторе, используемые уклоны дна, а также параметры волн при обрушении приведены в табл. 3.

Тип обрушения определяется косвенно по значению числа Ирибаррена, вычисляемого для длины волны на глубокой воде и высоты макси-

Уклон дна (tgα)	Начальная высота волн <i>H<sub>s in</sub></i> , м	Период пика спектра <i>T</i> , с	Высота обрушающихся волн <i>H<sub>s</sub></i> , м	$\gamma = H_s/h_b$	Локальное число Ирибаррена Ir = $\frac{tg\alpha}{\sqrt{H_s/L}}$	Тип обрушения
0.02	0.8	10	1.095	0.5585	0.173	Sp
0.01	0.7	5	0.744	0.6136	0.062	Sp
0.01	0.7	8	0.941	0.5822	0.079	Sp
0.01	1.1	5	1.123	0.5825	0.051	Sp
0.04	0.7	10	0.988	0.5454	0.366	Sp
0.04	1.1	9	1.362	0.6240	0.281	Sp
0.04	0.7	7	0.835	0.6229	0.283	Sp
0.04	0.9	6	1.043	0.6176	0.236	Sp
0.015	0.7	7	0.787	0.5841	0.116	Sp
0.015	0.7	10	1.004	0.5666	0.135	Sp
0.015	0.9	5	0.906	0.6126	0.083	Sp
0.015	0.9	9	1.185	0.5965	0.115	Sp
0.03	0.7	6	0.785	0.6303	0.198	Sp
0.03	0.8	9	1.027	0.5689	0.252	Sp
0.01	0.7	6	0.774	0.5741	0.069	Sp
0.01	0.7	8	0.941	0.5829	0.079	Sp
0.01	0.8	5	0.787	0.4711	0.059	Sp
0.01	0.8	7	0.966	0.5482	0.070	Sp
0.01	0.9	5	0.931	0.6228	0.056	Sp
0.01	0.9	6	0.970	0.5758	0.064	Sp
0.01	1	5	1.030	0.5808	0.053	Sp
0.01	1	7	1.157	0.6079	0.067	Sp
0.01	1.1	6	1.164	0.6044	0.058	Sp
0.01	1.1	7	1.256	0.6086	0.065	Sp
0.04	0.7	5	0.881	0.6567	0.214	Sp
0.04	0.8	5	0.948	0.6387	0.202	Sp
0.04	0.8	7	0.948	0.6042	0.266	Sp
0.04	0.9	9	1.148	0.6106	0.473	Sp
0.04	1	5	1.228	0.6574	0.249	Sp
0.04	1	10	1.321	0.5756	0.499	Sp
0.04	1.1	5	1.347	0.6672	0.238	Sp
0.04	0.5	10	0.738	0.5554	0.417	Pl
0.04	0.4	10	0.614	0.5130	0.460	Pl

Таблица 3. Параметры волн численного моделирования

мальной волны в точке обрушения по зависимостям, предложенным в [6]:

при  $0.4 < Ir_b < 2$  волны обрушаются по типу ныряющего буруна (plunging);

при  $Ir_b < 0.4$  — по типу скользящего буруна (spilling).

Таким образом, были рассмотрены регулярные волны, нерегулярные натурные данные ветрового волнения, включающие отражение волн, и модельные данные нерегулярного волнения с начальным JONSWAP спектром без учета отражения волн.

ОКЕАНОЛОГИЯ том 57 № 3 2017

Высота значительных волн определялась по формуле (5), крутизна — отношением этой высоты к длине волны, соответствующей частоте спектрального максимума.

Дополнительно были рассмотрены:

1) коэффициенты асимметрии волн относительно горизонтальной

$$Sk = \frac{\left< \xi^3 \right>}{\sigma^3} \tag{7}$$



**Рис. 1.** Зависимость индекса обрушения от крутизны волн в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный, *3* – численный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна.

