ПРИБОРЫ И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА, 2011, № 5, с. 129–135

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ЭКОЛОГИИ, МЕДИЦИНЫ, БИОЛОГИИ

УДК 552.08:556.332.4

ТЕХНИКА ИЗМЕРЕНИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ ОБРАЗЦОВ АНИЗОТРОПНЫХ ГОРНЫХ ПОРОД ДЛЯ ВОДЫ И ГАЗА

© 2011 г. В. М. Шмонов*, В. И. Мальковский**, ***, А. В. Жариков*, **

* Институт экспериментальной минералогии РАН Россия, 142432, Черноголовка Московской обл., ул. Институтская, 4 ** Институт геологии рудных месторождений РАН, Москва, Россия *** Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва, Россия Поступила в редакцию 09.11.2010 г.

После доработки 16.03.2011 г.

Описаны методика, аппаратура и программные средства для измерения проницаемости (в том числе анизотропной) образцов горных пород для воды и газа с учетом изменения плотности и динамической вязкости фильтрующейся среды. Предложенный метод позволяет с высокой точностью (до 3-5%) определять проницаемость в диапазоне значений от 10^{-22} до 10^{-15} м² при эффективных давлениях до 50 МПа и температурах до 300° С. Разработанные аппаратура и методика обеспечивают в ходе одного опыта на единственном образце одновременное определение осевой и радиальной компонент проницаемости образца для воды, а также параметра Клинкенберга, характеризующего поровое пространство породы.

Проницаемость — это свойство пористых сред (в частности, горных пород) пропускать газ или жидкость. Течение жидкостей и газов через пористые среды количественно характеризуется вектором скорости фильтрации **u**. Процесс однофазной фильтрации через пористую среду описывается законом Дарси [1]:

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \tag{1}$$

где k, м² — проницаемость пористой среды; µ, Па · с – динамическая вязкость фильтрующейся среды; p, Па – давление фильтрующейся среды.

Проницаемость горных пород является одним из основных параметров, определяющих динамику движения жидкостей и газов в породах земной коры. Поэтому для решения многих важных задач геологии и геоэкологии необходимо иметь возможность точно определять значения проницаемости образцов горных пород. Проблема состоит в том, что данный параметр является наиболее вариабельным из петрофизических свойств: диапазон изменения его значений охватывает до девяти десятичных порядков [2]. Это вызвано тем, что проницаемость горных пород для жидкости и газа определяется степенью связанности и размерами поровых каналов, которые могут изменяться от нескольких десятых долей микрометра до десятых долей сантиметра. Поскольку проницаемость является тензорной величиной, необходимо также количественно оценивать степень ее анизотропии.

Другой специфической особенностью исследования проницаемости горных пород для жидкости или газа является необходимость проведения экспериментов при высоких температурах, отвечающих условиям естественного залегания глубинных пород или ближней зоны теплогенерирующего могильника высокорадиоактивных отходов. В этом случае необходимо исключить геохимические преобразования при взаимодействии породы с фильтрующейся средой.

Из (1) видно, что высокие скорости фильтрации и, следовательно, увеличение точности измерений и сокращение их длительности могут быть обеспечены применением веществ с меньшей динамической вязкостью. Таким образом, наиболее благоприятными для изучения фильтрации являются инертные газы. Однако при применении газов поперечные размеры поровых каналов, по которым течет газ, могут быть сопоставимы с длиной свободного пробега молекул газа. В этом случае на скорость течения газа в поровом канале существенное влияние может оказывать скольжение газа вдоль стенок, вследствие чего вместо вязкого реализуется кнудсеновский режим течения [3]. Этот эффект исследовался экспериментально в работе [4]. Результаты опытов показали, что проницаемость k_w пористой среды для воды отличается от проницаемости k этой среды для газа, причем k_w и k связаны соотношением

$$k = k_w \left(1 + \frac{4c\lambda}{r} \right) = k_w \left(1 + \frac{b}{p} \right), \tag{2}$$

где λ , м — средняя длина свободного пробега молекул газа при давлении p; c — безразмерный параметр, зависящий от формы поперечного сече-



Рис. 1. а – схема измерений проницаемости модифицированным нестационарным методом; **б** – изменение давления p_{in} во входном резервуаре в процессе измерений.

ния капилляра и имеющий порядок единицы; *r*, м — радиус капилляра.

