



СОЛНЕЧНАЯ ЭНЕРГЕТИКА

SOLAR ENERGY

СОЛНЕЧНЫЕ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

SOLAR POWER PLANTS

Статья поступила в редакцию 16.02.17. Ред. рег. № 931-1754-1

The article has entered in publishing office 16.02.17. Ed. reg. No. 931-1754-1

УДК 620.9+551.521

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УГЛА НАКЛОНА И ОРИЕНТАЦИИ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ***А.Ю. Гаевский, А.Н. Гаевская**

НТУУ «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»
д. 37, пр. Победы, Киев, 03056, Украина
тел./факс: +380 44 204-81-91; тел.: +380 97 570-46-43; e-mail: a.gaevskii@kpi.ua

doi: 10.15518/isjaee.2018.13-15.015-029

Заключение совета рецензентов: 15.05.17 Заключение совета экспертов: 18.10.17 Принято к публикации: 06.03.18

При расчете и проектировании фотоэлектрических станций (ФЭС) необходимо выбрать оптимальный угол наклона и азимутальную ориентацию солнечных панелей, которые будут во многом определять объем электроэнергии, вырабатываемой будущей ФЭС за оперативный календарный период. Однако, для того чтобы определить эти углы экспериментально путем мониторинга выработки ФЭС с различными фиксированными положениями панелей, потребуется много лет. Поэтому целесообразно разработать модель, которая будет теоретически рассчитывать оптимальные углы наклона и азимута при фиксированном положении панелей. В данной работе в качестве критерия оптимальности этих углов принят максимум суммарного прихода радиации на единицу площади приемной поверхности за календарный период работы ФЭС. Схема расчета применялась для разных периодов: всего года, четырех сезонов года в отдельности и рабочего периода, включающего все месяцы, кроме зимних. В представленном методе исходными данными оптимизации являются географические координаты ФЭС, почасовые суммы прямой и диффузной радиации на горизонтальную плоскость, а также отражательная способность земной поверхности. Эти данные, которые получают путем усреднения многолетних измерений основных компонентов солнечной радиации, являются экспериментальными. Разработанная вычислительная схема основана на нелинейных уравнениях для оптимальных углов наклона панелей, впервые полученных для анизотропных моделей солнечной радиации. Эта схема позволяет рассчитывать оптимальные углы панелей для любого операционного периода генерации ФЭС и для любого региона, в котором имеются соответствующие экспериментальные радиационные данные. В качестве примеров были рассчитаны графики зависимостей среднесуточного прихода радиации от углов положения панелей, а также определены оптимальные фиксированные углы наклона и азимута для шести городов России, находящихся в различных климатических зонах. С помощью данного метода можно оценивать выигрыш в выработке электроэнергии ФЭС при выборе оптимальных углов наклона и азимута панелей, а также перенастраивать углы наклона на оптимальные значения для каждого сезона, если такое предусмотрено конструкцией рядов панелей.

* Гаевский А.Ю., Гаевская А.Н. Метод определения оптимального угла наклона и ориентации фотоэлектрических модулей на основе экспериментальных данных солнечной радиации // Международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология» (ISJAEE). 2018;(13-15):15-29.



Ключевые слова: фотоэлектрические станции; фотоэлектрические модули; солнечные панели; оптимальный угол наклона; азимутальная ориентация; анизотропные модели радиации; суммы радиации; выработка электроэнергии.

A METHOD FOR DETERMINING OF OPTIMAL TILT ANGLE AND ORIENTATION OF PV MODULES BASED ON MEASURED SOLAR RADIANCE DATA

A.Y. Gaevskii, A.N. Gaevskaya

Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute
37 Peremogy Av., Kiev, 03056, Ukraine
tel./fax: +380 44 204 8191; tel.: +380 97 570 4643, e-mail: a.gaevskii@kpi.ua

doi: 10.15518/isjaee.2018.13-15.015-029

Referred 15 May 2017 Received in revised form 18 October 2017 Accepted 6 March 2018

For calculating and designing of photovoltaic (PV) plant, it is necessary to choose the optimal tilt angle and azimuth orientation of solar panels which will largely determine the electricity output produced by future PV plant during an operational calendar period. However, in order to determine these angles experimentally by monitoring the PV plant electricity yield at different panel's positions, it will take many years. Therefore, it is advisable to develop a theoretical model, which a priori calculates the optimal tilt and azimuth angles of panels amounted in fixed positions. This paper assumes the maximum of the total radiation arrival per unit area on the receiving surface over the calendar period of PV plant operation as an optimization criterion for these angles. The calculation scheme has been applied for the whole year, for four year seasons and for a whole year period except winter. In the developed optimization method, the initial data are the geographical coordinates of the PV plant, the hourly sums of direct and diffuse radiation on the horizontal plane, as well as the reflectivity of the earth's surface. These data obtained by averaging the long-term measurements of the main solar radiation components are experimental ones. The developed computational scheme is based on nonlinear equations for the optimal tilt angles of panels first obtained for anisotropic solar radiation models. This scheme allows us to calculate the optimal panel angles for any operational PV plant period and for any region for which experimental radiation data are available. As the examples, we have calculated the graphs of the average daily radiation arrival dependencies on the panel's position angles and have determined the optimal fixed tilt and azimuth angles for six cities of Russia located in different climatic zones. The method allows us to evaluate the gain in the electricity yield of PV plant when choosing the optimum tilt angles and azimuth of the panels, and to adjust the tilt angles to the optimum values for each season if this is envisaged by the PV string design.

Keywords: PV plants; PV modules; solar panels; optimal tilt angle; azimuth orientation; anisotropic models for solar radiation; insolation; power generation.



*Александр Юльевич
Гаевский
Alexander Gaevskii*

Сведения об авторе: д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры возобновляемых источников энергии факультета электроэнергетики и автоматики НТУУ «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского».

Образование: Киевский политехнический институт (1975 г.).

Область научных интересов: возобновляемая энергетика; фотоэнергетика; физика твердого тела; компьютерное моделирование.

Публикации: 125.

h-index: 7

ORCID: 0000-0001-6144-2441

<https://scholar.google.com.ua/citations?user=IUr5UIkAAAJ&hl=ru>

Information about the author: D.Sc. in Physics and Mathematics, Professor at the Department of Renewable Energy Sources of Electric Power Engineering and Automatics Faculty, Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute.

Education: Kyiv Polytechnic Institute, 1975.

Research interests: renewable energy; PV plants; solid state physics; computer simulation.

Publications: 125.



Анна Николаевна
Гаевская
Anna Gaevskaya

Сведения об авторе: старший преподаватель кафедры «Электрические станции» факультета электро-энерготехники и автоматики НТУУ «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского».

Образование: Киевский политехнический институт (1977 г.).

Область научных интересов: электрические станции; компьютерное моделирование.

Публикации: 16.

ORCID: 0000-0001-7760-6789

Information about the author: Senior Lecturer, Department of Electric Power Stations of Electric Power Engineering and Automatics Faculty, Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute.

Education: Kyiv Polytechnic Institute, 1977.

Research interests: power plants; computer simulation.

Publications: 16.

1. Введение

Конструкция и размещение солнечных панелей фотоэлектрической станции (ФЭС), подключенной к сети, должны обеспечивать максимальное использование солнечного излучения для выработки электроэнергии. Количество произведенной за определенный период электроэнергии на единицу приемной поверхности зависит от нескольких факторов: временного профиля излучения, эффективности фотоэлектрических модулей (ФМ), угла наклона и ориентации ФМ, рабочей температуры и температурных характеристик фотоэлементов, характеристик инверторов и остального оборудования ФЭС. Параметры, которые легко варьируются и не имеют конструктивных ограничений при строительстве сетевых ФЭС, являются наклон и ориентация по азимуту рядов солнечных панелей.