и вертикальной

$$As = \frac{\left< \zeta_{\rm H}^3 \right>}{\sigma^3} \tag{8}$$

осей, где  $\langle \rangle$  — оператор осреднения,  $\zeta$  — возвышения свободной поверхности (хронограммы волнения),  $\sigma$  — стандартное отклонение возвышений свободной поверхности,  $\zeta_{\rm H}$  — преобразование Гилберта хронограммы волнения;

2) отношение энергии волн, находящейся в частотном диапазоне второй нелинейной гармоники, к энергии волн в частотном диапазоне основной гармоники, соответствующей частоте основного максимума спектра. Граница разделения на частотные диапазоны определялась визуально по минимуму спектральной энергии между спектральными максимумами основной и второй гармоник. Нижняя граница частотного диапазона первой гармоники принималась 0.05 Гц, верхняя граница частотного диапазона второй гармоники — 1.5 от частоты второй гармоники;

 сдвиг фаз между первой и второй нелинейными гармониками, вычисляемый по формуле [13]:

$$\beta(\omega_1, \omega_2) = \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\left\{B(\omega_1, \omega_2)\right\}}{\operatorname{Re}\left\{B(\omega_1, \omega_2)\right\}}\right], \quad (9)$$

где  $B(\omega_1, \omega_2) = \langle A_{\omega_1} A_{\omega_2} A^*_{\omega_1 + \omega_2} \rangle$  – биспектр,  $\omega$  – круговая частота, A – комплексные Фурье-коэффициенты хронограммы возвышений свободной поверхности. Частоты первой и второй гармоник определялись по положениям локальных максимумов спектра волн.

Обсуждение полученных результатов. Согласно критериям (1) и (2) волны обрушаются, когда их крутизна или высота становятся больше критиче-

ских. На рис. 1 представлена предельная высота обрушающихся волн в зависимости от их крутизны.

В целом, можно сказать, что чем круче волны, тем больше индекс обрушения (рис. 2). Однако при детальном рассмотрении однозначной связи между параметром крутизны волн и индексом обрушения или относительной высотой волны в точке обрушения установить нельзя. Например, волны, имеющие одинаковую крутизну в диапазоне 0.05 < H/L < 0.065, могут иметь различные индексы обрушения: близкий к среднему (порядка 0.6) и существенно выше среднего. В то же время при одинаковой крутизне эти волны имеют разный тип обрушения. Данные численного молелирования показывают. что для волн с крутизной менее 0.05 индекс обрушения в среднем близок к 0.6. Данные лабораторного моделирования демонстрируют, что увеличение крутизны волн до величин, больших 0.08, не ведет к увеличению индекса обрушения. Таким образом, в обрушающихся волнах нет однозначной связи между их крутизной и предельной высотой, а крутизна волны не является достаточным параметром для характеристики предельной высоты обрушающихся волн.

Описанная в [6] тенденция увеличения индекса обрушения индивидуальных волн с увеличением числа Ирибаррена для индекса обрушения высот значительных волн не так очевидна (рис. 2). Можно сказать, что одновременно наблюдаются две тенденции. Первая, когда индекс обрушения в среднем слабо зависит от числа Ирибаррена, что характерно для волн, обрушающихся преимущественно по типу скользящего буруна, и его отклонения от 0.6 составляют не более 15%. Наблюдающиеся отклонения в данных могут быть связаны с погрешностью позиционирования точки обрушения. Когда обрушение происходило между двумя последовательными датчиками регистра-



**Рис. 2.** Зависимость индекса обрушения от параметра подобия береговой зоны (числа Ирибаррена) в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный, *3* – численный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна.



**Рис. 3.** Зависимость индекса обрушения от относительного расстояния от берега в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный, *3* – численный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна.

ции волнения, индекс обрушения рассчитывался по данным датчика, ближайшего к точке обрушения.

Вторая тенденция, когда индекс обрушения увеличивается с ростом числа Ирибаррена. При этом большие индексы обрушения соответствуют волнам, обрушающимся преимущественно по типу ныряющего буруна. Увеличение значений индекса обрушения не может быть в значительной степени связано с влиянием уклона дна на трансформацию волн, поскольку данные численного моделирования, проведенного над разными уклонами дна, не демонстрируют существенного различия его значений с ростом числа Ирибаррена. Наоборот все его значения для модельных данных изменяются около 0.6.

Повышенные значения индекса обрушения (более 0.8) не могут быть однозначно связаны и с отражением волн от склона, поскольку, как показано в работе [2], коэффициент локального отражения волн от берега имеет большие значения на расстояниях порядка длины волны, и существенно уменьшается на больших расстояниях. Как видно на рис. 3, большие индексы обрушения наблюдаются у волн, обрушающихся на расстояниях от берега порядка соответствующей длины волны на глубокой воде. В то же время волны, обрушающиеся ближе к берегу имеют меньший индекс обрушения. Однако уменьшение индекса обрушения для модельных волн на расстояниях менее половины длины волны, по-видимому, связано с неучетом их отражения от подводного склона и берега при моделировании.