Не зависящая от давления величина b, Па, получила название параметра Клинкенберга. Этот параметр характеризует форму и эффективный радиус поровых каналов. Поскольку в образцах горных пород r меняется на несколько порядков, экспериментальное определение зависимости bот r возможно только на образцах искусственных пористых сред. Теоретические оценки зависимости b от r приведены в [5]. Из (2) следует, что kстремится к k_w с ростом p. На основании соотношения (2) можно определить величину k_w по нескольким значениям k, измеренным при различных p. Надежность такого способа определения k_w с помощью измерений на газе экспериментально показана в [6].

В настоящей работе представлены новые методика и аппаратура для высокоточных лабораторных измерений проницаемости (в том числе анизотропной) как при нормальных, так и при высоких (*p*, *T*)-параметрах. Для изучения фильтрации через образец используется инертный газ – аргон. Аппаратура и методика разработаны на основе нестационарного метода, модифицированного с учетом эффекта Клинкенберга и изменения плотности и динамической вязкости газа при фильтрации через образец. Проницаемость для воды может быть получена в широком диапазоне значений (10⁻²²–10⁻¹⁵ м²) при одновременном (в ходе того же опыта) определении параметра Клинкенберга. Для слоистого образца с одноосной анизотропией (один из наиболее часто встречающихся типов анизотропии горных пород) предложенные аппаратура и методика позволяют одновременно получать и осевую, и радиальную компоненты тензора проницаемости.

Теоретической основой методики, реализованной в виде комплекса программных и аппаратных средств, является модель нестационарной фильтрации аргона через образец цилиндрической формы.

При определении изотропной проницаемости (рис. 1) основания цилиндрического образца открыты, а боковая поверхность уплотнена непроницаемым для газа материалом. Входное сечение образца соединяется с газовой камерой малого объема. В начальный момент времени входная камера соединяется с газовым баллоном высокого давления, и в нее поступает некоторое количество газа. При этом давление в камере *p*_{in} поднимается скачкообразно от $p_{aтм}$ до $p_{aтm} + \Delta p$. В отличие от традиционной техники [7] скачок давления значителен (до 3 МПа), а выходное сечение образца сообщается с атмосферой (как будет показано ниже, эти отличия являются принципиальными и позволяют существенно уменьшить длительность измерений). Затем вентиль, соединяющий камеру с баллоном, закрывается, и в результате фильтрации газа через образец давление газа в камере уменьшается, причем скорость уменьшения давления зависит от проницаемости образца. Отсутствие просачивания газа вдоль боковой поверхности образца обеспечивалось за счет давления воды, прижимающей с внешней стороны непроницаемое уплотнение.

В этом случае линии тока газа представляют собой отрезки прямых, перпендикулярных основаниям образца. Вследствие этого процесс фильтрации может быть описан в одномерном приближении. В общем случае вектор скорости фильтрации газа в образце удовлетворяет уравнению неразрывности [1]:

$$\varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \qquad (3)$$

где ρ , кг/м³ – плотность газа; ϕ (безразмерная величина) – пористость пород; *t*, с – время.

Плотность аргона при (p, T)-условиях эксперимента с удовлетворительной точностью определяется уравнением состояния идеального газа. Тогда, подставляя (1) и (2) в (3), в одномерном случае получим:

$$\varphi \frac{\partial p}{\partial t} = k_w \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{p}{\mu} \left(1 + \frac{b}{p} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right], \quad 0 < x < L,$$
(4)

где *х* — координата, ось которой направлена вдоль оси симметрии образца так, что входное сечение

ПРИБОРЫ И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА № 5 2011



Рис. 2. Результаты экспериментального определения проницаемости: а – модифицированным нестационарным методом (гранит, образец т-65 (месторождение Стрельцовское, Восточное Забайкалье), изотропный, проницаемость $0.401 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$; **б** – методом формы потока в режиме 1 (*I*) и в режиме 2 (*2*) (дацит, образец т-1, месторождение Стрельцовское, Восточное Забайкалье), анизотропный: слоистая анизотропия вызвана флюидальной текстурой породы; проницаемость вдоль флюидальности $0.658 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2$, перпендикулярно к флюидальности – $0.152 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$). Точки – экспериментальные данные, линии – результаты численного решения.

соответствует значению x = 0; *L* – расстояние между входным и выходным сечением образца.