Опубликовано множество работ, посвященных оптимизации угла наклона и ориентации фиксированных солнечных панелей. Эти работы можно разделить на те, в которых оптимальные углы определяются путем непосредственного измерения выработки электроэнергии модулями (например, [1–3]), и те, в которых тем или иным образом задействованы модели солнечной радиации [4–22], позволяющие оценивать выработку электроэнергии фотоэлектрической системой. Преимущество первого подхода заключается в прямом экспериментальном определении угла наклона для данной местности, но такие эксперименты обычно проводятся за сравнительно короткий промежуток времени, что не позволяет надежно экстраполировать получаемые результаты на продолжительные периоды времени. В рамках второго подхода выработка ФЭС связывается с суммой радиации на приемной поверхности. Несмотря на косвенный характер оценки выработки, второй подход также имеет преимущество – учёт многолетних данных актинометрических измерений. Использование усредненных на различных временных интервалах результатов наземных и спутниковых измерений повышает точность оценок оптимальных углов и, соответственно, эффективность проектируе-

мых ФЭС при больших сроках эксплуатации. Если считать эффективность фотоэлектрического преобразования (КПД) не зависящей от уровня радиации, то за критерий оптимальности фиксированных углов наклона и ориентации фотомодулей можно принять максимум суммарного прихода радиации за календарный период работы ФЭС.

В ранних работах, относящихся к рассматриваемой проблеме, предполагалось, что оптимальный угол наклона β легче всего связать с географической широтой L : например, $\beta_{opt} = L \pm 8^\circ$ [4] или $\beta_{opt} = L \pm 15^\circ$ [5] (плюс относится к зимнему сезону, минус – к летнему). Многочисленные эмпирические работы посвящены определению соотношения вида $\beta_{opt} = L + a$ (в частности, в [6] оно протестировано для различных регионов Китая). Известны также теоретические обоснования линейной связи оптимального угла наклона и широты местности: так, в работе [7] определены значения коэффициентов линейной регрессии $\beta_{opt} = a_1 + a_2 L$ для городов, расположенных на разных широтах от Стокгольма до Триполи. В рамках указанных подходов солнечные панели считаются, как правило, ориентированными на юг.

В большинстве современных работ, посвященных оценкам оптимальных углов наклона приемных поверхностей, используются, во-первых, та или иная математическая модель радиации на наклонную поверхность и, во-вторых, экспериментальные данные о солнечной радиации с различными временными интервалами усреднения. Среди математических моделей солнечной радиации наиболее известны изотропная модель Лю – Джордана [5, 8] и целый ряд анизотропных моделей (см. обзоры [9, 10]). Примеры расчетов оптимальных углов наклона на основе изотропной модели можно найти в работах [11–19], а на основе анизотропных моделей – в [12, 14–16]. Методы вычисления оптимальных углов могут быть представлены сугубо численными расчетами [15–17, 20], аналитическими решениями задачи оптимизации [11, 12, 18], алгоритмами с нейронными сетями [14], компьютерным моделированием с программами типа TRNSYS [21–22].



Применение той или иной модели радиации обусловлено необходимостью перевода экспериментальных значений, относящихся, как правило, к горизонтальной поверхности [23–25], в значения для наклоненной под произвольным углом поверхности. Переход от горизонтальной к наклонной поверхности легко выполняется для прямой радиации с помощью простых геометрических соотношений [5, 23]. Более сложную задачу представляет вычисление диффузного и отраженного компонентов, для которых и разрабатываются радиационные модели.

В моделях радиации в качестве переменных, зависящих от времени, используются солнечные углы (зенитный и азимутальный), которые меняются в течение светового дня. В связи с этим для корректного расчета суммы радиации за рабочий период ФЭС требуются достаточно подробные экспериментальные данные на минимально возможных временных интервалах отсчетов. Однако такие данные по интересующей местности могут отсутствовать или быть недоступными, тогда на практике прибегают к интегральным данным, например, к усредненному приходу радиации за один день месяца [5]. Известно множество работ по определению оптимального наклона на основе месячных значений сумм радиации [6, 11–12, 15, 17, 19, 20]. Для решения этой задачи подходит и модель ясного неба ASHRAE, в которой прямой и диффузный компоненты выражаются через зенитный угол и эмпирические коэффициенты [26]. Более точные оценки оптимальных углов наклона могут быть получены с помощью радиационных данных, относящихся к коротким временным интервалам (один час и менее).

Поскольку солнечная радиация сильно зависит от сезона, времени суток, облачности и плохо предсказуемых метеорологических факторов, для процедуры оптимизации наклона и азимутальной ориентации ФМ целесообразно использовать наиболее надежные и точные данные наземных долгосрочных измерений [5, 23]. В случае если такие данные для интересующего региона отсутствуют, следует воспользоваться спутниковыми данными NASA. При этом необходи-

мо учитывать, что данным NASA присуща несколько большая погрешность для высоких широт [24], и при наличии облачного покрова с их помощью невозможно точно определить земное альbedo в видимом диапазоне. Накопленные к настоящему времени обширные почасовые данные по солнечной радиации в различных регионах России [25] позволяют определять не только ресурсы солнечной энергии, но и оптимальные конструкционные параметры системы фотомодулей ФЭС. Отметим, что оптимизация углов наклона и азимута ФМ должна выполняться на основе усредненных многолетних данных (не менее 10 лет), получаемых путем обработки измерений почасовых сумм радиации.

В настоящей работе показано, что задача определения оптимальных углов наклона и азимутальной ориентации солнечных панелей может быть решена с достаточной точностью, если по конкретному региону доступны указанные выше усредненные данные. Впервые получены нелинейные уравнения для оптимальных углов наклона в рамках анизотропных моделей радиации: Хейя, Хейя – Девиса, Рейндла и Ключера [9, 10, 27]. Кроме того, описан алгоритм одно-временного определения оптимальных углов наклона и азимута для различных сезонных периодов работы ФЭС. Разработанный метод расчета был реализован авторами в виде пакета программ на языках C++ и MATLAB, который, в отличие от известных коммерческих приложений (см. [21–22]), позволяет решать рассматриваемые оптимизационные задачи в легко контролируемых приближениях, а также вносить необходимые поправки по мере улучшения радиационных моделей.

В качестве примера в рамках рассматриваемых моделей солнечной радиации был впервые выполнен оптимизационный расчет углов наклона и азимута солнечных панелей для ряда городов в различных климатических зонах России. Для этих городов в виде графиков и таблиц представлены полученные зависимости среднесуточного прихода радиации на единицу площади от наклона и азимутальной ориентации панелей.



Список обозначений	
<u>Буквы греческого алфавита</u>	
β	Угол наклона солнечной панели
θ	Угол падения прямого солнечного излучения на приемную поверхность
ρ	Отражательная способность земной поверхности
τ	Рабочий период ФЭС
τ_j	Продолжительность светового дня j , когда солнечная радиация не равна нулю
ϕ	Зенитный угол
<u>Буквы латинского алфавита</u>	
A	Индекс анизотропии
f	Коэффициент просветления горизонта
I	Интенсивность радиации
E	Сумма радиации
$\langle E_T \rangle$	Среднесуточный приход радиации на наклонную поверхность в течение рабочего периода
L	Географическая широта

Продолжение списка обозначений

N	Число дней в рабочем периоде ФЭС
R	Коэффициент транспозиции
t	Момент перехода солнца
$t_{back-front}$	Момент перехода солнца с тыльной на лицевую сторону солнечной панели
$t_{front-back}$	Момент перехода солнца с лицевой на тыльную сторону солнечной панели
Δt	Временной интервал между соседними суточными данными радиации
z	Азимут солнца
z_d	Азимутальный угол солнечной панели
<u>Индексы нижние</u>	
0	Верхняя граница атмосферы
B	Лучевой (прямой) компонент [радиации]
D	Диффузный компонент [радиации]
G	Полная [радиация]
i	Номер временного интервала Δt в течение суток
j	Номер дня календарного года
m	Номер месяца
n	Нормальный компонент [радиации]
opt	Оптимальный
R	Отражённый компонент [радиации]
T	Наклонная плоскость
$total$	Общая
<u>Индексы верхние</u>	
Hay	Модель Хея
$Hay - Dav$	Модель Хея – Дэвиса
hz	Вблизи горизонта
iso	Изотропная модель [радиации]
$Klucher$	Модель Ключера
$Liu - Jord$	Модель Лю – Джордана
$Reindl$	Модель Рейндла
sc	Окрестность солнечного диска
<u>Аббревиатуры</u>	
ФМ	Фотоэлектрический модуль
ФЭС	Фотоэлектрическая станция

2. Теоретический анализ

2.1. Анизотропные модели солнечной радиации

Угол наклона β определяется как угол между приемной поверхностью ФМ и горизонтальной плоскостью, а ориентация ФМ, или азимутальный угол z_d , отсчитывается от направления на юг. В настоящей работе эти углы считаются фиксированными и должны обеспечивать максимум прихода радиации на единицу площади приемной поверхности в течение календарного рабочего периода ФЭС.

