УДК 550.34.012

# АЛГОРИТМ СОВМЕСТНОЙ ИНВЕРСИИ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН И РЕЗУЛЬТАТЫ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ ДЛЯ КАЛЬДЕРЫ ТОБА (ИНДОНЕЗИЯ)

© 2016 г. К.М. Джаксыбулатов<sup>1,2</sup>, И.Ю. Кулаков<sup>2,3</sup>, Н.М. Шапиро<sup>1,4</sup>

<sup>1</sup> Институт физики Земли Парижа, г. Париж, Франция

<sup>2</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, г. Новосибирск, Россия
 <sup>3</sup> Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия
 <sup>4</sup> Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, г. Петропавловск-Камчатский, Россия

Рассматривается новый алгоритм сейсмической томографии, основанный на совместном использовании данных объемных и поверхностных волн. Алгоритм является модификацией существующего кода *LOTOS* [Koulakov, 2009], разработанного для томографической инверсии по данным объемных волн от локальных землетрясений. Входные данные предлагаемой программы – времена пробега *P*- и *S*-волн и дисперсионные кривые групповых скоростей волн Рэлея и Лява. Преимущества одновременного использования волн разных типов связаны с тем, что их свойства являются взаимодополняющими. В частности, объемные волны имеют хорошее разрешение на значительных глубинах, где расположены очаги землетрясений, а разрешение для поверхностных волн лучше на малых глубинах. Данные по поверхностным волнам выделяются из сейсмического шума и не зависят от распределения землетрясений, что позволяет более надежно контролировать геометрию системы наблюдения. При инверсии вклад данных разных типов определяется весами при соответствующих уравнениях.

Представляемый алгоритм совместной инверсии был использован при анализе данных, собранных для региона кальдеры Тоба (Северная Суматра, Индонезия) на базе двух временных сетей сейсмических станций – *IRIS* и *PASSCAL* (1995 г.); *GFZ* и *LAKE TOBA* (2008 г.). Полученные результаты свидетельствуют о наличии на разных глубинах под кальдерой нескольких уровней магматических очагов.

Приводимые серии синтетических тестов демонстрируют более качественные результаты совместной инверсии по сравнению с результатами раздельного использования объемных и поверхностных волн.

Ключевые слова: сейсмическая томография, поверхностно-волновая томография на основе сейсмического шума, вулканы.

#### Введение

За последние 20–30 лет методы сейсмической томографии, основанные на анализе времен пробега объемных *P*- и *S*-волн (см., например, [*Thurber, Ritsema*, 2007; *Koulakov*, 2013]) или дисперсионных кривых поверхностных волн (см., например, [*Barmin, Ritzwoller, Levshin,* 2001; *Ritzwoller et al.,* 2002; *Shapiro, Ritzwoller,* 2002; *Kustowski, Ekström, Dziewoński,* 2008; *Яновская и др.,* 2008]), стали основным инструментом изучения трехмерного распределения физических параметров земной коры и мантии, среди которых сейсмические скорости, затухание, анизотропия, плотность и др. Исследования, проводимые методами сейсмической томографии, предоставляют важную информацию об особенностях строении коры и мантии объектов разных типов и пространственных масштабов. Сравнительно недавно начали активно развиваться методы, основанные на использовании сейсмического шума (см., например, [*Shapiro, Campillo, Stehly,* 2005; *Campillo, Roux, Shapiro,* 2011; *Campillo et al.,* 2011; *Ritzwoller, Lin, Shen,* 2011; *Poli, Pedersen, Campillo,* 2012]), инициировавшие проведение новых исследований, что уже привело к ряду важных открытий.

При реализации экспериментов на основе данных разных типов всегда существует проблема несовершенства систем наблюдения и физических ограничений. Для разных методов эти ограничения могут быть различными, и в таких случаях оказывается весьма продуктивным комплексирование различных подходов. В этом смысле совместное использование объемных и поверхностных волн выглядит более чем привлекательно, так как их свойства являются взаимодополняющими.

Объемные волны несут информацию о глубинных структурах, поскольку их источники – землетрясения – в большинстве случаев находятся на значительных глубинах. Поверхностные волны более чувствительны к приповерхностным структурам, с глубиной их чувствительность ощутимо уменьшается. Кроме того, во многих случаях лучи объемных волн подходят к поверхности субвертикально, что ведет к ухудшению вертикальной разрешающей способности, хотя горизонтальное разрешение может оставаться хорошим. Поверхностные волны, напротив, имеют лучшее разрешение по вертикали, но горизонтальное разрешение при этом хуже.

При использовании поверхностных волн, выделенных из сейсмического шума, рассматриваются виртуальные источники, совпадающие с одной из станций с известным местоположением. В случае анализа объемных волн от землетрясений одновременно со скоростной моделью необходимо определять и параметры источников. Объединение данных разных типов позволяет уменьшить степень неоднозначности решения обратной задачи. Все эти факты говорят о том, что совместное использование поверхностных и объемных волн может оказаться взаимодополняющим и позволит существенно повысить качество модели распределения сейсмических скоростей.