Условия трансформации волн зависят от относительной глубины воды h/L. На рис. 4 показана зависимость изменения относительной предельной высоты обрушающихся волн от относительной глубины воды в месте обрушения. Видно, что существуют две разные тенденции: при h/L < 0.08индекс обрушения растет с увеличением относи-

ОКЕАНОЛОГИЯ том 57 № 3 2017



**Рис. 4.** Зависимость индекса обрушения от относительной глубины воды в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный, *3* – численный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна.

тельной глубины, а при h/L > 0.06 уменьшается. При этом для относительных глубин 0.1 < h/L < < 0.06 наблюдается наиболее широкий разброс значений индекса обрушения.

Обсуждаемые относительные глубины для рассматриваемых обрушающихся волн соответствуют условиям их слабонелинейно-дисперсионной трансформации, характерной особенностью которой являются околорезонансные трехволновые взаимодействия. во время которых амплитулы первой и второй нелинейных волновых гармоник могут обмениваться энергией. При этом амплитуда второй гармоники может достигать значений, сравнимых с амплитудой первой [1, 3]. В процессе нелинейного взаимодействия между гармониками меняются не только их амплитуды, но и сдвиг фаз (бифаза) между ними, который зависит от стадий обмена энергией между гармониками [5].

Одновременное существование двух тенденций может быть связано с разным влиянием двух основных процессов, происходящих с волнами при их нелинейной трансформации и приводящих волны к обрушению: ростом второй и высших нелинейных гармоник и изменениями сдвига фаз между ними и основной гармоникой. Например, можно предположить, что на неустойчивость профиля волны при относительных глубинах 0.1 < h/L большее влияние оказывает сдвиг фаз, а при h/L < 0.06 - большие значения амплитуды второй гармоники. При 0.06 < h/L < 0.1 оба процесса могут оказывать одинаковое влияние.

На рис. 1—4 видно, что различные наблюдаемые тенденции для значений индекса обрушения также связаны с преимущественным типом обрушения. Для волн, обрушающихся по типу ныряющего буруна характерны повышенные значения индекса обрушения, а для волн, обрушающихся типом скользящего буруна, индекс обрушения в среднем равен 0.6. Тип обрушения волн определяется их спектральным составом, зависит от стадии трансформации волн и, в особенности, от эволюции второй нелинейной гармоники. Рассмотрим, как спектральный состав волн влияет на предельную высоту обрушающихся волн.

На рис. 5 представлена зависимость индекса обрушения от величины энергии второй гармоники, отнесенной к величине энергии первой.

В экспериментальных данных увеличение предельной относительной высоты обрушающихся волн характерно для волн, в которых амплитуда второй гармоники примерно менее 35%. Для этих волн индекс обрушения увеличивается с ростом относительной амплитуды второй гармоники, что может быть аппроксимировано для имеющихся данных, например, квадратичной зависимостью:

$$f = H_s/h_b = 0.6 + 3.5(S(f_2)/S(f_1))^2.$$
 (10)

Для волн, у которых относительная амплитуда второй гармоники более 35%, индекс обрушения не увеличивается с ее ростом, и для них характерно примерно равномерное распределение индекса обрушения относительно его среднего значения — 0.6.

Данные численного моделирования не совсем соответствуют предложенной концепции, поскольку имеют относительные амплитуды второй гармоник менее 35%, для которых нет увеличения индекса обрушения. Это может быть связано с особенностями численной реализации нелинейного изменения профиля волн или процесса обрушения в модели. Поэтому далее для детального анализа амплитудно-фазового состава волн будем рассматривать только экспериментальные данные.

Заметим, что небольшие амплитуды второй гармоники и рост предельной высоты обрушающихся волн с ростом амплитуды второй гармони-



**Рис. 5.** Зависимость индекса обрушения от относительной величины энергии второй нелинейной гармоники в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный, *3* – численный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна.

ки характерны для волн, обрушающихся преимущественно типом ныряющего буруна. Большие относительные амплитуды второй гармоники соответствуют волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна. Это полностью соответствует и еще раз подтверждает выводы, сделанные в [14]. Величина максимальной относительной энергии второй гармоники при трансформации волн над наклонным дном может быть предсказана по крутизне волн (отношению высоты к длине волны) на входе в береговую зону и обратно пропорциональна ей согласно эмпирической зависимости, полученной в [4]. Верификация этого соотношения для крутизны волн в точке обрушения по имеющимся данным натурного и лабораторного экспериментов показала, что зависимость будет иметь такой же вид:

$$S(f_2)/S(f_1) = 0.014/(H_s/L_b),$$
 (11)

где  $H_s$  — высота значительных волн,  $L_b$  — длина волн в точке обрушения.

