

УДК 532.529.2

## ТОНКАЯ СТРУКТУРА СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО НЕПОДВИЖНОГО И МЕДЛЕННО ДВИЖУЩЕГОСЯ КЛИНА

© 2018 г. Н. Ф. Димитриева<sup>1</sup>, Ю. Д. Чашечкин<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина

e-mail: dimitrieva@list.ru

<sup>2</sup>Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

e-mail: chakin@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 26.04.2016 г.

Динамика установления и пространственная структура течений непрерывно стратифицированной жидкости около неподвижного и медленно движущегося горизонтального клина изучены методами прямого численного моделирования на основе фундаментальной системы уравнений механики неоднородных жидкостей. В картинах течения в окрестности и вдали от препятствия выделены крупномасштабные (вихри, внутренние волны, след) и тонкоструктурные компоненты. Определен механизм формирования пропульсивной силы, вызывающей самодвижение свободного тела на горизонте нейтральной плавучести, показана зависимость параметров течения от формы препятствия. Прослежена трансформация поля возмущений среды при начале вынужденного медленного движения клина на горизонте нейтральной плавучести. Визуализирована сложная структура полей различных физических величин и их градиентов, определены собственные временные и пространственные масштабы компонентов течения.

DOI: 10.7868/S0030157418030024

### ВВЕДЕНИЕ

В гидросфере и атмосфере Земли часто наблюдаются слои с устойчивой стратификацией, возникающие под действием направленных потоков тепла и соли (нагрев сверху или подтекание более плотных слоев снизу) и гравитационного расслоения разноплотных сред. В гидросфере параметры стратификации  $\rho(z)$  определяются соответствующими распределениями температуры  $T(z)$  или солёности  $S(z)$ , поскольку влиянием давления при изучении течений небольшого масштаба вследствие малой сжимаемости воды можно пренебречь.

Поскольку неравновесная среда может находиться в состоянии покоя только когда градиент плотности параллелен линии действия силы тяжести [6], любые возмущающие факторы, как динамические, обусловленные внешними силами, так и геометрические, связанные с влиянием граничных условий на величину и направление потоков, нарушают условия гидростатического равновесия и приводят к формированию течений. В частности, условие непротекания вещества на наклонной твердой стенке вызывает горизонтальную неоднородность фонового молекулярного потока стратифицирующего компонента. Отклонения изопикн от равновесного уровня в приграничных областях формируют горизонтальные градиенты давления, ускоряющие жидкость.

Первую модель установившихся течений, индуцированных диффузией, на бесконечной наклонной плоскости, предложил Л. Прандтль для объяснения механизмов формирования горных (долинных) ветров – тонких приграничных струй в устойчиво стратифицированной атмосфере [8]. Применительно к гидросфере позднее идею развил О. Филлипс, показавший возможность наблюдения приграничных течений в покоящейся стратифицированной жидкости в лаборатории [21], и ряд других ученых, изучивших свойства таких течений и в стратифицированной, и во вращающейся жидкостях [15]. Влияние пограничных эффектов на общую динамику океана обсуждается в [14].

Первые модели течений, индуцированных диффузией на топографии, развивались в упрощенной постановке – течение предполагалось установившимся, ограничивающая поверхность – плоской и безграничной [8, 21]. При этом профили возмущений скорости и солёности оказались подобными и одномасштабными. Условия применимости использованного асимптотического метода не позволяют рассчитывать течения при малых углах наклона границы.

Учитывая изменчивый характер стратификации в природных условиях, в дополнение к стационарным, стали изучаться и задачи установления. Вначале были построены асимптотические

[17], а затем и точные решения задачи формирования течений на наклонной бесконечной плоскости и в клиновидной впадине [4, 5]. В нестационарных течениях масштабы изменчивости профилей скорости и солености, определяемые коэффициентами кинематической вязкости и диффузии, заметно отличаются.

Интерес к изучению диффузионных эффектов обусловлен распространенностью пограничных стратифицированных течений, которые формируются в озерах, водохранилищах, морях и океанах даже в отсутствие действия внешних силовых факторов [3]. Особое внимание уделяется изучению склоновых течений в атмосфере, где скорость ветра может достигать больших значений на ледниках [19] и в глубоких горных долинах [16]. Интегрированные аналитико-численные модели использованы для оценки влияния участков с отличающимися свойствами на общую картину долинных ветров [22].

Развитие вычислительной техники и программирования позволило расширить класс рассматриваемых задач, в который вошли течения, индуцированные диффузией на препятствиях конечного размера, помещенных в толщу стратифицированной среды. Расчеты картины течений на погруженной сфере, горизонтальной и наклонной пластине конечной длины на основе фундаментальных уравнений механики жидкостей удовлетворительно согласуются с данными теневой визуализации в лабораторных установках [1, 23]. На симметричных телах такие течения не формируют пропульсивные силы и моменты.

В то же время экспериментально установлено, что неоднородные градиенты давления в диффузионных течениях, действующие на несимметричные относительно линии действия силы тяжести препятствия, достаточно велики и способны вызывать самодвижение свободных тел, уравновешенных на горизонтах нейтральной плавучести. Самодвижение клиновидного тела (“diffusion fish”) наблюдалось как в однокомпонентной стратификации [9], так и в слоистой среде с градиентами температуры под действием конвекции [18]. Расчеты стационарного течения, индуцированного диффузией на клине в однородно стратифицированной среде, выполнены в [20].

Наблюдаемый в последние годы устойчивый рост интереса к изучению течений, индуцированных диффузией, обусловлен расширением биогидродинамических исследований, в частности поиском механизмов биолокомоции мельчайших организмов, обеспечивающих коллективное поведение больших агрегаций [13]. При моделировании биопроцессов необходимо исследовать картины полей физических величин объектов, как покоящихся

относительно окружающей среды, так и медленно движущихся. Как показывает эксперимент, с началом движения препятствия картина стратифицированного течения радикально меняется — в ней появляются нестационарные опережающие и присоединенные внутренние волны, заблокированная перед препятствием жидкость, отстающий след, характеризующийся выраженной тонкой структурой [11]. Геометрия и режимы течения существенно зависят от свойств среды, формы и скорости движения препятствия. Особый интерес представляет изучение процессов установления в единой постановке в широком диапазоне параметров задачи без привлечения дополнительных гипотез, связей и параметров.

