

**ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ЭКОЛОГИИ,
МЕДИЦИНЫ, БИОЛОГИИ**

УДК 520.2/8

**ВТОРАЯ ВЕРСИЯ СОЛНЕЧНОГО СПЕКТРОМАГНИТОГРАФА ИЗМИРАН.
ЧАСТЬ 2. АЛГОРИТМЫ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ**

© 2011 г. Е. А. Руденчик, В. Н. Обридко, И. Е. Кожеватов*, Е. Г. Безрукова**

*Институт земного магнетизма ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН
Россия, 142090, Троицк Московской области*

** Научно-исследовательский радиофизический институт
Россия, 603950, Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12а*

*** Ярославский государственный технический университет
Россия, 150023, Ярославль, Московский просп., 88*

E-mail: ruden_ea@mail.ru; kozh-ie@mail.ru; bezrukovaeg@ystu.ru

Поступила в редакцию 11.01.2011 г.

Описаны система экспериментов и алгоритмы обработки данных, позволяющие устранять систематические ошибки, обусловленные инструментальными эффектами спектромагнитографа. Показано, что остаточная систематическая ошибка измерений параметров Стокса примерно в три раза меньше, чем статистические ошибки, связанные с квантовыми шумами приемников.

**1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ**

В новой версии спектромагнитографа ИЗМИРАН по сравнению с его первой версией пространственный шум уменьшился в 4–5 раз [1, 2], что позволило повысить чувствительность магнитографа к слабым полям. Однако при этом возросли требования к точности компенсации систематических ошибок, вызванных наличием aberrаций оптики спектромагнитографа, фона, рассеянного света, интерференционных эффектов и неравномерности коэффициента пропускания и чувствительности пикселей. Именно вопросам компенсации этих ошибок и посвящена настоящая статья. В то же время точность определения матрицы преобразования параметров поляризации не является критической для слабых полей, и она, как и в первой версии спектромагнитографа, проводится по методике, изложенной в [3].

Процедура определения магнитного поля и поля скоростей по данным спектромагнитографа разбивается на два в известной мере независимых этапа. На первом этапе – предварительной обработки данных – по данным спектромагнитографа восстанавливаются параметры Стокса солнечного излучения. На втором этапе по параметрам Стокса, точнее по профилям магнитоактивных линий в различных поляризациях, определяются магнитное поле, поле скоростей и, возможно, другие параметры солнечной плазмы. Именно на втором этапе возникает неоднозначность интерпретации данных, связанная со сложностью теории образования линий [2]. Что же касается первого этапа, то он требует исследования и коррект-

ного учета инструментальных эффектов и должен приводить к однозначным результатам.

Дадим математическую формулировку задачи. Будем считать, что:

- 1) телескоп строит на входной щели спектрографа идеальное изображение Солнца, и входная щель спектрографа – бесконечно тонкая;
- 2) при каждой длине волны спектрограф строит на входной щели магнитографа идеальное изображение входной щели спектрографа;
- 3) магнитограф строит в плоскости п.з.с.-матрицы шесть изображений входной щели магнитографа (регионов), каждое со своим состоянием поляризации; изображения идеальны в том смысле, что каждой точке на входной щели магнитографа соответствуют шесть идеальных точек на изображениях щели, т.е. можно пренебречь всеми aberrациями оптики магнитографа, кроме дисторсии (искажения формы линий).

Перечисленные предположения необходимы (но не достаточны) для того, чтобы сформулировать следующее основное предположение: сигнал, регистрируемый на п.з.с.-матрице, можно представить в виде:

$$\tilde{I}_r^{(l)}(x_r, y_r) = T_r(x_r, y_r) + J^{(l)}(y) a_r^{(l)} b_r(x, y) \times \left\{ \left[1 + N_r(s^{(l)}, x, y) \right] \sum_{k=0}^3 M_{rk} S_k^{(l)}(x, y) + R_r(x, y) \right\}, \quad (1.1)$$

где $r = 1, \dots, 6$ – номер региона; l – номер эксперимента (номер кадра или усредненной последовательности кадров, полученных при неизменных условиях наблюдений); $x_r \equiv x_r(x, y)$, $y_r \equiv y_r(x, y)$ – координаты, связанные с пикселями матрицы

(целым значениям координат соответствуют центры пикселей с соответствующими номерами столбца и строки); y – координата, описывающая положение точки исследуемой области Солнца на входной щели спектрографа; x – координата, соответствующая длине волны.

Дадим определение всем членам в правой части формулы (1.1).

$S_k^{(l)}(x, y)$ – параметры Стокса солнечного излучения, нормированные на континуум. В континууме $S_0^{(l)}(x, y) = 1$, $S_k^{(l)}(x, y) = 0$, $k = 1, 2, 3$. Для теллурических линий $S_0^{(l)}(x, y) = S_0^{(l)}(x)$, $S_k^{(l)}(x, y) = 0$, $k = 1, 2, 3$.

M_{rk} – матрица преобразования параметров поляризации, нормированная так, что $M_{r0} = 1$ [3].

