

УДК 551.465

ЭФФЕКТ ВОЛНОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ДВУХСЛОЙНОГО ПОТОКА НА ПОДВОДНЫЕ ПРЕПЯТСТВИЯ

© 2016 г. И. Ю. Владимиров¹, Н. Н. Корчагин¹, А. С. Савин²¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва²Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

e-mail: e-niknik@mail.ru

Поступила в редакцию 22.12.2014 г.

После доработки 21.05.2015 г.

В рамках теоретической модели проведено исследование силового воздействия на обтекаемые двухслойным потоком препятствия, обусловленного генерацией внутренних волн в окрестности слоя скачка плотности в морской среде. В качестве подводного препятствия рассматривался горизонтальный элемент инженерной конструкции (например, транспортного трубопровода), смоделированный точечным диполем. Получены интегральные представления волнового сопротивления и подъемной силы. Выявлены особенности в характере изменения гидродинамических реакций на обтекаемое препятствие, а также условия их значительного усиления.

DOI: 10.7868/S0030157416030230

ВВЕДЕНИЕ

На обтекаемые подводные препятствия как естественного, так и искусственного происхождения действует сила вязкого сопротивления, а в стратифицированной морской среде обтекаемое препятствие подвержено гидродинамическому воздействию, обусловленному генерацией внутренних волн. Кроме того, вблизи дна гидродинамические воздействия на препятствия могут дополнительно усиливаться придонными взвесесущими (мутьевыми) потоками, возникающими при перемешивании в них микро- и мелкозернистых частиц донного грунта. Скорости таких потоков могут превышать 1 м/с, а толщины составлять несколько десятков метров. При этом избыток плотности воды в них (особенно вблизи дна) по сравнению с окружающими водами может составлять более 0.01 г/см³ [3], что может приводить к формированию относительно резкого пикноклина и связанного с ним проявления внутренних волн. В этом случае обтекаемые мутьевыми потоками подводные препятствия в виде элементов инженерных конструкций (в частности, транспортных трубопроводов) могут дополнительно испытывать вполне значимые силовые воздействия. Поэтому их учет необходим при проектировании различных подводных сооружений в придонных слоях моря.

В настоящей работе расчеты подобных силовых воздействий опираются на результаты авторов по исследованию генерации поверхностных возмущений, обусловленных обтеканием глубин-

ных препятствий двухслойным течением [4, 1, 2]. Конечно, используемая модель является идеализированной (не учитываются нелинейность, вязкость, турбулентный обмен), но она показывает, что волновое воздействие на подводные объекты может быть весьма существенным.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Рассматривается двухслойный поток идеальной жидкости, ограниченный горизонтальным дном, стационарно обтекающий препятствие в виде горизонтально расположенного цилиндра с круговым поперечным сечением радиусом R . Далее такое препятствие моделируется точечным диполем с моментом

$$m = 2\pi VR^2, \quad (1)$$

где V – скорость набегающего потока [5]. Обозначим толщину верхнего слоя H , нижнего – H_1 , а плотности слоев соответственно ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$). Требуется определить гидродинамическую нагрузку, испытываемую рассматриваемым препятствием. Начало координат поместим на невозмущенной границе между слоями жидкости, ось x направим вдоль этой границы, а ось y вертикально вверх (см. рис. 1). Решение задачи проводим в рамках теории малых возмущений.

1а. Вначале рассмотрим случай, когда диполь находится под скачком плотности, т.е. в точке $(0, -h)$. Предполагая течение потенциальным, представим комплексно-сопряженную скорость в каж-

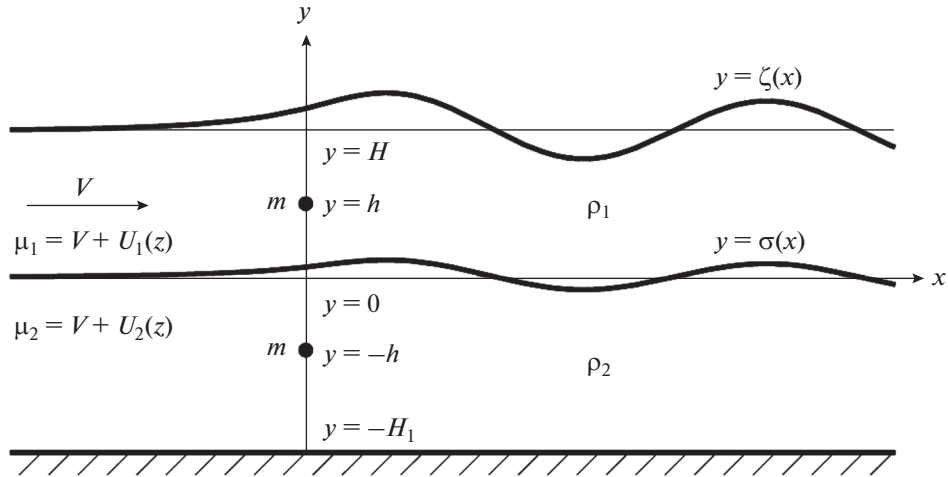


Рис. 1. Обтекание моделирующего трубопровод диполя, локализованного в нижнем или верхнем слоях двухслойного потока: в точках $(0, -h)$ и $(0, h)$.