Согласно приближению второго порядка для стационарной волны Стокса, описывающей слабо нелинейно дисперсионные волны, отношение амплитуд второй и первой нелинейных гармоник зависит от крутизны волны при больших *kh*  $(kh \rightarrow \infty)$ :

$$\frac{a_2}{a_1} \approx \frac{1}{2}ak = \pi \frac{H}{L} \tag{12}$$

и от числа Урселла при малых  $kh (kh \rightarrow 0)$ :

$$\frac{a_2}{a_1} \approx \frac{3}{4} \frac{ak}{(kh)^3} = \frac{3}{4} \text{Ur},$$
(13)

где k — волновое число,  $a_1, a_2$  — амплитуды первой и второй гармоники, h — глубина, a = H/2, H высота волны [10]. Отношение энергий нелинейных гармоник, равное отношению их амплитуд в

ОКЕАНОЛОГИЯ том 57 № 3 2017

квадрате, будет, соответственно, квадратично зависеть от крутизны и числа Урселла.

Зависимость относительной энергии второй нелинейной гармоники  $S(f_2)/S(f_1)$  от крутизны и числа Урселла приведена на рис. 6.

Видно, что при малых числах Урселла (Ur < 1) относительная энергия второй нелинейной гармоники в экспериментальных данных хорошо соответствует слабонелинейно-дисперсионным волнам Стокса и может быть определена по формуле (13). Эти волны обрушаются преимущественно по типу скользящего буруна. При увеличении числа Урселла и, соответственно, увеличении влияния нелинейности относительная доля энергии второй гармоники не описывается соотношением (13). Такие волны обрушаются преимущественно по типу ныряющего буруна (рис. 6а).

Доля энергии второй гармоники в волнах, обрушающихся при уменьшении глубины, значительно выше, чем в волнах Стокса на глубокой воде и, согласно экспериментальным данным, она уменьшается с увеличением крутизны волны (рис. 6б). Эмпирическая зависимость относительной энергии второй нелинейной гармоники от крутизны волны (11) в целом подходит для определения доли энергии второй гармоники при  $S(f_2)/S(f_1) < 0.35$  (рис. 66).

Таким образом, предельную высоту обрушающейся волны можно определить по формуле (10), зная величину относительной амплитуды второй гармоники, которая вычисляется по эмпирическому соотношению для локальной крутизны волны (11) или для малых чисел Урселла по соотношению теории волн Стокса второго порядка (13).

Различный тип обрушения также зависит и от асимметрии волн [14]. На рис. 7 показана зависимость индекса обрушения от коэффициентов



**Рис. 6.** Зависимость относительной энергии второй гармоники от числа Урселла (а) и крутизны волны в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна. Пунктирные линии соответствуют соотношениям теории волн Стокса второго порядка.

асимметрии относительно вертикальной и горизонтальной осей.

Видно, что волны, имеющие высокие индексы обрушения, более асимметричны относительно вертикальной оси (As < -0.2), т.е. они имеют кру-



**Рис.** 7. Зависимость индекса обрушения от коэффициентов симметрии волн в точке обрушения. *1* – Лабораторный эксперимент, *2* – натурный. Жирные символы соответствуют волнам, обрушающимся по типу ныряющего буруна, обычные – волнам, обрушающимся по типу скользящего буруна.

той передний фронт, но почти симметричны относительно горизонтальной оси и обрушаются преимущественно по типу ныряющего буруна (рис. 7). По имеющимся экспериментальным данным, зависимость индекса обрушения от коэффициента асимметрии (*As*) для таких волн примерно линейная:

$$\gamma = H_s / h_b = 0.6 - 0.3 As. \tag{14}$$

Для волн, более симметричных относительно вертикальной оси (As > -0.2), индекс обрушения может быть принят в среднем постоянным и равным 0.6. Эти волны имеют больший коэффициент асимметрии относительно горизонтальной оси (рис. 7). Это соответствует волнам с узким гребнем и пологой ложбиной, что характерно для волн, обрушающихся по типу скользящего буруна.

Обрушение асимметричных волн с крутым передним фронтом может происходить за счет неустойчивости волнового профиля, вызванного динамическими процессами трансформации волн, в частности, различием фазовых скоростей отдельных волновых компонент. При одной и той же высоте волны с асимметричным вертикальным профилем будут обрушаться на больших глубинах и, соответственно, иметь более высокий индекс обрушения.

