

УДК 551.465

НАКАТ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА СТЕНКУ, УСТАНОВЛЕННУЮ НА ВЫПУКЛОМ ДОННОМ ПРОФИЛЕ

© 2016 г. И. И. Диденкулова^{1,2,3}, Е. Н. Пелиновский^{1,2}, А. А. Родин¹¹ Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
Нижегород, Россия² Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия³ Институт морских систем при Таллинском технологическом университете, Таллин, Эстония
e-mail: dii@hydro.appl.sci-nnov.ru, pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru, xmrarro@gmail.com

Поступила в редакцию 22.12.2014 г.

После доработки 01.06.2015 г.

В рамках линейной теории мелкой воды исследован накат волн на стенку, установленную на выпуклом донном профиле. Когда стенка расположена на более “глубокой воде”, волна отражается от нее без изменения формы и фазы, что полностью соответствует классическим представлениям. При перемещении стенки в сторону берега форма волны начинает сложным образом меняться. Отметим, что в предельном случае, когда стенка расположена на берегу, фаза волны меняется на противоположную. Роль нелинейных эффектов исследована с помощью численного моделирования в рамках нелинейной теории мелкой воды. Показано, что вклад нелинейных эффектов и обрушения увеличивается на пляже выпуклого профиля, что еще более усложняет картину волнового поля.

DOI: 10.7868/S0030157416030035

ВВЕДЕНИЕ

Задача наката и воздействия волн на вертикальную преграду представляет собой одну из наиболее важных проблем океанологии и берегового строительства, поскольку позволяет оценить силу волнового воздействия на береговые укрепления и исследовать их устойчивость. Эта проблема сейчас активно изучается как теоретически [3, 5, 12–14, 19], так и экспериментально [17, 18]. Даже в случае бассейна постоянной глубины, несмотря на кажущуюся простоту, в задаче взаимодействия сильно нелинейной волны со стенкой еще много неясностей, что отчасти объясняет большое количество публикаций по этой теме (см. ссылки выше). В то же время на практике мы чаще имеем дело с океаном переменной глубины, уменьшающейся в сторону берега, что также должно быть учтено в расчетах.

Несмотря на большую популярность плоского откоса в теоретических и численных моделях трансформации волн на воде, в природе он встречается не так часто. Как правило, береговой профиль представляет собой более сложную зависимость от координаты, которая зачастую даже следует разным законам на береговой и морской частях профиля. Аппроксимацию многочисленных наблюдений профиля дна в приурезовой области лучше делать с помощью степенных функций $h \sim x^b$ (h – глубина воды и x – расстояние от берега). Такой тип аппроксимации особенно удо-

бен в тех местах, где профили не имеют ярко выраженных берм и баров. Наиболее известным из таких пляжей является равновесный профиль Дина для ветровых волн, обрушивающихся вблизи берега, с $b = 2/3$ [6]. Однако он не всегда наблюдается в природе. В частности, исследования берегов Израиля и Эстонии показали, что там довольно часто встречается профиль, имеющий выпуклую форму [7, 11, 15].

Отметим, что среди выпуклых профилей особое место занимают профили с $b = 4/3$ [4, 10, 20] и $b = 4$ [8], соответствующие так называемому “безотражательному” распространению волн, когда волна не отражается в зоне переменной глубины в рамках линейной теории мелкой воды [1, 10]. Ее динамика кардинально меняется только в приурезовой области, где волна разрушается или отражается от берега. В данной работе мы исследуем волновое поле вдоль такого выпуклого профиля в случае, когда он заканчивается вертикальным береговым сооружением (стенка) или крутым откосом (скала, клиф).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Итак, рассмотрим пляж следующего профиля:

$$h(x) = h_0 \left[\frac{x}{x_0} \right]^{4/3}, \quad (1)$$

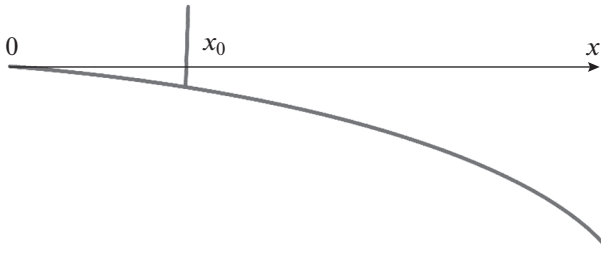


Рис. 1. Геометрия задачи.

с установленной на нем стенкой. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Здесь x_0 и h_0 соответствуют расстоянию от берега и глубине воды у стенки.

