

УДК 551.465

## РОЛЬ БАРОТРОПНОГО ВОДООБМЕНА В ФОРМИРОВАНИИ СПЕКТРА КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ БАЛТИЙСКОГО МОРЯ

© 2015 г. Е. А. Куликов<sup>1,2</sup>, И. П. Медведев<sup>1,2</sup>, К. П. Колгерманн<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, географический факультет

e-mail: KulikovE@ocean.ru

Поступила в редакцию 08.11.2013 г., после доработки 07.02.2014 г.

По данным длительных (от 15 до 124 лет) уровенных рядов наблюдений в 3-х пунктах Балтийского и 2-х пунктах Северного морей анализируется спектр низкочастотной изменчивости уровня моря. Выделены основные периодические составляющие спектра: сезонные и приливные, включая плюсовой прилив с периодом около 14 мес. С помощью взаимного спектрального анализа рассчитана частотная характеристика отклика уровня Балтики на изменения уровня в Северном море. Показано, что основным фактором, определяющим низкочастотный спектр колебаний уровня Балтийского моря, является баротропный водообмен через Датские проливы. Ограниченная пропускная способность этих проливов является естественным низкочастотным фильтром, который успешно подавляет короткопериодные колебания уровня, приходящие извне. Простая модель водообмена, использованная в работе, позволила оценить параметры этого фильтра. Показано, что “частота отсечки” составляет 0.014 цикл/сут (период 74 сут): энергия колебаний уровня такой частоты уменьшается в два раза после проникновения их в Балтику.

DOI: 10.7868/S0030157415010116

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Балтийское море является внутриматериковым морем. Его площадь составляет 393 тыс. км<sup>2</sup>, средняя глубина – 54 м, максимальная – 459 м. Через узкие и мелководные Датские проливы (Большой Бельт и Малый Бельт, Зунд) Балтийское море соединяется с Северным морем. Установлено, что расход течения через эти проливы достигает значений, превосходящих речной сток примерно в 20 раз [18]. Фактически этот баротропный водообмен является основным фактором, формирующим низкочастотную изменчивость уровня моря. Быстрые изменения уровня в проливе Каттегат с трудом проникают в Балтику через узкие и мелководные проходы – они демпфируются из-за диссипации волновой энергии в турбулентном потоке. Как указывает Карлссон [8], система проливов является своего рода “низкочастотным фильтром”, который успешно подавляет высокочастотные колебания уровня, при этом медленные (низкочастотные) изменения уровня проникают в Балтику неискаженными.

В работе [17] предложено разделять изменчивость уровня Балтийского моря на два типа: 1) “внешние” колебания, формируемые изменениями уровня снаружи (в проливе Каттегат и в Северном море) и поступлением пресной воды в акваторию в результате речного стока; 2) “внутрен-

ние” колебания, обусловленные воздействием на поверхность моря переменного атмосферного давления, ветра и вариаций плотности в Балтике. При этом внутренние колебания определяют спектр изменчивости уровня моря в диапазоне периодов менее 2 сут – они существенным образом связаны с собственными свободными колебаниями (сейшами) в Балтийском бассейне. В свою очередь изменения уровня, вызванные внешними факторами, доминируют в спектре колебаний уровня с периодами более одного месяца.

В работе [3] представлены результаты спектрального анализа изменчивости уровня Балтийского моря по данным длительных ежедневных наблюдений в 22-х пунктах на побережье России, Финляндии, Латвии и Эстонии. Диапазон анализируемых частот изменчивости уровня соответствует, согласно определению [17], “внутренним” колебаниям моря. Показано, что спектр колебаний уровня формируется преимущественно под влиянием воздействия на поверхность моря переменного поля атмосферного давления и ветра. Большую роль играют частотно-избирательные свойства акваторий моря, которые определяют пространственную структуру колебаний моря и резонансные эффекты [4].

В свою очередь внешние низкочастотные колебания уровня в Балтике обусловлены в большей степени *крупномасштабным* взаимодействием ат-

Характеристика используемых данных

№	Название пункта	°с.ш.	°в.д.	Страна	Интервал времени, гг.
1	Куксхафен	53.87	8.72	Германия	1917–1987
2	Гетеборг	57.68	11.79	Швеция	1967–2006
3	Стокгольм	59.32	18.08	Швеция	1889–2012
4	Горный ин-т	59.93	30.28	Россия	1977–2006
5	Владиславово	54.80	18.42	Польша	1992–2006

мосферы и океана в Северной Атлантике. В известной работе Корта [2] рассмотрены закономерности этого взаимодействия и показаны физические механизмы формирования низкочастотной изменчивости.

В продолжение исследований изменчивости уровня Балтийского моря в данной работе представлены результаты изучения спектра низкочастотных колебаний уровня Балтики, охватывающих диапазон периодов от двух суток до 20 лет, определяемых как “внешние” колебания. Особое внимание уделено влиянию водообмена между Балтикой и Северным морем на формирование спектра колебаний уровня моря.

Отметим, что здесь мы не анализируем подробно вековые изменения уровня Балтийского моря (тренды). Существует несколько современных исследований, где эта проблема достаточно хорошо изучена, например, [13, 16].

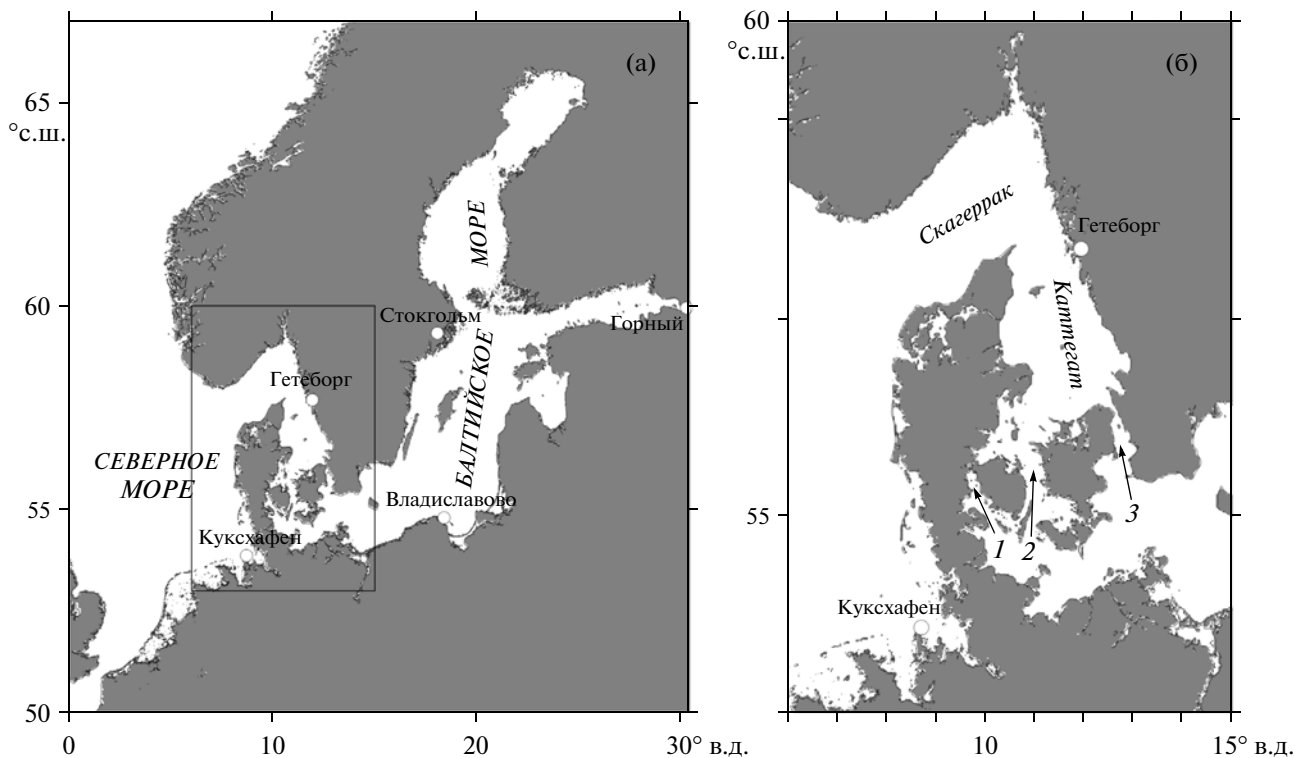
## 2. ДАННЫЕ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕНЧИВОСТИ УРОВНЯ МОРЯ