Согласно условиям эксперимента, граничные условия для уравнения (4) примут вид

$$p(t,0) = p_{in}(t), \quad p(t,L) = p_{atm},$$
 (5)

а начальные условия запишутся в виде

$$p(0,x) = p_{\text{atm}},\tag{6}$$

где p_{in} , Па — давление во входной камере; p_{atm} , Па – атмосферное давление.

Для определения зависимости p_{in}(t) рассмотрим уравнение изменения массы газа во входной камере:

$$V\frac{d\rho_{in}}{dt} = -S\rho_{in} u\big|_{x=0},\tag{7}$$

где V, м³ – объем входной камеры; S, м² – площадь сечения образца; р_{іn}, кг/м³ – плотность газа во входной камере.

Подставляя (1) и (2) в (7), получим

$$\frac{dp_{in}}{dt} = \frac{S p_{in}k_w}{V\mu} \left(1 + \frac{b}{p_{in}}\right) \frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{x=0}.$$
(8)

Уравнение фильтрации (4) интегрировалось численно методом Кранка-Никольсона второго порядка точности относительно шагов разностной сетки по x и t [8]. Вязкость газа при различных параметрах состояния определялась по известным аппроксимационным соотношениям из [9].

Полученная расчетным путем зависимость $p_{in}(t)$ сравнивалась с измеренной в эксперименте (рис. 2а). Путем минимизации интегральной функции квадратичной невязки модифицированным градиентным методом подбирались такие значения параметров k_w и b, при которых рассогласование вычисленных и измеренных значений $p_{in}(t)$ было минимальным. Таким образом, метод позволяет по результатам одного опыта с фильтрацией газа определить проницаемость образца k_w для воды и значение параметра Клинкенберга b. Следует отметить, что в экспериментах на образцах пород с пористостью $\phi < 0.1$ (10%) существенного влияния пористости на результаты определения k_w и *b* не наблюдалось. Следовательно, при $\phi < 0.1$ значения k_w и b можно определять с удовлетворительной точностью при использовании вместо уравнения (4) его квазистационарного приближения.

Описанный метод измерения проницаемости образцов пород, основанный на нестационарной фильтрации газа через образец, получил название метода затухания импульса [7]. Проницаемость образца можно определить и с помощью стационарного метода. При этом боковая поверхность цилиндрического образца также изолируется, а давление газа у входного и выходного сечений поддерживается постоянным. Скорость фильтрации определяется по объему газа, прошедшего через образец в единицу времени (при этом, разумеется, необходимо учитывать, что вследствие изменения давления скорость фильтрации газа по длине образца меняется). Поскольку давление газа у входного и выходного сечений известно, по формуле (1) сразу можно определить величину проницаемости. Точность измерения скорости фильтрации в этом случае непосредственно зависит от точности измерения объема профильтровавшегося газа. При проницаемости пород ~10⁻²⁰ м² и ниже это требует очень большой продолжительности эксперимента. При использова-

ПРИБОРЫ И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА № 5 2011



Рис. 3. Схема измерений методом изменения формы потока: а – режим 1; б – режим 2.

нии же нестационарного метода измеряется падение давления во входной камере. Эти измерения осуществляются с более высокой точностью, поэтому для проведения эксперимента требуется меньшее время, чем при использовании стационарного метода [7].

При определении изотропной проницаемости во входном и выходном сечениях образца создаются условия для равномерного втекания и вытекания газа. Как уже отмечалось, течение газа в этом случае является одномерным, а линии тока представляют собой отрезки прямых, перпендикулярных основаниям образца. Определение проницаемости слоистых пород с одноосной анизотропией проводится на цилиндрическом образце, ось которого перпендикулярна плоскости слоистости, а фильтрация осуществляется в двух режимах, как это показано на рис. 3.

В первом режиме (рис. За) газ вводится в образец лишь через круг малого радиуса, расположенный на оси образца (остальная часть входного сечения является непроницаемой для газа). Так как распределение газа по входному сечению неоднородно, линии тока станут криволинейными, причем степень искривления линий тока (а значит, и характеристик течения) будет зависеть от степени анизотропии проницаемости.

