
К ТЕОРИИ РЫНОЧНОГО СПРОСА: РЕГУЛЯРНОСТЬ И ЭКОНОМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

В.К. Горбунов

Проблема теории агрегированного (рыночного) спроса, понимаемого согласно Вальрасу как сумма спросов независимых индивидов, максимизирующих свои «полезности» (функции предпочтения), заключается в отсутствии у такого спроса аналитических свойств индивидуального спроса («теоремы о невозможности» Гормана и Зонненшейна–Мантеля–Дебре). Предлагается решение этой проблемы на основе концепции статистического ансамбля потребителей рынка как исходного объекта. Приводится соответствующая модификация модели экономического равновесия Касселя–Вальда с представлением коллективных предпочтений векторным полем. Показывается, что модель Эрроу и Дебре с унифицированными продуктами (благами и факторами) не согласуется с теорией рыночного спроса.

Ключевые слова: статистический ансамбль потребителей, рыночный спрос, поле предпочтений, экономическое равновесие, модель Касселя–Вальда, модель Эрроу–Дебре.

1. ВВЕДЕНИЕ

Основы теории потребительского спроса были заложены во второй половине XIX в. Германом Госсеном, Уильямом Дживонсом, Карлом Менгером и Лионом Вальрасом в рамках *индивидуального потребительского выбора*, и теория спроса, излагаемая в учебниках микроэкономики (Mas-Colell et al.,

© Горбунов В.К., 2013 г.

1995; Бусыгин и др., 2008; Черемных, 2008), остается таковой до настоящего времени. Однако главный интерес для правительств, производителей товаров и услуг (благ), торговцев и политиков представляет спрос различных сегментов и всего рынка экономики, а также агрегированный спрос социальных групп. Теория *рыночного спроса* необходима для развития количественных методов экономического анализа и построения реалистичных моделей экономического равновесия.

Классикам казалось, что переход от индивидуального спроса к рыночному будет простым. Процитируем Дж. Хикса: «Изучение индивидуального спроса – лишь средство для изучения рыночного спроса. К счастью, при помощи наших методов мы можем осуществить подобный переход очень легко. Рыночный спрос обладает почти в точности теми же свойствами, что и индивидуальный» (Хикс, 1993, с. 128). Основатели теории спроса своими работами неявно заявили программу *микрооснования макроэкономики* (microfoundations for macroeconomics)¹. Но проблема перехода от построенной теории *независимых* индивидуальных потребителей к эффективной теории коллективного (рыночного или группового) спроса, отражающей реальность, оказалась принципиально неразрешимой. В середине XX в. было установлено, что аналитические свойства функций индивидуального спроса, вытекающие из классического принципа максимизации полезности набора благ (в современной трактовке – выбора наиболее предпочтительного набора), покупаемого при данных ценах и личном бюджете, не переносятся на рыночный спрос, понимаемый как сумма спросов индивидов, действующих независимо в соответствии с субъективными предпочтениями.

Нерешенность проблемы рыночного спроса, естественно, породила проблемы в теории экономического равновесия (ТЭР). Эта теория была заложена Вальрасом одновре-

¹ Термин введен С. Вэйнтраубом (Weintraub, 1957).

менно с развитием теории потребительского спроса в его фундаментальном труде 1874–1877 гг. (Вальрас, 2000). Вальрас представил замкнутую экономику как совокупность индивидуально рациональных потребителей и производителей, действующих в условиях совершенной конкуренции, и поставил вопрос о существовании цен, при которых совокупный (рыночный) спрос уравнивается совокупным предложением производства. Вальрас сделал важнейший шаг, сформулировав основные понятия и создав систему равновесия на языке математики, оставив потомкам проблему обоснования своей теории, – *существования, единственности и устойчивости равновесия*. Этот процесс растянулся более чем на столетие, и до настоящего времени теория экономического равновесия остается в «кризисном» состоянии. Этому кризису, в частности, посвящена статья известного исследователя теории экономического равновесия В.М. Полтеровича «Кризис экономической теории», опубликованная в самом первом номере журнала «Экономическая наука современной России» (Полтерович, 1998). В ней автор констатирует: «Несмотря на многочисленные попытки, не удалось найти сколько-нибудь общие и естественные условия, обеспечивающие единственность и устойчивость равновесия». Отсутствие *естественных условий для индивидуальных предпочтений*, обеспечивающих единственность и устойчивость равновесия, и «невозможность сравнительной статистики» (Там же) свидетельствуют о логических дефектах оснований ТЭР и, как следствие, об ошибочности или бессмысленности ее некоторых выводов, тогда как определенные успехи в ее приложениях являются эвристическими и требуют дополнительного обоснования.

Дефектом ТЭР, представленным в литературе «мэйнстрима», является недооценка варианта модели равновесия Вальраса, предложенного в начале XX в. шведским экономистом Густавом Касселем (Cassel, 1967)², и

² Английский перевод книги 1918 г. на немецком языке.

теоретического результата австрийского математика Абрахама Вальда (Wald, 1951)³ о *существовании и единственности равновесия* в этой модели. Модель Касселя, в отличие от исходной «атомизированной» системы равновесия Вальраса, представляет секторы производства и потребления консолидированно. Соответственно, рыночный спрос Касселя является априорным объектом. Вальд нашел условие рыночного спроса, обеспечившее доказательство как существования, так и единственности равновесия. Аналогичное условие было сформулировано в 1938 г. П. Самуэльсоном (Samuelson, 1938) как принцип оптимальности потребительского выбора в рамках альтернативного подхода к построению теории потребителя на основе понятия *выявленного предпочтения*. Позже этот принцип был назван *слабой аксиомой выявленного предпочтения* (далее – Слабая аксиома). Эта аксиома, принимаемая для индивидуального потребителя, как и классическая рациональность (максимизация полезности) для суммы индивидуальных спросов, как правило, не выполняется.

Развитие ТЭР определила статья К. Эрроу и Ж. Дебре (Arrow, Debreu, 1954), где был предложен вариант атомизированной модели Вальраса с единым пространством продуктов – ресурсов, полуфабрикатов и товаров потребления. Для этой модели было доказано существование равновесия. Эрроу и Дебре квалифицировали свою модель экономики как более близкую к реальности, чем модель и условие Вальда. Однако в рамках их модели оказалось невозможным получить *условия регулярности рыночного спроса*, обеспечивающие единственность и устойчивость равновесия без искусственных предположений. Модель Касселя–Вальда была пересмотрена в 1956–1958 гг. Г. Куном и Р. Солоу (Кун, 1958; Dorfman et al., 1958) на основе теории линейного программирования и отказа от условия Вальда (Слабой аксиомы), а следовательно,

³ Английский перевод работ 1935–1936 гг. на немецком языке.

и от гарантированной единственности равновесия. Эта модель оказалась на периферии современной ТЭР, построенной как развитие модели Эрроу–Дебре.

В дальнейших разделах статьи дается краткий обзор и анализ основных этапов развития теорий спроса и равновесия. Приводится решение проблемы рыночного спроса на основе концепции *статистического ансамбля потребителей* как исходного объекта теории (Горбунов, 2001, 2004, 2009а). Описана обобщенная аналитическая модель спроса (Горбунов, 2005, 2009б), в которой предпочтения потребителей представлены векторным полем, в общем случае непотенциальным. Обобщенный спрос удовлетворяет Слабой аксиоме. Приведена модификация модели Касселя–Вальда с таким спросом (Горбунов, 2012). Равновесие в этой модели существует, и оно единственное. Обосновывается вывод о прикладной непродуктивности модели Эрроу–Дебре без отказа от ее существенных особенностей – атомизированного представления потребителей и единого пространства продуктов.