Пусть рабочий период τ состоит из световых дней длительностью τ_j (когда солнечная радиация не равна нулю). Общая сумма радиации $E_{total,\tau}$ на единицу площади ФМ за рабочий период выражается формулой:

$$E_{total,\tau} = \sum_j E_{T,j}, \quad \tau = \cup_j \tau_j, \quad (1)$$

где $E_{T,j}$ (кВт·ч /м²) – приход радиации на наклонную поверхность за j -й день, который можно представить в виде интеграла от суммы вкладов основных компонентов радиации:

$$E_{T,j} = \int_{\tau_j} I_{BT}(t) + I_{DT}(t) + I_{RT}(t) dt. \quad (2)$$

Здесь I_{BT} , I_{DT} и I_{RT} (кВт /м²) – интенсивности прямого, диффузного и отраженного компонентов радиации на наклонной поверхности соответственно. При этом компонент I_{BT} выражается через прямую радиацию I_B на горизонтальной плоскости с помощью простого соотношения [5, 27]:

$$I_{BT} = R_B I_B, \quad R_B = \frac{\cos \theta}{\cos \phi}, \quad (3)$$

где R_B – коэффициент транспозиции для прямой радиации; ϕ – зенитный угол; θ – угол падения (угол между нормалью к приемной поверхности и направлением на солнце), определяемый формулой:

$$\cos \theta = \cos \beta \cos \phi + \sin \beta \sin \phi \cos(z - z_d). \quad (4)$$

Для оценки диффузной радиации I_{DT} на наклонной поверхности будем использовать модели, в которых I_{DT} представляется в виде суммы изотропного диффузного компонента I_{DT}^{iso} , то есть однородного излучения небесной полусферы, и поправок на анизотропию, а именно, свечения в окрестности солнечного диска (circumsolar) I_{DT}^{sc} , которое обусловлено рассеянием излучения вперед, и просветления горизонта (horizon brightening) I_{DT}^{hz} , наиболее выраженно-го в ясные дни [27, 28]:

$$I_{DT} = I_{DT}^{iso} + I_{DT}^{sc} + I_{DT}^{hz}. \quad (5)$$

Компонент I_{DT}^{iso} оцениваем в рамках изотропной модели Лю – Джордана как [1, 5]:

$$I_{DT}^{iso} = R_D^{Liu-Jord} I_D, \quad R_D^{Liu-Jord} = \frac{1 + \cos \beta}{2}, \quad (6)$$

где $R_D^{Liu-Jord}$ – коэффициент транспозиции (угловой фактор) для диффузной радиации, зависящий от угла наклона. В данной работе значения I_D являются экспериментальными данными, которые получают путем статистической обработки результатов актинометрических измерений за многолетний период [25]. В рамках изотропной модели вычисляется также отраженный компонент радиации, который связан с полной радиацией $I_G = I_B + I_D$ на горизонтальную поверхность следующим образом:

$$I_{RT} = \rho R_R I_G, \quad R_R = \frac{1 - \cos \beta}{2}, \quad (7)$$

где R_R – коэффициент транспозиции для отраженной радиации; ρ – земное альbedo.

Анизотропные компоненты диффузной радиации I_{DT}^{sc} , I_{DT}^{hz} будем рассчитывать с помощью нескольких моделей: Хейя, Хейя – Дэвиса, Рейндла и Ключера [9, 10]. В этих моделях диффузный компонент радиации выражается через коэффициенты транспозиции R_D .

Модель Хейя:

$$R_D^{Hay} = AR_B + (1 - A)R_D^{Liu-Jordan}, \quad A = \frac{I_B}{I_0}; \quad (8a)$$

Модель Хейя – Дэвиса:

$$R_D^{Hay-Dav} = AR_B + (1 - A)R_D^{Liu-Jordan}, \quad A = \frac{I_{Bn}}{I_{0n}}; \quad (8b)$$

Модель Рейндла:

$$R_D^{Reindl} = AR_B + (1 - A)R_D^{Liu-Jordan} \left(1 + f_R \sin^3 \frac{\beta}{2} \right), \quad (8c)$$

$$A = \frac{I_B}{I_0}, \quad f_R = \sqrt{\frac{I_B}{I_G}};$$

Модель Ключера:

$$R_D^{Klucher} = R_D^{Liu-Jordan} \left(1 + f_K \cos^2 \theta \sin^3 \phi \left(1 + f_K \sin^3 \frac{\beta}{2} \right) \right), \quad (8d)$$

$$f_K = 1 - \left(\frac{I_D}{I_G} \right)^2,$$

где A – индекс анизотропии, который интегральным образом описывает анизотропную составляющую диффузной радиации, остальная часть диффузной радиации в моделях Хейя и Хейя – Дэвиса рассматривается как изотропная. Величины I_{Bn} и I_{0n} в (8b) – нормальные компоненты прямой радиации на приемной поверхности и на верхней границе атмосферы. Слагаемые с коэффициентами f_R в модели Рейндла (8c) и f_K в модели Ключера (8d) описывают вклад от просветления горизонта, который сильно зависит от угла наклона ($\sim \sin^3 \frac{\beta}{2}$). Кроме того, в (8d) имеются компоненты с $f_K \cos^2 \theta \sin^3 \phi$, отвечающие рассеянному излучению от солнечного диска. Следует отметить, что при $f_K = 0$ (условие ясного неба) имеем $R_D^{Klucher} = R_D^{Liu-Jordan}$.

2.2. Основные формулы оптимизационного расчета

В течение светового дня солнце может освещать как лицевую, так и тыльную сторону ФМ (преимущественно в летние дни). Условием перехода солнца с тыльной стороны ФМ на лицевую (в утренние часы) и обратно (в вечерние часы) является $\cos \theta = 0$ или, согласно (4):

$$\operatorname{tg} \phi \cos(z - z_d) = -\operatorname{ctg} \beta. \quad (9)$$

Если $\operatorname{tg} \phi \cos(z - z_d) < -\operatorname{ctg} \beta$, то солнце освещает только тыльную сторону, и прямая радиация отсутствует ($I_{BT} = 0$); при этом I_{DT}, I_{RT} могут не равняться нулю (например, во время «белой» ночи). В случае $\operatorname{tg} \phi \cos(z - z_d) > -\operatorname{ctg} \beta$ присутствуют все три компонента радиации. Обозначим момент перехода солнца с тыльной стороны на лицевую сторону ФМ как $t_{back-front}$ и момент обратного перехода как $t_{front-back}$. Интеграл (2) для суточного прихода радиации тогда запишем в виде:

$$E_T = \int_{t_{D1}}^{t_{back-front}} I_{DT}(t) + I_{RT}(t) dt + \int_{t_{front-back}}^{t_{D2}} I_{BT}(t) + I_{DT}(t) + I_{RT}(t) dt + \int_{t_{front-back}}^{t_{D2}} I_{DT}(t) + I_{RT}(t) dt. \quad (10)$$

Здесь индекс номера суток j опущен. Моменты t_{D1}, t_{D2} отвечают появлению и исчезновению диффузной радиации в течение дня.