дом из слоев в виде $\mu_k = V + U_k$, $U_k = u_k - iv_k$, ($k = \{1, 2\}$). Обозначим отклонение свободной поверхности от ее невозмущенного положения $y = H$ через $\zeta(x)$, а величину возвышения границы раздела слоев потока через $\sigma(x)$. Вдоль линии тока $y = H + \zeta(x)$ вектор скорости произвольной частицы жидкости коллинеарен ее касательной. Отсюда

$$\zeta'(x) = \frac{v_1}{V + u_1} \Big|_{y=H+\zeta(x)}.$$

Далее, линеаризуя данное условие и перенося его со свободной поверхности на прямую $y = H$, имеем кинематическое граничное условие

$$v_1 = V\zeta'(x) \text{ при } y = H. \tag{2}$$

Аналогично получаем линеаризованное кинематическое условие вдоль поверхности раздела слоев

$$v_1 = V\sigma'(x), \quad v_2 = V\sigma'(x) \text{ при } y = 0. \tag{3}$$

Отсюда имеем одно условие для вертикальных компонент скорости:

$$v_1 = v_2 \text{ при } y = 0. \tag{4}$$

Затем из интеграла Бернулли с учетом затухания возмущений от диполя вверх по потоку и постоянства давления вдоль свободной поверхности получаем линеаризованное динамическое условие на границе верхнего слоя:

$$\zeta(x) = -\frac{V}{g}u_1 \text{ при } y = H, \tag{5}$$

где g – ускорение свободного падения.

Продифференцируем равенство (5) по x и из полученного соотношения исключим величину $\zeta'(x)$ с помощью формулы (2). В результате придем к граничному условию для компонент вектора скорости:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + v v_1 = 0 \text{ при } y = H, \quad v = \frac{g}{V^2}. \tag{6}$$

Продолжая операции с интегралами Бернулли, записанными для линий тока на верхней и нижней сторонах поверхности раздела слоев $y = \sigma(x)$, приходим к граничному условию для возмущений скорости на слое скачка плотности:

$$\rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + v v_1 \right) = \rho_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + v v_2 \right) \text{ при } y = 0. \tag{7}$$

Кроме того, на дне бассейна должно быть выполнено условие непротекания

$$v_2 = 0 \text{ при } y = -H_1. \tag{8}$$

Перепишем соотношения (6), (7), (4), (8) соответственно в терминах возмущений комплексно-сопряженной скорости:

$$\text{Im} \left[i \frac{dU_1}{dz} - v U_1 \right] = 0 \text{ при } y = H, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} & \delta \text{Im} \left[i \frac{dU_1}{dz} - v U_1 \right] = \\ & = \text{Im} \left[i \frac{dU_2}{dz} - v U_2 \right] \text{ при } y = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

$$\text{Im} U_1 = \text{Im} U_2 \text{ при } y = 0, \tag{11}$$

$$\text{Im} U_2 = 0 \text{ при } y = -H_1, \tag{12}$$

где $\delta = \rho_1/\rho_2$, $z = x + iy$. Таким образом, исходная задача сведена к отысканию функций $U_1(z)$ и $U_2(z)$, удовлетворяющих граничным условиям (9)–(12), причем $U_1(z)$ регулярна в полосе $-\infty < x < +\infty$, $0 < y < H$, а $U_2(z)$ – в полосе $-\infty < x < +\infty$, $-H_1 < y < 0$ всюду за исключением точки $z = -ih$, в которой она имеет полюс второго порядка (так как в этой точке расположен диполь).

В соответствии с вышесказанным, будем искать комплексно-сопряженную скорость $U_1(z)$ в виде ее разложения в интеграл Фурье по волновым числам, а $U_2(z)$ как сумму комплексно-сопряженной скорости, индуцированной диполем в безграничном потоке, и регулярной функции, представленной интегралом Фурье:

$$U_1 = \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty [A(k)e^{ikz} + B(k)e^{-ikz}] dk, \quad (13)$$

$$U_2 = \frac{m}{2\pi} \times \left[-\frac{1}{(z + ih)^2} + \int_0^\infty [C(k)e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}] dk \right], \quad (14)$$

где $A(k), B(k), C(k), D(k)$ – функции, подлежащие определению.