Ранее авторы работ [*West, Gao, Grand,* 2004; *Obrebski et al.,* 2012] показали, что совместный анализ времен пробега телесейсмических волн и фазовых скоростей волн Рэлея (в основном, длиннопериодных) от землетрясений дает более достоверные и корректные результаты, чем получаемые при их раздельном использовании. Эти исследования проводились в региональном масштабе и обеспечивали информацию о мантийных структурах. В недавней работе [*Zhang et al.,* 2014] авторами показано, что совместное использование объемных и поверхностных волн в локальном масштабе также оказывается эффективным. В названной работе анализировались времена пробега *P*- и *S*волн и групповые скорости волн Лява с частотами от 0.15–0.35 Гц.

Ярким примером полезности рассматриваемого подхода может служить его использование при изучении магматических систем в зонах субдукции и под вулканами [Koulakov, Shapiro, 2015], где происходят интенсивные тектонические процессы, обуславливающие сложную сейсмическую структуру. В частности, распределение магматических источников в коре и мантии под вулканами связано с контрастными сейсмическими аномалиями, которые могут быть обнаружены методом сейсмической томографии. Для понимания всей системы надо стремиться к ее целостному изучению – от глубинных источников до приповерхностных магматических камер, – что возможно только в случае комплексирования данных разных типов.

Авторы настоящей работы представляют алгоритм совместной инверсии объемных и поверхностных волн, построенный на основе созданной ранее программы локальной томографии *LOTOS* [*Koulakov*, 2009]. Алгоритм достаточно прост для использования; предполагается, что он может оказаться эффективным при исследованиях в разных регионах и при использовании различных систем наблюдения. В статье приводятся результаты синтетических тестов и полученные с использованием нового алгоритма результаты обработки реальных данных по кальдере Тоба (Индонезия).

#### Использованные данные

Использованные авторами данные для региона кальдеры Тоба получены в разные периоды времени двумя сейсмическими сетями. Одна из сетей была развернута на Северной Суматре в 1995 г. индонезийскими сейсмологами в сотрудничестве с *IRIS* и *PASSCAL* и функционировала в течение четырех месяцев. Сеть состояла из 30 коротко-периодных и 10 широкополосных приемников.

Вторая сеть, включавшая 40 короткопериодных станций, была установлена учеными из Германии (*GFZ, LAKE TOBA*) в 2008 г. и функционировала в течение шести месяцев. Для наблюдений использовались сейсмометры GFZ:LT2008:L4-3D/g=170 с нижним порогом чувствительности 0.06 Гц [*Riedesel, Moore, Orcutt,* 1990]. Данные, полученные двумя сетями, ранее уже анализировались в разных работах, и по ним были получены важные результаты, освещающие сейсмическую структуру коры и мантии под кальдерой Тоба (см., например, [*Koulakov et al.,* 2009; *Jaxybulatov et al.,* 2014]).

В настоящей работе рассматривались записи объемных волн, полученные в 1995 и 2008 гг. (рис. 1, *a*); поверхностные волны, полученные из кросс-корреляции сейсмического шума, – по записям 2008 г. (рис. 1, *б*).



**Рис. 1.** Схемы сейсмических сетей, записи которых использованы в настоящей работе для анализа объемных (a) и поверхностных ( $\delta$ ) волн

Треугольники – сейсмические станции; кружки – положение источников (эпицентров событий с очагами, расположенными на разной глубине). Серые линии соединяют пары "приемник–источник"; сплошные черные линии – береговые линии, штриховые – крупные разломы

Для инверсии времен пробега было выбрано всего 654 землетрясения (анализировались 6644 записи *P*-волн и 5240 записей *S*-волн); для поверхностно-волновой томографии использовались 494 дисперсионные кривые по трансверсальной компоненте (волны Лява), 440 по радиальной компоненте и 585 по вертикальной (волны Рэлея).

Перечисленные данные служили входными для программы, рассматриваемой в настоящей статье.

#### Общая схема алгоритма совместной инверсии

Принципиальная схема предлагаемого алгоритма графически представлена на рис. 2, где цифры *1–8* – номера блоков, используемые при дальнейшем описании основных шагов алгоритма.

Входная информация для расчетов включает данные двух типов: ВД 1 на рис. 2 – это дисперсионные кривые групповых скоростей (волн Рэлея и Лява) и ВД 2 – времена пробега *P*- и *S*- волн. Кроме того, пользователем задаются некоторые начальные параметры – стартовая скоростная модель (1*D*, 3*D*), шаг сетки, различные весовые значения для инверсии и т.п.





#### Расчет двумерных карт групповых скоростей

Чтобы локализовать измеренные дисперсионные кривые или, другими словами, определить значение групповых скоростей в конкретной точке исследуемого региона, необходимо рассчитать двумерные томографические карты групповых скоростей для выделенных периодов (блок *1* на рис. 2). Такие карты рассчитываются на основе измеренных групповых скоростей для отдельных частотных интервалов между всеми возможными парами станций. Частотные интервалы, для которых выбираются значения групповых скоростей, задаются пользователем.

Томография выполняется на основе прямых лучей, соединяющих пары станций, одна из которых рассматривается как мнимый источник, другая – как приемник. Групповые скорости представляются в виде времен пробега волновых пакетов – t=S/U, где S – расстояние между станциями, U – групповая скорость волны Рэлея или Лява. Цель томографической инверсии – нахождение модели, удовлетворяющей временам t. Двумерная томографическая инверсия времен пробега проводится на основе алгоритма, предложенного в [Koulakov, Stupina, Kopp, 2010].