Оптимальные углы наклона β_{opt} и азимута $z_{d,opt}$ панелей должны рассчитываться на основе системы уравнений:

$$\frac{\partial \langle E_T \rangle}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial \langle E_T \rangle}{\partial z_d} = 0, \quad (11)$$

где $\langle E_T \rangle$ – среднесуточная сумма в течение рабочего периода, значение которой определяется следующим образом:

$$\langle E_T \rangle = \frac{1}{N} E_{total,T}, \quad N = \sum_{m \in \tau} N_m, \quad (12)$$

где N – число дней в рабочем периоде τ . Поскольку все компоненты радиации и пределы интегрирования $t_{back-front}, t_{front-back}$ в (10) зависят от β , а также от z_d (кроме I_{DT}), система интегральных уравнений (11) может быть решена только численно путем итераций. При этом выбор начальных значений β и z_d для итерационного процесса весьма затруднителен – ошибка может привести к комплексным решениям. Однако для рассматриваемых моделей (8) начальные значения можно получить из аналитических решений уравнений (11) при определенном приближении.

В качестве такого приближения следует пренебречь первым и последним интегралами в выражении (10) ввиду их незначительного вклада, заменить пределы интегрирования $t_{back-front}, t_{front-back}$ временем восхода и захода соответственно в те дни, когда солнце не бывает на тыльной стороне панелей, либо заменить эти пределы на моменты времени, когда солнце светит в торец панели ($|z - z_d| = 90^\circ$). Далее необходимо преобразовать интеграл в сумму с учётом того, что обычно доступны экспериментальные почасовые данные, которые являются усредненными для каждого месяца $m = 1, 2, \dots, 12$ (см., например, [25]), то есть интегралы в формуле (1) заменяются приближенной суммой типа $\sum_j \int_{\tau_j} \dots = \Delta t \sum_{m \in \tau} \sum_i N_m \dots$, где N_m – число дней в месяце m , а i – номер временного интервала Δt , к которому относятся экспериментальные данные. Выражение для $E_{total,T}$ преобразуется с учетом (3), (6) и (7) следующим образом:

$$E_{total,T} = \Delta t \sum_{m \in \tau} \sum_i N_m \quad (13)$$

$$I_{B,mi} R_{B,mi} + \rho_m R_{R,mi} + I_{D,mi} R_{D,mi} + \rho_m R_{R,mi},$$

где индексы m, i обозначают зависимость соответствующих величин от месяца и номера временного интервала.

Решение уравнений (11) для моделей Хея (8а) и Хея – Дэвиса (8б) при ограничении $|z - z_d| \leq 90^\circ$ приводит к следующим формулам для $\beta_{opt}, z_{d,opt}$:

$$\beta_{opt} = \operatorname{arctg} \frac{P}{Q_1}, \quad z_{d,opt} = \operatorname{arctg} \frac{R}{S}, \quad (14)$$

где

$$P = \sum_m \sum_i I_{B,mi} + A_{mi} I_{D,mi} \operatorname{tg} \phi_{mi} \cos z_{mi} - z_s; \quad (15a)$$

$$Q_1 = \sum_m \sum_i \left[I_{B,mi} \left(1 - \frac{1}{2} \rho_{mi}\right) + \frac{1}{2} I_{D,mi} (1 + A_{mi} - \rho_{mi}) \right]; \quad (15b)$$

$$R = \sum_m \sum_i I_{Bn,mi} (1 + A_{mi}) \sin \phi_{mi} \sin z_{mi}; \quad (15c)$$

$$S = \sum_m \sum_i I_{Bn,mi} (1 + A_{mi}) \sin \phi_{mi} \cos z_{mi}. \quad (15d)$$

Здесь A_{mi} – коэффициент анизотропии, равный $\frac{I_{B,mi}}{I_{0,mi}}$ для модели Хея и $\frac{I_{Bn,mi}}{I_{0n,mi}}$ – для модели Хея – Дэвиса; z_{mi} – азимут солнца; $\sum' \dots$ в (15) – взвешенные суммы с весами, пропорциональными числу дней в месяцах. Если в равенствах (15) положить $A_{mi} = 0$, получим формулы для β_{opt} и $z_{d,opt}$ для изотропной модели Лю – Джордана. Суммирование в формулах (15) выполняется для тех часов, когда солнце не находится на тыльной стороне панелей.

В случае модели Рейндла (8с) выражение для оптимального азимута панелей остается таким же, как и в случае модели Хея, а оптимизационная задача для угла наклона сводится к решению следующего нелинейного уравнения относительно переменной $x = \cos(\frac{\beta}{2})$:

$$P(2x^2 - 1) - 2Q_1 x \sqrt{1 - x^2} - Q_2 x \left(\frac{5}{2} x^4 - \frac{7}{2} x^2 + 1 \right) = 0, \quad (16)$$

$$\Phi(x) = \sum_m' \sum_i' I_{D,mi} f_{K,mi} \sin^3 \phi_{mi} [B_{1,mi}(x)C_{1,mi}(x) + B_{2,mi}(x)C_{2,mi}(x)]. \quad (19)$$

Здесь вводятся следующие обозначения и функции:

$$B_{1,mi}(x) = f_{K,mi} x \left(\frac{5}{2} x^4 - \frac{7}{2} x^2 + 1 \right) - x \sqrt{1 - x^2}; \quad (20a)$$

$$B_{2,mi}(x) = x^2 \left[1 + f_{K,mi} (1 - x^2) \sqrt{1 - x^2} \right]; \quad (20b)$$

$$C_{1,mi}(x) = 4D_{1,mi} x^2 - 1 + 2D_{2,mi} x \sqrt{1 - x^2} + \cos^2 \phi_{mi}; \quad (20c)$$

$$C_{2,mi}(x) = D_{2,mi} (8x^4 - 8x^2 + 1) - 4D_{1,mi} x \sqrt{1 - x^2}; \quad (20d)$$

$$D_{1,mi} = \cos^2 \phi_{mi} - \cos^2 z_{mi} - z_d \sin^2 \phi_{mi}; \quad (20e)$$

$$D_{2,mi} = \cos z_{mi} - z_d \sin 2\phi_{mi}. \quad (20f)$$

Для решения полученных нелинейных уравнений (16), (18) в работе применялся хорошо известный метод Ньютона – Рафсона. Результаты этих расчетов

где P, Q_1 выражаются равенствами (15), (16), а

$$Q_2 = \sum_{m,i} 1 - A_{mi} I_{D,mi} f_{R,mi} \cdot f_{R,mi} = \sqrt{\frac{I_{B,mi}}{I_{G,mi}}}. \quad (17)$$

Использование анизотропной модели Ключера (8d) приводит к оптимальной азимутальной ориентации как в изотропной модели. Что касается угла наклона, то после громоздких преобразований приходим к следующему уравнению относительно $x = \cos(\frac{\beta}{2})$:

$$P(2x^2 - 1) - 2Q_1 x \sqrt{1 - x^2} - Q_2 x \left(\frac{5}{2} x^4 - \frac{7}{2} x^2 + 1 \right) + \Phi(x) = 0, \quad (18)$$

где P, Q_1 и Q_2 задаются равенствами (15a), (15b) и

$$(17) \text{ с } A_{mi} = 0 \text{ и } f_{K,mi} = 1 - \left(\frac{I_{D,mi}}{I_{G,mi}} \right)^2 \text{ вместо } f_{R,mi}.$$

Функция $\Phi(x)$ в (18) задается выражением:

использовались в качестве первого приближения при решении систем уравнений (11).

