ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2011, том 47, № 3, с. 56–67

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОСРОЧНОЙ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ И ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

© 2011 г. А.А. Акаев, В.Н. Соколов, Б.А. Акаева, А.И. Сарыгулов

(Москва, Санкт-Петербург)

Рассматриваются вопросы влияния демографической динамики и технологического развития на темпы экономического роста. Предлагается модель прогноза долгосрочной экономической динамики, учитывающая режим демографического роста с возвратом.

Ключевые слова: асимптотические модели, демографическая динамика, долгосрочный экономический рост, демографический рост с возвратом.

В основе всех современных моделей экономического роста лежит неоклассическая модель роста, предложенная нобелевским лауреатом по экономике Робертом Солоу (Solow, 1956, p. 65–94):

$$Y(t) = A(t)K^{\alpha}(t)L^{1-\alpha}(t), \tag{1}$$

где $Y(t)$ – текущий объем выпуска национальной продукции (ВВП); $K(t)$ – текущий объем физического капитала; $L(t)$ – численность занятых в экономике (труд); $A(t)$ – уровень развития инновационных технологий (технический прогресс).

Благодаря производственным инвестициям $I(t)$ накопление физического капитала происходит одновременно с выбытием действующего капитала с нормой μ_K и описывается уравнением накопления капитала (Столерю, 1974, с. 376):

$$\frac{dK}{dt} = I^K - \mu_K K = s_k Y - \mu_K K, \tag{2}$$

где s_K – норма накопления сбережений.

Р. Солоу при анализе экономического роста на основе разработанной им модели (1)–(2) исходил из постоянного темпа роста населения (рабочей силы), т.е. экспоненциального роста населения:

$$\frac{dL}{Ldt} = n = \text{const}, \; L = L_0 e^{nt}. \tag{3}$$

Данное предположение было справедливым с высокой точностью для всей индустриальной эпохи вплоть до 1980-х годов, когда имел место гиперболический рост населения мира (Капица, 2008). Однако после этого темпы роста населения мира и отдельных стран стали существенно меняться, причем по различным сценариям. Поэтому современные модели прогнозирования долгосрочного экономического роста должны базироваться на новых моделях расчета демографической динамики, с учетом возможных сценариев демографического развития.

Ключевую роль в модели роста Солоу (1) играет фактор технического прогресса $A(t)$, который по существу представляет собой совокупную факторную производительность. Лауреат Нобелевской премии Ян Тинберген в своих расчетах по прогнозированию экономического роста в различных странах широко использовал производственную функцию вида (Тинберген, Бос, 1967):

$$Y = ae^{\gamma t}K^{\alpha}L^{1-\alpha}, \quad a = \text{const}, \tag{4}$$

где γ – темп технического прогресса. Таким образом, Я. Тинберген предполагал, что технический прогресс развивается с постоянным темпом роста, что также с высокой точностью было справедливо для большей части XX столетия. Но уже с конца прошлого века стало наблюдаться заметное замедление темпов технического прогресса и углубление его циклических колебаний, что было показано в совместной работе Дж. Силверберга и Б. Верспагена (Silverberg, Verspagen, 2003, p. 689) и иллюстрируется графиком, представленным на рис. 1.

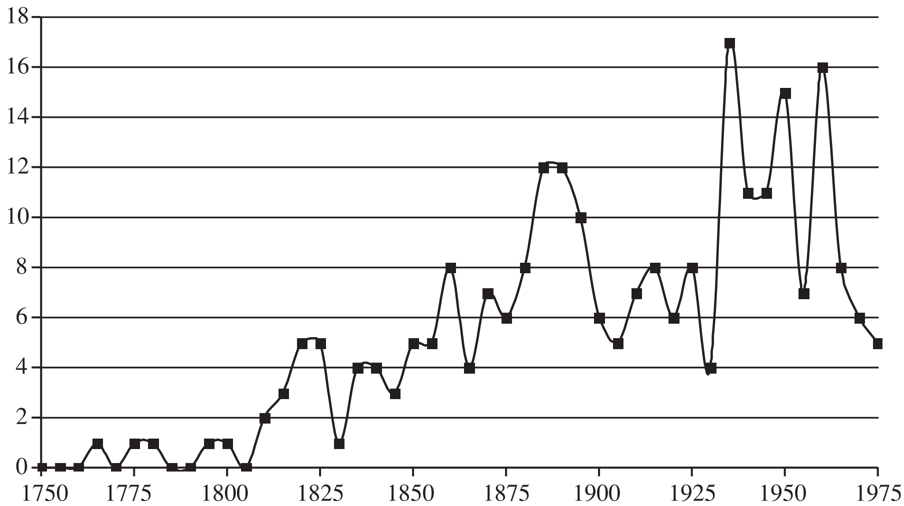

Рис. 1. Темпы технологического роста 1750–1975 гг.: число базовых инноваций за пятилетие

Из рассмотрения графика видно, что темпы технического прогресса, достигнув максимума в период с 1930 по 1960-е годы, затем пошли на спад, который продолжается и в настоящее время. Есть все основания утверждать, что эта тенденция сохранится, по крайней мере, до 2050 г., т.е. до окончания 6-го Кондратьевского цикла (2015–2050 гг.).

Позже было установлено, что технологический рост описывается уравнением Кузнеца–Кремера (Kremer, 1993):

$$\frac{dA}{Adt} = bN, \tag{5}$$

где N – численность населения, b – постоянный коэффициент. Эмпирическая проверка данного уравнения, проведенная в работе (Коротаев, Малков, Халтурина, 2007), полностью подтвердила его справедливость для эпохи гиперболического роста. Из уравнения технологического роста (5) следует, что предположение Я. Тинбергена о постоянстве темпов технологического роста могло быть принято лишь в краткосрочном плане, поскольку N менялось по гиперболическому закону. Однако Ч. Джонс недавно показал, что в современных условиях уравнение Кузнеца–Кремера (5) также не работает для большинства развитых и динамично развивающихся экономик (Jones, 1995).