Результаты инверсии, выполненной для данных по кальдере Тоба, показаны на рис. 3.



**Рис. 3.** Результаты двумерной томографической инверсии, выполненной для кальдеры Тоба. Карты скоростных аномалий для волн Лява (*левый столбец*) и Рэлея (*правый*) для периодов 5 с (*верху*) и 15 с (*внизу*)

Можно видеть, что непосредственно под кальдерой происходит уменьшение групповых скоростей поверхностных волн.

На следующем этапе с помощью карт групповых скоростей можно локализовать дисперсионную кривую и отнести её к конкретной точке на карте (см. рис 2, блок 2). Именно инверсия этих локализованных дисперсионных кривых определяет одномерные модели  $V_P(z)$ ,  $V_S(z)$  и  $\rho(z)$ , относящиеся к одной точке с координатами X, Y, из которых в итоге строится трехмерная модель.

Далее рассматривается, каким образом выполняется инверсия дисперсионных кривых.

Линеаризованная инверсия дисперсионных кривых и корректировка одномерной модели

Инверсия дисперсионных кривых предполагает получение одномерных моделей  $V_P(z)$ ,  $V_S(z)$  и  $\rho(z)$  из дисперсионных кривых групповых скоростей U(T) или фазовых скоростей c(T). В данной работе используются только дисперсионные кривые групповых скоростей, соответствующих фундаментальным модам поверхностных волн Рэлея и Лява. Отметим, что групповые скорости поверхностных волн более всего чувствительны к  $V_S$ . При проведении совместной инверсии объемных и поверхностных волн необходимо использовать одинаковые подходы для обращения этих групп данных.

В нашем случае самый простой подход – это линеаризованное приближение. Он основывается на предположении о том, что при малых изменениях зависимость измеренных данных от параметров среды линейна. Это означает, что изменения групповых скоростей волн Рэлея и Лява линейно зависят от изменений параметров X среды (параметрами среды могут быть  $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ):

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX \,. \tag{1}$$

Зная значение первой производной  $\frac{\partial U}{\partial X}$  и отклонение наблюдаемой групповой скорости от ее значения в референтной модели, путем решения линеаризованной обратной задачи можно восстановить значение dX. Первую производную  $\frac{\partial U}{\partial X}$  часто также называют ядром чувствительности для поверхностной волны, показывающим, как сильно изменение скорости на некоторой глубине влияет на групповую скорость волны с конкретной частотой.

Пример чувствительности групповых скоростей волн Рэлея и Лява к V<sub>S</sub> показан на рис. 4. Можно видеть, что волны с бо́льшими периодами глубже проникают в среду, поставляя информацию о более глубоких частях модели. Рассчитать такую кривую можно с использованием метода малых возмущений.



**Рис. 4.** Примеры чувствительности групповых скоростей волн Рэлея и Лява к  $V_s$  при разных значениях периода T от 3 до 17 с

Чтобы узнать на глубине  $z_n$  значение для определенного периода  $T_n$ , берется начальная одномерная модель  $X_0(z)$  и на глубине  $z_n$  вносится малое изменение  $\Delta X - X(z_n) = X_0(z_n) + \Delta X$ . Таким образом получается новая (возмущенная) модель X(z).

Рассчитав значения  $U_0(T_n)$  для начальной модели  $X_0(z)$  и  $U(T_n)$  для возмущенной модели X(z), берем их разницу  $\Delta U = U(T_n) - U_0(T_n)$ . При достаточно малых значениях  $\Delta X$ 

$$\frac{\Delta C}{\Delta X} = \frac{\partial C}{\partial X}.$$
(2)

Отметим, что на практике при существенно малых значениях  $\Delta X$  расчеты становятся неустойчивыми, а при больших  $\Delta X$  приближение не работает.

Значение  $\frac{\Delta U}{\Delta X}$  зависит также от толщины слоя, в котором мы меняем скорость на величину  $\Delta X$  – чем меньше толщина этого слоя, тем ниже чувствительность и тем больше количество точек по глубине, для которой рассчитывается  $\frac{\Delta U}{\Delta X}$ . Истинное зна-

чение  $\frac{\partial U}{\partial X}$  достигается при достаточно малых  $\Delta X$ , но при  $\Delta X < 0.05$  км/с расчеты становятся неустойчивыми (рис. 5).



**Рис. 5.** Зависимость  $\Delta U/\Delta X$  от величины возмущения  $\Delta X$ , рассчитанная для глубины 8 км и периода 10 с для волн Рэлея (*вверху*) и Лява (*внизу*)

В данном примере  $X=V_S$ ,  $U_R$  – групповая скорость волн Рэлея,  $U_L$  – волн Лява

При  $\Delta X$ >0.1 км/с флуктуации в  $\frac{\Delta U}{\Delta X}$  становятся меньше 5 %, что не сильно влияет на расчеты при итеративном подходе. Значения  $\frac{\Delta U}{\Delta X}$  рассчитывались с шагом 2 км по глубине; на каждом шаге значение возмущения и для волн Рэлея, и волн Лява были одинаковыми –  $\Delta X$ =0.2 км/с.