3. Результаты расчетов и их обсуждение

С помощью начальных значений β и z_d , получаемых путем решения приведенных выше уравнений (14)–(20), в работе были рассчитаны оптимальные углы наклона β_{opt} и азимут $z_{d,opt}$ как итерационные решения уравнений (11). В качестве рабочих периодов ФЭС были выбраны сезоны (весна, лето, осень, зима) и круглый год. Расположение ФЭС было задано вблизи городов Санкт-Петербург, Москва, Краснодар, Астрахань, Иркутск, Якутск. Значительные расстояния между этими городами и различные условия солнечной радиации приводят к существенным отличиям значений β_{opt} , $z_{d,opt}$. В таблицах 1–6 представлены результаты расчета для изотропной модели (LJ – Liu-Jordan) и анизотропных моделей (H – Hay, HD – Hay – Davies, R – Reindl, K – Klucher) радиации. Параметры, входящие в уравнения для оптимальных углов, были рассчитаны на основе почасовых данных для компонентов радиации [25].

Таблица 1

Оптимальные углы β_{opt} и $Z_{d,opt}$ для Санкт-Петербурга (Воейково, Ш = 60,0°, Д = 30,7°)

Table 1

The optimum angles β_{opt} and $Z_{d,opt}$ for Saint-Petersburg (Voeikovo, Latitude = 60.0° N, Longitude = 30.7° E)

Месяцы – рабочий период	β_{opt} (изотропная и анизотропные модели)					$Z_{d,opt}$	
	LJ (изо)	H	HD	R	K	LJ	HD
1, 2, 12 – зима	77,8	79,8	79,3	81,3	76,4	-10,2	-11
3-5 – весна	40,2	43,5	44,2	46,6	44,5	-18,8	-19,2
6-8 – лето	25,5	28,0	29,0	29,9	29,1	-28,8	-28,0
9-11 – осень	54,6	58,0	58,4	61,2	57,7	-14,7	-15,2
3-11 – кроме зимы	35,5	38,8	39,8	41,5	39,9	-21,5	21,0
1-12 – весь год	37,8	41,5	42,5	42,0	42,0	-19,5	-19,8

Таблица 2

Оптимальные углы β_{opt} и $Z_{d,opt}$ для Москвы (Одинцово, Ш = 55,8°, Д = 37,6°)

Table 2

The optimum angles β_{opt} and $Z_{d,opt}$ for Moscow (Odintsovo, Latitude = 55.8°N, Longitude = 37.6°E)

Месяцы – рабочий период	β_{opt} (изотропная и анизотропные модели)					$Z_{d,opt}$	
	LJ (изо)	H	HD	R	K	LJ	HD
1, 2, 12 – зима	76,5	78,2	77,5	80,4	74,5	0,5	0,5
3-5 – весна	36,2	39,2	40,0	42,5	39,8	-5,1	-5,0
6-8 – лето	21,3	23,3	24,0	24,6	23,2	-15,8	15,0
9-11 – осень	52,5	55,7	56,0	59,2	55,8	-2,8	-2,8
3-11 – кроме зимы	32,0	35,0	35,8	37,5	35,8	-8,0	-7,5
1-12 – весь год	35,7	39,2	40,2	40,0	40,0	-6,2	-5,5

Таблица 3

Оптимальные углы β_{opt} и $Z_{d,opt}$ для Краснодара (Ш = 45,0°, Д = 39,0°)

Table 3

The optimum angles β_{opt} and $Z_{d,opt}$ for Krasnodar (Latitude = 45.0°N, Longitude = 39.0°E)

Месяцы – рабочий период	β_{opt} (изотропная и анизотропные модели)					$Z_{d,opt}$	
	LJ (изо)	H	HD	R	K	LJ	HD
1, 2, 12 – зима	57,0	60,3	60	63,5	59,5	-0,2	-0,1
3-5 – весна	24,5	27	27,5	28,6	27,4	-4,5	-3
6-8 – лето	14,5	16,2	16,8	16,8	15,5	-14,0	-14,0
9-11 – осень	45,4	48,5	48,6	50,7	48,4	-1,8	-1,2
3-11 – кроме зимы	25,3	28,0	28,5	29,4	28,2	-5,0	-5,0
1-12 – весь год	28,8	31,8	32,5	32,5	32,5	-3,8	-3,5

Таблица 4

Оптимальные углы β_{opt} и $z_{d,opt}$ для Астрахани (Ш = 46,0°, Д = 48,0°)

Table 4

The optimum angles β_{opt} and $z_{d,opt}$ for Astrakhan (Latitude = 46.0°N, Longitude = 48.0°E)

Месяцы – рабочий период	β_{opt} (изотропная и анизотропные модели)					$z_{d,opt}$	
	LJ (изо)	H	HD	R	K	LJ	HD
1, 2, 12 – зима	63,0	65,7	65,5	68,1	64,0	1,0	1,0
3-5 – весна	27,5	29,8	30,5	31,5	29,8	-3,0	-2,8
6-8 – лето	16,0	17,7	18,3	18,2	16,5	-9,0	-10,0
9-11 – осень	49,0	51,5	52,0	53,5	51,2	-0,5	-0,4
3-11 – кроме зимы	28,0	30,5	31,2	32,0	31,5	-3	-2,5
1-12 – весь год	31,9	34,8	35,5	35,0	35,0	-1,8	-1,8

Таблица 5

Оптимальные углы β_{opt} и $z_{d,opt}$ для Иркутска (Ш = 52,3°, Д = 104,3°)

Table 5

The optimum angles β_{opt} and $z_{d,opt}$ for Irkutsk (Latitude = 52.3°N, Longitude = 104.3°E)

Месяцы – рабочий период	β_{opt} (изотропная и анизотропные модели)					$z_{d,opt}$	
	LJ (изо)	H	HD	R	K	LJ	HD
1, 2, 12 – зима	71,8	74,0	73,7	75,5	71,1	2,0	2,0
3-5 – весна	34,2	37,0	37,6	38,9	36,8	-0,5	-0,5
6-8 – лето	20,2	21,8	22,5	22,9	21,5	3,0	3,0
9-11 – осень	55,0	58,2	58,5	60,2	57,0	3,0	3,0
3-11 – кроме зимы	33,8	36,7	37,5	38,7	36,8	2,0	2,0
1-12 – весь год	38,7	42,3	42,8	42,5	42,0	2,0	2,0

Таблица 6

Оптимальные углы β_{opt} и $z_{d,opt}$ для Якутска (Ш = 62,0°, Д = 129,7°)

Table 6

The optimum angles β_{opt} and $z_{d,opt}$ for Yakutsk (Latitude = 62.0°N, Longitude = 129.7°E)

Месяцы – рабочий период	β_{opt} (изотропная и анизотропные модели)					$z_{d,opt}$	
	LJ (изо)	H	HD	R	K	LJ	HD
1, 2, 12 – зима	81,2	82,5	82,2	83,5	79,1	2,8	2,2
3-5 – весна	49,5	52,5	53,5	55,5	51,8	3,0	-2,8
6-8 – лето	26,8	29,0	30,7	30,7	29,5	-8,0	-8,5
9-11 – осень	62,4	66,2	66,2	68,4	63,7	-0,6	-0,5
3-11 – кроме зимы	42,0	45,8	46,8	48,2	45,5	-4,0	-3,5
1-12 – весь год	45,0	49,3	50,2	48,0	48,0	-2,8	-2,2

При сравнении значений β_{opt} , полученных с помощью различных моделей радиации, следует учитывать основное отличие изотропных моделей от анизотропных. В изотропных моделях рассеянное излучение равномерно распределено по небосводу, и максимум его поступления на приемную поверхность наблюдается при $\beta = 0$, в то время как прямое излучение (без рассеяния) будет максимально при $\cos \theta = 1$, то есть когда $z_d = z$ и $\beta = \phi$. В анизотропных моделях часть диффузной радиации связана с направлением на источник через слагаемые, пропорциональные $\cos \theta$ (компоненты с R_B в формулах (8a) – (8c) и с множителем $\cos^2 \theta$ в (8d)). Поэтому вклад однородного рассеянного излучения в общую сумму радиации в анизотропных моделях меньше, чем в

изотропных. Соответственно, углы β_{opt} в табл. 1–6 для всех городов и рабочих периодов, которые рассчитаны в анизотропных моделях Хея – Дэвиса, Рейндла и Ключера, больше, чем в изотропной модели Лю – Джордана.