В практических моделях средне- и долгосрочного экономического роста, широко использовавшихся в 1960–1980-х годах в развитых странах, допущения о постоянстве темпов роста численности рабочих (3) и технического прогресса (4) принимались почти как аксиома. В качестве примера можно привести модель экономического роста для Франции, всесторонний анализ которой дан в ставшей классической книге Л. Столерю (Столерю, 1974). Между тем указанные допущения, которые не могут быть приняты в современную эпоху, все еще встречаются в большинстве современных руководств по макроэкономической динамике последних лет (Шараев, 2006), (Прасолов, 2008).

В настоящей работе нами предлагаются асимптотические модели, учитывающие смену парадигмы как в демографическом развитии, так и технологическом росте, которые уже делают неприемлемыми допущение Р. Солоу о постоянстве темпов роста населения и допущение Я. Тинбергена о постоянстве темпов технического прогресса. Они названы асимптотическими, поскольку дают асимптотическое приближение решения задачи.

1. АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕМОГРАФИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

В 1960 г. Х. фон Ферстер, П. Мора и Л. Амиот (Foerster, Mora, Amiot, 1960) провели статистическую оценку демографических данных на протяжении всего времени существования человечества и обнаружили, что кривая роста численности населения Земли прекрасно аппроксимируется гиперболической кривой:

$$N = C/(T_P - T), \tag{6}$$

где $C = 200 \times 10^9$, $T_P = 2026$ г.

Гиперболический рост (6) продолжался до 1962 г., когда реальная динамика численности населения Земли стала отходить от гиперболической кривой с уменьшением темпов роста населения. В 1962–1963 гг. наблюдалось максимальное за всю историю человечества значение темпов прироста населения – 2,19 % в год, сменившееся последующим плавным падением, которое продолжается и поныне (Коротаев, Малков, Халтурина, 2007). Это явление получило название "глобального демографического перехода" и состоит в смене взрывного гиперболического роста режимом стабилизации населения. Первой свою демографическую революцию еще в XVIII в. совершила Франция. В большинстве развитых стран демографический переход произошел в XIX–XX вв., тем самым стабилизировав общее население на уровне "золотого миллиарда". Для развивающихся стран, включая Китай и Индию, это событие еще впереди, и оно будет для них большим испытанием на устойчивость.

Вопрос о том, как поведет себя демографическая динамика после перехода, был предметом многочисленных исследований. Наиболее фундаментальные результаты были получены С. Капицей (Капица, 2008). Он дал объяснение гиперболическому росту населения Земли, показав, что уравнение для скорости роста населения имеет квадратичную зависимость от численности населения, выражающую кооперативный механизм развития:

$$\frac{dN}{dT} = rN^2, \quad r = \text{const}. \tag{7}$$

Решением данного уравнения как раз и является гиперболическая функция (1), если принять $r = C^{-1}$. Уравнения вида (7) описывают процессы, которые известны как "режимы с обострением". Характерная черта таких уравнений состоит в сингулярности, т.е. в том, что в некоторый конечный момент времени T_P решение уходит в бесконечность.

Для описания демографического перехода С. Капица модифицирует уравнение (7) путем подстановки решения (1) в правую часть уравнения:

$$\frac{dN}{dT} = \frac{C}{(T_P - T)^2}. \tag{8}$$

Далее он вводит в это уравнение параметр τ, характеризующий активную продолжительность жизни человека и время его репродуктивной способности – факторы, ограничивающие скорость роста к моменту ее приближения к своему пределу в переходный период:

$$\frac{dN}{dT} = \frac{C}{(T_P - T)^2 + \tau^2}. \tag{9}$$

Полученное таким образом уравнение (9) уже не дает обострения – ухода решения в бесконечность. Напротив, при такой модификации численность населения стабилизируется на уровне 11–12 млрд чел., что согласуется с отдельными прогнозами демографов. Более того, уравнение (9) имеет простое аналитическое решение:

$$N = K^2 \operatorname{arcctg}((T_1 - T)/\tau), \quad K^2 = C/\tau. \tag{10}$$

С учетом имеющихся данных мировой демографии С. Капицей были получены следующие значения для постоянных параметров:

$$C = 163 \times 10^9; \quad K = 60100; \quad T_1 = 1995 \text{ г.}; \quad \tau = 45 \text{ лет}. \tag{11}$$

При этом численность населения Земли асимптотически стремится к стационарному значению $N_{\max} = N_{\infty} = \pi K^2 \cong 11{,}36$ млрд чел. С. Капица также утверждает, что глобальный демографический переход происходит за время, равное 2τ, т.е. за 90 лет, с 1950 по 2040 г. Графическое изображение эволюционного демографического развития человечества по модели Капицы (10) представлено на рис. 2. Из рассмотрения рисунка видно, что модель Капицы прекрасно описывает демографическую динамику человечества, особенно на стадии демографического перехода. Следует отметить, что формула Капицы (10) справедлива только в случае устойчивого эволюционного развития человечества. А для этого потолок несущей емкости биосферы Земли не должен быть менее 12 млрд чел.