Применив равенство

$$-\frac{1}{(z + ih)^2} = \begin{cases} \int_0^\infty ke^{-kh} e^{ikz} dk, & \text{если } y > -h, \\ 0 & \\ \int_0^\infty ke^{kh} e^{-ikz} dk, & \text{если } y < -h, \end{cases}$$

получим из (14) выражение для функции $U_2(z)$ в областях нижнего слоя, находящихся над и под точкой локализации диполя соответственно:

$$U_2(z) = \begin{cases} \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty [(ke^{-kh} + C(k))e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}] dk, & \text{если } y > -h, \\ \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty [C(k)e^{ikz} + (ke^{kh} + D(k))e^{-ikz}] dk, & \text{если } y < -h. \end{cases} \quad (15)$$

Подставив формулы (13) и (15) для комплексно-сопряженных скоростей $U_1(z)$ и $U_2(z)$ в граничные условия (9)–(12), получим неоднородную систему из 4-х линейных алгебраических уравнений для определения 4-х неизвестных функций. Применяя стандартные процедуры решения такой системы, получим выражения для исследуемых параметров задачи:

$$C(k) = \frac{k\{-(1-\delta)(k^2 - v^2)\text{sh } k(H-h) + [(1+\delta)k^2 + (1-\delta)v^2]\text{sh } k(H+h) - 2kv \text{ch } k(H+h)\}}{2 \text{ch } kH \text{ch } kH_1 e^{kH_1} \{k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \text{th } kH \text{th } kH_1 - kv(\text{th } kH + \text{th } kH_1)\}}, \quad (16)$$

$$D(k) = \frac{k \text{ch } k(H_1 - h) \{-(1+\delta)k^2 + 2kv + (1-\delta)v^2\} e^{-kH} - (1-\delta)(k^2 - v^2)e^{kH}}{2 \text{ch } kH \text{ch } kH_1 \{k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \text{th } kH \text{th } kH_1 - kv(\text{th } kH + \text{th } kH_1)\}}.$$

Перепишем далее равенство (14) следующим образом:

$$U_2(z) = -\frac{m}{2\pi} \frac{1}{(z + ih)^2} + f(z),$$

где

$$f(z) = \frac{m}{2\pi} \left[\int_0^\infty C(k)e^{ikz} dk + \int_0^\infty D(k)e^{-ikz} dk \right].$$

Заметим, что для получения физически реализуемого решения (т.е. решения, которое удовлетворяет условию отсутствия возмущений далеко вверх по потоку) контур интегрирования в первом слагаемом выражения для $f(z)$ следует сместить в нижнюю полуплоскость, а во втором – в

верхнюю. Таким образом, всюду в дальнейшем $f(z)$ понимается как следующий предел:

$$f(z) = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \frac{m}{2\pi} \times \left[\int_{-i\varepsilon_1}^{-i\varepsilon_1 + \infty} C(k)e^{ikz} dk + \int_{i\varepsilon_1}^{i\varepsilon_1 + \infty} D(k)e^{-ikz} dk \right]. \quad (17)$$

Для вычисления равнодействующей R гидродинамических сил, приложенных к диполу, воспользуемся формулой С.А. Чаплыгина [5], согласно которой

$$R^* = X - iY = \frac{i\rho_2}{2} \int_K \mu_2^2(z) dz.$$

Здесь X – волновое сопротивление, Y – подъемная сила, а интегрирование осуществляется по произвольному контуру K , расположенному в нижнем слое и охватывающему рассматриваемый диполь. Поскольку

$$\mu_2(z) = V + U_2(z) = V - \frac{m}{2\pi(z + ih)^2} + f(z)$$

и функция $f(z)$ регулярна в области, заполненной нижней жидкостью, то функция $\mu_2^2(z)$ имеет в этой области единственную особую точку: $z = -ih$. Применяя теорему о вычетах, находим

$$\int_K \mu_2^2(z) dz = -\frac{m}{\pi} \int_K \frac{f(z)}{(z + ih)^2} dz = -2im \operatorname{res}_{z=-ih} \frac{f(z)}{(z + ih)^2}.$$

Вычет подынтегральной функции в точке $z = -ih$

$$\operatorname{res}_{z=-ih} \frac{f(z)}{(z + ih)^2} = f'(-ih).$$

Следовательно,

$$R^* = \rho_2 m f'(-ih). \tag{18}$$

Для вычисления фигурирующей в этой формуле производной $f'(-ih)$ проинтегрируем (17) и в полученное равенство подставим $z = -ih$. В результате получим

$$f'(-ih) = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \frac{im}{2\pi} \times \left[\int_{-i\varepsilon_1}^{-i\varepsilon_1 + \infty} kC(k)e^{kh} dk - \int_{i\varepsilon_1}^{i\varepsilon_1 + \infty} kD(k)e^{-kh} dk \right].$$