Цель данной работы — расчет динамики установления тонкой структуры стратифицированных течений на неподвижном и медленно движущемся несимметричном препятствии методами прямого численного моделирования фундаментальной системы уравнений механики неоднородных жидкостей с учетом эффектов диффузии.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассматривается нестационарная плоская задача установления течения на погруженном препятствии на основе фундаментальной системы уравнений, включающей уравнения неразрывности, переноса импульса и вещества [6] в приближении Буссинеска и пренебрежении эффектами сжимаемости в силу малости скоростей жидкости по сравнению со скоростью звука. В качестве уравнения состояния выбирается невозмущенный профиль плотности  $\rho(S_0(z))$ , который задается профилем солености  $S_0(z)$  (ось  $z$  направлена вертикально вверх):

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_{00} (\exp(-z/\Lambda) + s), & \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - s \mathbf{g}, & (1) \\ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s &= \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}, \end{aligned}$$

где  $S = S_0(z) + s$  — полная соленость, включающая коэффициент солевого сжатия,  $s(x, z, t)$  — ее возмущенная составляющая;  $\rho_0$  — плотность на нулевом уровне (горизонте нейтральной плавучести),  $\mathbf{v}$  — вектор скорости жидкости,  $P$  — давление за вычетом гидростатического,  $\nu$ ,  $\kappa_s$  — коэффициенты кинематической вязкости и диффузии соли,  $t$  — время, которые полагаются постоянными;  $g$  — ускорение свободного падения,  $\nabla$  и  $\Delta$  — операторы Гамильтона и Лапласа,  $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$  — масштаб,

$N = \sqrt{g/\Lambda}$  – частота и  $T_b = 2\pi/N$  – период плавучести.

В начальный момент  $t = 0$  в покоящуюся непрерывно стратифицированную жидкость помещается непроницаемое препятствие, на поверхности которого задается условие прилипания для скорости и непротекания для вещества:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}, s|_{t \leq 0} = 0, \quad \mathbf{v}|_{\Sigma} = 0, \quad \mathbf{v}, s|_{x, z \rightarrow \infty} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Sigma} = -\frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}} + \frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Sigma} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к поверхности тела  $\Sigma$ . На большом удалении от препятствия задаются условия затухания всех возмущений [10].

Решение задачи (1) с граничными условиями (2) описывает течения, индуцированные диффузией на неподвижном препятствии [23]. Рассчитанные поля физических величин принимаются в качестве начальных условий в задаче обтекания препятствия однородным потоком непрерывно стратифицированной жидкости со скоростью  $U$

$$v_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U, \quad v_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0. \quad (3)$$

Наряду с фундаментальными уравнениями, на практике широко используются теории турбулентности, приближения пограничного слоя и стационарности [6, 14, 20]. Теоретико-групповой анализ показал соответствие системы уравнений (1) базовым принципам физики, положенным в основу вывода определяющих уравнений, в отличие от многих распространенных конститутивных или редуцированных систем [2]. Введение полуэмпирических гипотез и связей ограничивает возможность применения моделей, непрерывные симметрии которых отличаются от симметрий фундаментальных уравнений [2]. Использование процедуры осреднения физических переменных по Рейнольдсу приводит к сглаживанию тонкой структуры течений.

Картины установившихся [8, 14, 21] и нестационарных [4, 17] течений, индуцированных диффузией на наклонной плоскости, заметно отличаются даже на больших временах.

Система (1), размерные параметры которой приведены в табл. 1, характеризуется набором временных масштабов, который включает период плавучести  $T_b$  и собственное время, определяемое длиной и скоростью тела  $t_p = L/U$ . Линейные масштабы характеризуют невозмущенную стратификацию  $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$  (в лабораторном эксперименте  $\Lambda = 9.8$  м), размером препятствия ( $L = 0.1$  м) и длиной присоединенной внутренней волны  $\lambda_i = UT_b$  [11].

Микромасштабы диссипативной природы (вязкий  $\delta_N^v = \sqrt{\nu/N} = 10^{-3}$  м и диффузионный  $\delta_N^{k_s} = \sqrt{\kappa_s/N} = 3.8 \cdot 10^{-5}$  м) характеризуют поперечные размеры тонкоструктурных компонентов. При скорости источника  $U = 0.001$  см/с длина присоединенной внутренней волны  $\lambda_i = UT_b = 6.3 \cdot 10^{-5}$  м попадает в диапазон микромасштабов. Компоненты структур с масштабом Прандтля  $\delta_U^v = \nu/U = 10$  м выходят из диапазона изучаемых масштабов. Масштаб Пекле  $\delta_U^{k_s} = \kappa_s/U = 1.3 \cdot 10^{-2}$  см может быть выражен в размерах элементов структур спутного следа.

Широкий диапазон значений линейных масштабов задачи (шесть порядков) указывает на сложность внутренней структуры стратифицированного течения, которую необходимо учитывать при разработке программ. Анализ решений линеаризованных фундаментальных уравнений и результаты лабораторного моделирования показали, что крупномасштабные элементы течений (волны и вихри) характеризуются регулярно возмущенными компонентами полного решения с масштабами  $L$  и  $\lambda_i$  [11]. Геометрия тонкоструктурных элементов течений – лигаментов, которые проявляются во всем диапазоне параметров изучаемых

**Таблица 1.** Значения входных параметров

Обозначение	Описание	Значение
$\rho_{00}$	плотность на нулевом уровне, кг/м <sup>3</sup>	1020
$\nu$	коэффициент кинематической вязкости, м <sup>2</sup> /с	$10^{-6}$
$\kappa_s$	коэффициент диффузии соли, м <sup>2</sup> /с	$1.41 \cdot 10^{-9}$
$N$	частота плавучести, с <sup>-1</sup>	1
$g$	ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup>	9.8
$U$	скорость набегающего потока, м/с	$10^{-5}$
$L$	длина клина, м	0.1
$h$	высота основания клина, м	0.02

процессов, описывается элементами обширного семейства сингулярно возмущенных компонентов с масштабами  $\delta_N^v$ ,  $\delta_N^{ks}$ ,  $\delta_U^v$ ,  $\delta_U^{ks}$ . Тонкоструктурные компоненты влияют на перенос вещества, процессы разделения вещества и даже на повышения локальных концентраций в отдельных областях потока [12]. Вследствие нелинейности отдельные компоненты активно взаимодействуют между собой. Взаимодействия разномасштабных компонентов при больших скоростях препятствия преобразуют течение в нестационарное [7].

