

---

# ТЕОРИЯ И ЭМПИРИКА СОЦИАЛЬНЫХ ИНТЕРНЕТ-СЕТЕЙ И ИХ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ<sup>1</sup>

*Д.В. Мусатов, А.В. Савватеев,  
С.Г. Меликов, Д.В. Давыдов*

В статье рассматриваются теоретические и эмпирические подходы к исследованию социальных интернет-сетей. Приводится подробный обзор известных результатов моделирования различных аспектов формирования интернет-сетей с позиций индивидуальной рациональности агентов. Обсуждаются возможности расширения базовой теоретико-игровой модели возникновения равновесий в формируемой социальной сети. Приводятся соответствующие примеры.

*Ключевые слова:* социальные сети, Интернет, теоретико-игровые модели, кластеризация, ассортативность, безмасштабность.

## ВВЕДЕНИЕ

Абстрактная теория классического рыночного равновесия, в котором взаимодействует большое число обезличенных агентов как со стороны спроса, так и со стороны предложения, является очевидным и грубым упрощением реальности для большинства осуществляемых в мире сделок, как по их числу, так и в целом по суммарному денежному обороту. Со-

© Мусатов Д.В., Савватеев А.В., Меликов С.Г.,  
Давыдов Д.В., 2015 г.

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, грант Правительства РФ (договор № 14.U04.31.0002).

временное понимание экономического взаимодействия неразрывно связано с его социальной составляющей: в процессе сделок агенты часто взаимодействуют не только в рамках непосредственно рыночных отношений, но также (вынужденно или произвольно) в социальной среде. Например, в условиях монополистической конкуренции распространение информации о качестве некоторого товара (или услуги) посредством «сарафанного радио» происходит, по сути, по устойчивым социальным сетям. То же в целом касается и вторичного распространения рекламных сообщений среди потребителей. Другими примерами являются маркетинговые сети распространения товаров или логистические оптовые сети.

Необходимость включения частных (социальных) контактов в первоначально обезличенную модель рыночных отношений требует последовательного и пристального изучения сетевого социального взаимодействия людей. При этом существенная часть накопленных результатов исследований социального взаимодействия во многом касается малых групп агентов и в большей степени отражает социально-психологические аспекты такого взаимодействия. В то же время глобальное распространение сети Интернет в последние два десятилетия дает великолепный шанс изучить крупные социальные сети и позволяет выделить особенности их формирования, а также описать социально-экономические последствия взаимодействия агентов посредством данных сетей. Помимо очевидного преимущества, связанного с увеличением объема и скорости коммуникаций между агентами, социальные интернет-сети дают возможность отследить структуру социальных связей, которая до некоторой степени воспроизводится и в «реальных» (офлайн) социальных сетях. Более того, среди известных на сегодня теоретических подходов к описанию социальных сетей наиболее перспективным считается теоретико-игровой подход, учитывающий социально-экономические выигрыши и издержки каждого агента при присоединении к некоторой социальной сети.

Таким образом, с точки зрения экономики изучение социальных интернет-сетей имеет как непосредственное прикладное значение (позволяет оценить влияние структуры социальных сетей на взаимодействие агентов, а также на структуру и особенности отдельных рынков), так и теоретический аспект, связанный с применением теоретико-игровых моделей равновесия для описания свойств и особенностей формируемых социальных сетей.

## 1. ИНТЕРНЕТ КАК СЛОЖНАЯ СЕТЬ

Формальное представление сети в виде набора узлов и связей между ними позволяет дать несколько представлений Интернета как некоторой сложной сети с большим числом узлов, структура связей которых не обладает заранее известной регулярностью.

С точки зрения содержательного наполнения (так называемого контента) сетевое описание Интернета не является однозначным. Принцип выделения узлов и связей определяется априорно выделенными критериями «похожести» содержания материалов, которые могут быть распределены в виртуальном пространстве на разных сайтах, т.е. имеют различное физическое размещение в пространстве, располагаясь на разных серверах. Более того, в отличие от других указанных далее подходов описание содержания (контента) Интернета можно назвать «пассивным»: независимо от способа формализации формирование узлов и связей является интегральным результатом действий всех пользователей Интернета и, по сути, определяется *post-factum*.

Примерами контентных сетей могут служить:

- структуры, возникающие на новостных лентах, где узлами являются новостные тексты, а связями – общие ключевые слова;
- двудольные сети «запрос–выдача» поисковых серверов, где существуют два типа

узлов: текстов запросов пользователей и текстов выдачи результатов, а связи отражают появление выдачи на соответствующий запрос;

- структуры так называемых рекомендательных рекламных систем («Вместе с этим товаром люди также покупают...»), где узлами являются предлагаемые отдельными продавцами товары или услуги, а связи отражают факт просмотра соответствующей рекламной страницы или покупку рекламируемого товара.