$N_r(s^{(l)}, x, y)$ – малая безразмерная функция с амплитудой изменения порядка 0.01, описывающая интерференционные эффекты. При сдвигах спектра на величину $s^{(l)}$ с помощью поворота дифракционной решетки интерференционная картина меняется по синусоидальному закону:

$$N(s^{(l)}, x, y) = c_r(x, y) \cos(\psi_r(x, y) + k_r(x, y)(s^{(l)} + x)), \quad (1.2)$$

что и является основой для ее определения при любом положении спектра (см. разд. 3).

$J^{(l)}(y)$ при калибровке – коэффициент, описывающий прозрачность системы при передаче изображения спокойной области Солнца на щель спектрографа. Он учитывает наличие небольшой облачности и пыли в окрестности щели и по условиям каждого эксперимента должен быть близок к единице. Его среднее значение по большому числу экспериментов равно единице.

$J^{(l)}(y)$ при измерениях в активных областях – коэффициент, описывающий изменение интенсивности континуума, главным образом, в солнечных пятнах.

$b_r(x, y)$ – произведение коэффициента прозрачности при передаче изображения от входной щели спектрографа до п.з.с.-матрицы на чувствительность пикселей матрицы. Будем называть этот параметр коэффициентом чувствительности. Предполагается, что он не зависит от номера эксперимента – в противном случае его определение было бы невозможно.

В новой версии спектромагнитографа вся поляризационная оптика находится в фурье-плоскости по отношению к изображению, что существенно уменьшило влияние “артефактов” (грязи, пыли и т.д.), примерно в 2 раза снизило уровень рассеянного света и увеличило равномерность его распределения. Кроме того, поляризационная оптика спектромагнитографа погружена в иммерсионную жидкость, что значи-

тельно снизило интенсивность динамических процессов, повысило обоснованность предположения о независимости коэффициента чувствительности от номера эксперимента и, в конечном счете, привело к уменьшению пространственного шума в 3–4 раза.

Отметим, что поскольку в (1.1) входит произведение $J^{(l)}(y)b_r(x, y)$, то коэффициент чувствительности $b_r(x, y)$ определяется с точностью до функции $f(y)$ (соответственно $J^{(l)}(y)$ – с точностью до $f^{-1}(y)$), что не сказывается на результатах. Однако требование равенства единице среднего значения $J^{(l)}(y)$ по большому числу экспериментов снимает и эту неоднозначность (см. разд. 3).

$a_r^{(l)}$ – безразмерные коэффициенты, отличные от единицы только в случае, когда l -й эксперимент проводится в области спектра, сдвинутой относительно той, в которой проводилась калибровка поляризации. Причиной появления коэффициентов $a_r^{(l)}$ является то, что в светорасщепителе используется слоистое диэлектрическое покрытие, и, как следствие, пропускание световых пучков сильно зависит от длины волны. Коэффициенты $a_r^{(l)}$ определяются по изменению света в континууме каждого из регионов при смещении спектра. В рамках всех проводимых измерений коэффициенты $a_r^{(l)}$ отличаются от единицы меньше чем на 0.02.

$R_r(x, y)$ – малая безразмерная функция, описывающая рассеянный свет.

$T_r(x_r, y_r)$ – темновой сигнал спектромагнитографа, определяемый при закрытии входной щели спектрографа непрозрачным экраном.

Задачей предварительной обработки данных является восстановление параметров Стокса $S_k^{(l)}(x, y)$ по сигналу спектромагнитографа $\tilde{I}_r^{(l)}(x_r, y_r)$. Для ее решения необходимо предварительно определить все величины, входящие в (1.1), (1.2) и не зависящие от номера эксперимента l , т.е.: $x_r(x, y)$, $y_r(x, y)$, $b_r(x, y)$, $c_r(x, y)$, $\psi_r(x, y)$, $k_r(x, y)$, $R_r(x, y)$ и $T_r(x_r, y_r)$. Наиболее просто определяется темновой сигнал $T_r(x_r, y_r)$. Другой непосредственно измеряемой величиной является рассеянный свет. Для его определения на входную щель спектрографа надо наложить миру, содержащую ряд непрозрачных полос, достаточно узких, для того чтобы не исказить интегральный свет, но при этом достаточно широких, чтобы в изображении мира можно было пренебречь краевыми эффектами. Интенсивность изображения полос будет определяться интенсивностью рассеянного света $\tilde{I}_r^{(R)}(x_r, y_r)$, а малая безразмерная функция вычисляется по формуле

$$R_r(x_r, y_r) = \tilde{I}_r^{(R)}(x_r, y_r) / b_r(x_r, y_r). \quad (1.3)$$

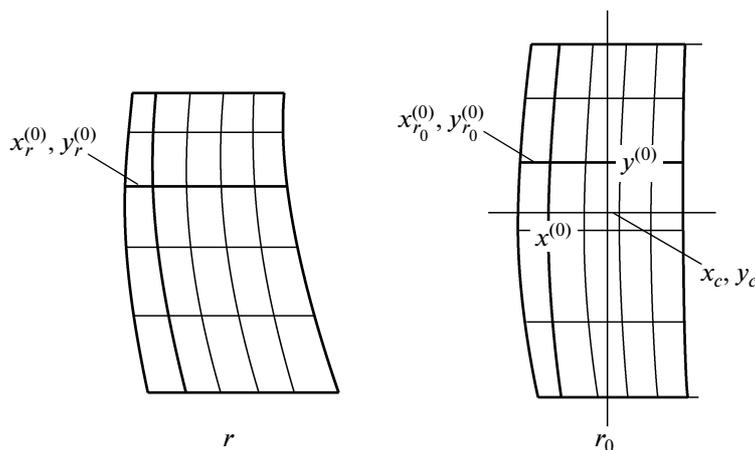


Рис. 1. Криволинейные координаты как система теллурических и маркерных линий на п.з.с.-матрице.