Асимметрия обрушающихся волн относительно вертикальной оси зависит от сдвига фаз между первой и второй нелинейными гармониками (бифазы) (рис. 8). Для имеющихся эксперименталь-



**Рис. 8.** Зависимость асимметрии обрушающихся волн относительно вертикальной оси от бифазы. Данные лабораторного и натурного экспериментов.

ных данных эта зависимость имеет линейный характер:

$$As = 0.8\beta. \tag{15}$$

Бифаза β определялась по формуле (9).

Предельную высоту обрушающихся волн также можно вычислить по коэффициенту асимметрии относительно вертикальной оси (14), который пропорционален бифазе (15). Эмпирическая формула для определения бифазы по уклону дна, глубине и локальному волновому числу была, например, предложена в [4]:

$$\beta = \pi/2\Delta l - \pi/2$$
, при  $\Delta l < 1$ , (16)

где  $\Delta l = (h/tg\alpha)/L_b$ , h — локальная глубина воды, tg $\alpha$  — локальный средний уклон дна,  $L_b = 2\pi/(k_2 - 2k_1)$ ,  $k_{1,2}$  вычисляются по дисперсионному соотношению линейной теории волн —  $\omega^2 = gk \text{ th } kh$ .

#### выводы

В результате анализа экспериментальных данных установлено, что нелинейная трансформация волн влияет на величину индекса обрушения, определяющего соотношение между значительной высотой обрушающихся нерегулярных волн и глубиной воды в точке обрушения. Он зависит от относительной доли энергии второй нелинейной гармоники и сдвига фаз между первой и второй нелинейными гармониками, определяющего асимметрию волн относительно вертикальной оси.

Если относительная доля энергии второй нелинейной гармоники составляет более 35%, то индекс обрушения в среднем меняется незначительно и может быть принят равным 0.6. При этом обрушающиеся волны будут асимметричны относительно горизонтальной оси и практически

ОКЕАНОЛОГИЯ том 57 № 3 2017

симметричны относительно вертикальной оси (сдвиг фаз близок к нулю), что соответствует преимущественному обрушению по типу скользящего буруна (spilling).

Если относительная доля энергии второй нелинейной гармоники менее 35%, то индекс обрушения больше 0.6 и будет увеличиваться с ростом доли энергии в частотном диапазоне второй гармоники. При этом обрушающиеся волны будут иметь большую асимметрию относительно вертикальной оси (сдвиг фаз отрицательный и близок к  $-\pi/2$ ), но будут практически симметричны относительно горизонтальной оси, что соответствует волнам, обрушающимся преимущественно по типу ныряющего буруна (plunging).

Установлено, что асимметрия обрушающихся волн относительно вертикальной оси линейно зависит от сдвига фаз между первой и второй нелинейными гармониками.

Показано, что в обрушающихся волнах отношение амплитуд второй и первой нелинейных гармоник при числах Урселла, меньших единицы, пропорционально числу Урселла, что соответствует теории волн Стокса второго порядка.

Предложены эмпирические зависимости для вычисления индекса обрушения по доле энергии второй нелинейной гармоники и асимметрии волн относительно вертикальной оси.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 14-50-00095), участие в работе Б.В. Дивинского поддержано РФФИ (проект № 14-05-00696).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Сапрыкина Я.В., Кузнецов С.Ю., Андреева Н.К., Штремель М.Н. Сценарии нелинейной трансформации волн в береговой зоне моря // Океанология. 2013. Т. 53. № 4. С. 476–485.
- 2. Сапрыкина Я.В., Кузнецов С.Ю., Коваленко А.Н. Экспериментальные исследования локального отражения длинных волн от подводного склона // Океанология. 2015. Т. 55. № 2. С. 192–203.
- 3. Сапрыкина Я.В., Кузнецов С.Ю., Чернева Ж., Андреева Н. Пространственно-временная изменчивость амплитудно-фазовой структуры штормовых волн в береговой зоне моря // Океанология. 2009. Т. 49. № 2. С.198–208.
- Сапрыкина Я.В, Кузнецов С.Ю., Штремель М.Н., Сундар В. Метод оценки уязвимости береговой зоны под воздействием волнения на примере южного побережья полуострова Индостан // Процессы в геосредах. № 3. М.: ИПМех РАН, 2015. С. 76–88.
- Сапрыкина Я.В., Штремель М.Н., Кузнецов С.Ю. О возможности параметризации бифазы при трансформации волн в береговой зоне моря // Океанология. 2016. Т. 56.№ 6. С. 76–88.