Для общности постановки задачи приведем уравнения мелкой воды, решаемые ниже:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\eta(x, t)$ – скорость смещения водной поверхности, $u(x, t)$ – усредненная по глубине скорость водного потока, а g – гравитационная постоянная. Решая систему уравнений (2) над пляжем (1), получим, что волновое поле представлено суперпозицией падающей и отраженных волн [1, 10]:

$$\eta(x, t) = A(x) \{ f_{in} [t + \tau(x)] + f_{ref} [t - \tau(x)] \}, \quad (3)$$

$$u(x, t) = U(x) \{ -f_{in} [t + \tau(x)] + f_{ref} [t - \tau(x)] \} + B(x) \{ \Phi_{in} [t + \tau(x)] + \Phi_{ref} [t - \tau(x)] \}, \quad (4)$$

$$A(x) = A_0 \left[\frac{h(x)}{h_0} \right]^{-1/4}, \quad U(x) = A(x) \sqrt{\frac{g}{h(x)}}, \quad (5)$$

$$B(x) = U(x) \frac{c(x)}{4h(x)} \frac{dh}{dx},$$

$$\tau(x) = \int_{x_0}^x \frac{dy}{c(y)}, \quad \Phi(\xi) = \int f d\xi, \quad c(x) = \sqrt{gh(x)}, \quad (6)$$

где f_{in} и f_{ref} описывают формы падающей и отраженной волн, $A(x)$ – амплитуда распространяющихся вдоль профиля волн, удовлетворяющая закону Грина (первое выражение в (5)), $\tau(x)$ – время движения волны, отсчитываемое от стенки, $c(x)$ – скорость распространения длинных волн, t – время. Падающая волна считается заданной, и необходимо найти характеристики отраженной волны.

ОТРАЖЕННАЯ ВОЛНА

Отраженную волну можно найти, используя граничное условие на стенке (в точке $x = x_0$), где горизонтальная скорость течения обращается в нуль:

$$u(x = x_0, t) = 0. \quad (7)$$

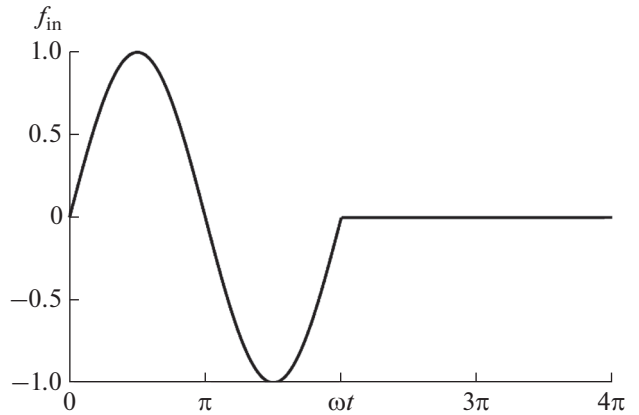


Рис. 2. Форма падающей волны.

Подставляя (4) в граничное условие (7) и учитывая, что время движения волны отсчитывается от стенки, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для отраженной волны

$$\frac{d\Phi_{ref}}{dt} + Q\Phi_{ref} = \frac{d\Phi_{in}}{dt} - Q\Phi_{in}, \quad (8)$$

где

$$Q = \frac{B(x_0)}{U(x_0)} = \frac{c(x_0)}{4h_0} \frac{dh}{dx} \Big|_{x_0} = \frac{\sqrt{gh_0}}{3x_0}. \quad (9)$$

Физически параметр Q представляет собой обратное время движения волны от стенки (если бы ее не было) до уреза. Уравнение (8) легко решается в квадратурах

$$\Phi_{ref}(t) = \exp(-Qt) \int_0^t \left[\frac{d\Phi_{in}}{dz} - Q\Phi_{in} \right] \exp(Qz) dz, \quad (10)$$

где мы использовали естественное начальное условие отсутствия отраженной волны до прихода падающей. Уже отсюда видно, что, в общем случае, форма отраженной волны не повторяет форму падающей волны.

В качестве простого аналитического примера рассмотрим подход знакопеременной уединенной волны следующего вида (рис. 2):

$$f_{in}(t) = \sin(\omega t), \quad \Phi_{in}(t) = \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega} = \frac{2}{\omega} \sin^2\left(\frac{\omega t}{2}\right), \quad 0 < \omega t < 2\pi, \quad (11)$$

где ω – частота падающей волны; вне этого временного интервала $f_{in}(t) = \Phi_{in}(t) = 0$.

Тогда отраженная волна (точнее, интеграл от нее) в интервале $0 < \omega t < 2\pi$ описывается выражением

$$\Phi_{\text{ref}} \left(0 < t < \frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{1}{\omega \left(\frac{Q^2}{\omega^2} + 1 \right)} \times \left[2 \frac{Q}{\omega} \sin(\omega t) + \left(\frac{Q^2}{\omega^2} - 1 \right) \cos(\omega t) - 1 + 2 \exp(-Qt) \right], \quad (12)$$

а после окончания действия падающей волны отраженная волна экспоненциально затухает:

$$\Phi_{\text{ref}} \left(t > \frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{2 \left[1 - \exp\left(\frac{2\pi Q}{\omega} \right) \right]}{\omega \left(\frac{Q^2}{\omega^2} + 1 \right)} \exp(-Qt). \quad (13)$$