Во втором режиме (рис. 3б) газ вводится не только через малую круговую область, расположенную на оси, но и через тонкую кольцевую область на периферии входного сечения. В этом случае ввод газа осуществляется более равномерно по входному сечению, линии тока будут менее искривленными, чем при первом режиме, и, следовательно, осевая составляющая проницаемости оказывает меньшее влияние на фильтрацию газа. Сопоставляя характеристики течения, измеренные в двух режимах, можно определить не только осевую, но и радиальную компоненты проницаемости (рис. 26) [10]. Такой способ определения проницаемости пород со слоистой анизотропией был назван методом изменения формы потока.

Теоретической основой метода изменения формы потока является двумерная модель осесимметричной фильтрации газа через образец, ось которого перпендикулярна плоскости слоистости. С учетом эффекта Клинкенберга компоненты проницаемости описываются выражениями:

$$k_l = k_l^0 \left(1 + \frac{b}{p}\right), \quad k_t = k_t^0 \left(1 + \frac{b}{p}\right),$$

где k_l , k_t — соответственно продольная и поперечная компоненты проницаемости для газа; k_l^0 , k_t^0 — компоненты продольной и поперечной проницаемости для жидкости.

Газ, используемый при измерении проницаемости, в диапазоне температур, представляющем практическое значение, хорошо описывается уравнением состояния идеального газа. Тогда в квазистационарном приближении (применимом, как показали эксперименты на изотропных образцах, при $\phi \le 0.1$) процесс фильтрации газа через образец описывается нелинейным уравнением

$$k_{l}^{0} \frac{\partial}{\partial z} \left[(p+b) \frac{\partial p}{\partial z} \right] + \frac{k_{l}^{0}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (p+b) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = 0, \qquad (9)$$
$$0 \le z \le L, 0 \le r \le r_{0},$$

где r, z – цилиндрические координаты; L – длина образца; r_b – радиус основания образца.

Граничные условия для (9) в первом режиме запишутся в виде:



Рис. 4. Схема экспериментальной ячейки (**a**) и установки (**б**) для измерений анизотропной проницаемости образцов горных пород. *1* – образец; *2* и *3* – пуансоны; *4* – прокладка; *5* – сетка; *6* – уплотняющая термоусадочная трубка; *7* – кольцо; *8* – хомут; *9* – корпус ячейки; *10* – сосуд высокого давления; *11* – винтовой пресс; *12*, *19* и *20* – вентили; *13* и *16* – манометры; *14* – электропечь; *15* и *17* – емкости для газа; *18* – входной резервуар с датчиком давления; *21* – компьютер.

$$z = 0, \quad \begin{cases} 0 \le r \le r_0, \quad p = p_{in}; \\ r_0 \le r \le r_b, \quad \partial p / \partial z = 0, \end{cases} \quad z = L, \quad p = p_{out},$$

где *r*₀ – радиус осевой зоны ввода газа.

В случае второго режима фильтрации граничные условия примут вид:

$$z = 0, \quad \begin{cases} 0 \le r \le r_0, \quad p = p_{in}; \\ r_0 \le r \le r_b - \delta, \quad \partial p / \partial z = 0; \\ r_b - \delta \le r \le r_b, \quad p = p_{in}; \\ z = L, \quad p = p_{out}, \end{cases}$$

где δ — ширина периферического кольцевого участка ввода газа.

Как и при определении изотропной проницаемости, рассмотрим уравнение изменения массы газа во входной камере

$$\frac{dp_{in}}{dt} = \frac{p_{\text{атм}}}{V\rho_0} w, \quad p_{out} = p_{\text{атм}}$$

где ρ_0 — плотность газа при атмосферном давлении; *w* — масса газа, проходящего через образец в единицу времени (массовый расход газа):

$$w = \frac{2\pi k_l^0 \rho_0}{\mu} \left(1 + \frac{b}{p_{\text{aTM}}} \right) \int_0^{r_b} \frac{\partial p}{\partial z} \bigg|_{z=L} r \, dr.$$

Решив уравнение (9) при соответствующих граничных условиях и получив распределение давле-

ПРИБОРЫ И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА № 5 2011

ния газа в образце p(r, z), можно определить массовые расходы газа в первом и во втором режимах, которые обозначим соответственно w_1 и w_2 . Введем переменную относительного массового расхода $G = w_2/w_1$ и параметр анизотропии $K = k_i^0/k_i^0$. Чем более ярко выраженной является функциональная зависимость G(K), тем с большей точностью сопоставление расходов газа в первом и втором режимах позволяет судить о степени анизотропии проницаемости.