В нелинейной постановке система (1–3) позволяет одновременно изучать все элементы течений в рамках единого описания в естественных физических переменных без привлечения дополнительных констант и связей. В силу многомасштабности, одним из основных инструментов анализа эволюционирующих процессов служит численное моделирование.

В полной нелинейной постановке решение системы (1) строилось численно с использованием метода конечных объемов в открытом пакете OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation). В основе его исходного кода лежит набор библиотек, предоставляющих инструменты для решения ряда прикладных задач, а также проведения распараллеливания расчетов в суперкомпьютерных системах. Численное моделирование стратифицированных течений около неподвижных и равномерно движущихся тел с использованием OpenFOAM показало хорошую работоспособность [23].

Однако в стандартном инструментарии пакета отсутствуют программы построения решений системы фундаментальных уравнений неоднородных жидкостей (1), что вызвало необходимость создания расширенной численной модели. Для учета эффектов стратификации и диффузии стандартный решатель isoFoam, моделирующий нестационарные течения однородной жидкости, был дополнен новыми переменными ( $\rho$  и  $s$ ) и соответствующими уравнениями, а также новыми вспомогательными параметрами ( $N$ ,  $\Lambda$ ,  $\kappa_s$ ,  $g$ ).

Расчетная область представляет собой прямоугольник, в котором горизонтально расположен симметричный клин длиной  $L = 10$  см и высотой основания  $h = 2$  см. Боковые стороны тела – дуги окружностей, радиусы и положения центров которых в декартовой системе координат с центром на вершине клина приведены в табл. 2. С учетом формы тела построена блочно-структурированная гексаэдральная расчетная сетка с совмещением линий на границах блоков. Алгоритм разбиения расчетной области предполагает сгущение ячеек в направлении препятствия для разрешения тонких компонент течения в областях с большими значениями градиентов.

Таблица 2. Геометрия клина

	Координаты центра, см	Радиус кривизны, см	Отклонение грани от хорды $\Delta_R$ , см
1	(-7.6; 126.7)	126.9	-0.1
2	(17.6; 125.7)	125.7	0.1
3	(9.2; 41.4)	43.2	0.3
4	(5.8; 126.7)	10.0	1.4

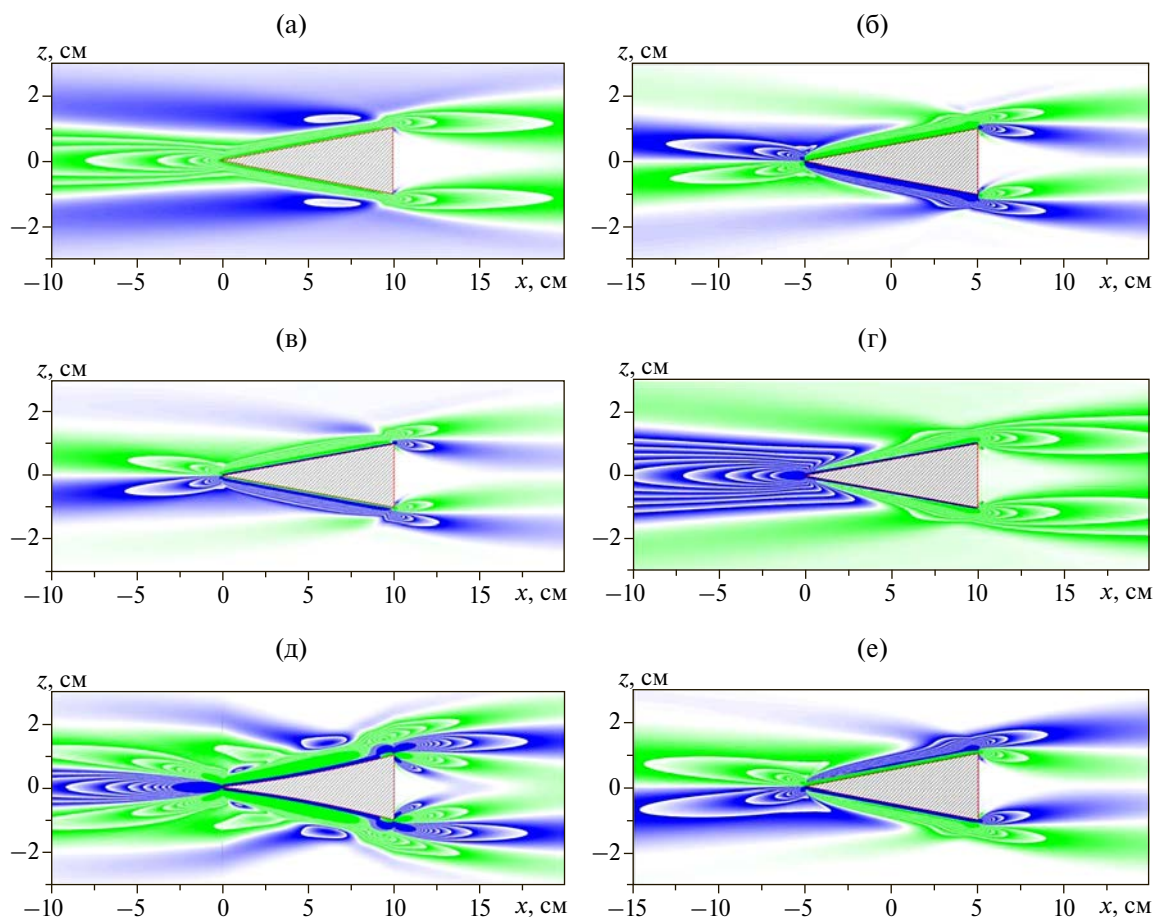
Расчеты поставленных задач проводились в параллельном режиме с использованием ресурсов виртуальной вычислительной лаборатории UniHUB ([www.unihub.ru](http://www.unihub.ru)) и суперкомпьютера “Ломоносов” НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова ([www.parallel.ru](http://www.parallel.ru)).

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчитанные картины полей физических переменных иллюстрируют сложную пространственную структуру даже медленных, индуцированных диффузией течений на клине, включающих тонкие главные струи вдоль наклонных сторон, примыкающие компенсационные противотечения, мелко-масштабные возмущения около острых кромок. Поле горизонтальной компоненты скорости симметрично относительно центральной горизонтальной плоскости (рис. 1а, положительные значения визуализируемой величины обозначены зеленым цветом, светло-серым в черно-белом изображении), отрицательные – синим (темно-серым). Разность значений между изолиниями одинакова.