Исходя из данных таблиц, значения β_{opt} , полученные на основе различных анизотропных моделей, хорошо согласуются между собой. Более высокие значения β_{opt} для всех регионов и рассмотренных рабочих периодов дают, как правило, модель радиации Рейндла. К меньшим значениям приводит модель Ключера или модель Хея. Количественная оценка разброса значений β_{opt} , полученных с помощью разных моделей радиации, приведена в табл. 7.

Табл. 7

Различие в оценках β_{opt} анизотропных моделей радиации

Table 7

The difference in the β_{opt} estimates for anisotropic radiation models

Месяцы – рабочий период	$ \beta_{opt,max} - \beta_{opt,min} / \beta_{opt,max}, \%$					
	С-Петербург	Москва	Краснодар	Астрахань	Иркутск	Якутск
1, 2, 12 – зима	6,0	7,3	6,3	6,0	5,8	5,3
3-5 – весна	6,7	7,8	5,6	5,4	5,4	6,7
6-8 – лето	3,0	5,7	7,7	9,8	6,1	5,5
9-11 – осень	5,7	5,9	4,5	4,3	5,3	6,9
3-11 – кроме зимы	6,5	6,7	4,8	4,7	5,2	5,6
1-12 – весь год	2,4	2,5	2,2	2,0	1,9	4,4

В этой таблице для различных сезонных периодов указаны значения $|\beta_{opt,max} - \beta_{opt,min}| / \beta_{opt,max} (\%)$, полученные в результате расчетов на основе анизотропных моделей. Наименьшие различия в результатах разных моделей наблюдаются для календарного периода «весь год». Причем эти различия минимальны ($\leq 2\%$) для городов с большой среднесуточной суммой радиации (Астрахань, Иркутск), которая превышает $4 \text{ кВт}\cdot\text{ч}/\text{м}^2$ при оптимальных углах наклона и азимута (см. рис. 1). Несколько большие расхождения по β_{opt} «весь год» получены для городов с меньшим уровнем инсоляции. Это можно объяснить тем, что для этих городов характерна большая доля рассеянной радиации и, следовательно, сильнее проявляются различия в результатах, получаемых на основе анизотропных моделей.

Что касается азимутальной ориентации панелей, то три анизотропные модели (H, HD и R) дают прак-

тически одинаковые результаты $z_{d,opt}$ для всех рабочих периодов (в табл. 1–6 эти данные приведены для модели Хея – Дэвиса). Это связано с тем, что от азимута z_d в этих моделях зависит только прямая радиация (2)–(7), которая представляется одинаковым образом. Расчет показывает, что правильная ориентация панелей по азимуту приводит к увеличению годовой суммы радиации примерно на $1 \div 1,5\%$ по сравнению с ориентацией строго на юг ($z_d = 0$). Отличия между данными по $z_{d,opt}$, полученными с помощью изотропной и какой-либо анизотропной модели, незначительны.

На рис. 1 для различных регионов приведены контурные графики поверхности среднесуточного прихода радиации $\langle E_T \rangle$ (12) за рабочий период «весь год», которые получены на основе модели Ключера (8d).



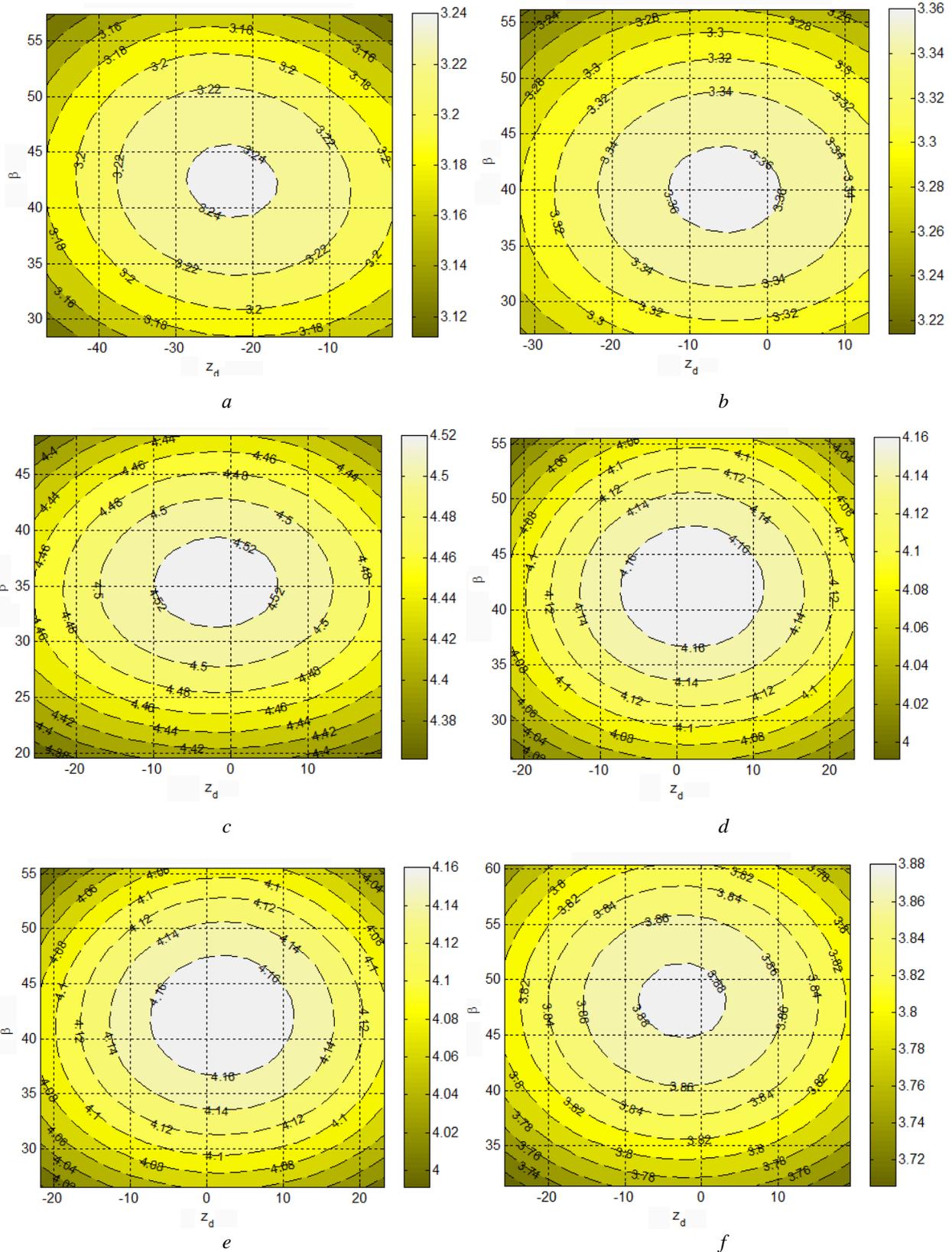


Рис. 1 – Контурные графики для среднесуточных сумм радиации (kWh/m^2) за годовой период в координатах «азимут – угол наклона» (градусы) для городов: *a* – Санкт-Петербург (Воейково); *b* – Москва (Одинцово); *c* – Краснодар; *d* – Астрахань; *e* – Иркутск; *f* – Якутск

Fig. 1 – The contour plots for the daily insolation (kWh/m^2) on dependence of azimuth and tilt angle (degree) for cities: *a* – St. Petersburg (Voeikovo); *b* – Moscow (Odintsovo); *c* – Krasnodar; *d* – Astrakhan'; *e* – Irkutsk; *f* – Yakutsk



Приведенные графики позволяют оценить оптимальные углы наклона и азимут, а также скорость убывания суммы радиации при отклонении от максимума в координатах «азимут – наклон». Поскольку область максимальной инсоляции на графиках менее протяженная для северных регионов (Санкт-Петербург, Якутск), они оказываются более критичными к выбору оптимальных углов, чем южные регионы.