Корректность определения рассеянного света контролируются по критерию, согласно которому наблюдаемая глубина теллурических линий должна быть постоянна и одинакова во всех регионах.

Для определения остальных величин ниже будет предложена система экспериментов, в которых используются только измерения в континууме спокойных областей Солнца и окрестностях теллурических линий. В этом случае (1.1) можно представить в виде

$$I_r^{(l)}(x, y) = J^{(l)}(y) a_r^{(l)} b_r(x, y) \times \left\{ \left[1 + N_r(s^{(l)}, x, y) \right] S_0^{(l)}(x) + R_r(x, y) \right\}. \quad (1.4)$$

Здесь

$$I_r^{(l)}(x, y) = \hat{I}_r^{(l)}(x_r(x, y), y_r(x, y)), \quad (1.5)$$

где $\hat{I}_r^{(l)}(x_r, y_r) = \tilde{I}_r^{(l)}(x_r, y_r) - T_r(x_r, y_r)$.

Интенсивность (1.5), исправленную с учетом aberrации и темнового сигнала, будем называть исправленной интенсивностью.

Отметим, что если наблюдаемая интенсивность $\tilde{I}_r^{(l)}(x_r, y_r)$ задана на сетке пикселей камеры и одной точке с координатами (x_r, y_r) соответствует одно значение интенсивности, то точке (x, y) соответствует шесть значений интенсивности в шести разных регионах. С другой стороны, точке (x, y) соответствует одна точка на Солнце (при заданном l) и определенная длина волны.

Переход от интенсивности $\tilde{I}_r^{(l)}(x_r, y_r)$ на сетке пикселей камеры к исправленной интенсивности происходит с помощью процедуры двумерной интерполяции (см. ниже, разд. 2), которая позволяет при отсутствии aberrаций переводить сетку пикселей камеры в прямоугольную сетку с тем же шагом. Поэтому сетку (x, y) , на которой задана исправленная интенсивность, будем называть исправленной сеткой пикселей.

2. УЧЕТ АБЕРРАЦИЙ

Аберрации оптики спектромагнитографа переводят прямоугольную сетку координат (x, y) в шесть криволинейных сеток (x_r, y_r) . Систему кривых $y = \text{const}$ можно получить, поместив на входную щель спектрографа миру из последовательности тонких штрихов, пересекающих щель. Будем называть эти кривые маркерными линиями. Шесть маркерных линий в шести регионах соответствуют одной точке солнечной поверхности. Систему кривых $x = \text{const}$ можно получить, устанавливая тонкую теллурическую линию в различных положениях на входной щели магнитографа.

Параметризуем криволинейные сетки следующим образом. Выберем регион, наименее искаженный aberrациями, в качестве базисного (в нашем случае $r = r_0 = 3$) и проведем в нем оси, направленные вдоль строки и столбца пикселей и пересекающиеся примерно в центре региона (рис. 1). Значения x, y на этих осях будем считать равными пиксельным координатам точек, в частности, точка пересечения осей будет иметь координаты пикселя (x_c, y_c) .

Каждую маркерную линию будем характеризовать координатой ее пересечения с осью y , каждую теллурическую — с осью x . На рис. 1 координате $x^{(0)}$ соответствует выделенная теллурическая линия, координате $y^{(0)}$ — выделенная маркерная линия. Линии с теми же координатами имеются в каждом регионе. Пересечению этих линий, т.е. точке $(x^{(0)}, y^{(0)})$, в каждом регионе соответствуют точки $(x_r^{(0)}, y_r^{(0)}), y_r^{(0)}(x^{(0)}, y^{(0)})$.

Отсюда следует, какие именно эксперименты надо провести для определения параметров aberrаций. При определении маркерных линий эксперименты проводятся в области со слабыми спектральными линиями. Использовалось примерно 10 экспериментов с уменьшающейся высо-

той входной щели спектрографа. В каждом эксперименте, как и во всех описанных ниже калибровочных экспериментах, снималась серия из 16 кадров, проводилось их усреднение и из результата вычитался усредненный темновой сигнал. Границы изображения щели вычислялись с помощью процедуры, аналогичной той, которая была описана в [3] при определении границ регионов. Координата границы Y находилась из условия минимальности целевой функции:

$$\Phi_{r,x_r}^{(l)}(I_1, I_2, Y, \sigma) = \frac{1}{2} \sum_{y_r} \left(f(y_r, I_1, I_2, Y, \sigma) - \tilde{I}_r^{(l,A)}(x_r, y_r) \right)^2 \quad (2.1)$$

Здесь

$$f(y_r, I_1, I_2, Y, \sigma) = I_1 [1 - F((y_r - Y)/\sigma)] + I_2 F((y_r - Y)/\sigma),$$

где I_1, I_2 – интенсивности выше и ниже границы, $F(y)$ – теоретический профиль границы, в качестве которого использовалась функция вероятности;

$$\tilde{I}_r^{(l,A)}(x_r, y_r) = \left[1 + \tilde{N}_r(s^{(l)}, x_r, y_r) \right]^{-1} \times \left[\tilde{b}_r^{-1}(x_r, y_r) \hat{I}_r^{(0)}(x_r, y_r) - \tilde{R}_r(x_r, y_r) \right] \quad (2.2)$$

есть интенсивность, очищенная от грязи, рассеянного света, интерференции и перенормированная на коэффициент чувствительности (сравните с (1.4)).

