

ОЦЕНКА НЕСТАБИЛЬНОСТИ ПРЕЦИЗИОННЫХ
ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

© 2012 г. В. Беспалько, Е. Буль, Я. Саваровский

*Institute of Electronics and Computer Science**Latvia, LV-1006, Riga, Dzerbenes, 14*

Поступила в редакцию 25.07.2011 г.

Описан метод оценки нестабильности временных интервалов (в.и.) при одновременном (параллельном) их измерении двумя измерителями. Метод основан на вычислении ковариации результатов параллельных измерений и статистическом усреднении и позволяет исследовать нестабильности в пикосекундном и субпикосекундном диапазонах. Относительная погрешность метода оценена с помощью вычислительного эксперимента и зависит от объема измерительных данных и величин погрешностей используемых измерителей в.и. Приведен пример измерительной установки, в которой относительная погрешность не более 10% сохраняется при оценке нестабильности в.и. до 0.4 пс. Получены экспериментальные данные по исследованию нестабильности в.и. пикосекундного диапазона (для двухканального генератора AFG3252 она составила от 2.4 до 5.2 пс для интервалов микросекундного диапазона) и субпикосекундного диапазона (для генератора в.и. на основе кварцевого VCO (Voltage-Controlled Oscillator) фирмы FORDAHL – 0.86 пс).

ВВЕДЕНИЕ

Генерация временных интервалов (в.и.), образованных двумя импульсными последовательностями, относится к традиционной технике физического эксперимента. Источниками в.и. являются генераторы временного интервала, генераторы задержек, источники временных сдвигов и т.п. Особо выделяются генераторы прецизионных в.и., к которым предъявляются жесткие требования по стабильности генерируемых интервалов. Величина нестабильности в.и. характеризует уровень случайных изменений интервалов и составляет для прецизионных генераторов от десятков пикосекунд (для уже устаревшего источника временного сдвига И1-8) до единиц пикосекунд (для современного генератора T5300U фирмы VIGO System S.A. [1]).

Оценить фактическую нестабильность такого уровня достаточно трудно, но в принципе возможно при наличии такого дорогостоящего оборудования, как скоростной цифровой осциллограф (с полосой, как минимум, 6–8 ГГц), и специального программного обеспечения. Далее рассматриваются более простые подходы к решению этой проблемы, основанные на использовании аппаратуры для временных измерений.

ОЦЕНКА НЕСТАБИЛЬНОСТИ
В.И. С ПОМОЩЬЮ АППАРАТУРЫ
ВРЕМЕННОГО АНАЛИЗА

Сравнительно просто получить оценку нестабильности временных интервалов, если имеются

возможности их многократного измерения, накопления результатов этих измерений и их последующей математической обработки. Существует довольно много приборов для временных измерений (Time-Interval Analyzers, Event Timers, Time Digitizers, Timer/Analyzers и т.п.), обладающих такими возможностями.

Предположим, что в результате многократного измерения исследуемого в.и. длительностью T накоплено n результатов измерения A . Каждый из результатов измерения A_i исследуемого временного интервала можно представить как сумму двух случайных величин – значений измеряемого интервала T_i и погрешности его измерения a_i :

$$A_i = T_i + a_i. \quad (1)$$

Дисперсия $D[A]$ для массива из n результатов измерения, при условии независимости погрешности измерения и измеряемой величины, будет равна сумме дисперсии исследуемого временного интервала $D[T]$ и дисперсии погрешности измерителя $D[a]$:

$$D[A] = D[T] + D[a]. \quad (2)$$

Оценка нестабильности в.и., которую обычно характеризует величина STD (стандартного отклонения $\sigma = \sqrt{D[T]}$), не вызывает затруднений, если она настолько больше погрешности измерителя, что последней можно пренебречь. Тогда $D[A] \approx D[T]$, и оценкой нестабильности в.и. служит величина $\sigma = \sqrt{D[A]}$. На рис. 1 приведен пример такой ситуации.

