УДК 548.55

Посвящается памяти Ф.И. Федорова

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА В ОПТИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ПОГЛОЩАЮЩИХ КРИСТАЛЛАХ РОМБИЧЕСКОЙ СИНГОНИИ

© 2011 г. А. Ф. Константинова, Т. Г. Головина, Б. В. Набатов, Е. А. Евдищенко, К. К. Константинов*

Институт кристаллографии РАН, Москва E-mail: afkonst@ns.crys.ras.ru *ООО "ЮФК Сервис", Москва Поступила в редакцию 11.01.2011г.

Рассмотрены особенности проявления оптической активности и поглощения в кристаллах ромбической сингонии класса 222. Проанализировано влияние каждого из эффектов на величины эллиптичностей собственных волн. Подробно рассмотрены зависимости азимута, эллиптичности и интенсивности прошедшего света вблизи и вдали от направления оптических осей. Показано, в каких случаях можно пользоваться приближенными соотношениями, полученными без учета многократных отражений и неортогональности собственных волн в кристалле. Проанализированы отличия смоделированных коноскопических картин двуосных поглощающих оптически активных кристаллов по сравнению с картинами кристаллов, не обладающих оптической активностью или поглощением.

ВВЕДЕНИЕ

Ф.И. Федоров при развитии ковариантных методов в кристаллооптике [1] уделял большое внимание вопросу оптической активности кристаллов [2]. Несмотря на то что некоторые задачи, касающиеся явления оптической активности, были приближенно решены в [3, 4] без учета многократных отражений, многие другие задачи остались нерешенными. Поэтому первые аспиранты Федора Ивановича – Б.В. Бокуть, Л.М. Барковский, В.В. Филиппов, А.Н. Сердюков, В.В. Шепелевич, А.Ф. Константинова и другие занимались решением широкого спектра задач данного направления в оптике анизотропных сред. В книге Ф.И. Федорова "Теория гиротропии" [2], а затем в работах его учеников и последователей были изучены некоторые особенности распространения света в поглощающих оптически активных кристаллах. Особенно сложными являются двуосные поглощающие кристаллы. В работах, посвященных этой тематике, было показано, что в двуосных поглощающих кристаллах собственные волны неортогональны, и считать их эллиптичности равными можно с еще большей ошибкой, чем в одноосных кристаллах [2, 5-7]. В [5-7] показано, что в низкосимметричных оптически активных поглощающих кристаллах вблизи оптических осей различие в абсолютных значениях эллиптичностей волн и их неортогональность могут быть весьма существенны и оказывать значительное влияние на точность расчетов параметров прошедшего света. Аналитические выражения для параметров поляризации собственных волн в таких кристаллах могут быть получены, но учитывая, что тензор диэлектрической проницаемости в этом случае комплексный, они должны быть весьма громоздки и неудобны для анализа. Из-за этого в [5-7] были получены приближенные выражения без учета неортогональности собственных волн, а для параметров прошедшего света – и без учета многократных отражений. Для практического использования полученных решений необходимы выражения, позволяющие рассчитывать параметры поляризации (эллиптичности и азимуты) собственных волн, распространяющихся в кристалле, и величины их показателей преломления.

В настоящей работе проведено сравнение рассчитанных точно и по приближенным соотношениям значений эллиптичностей собственных волн и характеристик прошедшего света для двуосных оптически активных поглощающих кристаллов при нормальном падении света.

Точные значения параметров поляризации собственных волн в оптически активных кристаллах можно рассчитать, используя разработанные авторами предлагаемой статьи программы в



Рис. 1. Зависимости эллиптичностей собственных волн в ромбическом кристалле класса 222 от изменения угла θ : а – кристалл поглощающий, б – оптически активный, в – оптически активный поглощающий; значения показателей преломления и коэффициентов оптической активности $N_1 = 1.645 + i \times 1 \times 10^{-4}$, $N_2 = 1.65 + i \times 1.5 \times 10^{-4}$, $N_3 = 1.68 + i \times 2 \times 10^{-4}$, $\alpha_{11} = -2.5 \times 10^{-5} - i \times 1.5 \times 10^{-7}$, $\alpha_{22} = -3 \times 10^{-5} - i \times 2 \times 10^{-7}$, $\alpha_{33} = 4 \times 10^{-5} + i \times 3 \times 10^{-7}$.