Экспериментам с разыми l соответствует разная высота щели, $\tilde{b}_r(x_r, y_r) \equiv b_r(x_r(x, y), y_r(x, y)), \dots$. На первой итерации в качестве $\tilde{b}_r(x_r, y_r)$ выбирается интенсивность в эксперименте со стандартной (максимальной) высотой щели $\hat{I}_r^{(0)}(x_r, y_r)$, а \tilde{N}_r и \tilde{R}_r полагаются равными нулю. При следующих итерациях используются результаты предыдущих итераций.

Приближенные координаты границ $Y_r^{(l,0)}, Y_r^{(l,1)}$ в каждом из регионов определяются прямым поиском по переходу значений интенсивности (2.2) порога 0.7. Поиск проводится по столбцам пикселей $x_r = x_{c,r}$, примерно соответствующих центрам регионов, $x_{c,r} = (X_r^{(0)}(y_c) + X_r^{(1)}(y_c))/2$, где $X_r^{(0)}(y_r)$ – левая, а $X_r^{(1)}(y_r)$ – правая границы регионов. Суммирование по y_r в (2.1) проводится по интервалам примерно ± 5 пикселей от приближенной координаты границы $Y_r^{(l,0,1)}$. Минимизация целевой функции (2.1) выполняется для каждого x_r из интервала $(X_r^{(0)}(Y_r^{(l,0,1)}), X_r^{(1)}(Y_r^{(l,0,1)}))$.

Эксперименты показали, что с точностью не хуже 0.2 пикселя маркерные линии являются прямыми, и можно считать, что

$$y_r \equiv y_r(y). \quad (2.3)$$

Вид функций $y_r(y)$ определяется с помощью следующей процедуры. Полученные в результате минимизации значения границ усредняются по x_r , средние считаются координатами маркерных линий $Y_r^{(l)}$. Каждой маркерной линии ставится в соответствие ее координата в базисном регионе $Y_{r_0}^{(l)}$.

Все данные группируются в таблицы $Y_r(Y_{r_0}^{(l)})$, которые аппроксимируются полиномами $y_r(y)$ по методу наименьших квадратов. Оказывается, что для адекватной аппроксимации абберрационных кривых достаточно использовать линейные функции. При этом среднеквадратичная ошибка аппроксимации не превышает 0.15 пикселя для всех регионов.

Для определения абберрационных функций $x_r(x, y)$ используется около 20 экспериментов со сканированием регионов двумя теллурическими линиями из рабочей области (рабочая область включает две теллурические линии: $\lambda = 6302.0 \text{ \AA}$, $\lambda = 6302.8 \text{ \AA}$ и две магнитоактивные солнечные линии FeI: $\lambda = 6301.5 \text{ \AA}$, $\lambda = 6302.5 \text{ \AA}$). Определение $x_r(x, y)$ проводится в 2 этапа.

На первом этапе вычисляются значения координат теллурической линии в координатах пикселей камеры $x_r^{(l)}(y_r)$. Процедура таких вычислений должна быть максимально устойчива по отношению к шумам. В данном контексте к шумам можно отнести и влияние крыльев солнечных линий, которые смещаются из-за поля скоростей. Это не позволяет в качестве координаты линии использовать ее центр тяжести. Гораздо меньше подвержен таким шумам центр, определенный по нулю производной, однако он неустойчив по отношению к статистическому шуму, влиянию грязи и т.д.

Численные эксперименты показали, что наиболее подходящим является метод корреляционной функции, когда значение $x_r^{(l)}(y_r)$ при каждом y_r трактуется как смещение измеренного контура линии относительно некоего заданного истинного контура, и это смещение вычисляется из условия максимума корреляции между измеренным и истинным контуром. Наблюдаемые контуры задаются с помощью очищенной интенсивности (2.2). Истинный контур описывается сплайн-аппроксимацией центральной части теллурической линии. На первой итерации для сплайн-аппроксимации используются наиболее чистые контуры в каждом из регионов, которые выбираются визуально. На последующих итерациях для аппроксимации используются контуры, полученные в результате усреднения исправленной очищенной интенсивности на исправленной сетке пикселей. Для вычисления корреляции используется пять пикселей в окрестности минимума наблюдаемого контура.