Другие сетевые представления Интернета характеризуются активным формированием узлов и (или) связей между ними. С позиций технологического описания сеть Интернет содержит в качестве узлов серверы, обеспечивающие хранение информации, а в качестве связей – каналы между серверами. Выбор узлов и связей здесь осуществляется компаниями-провайдерами, в том числе с использованием специальных алгоритмов обработки потоковых данных.

Существенно отличается по структуре гипертекстовое описание Интернета как набора сайтов (или отдельных страниц) в качестве узлов сети и гиперссылок между ними в качестве связей. Сайты и взаимные ссылки на них в основном создаются конечными пользователями Интернета. В силу того что услуги создания и поддержания функционирования сайтов в большинстве своем являются платными, основными агентами, принимающими решения о создании узлов и связей в такой сети, являются компании – юридические лица.

Наконец, Интернет предоставляет широкие возможности формирования виртуальных социальных сетей, которые и будут преимущественно интересовать нас в дальнейшем. Здесь в качестве узлов сети выступают пользователи (в большинстве своем физические лица), а в качестве связей – те или иные социальные контакты между ними, отражающие, например, персональное общение, деловые контакты, научное взаимодействие или соавторство в реальной жизни, а также наличие собственно виртуальных контактов, реализуемых только посредством социальных ин-

тернет-сетей. Примерами служат не только привычные социальные сети в узком смысле (такие как Facebook или Vkontakte), но и блог-платформы (LiveJournal, Twitter и др.), платформы размещения контента (Flickr, YouTube и т.п.), сети совместного редактирования контента (Wikipedia), а также так называемые сети аффилиации, которые возникают в заранее выделенных группах агентов, объединенных общими интересами.

## 2. СОЦИАЛЬНЫЕ ИНТЕРНЕТ-СЕТИ

Социальные сети существуют, по сути, с момента появления человечества, однако именно Интернет позволил накопить эмпирический материал и получить новое представление о структуре больших социальных сетей, где число узлов может превышать один миллиард, как в сети Facebook, а число связей – быть еще на один–два порядка больше. Несмотря на присутствующие очевидные различия между обычными (офлайн) и виртуальными (онлайн) сетями, преимущества, возникающие в связи с возможностью получения больших объемов оцифрованных данных по результатам мониторинга виртуальных сетей, а также возможности их автоматизированной обработки, неоспоримы. Поэтому далее в работе все формальные обсуждения и выводы касаются *виртуальных сетей*, а распространение этих выводов (по аналогии) на социальные офлайн-сети требует дополнительных обсуждений.

Вообще говоря, социальные сети могут быть как однонаправленными, так и двусторонними или ненаправленными (симметричными в части контактов). Это касается и онлайн-, и офлайн-сетей. В частности, сеть Vkontakte содержит понятие «подписка» на страницы пользователей, когда «вторая сторона» контакта не подтвердила состояние «дружба» по отношению к первой стороне контакта (заявителю «подписки»). Такая связь, очевидно, является однонаправленной. Для

реальных (офлайн) сетей односторонние отношения менее распространены, но не исключены. Примерами могут служить безответные любовные письма или приглашения в гости, не поддержанные второй стороной. В некоторых случаях сами по себе акты коммуникации являются симметричными, однако восприятие их важности (частоты, потребности в них) оказывается несимметричным. Например, на вопросы: «С кем из одноклассников вы поддерживаете дружеские контакты?», «С кем из одноклассников вы регулярно/наиболее часто общаетесь?») студенты не всегда дают полностью симметричные ответы.

В то же время с точки зрения принципов распространения информации необходимым ее элементом является валидность, для подтверждения которой обычно требуется устойчивая обратная связь. Поэтому в данной работе *обсуждаются только сети с двусторонними связями*.

Наиболее важным отличием обычных сетей от виртуальных является стабильность уже сложившихся социальных связей. Аналогичным образом виртуальные сети отличаются более высокой динамикой образования новых и разрыва существующих связей. Несмотря на то что существенная часть виртуальных контактов является результатом подтверждения уже имеющегося офлайн-взаимодействия, интенсивность возникновения и разрыва двусторонних связей в виртуальных сетях существенно выше. Объяснением этому, по всей видимости, служит более низкий «порог минимальных издержек», которые необходимо понести в случае изменения состояния. Альтернативные потери от включения нового контакта в персональную сеть агента сводятся лишь к затратам времени на создание и «обслуживание» этого контакта, а исключение агента из двусторонних контактов в виртуальной сети может быть либо следствием разрыва отношений в реальном мире, либо действием, сокращающим издержки на «обслуживание» данного контакта.