4. Заключение

Выработка электроэнергии ФЭС непосредственно зависит от прихода радиации за рабочий период. В настоящей статье предложен итерационный метод расчета радиационных сумм на основе изотропной и ряда анизотропных моделей солнечной радиации. Первое приближение для итераций дается полученными в работе аналитическими решениями для углов наклона и азимута; в ходе последующих итераций находится решение системы нелинейных уравнений для β_{opt} и $z_{d,opt}$. Параметры этих уравнений выражаются через почасовые суммы прямой и диффузной радиации, которые являются усредненными величинами за многолетний период. Предложенный метод позволяет определить оптимальные углы для любого сезонного периода работы ФЭС: круглый год, летом, зимой и в отдельные месяцы.

Расчет оптимальных углов наклона для ФЭС, работающей круглый год, показал, что результаты анизотропных моделей отличаются от результатов изотропной модели на $3 \div 5$ градусов в большую сторону (для северных городов расхождение между моделями больше, чем для южных). Между результатами, полученными в рамках анизотропных моделей, имеется значительно большее согласие, а именно: расхождения для годового рабочего периода не превышают двух градусов, а для всех рабочих периодов и рассмотренных регионов расхождения лежат, как правило, в пределах $5 \div 7$ %. Таким образом, при оптимизации фиксированных углов солнечных панелей и при расчете планируемой выработки электроэнергии ФЭС предпочтительно использовать именно анизотропные модели.

Сравнение радиационных сумм $\langle E_T \rangle$, представленных в виде контурных графиков на плоскости $z_d - \beta$, показывает, что к выбору оптимальных углов наклона и ориентации следует более тщательно подходить в случае северных регионов с большой долей диффузного компонента радиации, поскольку для этих регионов $\langle E_T \rangle$ быстрее спадает при удалении от максимума, чем в случае южных регионов.

Неточность в выборе углов наклона ФМ порядка ± 10 % приводит к потерям среднесуточного поступления радиации около 1,6 % для Якутска, 1,2 % для Санкт-Петербурга и менее 1 % для остальных рассмотренных городов. Потери в поступлении радиации возрастают при неточной азимутальной ориента-

ции, например, если к отклонениям β от оптимальных значений на ± 10 % добавляются неточности в азимутальной ориентации на ± 20 % (что весьма распространено на практике), то радиационные потери составят примерно 2,5 % для всех шести городов. В случае неоптимального выбора углов, несмотря на небольшую относительную долю радиационных потерь (например, $\sim 2,5\%$) в общем поступлении радиации на наклонные поверхности ФМ, радиационные потери могут привести к существенному недобору генерируемой энергии. Так, для ФЭС с годовой генерацией 10^4 МВт·ч (установочная мощность порядка 10 МВт) недобор энергии составит ~ 250 МВт·ч. Если учесть, что установка под оптимальными углами рядов фотомодулей больших ФЭС при их свободном размещении на плоских земельных участках не требует дополнительных финансовых затрат, кроме затрат на тщательный расчет при проектировании, то очевиден значительный экономический эффект от правильной конструкции рядов ФМ. Следует также отметить, что приведенные выше оценки (см. рис. 1) относятся к работе ФЭС на протяжении календарного года. Если же ФЭС работает только в благоприятные месяцы (летом либо летом и в межсезонье), то выигрыш от оптимального выбора наклона и азимута ФМ станет более ощутимым.

Список литературы

- [1] Koronakis P. On the choice of the angle of tilt for south facing solar collectors in the Athens basin area [Text] / P. Koronakis // Sol. Energy. – 1986. – Vol. 36. – P. 217–225.
- [2] Kaldellis J. Experimental investigation of the optimum photovoltaic panel's tilt angle during the summer period [Text] / J. Kaldellis, D. Zafirakis // Energy. – 2012. – Vol. 38. – P. 305–314.
- [3] Le Roux, W.G. Optimum tilt and azimuth angles for fixed solar collectors in South Africa using measured data [Text] / W.G. Le Roux // Renewable Energy. – 2016. – Vol. 96. – P. 603–612.
- [4] Lewis, G. Optimum tilt of solar collectors [Text] / G. Lewis // Solar and Wind Technology. – 1978. – Vol. 4. – P. 407–410.
- [5] Даффи, Дж.А. Тепловые процессы с использованием солнечной энергии [Текст] / Дж.А. Даффи, У.А. Бекман – М.: Мир, 1977. – 420 с.
- [6] Tang, R. Optimal tilt-angles for solar collectors used in China [Text] / R. Tang, T. Wu // Appl. Energy. – 2004. – Vol. 79. – P. 239–248.
- [7] Calabrò, E. An Algorithm to Determine the Optimum Tilt Angle of a Solar Panel from Global Horizontal Solar Radiation [Text] / E. Calabrò // Hindawi Publishing Corporation, Journal of Renewable Energy. – 2013. – Vol. 2013. – Article ID 307547. – 12 pages.
- [8] Liu, B.Y.H. Daily insolation on surfaces tilted towards the equator [Text] / B.Y.H. Liu, R.C. Jordan // Trans ASHRAE. – 1962. – Vol. 67. – P. 526–541.