На втором этапе вычисленные значения координат теллурических линий группируются в таблицы $\hat{x}_r(x_{r_0}^{(l)}, y_r)$, где в качестве параметра линии $x_{r_0}^{(l)}$ выбирается среднее значение координаты линии в базисном регионе. Это несколько не соответствует рис. 1, где в качестве параметра указана координата пересечения линии с осью $y_r = y_c$ в базисном регионе, однако позволяет уменьшить чувствительность к шумам. Отметим, что при такой группировке нивелируется зависимость результата от выбора линии для сканирования (в нашем случае первой или второй теллурической линии из рабочей области), поскольку эффекты, связанные с таким выбором, одинаковы для базисного и прочих регионов. Функции $\hat{x}_r(x, y_r) \equiv x_r(x, y(y_r))$ (здесь $y(y_r)$ являются функциями, обратными к $y_r(y)$ (2.3)) определяются как аппроксимации $\hat{x}_r(x_{r_0}^{(l)}, y_r)$ полиномами по методу наименьших квадратов. При выборе оптимальной степени аппроксимирующих полиномов среднеквадратичная ошибка аппроксимации не превышает 0.1 пиксела для всех регионов.

Именно функции $\hat{x}_r(x, y_r)$ используются при интерполяции данных с сетки пикселей матрицы на целочисленную исправленную сетку пикселей $x = n, y = m$. Целочисленная исправленная сетка пикселей порождает на матрице сетку узлов криволинейной системы координат $x_r(m, n), y_r(n)$. То обстоятельство, что маркерные линии являются прямыми, позволяет свести двумерную интерполяцию к двум одномерным. Первая интерполяция по переменной y_r переводит массив значений интенсивности на целочисленной сетке пикселей камеры $x_r = j, y_r = k$ в массив интенсивностей на прямоугольной, но неравномерной сетке $x_r = j, y_r = y_r(m)$. Вторая интерполяция по переменной x_r переводит последний массив в искомый массив интенсивностей на криволинейной сетке $x_r = \hat{x}(n, y_r(m)), y_r = y_r(m)$.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ. УЧЕТ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ

Естественный путь определения коэффициента чувствительности и интерференционных эффектов — наблюдения в континууме. Однако здесь возникают следующие трудности:

1) чистый континуум найти очень непросто, и он расположен достаточно далеко по спектру от точки наблюдения;

2) изменение спектральной области приводит к изменению коэффициентов отражения в светорасщепителе и перераспределению интенсивностей между регионами;

3) интерференционные эффекты сильно зависят от длины волны, и при их наличии любой сдвиг по спектру меняет эффективную чувствительность пикселей.

Поэтому был использован другой путь — измерения в областях, окружающих рабочую область и содержащих только слабые линии. Влияние слабых линий можно учесть с помощью достаточной простой параметризации. Глубины и ширины линий могут меняться в зависимости от времени суток, сезона, состояния атмосферы и т.д., однако для грубых оценок их можно считать известными. Положение линий в спектре является величиной постоянной, что позволяет строго привязать наблюдения к длине волны. Несколько наблюдений со сдвигами спектра позволяют определить параметры интерференции, интерполировать ее в рабочую область и учесть влияние интерференции при наблюдениях солнечных линий.

Введем спектральную координату \tilde{x} , в которой длина волны λ выражается в пикселах камеры (дисперсия нашей оптической системы равна примерно -44 пиксела/Å, с ростом номера пиксела длина волны падает, нелинейностью зависимости $\tilde{x}(\lambda)$ можно пренебречь), а начало координат расположено в центре теллурической линии $\lambda = 6302.8$ Å. Пусть в l -м наблюдении координате $x = 0$ соответствует спектральная координата $s^{(l)}$ (здесь будем использовать систему координат, в которой точка $x = 0$ совпадает с левым краем базисного региона). Тогда наблюдаемая интенсивность будет пропорциональна $S_0^{(l)}(x) = \tilde{S}_0(s^{(l)} + x)$, где $\tilde{S}_0(\tilde{x})$ — интенсивность солнечного спектра в спектральной системе координат. Значения сдвигов спектра можно определить по спектральным линиям. Если координата n -й линии при l -м наблюдении есть $x_n^{(l)}$ и эта линия имеет спектральную координату \tilde{x}_n , то $s^{(l)} = \tilde{x}_n - x_n^{(l)}$ вне зависимости от спектральной линии. Величину $s^{(l)}$ будем называть сдвигом спектра.

Определение сдвигов спектра происходит в два этапа. Первый этап — грубое определение сдвига — проводится с помощью прямого поиска в интервале сдвигов от нуля до 125 пикселей с шагом 0.1 пиксела. При этом используется целевая функция

$$\Phi^{(l)}(J, s) = \frac{1}{2} \sum_x \left(JS^{(l)}(s + x) - S^{(l,e)}(x) \right)^2,$$

где s — сдвиг; $S^{(l,e)}(x) = \frac{1}{6N_y} \sum_{r,y} I_r^{(l,A)}(x, y)$ — наблюдаемый профиль линий, полученный усреднением; N_y — число точек сетки по высоте регионов;

$$I_r^{(l,A)}(x, y) = \left[1 + N(s^{(l)}, x, y) \right]^{-1} \times \left[b_r^{-1}(x, y) \hat{I}_r^{(l)}(x, y) - R_r(x, y) \right]$$

есть очищенная исправленная интенсивность (сравни с (2.2)); $S^{(l)}(x)$ – теоретическая интенсивность, полученная в предположении, что слабые спектральные линии описываются гауссовыми профилями с известными параметрами.