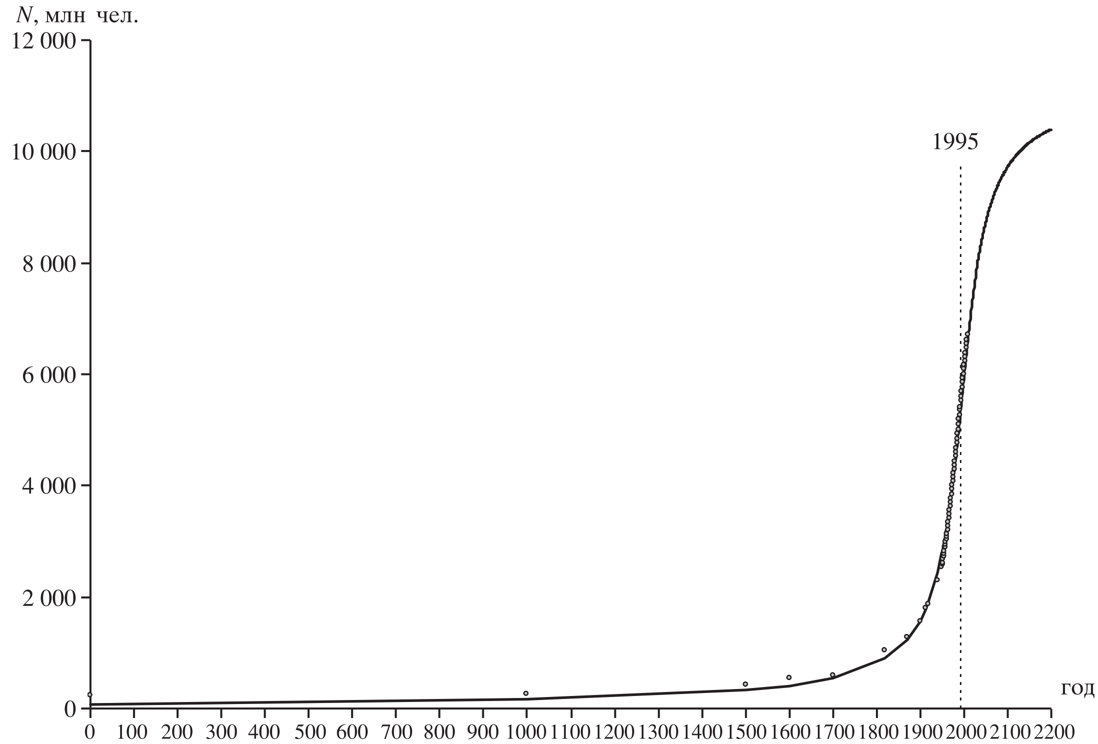

Рис. 2. Эволюционная модель численности населения мира

Модель Капицы дает также хорошее описание демографической динамики большинства развитых и отдельных развивающихся стран, способных обеспечить устойчивый эволюционный рост численности населения. Важным необходимым условием при этом является отсутствие принудительного ограничения рождаемости и существенного влияния миграционных потоков на социально-экономические процессы. К таким странам относятся, например, США, страны Западной Европы, Бразилия и многие другие. Траектории демографического развития отдельных из указанных стран представлены на рис. 3.

А. Акимов еще в 1970-е годы разработал оригинальный метод прогнозирования численности населения с помощью операционального описания демографического перехода и прецедентов демографического развития (Акимов, 2008). Расчеты, выполненные им для динамики численности мирового населения до 2300 г., показали, что она вероятнее всего будет иметь три стадии развития: рост, достижение максимума, затем – убыль населения и его стабилизация. Описанный сценарий демографического развития получил название “режима роста с возвратом”. Период роста населения мира, по Акимову, составляет примерно 100 лет (т.е. весь XXI в.), максимальная численность населения мира достигается примерно в 2095–2115 гг. и составит приблизительно 11,4–13,3 млрд чел., после чего наступает период убыли протяженностью около 200 лет. Эта убыль съедает весь прирост за предшествующие 100 лет, и к 2300 г. численность населения Земли стабилизируется на уровне 5,1–6,1 млрд чел.

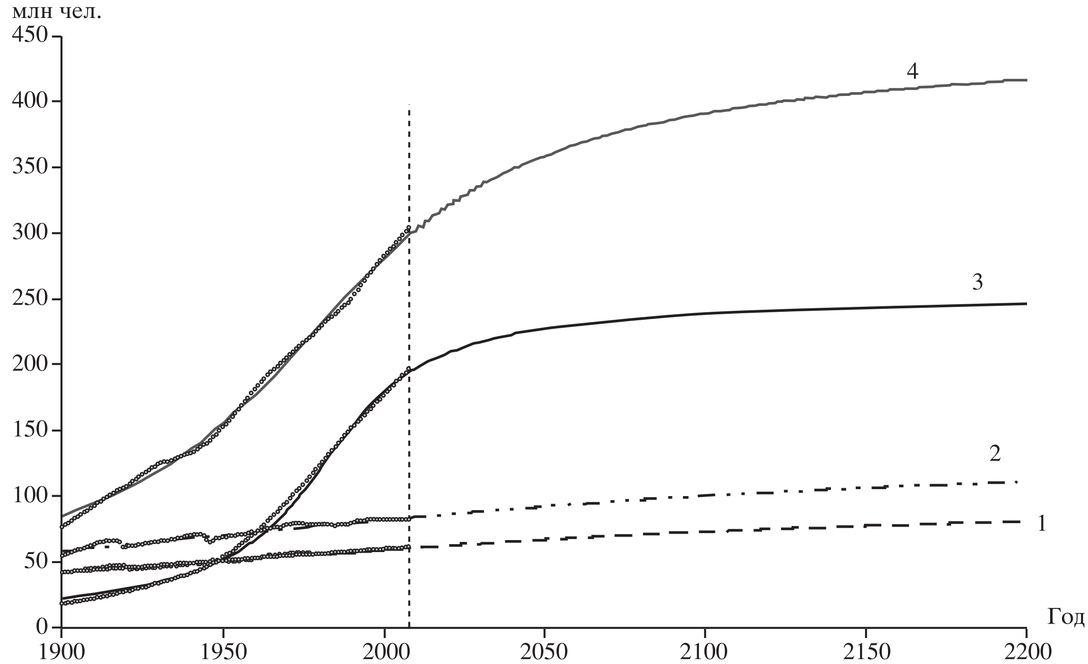

Рис. 3. Прогноз численности населения стран с устойчивым развитием для стран: 1 – США; 2 – Бразилия; 3 – Германия; 4 – Великобритания

Б. Долгоносов дополнил демографический императив Капицы информационным императивом и разработал модель динамики численности населения Земли (Долгоносов, 2009), основанную на классической математической модели популяционной динамики, в которой текущая предельная емкость среды обитания определяется логистической функцией объема информации (знаний, технологий). Модель Долгоносова можно рассматривать как универсальную модель, позволяющую анализировать различные сценарии развития человечества в смысле роста его численности со стабилизацией, с возвратом и с затухающим колебанием. Модель Долгоносова усложнена тем, что вначале требуется рассчитывать режимы роста производства информации и лишь затем – демографическую динамику. Причем для сценария возврата с затухающими колебаниями модель производства информации содержит частоту колебаний β, для нахождения которой нет необходимой эмпирической базы. Поэтому Б. Долгоносов так же, как А. Акимов, практически рассматривает лишь модель с апериодическим возвратом. Согласно Долгоносову для сценария роста с возвратом в 2025 г. будет достигнут максимум в 7,25 млрд чел., а затем в течение двух веков численность населения Земли будет снижаться до стационарного уровня в 5 млрд чел. Мы видим, что прогнозы А. Акимова и Б. Долгоносова для одного и того же сценария демографического развития сильно различаются.