С помощью интегральной теоремы Коши можно показать, что данный предел равен

$$f'(-ih) = \frac{im}{2\pi} \int_0^{+\infty} k(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}) dk - \frac{m}{2} \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \{k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh})\}.$$

Отсюда

$$R^* = \frac{i\rho_2 m^2}{2\pi} \int_0^{+\infty} k(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}) dk - \frac{\rho_2 m^2}{2} \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \{k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh})\}. \tag{19}$$

В (19) интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, а вычеты берутся по всем s полюсам k_j функции $k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh})$, распо-

ложенным на положительной действительной оси. Из (16) видно, что эти полюса являются положительными корнями уравнения

$$k^2 + [\delta k^2 + (1 - \delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1) = 0. \tag{20}$$

Кроме того, очевидно, что точки $k = k_j$ (и только они) являются особыми для подынтегральной функции в первом слагаемом (19) (т.е. полюсами, расположенными на контуре интегрирования).

Проведенный в работе [2] анализ показал, что это уравнение имеет два положительных корня при выполнении условия

$$V < V_{\text{cr}}^{\text{BH}} = \sqrt{\frac{gH(\beta + 1 - \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta})}{2}} \tag{21}$$

и один положительный корень, если

$$V_{\text{cr}}^{\text{BH}} < V < V_{\text{cr}}^{\text{поб}} = \sqrt{\frac{gH(\beta + 1 + \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta})}{2}}, \tag{22}$$

при $V > V_{\text{cr}}^{\text{поб}}$ положительных решений нет. Здесь $\varepsilon = 1 - \delta = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ – относительный перепад плотности между слоями, $\beta = H_1/H$. С физической точки зрения критические скорости $V_{\text{cr}}^{\text{BH}}$ и $V_{\text{cr}}^{\text{поб}}$ означают максимальную скорость течения, при которой в потоке за трубопроводом образуются волны, обусловленные соответственно наличием слоя скачка плотности и свободной поверхности (т.е. внутренние и поверхностные).

Выделяя в (19) вещественную и мнимую части, с учетом соотношения (1), связывающего момент диполя с радиусом моделируемого им цилиндра, окончательно получаем следующие выражения для волнового сопротивления и подъемной силы:

$$X = -2\pi^2 \rho_2 V^2 R^4 \times \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \{k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh})\},$$

$$Y = -2\pi \rho_2 V^2 R^4 \int_0^{+\infty} k(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}) dk.$$

Здесь необходимо отметить, что в выражение для вычисления подъемной силы не включена действующая на препятствие сила Архимеда.

Подсчет вычетов в первом выражении осуществляется по формуле

$$\operatorname{res}_{k=k_j} \{k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh})\} = \frac{k(g_1(k)e^{kh} + g_2(k)e^{-kh})}{dg_3(k)/dk} \Big|_{k=k_j},$$

где

$$g_1(k) = \frac{k\{(1-\delta)(k^2 - v^2)\operatorname{sh} k(H-h) + [(1+\delta)k^2 + (1-\delta)v^2]\operatorname{sh} k(H+h) - 2kv \operatorname{ch} k(H+h)\}}{2e^{kH_1} \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1},$$

$$g_2(k) = \frac{k \operatorname{ch} k(H_1-h) \{-(1+\delta)k^2 + 2kv + (1-\delta)v^2\} e^{-kH} - (1-\delta)(k^2 - v^2)e^{kH}}{2 \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1},$$

$$g_3(k) = k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1).$$

16. Далее в той же постановке исследуем задачу об определении гидродинамической нагрузки, испытываемой препятствием, моделируемым точечным диполем с моментом m , расположенным в верхнем слое двухслойного потока (т.е. над слоем скачка плотности). Все обозначения сохраним теми же, что и в предыдущем случае. Поместим диполь в точку $z = ih$ ($0 < h < H$), а комплексно-сопряженную скорость в k -м слое μ_k ($k \in \{1, 2\}$), как и ранее, представим в виде $\mu_k = V + U_k$. Математическая формулировка исходной задачи выглядит следующим образом: найти аналитические функции $U_1(z)$ и $U_2(z)$, удовлетворяющие граничным условиям (9)–(12); при этом $U_1(z)$ должна быть регулярна в полосе $0 < \operatorname{Im} z < H$ за

исключением полюса второго порядка в точке $z = ih$:

$$U_1 = \frac{m}{2\pi} \left[-\frac{1}{(z + ih)^2} + \int_0^\infty [A(k)e^{ikz} + B(k)e^{-ikz}] dk \right],$$

а $U_2(z)$ регулярна в полосе $-H_1 < \operatorname{Im} z < 0$:

$$U_2 = \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty [C(k)e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}] dk,$$