- [9] Loutzenhiser, P.G. Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation [Text] / P.G. Loutzenhiser, H. Manz [et al.] // *Solar Energy*. – 2007. – Vol. 81. – P. 254–267.
- [10] Noorian, A.M. Evaluation of 12 models to estimate hourly diffuse irradiation on inclined surfaces [Text] / Ali M. Noorian, I. Moradi, G. Ali Kamali // *Renewable Energy*. – 2008. – Vol. 33. – P. 1406–1412.
- [11] Balouktsis, A. On the optimum tilt angle of a photovoltaic array [Text] / A. Balouktsis, D. Tsanakas, G. Vachtsevanos // *Sol. Energy*. – 1987. – Vol. 5. – P. 153–69.
- [12] Rahman, M.M. Computation of solar radiation tilt factor and optimum tilt angle for Bangladesh [Text] / M.M. Rahman, S. Shareef // *Indian Journ. of Radio & Space Physics*. – 2000. – Vol. 29. – P. 37–40.
- [13] Chang, T.P. Study on the optimal tilt angle of solar collector according to different radiation types [Text] / T.P. Chang // *Int. Journ. of Applied Science and Engineering*. – 2008. – Vol. 6. – P. 151–161.
- [14] Mehleri, E.D. Determination of the optimal tilt angle and orientation for solar photovoltaic arrays [Text] / E.D. Mehleri, P.L. Zervas [et al.] // *Renew. Energy*. – 2010. – Vol. 35. – P. 2468–2475.
- [15] Benghanem, M. Optimization of tilt angle for solar panel: case study for Madinah, Saudi Arabia [Text] / M. Benghanem // *Appl. Energy*. – 2011. – Vol. 88. – P. 1427–1433.
- [16] Stanciu, C. Optimum tilt angle for flat plate collectors all over the World – A declination dependence formula and comparisons of three solar radiation models [Text] / C. Stanciu, D. Stanciu // *Energy Conversion and Management*. – 2014. – Vol. 81. – P. 133–143.
- [17] Kaddoura, T.O. On the estimation of the optimum tilt angle of PV panel in Saudi Arabia [Text] / T.O. Kaddoura, A.M. Makbul [et al.] // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. – 2016. – Vol. 65. – P. 626 – 634.
- [18] Гаевский, А.Ю. Определение оптимальных углов наклона фотоэлектрических панелей [Текст] / А.Ю. Гаевский, О.В. Ушкаленко // *Відновлювана енергетика*. – 2016. – № 1 (44). – С. 21–27.
- [19] Zang, H. Determination of the Optimal Tilt Angle of Solar Collectors for Different Climates of China [Text] / H. Zang, M. Guo [et al.] // *Sustainability*. – 2016. – Vol. 8. – P. 654–669.
- [20] Armstrong, S. A new methodology to optimise solar energy extraction under cloudy conditions [Text] / S. Armstrong, W.G. Hurley // *Renewable Energy*. – 2010. – Vol. 35. – P. 780–787.
- [21] Hussein, S. Performance evaluation of photovoltaic modules at different tilt angles and orientations [Text] / H.M.S. Hussein, G.E. Ahmad and H.H. El-Ghetany // *Energy Convers Manage*. – 2004. – Vol. 45. – P. 2441–2452.
- [22] Mondol, J.D. The impact of array inclination and orientation on the performance of a grid-connected photovoltaic system [Text] / J.D. Mondol, Y.G. Yohanis [et al.] // *Renewable Energy*. – 2007. – Vol. 32. – P. 118–140.
- [23] Виссарионов, В.И., Дерюгина Г.В., Кузнецова В.А., Малинин Н.К. Солнечная энергетика [Текст] / В.И. Виссарионов, Г.В. Дерюгина, В.А. Кузнецова и др. – М.: МЭИ, 2008. – 276 с.
- [24] NASA Surface meteorology and Solar Energy: Methodology [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.ceoe.udel.edu/File%20Library/Research/Wind%20Power/SSE_Methodology.pdf – (Дата обращения: 09.02.2017).
- [25] Научно-прикладной справочник по климату СССР. Серия 3. Многолетние данные. Выпуски 3 – 24/ под ред. Е.П. Борисенкова, Н.В. Кобышевой. – Л.: Гидрометеиздат, 1988–1991.
- [26] Yasin, A.S. General polynomial for optimizing the tilt angle of flat solar energy harvesters based on ASHRAE clear sky model in mid and high latitudes [Text] / A.S. Yasin, N.Y. Fathi, A. Khaled Ali // *Energy and Power*. – 2016. – Vol. 6. – P. 29–38.
- [27] Kalogirou, S.A. Solar Energy Engineering: Processes and Systems [Text] / S.A. Kalogirou. – London: Academic Press, 2009 – 760 p.
- [28] Loutzenhiser, P.G. Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation [Text] / P.G. Loutzenhiser, H. Manz // *Solar Energy*. – 2007. – Vol. 81. – P. 254–267.

Referenses

- [1] Koronakis P. On the choice of the angle of tilt for south facing solar collectors in the Athens basin area. *Sol. Energy*, 1986;36:217–225.
- [2] Kaldellis J., Zafirakis D. Experimental investigation of the optimum photovoltaic panel's tilt angle during the summer period. *Energy*. 2012;38:305–314.
- [3] Le Roux W.G. Optimum tilt and azimuth angles for fixed solar collectors in South Africa using measured data. *Renewable Energy*, 2016;96:603–612.
- [4] Lewis G. Optimum tilt of solar collectors. *Solar and Wind Technology*, 1978;4:407–410.
- [5] Duffie J.A., Beckman W.A. Solar Engineering of Thermal Processes, 4th Edition – John Wiley & Sons, Inc., 2013, 936 p.
- [6] Tang R., Wu T. Optimal tilt-angles for solar collectors used in China. *Appl. Energy*, 2004;79:239–248.
- [7] Calabrò E. An Algorithm to Determine the Optimum Tilt Angle of a Solar Panel from Global Horizontal Solar Radiation. *Hindawi Publishing Corporation, Journal of Renewable Energy*, 2013;2013:Article ID 307547.
- [8] Liu B.Y.H., Jordan R.C. Daily insolation on surfaces tilted towards the equator. *Trans ASHRAE*, 1962;67:526–541.



- [9] Loutzenhiser P.G., Manz H. et al. Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation. *Solar Energy*, 2007;81:254–267.
- [10] Noorian A.M., Noorian Ali M, Moradi I., Ali Kamali G. Evaluation of 12 models to estimate hourly diffuse irradiation on inclined surfaces. *Renewable Energy*, 2008;33:1406–1412.
- [11] Balouktsis A., Tsanakas D., Vachtsevanos G. On the optimum tilt angle of a photovoltaic array. *Sol. Energy*, 1987;5:153–69.
- [12] Rahman M.M., Shareef S. Computation of solar radiation tilt factor and optimum tilt angle for Bangladesh. *Indian Journal of Radio & Space Physics*, 2000;29:37–40.
- [13] Chang T.P. Study on the optimal tilt angle of solar collector according to different radiation types. *Int. Journal of Applied Science and Engineering*, 2008;6:151–161.
- [14] Mehleri E.D., Zervas P.L. et al. Determination of the optimal tilt angle and orientation for solar photovoltaic arrays. *Renew. Energy*, 2010;35:2468–2475.
- [15] Benghanem M. Optimization of tilt angle for solar panel: case study for Madinah, Saudi Arabia. *Appl Energy*, 2011;88:1427–1433.
- [16] Stanciu C., Stanciu D. Optimum tilt angle for flat plate collectors all over the World – A declination dependence formula and comparisons of three solar radiation models. *Energy Conversion and Management*, 2014;81:133–143.
- [17] Kaddoura T.O., Makbul A.M. et al. On the estimation of the optimum tilt angle of PV panel in Saudi Arabia. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2016;65:626–634.
- [18] Gaevskii A.Y., Ushkalenko O.V. Opredelenie optimalnyh uglov naklona fotoelectriceskikh paneley. *Vidnovlyuval'na energetika*, 2016;1(44):21–27(in Russ).
- [19] Zang H., M., Guo M. et al. Determination of the Optimal Tilt Angle of Solar Collectors for Different Climates of China. *Sustainability*, 2016;8:654–669.
- [20] Armstrong S., Hurley W.G. A new methodology to optimize solar energy extraction under cloudy conditions. *Renewable Energy*, 2010;35:780–787.
- [21] Hussein H. M. S., Ahmad G. E., El-Ghetany H. H. Performance evaluation of photovoltaic modules at different tilt angles and orientations. *Energy Convers Manage*, 2004;45:2441–2452.
- [22] Mondol J.D., Yohanis Y.G. et al. The impact of array inclination and orientation on the performance of a grid-connected photovoltaic system. *Renewable Energy*, 2007;32:118–140.
- [23] Vissarionov V.I., Deryugina G.V., Kuznetzova V.A. et al. Solar energy (Solnechnaya energetika). Moscow: MEI, 2008; 276 p. (in Russ).
- [24] NASA Surface meteorology and Solar Energy: Methodology. https://www.ceoe.udel.edu/File%20Library/Research/Wind%20Power/SSE_Methodology.pdf (09.02.2017).
- [25] Borisenkov E.P., Kobisheva N.V. Scientific and Applied Handbook on Climate of the USSR (Nauchno-pricladnoi spravochnik po klimatu SSSR): Seriya 3 Mnogoletnie Dannye, issues 3–24, Leningrad: Gidrometeoizdat Publ., 1988–1991 (in Russ).
- [26] Yasin A.S., Fathi N.Y., Khaled Ali. General polynomial for optimizing the tilt angle of flat solar energy harvesters based on ASHRAE clear sky model in mid and high latitudes. *Energy and Power*, 2016;6:29–38.
- [27] Kalogirou, S. A. Solar Energy Engineering: Processes and Systems. London: Academic Press, 2009, 760 p.
- [28] Loutzenhiser P.G., Manz H. Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation. *Solar Energy*. 2007; 81:254–267.

Транслитерация по BSI