Величины расходов газа определялись по решению приведенного выше уравнения фильтрации в безразмерной форме. Решение было получено методом конечных элементов [11].

Значительным преимуществом предлагаемой методики, по сравнению с существующими, является отсутствие необходимости в проведении повторных циклов изменения температуры и давления при исследовании анизотропии проницаемости пород при высоких (p, T)-параметрах.

Для реализации представленных выше новых методик в ИЭМ РАН разработана экспериментальная установка. Основным узлом установки является ячейка для исследования анизотропии проницаемости, схема которой представлена на рис. 4а.

Для опытов использовались образцы диаметром до 25 мм и высотой до 21 мм, изготовленные алмазным инструментом таким образом, чтобы оси цилиндров были перпендикулярны слоистости породы. Все образцы очищались спиртом в ультразвуковой ванне, чтобы удалить загрязнения, образовавшиеся в процессе изготовления. Затем образцы тщательно высушивались в муфельном шкафу. Скорость нагрева образцов составляла 2-3°С/мин для исключения растрескивания пород. Оценки времени сушки в зависимости от проницаемости пород и температуры сушки с учетом капиллярных эффектов приведены в [12]. Для сушки была выбрана максимальная температура 105°С, при которой еще не происходит разуплотнения пород и деградации глинистых минералов. В зависимости от проницаемости образцов время сушки составляло от двух суток до одного месяца.

Диаметр и высоту образцов определяли с точностью ±0.005 мм. Вес высушенных образцов измеряли на аналитических весах с точностью ±0.0002 г. На ранних этапах экспериментальных работ изготовленные образцы просматривались под сканирующим электронным микроскопом для выявления образования микротрещин по периферии. Наблюдения показали, что разрушения в образцах отсутствовали. В частности, гарантией сохранения целостности образца являлось "полное" отсутствие фильтрации аргона через слабопроницаемые образцы в течение суток при чувствительности измерительной системы 0.002 см³.

Образец 1 зажат между пуансонами 2 и 3 (рис. 4а). При исследовании анизотропии проницаемости ввод газа в режиме 1 осуществляется через центральное отверстие Ц, в режиме 2 – как по центру, так и через отверстия в круговой канавке О. Чтобы изолировать ввод газа по центру от ввода по окружности, между верхним пуансоном 2 и образцом 1 проложена резиновая прокладка 4 с отверстием в центре. Для сбора газа С со всей поверхности противоположной стороны образца между нижним пуансоном 3 и образцом 1 проложена сетка из фторопласта 5. Чтобы предотвратить продавливание резины в уступ, на торце верхнего пуансона помещено тонкостенное кольцо 7 из нержавеющей стали. Образец, пуансоны, кольцо и прокладки уплотнены при помощи термоусадочной трубки 6. Нижний конец трубки зажат хомутом 8, верхний – прижат к корпусу ячейки высокого давления 9. Корпус ячейки и пуансоны изготовлены из нержавеющей стали 12X18H10T.

Максимальное обжимающее давление составляет 50 МПа. При использовании термостойких материалов для уплотнения образца эксперименты можно проводить при температурах до 300°C.

На рис. 46 показана схема установки. Экспериментальная ячейка помещается в сосуд высокого давления 10. Вода, передающая обжимаю-

щее давление на образец, сжимается винтовым прессом 11 и подается в сосуд высокого давления по магистрали через вентиль 12. За счет давления воды уплотняющая пленка прижимается к боковой поверхности образца и препятствует протечкам аргона по образующей образца. Обжимающее давление измеряется манометром 13 класса 0.6 с погрешностью ±0.36 МПа. Образец нагревается электропечью 14. Для фильтрации через образец используется аргон чистотой 99.92. Газ поступает из емкости 15 по капиллярам через образцовый манометр МО класса 0.16 (16), вентили 19, 20, входной резервуар с датчиком давления ДД-100 (18), который позволяет проводить измерения с точностью ± 0.01 МПа, во входное сечение образца. Через противоположное сечение образца аргон выходит непосредственно в атмосферу. В газовой линии установки имеется также дополнительная емкость 17. Подключая или закрывая эту емкость, можно изменять объем входной камеры и таким образом задавать оптимальную скорость фильтрации газа через образец. Давление обжима, давление газа, температура окружающей среды, образца и входного резервуара регистрируются электронной системой и записываются компьютером 21. Затем эти данные обрабатываются с помощью разработанного авторами специального комплекта программ, реализующих приведенные выше методики определения проницаемости.