Форма отраженной волны находится простым дифференцированием выражений (12) и (13):

$$f_{\text{ref}} \left(0 < t < \frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{1}{\left(\frac{Q^2}{\omega^2} + 1 \right)} \times \left[2 \frac{Q}{\omega} \cos(\omega t) - \left(\frac{Q^2}{\omega^2} - 1 \right) \sin(\omega t) - 2 \frac{Q}{\omega} \exp(-Qt) \right], \quad (14)$$

$$f_{\text{ref}} \left(t > \frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{2Q \left[\exp\left(\frac{2\pi Q}{\omega} \right) - 1 \right]}{\omega \left(\frac{Q^2}{\omega^2} + 1 \right)} \exp(-Qt). \quad (15)$$

Таким образом, из (14)–(15) следует, что волновое поле определяется безразмерным параметром

$$\frac{Q}{\omega} = \frac{\sqrt{gh_0}}{3x_0\omega}, \quad (16)$$

который равен отношению длительности волны к времени добега волны от стенки до уреза (с точностью до множителя 2π). Этот параметр мал, если стенка расположена далеко от берега (будем называть этот случай “глубокой водой”), и становится существенным, если стенка расположена вблизи берега (“на мелкой воде”). Подчеркнем, что используемая классификация условна, так как в обоих случаях мы находимся в приближении мелкой воды. Фактически речь идет о большей и меньшей глубине бассейна, а также о расположении стенки дальше от берега и ближе к берегу соответственно.

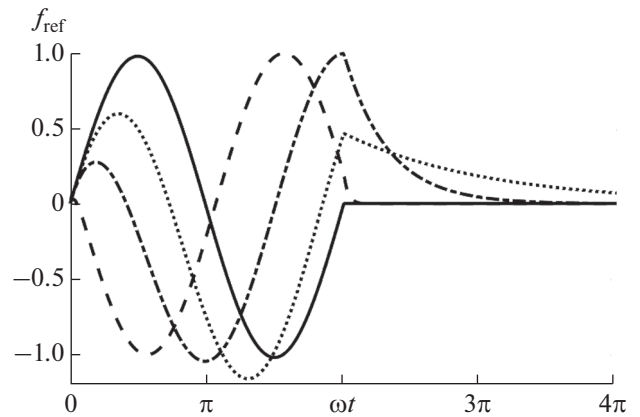


Рис. 3. Отраженная волна при различных значениях параметра Q/ω : 0.01 (сплошная), 0.3 (пунктирная), 1 (штрихпунктирная) и 10 (штриховая линия).

Изучим сначала предельные переходы. На глубокой воде, когда параметр Q/ω мал, из (14) немедленно получаем:

$$\eta_{\text{ref}}(t) = A_0 \sin(\omega t) = \eta_{\text{in}}(t). \quad (17)$$

Естественно, что этот результат можно получить и в общем виде непосредственно из (10) при $Q \rightarrow 0$ для любой формы падающей волны. Как видно из (17), волна отражается с той же фазой и амплитудой, как и следовало ожидать при отражении волны от стенки. Обратим внимание, что этот эффект, хорошо известный для бассейна постоянной глубины, также сохраняется и для выбранного нами “безотражательного” профиля дна.

В то же время на очень мелкой воде, когда параметр Q/ω велик и стремится к бесконечности (стенка находится в непосредственной близости от берега), выражение (14) принимает следующий вид:

$$\eta_{\text{ref}}(t) = -A_0 \sin(\omega t) = -\eta_{\text{in}}(t). \quad (18)$$

Из (18) видно, что полярность волны изменилась на противоположную, что уже отмечалось в наших работах по отражению волны от берега на специальных пляжах [10]. Ранее этот результат получался в предположении ограниченности волнового поля на урезе, что неявно предполагается и в задаче со стенкой в рамках линейной теории.

Форма отраженной волны при разных значениях параметра Q/ω показана на рис. 3. Из рисунка видно, как головная волна из положительной постепенно меняется на отрицательную при приближении стенки к берегу. Обратим внимание, что подошва за гребнем, напротив, увеличивает свою амплитуду (на 20%) с приближением стенки к берегу, а затем снова уменьшается к первоначальной.

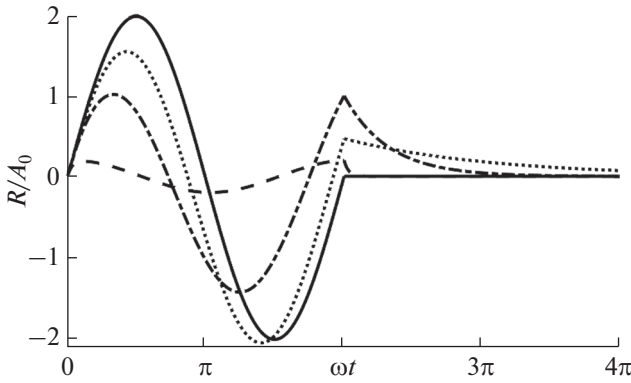


Рис. 4. Колебания уровня моря на стенке при различных значениях параметра Q/ω : 0.01 (сплошная), 0.3 (пунктирная), 1 (штрихпунктирная) и 10 (штриховая линия).