Для изучения низкочастотных колебаний уровня моря необходимо использовать длительные непрерывные наблюдения. На побережье Балтики существуют около 30 пунктов, где длительность измерений превышает 100 лет. Рекордной является станция Стокгольм – период наблюдений составляет 240 лет. В данной работе изменчивость уровня Балтийского моря анализировалась по данным ежечасных измерений на пяти мареографах (таблица, рис. 1): станция Горный институт (Санкт-Петербург, Россия), Гетеборг, Стокгольм (Швеция), Куксхафен (Германия) и Владиславово (Польша). Непрерывные ежечасные измерения в Стокгольме насчитывают 124 года. На станциях Горный институт и Владиславово наблюдения представлены в виде относительно коротких рядов: 30 и 15 лет соответственно. Колебания уровня в проливе Каттегат анализировались по данным измерений в Гетеборге. Длина ряда составила 40 лет. Станция Куксхафен является “внешней” для акватории Балтики, она располагается на германском побережье Северного моря. Длительность ряда для этой станции составила 81 год. Данные для

станций Куксхафен, Гетеборг и Стокгольм были взяты с портала Центра Уровня Моря Гавайского Университета (UHSLC) (<http://uhslc.soest.hawaii.edu>). Измеренные значения уровня были приведены к единому отсчету времени (Гринвичскому), уровень моря – к нулю Балтийской системы высот (0 БС). Данные были тщательно проверены на наличие ошибок и сбоев, пропуски в записях заполнялись интерполированными значениями. Стоит отметить высокое качество данных, использованных в нашем анализе. Так, процент пропусков данных измерений в рассматриваемые временные промежутки не превышал на всех станциях 1%.

Уровенная поверхность Балтийского моря претерпевает постоянные изменения на различных временных масштабах. На рис. 2 представлены записи изменения уровня моря в Стокгольме, построенные по данным с разной частотой дискретизации и осреднения.

В Балтийском море наблюдаются значительные вертикальные смещения земной коры, вследствие чего для межгодовой изменчивости уровня Балтийского моря на большинстве станций характерным является наличие однонаправленного линейного тренда (рис. 2а). Наибольшие скорости вертикальных поднятий наблюдаются в северной части Ботнического залива (т.е. уровень моря резко падает). В южной части Балтийского моря происходит опускание земной коры, вследствие чего изменения уровня имеют положительный тренд. После вычитания тренда из записи межгодовая изменчивость уровня приобретает вид суперпозиции большого количества различных волн, преобладающими из которых являются сезонные колебания уровня моря (рис. 2б). В Балтийском море они выражаются в виде годовой и полугодовой составляющих. Сезонные составляющие имеют метеорологическое происхождение, вследствие чего их амплитуды и фазы подвержены заметным изменениям от года к году. В синоптическом диапазоне гидрометеорологических процессов (с периодами 2–30 сут) каких-либо ярко выраженных периодических составляющих колебания уровня моря не наблюдается – колебания уровня формируются под преобладающим воздействием метеорологических факторов (атмосферного давления и ветрового напряжения) и носят преимуще-



**Рис. 1.** Карта Балтийского и Северного морей (а). Показано 5 станций длительных наблюдений за уровнем моря, данные которых были использованы в анализе. (б) На врезке показана карта Датских проливов (1 – Малый Бельт, 2 – Большой Бельт, 3 – Зунд).

шественно случайный характер (рис. 2в). На графике заметна также и регулярная составляющая – сезонный ход уровня. Наибольших амплитуд в Балтийском море достигают штормовые нагоны (до 3–4 м) и сейши, которые происходят на фоне регулярных периодических колебаний – приливов (рис. 2г).