Более сложная структура течения наблюдается в поле вертикальной компоненты скорости, иллюстрирующей восходящие и нисходящие течения (рис. 1б). Главные струи отрываются от поверхности в угловых точках у основания клина и формируют систему диссипативно-гравитационных волн. К середине основания клина примыкает протяженная невозмущенная область, поскольку вертикальная поверхность не нарушает однородность фонового диффузионного переноса примеси.

Сложность многоуровневой системы циркуляционных ячеек, примыкающих к острым кромкам непроницаемого препятствия, погруженного в неподвижную устойчиво стратифицированную жидкость, иллюстрирует поле завихренности (рис. 1в). Тонкий слой жидкости с циклонической завихренностью (против часовой стрелки) примыкает непосредственно к нижней грани клина. За ним следует совокупность чередующихся компенсационных областей с различными направлениями вращения жидкости. Величина завихренности уменьшается



**Рис. 1.** Поля возмущений в течении, индуцированном диффузией на неподвижном клине с прямыми гранями ( $L = 10$  см,  $h = 2$  см,  $T_b = 6.28$  с,  $\tau = t/T_b = 16$ ): (а, б) – продольной  $v_x$  и вертикальной  $v_z$  компонент скорости, (в) – завихренности, (г–е) – давления  $P$ , горизонтальной  $\partial P/\partial x$  и вертикальной компонент  $\partial P/\partial z$  градиента.

с удалением от препятствия, а толщина слоев, наоборот, увеличивается. Распределение значений завихренности в верхней и нижней полуплоскостях антисимметрично относительно горизонта нейтральной плавучести.

В поле давления дефицит наблюдается у острой вершины клиновидного препятствия, а также в тонком слое вдоль боковых сторон, (рис. 1г), где его величина монотонно убывает в направлении от острой вершины к основанию. Тонкая структура стратифицированных течений выражена, здесь значения давления резко меняются. Около угловых точек клина формируются дополнительные тонкоструктурные компоненты – диссипативно-гравитационные волны.

Область дефицита давления простирается далеко вперед вдоль горизонта нейтральной плавучести. Именно разность давлений, действующих на боковые поверхности и основание тела, создает интегральную силу, толкающую горизонтальный клин в направлении вершины, что согласуется

с наблюдениями [17, 19]. Дефицит давления возникает вследствие затягивания жидкости в восходящее на верхней стороне и нисходящее на нижней стороне структурированные компенсационные течения и стагнации в донной части тела.

Области со сравнительно медленными изменениями параметров разделены тонкими границами с высокими градиентами определяющих физических величин, в частности, давления (рис. 1д, 1е). Максимумы продольной и вертикальной компонент градиента возмущения давления вблизи клина достигали около  $0.2$  Па/м, значения возмущения давления имели порядок  $10^{-4}$  Па. С удалением от препятствия градиент возмущения давления резко падает до значений  $|\partial p/\partial x| \sim 10^{-5}$  Па и  $|\partial p/\partial z| \sim 10^{-4}$  Па на расстоянии  $5$  см по горизонтали и  $0.25$  см по вертикали от вершин клина.

Сложную многомасштабную структуру течений, индуцированных диффузией, также иллюстрирует поле горизонтальной компоненты градиента

возмущения солености (рис. 2). Около угловых точек клина формируются дополнительные тонкоструктурные компоненты – диссипативно-гравитационные волны, в которых возмущения солености  $s$  имели порядок  $10^{-5}$ , а максимумы продольной компоненты градиента возмущения солености –  $|\partial s/\partial x|_{\max} = 4 \cdot 10^{-2}$  1/м.

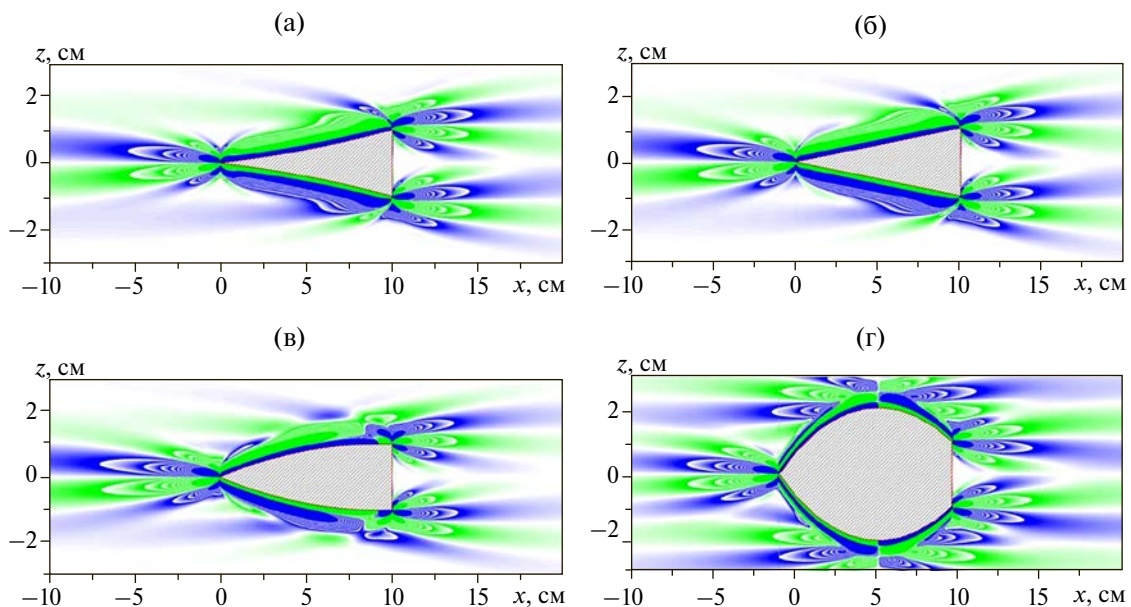
Картина поля горизонтальной компоненты градиента возмущения солености зависит от знака кривизны боковой поверхности: чем острее вершины у основания клина, тем ярче выражены знакопеременные полосы (рис. 2а). В то же время максимальные значения  $|\partial s/\partial x|_{\max}$  слабо зависят от кривизны граней клина. Для выпуклого клина (рис. 2в), у которого угол между основанием и боковой гранью приближается к  $90^\circ$ , пучок тонкоструктурных элементов расплывается. Когда вертикаль максимальной высоты клина не совпадает с основанием, в картине течения у полюсов появляются дополнительные тонкие структуры (рис. 1г), подобные наблюдаемым на сфере [1].