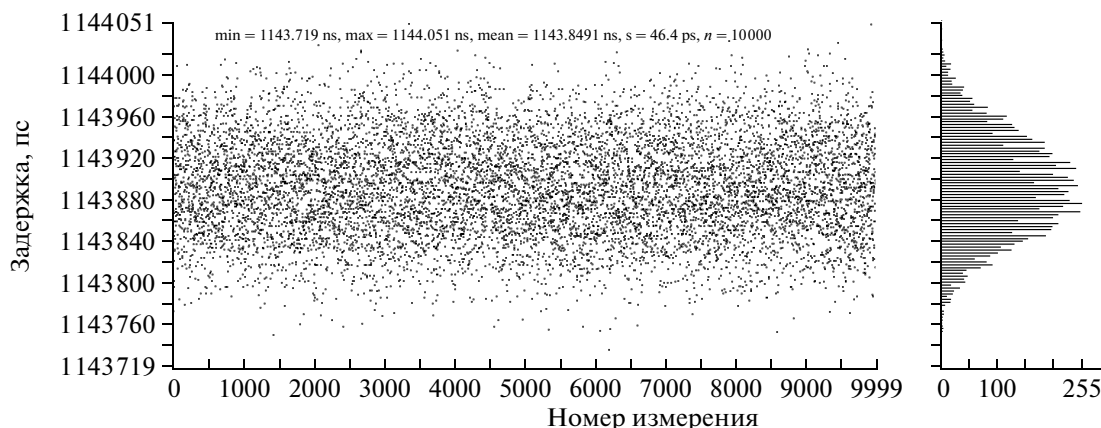


Рис. 1. Результат измерения нестабильности в.и. длительностью 1143 нс, генерируемого источником временного сдвига И1-8 (слева – последовательность результатов измерения в.и., справа – гистограмма распределения этих результатов).

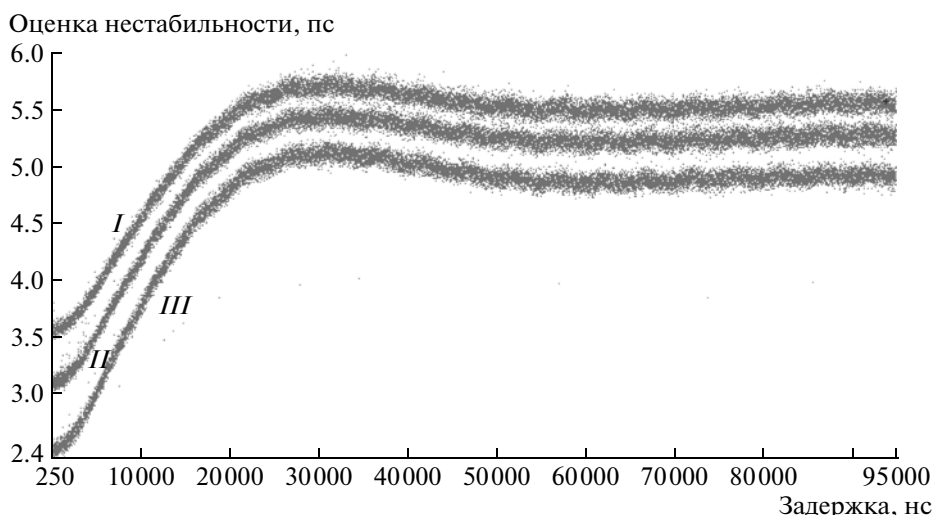


Рис. 2. Оценка нестабильности задержки между каналами генератора AFG3252 в диапазоне значений задержки от 250 нс до 95 мкс (шаг 5 нс, $n = 3000$): *I* – по дисперсии результатов измерений одним измерителем, *II* – по дисперсии полусуммы результатов одновременных измерений двумя измерителями, *III* – по ковариации результатов одновременных измерений двумя измерителями. Период следования интервалов 100 мкс.

Объектом исследований являлся интервал времени, генерируемый источником временного сдвига И1-8, оценка нестабильности которого составила 46 пс, а измерителем – таймер событий (Event Timer) A033-ЕТ [2], имеющий погрешность измерения однократного в.и. менее 5 пс.

Погрешность оценки нестабильности зависит от числа n результатов измерения. Как известно, при нормальном законе распределения доверительный интервал для дисперсии D в методе статистических испытаний определяется как [3]

$$I_{\beta} = (D - t_{\beta}\sigma_D; D + t_{\beta}\sigma_D), \quad (3)$$

где $t_{\beta} = 2.5$ при доверительной вероятности 0.99, а

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{2}{n-1}}D.$$

Относительная погрешность оценки дисперсии составит $t_{\beta}\sigma_D$, и можно показать, что для оценки нестабильности интервала σ относительная погрешность будет примерно в два раза меньше. При достаточном объеме результатов измерений нетрудно получить относительную погрешность оценки нестабильности в.и. в пределах нескольких процентов (так, при $n = 3000$ погрешность оценки нестабильности не превысит $\pm 3.2\%$, а при $n = 10000$ – $\pm 1.8\%$).