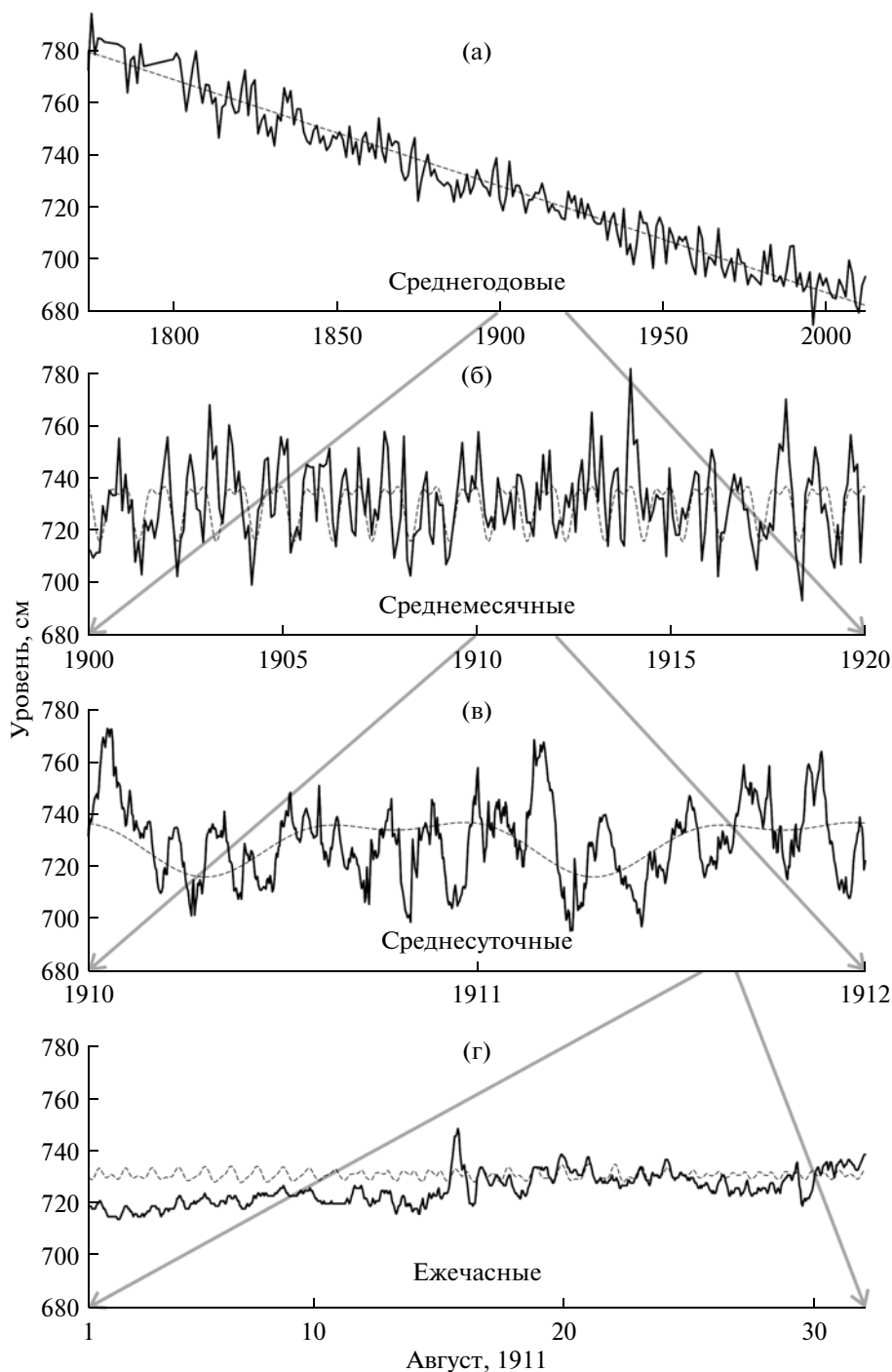
### 3. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЗАПИСЕЙ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ

Спектральный анализ случайных процессов обычно используется для оценки распределения энергии колебаний по частоте. В зависимости от природы колебаний спектр может носить или характер непрерывного распределения энергии по частоте (континуум), что типично для “шумовых” процессов турбулентного характера, или в виде резких дельтаобразных пиков (дискретный спектр), соответствующих регулярным гармоническим составляющим с фиксированными частотами. Например, приливные колебания уровня проявляются в спектре в виде дельтаобразных пиков с частотами основных приливных гармоник ( $K_1$ ,  $O_1$ ,  $M_2$ ,  $S_2$  и др.). В свою очередь изменения уровня, вызываемые воздействием на поверхность моря переменного атмосферного давления и ветра, в основном носят характер случайного

шума и имеют спектр в виде непрерывной функции от частоты.

Результаты спектрального анализа записей уровня моря по данным ежечасных измерений представлены в диапазоне частот от  $10^{-4}$  до 0.5 цикл/сут. Чтобы полнее отобразить спектральную зависимость для такого широкого диапазона частот, расчет спектра выполнялся с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье всей записи целиком и последующим осреднением вычисленной периодограммы по частоте. Сглаживание проводилось с помощью скользящего окна Гаусса, ширина которого  $\Delta f$  увеличивалась с частотой  $f$  так, что величина относительного разрешения  $\Delta f/f = 0.05$  оставалась постоянной для всех частот. На рис. 3 приведены спектры для двух наиболее длительных рядов наблюдений за уровнем на станциях Гетеборг (1979–2006 гг.) и Стокгольм (1889–2012 гг.). Зависимость спектра  $S(f)$  от частоты  $f$  представлена на графиках в линейно-логарифмическом масштабе, при этом величина  $fS(f)$  корректно отображает распределение энергии колебаний уровня по логарифму частоты.

Энергия (дисперсия) низкочастотных колебаний уровня моря распределена преимущественно в диапазоне  $10^{-3}$ – $10^{-1}$  цикл/сут. Без учета сезонных пиков в спектре колебаний уровня в Гетебор-

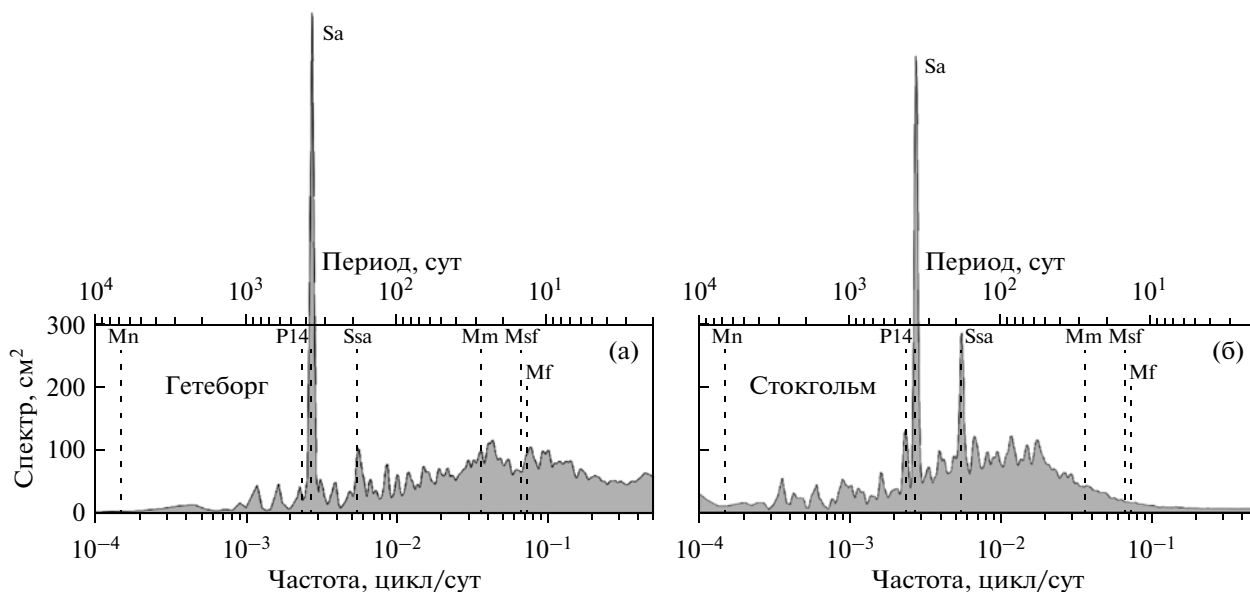


**Рис. 2.** Записи уровня в Стокгольме (а) – среднегодовые, штриховой линией показан линейный тренд, (б) – среднемесячные, штриховой линией показан средне-многолетний сезонный ход, (в) – среднесуточные, штриховой линией показан среднемноголетний сезонный ход, (г) – ежечасные, штриховой линией показан рассчитанный прилив.