2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ И ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИЙ СПРОСА И РАВНОВЕСИЯ

2.1. Основы классической теории индивидуального потребителя наиболее последовательно сформулированы Вальрасом (Вальрас, 2000) как теория *индивида*, покупающего на рынке набор благ, максимизирующий его *субъективную полезность* на множестве благ, доступных при данных ценах и личном бюджете. В XX в. теория индивидуального спроса после критических относительно понятия полезности работ В. Парето и Дж. Хикса была пересмотрена и развита на основе понятия *предпочтения*, представленного *бинарным отношением предпорядка* (Mas-Colell et al., 1995; Горбунов, 2004; Бессонов и др., 2008). При дополнительных свойствах *полноты* и

непрерывности отношение предпочтения имеет индикатор – *порядковую функцию полезности*, которую также называют *функцией предпочтения*. При этом разработанный классиками и их последователями аналитический аппарат сохранился с простой заменой *кардинальной функции полезности* на *функцию предпочтения*.

Построенная аналитическая теория индивидуального потребителя аккумулировала законы А. Курно (закон спроса), Г. Госсена (Первый и Второй законы), Е. Энгеля (кривые Энгеля), дополнила их гипотезами *выпуклости* и *транзитивности* предпочтений. Но эти законы были сформулированы на основе правдоподобных гипотез и статистического анализа *книг торговцев*, т.е. рыночного (!) спроса, *и потребительских расходов групп*, различавшихся уровнем доходов (Маршалл, 1993. Т. 1. Кн. III, гл. IV, § 8). Законы коллективного поведения потребителей были перенесены на индивидуальные «домохозяйства».

Венцом классической теории спроса стал вариационный анализ спроса (сравнительная статика) Е. Слуцкого, опубликованный на итальянском языке в 1915 г. (Слуцкий, 2010), в результате которого был получен новый инструмент количественного анализа свойств дополнительности – замещения благ (матрица Слуцкого). Однако распространения теории индивидуального спроса на рыночный спрос без выявления и исправления ошибок не получилось.

Классическая теория спроса не имела абсолютного признания у ряда авторитетных экономистов. Первая существенная критика содержится в фундаментальном труде Г. Касселя (Cassel, 1967), выдержавшего множество переизданий (первое немецкое издание – 1918 г., на русском языке – в 1929 г.). Кассель не принял теорию полезности в целом и использовал для объяснения потребительского поведения понятие *желаний*. Описывая экономическую систему, Кассель избежал ошибочной (что проявилось позднее) детализации поведения индивидуальных потребителей и представил рыночный спрос как априорный

объект. Однако Кассель не предложил теории рыночного спроса.

Второй известный нам пример неприятия теории рыночного спроса Вальраса содержится в широко известной монографии Джона фон Неймана и Оскара Моргенштерна 1943 г. При обсуждении в п. 2.2 *экономики «Робинзона Крузо» и экономики общественного обмена* авторы возражают против «использования этой весьма упрощенной модели изолированного потребителя в теории экономики общественного обмена... она не отражает индивидуума, подвергающегося многообразным общественным воздействиям» (Нейман, Моргенштерн, 1970, с. 36). В качестве общественных воздействий авторы отмечают *подражание, рекламу, обычаи*. Нейман и Моргенштерн, как и Кассель, только обозначили нетривиальность перехода от экономики Робинзона к общественной экономике.

Неудовлетворенность существующей теорией рыночного спроса, создаваемой на основе теории индивидуального спроса, и предположение о возможности принятия *кривых рыночного спроса* за основу теории цен высказывал известный английский экономист Ян Литтл (Little, 1949).

Распространение теоретических свойств индивидуального спроса на рыночный потребовало определения *коллективной функции предпочтения*, рационализирующей наблюдаемый рыночный спрос в соответствии с моделью максимизации полезности. Простые примеры двух благ и двух покупателей показали⁴, что следствие классической рациональности – слабая АВП, справедливая для индивидуальных спросов, не выполняется для их суммы в общем случае. При этом коллективной функции предпочтения не существует.

Общее решение проблемы существования коллективной функции предпочтения было получено в 1953 г. У. Горманом (Gorman, 1953), который показал, что *для существования коллективной функции предпочтения,*

⁴ См., например: (Mas-Colell et al., 1995. Ex. 4. P. 1).

порождающей рыночный спрос, который является суммой конечного числа спросов, порождаемых индивидуальными функциями предпочтений, необходимо и достаточно, чтобы все кривые Энгеля были параллельными прямыми. Это противоречит разнообразию субъективных предпочтений и наличию благ различной субъективной ценности, при которых *непрямые кривые Энгеля* должны существовать. Противоречие схемы рыночного спроса Вальраса установлено также в недавних работах В.И. Зоркальцева 1997–2010 гг. (Зоркальцев, 2010).

Несмотря на результат Гормана, демонстрирующий невозможность построения реалистичной теории рыночного спроса по схеме Вальраса, еще долго продолжался поиск условий на индивидуальные предпочтения и распределение доходов, обеспечивающих существование коллективной функции предпочтения (Chirman, 2006). Однако в рамках существующей теории «*выяснить их специфику до сих пор не удастся, а без этого ответы на многие фундаментальные вопросы теории не могут быть получены*» (Полтерович, 1998).

Некоторые исследователи потребительского спроса в последние годы стали учитывать взаимозависимость поведения индивидуальных потребителей и делать попытки построить теорию потребительского выбора, учитывающую влияние социальной среды (Гаврилец, Ефимов, 1997) и взаимодействия между различными индивидами (Chiappori, Ekeland, 2006, 2009; Cherchye et al., 2010). При этом первичными субъектами рынка остаются индивиды, описание которых усложняется. Но индивидуальные характеристики потребителей и их численность для реальных рынков ненаблюдаемы, и внутренняя структура спроса неидентифицируема по наблюдениям группового (рыночного) спроса. Следовательно, усложненные описания взаимозависимого группового выбора не помогают решать проблемы рыночного спроса.

2.2. Многие исследователи (в основном зарубежные) в последние десятилетия предлагают пересмотреть теорию индивидуаль-

ного спроса, освободив ее от стеснительных для некоторых рынков свойств транзитивности и (или) полноты предпочтений. Большая их часть ограничивается теоретико-множественным (Mas-Colell, 1974; Quah, 2006) или топологическим уровнем (Chichilnisky, 1980; Ефимов, 1989) без построения содержательного аналитического аппарата, позволяющего вычислять спрос. Известны две попытки аналитических обобщений классической теории на основе отказа от транзитивности предпочтений. В 1932 г. Р. Аллен предложил теорию локального потребительского выбора с представлением потребительских предпочтений через направление предпочтения, определенное в каждой точке пространства благ (Allen, 1932). Это представление можно рассматривать как векторное поле, обладающее специфическими свойствами, однако Аллен и его последователи (Georgescu-Roegen, 1954; Katzner, 1971) этого не сделали и не построили содержательную теорию спроса, обобщающую классическую теорию⁵. Вторую попытку сделал У. Шафер (Shafer, 1974). Он ввел в качестве представления полного, но нетранзитивного предпочтения бифункцию. Но эта идея также не была развита до содержательной теории соответствующих функций спроса. Недавний анализ работ Аллена и Шафера см. в (John, 2007).

Аналитическая модель спроса, обобщающая классическую модель, предложена в (Горбунов, 2005, 2009б). В этой модели предпочтения потребителей представлены невозрастающим векторным полем, в общем случае непотенциальным. Эта модель описана в четвертом подразделе.

2.3. Свойства рыночного спроса являются критическими для теории экономического равновесия. Эта теория создана Л. Вальрасом

⁵ Представление предпочтений векторным полем использовалось в (Chichilnisky, 1980) и (Ефимов, 1989). Однако эти авторы ограничились абстрактным топологическим анализом проблемы агрегирования индивидуальных предпочтений и не представили содержательных экономических результатов.

(Вальрас, 2000) для обоснования эвристики Адама Смита, описавшего (1775 г.) идеализированный свободный рынок. Современные исследователи ТЭР Д. Браун и Ф. Кублер определяют три гипотезы Вальраса относительно конкурентного рынка (или равновесия) (Brown, Kubler, 2008, p. 1).