Все три сценария развития динамики численности населения Земли в XXI–XXIII вв., описанные выше, представлены схематически на рис. 4. Наиболее вероятным сценарием развития демографической динамики представляется режим роста с плавным апериодическим возвратом и последующей стабилизацией на стационарном уровне. Поскольку режим возврата с затухающим колебанием связан для человечества с большими издержками из-за резкой убыли населения, мировое сообщество постарается избежать такого развития путем наращивания усилий по поддержанию биосферы Земли. Сценарий устойчивого роста со стабилизацией, описываемый моделью Капицы, вряд ли может осуществиться в жизни, так как стационарный уровень, по Капице, более чем в два раза превышает допустимый стационарный уровень, оцененный А. Акимовым и Б. Долгоносовым. Это хорошо согласуется с соображениями, высказанными видным международным экспертом Дж. Смейлом, о том, что существует конечный предел роста численности населения Земли, более того, этот предел будет скоро достигнут и дальнейшая стабилизация численности со значительным ее уменьшением скорее всего неизбежна (Smail, 2002). По оценкам Дж. Смейла, стационарная емкость среды не выше 2–3 млрд чел., а достигнута она

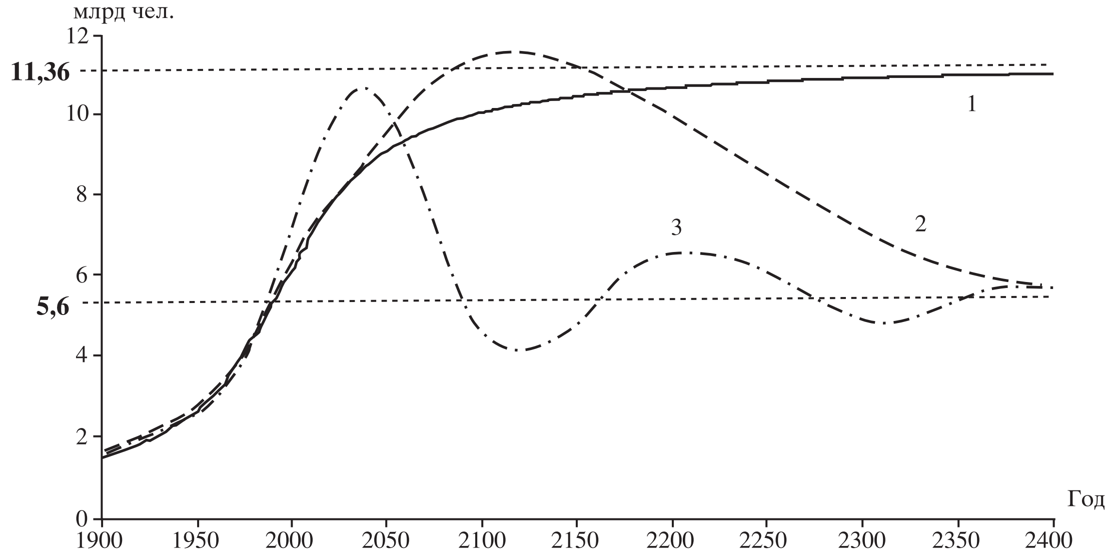

Рис. 4. Различные сценарии демографической динамики мира:
1 – по Капице; 2 – по Акимову; 3 – по Долгоносову

будет не ранее чем через два столетия. Он полагает, что должны проявиться биологические и социальные механизмы снижения рождаемости, которые во многих развивающихся странах еще не действуют. Но этот процесс, по мнению Дж. Смейла, займет, как минимум, полвека (примерно два поколения), а за это время численность населения Земли успеет по инерции возрасти до 9 млрд чел. и только потом начнется убыль населения.

Из графиков на рис. 4 видно, что вплоть до 2000 г. демографическая динамика развивалась устойчиво по траектории гиперболического роста (1). С. Капица утверждает, что демографический переход человечества сродни фазовому переходу в физике (Капица, 2008). Следовательно, в период демографического перехода человеческое сообщество испытывает бифуркацию и далее может развиваться по одному из ряда возможных сценариев развития. Причем, как непосредственно показывают различные траектории демографического развития, темпы роста населения будут сильно меняться и даже колебаться, что делает совершенно неприемлемым допущение о постоянстве темпов роста населения, ставшее традиционным с момента появления неоклассической теории роста Р. Солоу.

Таким образом, прежде всего для долгосрочного макроэкономического прогнозирования в XXI в. требуется разработать адекватную модель долгосрочного прогнозирования демографической динамики, которая теперь будет играть ключевую роль. Если интересующая страна способна обеспечить устойчивое эволюционное развитие демографической динамики, тогда для описания ее демографической динамики лучше всего воспользоваться моделью Капицы (10). В любом случае для стадии гиперболического роста, вплоть до демографического перехода, модель Капицы дает наилучшее приближение фактической траектории демографического развития, особенно в период демографического перехода.

Для наиболее вероятного сценария роста населения с возвратом можно было бы воспользоваться моделями Акимова или Долгоносова, однако они требуют громоздких численных расчетов. Оказывается, что для этого случая можно построить весьма простую асимптотическую модель в аналитической форме:

$$N = N_C + \gamma^*(T - T_C)\exp[-\kappa^*(T - T_C)], \quad T > T_C. \tag{12}$$

Здесь N_C – несущая емкость биосферы Земли, которая определяется как стационарная численность населения Земли (страны отдельной), при которой биосфера и цивилизация устойчиво сосуществуют; T_C – время первоначального достижения численности N_C; γ^* и κ^* – постоянные параметры. Из (12) следует, что, при $T \to \infty$, N асимптотически стремится к стационарному уровню N_C.