ге максимальная доля энергии приходится на синоптический диапазон периодов 5–50 сут, при этом в Стокгольме большая часть энергии колебаний уровня сосредоточена во внутригодовом диапазоне периодов от 30 до 300 суток. Суммарная энергия колебаний составляет  $505 \text{ см}^2$  и  $395 \text{ см}^2$  со-

ответственно. Такое отличие спектров внутри и снаружи Балтийского моря соответствует эффекту низкочастотной фильтрации, упомянутому выше.

Вертикальными штриховыми линиями на рис. 3 отмечены частоты, соответствующие основным долгопериодным приливным составляю-



**Рис. 3.** Спектры колебаний уровня моря  $fS(f)$ : (а) – в Гетеборге (Северное море, Швеция), (б) – в Стокгольме (Балтийское море, Швеция). Штриховыми линиями отмечены частоты приливных гармоник: 18.6-летний нодальный (Mn), месячный (Mm), полумесячные (Msf, Mf), а также сезонные (Sa, Ssa – годовая и полугодовая) и 14-месячный полюсный прилив (P14).

щим – Mn – 18.6-летний нодальный прилив, P14 – полюсный прилив (14 месяцев), Sa и Ssa – солнечная годовая и полугодовая составляющие, Mm – лунная месячная, Mf – лунная полумесячная, Msf – лунно-солнечная полумесячная приливные составляющие.

Существенную долю в общей энергии колебаний составляет сезонная компонента. На рис. 3а и 3б кроме основного пика Sa, соответствующего годовой гармонике, отчетливо выделяется и полугодовая составляющая Ssa. Осредненные за длительное время (более чем за 100 лет) амплитуды годовой и полугодовой составляющих достигают в Балтийском море 14 и 5 см соответственно. Максимальные амплитуды годовой составляющей наблюдаются в Ботническом и Финском заливах, полугодовой – в центральной части Балтийского моря (в районе ст. Стокгольма) [10]. В Гетеборге преобладают годовые колебания уровня, а полугодовые проявляются значительно слабее.

Сезонные колебания уровня моря в основном связаны с годовым циклом изменения градиентов атмосферного давления и полей ветра, и в меньшей степени температуры и солености воды. Доля гравитационного прилива в сезонном цикле уровня моря весьма мала. Его амплитуда близка к статическому отклику и для годовой составляющей не превосходит нескольких миллиметров.

Известно, что приливы в Балтике формируются в результате проникновения приливных волн из Северного моря и собственных приливных колебаний, возбуждаемых непосредственно в акватории моря [14]. Как показано в [6], характерным

свойством приливных колебаний Балтийского моря является заметное преобладание амплитуд суточных приливных гармоник над полусуточными. Эта особенность кажется удивительной, поскольку в Атлантическом океане и связанных с ним окраинных морях полусуточные приливы существенно доминируют. В целом высота приливов невелика (5–8 см) и достигает максимальных значений в вершине Финского залива – до 20 см [6]. В Северном море приливные колебания уровня намного сильнее: на станции Куксхафен сизигийный прилив достигает высоты 3.2 м.

На спектрах анализируемых рядов наблюдений уровня не удается выделить значимые пики, соответствующие долгопериодным приливным составляющим Mm, Msf и Mf. В Балтике амплитуда этих гармоник весьма мала и их трудно выявить на фоне шума спектральным методом. Также проблематично выделение в спектре долгопериодной приливной гармонике Mn с периодом 18.6 года (нодальный прилив). В работе [19] ее амплитуда для Балтики оценивается примерно в 0.6–0.9 см, что близко к значению статического прилива.

На спектре колебаний уровня в Стокгольме (рис. 3б), рассчитанном по 124-летнему ряду, можно различить пик с частотой около 0.86 цикл/год (период 14 мес.). Эта гармоника соответствует частоте чандлеровских колебаний (Chandler Wobble) – свободных нутаций оси вращения Земли [5]. Соответствующую волну в океане, которая во многом аналогична долгопериодным приливным колебаниям, Дж. Дарвин назвал

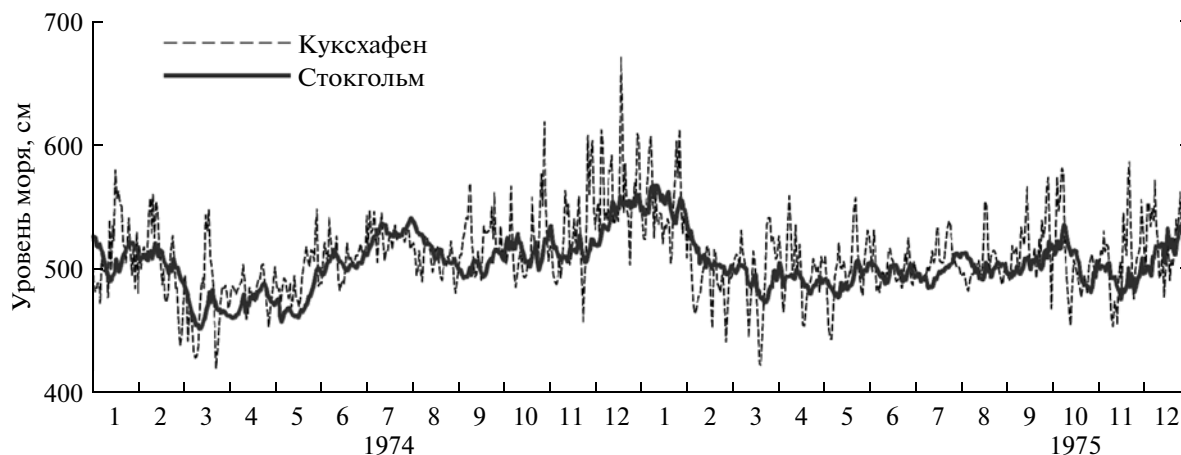


Рис. 4. Синхронные записи среднесуточных значений уровня в Куксхафене (Северное море) и Стокгольме (Балтийское море).

полюсным приливом [9]. В статье [7] по данным многолетних измерений уровня Балтийского моря были выделены основные особенности полюсного прилива в Балтийском море. По рассчитанным на 71 станции интегральным амплитудам была описана пространственная изменчивость полюсного прилива. Спектральный анализ длительных рядов наблюдений выявил изменения амплитуды и периода колебаний во времени. В целом полюсный прилив в Балтийском море — аномально высокий. При этом отмечено отчетливое возрастание амплитуд прилива в акватории Балтики в северо-восточном направлении от 1.5 до 4.5 см с максимумами в Ботническом и Финском заливах.