где функции $A(k), B(k), C(k)$ и $D(k)$ подлежат определению. Решая данную задачу тем же способом, что и рассмотренную выше первую, получим в итоге следующие выражения для $A(k)$ и $B(k)$:

$$A(k) = \frac{k[(\delta k + (1-\delta)v)\operatorname{th} kH_1 - k][v \operatorname{ch} k(H-h) - k \operatorname{sh} k(H-h)]}{\operatorname{ch} kH \{k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1)\}},$$

$$B(k) = \frac{k(k+v)e^{-kH} \{[(1-\delta)v \operatorname{ch} kh - \delta k \operatorname{sh} kh] \operatorname{th} kH_1 - k \operatorname{ch} kh\}}{\operatorname{ch} kH \{k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1)\}}$$

и комплексно-сопряженной реакции трубопровода R^* :

$$R^* = \frac{i\rho_1 m^2}{2\pi} \int_0^\infty k(A(k)e^{-kh} - B(k)e^{kh}) dk - \frac{\rho_1 m^2}{2} \sum_{j=1}^s \operatorname{res} \{k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh})\}. \tag{23}$$

Здесь, как и выше, интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, k_j – полюса функций $k(A(k)e^{-kh} - B(k)e^{kh})$ и $k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh})$, находящиеся на положительной действительной оси, а s – их количество. Очевидно, что эти полюса являются положительными решениями уравнения (20), поэтому для данного случая критерии существования двух и одного полюса (см. (21)–(22))

останутся неизменными, равно как и значения критических скоростей V_{cr}^{BH} и V_{cr}^{NOB} .

Из (23) имеем выражения для волнового сопротивления и подъемной силы:

$$X = -2\pi^2 \rho_1 V^2 R^4 \sum_{j=1}^s \operatorname{res} \{k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh})\}, \tag{24}$$

$$Y = -2\pi \rho_1 V^2 R^4 \int_0^\infty k(A(k)e^{-kh} - B(k)e^{kh}) dk.$$

Подсчет вычетов осуществляется по формуле

$$\operatorname{res}_{k=k_j} \{k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh})\} = \frac{k(g_1(k)e^{kh} + g_2(k)e^{-kh})}{dg_3(k)/dk} \Big|_{k=k_j},$$

где

$$g_1(k) = \frac{k[(\delta k + (1 - \delta)v) \operatorname{th} k H_1 - k][v \operatorname{ch} k(H - h) - k \operatorname{sh} k(H - h)]}{\operatorname{ch} k H},$$

$$g_2(k) = \frac{k(k + v)e^{-kH} \{[(1 - \delta)v \operatorname{ch} kh - \delta k \operatorname{sh} kh] \operatorname{th} k H_1 - k \operatorname{ch} kh\}}{\operatorname{ch} k H},$$

$$g_3(k) = k^2 + [\delta k^2 + (1 - \delta)v^2] \operatorname{th} k H \operatorname{th} k H_1 - kv(\operatorname{th} k H + \operatorname{th} k H_1).$$

АНАЛИЗ И ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ДЛЯ РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ МОРЯ

Расчеты гидродинамических воздействий велись при значениях характеристик среды, соответствующих реальным условиям моря. Так, плотность верхнего слоя ρ_1 была принята равной 1024 кг/м^3 . В модели рассматривались два варианта величины перепада плотности воды между верхним и нижним слоями: $\rho_2/\rho_1 = \{1.01; 1.02\}$. Отметим, что второе значение ρ_2/ρ_1 может соответствовать мутьевому потоку непосредственно вблизи дна. Радиус цилиндра R был выбран равным 0.71 м .

Что касается толщины верхнего и нижнего слоев, то был рассмотрен случай, близкий к практическим задачам прокладки морского трубопровода на неглубоких акваториях прибрежных морей: общая глубина потока $H_0 = H + H_1 = 50 \text{ м}$, а толщина верхнего слоя $H = 40 \text{ м}$. С целью исследования влияния скачка плотности на характер реакции морской среды локализация центра поперечного сечения моделируемого диполем цилиндра ограничивалась четырьмя горизонтами: $h_i = \{1.5, 2, 3, 4.5 \text{ м}\}$.

Результаты вычислений волнового сопротивления X и величины подъемной силы Y (в расчете на погонный метр длины цилиндра) в зависимости от скорости набегающего потока V приведены на рис. 2–3. На каждом графике представлены 4 кривые, соответствующие разным расстояниям h_i от диполя до невозмущенного положения скачка плотности.

Как видно на рис. 2–3, практически для всех кривых $X_i(V)$ и $Y_i(V)$ характерно наличие существенных максимумов. Причем уменьшение максимальных амплитуд сил сопротивления наблюдается соответственно увеличению расстояния h_i от поверхности раздела слоев до обтекаемого диполя и одновременно со сдвигом их в сторону увеличения скорости V .