- Battjes J. Surf similarity // Proc. 14<sup>th</sup> Conference Coastal Engineering. New York: ASCE, 1974. P. 466– 480.
- Battjes J.A., Janssen J.P.F.M. Energy loss and set-up due to breaking of random waves // Proc. of XXVI Int. Coastal Eng. Conf. 1978. P. 569–587.
- Chella M.A., Bihs H., Musculus M. Breaking characteristics and geometric properties of spilling breakers over slope // Coastal Eng. 2015. V. 95. P. 4–19.
- 9. *DHI Water* & Environment. MIKE 21, Boussinesq Wave Module. 2007.
- Dingemans, M.W. Water wave propagation over uneven bottoms // Advanced Series on Ocean Engineering. V. 13. Singapore: World Scientific, 1997. P. 171–184.
- 11. *Goda Y*. A synthesis of breaking indices // Trans. Jap. Soc. Civ. Eng. 1970. V. 2. P. 227–230.
- Kamphuis, J.W. Incipient wave breaking // Coastal Eng. 1991. V. 15. P. 185–203.
- Kim Y., Powers E. Digital bispectral analysis and its application to non-linear wave interaction // IEEE Trans. Plasma Science. 1979. V. 1. P. 120–131.
- Kuznetsov S.Yu., Saprykina Ya.V., Divinskii B.V., Shtremel M.N. Spectral structure of breaking waves // Proceedings IMAM 2015. Towards Green Marine Technology and Transport, Taylor & Francis Group, London. 2015. P. 853–858.
- 15. *Madsen A., Sorensen O., Shaffer H.* Surf zone dynamics simulated by Boussinesq type model. Part I. Model de-

scription and cross-shore motion of regular waves // CoastalEng. 1997. V. 32. P. 255–287.

- Miche R. Mouvments ondulatoires des mers en profondeur constant ou decroissante // Ann. Ponts Caussee. 1944. V. 114. P. 25–78.
- 17. *Munk, W.H.* The solitary wave theory and its applications to surf problems. New York A cad. Science Annals, 1949. V. 51. P. 376.
- Rattanapitikon W., Shibayama T. Verification and modification of breaker height formulas // Coastal Eng. J. 2000. V. 42. № 4. P. 389–406.
- Rattanapitikon, W., Vivattanasirisak, T. Comparison of breaker height formulas using large-scale wave tanks Songklanakarin // J. Sci. Technol. 2002. V. 24. № 4. P. 663–674.
- Salmon J., Holthuijsen L. Modeling depth-induced wave breaking over complex coastal bathymetries // Coastal Eng. 2015. V. 105. P. 21–35.
- 21. *Stive M., Wind H.* A study of radiation stress and set-up in the nearshore region // CoastalEng. 1982. V. 6. P. 1–25.
- Thornton, E., Guza R.T. Transformation of wave height distribution // J.Geoph. Res. 1983. V. 88. P. 5925– 5938.
- 23. Van der Westhuysen A. Modelling of depth induced wave breaking under finite depth wave growth conditions // J.Geoph.Res. 2010. V. 115. C0108.
- Yang-Yih Chen, Meng-Syue Li Evolution of breaking waves on sloping beaches // Coastal Eng. 2015. V. 95. P. 51–65.

# The Influence of the Processes of Nonlinear Transformations of Waves in the Coastal Zone on the Height of Breaking Waves

## Ya. V. Saprykina, S. Yu. Kuznetsov, B. V. Divinskii

On the data of laboratory, field and numerical experiments the regularities of changes of the limited height of breaking waves (the breaking index) from peculiarities of nonlinear wave transformations and type of breaking were investigated. It is shown that the value of the breaking index depends on the relative part of wave energy in frequency range of the second non-linear harmonics. If this part is more than 35%, then the breaking index can be accepted a constant equal 0.6. These waves are spilling breaking waves, asymmetric on horizontal axis, are almost symmetric on vertical axis. If this part of energy is less than 35%, then the breaking index increases with increasing of energy in the frequency range of the second harmonics. These waves are plunging breaking waves, asymmetric on vertical axis and are almost symmetric on horizontal. It is revealed that the breaking index depends on asymmetry of waves on vertical axis determined by a phase shift between the first and second non-linear harmonics at Ursell number less than 1 corresponds to Stokes wave theory of second order. Empirical dependences of the breaking index from parameters of non-linear transformation of waves are suggested.