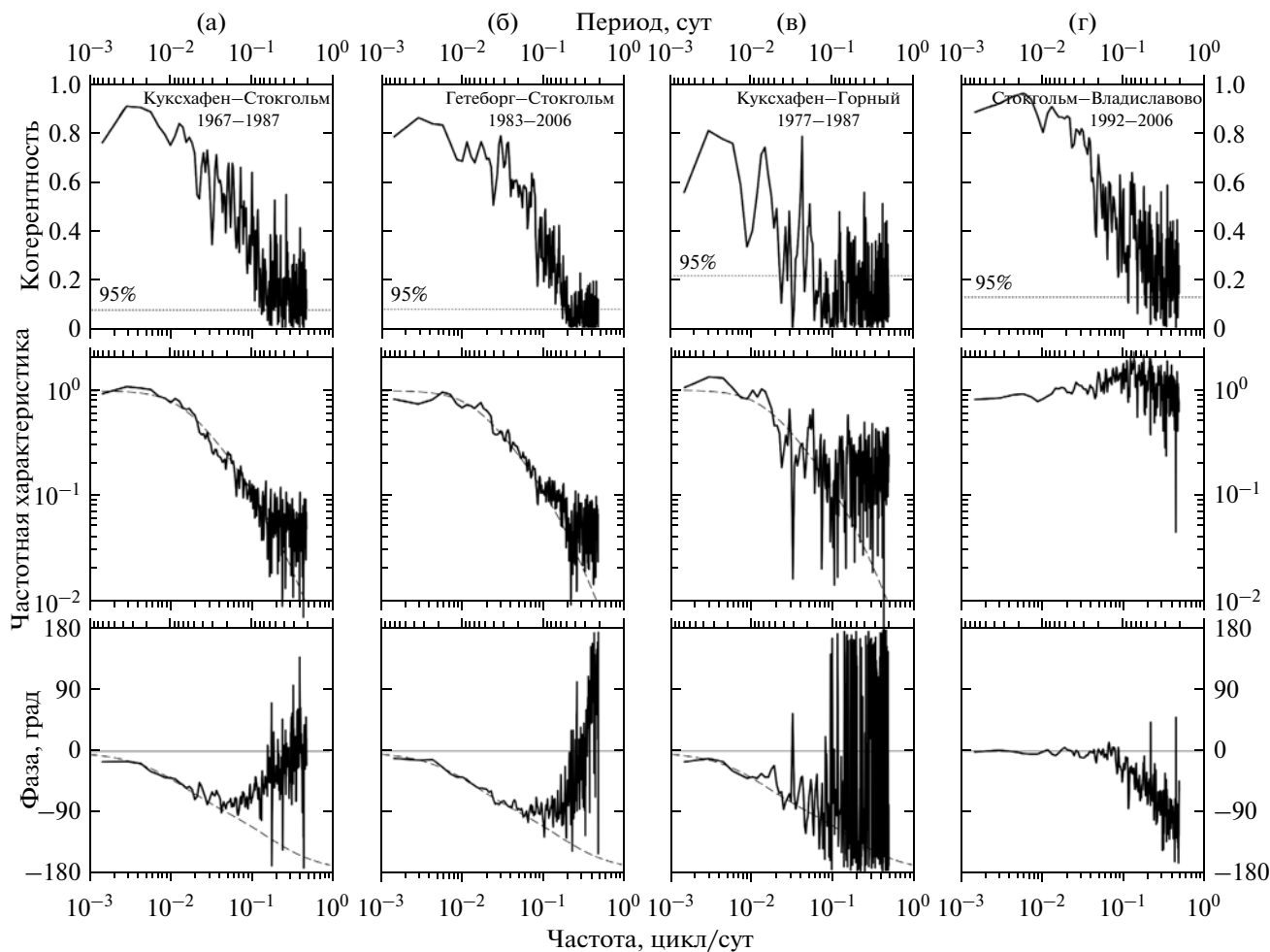
#### 4. БАРОТРОПНЫЙ ВОДООБМЕН МЕЖДУ БАЛТИЙСКИМ И СЕВЕРНЫМ МОРЯМИ И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ФОРМИРОВАНИЕ СПЕКТРА КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ

Как отмечается в работе [18], определяющим фактором, формирующим низкочастотную изменчивость уровня Балтийского моря, является водообмен через Датские проливы между Балтикой и Северным морем. Длительные постоянные течения, время от времени возникающие в узких проливах (Малый Бельт, Большой Бельт и Зунд), вызывают существенный отток или приток водных масс и могут приводить к заметным изменениям объема Балтийского моря. В работе [8] утверждается, что в результате интенсивного оттока/притока воды через Датские проливы средний уровень Балтики может измениться почти на метр менее чем за месяц. При этом характерная величина расхода составляет  $\sim 10^5$  м<sup>3</sup>/с [11] с пиковыми значениями до  $10^6$  м<sup>3</sup>/с.

Рассогласование уровней моря внутри Балтики и снаружи появляется вследствие разных причин: из-за приливных движений водных масс,

под влиянием ветра или градиента атмосферного давления, из-за речного стока, осадков и др. Возникающий компенсационный поток в узких и мелководных проливах контролируется преимущественно двумя физическими составляющими: силой трения (гидравлического сопротивления) в придонном турбулентном пограничном слое и образующимся градиентом гидростатического давления вдоль канала. Низкая пропускная способность Датских проливов является естественным фактором, который изолирует Балтийский бассейн от влияния на него короткопериодных изменений уровня моря в проливе Каттегат. Например, приливные колебания, амплитуда которых в Северном море составляет более 1 м, с трудом проникают в акваторию Балтики — здесь они в среднем не превышают нескольких сантиметров. В то же время сезонные и межгодовые изменения уровня в Северном и Балтийском морях отличаются не столь значительно. На рис. 4 приведены синхронные записи среднесуточных значений уровня в Куксхафене и Стокгольме. Видно, что колебания уровня в Стокгольме напоминают сглаженную запись в Куксхафене. На графике заметен эффект низкочастотной фильтрации: колебания уровня с периодами менее одного месяца, хорошо проявляющиеся в Северном море (на станции Куксхафен), практически исчезают после прохождения Датских проливов и почти не видны в записи в Стокгольме.

Чтобы рассчитать параметры этого природного фильтра, мы оценим спектральную частотную характеристику, связывающую записи уровня в Северном и в Балтийском морях. Были отобраны пары синхронных записей уровня: Куксхафен и Стокгольм (1967–1987 гг.), Гетеборг и Стокгольм (1983–2006 гг.), Куксхафен и Горный (1977–1987 гг.) и для сравнения анализировалась пара записей на балтийских станциях Стокгольм и Владиславо



**Рис. 5.** Взаимные спектральные характеристики, рассчитанные для четырех пар синхронных записей уровня: Куксхафен–Стокгольм (а), Гетеборг–Стокгольм (б), Куксхафен–Горный (в), Стокгольм–Владиславово (г). В верхнем ряду представлены графики когерентности, штриховой линией показан 95% доверительный интервал. В среднем ряду приведены графики модуля нормированной частотной характеристики. Штриховая линия показывает аппроксимацию изменений отклика аналитической зависимостью (7). В нижнем ряду представлены фазовые характеристики. Штриховая линия показывает аппроксимацию изменений фазы аналитической зависимостью (8).