С теоретической точки зрения при изучении социальных сетей возникают два относительно независимых класса задач.

Во-первых, изучение динамики взаимодействия внутри сложившихся социальных сетей: интенсивность контактов и их содержание, результативность с точки зрения оценки функций выигрыша агентов и т.п. Во-вторых, изучение законов формирования социальной сети – возникновения контактов, создаваемых в результате этого процесса структур, свойств этих структур и т.д. С учетом обозначенного выше свойства более высокой динамики, характерной для виртуальных сетей, основное внимание далее будет уделено *второму классу задач*.

Конечной целью теоретических построений здесь является создание моделей, отвечающих всем известным на сегодня из эмпирики особенностям виртуальных сетей. Основой соответствующих моделей служит принцип индивидуальной рациональности агентов, который отражает оценки затрат и выигрышей каждого агента формируемой социальной сети.

### 3. ОСОБЕННОСТИ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

С точки зрения формального математического описания сети являются давно изучаемым и хорошо разработанным объектом исследования. Отдельного внимания, среди прочего, здесь заслуживают экстремальные и равновесные задачи на сетях и графах, имеющие непосредственные социально-экономические приложения. В то же время социальные сети обладают несколькими специфическими свойствами, что требует новых подходов к их моделированию. При этом существенное преимущество обеспечивает реализация в моделях экономических принципов поведения агентов в сочетании с теоретико-игровым подходом к построению социальной сети.

Перечислим далее известные из эмпирических данных особенности социальных сетей, сопровождая кратким описанием проблемы и соответствующими идеями формализации.

#### 3.1. Малый диаметр социальных сетей

В условиях глобализации современного мира все большее подтверждение находит широко известное «правило шести рукопожатий» (Karinthy, 1929). Согласно этому правилу между двумя произвольными людьми можно найти цепочку личных знакомств не более чем с пятью посредниками (что соответствует шести рукопожатиям). Исключая небольшую долю людей, проживающих в полностью изолированных сообществах, данное правило можно проверить эмпирически, что было впервые сделано в рамках так называемого эксперимента «тесного мира» (small world experiment) (Travels, Milgram, 1969). Случайно выбранным жителям Омахи (штат Небраска) и Уичито (штат Канзас) предлагалось переслать бандероль некоторому адресату в Бостоне (штат Массачусетс), используя цепочку общих знакомых. Большинство отправок не достигло адресата, но все дошедшие бандероли совершили в среднем 6 пересылок (с магнитудой 8, от 2 до 10 пересылок). Подобные исследования, подтверждающие «в среднем» правило шести рукопожатий, проводились и позже, но уже в рамках виртуальных сетей: с использованием электронной почты (Watts, 2004); посредством анализа сообщений в MSN Messenger (Leskovec, Horvitz, 2006); сети Twitter (Cheng, 2010); сети Facebook (Backstrom, Boldi et al., 2012). Во всех перечисленных исследованиях среднее число передач сообщений («рукопожатий») находилось в интервале от 4 до 6.

Формально данное свойство отражается в малом диаметре социальных сетей, где в качестве вершин рассматриваются агенты социальной сети, в качестве ребер – их коммуникации. Расстояние между вершинами определяется как наименьшее число ребер, которые необходимо пройти, чтобы добраться из одной вершины в другую, а под диаметром понимается максимальное из расстояний между парами вершин рассматриваемой сети.

Другими словами, пространство социальных связей является достаточно «тес-

ным», а структура социальных сетей обладает существенной неоднородностью, которая до некоторой степени повторяет обычную социальную иерархию (отношения начальник-подчиненный и межпоколенческие связи), а также поддерживается за счет «социально активных» агентов с большим числом коммуникаций. Поэтому при построении модели социальной сети необходимо учитывать персональные стимулы агентов увеличивать число коммуникаций, подробно характеризуя выигрыши и издержки этих агентов.

### 3.2. «Безмасштабность» социальных сетей

Термин «безмасштабность» (scale-freeness) используется для обозначения факта того, что статистическое распределение числа коммуникаций агентов, формально выраженных числом связей для соответствующих узлов сети, подчиняется степенному распределению (закону Парето): доля агентов, имеющих не менее  $k$  связей, пропорциональна  $k^{-\lambda}$  для некоторого  $\lambda > 0$  (на практике обычно  $2 \leq \lambda \leq 3$ ).