Далее, обращает внимание существенное влияние мощности скачка плотности $\varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} = 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}$ на величину волнового сопротивления и подъем-

ной силы, особенно в области их максимума. Так, сравнение графиков на рис. 2–3, показывает, что изменение максимальных амплитуд практически прямо пропорционально изменению величины ε . При этом сами значения максимума при удалении диполя от границы скачка смещаются в сторону увеличения скорости потока, а кривые $X_i(V)$ и $Y_i(V)$ “сплющиваются” и растягиваются вдоль оси V .

Как видно на рис. 2, кривые $X_i(V)$ быстро опускаются вниз, начиная с максимума и до очень малых значений вблизи критической скорости $V_{\text{кр}}^{\text{BH}} \approx 0.88 \text{ м/с}$ (для верхней пары графиков) и $V_{\text{кр}}^{\text{BH}} \approx 2.69 \text{ м/с}$ (для нижней). Здесь волновое сопротивление X испытывает разрыв первого рода, резко падая до нуля. Далее оно вновь достигает значительных величин лишь при существенно больших значениях V ($V > 6 \text{ м/с}$), т.е. при скоростях течения, не свойственных реальным условиям открытого моря¹. В то же время само значение критической скорости возрастает при увеличении мощности слоя скачка плотности ε , что соответствует расширению диапазона скорости, внутри которого препятствие испытывает значительное воздействие волнового сопротивления.

Таким образом, формирование в придонных слоях моря взвесенесущих течений с увеличенной плотностью потоков (вплоть до нескольких процентов относительно окружающих вод) может существенно усилить гидродинамическую нагрузку на обтекаемое препятствие. Таким образом, мощность скачка плотности ε , расстояние диполя от границы раздела слоев h и скорость потока V являются основными параметрами задачи, их вариации могут приводить к существенным изменениям гидродинамической реакции морской среды на обтекаемое препятствие.

В заключение обратим внимание на важную особенность в изменчивости подъемной силы: в относительно узком диапазоне изменения скоро-

¹ В последнем случае фактор повторного увеличения силы сопротивления связан со второй модой волнового воздействия и обусловлен наличием свободной границы потока.