(1992–2006 гг.). Ряды наблюдений уровня моря на станциях (Куксхафен и Гетеборг), расположенных в Северном море, при расчете взаимных спектральных характеристик задавались как **входной** сигнал по отношению к внутренним (балтийским) станциям Стокгольм и Горный, записи которых рассматривались как **выходные** сигналы рассматриваемой линейной системы. Спектральный анализ выполнялся с использованием быстрого преобразования Фурье и метода сглаживания спектральной плотности по отрезкам с применением окна Кайзера–Бесселя. Длина окна задавалась равной 16384 часа, что составляет около 2 лет. Число степеней свободы менялось для выбранных пар записей от 18 до 48.

На рис. 5 приведены результаты расчета взаимных спектральных характеристик: когерентности, частотной характеристики и фазового спек-

тра для четырех пар записей уровня (5а–5г). В верхнем ряду показана функция когерентности и отмечен 95% доверительный интервал. Ниже приводится нормированная частотная характеристика и фаза. На низких частотах когерентность оказывается довольно высокой, и только для периодов, меньше 5 сут, оценка связанности колебаний уровня становится статистически плохо обеспеченной. То есть так называемые **внешние** (низкочастотные) колебания уровня Балтийского и Северного морей хорошо коррелируют, а низкая когерентность для периодов менее 5 сут означает, что в этом диапазоне частот в спектре колебаний уровня большую роль играют **внутренние** колебания (например, сейши), несвязанные с колебаниями уровня в Северном море. Заметим, что для пары Стокгольм–Владиславово когерентность остается довольно высокой и на малых пе-

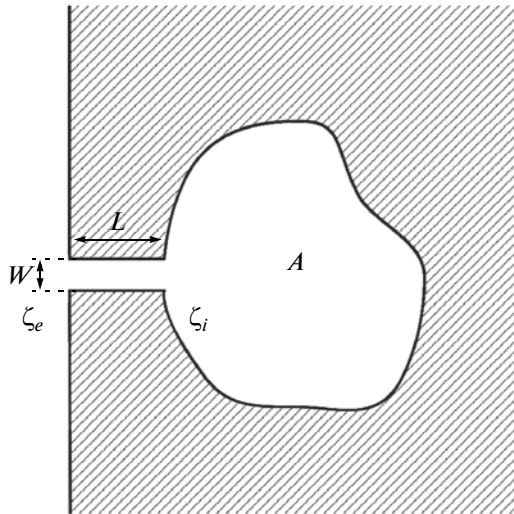


Рис. 6. Геометрия задачи (пояснения смотрите в тексте).

риодах. Это естественно, поскольку обе записи относятся к одной акватории.

Частотная характеристика является аналогом коэффициента регрессии случайных величин, и в рамках теории случайных процессов она устанавливает меру когерентной связи входного и выходного сигналов в линейной системе: отношение амплитуды гармоники выходного сигнала (отклика) к амплитуде входного сигнала заданной частоты. Мы видим, что для трех пар станций (рис. 5а, 5б, 5в) проявляется одинаковый характер изменения отношения амплитуд с частотой: величина отклика уровня в бассейне Балтики на внешнее воздействие (изменение уровня в Северном море) равномерно уменьшается с ростом частоты. На частоте 0.1 цикл/сут магнитуда частотной характеристики падает на порядок. Рассчитанные фазовые функции для этих трех пар станций (рис. 5а–5в) показывают заметное отставание по времени отклика уровня Балтики от соответствующих изменений уровня в Гетеборге и Куксхафене. Для периодов 100 суток фазовый сдвиг составляет около  $-40^\circ$ , то есть изменения уровня Балтики запаздывают относительно уровня Северного моря более чем на десять суток. Для периода 20 суток фаза составляет  $-90^\circ$  (5 сут). Заметим, что на высоких частотах (больших 0.1 цикл/сут) оценки частотной характеристики и фазы статистически менее значимы (низкая когерентность) и поэтому их разброс гораздо выше.

Для пары балтийских станций Стокгольм – Владиславово низкочастотные (частоты менее 0.1 цикл/сут) колебания уровня происходят синхронно. При этом величина отклика Владиславово/Стокгольм колеблется вблизи 1. Это означает, что медленные изменения уровня моря отражают увеличение или уменьшение объема воды Балтики.

Очевидно, что частотная и фазовая характеристики, рассчитанные для пар записей в системе Северное море–Балтика, характеризуют “пропускную способность” Датских проливов в зависимости от временного масштаба изменчивости уровня моря и возникающего при этом водообмена.

В работе [18] рассмотрено несколько простых моделей отклика уровня моря в частично изолированной акватории (бухта, фьорд, залив и др.) на баротропное воздействие из открытого океана. Для описания связи уровня Балтийского и Северного морей мы воспользуемся моделью, которую Стигебрандт называет “резонатор Гельмгольца”. Впервые сейшевая мода Гельмгольца была описана Майлсом [15]. Однако в модели Стигебрандта дополнительно учитывается диссипация энергии за счет турбулентного трения в канале.

Рассмотрим бассейн (залив) произвольной формы, соединенный узким каналом с открытым морем (см. рис. 6). В рамках линейных уравнений движения однородной жидкости в приближении мелкой воды определим связь колебаний уровня в заливе с изменениями уровня в открытом море. Ограничимся рассмотрением **медленных** движений жидкости, таких, при которых характерный временной масштаб вариаций уровня моря ( $T$ ) значительно превосходит время пробега гравитационной волны через акваторию бассейна и канала. В этом случае целесообразно использовать “квазистационарное” приближение, которое является по существу **гидравлическим**: скорость изменения уровня в заливе связана с уклоном свободной поверхности вдоль канала, который в свою очередь определяется скоростью потока и гидравлическим сопротивлением. Для узкого канала можно не учитывать влияние силы Кориолиса, пренебрегая поперечным перекосом уровня. Геометрия задачи представлена на рис. 6: площадь акватории залива  $A$ , длина канала  $L$ , его глубина  $D$ , а ширина  $W$ . Соответственно площадь поперечного сечения равна  $S = DW$ .

Будем считать, что характерное время приспособления уровня в заливе значительно меньше, чем типичный временной масштаб изменчивости скорости потока воды в канале. В этом случае можно считать, что уровень остается одинаковым на всей акватории залива. Следует отметить, что данное предположение является дискуссионным. Учет вращения допускает возникновение градиентно-вихревых волн (например, шельфовых волн) во внутренней акватории, которые значительно медленней, чем гравитационные, и могут повлиять на скорость установления равновесного состояния в заливе. Проявление градиентно-вихревых волн в Балтийском море подробно рассматривается в монографии [1]. Однако хорошо известно, что такого рода волны относятся к классу квазигеострофических движений, для ко-



торых отклонения уровня относительно малы (приближение твердой крышки), поэтому в данном случае мы будем пренебрегать этим эффектом.