Если в финансовой теории степенное распределение, имеющее «тяжелые хвосты», обычно свидетельствует об относительно высокой вероятности существенных потерь, то в данном контексте это указывает на относительно высокую долю агентов с большим числом коммуникаций. Как правило, данные агенты играют роль «хабов», соединяющих другие, более разрозненные части сети, благодаря чему в том числе достигается малый диаметр социальных сетей. Данное свойство еще раз подчеркивает необходимость детального изучения выигрышей и издержек агентов с большим числом связей в социальной сети.

### 3.3. Меры центральности отдельных узлов сети

Посредническую роль отдельных агентов в осуществлении коммуникации можно

описывать с помощью так называемых мер центральности, например оценивая величину, обратную среднему расстоянию от данного узла до других узлов (closeness centrality), либо подсчитывая долю кратчайших путей, проходящих через данный узел, среди всех кратчайших путей из одного произвольного узла сети в другой произвольный узел суммарно по всем парам узлов в сети (betweenness centrality). Исследования виртуальных сетей показывают, что распределение узлов сети по выбранной «мере центральности» также является степенным, т.е. в таких сетях имеется существенная доля «главных посредников» с большим числом коммуникаций.

### 3.4. Ассортативность («плотное ядро»)

В широком смысле под ассортативностью обычно понимают склонность агентов образовывать связи с себе подобными. В узком смысле термин отражает эмпирический факт, согласно которому во многих сетях агенты с большим числом коммуникаций также с высокой вероятностью связаны между собой. Данное свойство иногда также имеет второе название: «плотное ядро».

### 3.5. Кластеризация

Взаимные коммуникации агентов внутри сети необязательно осуществляются опосредованным путем, через «ядро» социальной сети. Во многих случаях двое агентов, имеющие общие коммуникации с третьим, также будут связаны между собой. Большинство реальных и виртуальных сетей обладают подобным свойством кластеризации, когда неравномерность коммуникаций в сети определяет достаточно большое число подгрупп агентов, относительно активно общающихся между собой. При этом коммуникации между данными подгруппами выражены гораздо слабее и часто осуществляются через «ядро» социальной сети. Условие кластери-

зации имеет непосредственное отношение к сегментации соответствующих «рынков» в пространстве социальной сети, когда распространение информации и конкурентные отношения локализуются внутри относительно обособленных «регионов» социальной сети, вероятность проникновения этих отношений за пределы соответствующих кластеров относительно невелика. Согласно эмпирическим исследованиям (Mislove, Marcon et al., 2007) в социальных сетях коэффициент кластеризации достаточно мал, однако существуют более узкие (специальные) сети, в которых уровень кластеризации сравнительно выше. Одним из типов сетей такого вида, важных с точки зрения социально-экономических приложений, являются сети аффилиации.

Как указано выше, сеть аффилиации возникает, когда агенты связаны между собой по принципу «каждый с каждым», если все они участвуют в каком-либо общем деле (вечеринка, соавторство, участие в туристическом походе и т.п.). С формальной точки зрения каждая такая группа может быть произвольного размера, однако для социальной сети аффилиации важным фактором становится непосредственное взаимодействие всех агентов внутри группы. Поэтому при эмпирическом изучении групп с большим числом участников желательно разбивать эти группы на более мелкие подгруппы, отражающие явные связи, если, конечно, такая информация доступна.

С теоретической точки зрения сети аффилиации содержат большое число малых по размеру полных подграфов (каждый агент взаимодействует с каждым другим представителем данной группы), поэтому средний коэффициент кластеризации для таких сетей выше, чем в обычных социальных сетях. Более того, в таких сетях чаще проявляется свойство ассортативности.

Пример построения сети аффилиации приведен на рис. 1 и 2. На рис. 1 сопоставляются агенты  $A, B, \dots, G$  и виды их деятельности, подразумевающие социальные контакты. На рис. 2 представлена итоговая сеть аффилиации.

#### 4. ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ СОЦИАЛЬНЫХ ИНТЕРНЕТ-СЕТЕЙ

В современной научной литературе существуют два основных подхода к формальному (модельному) представлению социальных интернет-сетей: теоретико-вероятностный и теоретико-игровой.