Задача получения оценок нестабильности в.и. существенно усложняется, когда величина нестабильности сопоставима с погрешностью имеющегося в распоряжении измерителя. На рис. 2 приведены результаты исследования нестабильности в.и., источником которых являлся двухка-

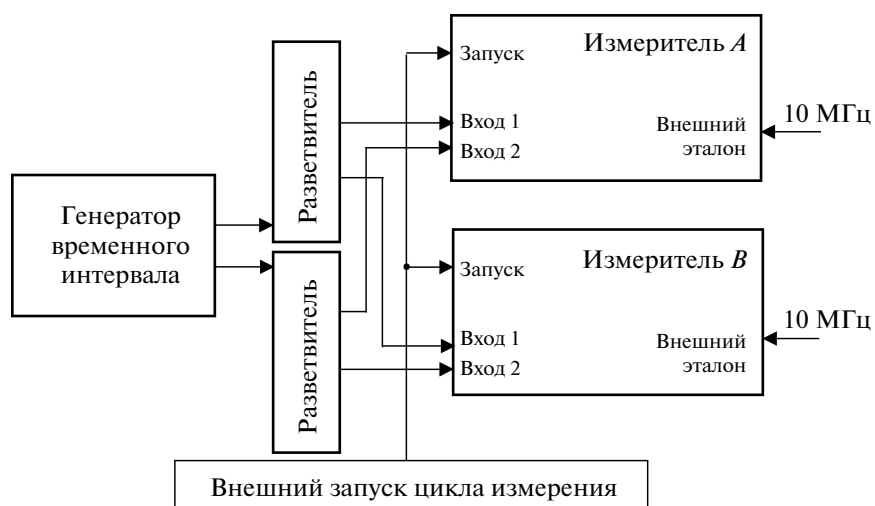


Рис. 3. Блок-схема реализации параллельных измерений двумя измерителями.

нальный генератор сигналов произвольной формы AFG3252 фирмы Tektronix. Генератор позволяет изменять длительность в.и. в широком диапазоне с помощью управляемой задержки между каналами. В качестве измерителя использовался таймер A033-ET. Управление как генератором, так и измерителем осуществлялось с одного компьютера. Это позволяет синхронизировать цикл накопления результатов измерений (в одном цикле накапливалось n результатов измерения) с переходом к следующей величине межканальной задержки.

Каждая точка в полученной зависимости I на рис. 2 это оценка величины $\sigma = \sqrt{D[A]}$ по 3000 результатам измерений одного в.и., определяемого установленной задержкой между каналами генератора AFG3252. Первый вывод, который следует из представленных результатов, заключается в том, что нестабильность межканальной задержки генератора AFG3252 сопоставима с погрешностью использованного измерителя и в исследованных диапазонах задержек составляет 3–6 пс. Дополнительные исследования показали, что такой уровень нестабильности сохраняется только в том случае, если период следования в.и. кратен 100 нс (это период сигнала опорного генератора), но даже с учетом этого ограничения возможности использования генератора AFG3252 значительно шире, чем это предусмотрено его спецификацией. Второй вывод состоит в том, что имеет место определенная зависимость нестабильности задержки от величины самой задержки, но, исходя из (2), трудно сказать, относить ли ее к особенностям источника или измерителя.

В результате, ввиду соизмеримости оценки нестабильности в.и. и величины погрешности измерителя оценка оказывается довольно грубой и

скорее качественной, чем количественной. Приходится считаться с тем, что погрешность измерения однократного временного интервала в 3–5 пс является предельной для современного уровня аппаратуры временного анализа [2, 4].