Существуют различные оценочные способы определения стационарной численности населения мира N_C, которые освещены в работе (Федотов, 2002, с. 83–86). Мы в своих дальнейших прогнозных расчетах берем N_C = 5,2 млрд чел. – стационарный уровень, принятый в прогнозных расчетах А. Акимова и Б. Долгоносова. Стационарная численность населения отдельной страны может быть найдена приближенно путем деления стационарной численности населения Земли на индекс антропогенной нагрузки интересующей страны, для которого имеются специальные таблицы (Федотов, 2002, с. 96). Например, если для мира в целом взять N_C = 5,2 млрд чел., то для Китая – N_{CK} = 1,2 млрд чел., а для Индии – N_{CK} = 0,98 млрд чел. Параметры γ^* и κ^* лучше всего находить методом наименьших квадратов, если имеется достаточно фактических данных для $T > T_C$. Итак, асимптотическое решение, описывающее динамику численности населения Земли на всем протяжении развития человечества, для сценария роста с возвратом можно записать следующим образом:

$$N = \begin{cases} K^2 \operatorname{arcctg}((T_1 - T)/\tau), & \text{при} \quad T < T_C; \\ N_C + \gamma^*(T - T_C)\exp[-\kappa^*(T - T_C)], & T > T_C. \end{cases} \tag{13}$$

Асимптотическая модель (13) пригодна для описания динамики народонаселения мира в целом, а также для таких крупных развивающихся стран, как Китай и Индия, которые могут встретиться с экологическим ограничением. Соответствующие графики представлены на рис. 5, 6. Данная модель может быть использована для описания демографической динамики таких стран, как Россия и Япония, которые сталкиваются с ограничениями, вызванными другими причинами: духовным надломом или территориальной стесненностью (соответствующие графики представлены на рис. 7).

Во всех случаях, как видно из рис. 5–7, численность населения из-за демографической инерции проскакивает допустимый стационарный уровень и, встретившись с экологическим или иным кризисом, начинает идти на убыль с постепенной стабилизацией на стационарном уровне. Как следует из модели, для того чтобы реальная демографическая динамика развивалась плавно, потребуются огромные усилия и ресурсы как мирового сообщества в целом, так и отдельных

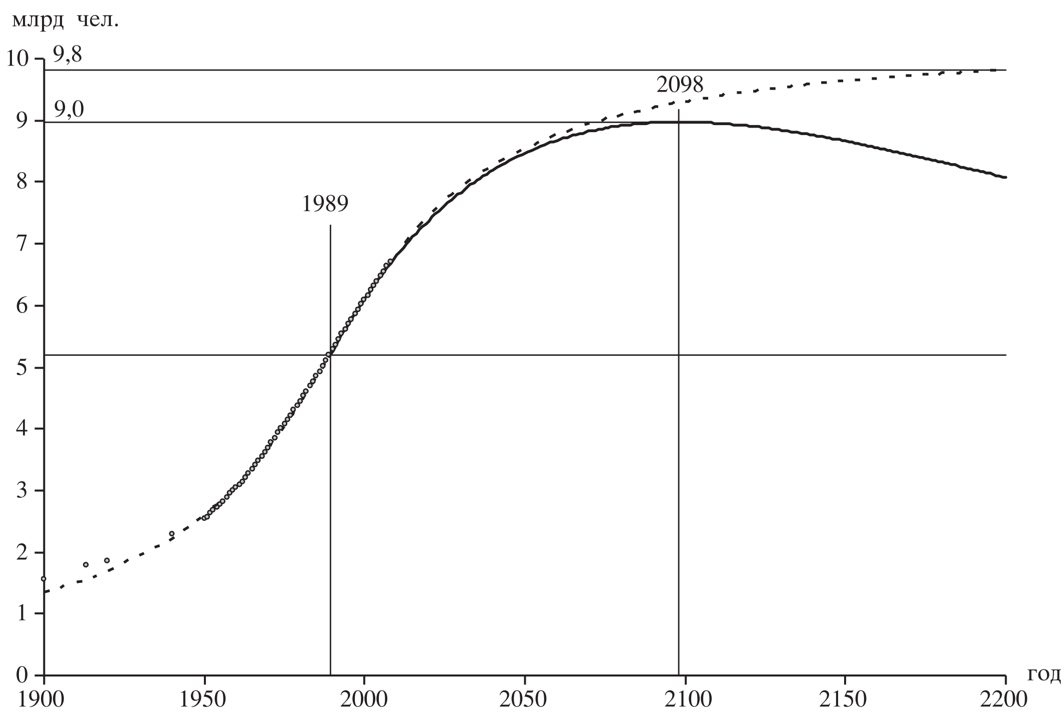

Рис. 5. Прогноз численности мирового населения:
----- по модели Капицы; —— по асимптотической модели