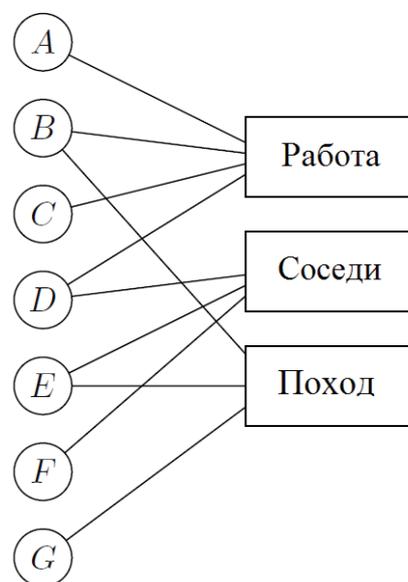


Рис. 1. Агенты и виды их деятельности

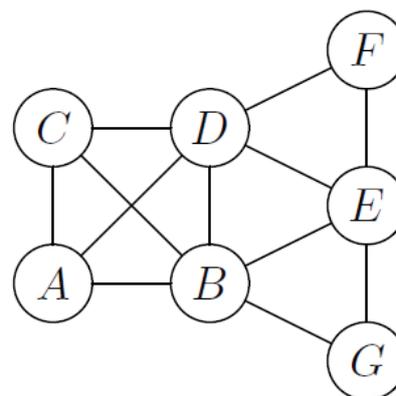


Рис. 2. Сеть аффилиации, отвечающая рис. 1

Теоретико-вероятностный подход (Erdős, Rényi, 1960) предполагает формирование случайных сетей с их последующим изучением. Исходя из априорно заданного распределения вероятностей на множестве анализируемых случайных сетей, рассчитываются математические ожидания основных характеристик сети. Модель считается «хорошей», если расчетные средние значения для модельной сети с заданными параметрами отвечают соответствующим эмпирическим данным.

На настоящий момент не имеется адекватных теоретико-вероятностных моделей сетей, способных полностью отразить все перечисленные выше особенности социальных интернет-сетей. Поэтому соответствующие модели рассматриваются с точки зрения лишь частичного удовлетворения требованиям (того или иного подмножества свойств).

В исходной модели (Ibid.) каждая связь пары вершин формируется с одинаковой вероятностью, независимо от прочих связей. В результате при правильном подборе параметра вероятности возникновения связей модельная сеть (в среднем) обладает небольшим диаметром, вполне соответствующим эмпирическим данным, но дает очень низкий коэффициент кластеризации и Гауссово (нормальное) распределение числа коммуникаций узлов сети.

Большую известность получила модель «тесного мира» Уоттса–Строгатца (Watts, Strogatz, 1998), сочетающая свойства малого диаметра и высокого коэффициента кластеризации сети. Модельная сеть здесь строится в два этапа: сначала берется «веретено», в котором узлы условно расставлены по кругу и каждый соединяется с некоторым числом ближайших узлов. Затем каждая связь данного узла с каким-либо другим узлом с некоторой вероятностью разрывается, и одновременно формируется новая связь исходного узла с каким-либо третьим, случайно выбранным узлом. При удачном подборе параметров такой модели удается сохранить высокую кластеризацию за счет остатков «веретена» и добиться малого значения диаметра модельной сети за

счет случайных «переключений» связей с одних узлов на другие. Несмотря на это, распределение числа связей между узлами в такой модельной сети также не будет степенным.

Другие модели, построенные в соответствии с теоретико-вероятностным подходом, позволяют получить степенное распределение числа коммуникаций узлов модельной сети за счет так называемого предпочтительного присоединения (preferential attachment) (Barabási, Albert, 2002; Bollobás, Riordan, 2003). Основная идея состоит в том, что сеть строится поэтапно, при этом в существующую сеть добавляются новые узлы, которые с большей вероятностью присоединяются к узлам, уже имеющим большое число связей с другими узлами. В результате возникают узлы со сверхбольшим числом связей, что позволяет достичь требуемого степенного распределения и обеспечить малый диаметр сети, однако коэффициент кластеризации таких модельных сетей существенно меньше необходимого (по сравнению с эмпирическими данными).

Несмотря на относительные успехи в построении теоретико-вероятностных моделей социальных интернет-сетей, многие исследователи относятся к таким моделям с высокой долей скептицизма, так как указанные способы построения модельных сетей никак не отражают активного поведения каждого агента – участника сети.

Поэтому более логичным с точки зрения экономического содержания представляется теоретико-игровой подход. Здесь социальную сеть строят участвующие в ней агенты, и делают они это из рациональных представлений, ориентируясь на индивидуальные функции выигрыша. Важной чертой социальных сетей является наличие положительного внешнего эффекта: агенты несут некоторые издержки от создания новых социальных связей, а выигрыш от созданных связей не только увеличивает полезность данных агентов, но может приводить к росту полезности других агентов, участвующих в этой сети. Таким образом, агенты принимают решения в своих интересах, влияя при этом на полезность других.