ОЦЕНКА НЕСТАБИЛЬНОСТИ В.И. ПО ДИСПЕРСИИ ПОЛУСУММЫ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Реально повысить точность оценки нестабильности в.и. возможно, если измерение проводить параллельно несколькими измерителями [5]. Блок-схема таких измерений для случая двух измерителей представлена на рис. 3. Регистрация исследуемых в.и. производится параллельно (одновременно) двумя измерителями A и B (в качестве измерителей могут выступать, например, уже упомянутые таймеры событий A033-ET). Одновременность обеспечивается внешним запуском цикла измерения обоих измерителей. С целью корректного согласования нагрузок исследуемые в.и. поступают на входы 1 и 2 измерителей через разветвители (каждый представляет собой скоростной компаратор с разветвленными выходами, рассчитанными на нагрузку 50 Ом). Управление измерителями, накопление результатов измерений и их последующая обработка осуществляются компьютером.

В каждом цикле измерений каждым из измерителей регистрируется по n результатов измерений в.и., что позволяет вычислить различные статистические характеристики этих результатов. Оценку нестабильности в.и. можно получить вычислением дисперсии полусуммы $(A + B)/2$ результатов одновременных измерений, что позволяет усреднить погрешности измерителей [5]. В общем случае:

$$D[(A + B)/2] = \\ = D[T] + (D[a] + D[b])/4 + \text{cov}[a, b]/2. \quad (4)$$

Эффект уменьшения погрешности при усреднении зависит от коррелированности погрешностей измерителей: при полной независимости погрешностей эффект максимальный, а при полной коррелированности погрешностей уменьшения нет вообще и выражение (4) переходит в (2).

Экспериментальные исследования подтверждают, что оценка нестабильности по дисперсии полусуммы результатов измерений двумя измерителями (зависимость II на рис. 2) дает выигрыш по точности по сравнению с использованием одного измерителя (зависимость I). Однако что касается характера зависимости нестабильности задержки от ее величины, то и здесь трудно решить, относить ли его к особенностям источника или измерителя.

ОЦЕНКА НЕСТАБИЛЬНОСТИ В.И. ЧЕРЕЗ КОВАРИАЦИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ ОДНОВРЕМЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Более точная оценка пикосекундной и субпикосекундной нестабильности прецизионных интервалов времени может быть получена, если нестабильность в.и. оценивать через ковариацию результатов одновременных измерений. В [6] было показано, что ковариация результатов измерений периода тестируемой последовательности импульсов одновременно двумя измерителями позволяет получить оценку величины джиттера периода. Эти результаты полностью распространяемы и на оценку нестабильности в.и., т.е. ковариация результатов одновременных измерений интервала двумя измерителями равна сумме дисперсии источника временных интервалов $D[T]$ и ковариации погрешностей измерения a и b соответственно измерителей A и B :

$$\text{cov}[A, B] = D[T] + \text{cov}[a, b], \quad (5)$$

где $\text{cov}[A, B]$ вычисляется по накопленным в цикле результатам измерений.

Величина $\text{cov}[a, b]$ неизвестна, но если предположить взаимную независимость погрешностей измерителей, то $\text{cov}[a, b] = 0$ и величина ковариации дает оценку величины нестабильности в.и.:

$$\sigma^2 = D[T] = \text{cov}[A, B]. \quad (6)$$

Зависимость III на рис. 2 отображает результаты оценки нестабильности задержки между каналами генератора AFG3252 по ковариации результатов одновременных измерений (в измерительной установке были использованы таймеры A033-ET, имеющие дисперсию ошибок измерения в.и. $D[a] \approx D[b] \approx 6 \text{ пс}^2$, в цикле проводилось $n = 3000$ измерений).

Как показано в [6], большая или меньшая погрешность измерения сказывается только на том, что имеет место больший или меньший разброс получаемых оценок. Поэтому использование в качестве оценки нестабильности ковариации результатов одновременных измерений, когда оценивается собственно нестабильность в.и., без вклада погрешности измерителей, позволяет получить оценку нестабильности существенно ниже (для различных значений задержек генератора AFG3252 – от 2.4 до 5.2 пс), при этом характер зависимости остался примерно тем же (но влияние измерителей уже исключено).

Наиболее полно возможности метода с использованием ковариации демонстрируют исследования в.и. с нестабильностью субпикосекундного уровня. На рис. 4 приведены результаты исследования нестабильности в.и., генерируемого прецизионным генератором временных интервалов на основе кварцевого VCO фирмы FORDAHL (джиттер периода, указанный в технических данных, менее 1 пс).