Полученные поля течения на неподвижном препятствии использовались в качестве начального условия в задаче установления течения при трогании и последующем движении клина с постоянной скоростью  $U = 0.001$  см/с, несколько превышающей скорость самодвижения клина в стратифицированной среде –  $U = 2.83 \cdot 10^{-4}$  см/с [9].

С началом движения клина картина течения полностью перестраивается, в ней появляются новые структурные компоненты – опережающие

возмущения, розетки нестационарных и поля присоединенных внутренних волн, а также протяжённый след позади тела (рис 3). Однако при малых числах Рейнольдса, когда скорость источника  $U$  сопоставима с характерной скоростью течений, индуцированных диффузией  $U_N^{KS}$ , заданные ненулевые начальные условия продолжают проявляться в структуре течения достаточно долго (около  $20T_b$ ). Основные изменения наблюдаются около вершины и угловых точках основания клина, где начинают формироваться нестационарные внутренние волны. Фазовые поверхности (границы радиальных полос на рис. 3а) уже на начальной стадии несколько асимметричны – направленные по ходу движения клина лучи ярче окрашены, чем обращенные. Со временем минимальный наклон лучей нестационарных волн убывает, а длина растет. Вытянутые лучи становятся доминантным элементом картины волнового течения на рис. 3б.

Одновременно с длинными волнами, у задней кромки образуется группа более коротких высокоамплитудных волн, как прямых, обращенных в сторону движения клина, так и обратных, ориентированных к точке трогания (обратные волны не регистрируются при движении тела с большими скоростями [11]). С ростом амплитуды картина волн у кромок тела становится все более выраженной, лучи – протяженными (рис. 3в). Волновая компонента течений становится доминантной и возмущает структуру течения на боковых поверхностях клина.



**Рис. 2.** Влияние формы тела на картину поля горизонтальной компоненты возмущения градиента солености  $\partial s/\partial x$  на неподвижном клине ( $L = 10$  см,  $h = 2$  см,  $T_b = 6.28$  с,  $\tau = t/T_b = 16$ ): (а) – с вогнутыми сторонами,  $D_R = -0.1$  см, (б) – прямыми,  $D_R = 0$  см, (в, г) – выпуклыми  $D_R = 0.3$  см и  $1.4$  см.



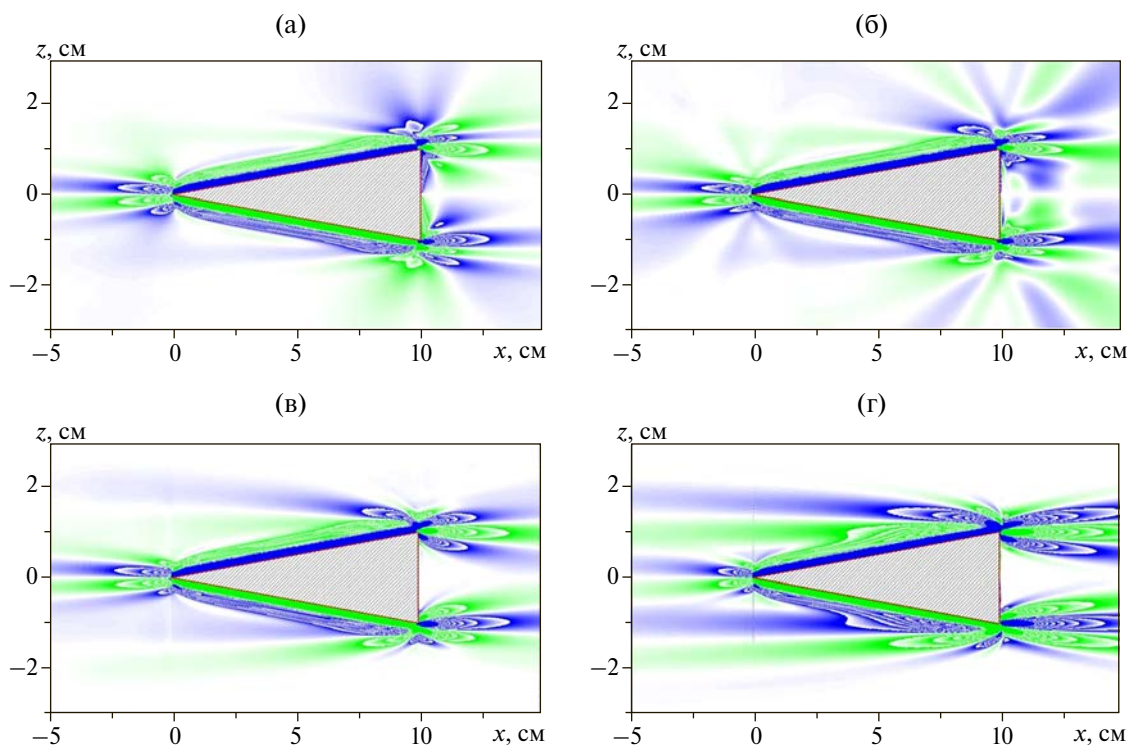


Рис. 3. Эволюция поля горизонтальной компоненты градиента возмущения солености при начале движения прямого клина ( $T_b = 6.28$  с,  $L = 10$  см,  $h = 2$  см,  $U = 0.001$  см/с); (а–г) –  $\tau = t/T_b = 0.5; 2; 10; 50$ .