Первая гипотеза: рыночный спрос является суммой спросов потребителей, максимизирующих полезность при бюджетных ограничениях, определяемых рыночными ценами.

Вторая гипотеза предполагает существование и единственность конкурентного равновесия, и третья – локальную устойчивость относительно механизма «нащупывания» равновесия.

Первая гипотеза, в которой согласно цитированной книге Вальраса субъективные оценки полезностей независимы, оказалась, как отмечено выше, противоречивой в логико-эмпирическом отношении.

Г. Кассель предложил модель экономического равновесия в 1918 г. (первое издание цитированной выше книги) без упоминания Вальраса и его теории. В отличие от Вальраса Кассель дал консолидированное описание как потребителей, так и производства. Продукты экономики Кассель разделил на продукты потребления и факторы производства. Производственная система была представлена линейными уравнениями балансов использования факторов для производства продуктов потребления и уравнениями, определяющими конкурентные цены факторов через цены продуктов в соответствии с принципом себестоимости (бесприбыльности). Потребление в экономике Касселя представлено функциями рыночного спроса на каждый продукт, определяемыми ценами всех продуктов и факторов.

Модель Касселя в 1930-е гг. была исправлена путем введения в балансы искусственных неотрицательных переменных для того, чтобы обеспечить неотрицательность искомых значений. Модифицированную модель в 1933–1936 гг. исследовал А. Вальд (Wald, 1951). Вальд нашел условие для ры-

ночного спроса⁶, обеспечившее как существование, так и единственность равновесия. Это условие, заново открытое Самуэльсоном (Samuelson, 1938), названо позже Слабой аксиомой.

Можно утверждать, что Вальд обошелся без первой гипотезы Вальраса и нашел условие выполнения второй гипотезы. Однако Вальд, в принципе, не отказался от первой гипотезы Вальраса. Он находился в плену Вальрасовой схемы рыночного спроса и выдвинул предположение, что *ключевое условие для индивидуальных спросов должно выполняться и для рыночного спроса*. Он обещал показать это в следующей работе, что оказалось невозможно в силу упомянутого выше парадокса агрегирования потребителей Гормана.

Результат Вальда не вписывается в современную теорию спроса, согласно которой Слабая аксиома выполняется для индивидуальных спросов, но, как правило, не выполняется для их суммы, т.е. для рыночного спроса (Mas-Colell et al., 1995, ch. 4). Попытки поиска условий на индивидуальные предпочтения, обеспечивающих выполнение Слабой аксиомы для рыночного спроса, как отмечено выше, приводят к неестественным предположениям относительно предпочтений и доходов потребителей.

Дальнейшие исследования модели Каселя–Вальда в работах 1950-х гг. (Кун, 1958; Dorfman et al., 1958) были основаны на теории линейного программирования (ЛП) и теореме Какутани о неподвижной точке многозначного отображения вместо «неестественного» условия Вальда. При этом удалось доказать лишь существование равновесия.

2.4. Основополагающей работой в современной ТЭР считается статья К. Эрроу и Ж. Дебре 1954 г. (Arrow, Debreu, 1954), в которой был предложен абстрактный вариант экономики, где объединены конечные множества

производителей (фирм) конечной номенклатуры продуктов и независимых потребителей с классическими предпочтениями. Существенно, что продукты различных видов – товары потребления (блага), ресурсы и полуфабрикаты (факторы производства) – в этой модели формально не различаются. Для модели Эрроу–Дебре было доказано существование равновесия. Это доказательство потребовало привлечения сложной математической техники неподвижных точек многозначных отображений (теоремы Какутани). Однако единственность равновесия без условия Вальда (Слабой аксиомы) не имеет места (Mas-Colell et al., 1995, prop. 17. F. 2).

Упомянутое открытие Гормана было проигнорировано исследователями модели Эрроу–Дебре, и парадокс агрегирования покупателей был вторично «открыт» (в иной форме) Х. Зонненшейном в 1972 г. и обобщен сначала Р. Мантелем, а затем Ж. Дебре. Было установлено (теорема Зонненшейна–Мантеля–Дебре (см.: Mas-Colell et al., 1995, sec. 17.E)), что достаточно произвольная функция типа «цены – спрос» может считаться агрегированным избыточным спросом некоторого множества покупателей. Этот эффект получил название *«anything goes»* – *«подходит что угодно»*. Это противоречит свойствам классических функций спроса.

Можно констатировать, что дефекты современного состояния ТЭР – отсутствие естественных условий, обеспечивающих единственность и устойчивость равновесия, – являются следствиями ошибочного построения Вальрасом *теории рыночного спроса* в соответствии с его первой гипотезой. Эта теория порождает парадоксы агрегирования покупателей Гормана и Зонненшейна–Мантеля–Дебре. Они до настоящего времени остаются недостаточно осознанными, и теории потребительского спроса и экономического равновесия продолжают развиваться в рамках «мэйнстрима» на основе концепции Вальраса и в современных обобщениях этих теорий – на основе Слабой аксиомы (Mas-Colell, 1974; Quah, 2006; Maćkowiak, 2010).

⁶ Спрос Вальда представлен неудачно – как зависимость цен от предложения благ, не согласованная с условием однородности нулевой степени относительно цен для спроса Вальраса.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНСАМБЛЬ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ – ОСНОВА ОПИСАНИЯ РЫНКА

3.1. В книгах (Горбунов, 2001, 2004) обоснован и предложен пересмотр теории и моделирования рыночного потребительского спроса на основе *концепции консолидированных потребителей исследуемого рынка* как исходного объекта теории и математического моделирования. Развитие этой концепции в последующих работах (Горбунов, 2009а, 2011) привело к понятию *статистического ансамбля потребителей рынка*.

Определение 1. Статистическим ансамблем потребителей исследуемого рынка называется нечеткое множество потребителей рынка, обладающее статистической устойчивостью относительно зависимости числа продаж данного рынка от их цен и совокупных расходов всех потребителей.

Это определение учитывает, что индивидуальные потребители-домохозяйства не являются независимыми (в силу традиций, моды, рекламы), и рыночный спрос формируется в результате сложных синергетических процессов. В отличие от (Гаврилец, Ефимов, 1997; Chiappori, Ekeland, 2006, 2009; Cherchye et al., 2010), мы не считаем возможным или продуктивным описание поведения отдельных покупателей реальных рынков с учетом их взаимного влияния. Это поведение более адекватно описывать (если это представляет интерес) дискретными стохастическими процессами, *вводя вероятностные характеристики содержательных показателей. Принятие ансамбля покупателей за исходный объект, действующий в соответствии с классическим принципом максимизации полезности, или Слабой аксиомой, снимает противоречия теории рыночного спроса.*

Продуктивность различного подхода к микро- и макрообъектам подсказывает физика. Именно успехи физики XIX в. стимулировали математизацию экономической науки,

начатую Ф. Эджворт и Л. Вальрасом. Но в стремлении понять законы рыночного спроса они описали рыночное поведение индивидов простой детерминированной аналитической моделью – независимой максимизацией полезности, считая, что эта же модель будет применима к сумме индивидов. Именно это упрощение сложного объекта, состоящего из индивидов, обладающих *волей, психикой и спонтанностью*, вызвало неприятие Касселя, а позже Неймана и Моргенштерна. Уже в XIX в. в физике сложились различные подходы к описанию материальных микро- (молекул и атомов) и макрообъектов (газов, жидкостей, твердых тел) даже в рамках классической Ньютоновой механики. Для описания макрообъектов были введены специальные макропоказатели (давление, температура, напряжение) и детерминированные дифференциальные уравнения, но микрообъекты стали описываться дискретными вероятностными уравнениями (броуновское движение, уравнение Шрёдингера) с представлением координат и скоростей (импульсов) частиц распределениями вероятностей.