Оптимальный коэффициент J при заданном сдвиге s определяется аналитически. На первой итерации полагаем $N(s^{(l)}, x, y) = R_r(x, y) = 0$, $b_r(x, y) = 10000$ (характерное значение интенсивности в единицах сигнала камеры) и используем только регионы, слабо искаженные интерференцией ($r = 1, 3$, см. рис. 2). Подчеркнем, что в качестве $b_r(x, y)$ нельзя выбирать интенсивность в области со слабыми линиями, как это было сделано в разд. 2, поскольку именно по слабым линиям и проводится идентификация сдвига. На следующих итерациях используются все регионы и результаты предыдущих итераций.

На втором этапе – точного определения сдвигов – в качестве экспериментальных данных выступают отношения интенсивностей в регионах. Глубины и ширины линий могут медленно меняться в зависимости от условий в атмосфере, и они определяются одновременно с вычислением сдвигов спектра, но считаются постоянными для всей серии экспериментов. Сдвиги $s^{(l)}$, глубина и дисперсия линий, а также коэффициент прозрачности $J^{(l)}$ вычисляются отдельно для каждого r и y , после чего окончательные параметры линий и значения сдвигов определяются с помощью соответствующих усреднений. Зависимость вычисленных величин от r и y контролируется, что дает информацию о справедливости сделанных предположений, таких как независимость $J^{(l)}$ от r и $s^{(l)}$ от r и y , а также постоянство глубин и дисперсий линий. Используется целевая функция

$$\Phi_{r,y}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \sum_{x, l_1 > l_2} (H^{(l_1)}(x, \mathbf{X}) - H_{r,y}^{(l_1)ex}(x))^2. \quad (3.1)$$

Здесь $\mathbf{X} = \{\delta J^{(1)}, \dots, \delta J^{(L)}; s^{(1)}, \dots, s^{(L)}; D_1, \dots, D_n; E_1, \dots, E_n\}$, где N – число линий, D_n и E_n – дисперсия и глубина линий;

$$H_{r,y}^{(l_1)ex}(x) = \frac{I_r^{(l_1)}(x, y)}{I_r^{(l_2)}(x, y)}; \quad (3.2)$$

$$H^{(l_1)}(x, \mathbf{X}) = 1 + \delta J^{(l_1)} - \delta J^{(l_2)} + \sum_n \eta_n(x + s^{(l_1)}) - \sum_n \eta_n(x + s^{(l_2)}), \quad (3.3)$$

$$\text{где } \eta_n(\tilde{x}) = E_n \exp\left(-\frac{(\tilde{x} - \tilde{x}_n)^2}{D_n}\right).$$

Вид $H^{(l_1)}(x, \mathbf{X})$ получается, если в $H_{r,y}^{(l_1)ex}(x)$ подставить $I_r^{(l)}(x, y)$, определенную посредством (1.4), и провести линеаризацию по малым параметрам

$\delta J^{(l)} = J^{(l)} - 1$ и E_n . Здесь интенсивность $I_r^{(l)}(x, y)$ считается очищенной от интерференции. Для этого на первой итерации используются только регионы, слабо искаженные интерференцией, и полагается $N(s^{(l)}, x, y) = 0$. На следующих итерациях используются все регионы и значения $N(s^{(l)}, x, y)$, полученные в результате предыдущих итераций. Подчеркнем, что поскольку здесь исходными данными являются только отношения интенсивностей, то зависимости от $b_r(x, y)$ нет. Зависимость от $R_r(x, y)$ исчезает из-за того, что выбирается область со слабыми линиями.

Из (3.3) следует, что в результате оптимизации значения $\delta J^{(l)}$ определяются с точностью до постоянной (не зависящей от l) величины. В соответствии с разд. 1 настоящей статьи эту неопределенность нужно снять, выбрав постоянную так, чтобы среднее значение $\delta J^{(l)}$ по l было равно нулю.

Для того чтобы убрать изображения линий и оставить только картину интерференции, достаточно разделить отношение интенсивностей в регионе, искаженном интерференцией, на интенсивность, описывающую теоретические профили линий. Однако, даже для слабых линий, использование в качестве теоретических гауссовы профили оказывается недостаточным. Более точной является сплайн-аппроксимация профилей. На первой итерации для сплайн-аппроксимации используются усредненные по y профили линий в регионах, слабо искаженных интерференцией, на следующих итерациях – профили во всех регионах, очищенные от интерференции по результатам предыдущей итерации. Как показали исследования, все интерференционные картины лучше всего объясняются, если полагать частоту $k_r(x, y)$ постоянной величиной, не зависящей ни от x , ни от y , ни от r . Ее значение равно примерно 0.35. Исключение составляет шестой регион, где наблюдается слабая интерференция с частотой $k \approx 0.25$.