начальному значению. Амплитуда экспоненциального хвоста, описываемая простой формулой

$$f_{\text{ref}}\left(t = \frac{2\pi}{\omega}\right) = \frac{2Q \left[\exp\left(\frac{2\pi Q}{\omega}\right) - 1 \right]}{\omega \left(\frac{Q^2}{\omega^2} + 1 \right)}, \quad (19)$$

ведет себя немонотонно при изменении параметра Q/ω , оставаясь положительной. В предельных случаях малых и больших значений параметра Q/ω она стремится к нулю.

Исследуем более подробно начальную фазу отраженной волны. При малых временах формулу (14) можно разложить в ряд

$$f_{\text{ref}}(t \rightarrow 0) = \omega t + \frac{Q}{\omega} \frac{\left(1 - \frac{Q^2}{\omega^2}\right)}{1 + \frac{Q^2}{\omega^2}} \omega^2 t^2. \quad (20)$$

Из (20) следует, что в начальный момент фаза всегда положительна (совпадающая с фазой падающей волны), но при больших значениях параметра Q/ω второй член становится отрицательным и большим, так что положительная головная фаза уменьшается по амплитуде и длительности. Именно поэтому она уже почти не видна на рис. 3 при $Q/\omega = 10$.

НАКАТ ВОЛНЫ НА СТЕНКУ

Определив отраженную волну, решение (3) становится полностью определенным, и его можно использовать для расчета колебаний уровня воды у стенки, который описывается формулой

$$R(t) = \eta(x_0, t) = A_0 \{f_{\text{in}}(t) + f_{\text{ref}}(t)\}. \quad (21)$$

Рассчитанные колебания уровня воды на стенке для тех же значений параметра Q/ω показаны

на рис. 4. Если стенка достаточно удалена от уреза, то колебания уровня воды у стенки повторяют форму падающей волны, но размах колебаний удваивается. Если же стенка стоит почти у самого уреза, то колебания уровня воды пропорциональны производной от падающего импульса. Этот результат соответствует предельному переходу к накату волн на пляж $x^{4/3}$ [10]. Амплитуда колебаний на рис. 4 кажется малой в этом случае, однако надо иметь в виду, что пока в наших расчетах амплитуда A_0 не была связана с амплитудой падающей волны вдали от стенки. Как уже отмечалось в работе [10], амплитуда волны вдоль “безотражательного профиля” меняется в соответствии с законом Грина, что ведет к ее значительному усилению вблизи берега. Определим начальную амплитуду A_{sea} вдали от стенки в точке с глубиной h_{sea} . В этом случае амплитуда волны вдали от берега A_{sea} будет связана с амплитудой волны на стенке A_0 следующим образом:

$$\frac{A_0}{A_{\text{sea}}} = \left[\frac{h_{\text{sea}}}{h_0} \right]^{1/4}. \quad (22)$$

Таким образом, истинное усиление волны на стенке будет определяться разницей глубин согласно закону Грина (22).

Пользуясь (22), формулу (21) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{R(t)}{A_{\text{sea}}} &= \frac{2}{\frac{Q^2}{\omega^2} + 1} \left[\frac{h_0}{h_{\text{sea}}} \right]^{-1/4} \times \\ &\times \begin{cases} \frac{Q}{\omega} \cos(\omega t) + \sin(\omega t) - \frac{Q}{\omega} \exp(-Qt), & 0 < t < \frac{2\pi}{\omega} \\ -\frac{Q}{\omega} \left[1 - \exp\left(\frac{2\pi Q}{\omega}\right) \right] \exp(-Qt), & t > \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}, \quad (23) \\ \frac{Q}{\omega} &= [\omega \tau_{\text{sea}}]^{-1} \left[\frac{h_0}{h_{\text{sea}}} \right]^{-1/4}, \quad \tau_{\text{sea}} = \frac{3x_{\text{sea}}}{\sqrt{gh_{\text{sea}}}}. \quad (24) \end{aligned}$$

Здесь τ_{sea} имеет смысл времени добегания волны от начальной точки до берега. Из формул (23)–(24) видно, что высоту наката определяют два независимых параметра: $\omega \tau_{\text{sea}}$ – отношение времени добегания волны до берега к длительности волны, и h_0/h_{sea} , характеризующий перепад глубин между положением $x = x_{\text{sea}}$ и стенкой. Параметр $\omega \tau_{\text{sea}}$ может меняться от 0 до бесконечности, в то время как параметр h_0/h_{sea} меняется от 0 до 1.

На глубокой воде, когда параметр Q/ω мал и $h_0/h_{sea} \rightarrow 1$, волна на урезе повторяет форму падающей волны с удвоенной амплитудой:

$$\frac{R(t)}{A_{sea}} = \begin{cases} 2 \sin(\omega t), & t < \frac{2\pi}{\omega} \\ 0, & t > \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}. \quad (25)$$

Когда же Q/ω велико и стенка расположена у самого уреза, то колебания воды на стенке имеют форму производной от падающей волны:

$$\frac{R(t)}{A_{sea}} = \omega \tau_{sea} \begin{cases} 2 \cos(\omega t), & 0 < t < \frac{2\pi}{\omega} \\ 0, & t > \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}, \quad (26)$$

что полностью совпадает с аналитической формулой для высоты наката волны на берег [10].