Известные теоретико-игровые модели создания социальных сетей отличаются друг от друга правилами формирования связей, источниками выигрыша от новых созданных связей, а также распределением издержек между агентами. Для формирования связи может требоваться согласие обоих агентов, как в модели (Jackson, Wolinsky, 1996), или согласие только одного участника, который в таком случае создание этой связи и оплачивает (Bala, Goyal, 2000). Полезность может зависеть от числа «соседей», т.е. непосредственного числа связей данного агента, числа «соседей второго порядка» (суммарного числа связей всех «соседей») или более сложных характеристик сети.

С нашей точки зрения, наиболее перспективной из существующих моделей в отношении соответствия эмпирическим характеристикам социальных интернет-сетей является модель (Borgs, Chayes et al., 2011), построение которой опирается на идеи сетей аффилиации: агенты создают сообщества, в результате чего связи между агентами, участвующими в одних и тех же сообществах, образуются при некоторых условиях.

## 5. МОДЕЛЬ БОРГСА–ЧАЙЕС–ДИНГА–ЛЮСЬЕ И ЕЕ РАСШИРЕНИЯ

### 5.1. Базовая модель (Borgs, Chayes et al., 2011)

Пусть число агентов, формирующих сеть, равно  $N$ . Каждый агент может организовать «собрание», определив список приглашенных  $S$  и интенсивность (периодичность, частоту) встреч  $r$ . Все приглашенные автоматически соглашаются прийти. Организация собрания требует фиксированных издержек  $b$  и переменных издержек  $c$  на одного приглашенного, за исключением организатора. Таким образом, затраты на одно собрание, в котором участвуют  $k$ ,  $k < N$ , агентов, составляют  $r(b + c(k - 1))$ .

Каждый агент может собирать разные собрания, как по числу участников, так и по интенсивности. Устойчивая связь между двумя агентами образуется, если они совместно участвовали в собраниях с суммарной интенсивностью не меньше единицы. При этом неважно, кто организовал эти собрания: кто-то из этих двух агентов или третья сторона. Каждая связь приносит обоим участникам выигрыш в размере  $a$ . Таким образом, полезность каждого игрока равняется разности выигрыша от образовавшихся связей и затрат на организацию собраний. Эта модель определяет игровую форму, в которой ищутся равновесия Нэша.

Равновесия Нэша в такой игре обладают многими хорошими свойствами. В работе (Borgs, Chayes et al., 2011) доказано, что в любом равновесии игроки, имеющие общего соседа, оказываются соединенными между собой чаще, чем два произвольных игрока. Более того, в таком равновесии могут возникать сети со степенным распределением числа коммуникаций.

На рис. 3 приведены примеры коммуникационных сетей, возникающих в модели (Ibid.). Данные сети являются равновесными при указанных значениях параметра  $\gamma = a/c$ , отражающего отношение выигрышей  $a$  к переменным издержкам  $c$ , когда постоянные издержки  $b$  достаточно малы.

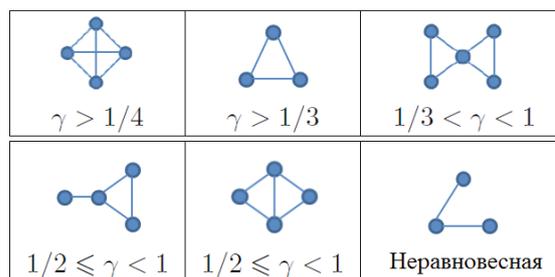


Рис. 3. Примеры возникновения коммуникационных сетей

Источник: (Borgs, Chayes et al., 2011).

## 5.2. Основания для расширения базовой модели

Основная проблема базовой модели заключается в том, что в ней, как правило, имеется слишком большое число различных равновесий. Более того, справедлива следующая теорема.

*Теорема 1<sup>2</sup>.* Если некоторая (непустая) сеть возникает в равновесии, то полная сеть тоже является равновесной.

Идея доказательства теоремы 1 основана на том, что для создания полной сети, в которой все агенты включены в сеть и взаимодействуют со всеми остальными, достаточно, чтобы каждый агент созывал общее собрание с интенсивностью  $1/N$ . При этом суммарные издержки создания любой непустой равновесной сети не меньше  $b + c(N - 1)$ , а выигрыши – не больше  $aN(N - 1)$ . Используя данные оценки и вычисляя полезность каждого агента для полной сети, можно убедиться в ее неотрицательности. Более того, изменение стратегии не может принести агенту большую полезность: приглашение с большей интенсивностью не увеличивает выгоды, а приглашение с меньшей интенсивностью приводит к утрате связей. Полное доказательство данной теоремы приведено в (Меликов, Мусатов и др., 2014).

Таким образом, теорема 1 мотивирует исследователей расширять модель: уточнять ее базовые постановки, которые исключили бы равновесия со слишком большим числом связей.