Использование входных камер различной емкости (5, 10, 100, 1000 см³) при измерении проницаемости в широком диапазоне значений позволяло избегать как чрезмерно малого, так и чрезмерно большого времени проведения опыта (длившегося от нескольких минут до нескольких суток). Эксперименты, как правило, проводились на образцах диаметром 25 мм и высотой 8 мм. При этом, например, при исследовании образца проницаемостью $3.5 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ давление в камере объемом 1000 см³ снизилось от начального значения 0.5 МПа до значения 0.1 МПа за 300 с, а при исследовании образца проницаемостью 5.7 · 10⁻²² м² и использовании входной камеры объемом 5 см³ начальное давление 12 МПа снизилось до 2.4 МПа приблизительно за 3.5 сут.

Как показано в [10], для точного определения проницаемости образца необходимо точно измерять давление газа во входной камере и проводить опыт в условиях изменения давления в достаточно большом диапазоне. Для измерения давления использовались высокочувствительные пьезодатчики, давление в ходе одного опыта измерялось многократно, до ~ 10^3 . Это позволило обеспечить точность результатов до 3-5%.

Таким образом, разработанные авторами аппаратура и методика позволяют в ходе одного опыта на единственном образце одновременно определить проницаемость образца для воды, анизотропию проницаемости и параметр Клинкенберга. Компоненты анизотропной проницаемости образцов горных пород для воды могут быть определены с высокой точностью (до 3-5%) в диапазоне значений от 10^{-22} до 10^{-15} м² при эффективных давлениях до 50 МПа и температурах до 300° С.

Разработанная техника успешно используется для решения важных геологических и геоэкологических задач: для определения фильтрационных свойств основных типов пород Стрельцовского урановорудного поля [13] и участков значительного радиоактивного загрязнения подземной среды, связанного с размещением и захоронением радиоактивных отходов (ПО Маяк и Красноярский ГХК) [14, 15].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 11-05-00778), Программы 4 РАН (Направление 1) и Программы 8 ОНЗ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Bear J.* Dynamics of fluids in porous media. N.Y.: Am. Elsevier, 1972.
- Brace W.F. // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 1980. V. 17. № 5. P. 241.
- 3. *Коллинз Р.* Течения жидкостей через пористые материалы. М.: Мир. 1964.

- 4. *Klinkenberg L.J.* // Drilling and Production Practice. N.Y.: American Petroleum Institute, 1941. P. 200.
- Балашов В.Н., Зарайский Г.П. // Очерки физикохимической петрологии. Вып. Х. М.: Наука. 1982. С. 69.
- 6. Jermy C.A., Venter B.J. //Bulletin of the International Association of Engineering Geology. 1995. № 52. P. 79.
- 7. Brace W.F., Walsh J.B., Frangos W.T. // J. Geophys. Res. 1968. V. 73. № 6. P. 2225.
- Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
- Зубарев В.Н., Козлов А.Д., Кузнецов В.М. и др. Теплофизические свойства технически важных газов при высоких температурах и давлениях: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1989.
- Мальковский В.И., Жариков А.В., Шмонов В.М. // Физика Земли. 2009. № 2. С. 3.
- 11. Zienkiewicz O.C., Morgan K. Finite elements and approximation. N.Y.: John Wiley & Sons. 1983.
- 12. Malkovsky V.I., Zharikov A.V., Shmonov V.M. // Experiment in Geosciences. 2004. V. 12. № 1. P. 32.
- Жариков А.В., Шмонов В.М., Бурмистров А.А., Алешин А.П. // Электронный научно-информационный журнал "Вестник Отделения наук о Земле РАН". 2008. Т. 26. № 1. М.: ИФЗ РАН; URL: http:// www.scgis.ru/russian/cp1251/h_dgggms/1-2008/informbul-1_2008/geomaterial-3.pdf
- Лаверов Н.П., Петров В.А., Величкин В.И. и др. // Геоэкология. 2002. № 4. С. 293.
- 15. Лаверов Н.П., Петров В.А., Величкин В.И. и др. // Геоэкология. 2003. № 1. С. 5.