системе "Mathematica", основанные на матричном методе Берремана [8–10]. Под точными значениями параметров прошедшего света имеются ввиду результаты их вычислений с учетом многократных отражений по методу Берремана [8]. Приближенные вычисления проведены по формулам, полученным в [5–7].

Представляет интерес выяснить, насколько различаются в этих случаях эллиптичности собственных волн, а также интенсивность, азимут и эллиптичность вышедшей из кристалла волны. Интересно также провести моделирование коноскопических фигур таких кристаллов и сравнить их с картинами активных непоглощающих и неактивных поглощающих двуосных кристаллов. Этим аспектам и посвящена данная работа.

ЭЛЛИПТИЧНОСТИ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН

Надо иметь в виду, что в низкосимметричных поглощающих оптически активных кристаллах тензор диэлектрической проницаемости ε и тензор гирации α имеют действительные и мнимые части, которые приводятся к диагональному виду в единой системе координат только для ромбических кристаллов класса 222 [2]. В данной работе все выводы будут относиться только к этим кристаллам.

В этом случае

$$N = n + i\kappa$$
, $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\alpha_{ii} = \alpha'_{ii} + i\alpha''_{ii}$

где N — комплексный показатель преломления, n — показатель преломления, κ — показатель поглощения.

Для того чтобы внести ясность в дальнейшее изложение, остановимся на некоторых подробностях. Во-первых, в двуосном кристалле класса 222 при наличии поглощения каждая из двух оптических осей, которые существовали в отсутствие поглощения ("исходные" оптические оси), симметрично расщепляется на две, расположенные в плоскости, перпендикулярной плоскости двух "исходных". Эти четыре оси называются

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ том 56 № 3 2011

круговыми оптическими осями, вдоль каждой из них может распространяться одна волна с эллиптичностью, равной единице. Угол раствора этих осей тем больше, чем больше величина поглощения [5]. Эллиптичности собственных волн в поглощающем двуосном кристалле обозначают *s* (рис. 1а).

Во-вторых, если двуосный кристалл оптически активный и прозрачный, то вдоль оптической оси распространяются две волны с противоположным обращением и эллиптичностями *k*, равными единице (рис. 16).

Рассмотрим более внимательно особенности изменения эллиптичностей вблизи оптических осей таких кристаллов, хотя некоторые вопросы были решены в [5–7]. Для оптически активных поглощающих кристаллов показано, что эллиптичность собственных волн в направлениях, отличных от оптических осей, можно вычислять как сумму эллиптичности s, связанной только с поглощением, и эллиптичности k, связанной только с активностью [5–7]:

$$k_1 = s + k, k_2 = s - k.$$
 (1)

На рис. 1 хорошо видно, как при нормальном падении света при наличии поглощения (рис. 1а) или оптической активности (рис. 1б) меняется эллиптичность обеих волн в зависимости от угла θ между нормалью к поверхности и оптической осью. При наличии как поглощения, так и оптической активности (рис. 1в), при распространении света вдоль оптической оси эллиптичность одной из собственных волн по модулю не равна единице, а другой близка к единице. В зависимости от соотношений между поглощением, активностью и величиной двупреломления разница между эллиптичностями может быть различна.

При получении приближенного решения предполагалось, что собственные волны возбуждаются в кристалле такими, что эллипс поляризации одной из них вписан в эллипс поляризации другой и, следовательно, существуют точки касания этих эллипсов [6]. Из точных численных рас-

M

четов следует, что у эллипсов поляризации собственных волн нет точек касания. Расстояние между ближайшими точками невелико, поэтому соответствующие рисунки не приводятся.

ПАРАМЕТРЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ИНТЕНСИВНОСТЬ ПРОШЕДШЕГО СВЕТА

Посмотрим, как изменяются в зависимости от азимута α поляризации падающего света азимут χ , эллиптичность tg γ и интенсивность прошедшего света *I* в поглощающих оптически активных кристаллах в направлении оптической оси и при удалении от нее. Для этого сравним результаты приближенных и точных вычислений. В [5–7] было показано, что приближенные выражения имеют вид:

для азимута χ света, прошедшего через пластинку

$$tg2\chi = \frac{(1-s^{2}+k^{2})^{2}}{1+s^{2}-k^{2}} \left\{ \sin 2\alpha \cos \Delta - \times \frac{2\sin \Delta}{1-s^{2}+k^{2}} \left[s+k\cos 2\alpha \right] \right\} \times \left\{ e^{\delta} \cos^{2} \alpha - e^{-\delta} \sin^{2} \alpha + (s^{2}-k^{2}) \times (e^{-\delta} \cos^{2} \alpha - e^{\delta} \sin^{2} \alpha) + \frac{2k(1-s^{2}+k^{2})}{1+s^{2}-k^{2}} \times \sin 2\alpha \sin \Delta + \frac{4}{(1+s^{2}-k^{2})} \times (k[s+k\cos 2\alpha]\cos \Delta - s[k+s\cos 2\alpha]\cosh \delta) \right]^{-1},$$

$$(2)$$

для угла эллиптичности у прошедшего света

$$\sin 2\gamma = [[1 - (s^{2} - k^{2})^{2}]\sin 2\alpha \sin \Delta - 2(s - k) \times \\\times [e^{-\delta} + e^{\delta}(s^{2} - k^{2}) - (1 + s^{2} - k^{2})\cos \Delta]\sin^{2}\alpha - \\- 2(s + k)[e^{-\delta}(s^{2} - k^{2}) + e^{\delta} - \\- (1 + s^{2} - k^{2})\cos \Delta]\cos^{2}\alpha] \times \{e^{\delta}\cos^{2}\alpha + (3) + e^{-\delta}\sin^{2}\alpha - 2(s^{2} - k^{2})\cosh \delta - \\- 4s(s + k\cos 2\alpha)(\cos \Delta - \cosh \delta) - \\- 2s(1 - s^{2} + k^{2})\sin 2\alpha \sin \Delta\}^{-1}.$$

Здесь α – азимут поляризации падающего света, $\Delta = \frac{2\pi d(n_2 - n_1)}{\lambda}, \delta = \frac{2\pi d(\kappa_2 - \kappa_2)}{\lambda}, d$ – толщина пластинки, λ –длина волны.

Сравним также интенсивность прошедшего света для разных азимутов о поляризации падающего нормально на пластинку света при параллельных и скрещенных поляризаторах и посмотрим разницу между точными и приближенными значениями.

Выражение для интенсивности записывается в виде [7]:

$$I = I_0 M(a + b_1 \cos 2\alpha + b_2 \sin 2\alpha + c_1 \cos 4\alpha + c_2 \sin 4\alpha)$$
(4)
= $\frac{e^{-\zeta}}{4(1 - s^2 + k^2)^2}$, $\zeta = 2\pi d(\kappa_1 + \kappa_2)/\lambda$.

Для скрещенных поляризаторов

$$a_{\perp} = [1 + (s^{2} - k^{2})^{2} + 6(s^{2} + k^{2})](\cosh \delta - \cos \Delta),$$

$$b_{1}^{\perp} = 16 \ s \ k(\cosh \delta - \cos \Delta), \quad b_{2}^{\perp} = 0,$$

$$c_{1}^{\perp} = -(1 + (s^{2} - k^{2})^{2} - 2(s^{2} + k^{2}))(\cosh \delta - \cos \Delta),$$

$$c_{2}^{\perp} = 0.$$
(5)

Для параллельных поляризаторов

$$a_{\parallel} = \cosh \delta [3(1 + (s^{2} - k^{2})^{2}) + 2(s^{2} + k^{2})] + + \cos \Delta [1 + (s^{2} - k^{2})^{2} - 6(s^{2} - k^{2}) + 4 s k], b_{1}^{\parallel} = 4(1 - (s^{2} - k^{2})^{2}) \sinh \delta, b_{2}^{\parallel} = -8s(1 - s^{2} + k^{2}) \sin \Delta, c_{1}^{\parallel} = (1 + (s^{2} - k^{2})^{2} - 2(s^{2} + k^{2}))(\cosh \delta - \cos \Delta), c_{2}^{\parallel} = 0.$$
(6)

Следует обратить внимание, что в расчетах по приближенным формулам (2)–(6) используются значения эллиптичностей *s* и *k*, которые можно рассчитать из принципа суперпозиции (1) и точных значений эллиптичностей k_1 и k_2 собственных волн, получаемых в процессе счета по методу Берремана [10]:

$$s = (k_1 + k_2)/2, k = (k_1 - k_2)/2.$$
 (7)

На рис. 2а хорошо видно, что значения азимута, эллиптичности и интенсивности прошедшего света, а также ход зависимостей tg2($\alpha - \chi$), tgγ и *I*, вычисленные точно (кривые 2) и по приближенным формулам (кривые 1), при распространении света вдоль оптической оси ($\theta = 0^{\circ}$) существенно различаются. По мере удаления от оптической оси (угол θ увеличивается), различие уменьшается (рис. 2б), а уже при $\theta = 1^{\circ}$) кривые становятся подобными, а разница между ними обусловлена преимущественно учетом многократных отражений в точных расчетах (рис. 2в). То же самое можно сказать и для зависимости интенсивности $I_{\perp}(\alpha)$ в случае скрещенных поляризаторов, но эти данные здесь не приводятся.