3.2. Вопросом, нуждающимся в пояснении, является адекватность реальности модели *рыночного спроса как исходного объекта теории*. Остановимся на классическом принципе рациональности – максимизации *коллективной функции предпочтения* (непрерывной, возрастающей, вогнутой) на доступном множестве, которое определяется совокупными расходами всех потребителей исследуемого рынка. Поставленный вопрос адекватности решается *непараметрическим методом* Аффриата–Вэриана (Afriat, 1967; Varian, 1982, 1983, 2006). Этот метод построен в рамках стандартной теории индивидуального потребительского поведения, однако очевидно, что он может применяться и реально применяется (в основном эвристически, вопреки *теоремам о невозможности* Гормана и Зонненшейна–Мантеля–Дебре) для анализа рыночного спроса. Приведем главный результат Аффриата в редакции Вэриана (Varian, 1982), опуская для краткости детали,

связывающие этот результат с теорией выявленного предпочтения.

Пусть для некоторого рынка n благ известна статистика потребления на одинаковых временных промежутках, начинающихся в моменты времени $t = 0, T$. Предполагается, что на этих промежутках усредненные некоторым образом цены благ составляют положительные векторы p^t евклидова пространства E^n , и были куплены количества благ, составляющие также положительные векторы $x^t \in E_{++}^n = \{x \in E^n : x > 0\}$. Данные о ценах и объемах продаж составляют *торговую статистику*

$$\{p^t, x^t : t = \overline{0, T}\}. \quad (3.1)$$

Эта статистика автоматически представляет также совокупные *потребительские расходы* $e_t = \langle p^t, x^t \rangle$. Здесь и далее скобки $\langle \cdot, \cdot \rangle$ используются для скалярного произведения в E^n .

Вопрос об адекватности классической модели спроса данному рынку (и его потребителям) сводится к вопросу: существует ли такая коллективная функция предпочтения $u(x)$, что порожаемое этой функцией отображение рыночного спроса соответствует статистике (3.1)?

Определение 2 (Varian, 1983). Функция предпочтения $u(x)$ рационализирует данные (3.1), если

$$u(x^t) = \max \{u(x) : \langle p^t, x \rangle \leq e_t, x \geq 0\}, \quad t = \overline{0, T}. \quad (3.2)$$

Рассмотрим значения искомой функции предпочтения $u(x)$ и множителя Лагранжа $\lambda(p, e)$ задачи (3.2) на данных (3.1):

$$u_t = u(x^t), \quad \lambda_t = \lambda(p^t, e_t). \quad (3.3)$$

Эти значения называются *числами Аффриата*. Введем *кросс-коэффициенты*

$$e_{ts} = \langle p^t, x^s \rangle, \quad a_{ts} = e_{ts} - e_t, \quad s, t = \overline{0, T}. \quad (3.4)$$

Теорема Аффриата (Varian, 1982). Непрерывная, возрастающая, вогнутая функция предпочтения $u(x)$, рационализирующая данные (3.1), существует тогда и только тогда, когда существует положительное решение $\{u_t, \lambda_t\}$ неравенств

$$u_s - u_t - \lambda_t a_{ts} \leq 0, \quad s, t = \overline{0, T}, \quad s \neq t. \quad (3.5)$$

Эта теорема является наиболее значительным результатом в теории потребительского спроса после работ Слуцкого и Хикса. В силу данной теоремы вопрос о существовании функции предпочтения, рационализирующей данные (3.1), решается конструктивно. Для этого следует попытаться найти положительное решение системы *неравенств Аффриата* (3.5) относительно чисел (3.3). Коэффициенты (3.4) этой системы определяются статистическими данными (3.1). Если положительное решение существует, то классическая модель (3.2) адекватна рынку, представленному этими данными.

Формулировка теоремы Аффриата и описанный метод ее практического использования идеализированы, так как не учитывают неизбежные погрешности статистических данных. Отсутствие положительного решения системы (3.5) может быть следствием как неадекватности модели (3.2), так и неточности данных (3.1). В случае совместности система неравенств имеет в общем случае множество решений. В линейном случае – многогранное множество. Учет погрешностей данных и допустимых уровней ошибок моделирования является нетривиальной проблемой идентификации любых математических моделей. Эти и вычислительные проблемы поиска наилучшего (в уточняемом смысле) положительного решения системы (3.5) рассмотрены в (Горбунов, 2004; Горбунов, Козлова, 2008; Козлова, 2010).

Непараметрический метод заявлен Аффриатом в рамках теории индивидуального потребительского поведения. Однако уже в статье Вэриана (Varian, 1982) этот метод применен без каких-либо обоснований для

оценки верхней и нижней границ «истинного индекса стоимости жизни» Конюса для статистики совокупного потребления в США в 1947–1978 гг. В недавней работе (Varian, 2006) Вэриан пишет: «To my surprise, the aggregate consumption data easily satisfied the revealed preference conditions»⁷. Наш опыт (Горбунов, Козлова, 2008; Козлова, 2010) применения метода Африата–Вэриана для построения инвариантных (Samuelson, Swamy, 1974) и квазиинвариантных (Горбунов, 2004) индексов для реальных данных современных рынков также демонстрирует во всех случаях соответствие коллективного потребительского поведения классической модели максимизации полезности. Однако в наших работах рыночный спрос явно объявляется исходным объектом исследования.

4. МОДЕЛЬ РЫНОЧНОГО СПРОСА С ВЕКТОРНЫМ ПОЛЕМ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ

Изложим кратко основные понятия и факты обобщенной теории рыночного спроса (Горбунов, 2005, 2009б), свободной от предположений полноты и (или) транзитивности непрерывного бинарного отношения предпочтения, при которых существует функция предпочтения.

Рассмотрим рынок конечного набора n благ конечного потребления, обозначая произвольный набор благ неотрицательным вектором $x \in E_+^n$. Все потребители расходуют на покупку благ x при ценах $p \in E_+^n$ совокупное количество денег e . Это значит, что выполняется *расходное условие покупок* $\langle p, x \rangle = e$.

В новой теории *предпочтения ансамбля потребителей* представляются векторным полем g , действующим в пространстве благ

⁷ «К моему удивлению, агрегированные данные о потреблении легко удовлетворяли условиям выявленного предпочтения».

E_+^n , т.е. *поле предпочтений* g – отображение $g: E_+^n \rightarrow E_+^n$ с уточненными формальными и содержательными характеристиками. Для излагаемой аналитической теории спроса используются понятия *монотонности* и *потенциальности* векторных полей. Напомним эти понятия (Ортега, Рейнболдт, 1975).

Поле g называется *монотонно невозрастающим*, если для любых точек x и y области определения поля выполняется неравенство

$$\langle g(x) - g(y), x - y \rangle \leq 0. \quad (4.1)$$

Если это неравенство для $x \neq y$ строгое, то поле g называется *монотонно убывающим*.

Поле $g(x)$ называется *потенциальным*, если существует такая скалярная дифференцируемая функция $u(x)$, называемая *потенциалом* поля, что

$$g_i(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial x_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2)$$

Свойства потенциальности и монотонности дифференцируемого поля $g(x)$ определяются матрицей его производных

$$G(x) = \frac{\partial g(x)}{\partial x}.$$

Потенциальность поля $g(x)$ эквивалентна симметричности этой матрицы (Ортега, Рейнболдт, теорема 4.1.6). Монотонное невозрастание поля $g(x)$ эквивалентно отрицательной полуопределенности матрицы $G(x)$, и если эта матрица отрицательно определенная, то $g(x)$ строго монотонно убывает (Там же, теорема 5.4.3).

Определение 3. Векторным полем потребительских предпочтений называется монотонно невозрастающее непрерывное отображение $g: E_+^n \rightarrow E_+^n$, компоненты которого $g_i(x)$ имеют смысл относительных ценностей благ $i = \overline{1, n}$, а их отношения $S_{ij}(x) = g_i(x) / g_j(x)$ являются предельными нормами замещения блага j благом i .