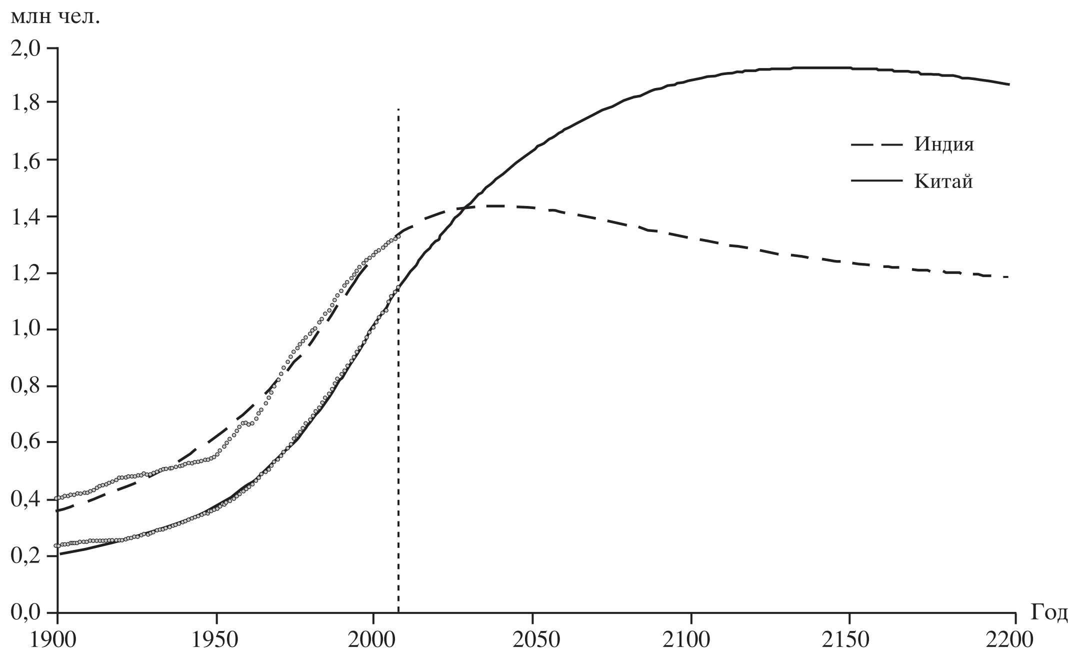

Рис. 6. Прогноз численности населения по асимптотической модели

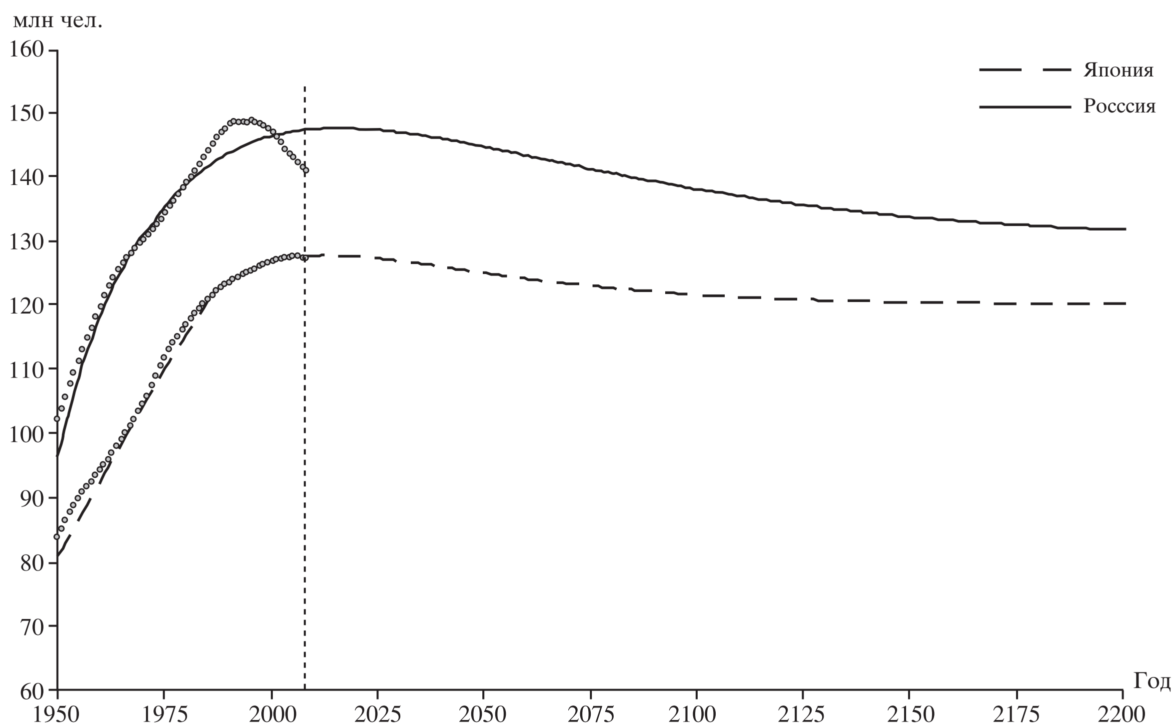

Рис. 7. Прогноз численности населения по асимптотической модели

стран. Асимптотическая модель (12) показывает, что для этого необходимо принять меры по постоянному расширению емкости среды на величину $\gamma_*(T - T_0)\times10^9$ чел. и не допускать, чтобы темпы деградации окружающей среды превышали $100\kappa^*$ %. По существу, асимптотическая модель может служить основой для управления демографической динамикой путем реализации практических мер по восполнению ресурсов Земли и охране окружающей среды, чтобы поддерживать требуемую емкость среды обитания.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ДОЛГОСРОЧНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Модель экономического роста Солоу (1)–(2) хорошо описывает экономическое развитие, присущее для индустриальной эпохи, когда физический капитал, и в особенности высокая капиталовооруженность труда, играли основную роль. В современную постиндустриальную эпоху все возрастающую роль играет человеческий капитал, именно он становится ведущим фактором производства. Поэтому последние десятилетия характеризуются стремительным ростом инвестиций в человека. Таким образом, возникает необходимость учета человеческого капитала в производственной функции наряду с традиционными факторами производства, такими как физический капитал, труд и природные ресурсы. Наиболее простым способом учета человеческого капитала как фактора производства является введение человеческого капитала в базовую модель роста Солоу (1). Поскольку это можно сделать различными способами, имеется ряд моделей роста с человеческим капиталом (Шараев, 2006). Среди этих моделей наиболее широко используется модель Мэнкью–Ромера–Уэйла с техническим прогрессом, нейтральным по Харроду (там же, с. 92):

$$Y(t) = K^{\alpha}(t)H^{\beta}(t)[A(t)L(t)]^{1-\alpha-\beta}, \tag{14}$$

где H – человеческий капитал; $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\alpha + \beta > 0$. В этой модели человеческий капитал выступает как производственный фактор и процесс его накопления принимается аналогичным для физического капитала (2). Модель (14) также остается экзогенной, как и модель Солоу.

В работе (Акаев, 2010) предложена схема эндогенизации модели (14), использующая эмпирический закон Калдора (там же, с. 20), в соответствии с которым можно принять:

$$K = c_K Y, \quad H = c_H Y, \quad c_K, c_H = \text{const}. \tag{15}$$

Предполагается также, что численность занятых в экономике L связана с общей численностью населения N следующим образом:

$$L = c_L N, \quad c_L = \text{const}. \tag{16}$$

Подстановка (15) и (16) в (14) приводит к следующей приближенной формуле для расчета ВВП:

$$Y = \gamma AN, \quad \gamma = c_L c_K^{\alpha/(1-\alpha-\beta)} c_H^{\beta/(1-\alpha-\beta)}. \tag{17}$$

Поскольку для мира в целом, а также большинства стран, технологический рост A хорошо описывается уравнением Кузнеца–Кремера (5), зависящим только от численности населения N, то, пользуясь моделями (10) и (14), по формуле (17) можно рассчитывать долгосрочный прогноз динамики ВВП.