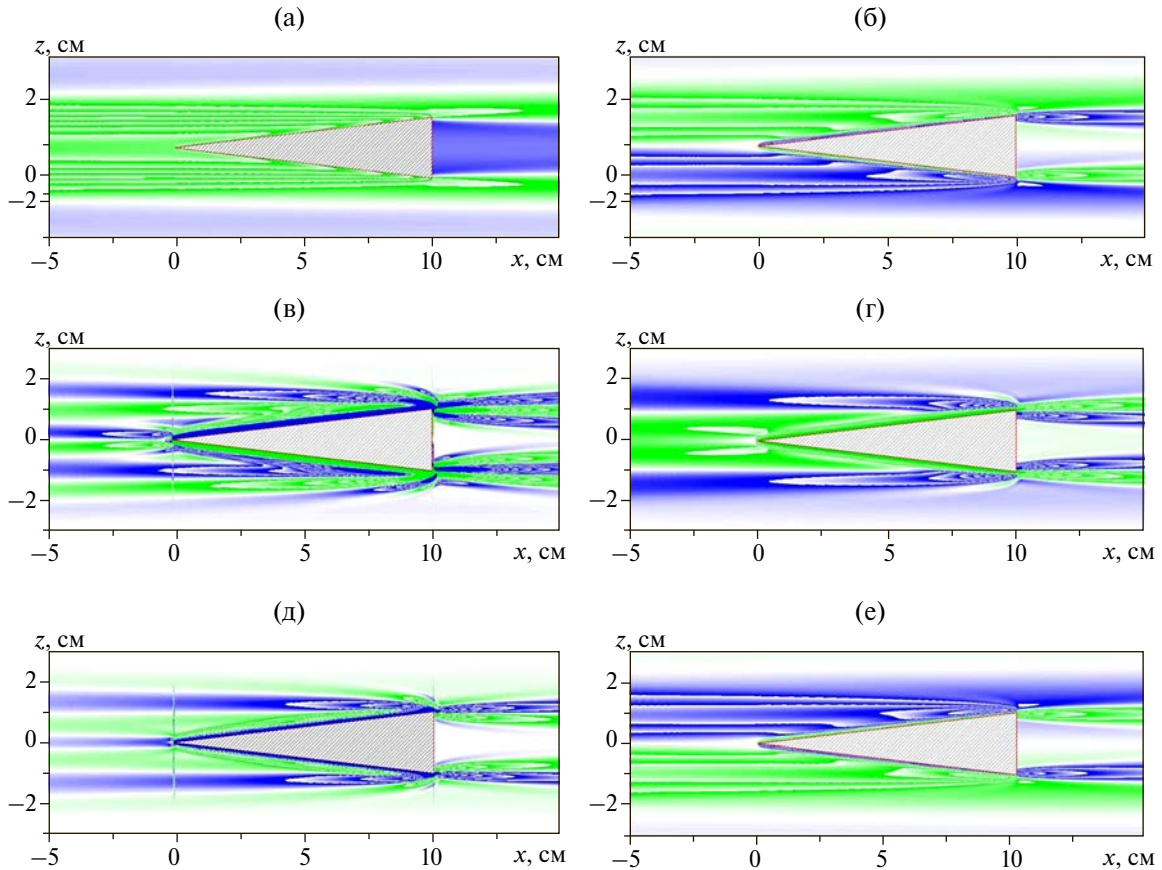
На больших временах почти установившаяся картина течения включает группу сравнительно крупных опережающих внутренних волн (система наклонных полос на рис. 3г), ориентированные вперед возмущений на передней кромке тела и систему волн около вершин основания, ориентированных вперед и назад по ходу движения клина. Распределение плотности остается невозмущенным в центральной части отстающего следа, куда не попадают обращенные волновые лучи. Число наблюдаемых волн, не проникающих в спутный след позади тела, растет со временем.

Волны заметно деформируют слоистое течение на боковых сторонах клина. Со временем течение продолжает медленно эволюционировать – амплитуды возмущений нарастают, углы наклона главных волновых полос убывают. Их продолжения пересекают ось абсцисс в окрестности точки трогания тела.

Картины обтекания клина согласуются с результатами независимых расчетов [7] и с картинками визуализации распределения градиента коэффициента преломления в лабораторном бассейне для тел с другими геометрическими формами [11] (“цветной теневой метод” с горизонтальной щелью и решеткой).

Картина полей возмущений стратифицированной жидкости при медленном движении клина со скоростью  $U = 0.001$  см/с специфична для каждого физического параметра. Наиболее простой геометрией обладает поле возмущений давления: в слое во всем полупространстве перед телом и вне области следа позади – превышение, в прямоугольном следе – дефицит (“недодавление” по терминологии П. Дюбуа). К главным полосам во всем течении с внешней стороны примыкают области возмущений другого знака. Высота следа чуть меньше размера основания клина. Вблизи вершин основания прослеживаются слабовыраженные короткие внутренние волн, фазовые поверхности которых ориентированы против направления движения (рис. 4а).

Глобальной полосчатой структурой обладает и поле возмущений солености, изолинии которого стремятся подойти по нормали к боковой поверхности клина (рис. 4б). Однако плавный характер кривых нарушается в тонком приповерхностном течении. Мелкомасштабные возмущения, ориентированные в направлении и против течения, отчетливо выражены у вершин основания. Позади тела короткие волны проникают внутрь плотностного следа. В целом картина поля солености антисимметрична относительно центральной горизонтальной плоскости в отличие от поля солености.



**Рис. 4.** Поля возмущений около движущегося клина ( $L = 10$  см,  $h = 2$  см,  $T_b = 6.28$  с,  $U = 0.001$  см/с,  $\tau = t/T_b = 100$ ): (а) – давления  $P$ , (б) – солёности  $s$ , (в, г) – продольной  $\partial s/\partial x$  и вертикальной  $\partial s/\partial z$  компонент градиента солёности, (д, е) – продольной  $\partial P/\partial x$  и вертикальной  $\partial P/\partial z$  компонент градиента давления.

Наиболее сложной структурой обладает поле горизонтальной компоненты градиента солёности, имеющей неоднородное нулевое значение в невозмущенной среде, в котором выражены все составляющие сложного поля внутренних волн (рис. 4в). В нем выражена сравнительно длинноволновая компонента (прямые полосы с длиной волны  $\lambda_w = 1.3$  см и более короткие около вершин  $\lambda_w = 0.2$  см и острия клина  $\lambda_w = 0.6$  см). Полосы возле боковых сторон клина визуализируют сложную знакопеременную картину возмущений, типичную для нестационарных течений около наклонных поверхностей [5, 8, 17, 21, 23].

Наиболее полно тонкая структура полей внутренних волн, формирующихся при движении клина представлена в картинах полей компонент градиента солёности (рис. 4в, г). Поле горизонтальной компоненты градиента антисимметрично относительно центральной плоскости клина, что обусловлено характером смещения слоев жидкости. Поле вертикальной компоненты симметрично – вначале происходит поджатие слоев, вытесняемых клином с равновесных горизонтов, и соответствующее

усиление градиента, затем – растяжение слоев и ослабление. Градиенты физических величин, отражающие неоднородности молекулярных и адвективных потоков стратифицирующей примеси, ведут себя немонотонно вблизи обтекаемого тела и достигают больших численных значений ( $|\partial s/\partial x|_{\max} = 3 \cdot 10^{-2}$  1/м,  $|\partial s/\partial z|_{\max} = 9 \cdot 10^{-2}$  1/м).