Рациональный выбор потребителей, определяющий спрос как зависимость количеств продаж x от цен p и общих расходов e , определяется системой уравнений

$$g_i(x) = \lambda p_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad \langle p, x \rangle = e. \quad (4.3)$$

В потенциальном случае (4.2) потенциал $u(x)$ поля $g(x)$ является дифференцируемой возрастающей вогнутой функцией, которую можно считать функцией предпочтения. При этом система (4.3) является характеристической системой классической модели максимизации функции предпочтения. В общем случае (при числе благ более двух) модель потребительского выбора (4.3) обобщает классическую модель. Первая группа уравнений этой модели представляет обобщенный Второй закон Госсена⁸, который удобно для дальнейшего записать в виде

$$\frac{g_i(x)}{g_1(x)} = \frac{p_i}{p_1}, \quad i = \overline{2, n}. \quad (4.4)$$

Для построения аналитической теории обобщенного рыночного спроса следует ограничиться гладкими, т.е. непрерывно дифференцируемыми, полями. Это ограничение в силу приближенного характера любой достаточно нетривиальной теории, а также приближенности исходных данных, используемых для идентификации соответствующей математической модели, как правило, не является ограничивающим.

Спрос обобщенной модели (4.3) в регулярном случае, когда поле g – строго убывающее и непрерывно дифференцируемое, является однозначной дифференцируемой функцией $x(p, e)$, обладающей почти всеми свойствами функций регулярного классического спроса, кроме симметричности матрицы Слуцкого (Горбунов, 2009б). При этом он удовлетворяет Слабой аксиоме: для любых двух ситуаций «цены – расходы» (p, e) и (p', e')

если $\langle p, x(p', e') \rangle \leq e$ и $x(p', e') \neq x(p, e)$, то $\langle p', x(p, e) \rangle > e'$. (4.5)

Матрица Слуцкого симметричная в потенциальном случае.

5. МОДЕЛЬ РАВНОВЕСИЯ ВАЛЬРАСА–КАССЕЛЯ С ОБОБЩЕННЫМ РЫНОЧНЫМ СПРОСОМ

Изложим кратко модель экономического равновесия Вальраса–Касселя (Wald, 1951), модифицированную на основе теории ЛП (Dorfman et al., 1958), и с обобщенным рыночным спросом, представленным в предыдущем разделе (Горбунов, 2012).

В экономике Касселя рассматривается m факторов производства в положительных количествах $r \in E_{++}^m$, которые используются для производства n конечных продуктов (благ) в неотрицательных количествах $x \in E_+^n$. Для производства единицы продукта j требуется $a_{ij} \geq 0$ единиц фактора i . Эти коэффициенты определяют удельные производственные затраты факторов и составляют технологическую матрицу $A = \{a_{ij}\}$ размерностей $(m \times n)$. Эта матрица и вектор наличных факторов r определяют ограничения на выпуск продуктов x – систему линейных неравенств

$$Ax \leq r, \quad x \geq 0. \quad (5.1)$$

Цены продуктов составляют вектор $p \in E_+^n$ и цены факторов – вектор $v \in E_+^m$. Бюджет потребителей равен стоимости факторов $\langle v, r \rangle$.

Рациональность производственной системы заключается в максимизации стоимости выпуска x в ценах p , т.е. линейной функции $\langle p, x \rangle$, при условиях (5.1). Решение этой задачи ЛП, возможно, неединственное, определяет многозначное отображение

⁸ Первый закон Госсена соответствует (при $n = 1$) условию монотонности поля предпочтений (4.1).

$$X(p) = \text{Arg max}_x \{ \langle p, x \rangle : Ax \leq r, x \geq 0 \}. \quad (5.2)$$

Отображение $X(p)$ является *производственным предложением* благ.

Связь цен благ p и цен факторов v , соответствующих определению *конкурентного равновесия*, устанавливается двойственной задачей

$$V(p) = \text{Arg min}_v \{ \langle r, v \rangle : A^T v \geq p, v \geq 0 \}. \quad (5.3)$$

Согласно первой теореме двойственности задачи (5.2) и (5.3) разрешимы или неразрешимы одновременно, и в случае разрешимости оптимальные значения целевых функций совпадают:

$$\langle p, x \rangle = \langle r, v \rangle \equiv \langle v, r \rangle. \quad (5.4)$$

Равенство двойственности интерпретируется здесь как *закон Вальраса*, означающий, что потребители расходуют весь совокупный бюджет $\langle v, r \rangle$. Формирование этого бюджета зависит от институциональных характеристик данной экономики, но это несущественно для вопроса *оптимального ценообразования*, решаемого теорией равновесия.

Следствием первой теоремы двойственности также является эквивалентность решения пары двойственных задач (5.2), (5.3) решению системы линейных неравенств

$$\begin{aligned} Ax \leq r, \quad x \geq 0, \quad A^T v \geq p, \\ v \geq 0, \quad \langle p, x \rangle = \langle r, v \rangle \end{aligned} \quad (5.5)$$

относительно пары (x, v) при заданных ценах p .

Перейдем к описанию рыночного спроса. В работах Куна и Солоу авторы отклонили условие Вальда – Слабую АВП, поскольку (Dorfman et al., 1958, p. 368) «rationality cannot be required of market demand functions»⁹. Вопрос о рыночном спросе оставался открытым.

⁹ «От функций рыночного спроса нельзя требовать рациональности».

В работе (Горбунов, 2011) рыночный спрос модели равновесия Вальраса–Касселя определяется задачей максимизации коллективной функции предпочтения на множестве благ, доступных при ценах p и совокупных расходах e всех потребителей исследуемого рынка. В (Горбунов, 2012) классическая модель спроса заменена обобщенной моделью (4.3). Последняя модификация модели Касселя–Вальда состоит из описания агента «производство» – задачей ЛП (5.2), агента «потребление» – системой (4.3), и эти агенты связываются бюджетным равенством – законом Вальраса (5.4).

Модифицированную систему равновесия Вальраса–Касселя удобно представить, используя систему двойственности (5.5) и исключив из блока «потребление» (4.3) множитель Лагранжа и параметр расходов $e = \langle v, r \rangle$:

$$\begin{cases} Ax \leq r, \quad A^T v \geq p, \quad \langle p, x \rangle = \langle v, r \rangle, \quad x \geq 0, \quad v \geq 0, \\ p_1 g_i(x) = p_i g_i(x), \quad i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (5.6)$$

Неизвестными этой системы являются цены благ, цены факторов и количества благ, образующими набор переменных (p, v, x) . Параметры системы (5.6) – технологическая матрица A , вектор используемых факторов r и поле предпочтения g . Величина выпуска x является одновременно *рыночным спросом* и *производственным предложением*.

Для моделей равновесия замкнутых экономик имеет место инвариантность цен относительно масштаба: если набор переменных (p, v, x) удовлетворяет системе (5.6), то набор $(\alpha p, \alpha v, x)$ с любым множителем $\alpha > 0$ также ей удовлетворяет. Для исключения произвольности масштаба цен на них следует наложить дополнительное условие. Наиболее удобное условие – принадлежность цен стандартному симплексу в объединенном пространстве цен E_+^{n+m} :

$$\sum_{j=1}^n p_j + \sum_{i=1}^m v_i = 1, \quad p \geq 0, \quad v \geq 0. \quad (5.7)$$

Таким образом, система (5.6) объединяет описание рационального консолидированного производства и статистического ансамбля потребителей данной экономики в предположении равенства рыночного спроса и производственного предложения при нормированных ценах (5.7). Если такие цены (p^*, v^*) существуют, то они называются *ценами равновесия*, и соответствующий набор «цены – выпуск» (p^*, v^*, x^*) называется *экономическим равновесием* рассматриваемой системы.

Теорема существования и единственности.