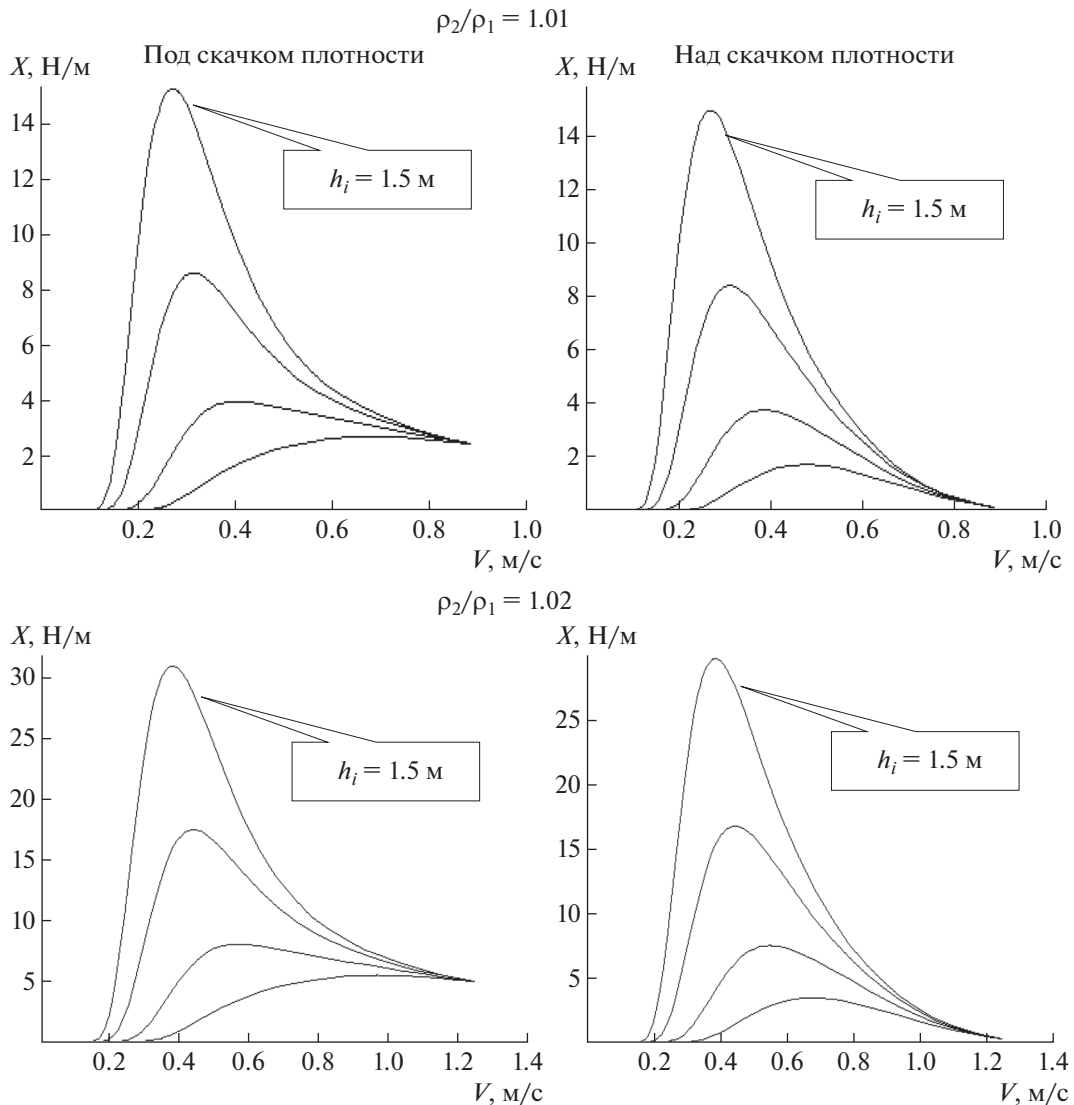


Рис. 2. Зависимости волнового сопротивления диполя от скорости потока. Диполь под скачком (левая пара), над скачком – (правая пара); $\rho_2/\rho_1 = 1.01$ для верхней пары графиков; $\rho_2/\rho_1 = 1.02$ – нижней пары; $h_i = \{1.5, 2, 3, 4.5\}$ м – горизонты локализации диполя под/над скачком плотности (последовательно от максимума $h_i = \{1.5\}$ м до минимума $h_i = \{4.5\}$ м).

сти набегающего потока подъемная сила резко меняет свое направление на противоположное (рис. 3). Возникает вопрос о причине столь резкого и реверсивного изменения $Y(V)$. Так, при малых скоростях в интервале от нуля и почти до максимума подъемной силы поток, по-видимому, воспринимает границу раздела слоев как твердую стенку. При этом по форме кривая $Y(V)$ близка к параболе. Тогда можно предположить, что на данном интервале скорости V граница слоев сдерживает силовой напор потока почти в невозмущенном состоянии. Указанный факт подтверждается отсутствием силы волнового сопротивления при малых V (см. рис. 2). Затем при

увеличении V граница начинает возмущаться, что приводит к изменению других параметров потока, в частности, поля давления. В результате давление на нижней половине модельного цилиндра резко падает с увеличением скорости потока, а подъемная сила реверсирует в очень узком интервале $V \approx 0.25 - 0.35$ м/с. Причем по модулю значение амплитуды реверсивной величины Y почти в два раза выше ее максимума, и далее она практически постоянна.

С другой стороны, структура горизонтальных течений в море (тем более вблизи дна), как правило, неоднородна. В этом случае из-за существующих неоднородностей в потоке возникающие