Рассмотрим решения уравнения Кузнеца–Кремера (5) для различных моделей N. Допустим, что демографическая динамика интересующей страны описывается моделью Капицы (10). Тогда искомое уравнение (5) на постпереходной стадии запишется в виде:

$$\frac{dA}{A} = bK^2 \operatorname{arcctg}\left(\frac{T_1 - T}{\tau}\right)dT, \quad T > T_1. \tag{18}$$

Интегрируя данное уравнение с учетом того, что $A_1 = N_1^{1+\delta}$, где $\delta = (b - r)/r$, что, в свою очередь, следует из тождеств

$$\frac{1}{r} \times \frac{dN}{Ndt} = \frac{1}{b} \times \frac{dA}{Adt}, \quad A = N^{1+\delta}, \tag{19}$$

на стадии гиперболического роста (5) и (7) получаем:

$$A_1 = N_1^{1+\delta} \exp\left\{(1+\delta)\frac{4}{\pi^2}x\left[\frac{T - T_1}{\tau}\operatorname{arcctg}\left(\frac{T_1 - T}{\tau}\right) - 0{,}51\ln\left\{1 + \left(\frac{T_1 - T}{\tau}\right)^2\right\}\right]\right\}, \quad T > T_1, \tag{20}$$

где x – поправочный коэффициент. Подставляя выражения для A (из (20)) и N (из (10)) в (17), получаем явную формулу для расчета динамики ВВП:

$$Y(t) = \gamma N^{1+\delta}\mathrm{arcctg}\left(\frac{T_1 - T}{\tau}\right)\exp\left\{(1+\delta)\frac{4}{\pi^2}x\left[\frac{T - T_1}{\tau}\mathrm{arcctg}\left(\frac{T_1 - T}{\tau}\right) - 0{,}5\ln\left\{1 + \left(\frac{T_1 - T}{\tau}\right)^2\right\}\right]\right\}. \quad (21)$$

Данная формула справедлива для постпереходного периода, т.е. для $T > T_1$. На допереходной стадии гиперболического роста, учитывая (19), из (17) получаем для $T \le T_1$:

$$Y = \gamma N^{2+\delta}. \quad (22)$$

Поправочный коэффициент x введен в формулу (21), для того чтобы лучше состыковать кривые ВВП до и после демографического перехода (формула (21)), и подбирается методом наименьших квадратов.

По формуле (21) рассчитан прогноз динамики ВВП для США на XXI в., который представлен на рис. 8 в графической форме. Как видно из рисунка, ВВП США за предстоящее столетие, в благоприятных условиях устойчивого эволюционного развития, может вырасти в 15 раз!

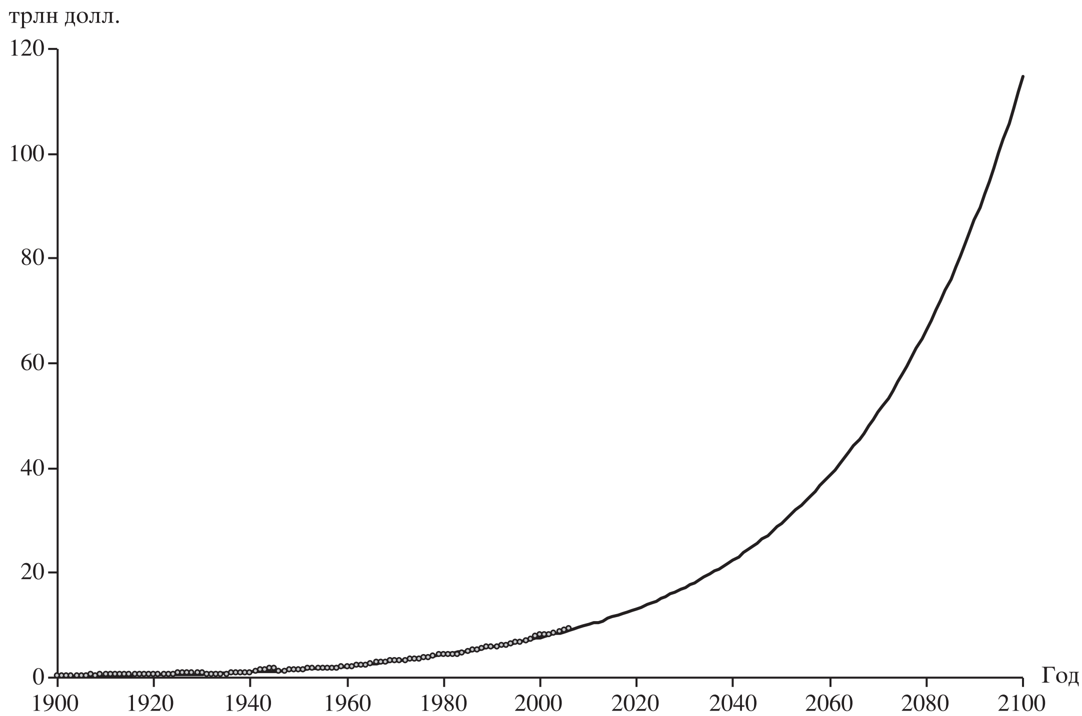

Рис. 8. Прогноз ВВП США на XXI в.

Для сценария демографического развития “рост с возвратом” динамика численности населения N описывается асимптотической моделью (13), поэтому уравнение Кузнеца–Кремера (5) примет вид:

$$\frac{dA}{A} = b\left\{N_C + \gamma^*(T - T_C)\exp\left[-\kappa^*(T - T_C)\right]\right\}dT. \quad (23)$$

Данное уравнение справедливо для постпереходного периода, т.е. для $T > T_C$. Интегрируя его с учетом того, что начальное условие $A_C = N_C^{1+\delta}$ (19), получаем:

$$A = N_C^{1+\delta}\left\{(1+\delta)\rho\left[\frac{T - T_C}{\tau}\left\{1 - \frac{\gamma}{\kappa^* N_C}\exp\left[-\kappa^*(T - T_C)\right]\right\} + \frac{\gamma}{\tau N_C \kappa^{*2}}\left\{1 - \exp\left[-\kappa^*(T - T_C)\right]\right\}\right]\right\}. \quad (24)$$

Подставив данное аналитическое выражение для $A(t)$, а также выражение для $N(t)$ (11) в формулу (17), получаем явную формулу для расчета демографического роста с возвратом:

$$Y(t) = \gamma N_C^{1+\delta}\left\{N_C + \gamma^*(T - T_C)\exp\left[-\kappa^*(T - T_C)\right]\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{(1+\delta)\rho\left[\frac{T - T_C}{\tau}\left\{1 - \frac{\gamma^*}{\kappa^* N_C}\exp\left[-\kappa^*(T - T_C)\right]\right\} + \frac{\gamma}{\tau N_C \kappa^{*2}}\left\{1 - \exp\left[-\kappa^*(T - T_C)\right]\right\}\right]\right\}. \quad (25)$$

Параметры γ и ρ лучше всего находить методом наименьших квадратов исходя из имеющихся данных ВВП в ретроспективе.