Пусть в замкнутой экономике (5.6) с ценами, нормированными согласно (5.7), технологическая матрица A не содержит нулевых столбцов и нулевых строк и поле предпочтений g дифференцируемо и монотонно убывающее. Тогда существует равновесие $\{x^*, p^*, v^*\}$, в котором набор продуктов и их цены $\{x^*, p^*\}$ определены однозначно. Если при этом ранг матрицы A равен числу факторов m , то цены факторов v^* также определены однозначно (Горбунов, 2012).

Предположение об отсутствии нулевых строк и столбцов в матрице A означает, что производство каждого продукта требует использования некоторого фактора и каждый фактор используется в производстве некоторого продукта. Это предположение обеспечивает ограниченность допустимого множества (5.1) производственной задачи (5.2), следовательно, ее разрешимость, а также разрешимость двойственной задачи (5.3), определяющей цены факторов v при любых ценах благ $p \in E_+^n$.

Сформулированная теорема существования и единственности равновесия в предложенной модификации модели экономики Касселя–Вальда не нуждается в новом доказательстве, как и аналогичная теорема из (Горбунов, 2011). В части существования равновесия здесь можно почти дословно повторить доказательство теоремы 2.1 из книги (Ашманов, 1984, с. 142–146), основанное на теореме Какутани, или более простое доказательство

(John, 1999). Единственность равновесия для системы (5.6), (5.7) легко выводится из Слабой аксиомы (Горбунов, 2011, с. 141).

6. О МОДЕЛИ ЭРРОУ–ДЕБРЕ

Возможность и продуктивность консолидированного представления потребителей, обеспечившего единственность равновесия в модели Касселя–Вальда, подсказывает исправление модели общего равновесия Эрроу–Дебре переходом от описания индивидуальных потребителей к рыночному спросу как исходному объекту. Формально это кажется простым. Следует лишь предположить, что в экономике один агент потребления – статистический ансамбль потребителей¹⁰. Однако упрощенная модель Эрроу–Дебре простого обмена с одним потребителем не имеет смысла, а модель с производством имеет другое существенное отличие от модели Касселя – объединение *продуктов потребления* и *факторов производства* (труд, полуфабрикаты, финансовые и материальные активы) в один класс универсальных продуктов. Эта особенность делает некорректным применение теории потребительского спроса к такому смешанному рынку. Поясним это подробнее.

Модель общего экономического равновесия Эрроу–Дебре согласно авторским работам (Arrow, Debreu, 1954; Debreu, 1959) и учебнику (Mas-Colell et al., 1995) представляет замкнутую *децентрализованную экономику частной собственности* (the private ownership economy), состоящую из конечных множеств *потребителей* и *фирм*, производящих и потребляющих различные *продукты* конечной номенклатуры. Продукты, выпускаемые фирмами, могут быть как полуфабрикатами, т.е. *факторами* для других фирм, так и товарами потребления, т.е. *благами*. Часть продуктов

¹⁰ Это предположение высказано в работах автора (Горбунов, 2011, 2012).

задана в качестве начальных ресурсов, распределенных среди потребителей. Продукты различных видов формально не различаются.

Каждый потребитель представляется своим множеством потребления, ограничивающим его выбор, и предпочтениями, а также владеет своей долей ресурсов. Фирмы представляются производственными множествами. Ресурсы распределены между потребителями. Фирмы покупают факторы и продают выпускаемые продукты (полуфабрикаты и (или) блага), максимизируя свою прибыль. Каждый потребитель имеет бюджет, формируемый продажей своих ресурсов и дивидендами в качестве совладельца некоторых фирм. Бюджет расходуется на покупку наиболее предпочтительного и достижимого набора благ.

Представим описанную экономику и понятие равновесия формально, следуя (Debreu, 1959), но заменив индивидуальных потребителей ансамблем потребителей, определяющим рыночный спрос экономики. Формально это соответствует единственному потребителю модели Эрроу–Дебре. Также опустим несущественную для проблемы равновесия детализацию производственной подсистемы в виде множества фирм, максимизирующих свои прибыли, и рассмотрим консолидированное представление производства¹¹ в виде общего производственного множества.

Итак, пусть экономика производит и потребляет n видов продуктов, меры которых представляются векторами евклидова пространства E^n . Совокупный выбор потребителей обозначим вектором x , выбор производства – вектором y , начальный запас ресурсов – ω . Все эти векторы в общем случае имеют координаты разных знаков. Отрицательные координаты соответствуют про-

изводственным факторам, продаваемым потребителями ($x_k < 0$, $\omega_l < 0$) и покупаемым фирмами ($y_j < 0$) по общим ценам $p \in E_+^n$. Множество совокупного потребления обозначим X , и общее производственное множество обозначим Y . Предпочтения потребителей представляются возрастающей, непрерывной и квазивогнутой функцией предпочтения $u(x)$, определенной на X .

Предложение производства $y(p)$ и совокупная прибыль $\pi(p)$ определяются задачей максимизации прибыли

$$y(p) \in \text{Arg max} \{ \langle p, y \rangle : y \in Y \},$$

$$\pi(p) = \langle p, y(p) \rangle. \quad (6.1)$$

Эта прибыль распределяется между потребителями. При этом их совокупный бюджет равен

$$w(p) = \langle p, \omega \rangle + \pi(p), \quad (6.2)$$

совокупный (рыночный) спрос определяется задачей максимизации функции предпочтения

$$x(p) \in \text{Arg max} \{ u(x) : \langle p, x \rangle \leq w(p), x \in X \}. \quad (6.3)$$

Равновесие в экономике определяется как равенство рыночного спроса $x(p)$ сумме предложения производства $y(p)$ и начального запаса ресурсов ω , или как равенство нулю избыточного спроса:

$$z(p) \triangleq x(p) - y(p) - \omega = 0. \quad (6.4)$$

Функция избыточного спроса $z(p)$, как и функции предложения $y(p)$ и спроса $x(p)$, – однородные нулевой степени, поэтому цены равновесия, т.е. решение системы (6.4) при условиях (6.1)–(6.3), определяются с точностью до масштаба. Для снятия этой неопределенности, как и в модели Касселя–Вальда, вводится условие нормировки симплексного типа (5.7):

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1, \quad p \geq 0. \quad (6.5)$$

¹¹ Известно, что при заданных ценах максимизация консолидированной прибыли экономики (плановый оптимум) эквивалентна относительно совокупного предложения производства независимой максимизации прибылей каждой фирмой (Debreu, 1959, p. 44–45; Mas-Colell et al., 1995, pr. 5. E.1).

Существование равновесия в указанных и других работах доказано при некоторых условиях, среди которых условия на блок потребления, по нашему мнению, нуждаются в пересмотре.

Задача потребительского выбора (6.3) по своей структуре и используемым математическим свойствам функции потребления относится к стандартной задаче классической теории индивидуального спроса (Mas-Colell et al., 1995, ch. 3), перенесенной на рыночный спрос (Горбунов, 2004). Но классическая теория спроса и ее обобщения – аналитические (Allen, 1932; Shafer, 1974; Горбунов, 2009б) или абстрактные (Quah, 2006) – относятся к рынкам продуктов конечного потребления (истинных благ) с положительными мерами. Для потребительских рынков основные предположения о предпочтениях, функции или поля предпочтения согласованы со сложившимися представлениями о рациональности потребительского выбора. Эти представления основаны на двух законах Госсена (в современных обобщениях), относящихся к истинным благам. Однако в модели Эрроу–Дебре с производством предпочтения потребителей определяются и задача выбора (6.3) ставится на всем пространстве продуктов E^n , охватывающем, кроме потребляемых благ, также факторы производства с отрицательными мерами. Теория потребительского спроса, используемая в данной модели, такую активность потребителей не рассматривает¹². На рынках факторов покупателями являются фирмы, руководствующиеся целями максимизации прибыли или минимизации издер-

¹² В некоторых трактовках модели Эрроу–Дебре (например, Shoven, Whalley, 1992, p. 18; Черемных, 2008, с. 497–499) потребительский выбор ограничивается неотрицательным ортантом $X = E_+^n$, но это не согласуется с условием равновесия (6.4). В общем случае это условие допускает наличие у вектора потребительского спроса $x(p)$ отрицательных компонент $x_k(p) = y_k(p) + \omega_k$ для некоторых производственных факторов. Так будет, если требуемое число фактора $y_k(p) < -\omega_k$.