Обозначим значение уровня со стороны открытого моря  $\zeta_e$ , а в заливе  $\zeta_i$ . Уравнение водного баланса запишется в виде

$$A \frac{d\zeta_i}{dt} = uS, \quad (1)$$

где  $u$  – скорость потока в канале,  $t$  – время. Заметим, что скорость потока принимается постоянной вдоль всего канала. Это условие справедливо, если протяженность канала  $L$  значительно меньше длины гравитационной волны с периодом порядка временного масштаба изменчивости уровня ( $L \ll T\sqrt{gD}$ , где  $g$  – ускорение свободного падения).

Уравнение движения жидкости в канале с учетом линейного гидравлического сопротивления запишется как

$$\frac{du}{dt} = -g \frac{d\zeta}{dx} - ru, \quad (2)$$

где  $r$  – коэффициент сопротивления. Интегрируя (2) вдоль канала, получим “гидравлическое” соотношение, связывающее уклон морской поверхности вдоль канала и скорость потока:

$$\frac{du}{dt} = g \frac{(\zeta_e - \zeta_i)}{L} - ru. \quad (3)$$

Отметим, что уравнение (3) без учета диссипации в канале использовалось в известной модели Майлса [15] при описания сейшевой моды Гельмгольца в бухте. Для оценки водообмена между Балтикой и Северным морем Стигебрандт [18] рекомендует использовать формулу для вычисления гидравлического сопротивления с квадратичной зависимостью от скорости течения: сила придонного трения определяется как  $\tau_b = C_b u^2$ . К сожалению, такая нелинейная модель несовместима с представлением о линейной системе в теории случайных процессов. С ее помощью было бы трудно интерпретировать результаты взаимного спектрального анализа уровневых наблюдений (амплитудно-фазовая частотная характеристика). Поэтому в данном исследовании мы ограничимся использованием простого линейного соотношения (3) для вычисления гидравлического сопротивления.

Уравнения (1) и (3) можно преобразовать в обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее затухающий осциллятор:

$$\frac{d^2\zeta_i}{dt^2} + 2\delta \frac{d\zeta_i}{dt} + \Omega^2 \zeta_i = \Omega^2 \zeta_e, \quad (4)$$

где  $\Omega^2 = \frac{gS}{AL}$  (здесь буквой  $\Omega$  обозначена собственная частота незатухающих колебаний),  $\delta = r/2$  – коэффициент затухания.

Запишем уравнение (4) в безразмерном виде. Для этого заменим  $\Omega t$  на  $\tau$ :

$$\frac{d^2\zeta_i}{d\tau^2} + 2\gamma \frac{d\zeta_i}{d\tau} + \zeta_i = \zeta_e, \quad (5)$$

здесь  $\gamma = \frac{\delta}{\Omega}$  – безразмерный коэффициент затухания.

Уравнение (5) определяет по существу линейную физическую систему, связывающую входной  $\zeta_e$  и выходной  $\zeta_i$  сигналы. Амплитудно-частотная характеристика такой системы хорошо известна – обычно ее используют для описания эффекта резонанса.

Предположим, что с внешней стороны канала наблюдается периодическое изменение уровня  $\zeta_e = a_e e^{i\omega t}$ ,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  или  $\zeta_e = a_e e^{i\sigma\tau}$ , где  $\sigma = \omega/\Omega$  – безразмерная частота вынуждающей силы. Вынужденное решение будет иметь вид  $\zeta_i = a_i e^{i\sigma\tau}$ , где связь амплитуд колебаний уровня на входе и выходе вычисляется из (5):

$$a_i = \frac{1}{(1 - \sigma^2) + 2i\gamma\sigma} a_e = R(\sigma) e^{i\varphi} a_e, \quad (6)$$

где модуль частотной характеристики можно записать как

$$R(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \sigma^2)^2 + 4(\gamma\sigma)^2}}, \quad (7)$$

а фаза определяется уравнением

$$\text{tg } \varphi = \frac{2\gamma\sigma}{1 - \sigma^2}. \quad (8)$$

В зависимости от величины коэффициента затухания система ведет себя по-разному: резонансные свойства проявляются только при  $\gamma < 1$  – в этом случае решение однородного уравнения (6) носит характер затухающих колебаний, максимум частотной характеристики соответствует резонансной частоте  $\sigma_0 = \sqrt{1 - \gamma^2}$ . При  $\gamma > 1$  наблюдается аperiodическое затухание, а при  $\gamma = 1$  так называемое **критическое затухание**.

Применительно к Балтийскому морю использование этой модели предполагает замену системы Датских проливов на один “эквивалентный” пролив с такой же пропускной способностью. Рассчитанные частотные характеристики и фазовый спектр (рис. 5) имеют вид, соответствующий аperiodическому (сверхкритическому) затуханию ( $\gamma > 1$ ) линейной системы Северное море–Балтика.

Аппроксимации изменений амплитуды (7) и фазы (8) частотной характеристики в диапазоне частот 0–0.1 цикл/сут дают оценку коэффициента затухания  $\gamma \approx 2.0$ , при этом собственная частота незатухающих колебаний  $\Omega \approx 0.31$  рад/сут (период около 20 суток). Фактически зависимость (7) является передаточной функцией низкочастотного фильтра, упоминаемого в работе [8]. Частота “отсечки” этого фильтра равна 0.014 цикл/сут (период 74 сут): энергия колебаний уровня с такой частотой после проникновения их в Балтику уменьшается в два раза.

Важнейший результат использования данной модели заключается в том, что она позволяет рассчитывать расход воды через Датские проливы через разницу средних уровней Балтики и Северного моря. В работе [18] для этого применяется квазистационарное приближение в предположении, что поток контролируется только разницей уровня в проливе Каттегат и в юго-западной части Балтики. Фактически в данной модели это означает малость ускорения  $\frac{du}{dt}$  в уравнении (3). Пренебрегая “динамикой”, можно записать скорость потока в канале как  $u \approx g \frac{(\zeta_e - \zeta_i)}{rL}$ , а формула для оценки расхода воды  $Q$  имеет вид

$$Q \approx \frac{(\zeta_e - \zeta_i)}{2\gamma} \Omega A. \quad (9)$$

Типичное значение среднесуточной разницы уровня до данным Гетеборга и Стокгольма составляет  $\sqrt{\langle (\zeta_e - \zeta_i)^2 \rangle} \approx 0.3$  м. Это соответствует среднему расходу воды через проливы, рассчитанному по формуле (9),  $Q \approx 10^5$  м<sup>3</sup>/с. Данная оценка полностью совпадает с данными [12].

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Известно, что вариации уровня моря преимущественно отражают баротропные движения жидкости, вызванные приливными силами, воздействием на поверхность моря ветрового напряжения, градиентов атмосферного давления. Для внутренних морей существенное влияние на изменения уровня может оказывать сток рек, осадки, изменение плотности воды за счет сезонных колебаний температуры и солёности.