Рассмотренный аналитический пример позволил получить простые формулы для волнового поля около стенки. С физической точки зрения, это решение не является корректным, особенно, если стенка расположена вблизи уреза. Как следует из (26), уровень воды около стенки мгновенно поднимается на конечную высоту и так же мгновенно возвращается к невозмущенному уровню после прохождения волны. В результате на урезе (а также вблизи него) мы получаем сигнал с очень крутыми передним и задним склонами. Очевидно, что такое поведение волны связано с “линейностью” полученного решения, и в реальности такая волна должна быть ударной (обрушенной). Нелинейную задачу о накате волны на стенку мы рассмотрим в следующем параграфе. В то же время, если бы исходная волна была более гладкой, например, типа $\sin^n(x)$ с $n \geq 3$, то решение всюду было бы непрерывным и физически более разумным. Вообще, проблема обрушения волн вблизи берега является очень трудной для аналитики, и мы напомним известные точные результаты для наката волны на плоский откос [2]. В этой задаче, решенной в рамках нелинейной теории мелкой воды, критерий обрушения волн определяется величиной второй производной от функции $R(t)$, находимой из линейной теории. Эта величина ограничена только при условии гладкости начального возмущения. В противном случае волна всегда обрушается, даже если ее амплитуда сколь угодно мала. Если же волна изначально достаточно гладкая, то она обрушается только в случае достаточно больших амплитуд. Естественно предполагать, что аналогичные критерии обрушения существуют и для волн на “безотражательном” пляже, хотя они пока не найдены аналитически. Именно поэтому мы считаем важным рассмотреть нелинейную задачу отражения волны от стенки.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКАТА ВОЛНЫ НА СТЕНКУ

Численное моделирование наката одиночной волны (11) на стенку и отражения от нее выполнено с помощью программного комплекса CLAWPACK (www.clawpack.org), решающего систему нелинейных уравнений мелкой воды, записанной в виде законов сохранения, методом конечных объемов [16]. Модель также учитывает донное трение. При этом коэффициент шероховатости дна Гоклера–Маннинга выбран равным $0.025 \text{ с/м}^{1/3}$, что типично для геофизических задач. Обрушение волны в данном пакете моделируется малой численной вязкостью (диффузией), существенной только на крутом фронте. Профиль дна (1) в численных расчетах принят равным

$$h(x) = 0.01x^{4/3}, \quad (27)$$

где x и h отсчитываются в метрах. В первом случае стенка располагалась непосредственно на урезе, а во втором – на расстоянии 10 м от него (глубина места – 0.22 м).

В качестве падающей волны использовался синусоидальный импульс с амплитудой $A = 0.05$ м и длиной $\lambda = 100$ м:

$$\eta(x) = A \sin(kx), \quad 0 < kx < 2\pi, \quad k = 2\pi/\lambda. \quad (28)$$

Начальный импульс задавался на расстоянии 250 м от берега на глубине 16 м (рис. 5). Как видим, волна может считаться на этой глубине линейной, потому что параметр нелинейности $A/h \sim 0.003$ очень мал. Тем не менее, как мы покажем далее, нелинейные эффекты даже здесь окажутся существенными. Для рассматриваемых условий параметр $Q/\omega = 0.06$ в случае, когда стенка располагалась на расстоянии 10 м от берега, что должно соответствовать нашим условиям “глубокой воды”, и $Q/\omega = \infty$ в предельном случае, когда стенка установлена на берегу. Начальная скорость частиц воды принята равной нулю. Из рис. 5 видно, как начальный синусоидальный импульс распадается на два, один из которых движется к берегу, а другой – уходит на глубину. В силу малой амплитуды волны (по сравнению с глубиной) в начальный момент времени процесс распада волны на две происходит так же, как в линейной теории: волна, уходящая на глубину, растягивается и уменьшается по амплитуде, а волна,двигающаяся к берегу, возрастает по амплитуде и сокращается в длине.

На рис. 6 приведены показания “компьютерного” мареографа, находящегося на расстоянии 50 м от берега, для случаев, когда вертикальная стенка расположена на урезе и на расстоянии 10 м от берега. На записи отчетливо видна падающая волна (она приходит первой) и отраженная волна (вторая). В обоих случаях падающая волна имеет форму, близкую к начальной (28), лишь с неболь-