С точностью до типа симметрии поле горизонтальной компоненты градиента давления (рис. 4д) воспроизводит структура поля внутренних волн, представленных в поле солёности (рис. 4в), однако возмущения возле вершины клина в нем выражены менее отчетливо.

Картина поля вертикальной компоненты градиента давления (рис. 4е) с точностью до симметрии подобна полю возмущений солёности (рис. 4б) с четким отклонением изоплет в направлении нормали к непроницаемой поверхности тела.

В картине горизонтальной компоненты поля скоростей представлено однонаправленное в сторону основания течение (рис. 5а), полосчатая структура которого задается внутренними



волнами, более четко представленными на рис. 5б в поле вертикальной компоненты скорости. Однако и здесь не визуализируются тонкие возмущения у вершины клина.

Еще более сложная структура наблюдается в поле завихренности, в котором представлены и опережающие возмущения, и струйные течения у боковых граней, и розетки внутренних волн в окрестности вершин углов тела (рис. 5в). Наиболее контрастно динамические компоненты течения представлены в поле скорости диссипации механической энергии, квадратичный характер которой избавляет изображение от излишней детализации, обусловленной знакопеременностью других физических величин (рис. 5д).

В целом рассмотрение изображений показывает, что неоднородность потока стратифицирующей компоненты вблизи препятствия формирует возмущения в большой области, размеры которой определяются эффективностью генерации всего семейства внутренних волн, как длинных опережающих, так и коротких около вершин клина. Наблюдаемое в [9] самодвижение индуцирует поле градиента давления, возмущающее действие которого превосходит трения восходящего сверху и погружающего снизу течений о грани. Принципиальное различие картин обтекания клина однородной и стратифицированной жидкостями проявляется вблизи экстремальных точек обтекаемого тела. Возле острых углов проявляются системы периодических структур, визуализирующих поле внутренних волн.

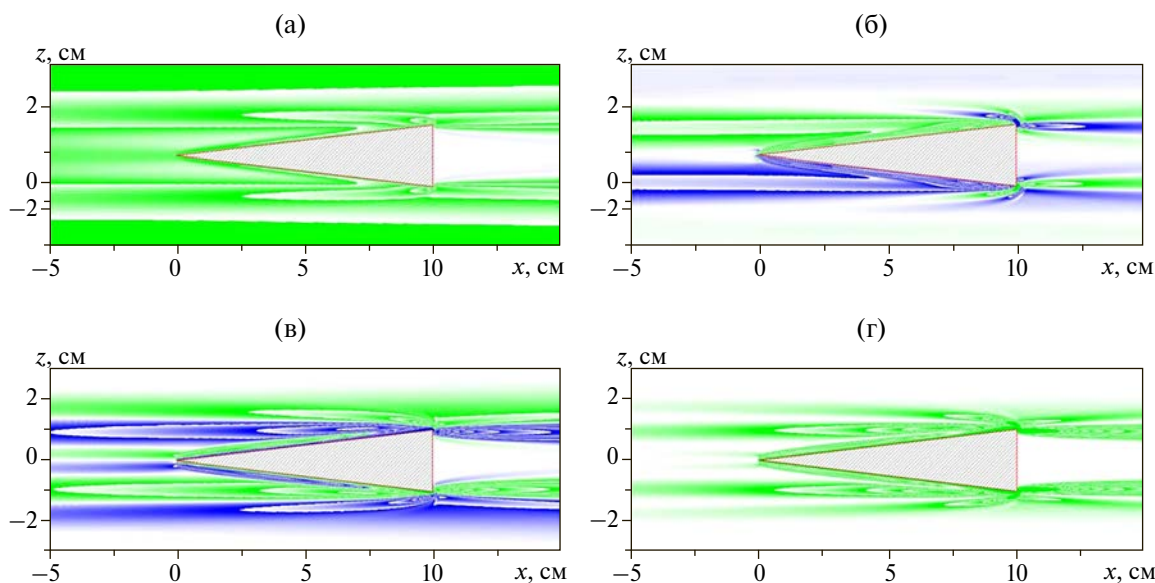
Источником внутренних волн служат краевые сингулярности, генерирующие интенсивное вертикальное вытеснение жидкости, которое приводит к смещению слоев жидкости с изначального положения нейтральной плавучести и, как следствие, формированию периодических затухающих колебаний.

## ВЫВОДЫ

Впервые построено полное численное решение задач формирования течения, индуцированного диффузией на неподвижном клине в непрерывно стратифицированной жидкости, и установления картины полей при начале движения тела с маленькой скоростью (в диапазоне скорости самодвижения свободного тела на горизонте нейтральной плавучести), выполнен расчет полей основных физических величин (скорости, плотности, завихренности, скорости диссипации энергии, компонент градиентов солёности и давления).

Физическим механизмом самодвижения тел в покоящейся устойчиво стратифицированной жидкости служит дефицит давления в окрестности заострений, возникающий вследствие затягивания жидкости в восходящее на верхней стороне и нисходящее на нижней стороне структурированные компенсационные течения.

Во всех случаях картины полей физических величин характеризуются сложной пространственной структурой, отражающей действие структурных компонент течения — струй на границе тела, коротких у вершин и более длинных внутренних волн. Наиболее тонкие структуры течений наблюдаются возле



**Рис. 5.** Поля возмущений около движущегося клина ( $L = 10$  см,  $h = 2$  см,  $T_b = 6.28$  с,  $U = 0.001$  см/с,  $\tau = t/T_b = 100$ ): (а, б) — продольной  $v_x$  и вертикальной  $v_z$  компонент скорости, (в) — завихренности, (г) — скорости диссипации механической энергии.

вершин углов у основания клина, где области поворота главных струй служат источниками диссипативно-гравитационных волн, визуализируемых в лабораторных экспериментах в виде протяженных горизонтальных полосчатых структур.

Размеры поля возмущений определяются эффективностью генерации волн, которая в свою очередь зависит от величины стратификации, размеров и скорости движения тела. Большие (по сравнению с телом) размеры области динамических возмущений обеспечивают дальное действие взаимодействия медленно движущихся тел в стратифицированной жидкости, которое, возможно, является одним из механизмов кластеризации мелких биологических объектов, не имеющих специальных органов движения. Естественный метаболизм, обеспечивающий поглощение одних веществ из окружающей среды и выделение других, также может оказывать влияние на самодвижение мельчайших организмов.