Во статье [17] было предложено разделять изменчивость уровня Балтийского моря на два типа: “внешние” и “внутренние” колебания. Имеются в виду колебания уровня, генерируемые в акватории самой Балтики, и “индуцированные”, вызванные изменениями уровня вне акватории (в Северном море). Именно внешние (низкочастотные колебания) стали предметом настоящего исследования. Для них определяющим фактором

является баротропный водообмен между Балтикой и Северным морем.

Описание низкочастотного спектра колебаний уровня Балтийского моря в первую очередь предполагает анализ распределения энергии по частотам. В диапазоне частот от  $10^{-1}$  до  $10^{-4}$  цикл/сут в спектре отчетливо выделяются периодические составляющие: сезонная (годовая  $S_a$  и полугодовая  $S_{sa}$ ) и полусуточный прилив (P14) с периодом около 14 мес.

Низкочастотные аperiodические колебания уровня в основном обусловлены стохастическим воздействием на поверхность моря переменного ветра и атмосферного давления. Из-за рассогласования уровней моря внутри и снаружи Балтики может возникать интенсивный водообмен через Датские проливы. Ограниченная пропускная способность этих проливов создает естественный низкочастотный фильтр. Показано, что колебания уровня в Северном море с периодом 10 сут проникают в Балтийское море ослабленными в 10 раз! Частоту “отсечки” фильтра можно оценить как 0.014 цикл/сут (период 74 сут), для нее коэффициент ослабления энергии колебаний составляет  $\frac{1}{2}$ .

Обсуждаемая в работе простая аналитическая модель водообмена позволяет оценивать расход воды через Датские проливы, используя только знание разности уровней в проливе Каттегат и в Балтике. Следует, однако, отметить и ее ограниченность. В первую очередь это касается предположения о линейной зависимости гидравлического сопротивления в проливе от скорости потока. При формулировке модели не учтена также возможная разница в атмосферном давлении в пунктах наблюдения. Очевидно, что более корректно было бы задавать на разных концах пролива **приведенный** уровень, то есть уровень за вычетом барометрического отклика.

Такой простой метод расчета водообмена может быть успешно использован для ретроспективного численного моделирования изменчивости уровня Балтийского моря.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 12-05-00733, № 13-05-41360 и № 14-05-31461), РНФ (грант № 14-37-00038), а также гранта Министерства образования и науки (договор № 11.G34.31.0007).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев А.К., Захарчук Е.А., Иванов Н.Е. и др. Динамика вод Балтийского моря в синоптическом диапазоне пространственно-временных масштабов. СПб.: Гидрометеиздат, 2007. 354 с.
2. Корт В.Г. Крупномасштабное взаимодействие вод Северной Атлантики с атмосферой // Океанология. 1976. Т. 16. № 4. С. 565–570.
3. Куликов Е.А., Медведев И.П. Изменчивость уровня Балтийского моря и наводнения в Финском заливе // Океанология. 2013. Т. 53. № 2. С. 167–174.

4. Куликов Е.А., Файн И.В. Численное моделирование изменчивости уровня Балтийского моря // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. Специальный выпуск 2. С. 39–46.
5. Максимов И.В. Геофизические силы и воды океана. Л.: Гидрометеиздат, 1970. 447 с.
6. Медведев И.П., Рабинович А.Б., Куликов Е.А. Приливные колебания в Балтийском море // Океанология. 2013. Т. 53. № 5. С. 596–611.
7. Медведев И.П., Рабинович А.Б., Куликов Е.А. Полусный прилив в Балтийском море // Океанология. 2014. Т. 54. № 2. С. 137–148.
8. Carlsson M. Sea level and salinity variations in the Baltic Sea – an oceanographic study using historical data. Ph. D. thesis. Department of Oceanography. Göteborg University. 1997. 18 p.
9. Darwin G.H. The Tides and Kindred Phenomena in the Solar System. J. Murray, London, 1898. 342 p.
10. Ekman M. A common pattern for interannual and periodical sea level variations in the Baltic Sea and adjacent waters // Geophysica. 1996. № 32. P. 261–272.
11. Gustafsson B.G., Andersson H.C. Modeling the exchange of the Baltic Sea from the meridional atmospheric pressure difference across the North Sea // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. № C9. P. 19731–19744. DOI 10.1029/2000JC000593
12. Jacobsen T.S. Sea water exchange of the Baltic, measurements and methods. Belt Project, National Agency of Environmental Protection, Denmark, 1980. 706 p.
13. Johansson M., Boman H., Kahma K.K., Launiainen J. Trends in sea level variability in the Baltic Sea // Boreal Env. Res. 2001. № 6. P. 159–179.
14. Lisitzin E. Sea Level Changes. Amsterdam: Elsevier, 1974. 286 p.
15. Miles J.W. Harbor Seiching // Annual Review of Fluid Mechanics. 1974. V. 6. P. 17–35.
16. Nikitin O.P. Long-term trends of sea level in the Gulf of Finland of the Baltic Sea and movements of its shores // Proceedings of MWWD / Ed. Carlo Avanzini. MWWD organization. 2010. 15 p.
17. Samuelson M., Stigebrandt A. Main characteristics of the long-term sea level variability in the Baltic sea // Tellus. 1996. V. 48A. P. 672–683.
18. Stigebrandt A. Barotropic and baroclinic response of a semi-enclosed basin to barotropic forcing from the sea // Fjord oceanography / Eds. Freeland H.J. et al. New York: Plenum, 1980. P. 141–164.
19. Wryblewski A. Lunar nodal tide in the Baltic Sea // Oceanologia. 2001. V. 43. № 1. P. 99–112.

## The Role of the Barotropic Water Exchange in the Formation of the Baltic Sea-level Spectrum

E. A. Kulikov, I. P. Medvedev, K. P. Koltermann

The low-frequency sea level spectrum in the Baltic was analyzed basis on long-term time series of sea level data (15–124 years) from three tide gauge stations in the Baltic Sea and two in the North Sea. The principal periodicities detected in the spectrum are seasonal and tidal oscillations, including the pole tide with a period of about 14 months. To estimate the frequency response of sea level oscillations in the Baltic Sea relative to the North Sea a cross-spectral analysis was applied. It is demonstrated that the basic factor in the formation of the low-frequency sea level spectrum in the Baltic Sea is the barotropic water exchange through the Danish Straits. The limited throughput of these straits plays the role of a natural low-pass filter for the sea level variations: high frequency sea level variations from the North Sea are effectively damped, while the low frequency signal can pass through into the Baltic Sea almost undisturbed. A simple model of the barotropic water exchange used in the study enables us to estimate the parameters of the filter. It is shown that the cut-off frequency is about 0.014 cpd (74 day period): the energy of sea level oscillations at this frequency is reduced by one half after their penetration into the Baltic Sea.