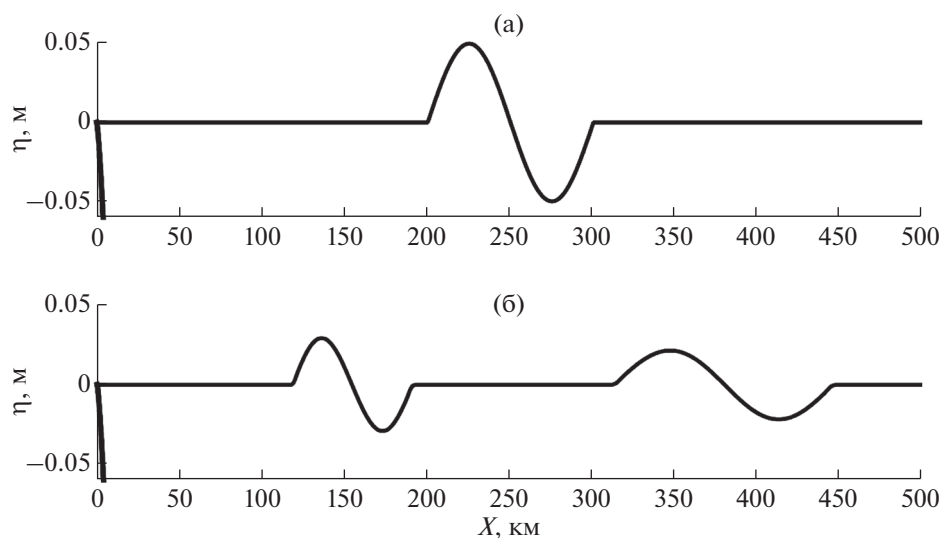


Рис. 5. Динамика синусоидального импульса вдоль безотражательного пляжа (27) в моменты времени (а) $t = 0$ с и (б) $t = 10$ с.

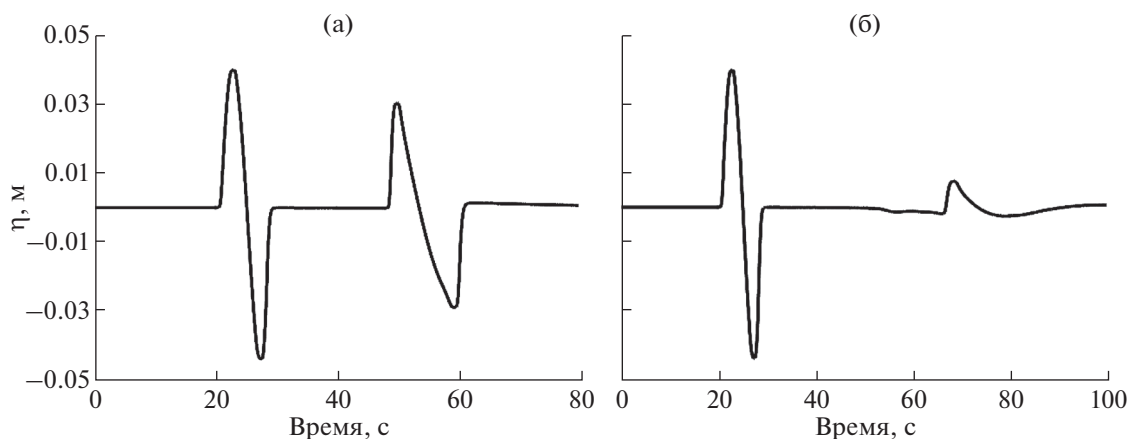


Рис. 6. Показания мареографа, расположенного в точке $x = 50$ м, в случае, когда стенка установлена (а) при $x = 10$ м и (б) при $x = 0$ м.

шими изменениями формы в области подошвы, что видно на увеличенном снимке падающей волны на рис. 7. Отраженная же волна в обоих случаях довольно сильно нелинейно деформирована. Особенно это видно на рис. 8, где отраженная волна показана в увеличенном масштабе. Таким образом, в обоих случаях падающая волна подходит к мареографу в 50 м от берега необрушенной, но со значительными изменениями формы, что говорит о сильном воздействии нелинейных эффектов. Отраженная же волна даже в случае, когда стенка расположена на “глубокой воде”, приходит уже обрушенной, поэтому ее амплитуда несколько меньше амплитуды падающей волны (рис. 6б и 8б). Если бы была справедлива линейная теория, то форма отраженной волны при $Q/\omega = 0.06$ должна была бы повторить форму падающей волны. Тем не менее, усиление волны при

подходе к стенке достаточно сильное, см. рис. 9б. Амплитуда колебаний уровня воды у стенки равна 0.12 м при глубине 0.2 м, что и объясняет ее сильную нелинейную деформацию в пристеночной области. Это же следует и из приближенного нелинейного ВКБ решения, приведенного в нашей работе [9], где подчеркивалось, что нелинейные эффекты всегда нарастают при приближении к берегу.

В случае расположения стенки на урезе, форма волны определяется уже эффектами обрушения. Из рис. 6а и рис. 8а видно, что падающая волна достаточно быстро укрупняется и обрушается. В результате высота волны сильно уменьшается, и отраженная волна диссипирует при распространении (ее амплитуда ~ 1 см). Форма колебаний воды на стенке, показанная на рис. 9а, также го-

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в данной статье мы изучили накат волн на стенку, установленную на выпуклом пляже. Исследование проводилось как аналитически в рамках линейной теории мелкой воды, так и численно с использованием программного комплекса CLAWPACK, решающего нелинейные уравнения мелкой воды и допускающего распространение ударного фронта. Одним из основных практических результатов является выявление определяющей роли нелинейных эффектов и обрушения при исследовании взаимодействия волн со стенкой на выпуклом пляже, что становится принципиальным, если стенка установлена на мелководье. Как показал проведенный анализ, даже сравнительно небольшие изменения глубины, на которой располагается стенка, могут полностью изменить динамику волн вблизи стенки как количественно, так и качественно. В частности, когда стенка расположена на более “глубокой воде”, волна отражается от нее без изменения формы и фазы, что полностью соответствует классическим представлениям. При перемещении же стенки ближе к берегу форма волны начинает сложным образом меняться, в пределе стремясь к производной от падающей на откос волны.