Единая постановка расчетов позволяет использовать результаты расчета двумерных течений, индуцированных диффузией на неподвижном препятствии, в качестве начальных условий задачи установления картины течения при трогании и последующем движении тела с постоянной скоростью. В рассчитанной картине течения при малом числе Рейнольдса выделены опережающие возмущения, след и семейство внутренних волн, наблюдаемых в экспериментах с помощью высокочувствительных теневых приборов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РАН (Программы фундаментальных исследований Президиума РАН “Мировой океан – многомасштабность, многофазность, многопараметричность” и № 1.2.49 “Взаимодействие физических, химических и биологических процессов в Мировом океане”) и РФФИ (проекты № 15-01-09235, № 18-05-00870).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байдулов В.Г., Матюшин П.В., Чашечкин Ю.Д. Эволюция течения, индуцированного диффузией на сфере, погруженной в непрерывно стратифицированную жидкость // *Механика жидкости и газа*. 2006. № 2. С. 119–132.
2. Байдулов В.Г., Чашечкин Ю.Д. Сравнительный анализ симметрий моделей механики неоднородных жидкостей // *Докл. РАН*. 2012. Т. 444. № 1. С. 38–41.
3. Зырянов В.Н., Лапина Л.Э. Склоновые течения в морях, озерах и водохранилищах, обусловленные диффузионными эффектами // *Водные ресурсы*. 2012. Т. 39. № 3. С. 292–303.
4. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Структура нестационарного пограничного течения на наклонной плоскости в непрерывно стратифицированной среде // *Докл. РАН*. 1992. Т. 325. № 4. С. 833–837.
5. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Индуцированные диффузией нестационарные пограничные течения в клиновидной впадине // *Прикладная математика и механика*. 1998. Т. 62. Вып. 5. С. 803–809.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
7. Чашечкин Ю.Д., Загуменный Я.В. Структура поля давления на пластине в переходном режиме течения // *Докл. РАН*. 2015. Т. 463. № 1. С. 39–44.
8. Эртель Г., мл. (ред). Путеводитель Прандтля по гидродинамике. М.-Ижевск: НИЦ РХТ, 2007. 776 с. (Перевод 10-го издания: Oertel H. Jr. (Hrsg). Prandtl-Führer durch die Strömungslehre. Wiesbaden; Vieweg. 2001, первое вышло в 1942 г.).
9. Allshouse M.R., Barad M.F., Peacock T. Propulsion generated by diffusion-driven flow // *Nature Physics*. 2010. V. 6. P. 516–519.
10. Chashechkin Yu.D. Differential fluid mechanics – harmonization of analytical, numerical and laboratory models of flows // *Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures. Springer Series “Computational Methods in Applied Sciences”* 2016. V. 40. P. 61–91.
11. Chashechkin Yu.D., Mitkin V.V. Vortex Arrays Past a Sloping Strip Uniformly Moving in Homogeneous or Linearly Stratified Fluid // *J. Visualization*. 2002. V. 5. № 2. P. 120.
12. Chashechkin Yu.D., Mitkin V.V. Transportation of a dye in upstream and downstream wakes of the cylinder in continuously stratified liquid // *J. Visualization*. 2007. V. 10. № 1. P. 7.
13. Cisneros L.H., Cortez R., Dombrowski C. et al. Fluid dynamics of self-propelled microorganisms, from individuals to concentrated populations // *Exp. in Fluids*. 2007. V. 43. P. 737–753.
14. Garrett C. Do near-boundary processes control the ocean? // *Near-boundary processes and their parametrization: Proceedings of the 13th ‘Aha Huli’o’ Hawaiian Winter Workshop*, 2003. P. 1–7.
15. Garrett C., MacCready P., Rhines P.B. Boundary mixing and arrested Ekman layers: rotating, stratified flow near a sloping boundary // *Ann. Rev. Fluid Mech*. 1993. V. 25. P. 291–323.
16. Hocut C.M., Liberzon D., Fernando H.J.S. Separation of upslope flow over a uniform slope // *J. Fluid Mech*. 2015. V. 775. P. 266–287.
17. Linden P.F., Weber J.E. The formation of layers in a double-diffusive system with a sloping boundary // *J. Fluid Mech*. 1977. V. 81. P. 757–773.

18. *Mercier M.J., Ardekani F.M., Allshouse M.R. et al.* Self-propulsion of immersed object via natural convection // *Physical review letters*. 2014. V. 112. P. 204501(5).
19. *Oerlemans J., van Pelt W.J.J.* A model study of Abrahamsenbreen, a surging glacier in northern Spitsbergen // *The Cryosphere*. 2015. V. 9. № 2. P. 767–779.
20. *Page M.A.* Propelled by diffusion // *Nature Physics*. 2010. V. 6. P. 486–487.
21. *Phillips O.M.* On flows induced by diffusion in a stably stratified fluid // *Deep-Sea Res.* 1970. V. 17. P. 435–443.
22. *Shapiro A., Fedorovich E.* A boundary-layer scaling for turbulent katabatic flow // *Boundary-layer meteorology*. 2014. V. 153, Iss.1. P. 1–17.
23. *Zagumennyi Ia.V., Chashechkin Yu.D.* Diffusion induced flow on a strip: theoretical, numerical and laboratory modeling // *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 256–266.

## **The Fine Structure of the Stratified Flow Around the Fixed and Slow-Moving Wedge**

**N. F. Dimitrieva, Yu. D. Chashechkin**

The dynamics of the establishment and the spatial structure of flows of a continuously stratified fluid around the fixed and slow-moving horizontal wedge had been studied by direct numerical simulation based on the fundamental system of equations of an inhomogeneous fluid mechanics. Large-scale (vortexes, internal waves, wake) and thin structural components are marked in the flow fields in the neighborhood and far from the obstacle. The mechanism of formation of the propulsive force which leads to self-motion of the free body on the neutral buoyancy horizon has been determined. The dependence of the flow parameters on shape of the obstacle has been shown. The field transformation of the environment perturbation at the start of the forced slow-motion wedge on the horizon neutral buoyancy has been traced. The complex structure of fields of different physical values and their gradients has been visualized. Own the temporal and spatial scales of the flow component have been identified.