Основная идея заключается в явном учете неоднородности агентов по географическому признаку, неравенству в доходах, индивидуальным особенностям или в силу других аспектов разнообразия.

Формально разнообразие агентов можно ввести посредством различия в издержках от приглашения разных агентов и (или) дифференциации выигрышей от возникающих

коммуникаций с разными агентами. Такая постановка задачи более реалистична, и наличие разнообразия может явным образом повлиять на то, какая сеть будет построена в равновесии.

Под различиями в издержках здесь понимается наличие некоторой функции переменных издержек  $c_{ij}$  от приглашения агентом  $i$  агента  $j$  на собрание. Тогда затраты на собрание агентов из списка  $S$  с интенсивностью  $r$ , организованное агентом  $i$ , составляют  $r\left(b + \sum_{j \in S} c_{ij}\right)$ . Дифференцированные выигрыши можно описать некоторой функцией  $\pi_{ij}$  выигрыша агента  $i$  от связи с агентом  $j$ .

## 5.3. Расширение 1 («географическое разнообразие»)

Пусть агенты различаются своим местоположением, а издержки  $c_{ij}$  относятся на «транспорт» и пропорциональны расстоянию между агентами  $i$  и  $j$  (звать гостя издалека накладно). Несмотря на естественность такой постановки, задача формирования равновесий оказывается достаточно сложной, даже в одномерном случае, когда агенты расположены на прямой или на окружности (можно проследить аналогию с соответствующими широко известными моделями монополистической конкуренции Хотеллинга).

Переход к непрерывной аппроксимации дискретной задачи и запись условий равновесия для стратегий произвольного вида позволяют опровергнуть интуитивное представление о том, что в равновесии каждый агент приглашает на собрание своих ближайших соседей. Действительно, такая конфигурация не может быть равновесной, что легко показать методом «от противного»: если два агента живут близко, то их вдвоем уже приглашают на собрания суммарной интенсивности больше единицы, поэтому друг друга они приглашать не будут. Более того, оказывается, что верно следующее неожиданное утверждение.

*Теорема 2.* Пусть агенты распределены равномерно на окружности. Тогда в един-

<sup>2</sup> Мы благодарны нашему коллеге С.Б. Измалкову за это наблюдение.

ственном с точностью до направления отсчета симметричном равновесии каждый агент  $i$  приглашает с интенсивностью единица всех агентов, отстоящих от него на расстоянии от  $+d$  до  $+d + \Delta$ , где величины  $d$  и  $\Delta$  одинаковы для всех агентов (рис. 4).

Необходимо отметить, что приглашение с интенсивностью единица не является эффективным: в этом случае многие связи образуются с избыточной интенсивностью и возникает перерасход ресурсов. Таким образом, формируемое равновесие будет существенно отличаться от общественно оптимального.

#### 5.4. Расширение 2 («психологические аспекты коммуникации»)

Пусть теперь агенты различаются по уровню общительности. Более общительным агентам проще приглашать других на собрания, чем менее общительным (переменные издержки  $c_i$  отличаются для различных агентов  $i$ ). Общие выводы для такого расширения модели в целом совпадают с выводами базовой модели, с единственным, вполне закономерным уточнением: в равновесии более общительные приглашают активнее. Особенно это заметно в пограничном случае, описанном в следующей теореме.

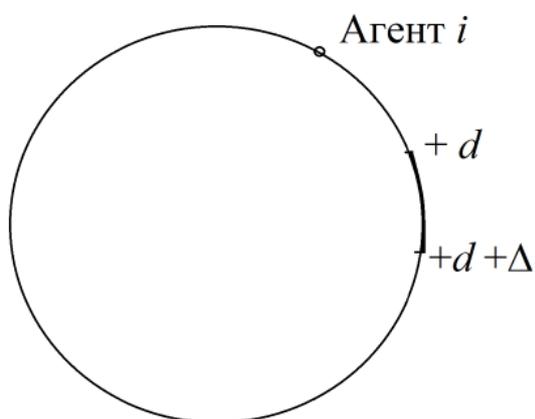


Рис. 4. Иллюстрация к теореме 2

*Теорема 3.* Пусть  $c_i = c\beta_i$ . Рассмотрим максимальное  $c$ , при котором существует равновесие с непустой сетью. Тогда в этом равновесии сеть полная, а издержки всех агентов одинаковые. Таким образом, каждый агент приглашает всех остальных с интенсивностью, пропорциональной  $1/\beta_i$ .

Идея доказательства в целом повторяет доказательство теоремы 1, но существенно сложнее с технической точки зрения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Социальные интернет-сети являются чрезвычайно важным и перспективным объектом исследования. Экономический подход к описанию моделей таких сетей позволяет получить определенные преимущества по сравнению с известными ранее теоретическими результатами, более аккуратно и полно отразить специфические свойства социальных интернет-сетей.