жек (Mas-Colell et al., 1995, Ch. 5; Черемных, 2008), и эти рынки должны быть отделены от рынков конечного потребления, как это делается в моделях Касселя.

Таким образом, модель Эрроу–Дебре относится к виртуальной *нормативной* теории, непродуктивной для решения реальных проблем *позитивного* экономического анализа.

7. О ПРИКЛАДНЫХ МОДЕЛЯХ ОБЩЕГО РАВНОВЕСИЯ

Начиная с 1960-х гг. в зарубежной экономической науке сформировалось направление *прикладного общего равновесия* (applied general equilibrium) (Shoven, Whalley, 1992; Brown, Kubler, 2008), основанное, как заявляют его авторы, на модели общего равновесия Эрроу–Дебре и ориентированное на решение реальных проблем. В последние годы подобные *вычислимые модели равновесия* (computable general equilibrium) создаются и в России под руководством В.Л. Макарова (Макаров и др., 2007). Здесь также в качестве базовой модели для одного из направлений указывается модель Эрроу–Дебре.

Однако при описании конкретных моделей, ориентированных на реальный поиск экономического равновесия, исследователи неизбежно заменяют неопределенную совокупность независимых индивидуальных домохозяйств Эрроу и Дебре крупными региональными или социальными (децильными доходными) группами, представляемыми рыночной или специально агрегированной статистикой спроса на потребительские блага. Это позволяет корректно (впрочем, без обсуждения проблемы агрегирования покупателей) использовать классическую теорию спроса в виде стандартных, но уже коллективных функций спроса (Кобба–Дугласа, постоянной эластичности замещения, линейных систем расходов).

Производство в прикладных моделях равновесия также описывается с отказом от

унификации продуктов, характерной для модели Эрроу–Дебре. Здесь используются линейные модели консолидированного производства с разделением продуктов на «затраты» и «выпуск» или производственные функции, где производимые продукты и используемые факторы также явно разделяются. Такие модели концептуально ближе к моделям класса Касселя, а не модели Эрроу–Дебре. Модификация модели Касселя (5.6) с конструктивно определенным рыночным спросом содержит экзогенные параметры, идентифицируемые (калибруемые) по стандартной статистической информации. Эта модификация, таким образом, относится к классу *теоретически обоснованных вычислимых моделей*.

Отметим еще одно превосходство моделей Касселя. В отличие от модели Эрроу–Дебре, представляющей полностью децентрализованную частнособственническую (*либеральную капиталистическую*) экономику, модели Касселя универсальны относительно институциональных особенностей социально-экономической системы. Они представляют технологии данной экономики и потребительские предпочтения данного населения. Именно то, что определяет цены равновесия и количества выпускаемых продуктов. Эти цены обуславливают эффективное использование ограниченных ресурсов в национальных целях, а не в целях основных покупателей на рынке наиболее богатых стран, называемом «мировым».

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работах Л. Вальраса и других основателей неоклассического анализа конца XIX в., а также их последователей, прежде всего П. Самуэльсона и Ж. Дебре, была начата важная работа: пересмотр и развитие экономической науки по примеру естественных. Основными ориентирами здесь стали классические физика и механика, которые к этому времени

достигли высокого уровня понимания принципов построения материального мира и решения многих прикладных проблем. Основой этих успехов было использование математики как точного и лаконичного языка описания сложных явлений и метода получения доказательных знаний. Авторам методологической революции стало очевидно, что для экономики, изучающей особо сложные явления, которые определяются людьми, обладающими волей, вкусами и часто действующими спонтанно, необходимо применение математики на уровне, используемом в механике и физике. Ввиду этой особой сложности успехи математизации исследований в экономике существенно скромнее. Несомненно успехи решения задач экономического анализа в сфере производства и ряда макроэкономических проблем. Однако программа микрооснования макроэкономики оказалась невыполнимой. Особенно ярко это проявилось в кризисных моментах теории потребительского спроса и экономического равновесия, выделенных в цитированной работе В.М. Полтеровича.

Кризисные моменты характерны для развития всех достаточно сложных систем, а экономическая теория – система знаний, стремящаяся стать доказательной системой, об объекте, более сложном, чем объекты естествознания. Современный кризис экономической теории еще раз демонстрирует суждение В. Парето, приводимое его последователем Морисом Алле в методологической статье (Алле, 1994, с. 16): *«История науки сводится к истории ошибок компетентных людей»*. Затянувшаяся история с разрешением парадоксов агрегирования покупателей иллюстрирует также *«тиранию господствующих доктрин»* (Там же, с. 15). В данном случае – тирании доктрины Л. Вальраса, К. Эрроу и Ж. Дебре – несомненно, выдающихся основателей математической экономики.

Проведенная модификация модели Касселя–Вальда позволяет относить ее к классу прикладных вычислимых моделей равновесия, представляющих экономики с любой степенью централизации управления. Такие

модели актуальны для решения проблем оптимального ценообразования в России, учитывающего собственные технологические, климатические и другие особенности.

Отказ от основной до настоящего времени модели Эрроу–Дебре ведет, в частности, к отказу от известных *теорем благосостояния*, трактуемых обычно как демонстрация *социальной эффективности* капиталистической экономики. Но реальная экономическая история России и других стран с начала XX в. до настоящего времени говорит об обратном. Социальная эффективность и национальные интересы реализовывались гораздо эффективней в социалистических странах, и это заставляло ведущие капиталистические страны переходить к моделям «социального государства». После крушения социализма либеральная капиталистическая экономика все более уходит от социальной эффективности и демонстрирует неспособность решения как национальных, так и особенно общечеловеческих проблем. Модели экономического равновесия, адекватные реальности, способны давать объективную оценку государственному управлению (В.Л. Макаров и др.) и могут использоваться для решения глобальных социально-экономических проблем.

Литература

- Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М.: Наука. 1984.
- Алле М. Современная экономическая наука и факты // THESIS. 1994. Т. 2. Вып. 4. С. 11–19.
- Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А. Микроэкономика: третий уровень: В 2 т. Т. I: Учебник. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008.
- Вальрас Л. Элементы чистой политической экономики. М.: Изограф, 2000 (фр. ориг. 1900, 4-е изд.).
- Гаврилец Ю.Н., Ефимов Б.А. Изменение предпочтений индивидов в социальной среде // Экономика и математические методы. 1997. Т. 33. Вып. 2. С. 76–93.
- Горбунов В.К. Математическая модель потребительского спроса: Учеб. пособие. Ульяновск: Ульяновский гос. ун-т, 2001.
- Горбунов В.К. Математическая модель потребительского спроса: Теория и прикладной потенциал. М.: Экономика, 2004.
- Горбунов В.К. Модель потребительского спроса без функции полезности // Труды Средневолжского математического общества. 2005. Т. 9. № 1. С. 45–51.
- Горбунов В.К. Особенности агрегирования потребительского спроса // Журнал экономической теории. 2009а. № 1. С. 85–94.
- Горбунов В.К. Модель потребительского спроса, основанная на векторном поле предпочтений // Вестник Моск. ун-та. Сер. 6. Экономика. 2009б. № 1. С. 67–79.
- Горбунов В.К. Экономическое равновесие и агрегирование покупателей: реабилитация теоремы Вальда // Журнал экономической теории. 2011. № 3. С. 130–143.
- Горбунов В.К. Модель экономики с обобщенным рыночным спросом и единственным равновесием // Журнал экономической теории. 2012. № 4. С. 18–28.
- Горбунов В.К., Козлова Л.А. Построение и исследование квазиинвариантных индексов потребления // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2008. № 3 (19). С. 120–27.
- Ефимов Б.А. Непрерывные правила агрегирования локальных предпочтений // Экономика и математические методы. 1989. Т. 25. Вып. 2. С. 299–313.
- Зоркальцев В.И. Проблема агрегирования экономических субъектов // Вестник Новосибир. гос. ун-та. Сер. Социально-экономические науки. 2010. Т. 10. Вып. 1. С. 107–118.
- Козлова Л.А. Алгоритмы и программы построения инвариантных и квазиинвариантных индексов потребительского спроса: Дис. ... канд. техн. наук. Ульяновск: Изд-во Ульяновского гос. ун-та, 2010.
- Кун Г.У. Об одной теореме Вальда // Линейные неравенства и смежные вопросы / Под ред.