Целевая функция для определения параметров интерференции строится в полной аналогии с целевой функцией (3.1):

$$\tilde{\Phi}_{r,y}(k, \mathbf{X}) = \frac{1}{2} \sum_{x, l_1 > l_2} (G^{(l_1)}(x, k, \mathbf{X}) - G_{r,y}^{(l_1)ex}(x))^2.$$

Однако при расчете экспериментального отношения интенсивностей в регионе $G_{r,y}^{(l_1)ex}(x)$ используется $I_r^{(l)}(x, y)$, очищенная не от интерференции, а от спектральных линий и влияния коэффициента прозрачности, для чего используется коэффициент прозрачности $J^{(l)} = 1 + \delta J^{(l)}$, вычисленный при расчете сдвигов. Соответственно теоретическое

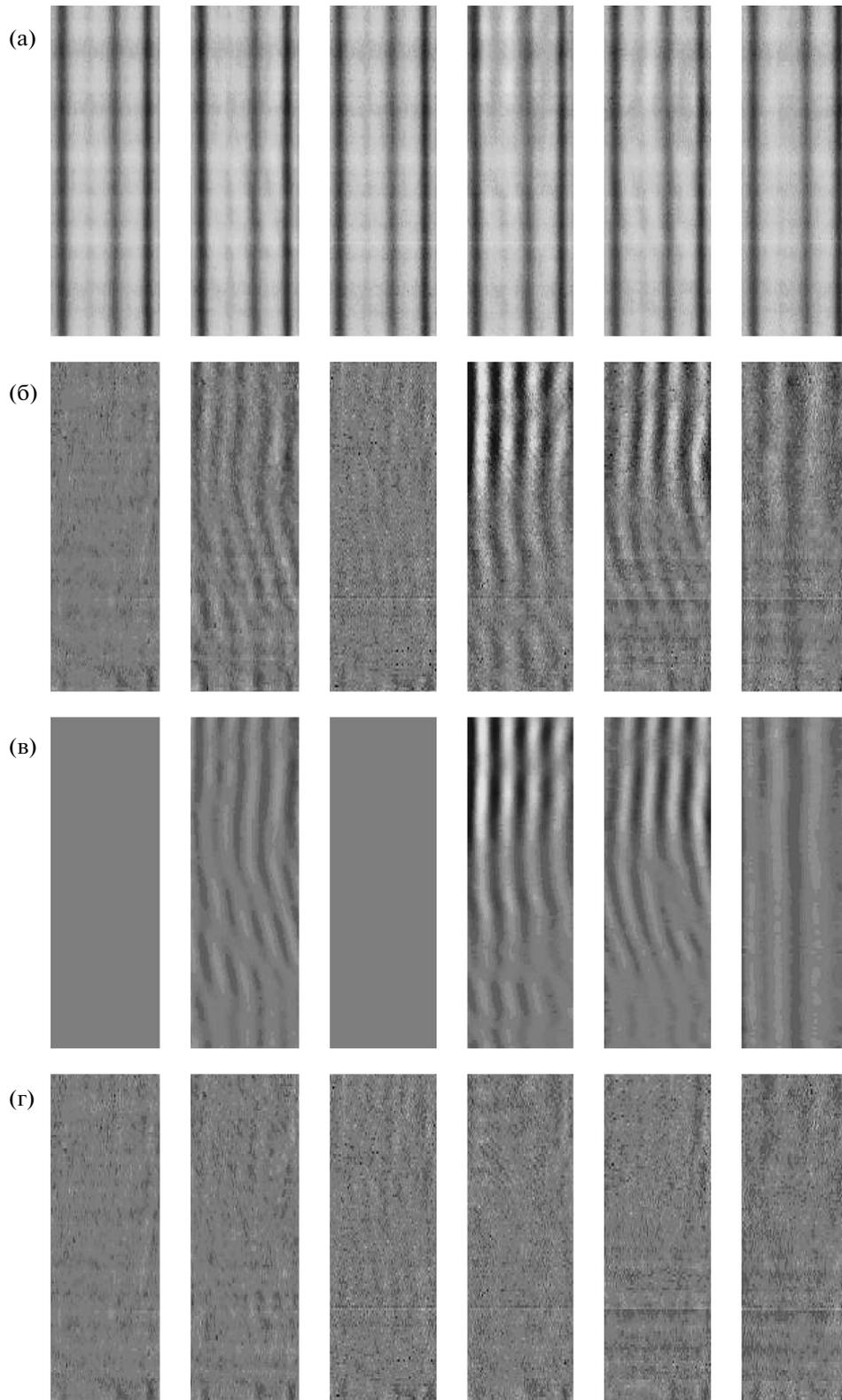


Рис. 2. а – исходная интенсивность; б – исходная интенсивность, исправленная с учетом теоретических контуров линий; в – теоретическая интерференция; г – исходная интенсивность, исправленная с учетом теоретических контуров и интерференции.

отношение интенсивностей (3.3) нужно заменить на следующее:

$$G^{(l_2)}(x, k, \mathbf{X}) = 1 + c(x) \left\{ \cos(\psi(x) + k[s^{(l_1)} + x]) - \cos(\psi(x) + k[x - s^{(l_2)}]) \right\} = 1 - 2c(x) \times \sin\left(k \frac{s^{(l_1)} - s^{(l_2)}}{2}\right) \sin\left(\psi(x) + k \left[x + \frac{s^{(l_1)} + s^{(l_2)}}{2} \right]\right).$$

С точки зрения численной минимизации более удобно перейти к амплитудам синуса и косинуса гармоник: $c^{(1)}(x) = -2c(x) \cos \psi(x)$ и $c^{(2)}(x) = -2c(x) \sin \psi(x)$, относительно которых функция $G^{(l_2)}(x, \mathbf{X})$ линейна.