Представленные в данной работе расширения модели (Borgs, Chayes et al., 2011) обоснованы учетом разнообразия в характеристиках агентов и их подходов к принятию решений.

Исследование социальных сетей теоретико-игровыми методами, базирующимися на основных экономических принципах индивидуальной рациональности и оценки затрат и выгод, открывает широкие перспективы как в части получения новых формальных теоретических результатов, так и с точки зрения различных экономических приложений, включая интернет-торговлю, расширение возможностей сетей электронных платежей и т.д.

### Литература

Меликов С.Г., Мусатов Д.В., Савватеев А.В. Расширения модели Боргса–Чайес формирования социальных сетей // XIV Апрельская между-

- 
- народная научная конференция по проблемам развития экономики и общества: В 4 кн. Кн. 1. М.: Изд. дом НИУ ВШЭ, 2014. С. 330–338.
- Backstrom L., Boldi P., Rosa M., Ugander J., Vigna S.* Four degrees of separation // *Proceedings of WebSci*, 2012. P. 33–42.
- Bala V., Goyal S.* A Non-Cooperative Model of Network Formation // *Econometrica*. 2000. Vol. 68. № 5. P. 1181–1231.
- Barabási A.-L., Albert R.* Statistical Mechanics of Complex Networks // *Reviews of Modern Physics*. 2002. Vol. 74. P. 47–97.
- Bollobás B., Riordan O.* Robustness and Vulnerability of Scale-Free Random Graphs // *Internet Mathematics*. 2003. Vol. 1. № 1. P. 1–35.
- Borgs C., Chayes J., Ding J., Lucier B.* The Hitchhiker's Guide to Affiliation Networks: A Game-Theoretic Approach / *Proceedings of ICS*, 2011. P. 389–400.
- Cheng A.* Six Degrees of Separation. Twitter Style, 2010. URL: <http://www.sysomos.com/insidetwitter/sixdegrees/> (Date of access: 12.11.14).
- Erdős P., Rónyi A.* On the Evolution of Random Graphs // *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*. 1960. Vol. 5. P. 17–61.
- Jackson M. O., Wolinsky A.* A Strategic Model of Social and Economic Networks // *Journal of Economic Theory*. 1996. Vol. 71. P. 44–74.
- Karinthy F.* Chain Links // *Everything is Different*. Budapest, 1929.
- Leskovec J., Horvitz E.* Worldwide Buzz: Planetary-Scale Views on an Instant-Messaging Network / *Tech. report MSR-TR-2006-186*, 2006.
- Mislove A., Marcon M., Gummadi K.P., Druschel P., Bhattacharjee B.* Measurement and Analysis of Online Social Networks // *Proceedings of the 7th ACM SIGCOMM conference on Internet measurement*, 2007. P. 29–42.
- Watts D.J.* Six Degrees: the Science of a Connected Age. N.Y.: Norton, 2004.
- Watts D.J., Strogatz S.* Collective Dynamics of “Small-world” Networks // *Nature*. 1998. Vol. 393. № 6684. P. 409–410.

*Рукопись поступила в редакцию 21.11.2014 г.*

---

## УЧАСТИЕ РАБОТНИКОВ В УПРАВЛЕНИИ НАРОДНЫМ ПРЕДПРИЯТИЕМ: ОПЫТ НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКОГО КАРТОННО-БУМАЖНОГО КОМБИНАТА ИМ. С.П. ТИТОВА<sup>1</sup>

*В.И. Бестолков, О.В. Некрасова,  
Р.И. Хабибуллин*

В статье анализируются результаты анкетирования работников первого в России народного предприятия. Результаты исследования свидетельствуют о том, что интересы всех работников на предприятии сбалансированы, морально-психологический климат в коллективе благоприятный, большинство работников вовлечены в управленческие процессы, что положительно влияет на результаты функционирования всего предприятия в целом. *Ключевые слова:* акционерные общества работников, народные предприятия, трудовые отношения, демократизация собственности, соучастие, социальная справедливость.

### ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени в России произошла консервация экономически неэффективной институциональной системы, характеризующейся чрезвычайно высоким уровнем социальной несправедливости, неспособностью обеспечить реальный и устойчивый экономический рост (Овсиенко, 2014, с. 20).

---

© Бестолков В.И., Некрасова О.В.,  
Хабибуллин Р.И., 2015 г.

<sup>1</sup> Работа выполнена за счет средств гранта РНФ, проект № 14-18-02294.