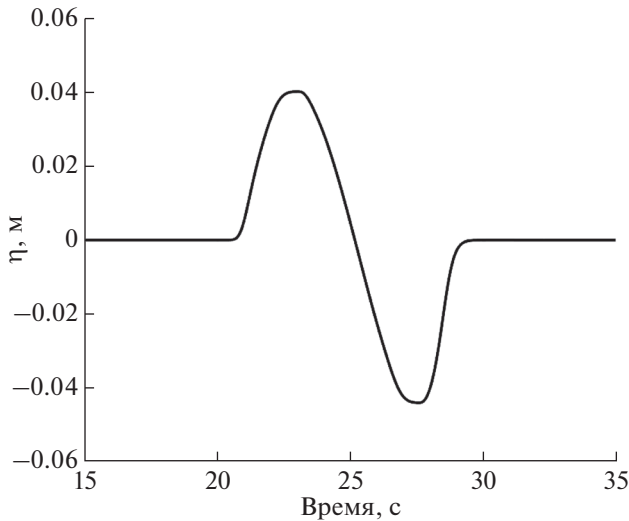


Рис. 7. Форма падающей на берег волны, записанная с помощью “компьютерного мареографа”, расположенного на расстоянии 50 м от берега.

ворит об обрушении волны еще до подхода к берегу. Важно подчеркнуть, что отраженная волна начинается с понижения, как это и было предсказано линейной теорией (рис. 8а).

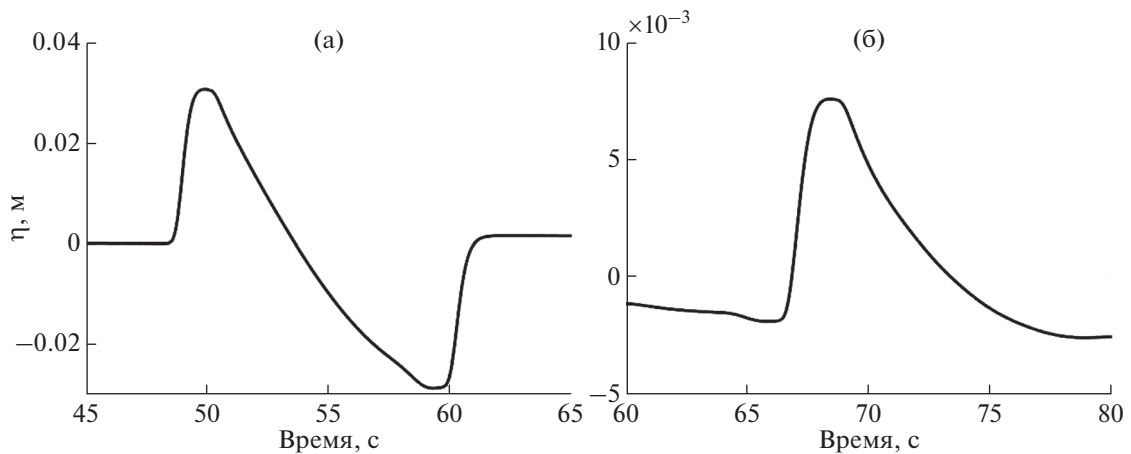


Рис. 8. Отраженная волна в точке $x = 50$ м, в случае, когда стенка установлена (а) при $x = 10$ м и (б) при $x = 0$ м.

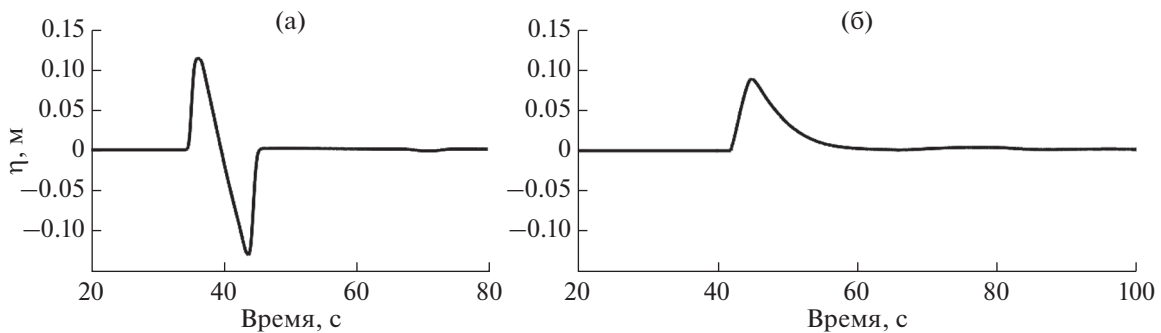


Рис. 9. Колебания уровня моря на стенке в случае, когда стенка установлена (а) при $x = 10$ м и (б) при $x = 0$ м.