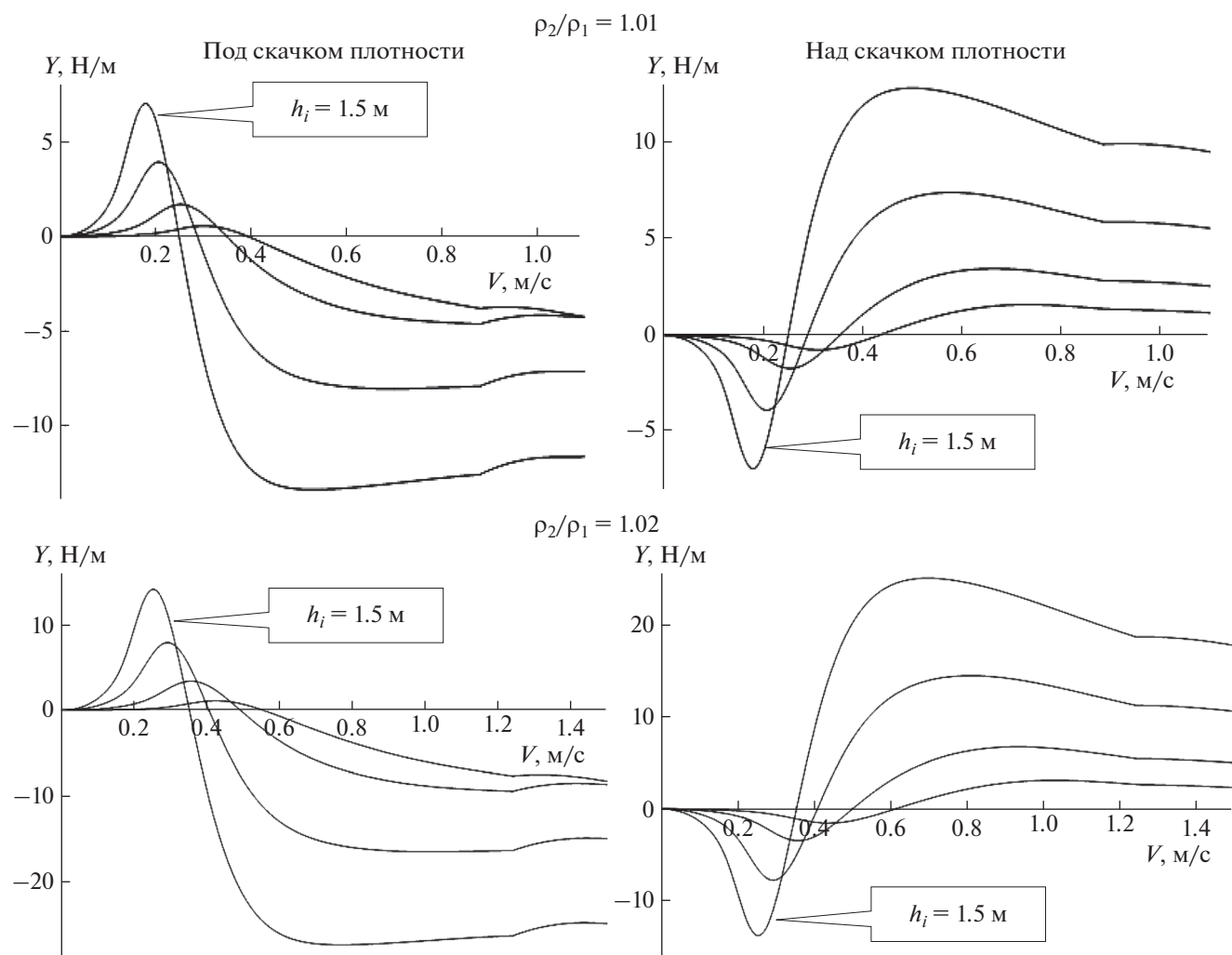


Рис. 3. Зависимости подъемной силы диполя от скорости потока. Диполь под скачком (левая пара) и над скачком (правая пара); $\rho_2/\rho_1 = 1.01$ для верхней пары графиков; $\rho_2/\rho_1 = 1.02$ – нижней пары; $h_i = \{1.5, 2, 3, 4.5\}$ м – горизонты локализации диполя под/над скачком плотности (последовательно от максимума до минимума для левой пары и от минимума до максимума – правой пары).

вертикальные силовые воздействия на горизонтально протяженные элементы каких-либо препятствий (в частности, транспортных трубопроводов) также могут быть неоднородны и даже противоположны по направлению (как выявлено по модели). В результате такие знакопеременные воздействия, распределенные по длине трубопровода, могут приводить к деформациям отдельных его частей с последующим их разрушением. Поэтому такие эффекты необходимо учитывать при проектировании подобных элементов подводных инженерных конструкций и выборе мест их локализации в морской среде.

Авторы благодарят д.ф.-м.н. А.Т. Ильичева и д.ф.-м.н. Г.М. Резника за полезные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 13-08-00538).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимирова И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные эффекты при обтекании препятствий в неоднородно-стратифицированной среде // Докл. РАН. 2011. Т. 440. № 6. С. 826–829.
2. Владимирова И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные возмущения при обтекании препятствий стратифицированным потоком конечной глубины // Океанология. 2012. Т. 52. № 6. С. 825–835.
3. Жмур В.В., Сапов Д.А. Катастрофические взвешенные гравитационные потоки в придонном слое океана // Мировой океан. Т. 1: Геология и текто-

- ника океана. Катастрофические явления в океане. М.: Научный мир, 2013. С. 499–524.
4. *Корчагин Н.Н., Савин А.С., Савина Е.О.* Волны на поверхности моря, обусловленные обтеканием подводного препятствия // *Океанология*. 2009. Т. 49. № 3. С. 348–354.
5. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. Изд. 5-е, переработанное. М.: Наука, 1978. 736 с.

Effect of Wave Influence of Two-layer Flow on Underwater Obstacles

I. Yu. Vladimirov, N. N. Korchagin, A. S. Savin

A study of force influence of stratified flow on underwater obstacles to be streamlined is carried out within the limits of theoretical model. The influence is considered to be caused by generation of internal waves in the vicinity of the density jump layer. Model of oil and gas transport pipeline is selected as an obstacle. Integral representations for the wave resistance and the lift force are obtained. Characteristics of variation of hydrodynamic reactions to act on the pipeline streamlined are revealed. The conditions of considerable increase of the reactions are also found out.