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. 2016. Том 17. № 4

Принимая dU равным разности между наблюденными  $(U_{\rm H})$  и расчетными (модельными –  $U_{\rm M}$ ) данными –  $dU=U_{\rm H}-U_{\rm M}$ , а  $dX=X_{\rm M}-X_0$  ( $X_0$  – стартовая модель) и зная  $\frac{\partial U}{\partial X}(T,z)$  для разных глубин и периодов, для инверсии дисперсионной кривой и получения одномерной модели можно написать систему линейных уравнении для разных

периодов и разных волн, выбрав обычную одномерную параметризацию по глубине. В нашем случае скорость ищется в узлах, размещенных с постоянным шагом по

глубине. Между узлами вариации скорости меняются линейным образом. При этом обратная задача сводится к системе линейных уравнений вида

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial X}(T_1, z_1) & \frac{\partial U}{\partial X}(T_1, z_2) & \dots & \frac{\partial U}{\partial X}(T_1, z_n) \\ \frac{\partial U}{\partial X}(T_2, z_1) & \frac{\partial U}{\partial X}(T_2, z_2) & \dots & \frac{\partial U}{\partial X}(T_2, z_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial U}{\partial X}(T_m, z_1) & \frac{\partial U}{\partial X}(T_m, z_2) & \dots & \frac{\partial U}{\partial X}(T_m, z_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \\ \dots \\ dX_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dU_1 \\ dU_2 \\ \dots \\ dU_m \end{bmatrix}.$$
(3)

К этой матрице добавляются также матрицы сглаживания и регуляризации (подробнее см. ниже). В результате инверсии мы получаем значения  $(dX_1, ..., dX_n)$ , которые нужно добавить к стартовой модели, чтобы достичь уменьшения невязок в векторе данных  $(dU_1, ..., dU_m)$ .

Инверсия выполняется итеративно несколько раз; в каждой новой итерации в качестве стартовой используется модель, полученная при предыдущей инверсии  $(X_0+dX_1, ..., X_0+dX_n)$ . Количество итераций выбирается в зависимости от значения относительного уменьшения невязок – если это значение составляет 1–5 %, следующую итерацию можно не производить.

Для изменения или оптимизации стартовой одномерной модели на основе средней дисперсионной кривой используется вышеописанный подход. Средняя дисперсионная кривая рассчитывается по всем кривым, полученным после двухмерной томографии:

$$U(T) = \frac{\sum_{i=1}^{nx} \sum_{j=1}^{ny} U(x_i, y_j, T)}{nx \cdot ny} , \qquad (4)$$

где nx – количество узлов по x; ny – по y. Средние дисперсионные кривые для волн Рэлея и Лява и соответствующее им распределение одномерной скорости, полученные в результате инверсии, показаны на рис. 6. В этом случае инверсия выполнялась одновременно для двух типов волн – Рэлея и Лява.

Полученное одномерное распределение скорости продольных и поперечных волн используется далее в качестве стартовой модели при совместной инверсии объемных и поверхностных волн (см. рис. 2, блок 3). Скорости *P*-волн, а также скорости *S*-волн ниже зоны чувствительности поверхностных волн определяются, исходя из предыдущих исследований на базе объемных волн, т.е. берется неизмененная часть одномерной модели.



**Рис. 6.** Корректировка стартовой одномерной модели на основе средних дисперсионных кривых волн Рэлея (*слева*) и Лява (*справа*). *а* – дисперсионная кривая до корректировки (*1*), рассчитанная кривая после корректировки (*2*), средняя дисперсионная кривая (*3*); *б* – стартовая одномерная модель (*1*), результат инверсии (*2*)

# Локализация источников объемных волн и построение матриц чувствительности поверхностных и объемных волн

Выбрав трехмерную сетку для параметризации среды, для каждого ее узла мы рассчитываем чувствительность групповых скоростей поверхностных волн и чувствительность времен пробега объемных волн к параметрам модели ( $V_P$ ,  $V_S$ ). Напомним, что берутся только те узлы, где имеется достаточное значение чувствительности поверхностных волн и плотности лучей. Между узлами значение параметров интерполируется линейно. Сначала локализуются источники на основе стартовой одномерной модели, после чего рассчитывается чувствительность времен пробега объемных волн к вариа-

ции скорости в каждом узле сетки  $\left(\frac{dt}{dV_P}, \frac{dt}{dV_S}\right)$ . На каждой последующей итерации ис-

точники локализуются на основе трехмерной модели, полученной в предыдущей итерации (блок 5). Траектории лучей объемных волн в трехмерной среде рассчитываются методом изгиба [*Um, Thurber,* 1987]. Чувствительность времен пробега объемных волн к вариации скорости определяется по формуле (блок 6):

$$\frac{\partial t}{\partial V} = \frac{-\int_{L} \frac{\Delta V(l)}{V_0^2} dl}{\partial V} , \qquad (5)$$

где L – траектория луча;  $V_0$  – стартовая модель;  $\Delta V(l)$  – изменение скорости вдоль луча при изменении скорости в некотором узле на  $\partial V$ . Для поверхностных волн также по стартовой одномерной модели рассчитывается матрица чувствительности, отражающая изменение групповой скорости поверхностной волны с конкретным периодом  $(\partial U_{resc}, \partial U_{resc}, \partial U_{resc})$ 