При этом фаза волны также изменяется и в предельном случае, когда стенка расположена на берегу, меняется на противоположную.

Данная работа выполнена в рамках выполнения базовой части государственного задания № 2016/133, а также была частично поддержана грантом РФФИ (№ 15-35-20563), грантом Президента РФ (МД-6373.2016.5), грантом IUT19-6 и фондом Фольксваген.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диденкулова И.И., Заibo Н., Пелиновский Е.Н. Отражение длинных волн от “безотражательного” донного профиля // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2008. № 4. С. 102–108.
2. Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н. Накат длинных волн на берег: влияние формы подходящей волны // Океанология. 2008. Т. 48. № 1. С. 5–10.
3. Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н., Родин А.А. Формирование экстремальных волн на мелкой воде с учетом обрушения // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т. 5. № 1. С. 89–98.
4. Черкесов Л.В. Гидродинамика поверхностных и внутренних волн. Киев: Наукова думка, 1976. 364 с.
5. Carbone F., Dutykh D., Dudley J.M., Dias F. Extreme wave runup on a vertical cliff // Geophys. Res. Letters. 2013. V. 40. № 12. P. 3138–3143.
6. Dean R.G., Dalrymple R.A. Coastal processes with engineering applications. Cambridge University Press. 2002. 475 p.
7. Didenkulova I., Nikolkina I., Pelinovsky E., Zahibo N. Tsunami waves generated by submarine landslides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. 2010. V. 10. P. 2407–2419.
8. Didenkulova I., Pelinovsky E. Traveling water waves along a quartic bottom profile // Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. 2010. V. 59. № 2. P. 166–171.
9. Didenkulova I., Pelinovsky E. Nonlinear wave effects at the nonreflecting beach // Nonlinear Processes in Geophysics. 2012. V. 19. P. 1–8.
10. Didenkulova I., Pelinovsky E., Soomere T. Long surface wave dynamics along a convex bottom // J. Geophys. Res. Oceans. 2009. V. 114. P. C07006.
11. Didenkulova I., Soomere T. Formation of two-section cross-shore profile under joint influence of random short waves and groups of long waves // Marine Geology. 2011. V. 289. P. 29–33.
12. Didier E., Neves D.R.C.B., Martins R., Neves M.G. Wave interaction with a vertical wall: SPH numerical and experimental modeling // Ocean Engineering. 2014. V. 88. P. 330–341.
13. Gui Q., Shao S., Dong P. Wave Impact Simulations by an improved ISPH model // J. of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering. 2014. V. 140. № 3. CID. 04014005.
14. Guilcher P., Couty N., Brosset L., Le Touzé D. Simulations of breaking wave impacts on a rigid wall at two different scales with a two-phase fluid compressible SPH model // International Journal of Offshore and Polar Engineering. 2014. V. 23. № 4. P. 241–253.
15. Kit E., Pelinovsky E. Dynamical models for cross-shore transport and equilibrium bottom profiles // J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 1998. V. 124. № 3. P. 138–146.
16. LeVeque R.J. Finite-volume methods for hyperbolic problems. Cambridge University Press, 2004. 558 p.
17. Linton D., Gupta R., Cox D. et al. Evaluation of tsunami loads on wood-frame walls at full scale // J. of Structural Engineering. 2013. V. 139. № 8. Special Issue: SI. P. 1318–1325.
18. Rahman S., Akib S., Khan M.T.R., Shirazi S.M. Experimental study on tsunami risk reduction on coastal building fronted by sea wall // Scientific World Journal. 2014. Article ID. 729357.
19. St-Germain P., Nistor I., Townsend R., Shibayama T. Smoothed-particle hydrodynamics numerical modeling of structures impacted by tsunami bores // J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering. 2014. V. 140. № 1. P. 66–81.
20. Tinti S., Bortolucci E., Chiavettieri C. Tsunami excitation by submarine slides in shallow water approximation // Pure Appl. Geophys. 2001. V. 158. № 4. P. 759–797.

Runup of Surface Waves on a Sea Wall Mounted on a Convex Bottom Profile

I. I. Didenkulova, E. N. Pelinovsky, A. A. Rodin

Long wave runup on a sea wall mounted on a convex bottom profile is studied in the framework of the linear shallow water theory. When the wall is located at a slightly “deeper water” within the given set-up, the wave reflects from the wall without changing its shape and phase shift, which is fully consistent with the classic concepts. If the wall is displaced to the coast the shape of the wave changes. Note that the phase of the wave changes its sign to the opposite one in the limited cases when the wall is located exactly on the shore. The role of nonlinear effects is studied by means of numerical simulations in the framework of nonlinear shallow water theory. It is shown that nonlinear effects leading to wave breaking are significant at the beach of convex shape that makes the structure of the wave field even more complicated.