На рис. 9 представлена траектория движения мирового ВВП, рассчитанная по формуле (25). Как видно из рассмотрения данного рисунка, объем мирового ВВП за предстоящее столетие может вырасти более чем в 13 раз! Сравнение прогнозных данных по ВВП для мира в целом (рис. 9) и США (см. рис. 8) показывает, что США имеют шанс сохранить свой нынешний вес в мировой экономике.

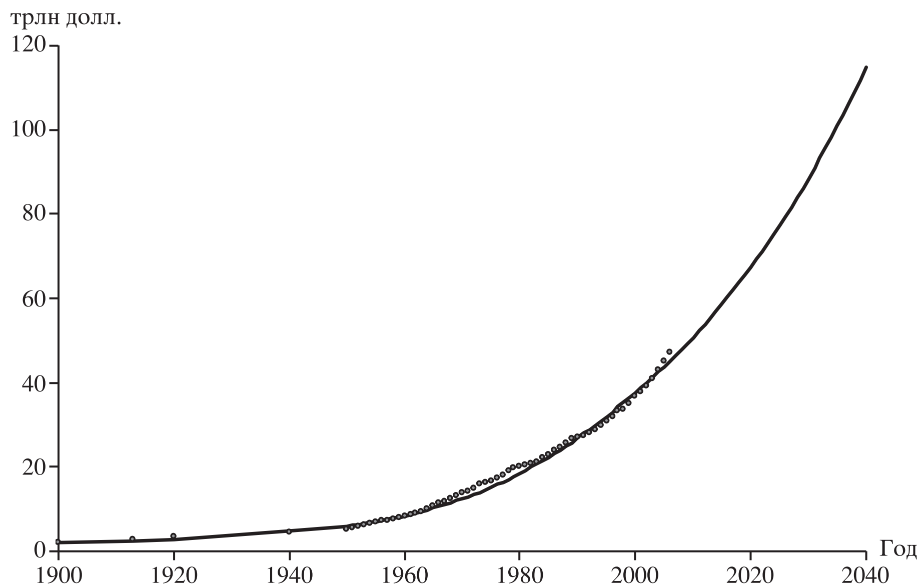

Рис. 9. Прогноз мирового ВВП на первую половину XXI в.

Для большинства развивающихся экономик, которые динамично развиваются благодаря заимствованию передовых технологий, освоенных развитыми авангардными странами (такими как США, Япония, Германия и др.), формулы технологического роста (20) и (24), как и формулы (21) и (25), не работают. К таким странам в первую очередь относятся страны БРИК – Бразилия, Россия, Индия и Китай. Для этих стран также характерно формирование собственных мощных национальных инновационных систем – современной индустрии НИОКР. Как справедливо указывает Ч. Джонс (Jones, 1995), для таких стран вместо уравнения Кузнеца–Кремера (5) необходимо использовать так называемое “НИОКР-уравнение”, которое требует дополнительных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Акаев А.А. (2010): Фундаментальные пределы экономического роста и потребления. В кн.: “*Системный мониторинг глобальных и региональных рисков*”. М.: Изд-во ЛКИ.

Акимов А.В. (2008): 2300 год: глобальные проблемы и Россия. М.: Восточный университет.

Долгоносов Б.М. (2009): Нелинейная динамика экологических и гидрологических процессов. М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”.

Капица С.П. (2008): Очерк теории роста человечества. М.: Никитский клуб.

Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. (2007): Законы истории: Математическое моделирование развития мир-системы. М.: Ком Книга.

Прасолов А.В. (2008): Математические методы экономической динамики. СПб.: Изд-во “Лань”.

Столерю Л. (1974): Равновесие и экономический рост. М.: Статистика.

Тинберген Я., Бос Х. (1967): Математические модели экономического роста. М.: Прогресс.

Федотов А.П. (2002): Глобалистика: Начала науки о современном мире. М.: Аспект Пресс.

Шараев Ю.В. (2006): Теория экономического роста. М.: Изд. дом ГУ ВШЭ.

Foerster H. von, Mora P., Amiot L. (1960): Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026 // *Scince*. Vol. 132. P. 1281–1295.

Jones Ch.I. (1995): R&D-Based Models of Economic Growth // *J. of Political Econ*. Vol. 103, Issue 4. P. 759–784.

Kremer M. (1993): Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990 // *The Quarterly J. of Econ*. Vol. 108. № 3. P. 684–716.

Silverberg G., Verspagen B. (2003): Breaking the Waves: A Poisson Regression Approach to Schumpeterian clustering of Basic Innovations // *Cambridge J. of Econ.* Vol. 27. P. 688–690.

Smail J.K. (2002): Confronting a Surfeit of People: Reducing Global Human Numbers to Sustainable Levels // *Environment Development Sustainability*. Vol. 4. P. 21–50.

Solow R. (1956): A Contribution to the Theory of Economic Growth // *Quarterly J. of Econ.* Vol. 70. P. 65–94.

Поступила в редакцию
29.10.2010 г.

Asymptotic Models for Predicting Long-Term Demographic and Economic Dynamics

A.A. Akaev, V.N. Sokolov, B.A. Akaeva, A.I. Sarygulov

The article considers the impact of demographic dynamics and technological development on economic growth. Proposed evaluation model of long-term economic dynamics, taking into account the mode of population growth with the return.

Keywords: asymptotic models, population dynamics, long-term economic growth, population growth with the return.