 $\left(\frac{\partial U_R}{\partial V_P}(T), \frac{\partial U_R}{\partial V_S}(T), \frac{\partial U_L}{\partial V_S}(T)\right)$  в зависимости от изменения сейсмической скорости в од-

ном узле (см. рис. 2, блок 4). Объединяя две эти матрицы, получаем матрицу для совместной инверсии (там же блок 7):

$$W_{b} \begin{vmatrix}
 \frac{\partial t}{\partial Vp} & 0 & \frac{\partial t}{\partial H} & \frac{\partial t}{\partial Sp} \\
 0 & \frac{\partial t}{\partial Vs} & \frac{\partial t}{\partial H} & \frac{\partial t}{\partial Ss} \\
 \frac{\partial U_{R}}{\partial Vp}(T) & \frac{\partial U_{R}}{\partial Vs}(T) & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\partial U_{L}}{\partial Vs}(T) & 0 & 0
 \end{aligned}
 \begin{bmatrix}
 dVp \\
 dVs \\
 dH \\
 dS
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 dt_{p} \\
 dt_{s} \\
 dU_{L}
 \end{bmatrix}$$
 (6)

Для объемных волн каждая строка – это один луч, а правая часть – разница между рассчитанными и измеренными временами  $(dt_p, dt_s)$ . Для поверхностных волн каждая строка такой матрицы представляет волну с одним периодом, а правая часть – разницу между рассчитанной и измеренной групповой скоростью  $(dU_R, dU_L)$ . Определяющие вклад разных матриц веса  $W_b$  для объемных волн и  $W_s$  для поверхностных, задаваемые пользователем, выбираются на основе измерения соотношения невязок по групповым скоростям и по временам пробега (рис. 7), а также на основе синтетических тестов. По результатам данного теста были выбраны значения весов между 2 и 4.



**Рис. 7.** Тест для выбора вклада объемных и поверхностных волн

Горизонтальная ось – невязка для объемных волн, с; вертикальная – невязка для поверхностных волн, км/с. Цифры на графике – значения веса объемных волн при постоянном значении веса поверхностных, равном 1

В дополнение к параметрам скорости матрица содержит элементы для корректировки параметров источников  $\frac{\partial t}{\partial H}$  и станций  $\frac{\partial t}{\partial Sp}, \frac{\partial t}{\partial Ss}$ , где  $\partial H = \partial t_{sr}, \partial x, \partial y, \partial z$ ;  $t_{sr}$  – время в источнике; x, y, z – координаты источника;  $\partial S = \partial t_{sr}$  – станционная поправка.

Помимо основной матрицы добавляются матрицы регуляризации. В данном случае используется матрица сглаживания, каждая строка которой содержит два равных ненулевых элемента с разными знаками, соответствующих соседним узлам параметризационной сетки; *i*-я строка матрицы сглаживания выглядит как Алгоритм совместной инверсии объемных и поверхностных волн ...

$$\left[W_{sm} \cdot dV_k - W_{sm} \cdot dV_n\right]_i = [0].$$
<sup>(7)</sup>

Этому матричному блоку соответствует нулевой вектор данных. Увеличение веса  $W_{sm}$  такой матрицы при инверсии приводит к сглаживанию решения. В рассматриваемой программе веса для горизонтального и вертикального сглаживания определяются раздельно путем разделения "соседей" с преобладающей горизонтальной или вертикальной связью.

Для регулирования амплитуды решения добавляется диагональный матричный блок, каждая строка которого содержит один ненулевой элемент, а вектор данных состоит из нулей. Увеличение веса  $W_{dm}$  этой матрицы при инверсии приводит к подавлению амплитуды аномалии. В матрице регуляризации амплитуд *i*-я строка имеет вид

$$\left[W_{dm} \cdot dV_k\right]_i = [0]. \tag{8}$$

Инверсия выполняется итеративно несколько раз посредством метода *LSQR* [*Paige, Saunders,* 1982; *Van der Sluis, Van der Vorst,* 1987]; в каждой новой итерации стартовой становится модель, полученная после предыдущей инверсии. На каждой итерации для исключения артефактов, связанных с конфигурацией сетки, инверсия проводится для нескольких сеток с разной ориентацией. После выполнения нескольких итераций томографической инверсии мы получаем трехмерное распределение скоростных аномалии *P*- и *S*-волн (блок *8* на рис. 2).

#### Результаты синтетических тестов

Результаты восстановления одномерной синтетической модели по данным поверхностных волн показаны на рис. 8. В тесте использовалась слоистая модель с аномалиями разных знаков, одинаковыми (-10%, +10%) для трех параметров среды –  $V_P(z)$ ,  $V_S(z)$  и  $\rho(z)$ . Синтетические дисперсионные кривые рассчитывались на основе известной одномерной синтетической модели с использованием алгоритма из [*Herrmann*, 1987], в котором решение волнового уравнения для поверхностных волн в слоистой среде сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнении. Рассчитанные кривые служат входными данными для инверсии. Реконструкция синтетической модели проводилась одновременно для всех трех параметров при раздельном использовании данных по волнам Рэлея и Лява, а также при их совместной инверсии.