Эти результаты показывают, что при оценке малой нестабильности как одним измерителем (зависимость I), так и двумя измерителями по дисперсии полусуммы (зависимость II) получается скорее оценка измерителей, чем источника в.и. Только через ковариацию результатов одновременных измерений (зависимость III) возможно получение оценок нестабильности в.и. субпикосекундного уровня (для исследуемого генератора – от 0.75 до 1 пс). Получить оценки нестабильности такого уровня трудно, даже используя скоростные цифровые осциллографы, например осциллограф DSA90804A (полоса 8 ГГц) фирмы Agilent при измерении джиттера временного интервала имеет собственные шумы на уровне 2 пс.

АНАЛИЗ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ПОГРЕШНОСТЬ ОЦЕНКИ НЕСТАБИЛЬНОСТИ ЧЕРЕЗ КОВАРИАЦИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ ОДНОВРЕМЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Аналитические выражения зависимости погрешности получаемых оценок от значения самой исследуемой величины, от точности измерителей и от объема усреднения являются громоздкими и малоинформативными [7]. В то же время процесс измерения достаточно просто моделируется. В одном цикле генерируется три массива случайных чисел с нормальным распределением и варьируемыми среднеквадратичными отклонениями. Один массив – модель нестабильности исследуемого в.и. – суммируется с каждым из массивов, моделирующих ошибки измерителей, и для этих двух полученных сумм подсчитывается ковариация одновременных измерений.

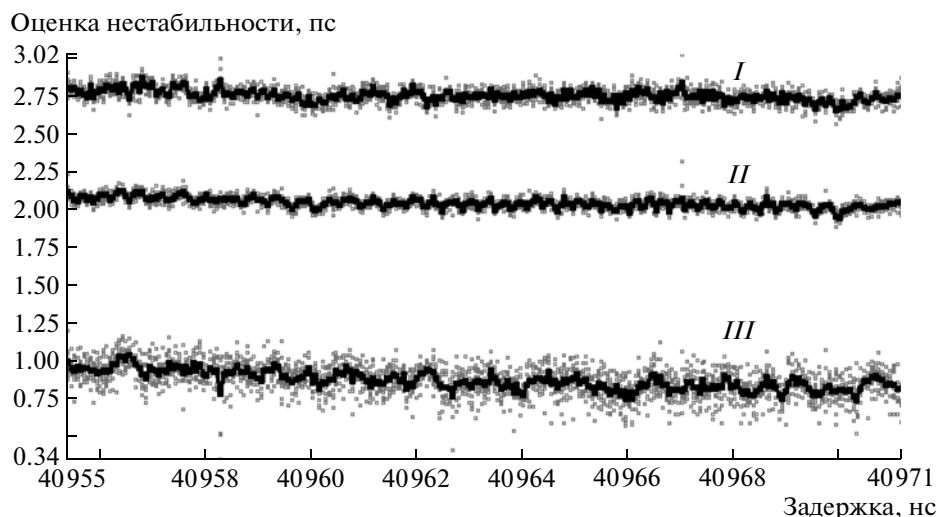


Рис. 4. Оценка нестабильности временного интервала между каналами генератора на основе кварцевого VCO в диапазоне интервалов от 40.955 до 40.971 мкс (шаг ~ 62 пс, $n = 3000$): *I* – по дисперсии результатов измерений одним измерителем, *II* – по дисперсии полусуммы результатов одновременных измерений двумя измерителями, *III* – по ковариации результатов одновременных измерений двумя измерителями. Период следования интервалов 82.92 мкс. Жирной линией выделено усреднение по 10 циклам.

Работу модели иллюстрирует рис. 5, на котором сопоставлены результаты реальных измерений нестабильности в.и., генерируемого генератором на основе кварцевого VCO фирмы FORDAHL (рис. 5а), и результаты вычислительного эксперимента с

моделью (рис. 5б), причем параметры модели были взяты такими же, как и в измерительной установке, т.е. $D[a] \approx D[b] \approx 6$ пс², $n = 3000$. Результаты показаны как функции распределения оценок нестабильности при условии многократного повторения циклов. Это позволяет оценить статистический разброс оценок нестабильности и их погрешность.