Как показывает численный эксперимент, без потери точности амплитуды гармоник по x можно сгладить и заменить кубическими полиномами:

$$c^{(1,2)}(x) = \sum_{m=0}^3 c_m^{(1,2)} x^m.$$

Это более выгодно и с точки зрения уменьшения статистического шума. Вектор параметров оптимизации принимает вид $\mathbf{X} = \{c_0^{(1)}, c_0^{(2)}, \dots, c_3^{(1)}, c_3^{(2)}\}$. Для более точного определения значения k используется прямой поиск минимума функции одной переменной

$$\Phi(k) = \sum_{r,y} \tilde{\Phi}_{r,y}(k, \mathbf{X}_{r,y}(k))$$

в интервале $k \in (0.33, 0.36)$. Здесь суммирование проводится по 2-му, 4-му и 5-му регионам (см. рис. 2б); $\mathbf{X}_{r,y}(k)$ – результат минимизации целевой функции $\tilde{\Phi}_{r,y}(k, \mathbf{X})$ при заданном значении k . Поскольку $\tilde{\Phi}_{r,y}(k, \mathbf{X})$ является квадратичной функцией \mathbf{X} , то точные значения $\mathbf{X}_{r,y}(k)$ можно вычислить достаточно быстро. Аналитическое представление для функции $N(s^{(l)}, x, y)$, которое и используется в дальнейшем, получается после аппроксимации значений $\mathbf{X}_{r,y}(k)$ полиномами по y .

Рис. 2 иллюстрирует очистку данных от слабых спектральных линий и интерференции. В качестве исходной интенсивности использовалась интенсивность, усредненная по 16 кадрам. На рис. 2а представлена исходная интенсивность, исправленная с учетом абберации, коэффициента чувствительности $b_r(x, y)$ и рассеянного света $R_r(x, y)$. Здесь $b_r(x, y)$ и $R_r(x, y)$ известны; напомним, что в выражение для отношения интенсивностей, рассматриваемое в этом разделе ранее, ни $b_r(x, y)$, ни $R_r(x, y)$ не входят.

На рис. 2б приведены результаты, перенормированные на усредненные контуры линий и коэффициент прозрачности $J^{(l)}(y)$. На рис. 2в изображена интерференционная картина, рассчитанная по ана-

литическому представлению для $N(s^{(l)}, x, y)$. Сдвиг спектра $s^{(l)}$ получается в результате идентификации линий. На рис. 2г изображена остаточная интенсивность, т.е. интенсивность, исправленная с учетом всех перечисленных выше эффектов.

На рис. 2а белому цвету соответствует уровень 1.01, черному – 0.95. На остальных рисунках черному цвету соответствует уровень 0.99. Отклонение остаточной интенсивности от единицы носит квазишумовой характер со среднеквадратичными значениями, примерно равными $0.8 \cdot 10^{-3}$. Неравномерность остаточной интенсивности является результатом наложения систематической ошибки и статистических шумов. Если предположить, что дисперсию неравномерности можно оценить как сумму дисперсий систематической и статистической ошибок и что дисперсия статистической ошибки среднего по 16 кадрам равна $(2 \cdot 10^{-3})^2/16$, где $2 \cdot 10^{-3}$ – среднеквадратичное отклонение квантового шума для единичного кадра, то получим, что среднеквадратичное отклонение систематической ошибки равно $0.6 \cdot 10^{-3}$. Это примерно в три раза меньше статистической ошибки единичного кадра.

Коэффициент чувствительности $b_r(x_r, y_r)$ получается в результате усреднения интенсивностей, очищенных от линий, интерференции, рассеянного света и изменения коэффициента прозрачности $J^{(l)}(y)$. Коэффициент чувствительности вычисляется в системе координат, связанной с пикселями матрицы. Чтобы не увеличивался шум, перенормировка наблюдаемых интенсивностей на коэффициент чувствительности должна проводиться до интерполяции к исправленным пикселям (см. пункт 2). Все функции, используемые для очистки (контуры линий, амплитуда интерференции и т.д.), имеют аналитическое представление, и вычисление их значений на пикселях матрицы не требует интерполяции.

После вычисления $b_r(x_r, y_r)$ рассеянный свет $R_r(x_r, y_r)$ определяется по формуле (1.3). Затем можно переходить к следующей итерации. Для определения всех параметров первичной обработки данных достаточно трех итераций.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в работе система экспериментов и методы обработки данных позволяют радикально уменьшить систематические ошибки, обусловленные инструментальными эффектами, и довести их до уровня, по крайней мере, в три раза меньшего статистической ошибки единичного измерения, обусловленного квантовым шумом приемников. На изображении параметров Стокса единичного измерения систематическая ошибка практически не видна (см. [2], рис. 4). Однако статистическая

обработка серии измерений может выявить систематическую ошибку, которая может быть вызвана интерференционными эффектами или различием в изображении сильных линий в разных регионах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты РФФИ 11-02-00-259, 10-02-00-960а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кожеватов И.Е., Обридко В.Н., Руденчик Е.А. и др. // ПТЭ. 2002. № 1. С. 107.*
2. *Кожеватов И.Е., Иошпа Б.А., Обридко В.Н. и др. // ПТЭ. 2011. № 4. С. 130.*
3. *Кожеватов И.Е., Руденчик Е.А., Черрагин Н.П. и др. // ПТЭ. 2004. № 5. С.103.*