Представлен результат, полученный по волнам Рэлея, поскольку только они чувствительны к  $V_P(z)$  в приповерхностной (до 5 км) части среды. Можно видеть (см. рис. 8), что линейная инверсия дисперсионных кривых волн Рэлея и Лява дает хорошее восстановление синтетической модели. Отметим, что в трехмерном случае выполнялась совместная инверсия только для  $V_P$  и  $V_S$ , так как по временам пробега объемных волн мы не можем получить информацию о плотности.

В трехмерном случае дисперсионные кривые рассчитываются на основе известной трехмерной модели в узлах заранее определенной сетки, после чего эти данные пересчитываются в групповые скорости между станциями. Рассчитанные таким образом данные используются в качестве входных для инверсии, проводимой по той же схеме, что и в случае реальных данных. Для этой же модели рассчитываются синтетические времена пробега с применением трехмерного алгоритма лучевого трассирования, основанного на методе изгиба. Полученные времена используются как входные данные для инверсии.

На рис. 9 представлены результаты трехмерного синтетического теста "вертикальная шахматная доска" для поперечных волн. Во всех случаях сначала независимо проводилась инверсия для объемных и поверхностных волн, а затем выполнялась совместная инверсия.



**Рис. 8.** Примеры одномерной инверсии: a – синтетическая модель;  $\delta$  – результаты инверсии для  $V_S$  с использованием дисперсионных кривых волн Рэлея (1), Лява (2) и при совместном использовании (1+2) всех трех параметров; e – результаты инверсии для  $V_P$  (волна Рэлея); e – результаты инверсии для лотности  $\rho$ 

Тестовая модель состоит из блоков, имеющих размер  $25 \times 25$  км, с чередующимися (+5 % и -5 %) значениями аномалии; толщина верхнего слоя – 4 км; по направлению, перпендикулярному к профилю, длина блоков 50 км. Поверхностные волны, как и предполагалось, хорошо восстанавливают структуры до глубин 20–25 км. Объемные волны совсем не восстанавливают вертикальные структуры, близкие к поверхности, хотя в отдельных местах прослеживаются некоторые блоки на глубине более 20 км. При совместной инверсии аномалии восстанавливаются более адекватно, чем при раздельной. Лучший результат получается при совместном использовании для инверсии данных объемных и поверхностных волн. Параметры  $W_b$ ,  $W_s$ ,  $W_{dm}$ ,  $W_{sm}$  и т.д., выбранные в последнем случае для восстановления структуры, используются для инверсии реальных данных.



**Рис. 9.** Результаты синтетического теста "вертикальная шахматная доска", выполненного при раздельном и совместном использовании данных разных типов (вертикальные сечения). Черные точки – положение очагов землетрясений после третей итерации. Местоположение профилей 1, 2 см. на рис. 10

## Обсуждение результатов, полученных для реальных данных. Заключение

Ниже представлены результаты инверсии, полученные для реальных данных, показывающие распределение скоростей *P*- и *S*-волн на горизонтальных (рис. 10) и вертикальных (рис. 11) сечениях. Применительно к реальным данным также сначала выполнялась раздельная инверсия для объемных и поверхностных волн. Отметим, что в этой работе мы не даем детальную интерпретацию полученных результатов, так как подробное обсуждение сейсмических моделей для исследуемого региона приведено в ряде более ранних работ [*Masturyono et al.*, 2001; *Sakaguchi, Gilbert, Zandt,* 2006; *Koulakov et al.*, 2009, *Stankiewicz et al.*, 2010; *Jaxybulatov et al.*, 2014]. Данное исследование не содержит принципиально нового материала для геологической интерпретации и посвящено, в основном, методологическим аспектам.



**Рис. 10.** Результаты инверсии реальных данных для *P*- (*a*) и *S*-волн (*б*) на горизонтальных сечениях для разных глубин. Прямые 1, 2 – местоположение рассматриваемых в статье профилей



**Рис. 11.** Результаты инверсии реальных данных для *P*- (*a*) и *S*-волн (*б*) на вертикальных сечениях. Черные точки – положение очагов землетрясений после третей итерации. Местоположение профилей см. на рис. 10

На картах, полученных с использованием поверхностным волн (скорости S-волн, рис. 10, б, 11, б), непосредственно под кальдерой видна низкоскоростная аномалия, прослеживаемая до глубин 10-15 км. Она может быть связана с наличием приповерхностной магматической камеры и частично расплавленных магматических пород, что подтверждается другими раннее выполненными исследованиями. Эта аномалия видна и на картах распределения скоростей Р-волн (рис. 10, а, 11, а). Из-за того, что чувствительность поверхностных волн падает с глубиной, ниже 20 км сильные аномалии отсутствуют. На результатах по объемным волнам можно увидеть низкоскоростные аномалии, расположенные ближе к поверхности, положение которых хорошо согласуется с Большим Суматранским разломом. Собственно под кальдерой не наблюдается значительной низкоскоростной аномалии, но ниже 20 км выделяется изометричная низкоскоростная аномалия, которая прослеживается и на вертикальных сечениях (см. рис. 11). На горизонтальных сечениях (см. рис. 10) видно, что аномалия находится ближе к границе кальдеры, где в настоящее время расположен один из активных вулканов района Пусубукит [Chesner, 2011]. К этой аномалии приурочено также большое число землетрясений.