- Г.У. Куна, А.У. Таккера. М.: Иностранная литература, 1958 (англ. ориг. 1956). С. 363–371.
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сулакишин С.С. Применение вычислимых моделей в государственном управлении. М.: Научный эксперт, 2007.
- Маршалл А. Принципы экономической науки. Т. 1. (Кн. III). М.: Прогресс, 1993.
- Нейман Дж., Моргенштерн О. Экономическое поведение и теория игр. М.: Наука, 1970 (англ. ориг. 1943).
- Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975 (англ. ориг. 1970).
- Полтерович В.М. Кризис экономической теории // Экономическая наука современной России. 1998. № 1. С. 46–66.
- Слуцкий Е.Е. К теории бюджета потребителя // Экономические и статистические произведения. Избранное. М.: Эксмо, 2010. С. 448–476 (итал. ориг. 1915).
- Черемных Ю.Н. Микроэкономика. Продвинутый уровень: Учебник. М.: ИНФРА-М, 2008.
- Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. М.: Прогресс, 1993 (англ. ориг. 1939).
- Afriat S.N. The Construction of Utility Functions from Expenditure Data // International Economic Review. 1967. Vol. 8. № 1. P. 67–77.
- Allen R.G.D. The Foundation of a Mathematical Theory of Exchange // *Economica*. 1932. Vol. 12.
- Arrow K.J., Debreu G. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy // *Econometrica*. 1954. Vol. 22. P. 265–290.
- Brown D., Kubler F. Computational Aspects of General Equilibrium Theory: Refutable Theories of Value. LNEMS, 604. Springer: Berlin-Heidelberg, 2008.
- Cassel G. The Theory of Social Economy. N.Y.: Augustus M. Kelley, 1967 (нем. изд. 1932).
- Cherchye L., De Rock B., Vermeulen F. Collective Household Consumption Behavior: Revealed Preference Analysis // *Foundations and Trends in Economics*. 2010. Vol. 4. № 4. P. 225–312.
- Chiappori P.-A., Ekeland I. The Micro Economics of Group Behaviour: General Characterization // *J. Economic Theory*. 2006. Vol. 130. P. 1–26.
- Chiappori P.-A., Ekeland I. The Microeconomics of Efficient Group Behavior: Identification // *Econometrica*. 2009. Vol. 77. P. 763–799.
- Chichilnisky G. Social Choice and the Topology of Spaces of Preferences // *Advances in Mathematics*. 1980. Vol. 37. P. 165–176.
- Chipman J.S. Aggregation and Estimation in the Theory of Demand // *History of Political Economy*. 2006. Vol. 38. Iss. SUPPL. P. 106–129.
- Debreu G. The Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium. New Haven, L.: Yale Univ. Press, 1959.
- Dorfman R., Samuelson P., Solow R. Linear Programming and Economic Analysis. N.Y.: McGraw-Hill, 1958.
- Georgescu-Roegen N. Choice and Revealed Preference // *Southern Economic J.* 1954. Vol. 21. № 2. P. 119–130.
- Gorman W.M. Community Preference Fields // *Econometrica*. 1953. Vol. 21. № 1. P. 63–80.
- John R. Abraham Wald's Equilibrium Existence Proof Reconsidered // *Economic Theory*. 1999. Vol. 13. P. 417–428.
- John R. Local and Global Consumer Preferences // *Generalized Convexity and Relative Topics*. LNEMS, 583. Springer: Berlin-Heidelberg, 2007. P. 315–325.
- Katzner D.W. Demand and Exchange Analysis in the Absence of Integrability Conditions // *Preference, Utility and Demand* / Ed. by J.S. Chipman et al. N.Y.: Harcourt, Brace, Jovanovich, 1971. Ch. 12. P. 254–270.
- Little I.M.D. Reformulation of the Theory of Consumer's Behaviour // *Oxford Economic Papers, New Series*. 1949. Vol. 1. № 1. P. 90–99.
- Ma kowiak P. The Existence of Equilibrium without Fixed-Point Arguments // *J. Math. Econ.* 2010. Vol. 46. P. 1194–1199.
- Mas-Colell A. An Equilibrium Existence Theorem without Complete and Transitive Preferences // *J. Math. Econ.* 1974. Vol. 1. P. 237–246.
- Mas-Colell A., Whinston M., Green J. Microeconomic Theory. N.Y.: Oxford University Press, 1995.
- Quah J. K.-H. Weak Axiomatic Demand Theory // *Economic Theory*. 2006. Vol. 29. P. 677–699.

-
- Samuelson P.A.* A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour // *Economica*, New Series. 1938. Vol. 5. № 17. P. 61–71.
- Samuelson P.A., Swamy S.* Invariant Economic Index Numbers and Canonical Duality: Survey and Synthesis // *The American Economic Review*. 1974. Vol. 64. № 4. P. 566–593.
- Shafer W.J.* The Nontransitive Consumer // *Econometrica*. 1974. Vol. 42. P. 913–920.
- Shoven J.B., Whalley J.* Applying General Equilibrium. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
- Varian H.* The Nonparametric Approach to Demand Analysis // *Econometrica*. 1982. Vol. 50. № 4. P. 945–973.
- Varian H.* Non-Parametric Tests of Consumer Behaviour // *The Review of Economic Studies*. 1983. Vol. 50. P. 99–110.
- Varian H.* Revealed Preference // *Samuelsonian Economics and the 21st Century* / Ed. by M. Szenberg et al. Oxford: Oxford University Press, 2006.
- Wald A.* On Some Systems of Equations of Mathematical Economics // *Econometrica*. 1951. Vol. 19. P. 368–403 (нем. ориг. 1936).
- Weintraub S.* The Micro-Foundations of Aggregate Demand and Supply // *Economic Journal*. 1957. № 67 (267). P. 455–470.

Рукопись поступила в редакцию 02.04.2013 г.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ПРИРОДА УСЛУГИ

И.Д. Котляров

Статья содержит анализ свойств услуги как экономического блага. Показано, что традиционно приписываемые услуге свойства не могут быть использованы для ее корректного определения в силу их вторичности по отношению к природе услуги. Сформулировано определение услуги как временного права пользования ресурсами исполнителя для получения потребителем ценности.

Ключевые слова: услуга, ценности, экономическое благо, потребитель, исполнитель, неосвязаемость, право собственности.

ВВЕДЕНИЕ

Роль услуг в экономике непрерывно растет как в производственном, так и в потребительском аспектах. К производственному аспекту (термин, разумеется, условный) мы относим оказание услуг, иными словами, речь идет об увеличении доли работников, занятых в сфере услуг, а также о постоянном росте доли сферы услуг в валовом национальном продукте экономически развитых стран (для постиндустриальной экономики, в которую вступили эти страны, одной из отличительных черт является как раз ускоренный рост сферы услуг (Перепелкин, 2011)). Потребительская составляющая роста роли услуг выражается в том, что, с одной стороны, потребители услуг готовы платить более высокую цену за более качественные услуги и наращивать потребление традиционных для них услуг (к сожалению, глобальный кризис, начавшийся в 2008

© Котляров И.Д., 2013 г.