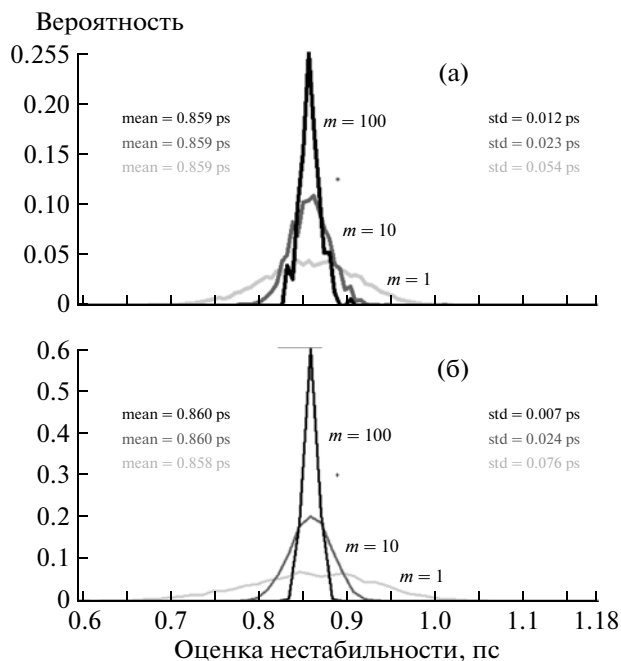


Рис. 5. Оценка нестабильности в.и., генерируемых генератором на основе кварцевого VCO фирмы FORDAHL (величина в.и. – 40.96 мкс, период следования – 81.92 мкс, m – число усредняемых циклов): **а** – реальные измерения; **б** – вычислительный эксперимент.

Оценка нестабильности в.и. без усреднения циклов составила 0.86 пс, а погрешность оценки – 54 фс (по модели – 76 фс), при усреднении по 10 циклам погрешность оценки уменьшилась до 23 фс (по модели 24 фс), а при усреднении по 100 циклам – до 12 фс (по модели 7 фс). Результаты показывают как эффективность усреднения результатов измерения при повторении циклов, так и соответствие модели реальной измерительной установке.

Эти результаты также свидетельствуют и о некоторых ограничениях предлагаемого метода. Метод является принципиально статистическим и требует накопления больших массивов данных, причем чем выше необходимая точность оценки, тем больше затраты времени. Так, относительная погрешность оценки нестабильности без усреднения циклов довольно велика (рис. 5, $m = 1$) и составляет примерно $\pm 20\%$ (по уровню 3σ). Чтобы повысить точность оценки до $\pm 5\%$, необходимо повторить циклы измерения, как минимум, 100 раз ($m = 100$). Поэтому метод наиболее эффективен при проведении исследований быстрых изменений (джиттера) временных интервалов на- и микросекундного диапазона.

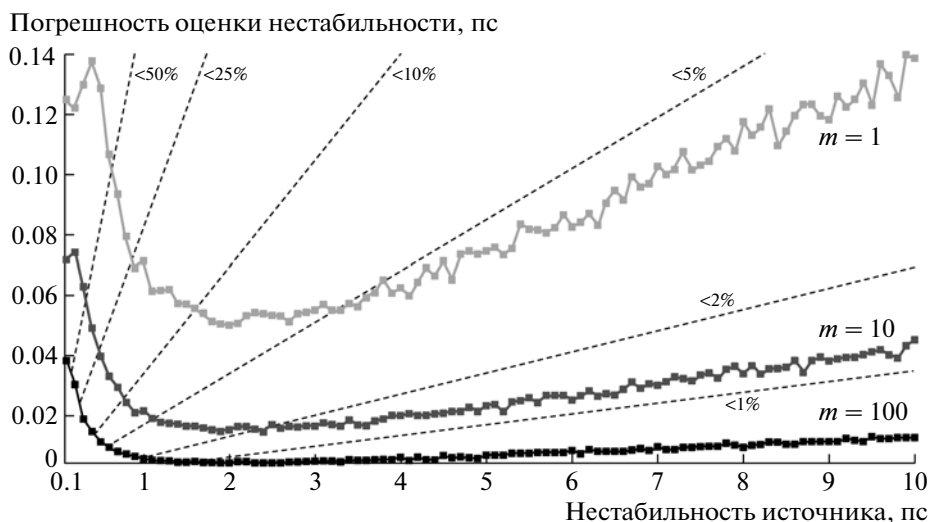


Рис. 6. Результаты моделирования зависимости погрешности оценки нестабильности от ее величины для $m = 1, 10, 100$. Показаны границы относительной погрешности оценок от 1 до 50%.