На вертикальных сечениях (см. рис. 11) прослежены аномалии, вытянутые в вертикальном направлении, которые, возможно, простираются до субдуцирующей плиты, что может говорить о наличии путей питания магматических камер.

Совместная инверсия объемных и поверхностных волн дает более целостную картину по сравнению с их раздельной инверсией. Совместная модель показывает, как связаны два уровня магматических камер в коре и непосредственно под границей Мохо, а также выявляет их связь с возможными путями питания из глубинных источников. При совместной инверсии также можно увидеть, что распределение землетрясений отличается от их расположения, установленного при проведении раздельной инверсии объемных волн. Это связано именно с одномерной корректировкой стартовой модели с учетом данных по поверхностным волнам. Скорость *P*-волн не сильно влияет на поверхностные волны, но при совместной инверсии могут быть прослежены некоторые изменения в приповерхностной области.

Таким образом, одновременное использование времен пробега объемных волн и дисперсионных кривых групповых скоростей поверхностных волн дает более целостную и достоверную картину строения Земли.

По мнению авторов, рассмотренный в настоящей работе подход может быть успешно использован для тех регионов, где имеются данные и по объемным, и по поверхностным волнам. Программа, реализующая описанный алгоритм, предлагается всем заинтересованным лицам – для ее получения достаточно связаться с авторами статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-47-00002).

## Литература

- Barmin M.P., Ritzwoller M.H., Levshin A.L. A fast and reliable method for surface wave tomography // Pure and Applied Geophysics. 2001. V. 158. P.1351–1375.
- Campillo M.H., Roux P., Shapiro N.M. Correlations of seismic ambient noise to image and to monitor the Solid Earth // Encyclopedia of Solid Earth Geophysics / Ed. Gupta Harsh K. Springer, 2011. P.1230–1235.

Яновская Т.Б., Кожевников В.М., Соловей О.А., Акчурин К.Р. Строение верхней мантии в Азии по фазовым и групповым скоростям релеевских волн // Физика Земли. 2008. № 8. С.22–31.

- *Campillo M.H., Sato N.M., Shapiro N.M., Van der Hilst R.D.* New developments on imaging and monitoring with seismic noise // C. R. Geoscience. 2011. V. 343. P.487–495.
- Chesner C.A. The Toba Caldera Complex // Quaternary International. 2011. V. 258. P.5-18.
- *Herrmann R.B., Ammon C.J.* Computer programs in seismology: Surface waves, receiver functions and crustal structure // St. Louis Univ. St. Louis. Mo. 1987. P.3.1–3.35.
- Jaxybulatov K.M., Shapiro N.M., Koulakov I.Y., Mordret A., Landès M., Sens-Schönfelder C. A large magmatic sill complex beneath the Toba caldera // Science. 2014. V. 346. P.617–619.
- *Koulakov I.Y., Yudistira T., Luehr B.G., Wandono.* P, S velocity and Vp/Vs ratio beneath the Toba caldera complex (northern Sumatra) from local earthquake tomography // Geophys. J. Int. 2009. V. 177. P.1121–1139.
- Koulakov I.Y. LOTOS code for local earthquake tomographic inversion: Benchmarks for testing tomographic algorithms // Bull. Seismol. Soc. Amer. 2009. V. 99. P.194–214.
- *Koulakov I.Y.* Studying deep sources of volcanism using multiscale seismic tomography // Journal of Volcanology and Geothermal Research. 2013. V. 257. P.205–226.
- Koulakov I.Y., Shapiro N.M. Seismic tomography of volcanoes // Encyclopedia of Earthquake Engineering / Ed. M. Beer, E. Patelli, I. Kougioumtzoglou and Siu-Kui Au. Springer, 2015. P.1–18.
- *Koulakov I.Y., Stupina T., Kopp H.* Creating realistic models based on combined forward modeling and tomographic inversion of seismic profiling data // Geophysics. 2010. V. 75, N 3. B115.
- Kustowski B., Ekström G., Dziewoński A.M. Anisotropic shear-wave velocity structure of the Earth's mantle: A global model // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. B06306.
- *Masturyono, McCaffrey R., Wark D.A., Roecker S.W., Fauzi I., Sukhyar G.* Distribution of magma beneath the Toba caldera complex, north Sumatra, Indonesia, constrained by threedimensional P wave velocities, seismicity, and gravity data // Geochem. Geophys. Geosyst. 2001. V. 2. P.10–14.
- Obrebski M.R., Allen M., Zhang F., Pan J., Wu Q., Hung S. Shear wave tomography of China using joint inversion of body and surface wave constraints // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. B01311.
- *Paige C.C., Saunders M.A.* LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares // ACM trans. Math. Soft. 1982. V. 8. P.43–71.
- Poli P., Pedersen H.A., Campillo M.H. Emergence of body waves from cross-correlation of short period seismic noise // Geophys. J. Int. 2012. V. 188. P.549–558.
- *Riedesel M.A., Moore R.D., Orcutt J.* Limits of sensitivity of inertial seismometers with velocity transducers and electronic amplifiers // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1990. V. 80. P.1725–1752.
- *Ritzwoller M.H., Lin F.C., Shen W.* Ambient noise tomography with a large seismic array // Compte Rendus Geoscience. 2011. V. 343. P.558–570.
- *Ritzwoller M.H., Shapiro N.M., Barmin M.P., Levshin A.L.* Global surface wave diffraction tomography // J. Geophys. Res. 2002. V. 107. P.ESE 4-1–ESE 4-13.
- Sakaguchi K., Gilbert H., Zandt G. Converted wave imaging of the Toba Caldera, Indonesia // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. L20305.
- Shapiro N.M., Campillo M.H., Stehly L., Ritzwoller M.H. High resolution surface wave tomography from ambient seismic noise // Science. 2005. V. 307. P.1615–1618.
- Shapiro N.M., Ritzwoller M.H. Monte-Carlo inversion for a global shear velocity model of the crust and upper mantle // Geophys. J. Int. 2002. V. 151. P.88–105.
- Stankiewicz J., Ryberg T., Haberland C., Fauzi I., Natawidjaja D. Lake Toba volcano magma chamber imaged by ambient seismic noise tomography // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. L17306.
- *Thurber C., Ritsema J.* Theory and observations Seismic tomography and inverse methods // Treatise on Geophysics / Ed. G. Schubert. Oxford: Elsevier Ltd., 2007. V. 1. P.323–360.
- *Um J., Thurber C.H.* A fast algorithm for two-point seismic ray tracing // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1987. V. 77. P.972–986.
- Van der Sluis A., Van der Vorst H.A. Numerical solution of large, sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems // Seismic tomography / Ed. G. Nolet. 1987. P.49–83.
- West M., Gao W., Grand S. A simple approach to the joint inversion of seismic body and surface waves applied to the Southwest U.S. // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. L15615.

Zhang H., Maceira M., Roux P., Thurber C.H. Joint inversion of body-wave arrival times and surfacewave dispersion for three dimensional seismic structure around SAFOD // Pure Appl. Geophys. 2014. V. 171. P.3013–3022.

#### Сведения об авторах

ДЖАКСЫБУЛАТОВ Кайрлы Маратович – аспирант, Институт физики Земли Парижа. 75238, Франция, Париж, ул. Жусю, д. 1. Тел.: +33(1) 83-95-74-00; младший научный сотрудник, Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН. 630090, Новосибирск, пр. Академика Коптюга, д. 3. Тел.: +7(383) 330-92-01. Е-mail: jaxybulatov@gmail.com

**КУЛАКОВ Иван Юрьевич** – доктор геолого-минералогических наук, заведующий лабораторией, Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН. 630090, Новосибирск, пр. Академика Коптюга, д. 3. Тел.: +7(383) 330-92-01; ассистент, старший преподаватель, Новосибирский государственный университет. 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, д. 2. Тел.: +7 (383) 330-32-55. E-mail: KoulakovIY@jpgg.sbras.ru

ШАПИРО Николай Михайлович – доктор геолого-минералогических наук, заместитель директора, Институт физики Земли Парижа. 75238, Франция, Париж, ул. Жусю, д. 1. Тел.: +33(1) 83-95-74-00; ведущий научный сотрудник, Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН. 683006, Петропавловск-Камчатский, бульвар Пийпа, д. 9. Тел.: +7(4152) 30-25-02. E-mail: nshapiro@ipgp.fr

## JOINT BODY AND SURFACE WAVE TOMOGRAPHY APPLIED TO THE TOBA CALDERA COMPLEX (INDONESIA)

K.M. Jaxybulatov<sup>1,2</sup>, I.Y. Koulakov<sup>2,3</sup>, N.M. Shapiro<sup>1,4</sup>

 <sup>1</sup> Institut de Physique du Globe de Paris, Paris, France
 <sup>2</sup> Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia
 <sup>3</sup> Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia
 <sup>4</sup> Institute of Volcanology and Seismology, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Petropaylovsk-Kamchatsky, Russia

Abstract. We developed a new algorithm for a joint body and surface wave tomography. The algorithm is a modification of the existing LOTOS code [*Koulakov*, 2009] developed for local earthquake tomography. The input data for the new method are travel times of P and S waves and dispersion curves of Rayleigh and Love waves. The main idea is that the two data types have complementary sensitivities. The body-wave data have good resolution at depth, where we have enough crossing rays between sources and receivers, whereas the surface waves have very good near-surface resolution. The surface wave dispersion curves can be retrieved from the correlations of the ambient seismic noise and in this case the sampled path distribution does not depend on the earthquake sources. The contributions of the two data types to the inversion are controlled by the weighting of the respective equations.

We present a set of synthetic tests that show that the joint inversion approach gives more reliable results than those obtained with inverting the body and the surface wave data separately. We apply the developed method to a dataset collected in the region surrounding the Toba caldera complex (north Sumatra, Indonesia) during two temporary seismic experiments (IRIS, PASSCAL, 1995; GFZ, LAKE TOBA, 2008). The results of this in-version reveal a presence of several magmatic reservoirs at different depths beneath the caldera.

Keywords: seismic tomography, ambient noise tomography, volcanoes.