На рис. 5б представлен результат моделирования только для одного конкретного значения (0.86 пс) нестабильности в.и. исследуемого источника. Проводя вычислительный эксперимент для различных значений нестабильности, можно смоделировать зависимость погрешности оценки нестабильности в.и. от величины самой нестабильности (рис. 6; параметры для вычислительного эксперимента были взяты такими же, как и в измерительной установке).

На рис. 6 показаны границы относительной погрешности оценок от 1 до 50%, что позволяет установить минимальную нестабильность, определяемую с заданной относительной погрешностью. Так, если задана относительная погрешность не хуже 10%, то для $m = 1$ минимально оцениваемая нестабильность составляет 1.3 пс, для $m = 10$ диапазон измеряемых нестабильностей расширяется до 0.6 пс, а для $m = 100$ — до 0.4 пс. Эти цифры представляют собой модельные оценки возможностей измерительной установки, реально проверить которые можно только при наличии генераторов в.и. соответствующего уровня прецизионности.

На первый взгляд, увеличивая число усредняемых циклов m , можно неограниченно повышать точность оценки нестабильности. Это не так, потому что согласно (5) в погрешность оценки входит величина $\text{cov}[a, b]$ как систематическая составляющая погрешности, причем эта составляющая равна нулю только в случае обеспечения независимости погрешностей измерения таймеров (на основании этого допущения было записано выражение (6)).

Эксперименты показали, что одним из наиболее существенных факторов, влияющих на корре-

ляцию погрешностей измерителей, является использование общего источника внешней опорной частоты (на рис. 3 это соответствует использованию общего сигнала опорной частоты 10 МГц). При этом неустойчивый характер образующихся взаимосвязей погрешностей измерителей отражается в значительном увеличении разброса оценок нестабильности. Этот фактор легко устраним, если для измерителей использовать различные источники внешней опорной частоты.

Другим существенным фактором могло быть влияние единой частоты сети переменного тока через блоки питания. Однако такое влияние характерно для аналоговых источников питания, которые сейчас практически не используются. Современные импульсные блоки питания имеют индивидуальные рабочие частоты килогерцового диапазона, что исключает возможность проявления такого механизма корреляции погрешностей.

В принципе, трудности с оценкой реальной величины $\text{cov}[a, b]$ представляют собой определенное ограничение метода, так как гипотетически можно предположить наличие еще каких-то тонких механизмов корреляции погрешностей измерителей (например, связанных с их чувствительностью к эфирным помехам). Во всяком случае, выявление как самих механизмов корреляции погрешностей измерителей, так и значимости их влияния представляется предметом отдельного исследования.

ВЫВОДЫ

По мнению авторов, метод оценки нестабильности в.и. по ковариации результатов одновременных измерений позволяет проводить исследования

нестабильности пикосекундного и субпикосекундного уровня. Метод основан на использовании доступной аппаратуры для временных измерений и сопоставим по точности с использованием скоростных цифровых осциллографов. Возможности конкретной измерительной установки определяются параметрами используемых измерителей (погрешность измерения однократного в.и., объем зарегистрированных в цикле результатов измерений) и легко определяются из модели. Высока эффективность усреднения получаемых оценок при повторении циклов. Метод применим и для исследования других параметров прецизионных импульсных последовательностей, в частности нестабильности (джиттера) периода. Определенные ограничения метода связаны с необходимостью накопления больших объемов результатов измерений.

Работа выполнена при поддержке фонда Европейского регионального развития (проект 2010/0283/2DP/2.1.1.1.0/10/APIA/VIAA/084).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kalisz J., Poniecki A., Różyk K.* // Rev. Sci. Instrum. 2003. V. 74. № 7. P. 3507.
2. http://www.edi.lv/media/uploads/UserFiles/event_timing/TimingNews.htm
3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Наука. 1969. С. 324.
4. New Products: Time-Interval Analyzer // Power Electronics Technology. July 1. 2008.; www.b-i-inc.com/Products/TIAs/BI200.aspx
5. *Грановский В.А., Сирая Т.Н.* Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Электроатомиздат, 1990. С. 163.
6. *Беспалько В., Буль Е.* // Измер. техника. 2011. № 6. С. 59.
7. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: Физматлит, 2006. С. 606.