Из приведенных графиков эллиптичности, азимута и интенсивности прошедшего света видно, что вдали от направлений оптических осей приближенные соотношения (2)–(6) приемлемо описывают зависимости параметров прошедшего света, рассчитанные точно, и подходят только для начального приближения. В направлениях вбли-

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ том 56 № 3 2011



Puc. 2. Зависимости азимута χ, эллиптичности tgγ, интенсивности *I* прошедшего света при параллельных поляризаторах от азимута α поляризации падающего света: $a - \theta = 0^\circ$, $\Delta = -8.24^\circ$, $\delta = -0.0009$; $6 - \theta = -0.1^\circ$, $\Delta = -11.9^\circ$, $\delta = -0.073$; $B - \theta = -1^\circ$, $\Delta = -75.4^\circ$, $\delta = -0.12$; *I* – приближенное решение, *2* – точное решение. $N_1 = 1.645 + i \times 1 \times 10^{-4}$, $N_2 = 1.65 + i \times 1.5 \times 10^{-4}$, $N_3 = 1.68 + i \times 2 \times 10^{-4}$, $\alpha_{11} = -2.5 \times 10^{-5} - i \times 1.5 \times 10^{-7}$, $\alpha_{22} = -3 \times 10^{-5} - i \times 2 \times 10^{-7}$, $\alpha_{33} = 4 \times 10^{-5} + i \times 3 \times 10^{-7}$, d = 0.3 мм.

зи оптических осей при таких расчетах нужно использовать только точные значения эллиптичностей собственных волн k_1 и k_2 .

КОНОСКОПИЧЕСКИЕ КАРТИНЫ ДВУОСНЫХ КРИСТАЛЛОВ

Интерференционные картины, наблюдаемые при прохождении сходящегося пучка света через кристаллическую пластинку, расположенную между скрещенными поляризатором и анализатором, несут значительную информацию о ее оптических свойствах.

До сих пор подробное теоретическое описание коноскопических картин было проведено только для неактивных кристаллов. Различные виды коноскопических картин и их описание для одноосных и двуосных кристаллов приведены во многих монографиях, например в [11–16]. Наличие оптической активности приводит к определенным изменениям этих картин по сравнению с неактивными кристаллами при распространении пучка света вдоль оптической оси. В [9, 10] в общем виде решена граничная задача о прохождении света через плоскопараллельную пластинку, вырезанную из одноосного или двуосного прозрачного оптически активного кристалла. На основа-

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ том 56 № 3 2011

нии этого решения с применением вычислительграфических возможностей И пакета ных "Mathematica" в [17-19] проведено моделирование коноскопических картин таких кристаллов для монохроматического света и анализ влияния оптической активности на различия между коноскопическими картинами неактивных и активных кристаллов. Коноскопические картины двуосных поглощающих, но неактивных кристаллов рассмотрены в [20]. Насколько нам известно, описания коноскопических картин двуосных кристаллов, одновременно обладающих как поглощением, так и оптической активностью, нет. Поэтому представляет большой интерес анализ вклада как поглощения, так и оптической активности в формирование коноскопической картины такого кристалла.

При наблюдении коноскопической картины свет, падающий на пластинку, испускается удаленным протяженным источником. Поэтому при моделировании коноскопической картины необ-ходимо рассмотреть прохождение через пластинку волн с различными направлениями распространения, а значит, при разных углах падения света ϕ_i .

Рассмотрим кристаллы ромбической сингонии класса 222, когда пластинка вырезана пер-

(a) (б) (B) 15 1(5 0 -15 -15 - 10 - 5-15 - 10 - 5-15 - 10 - 50 5 10 15 0 5 10 15 0 5 10 15 1.0 1.01.00.8 0.8 0.8 0.6 0.6 0.6 0.4 0.4 0.4 0.2 0.2 0.2 -15 - 100 -15 - 105 5 10 15 5 0 5 10 15 -15 - 105 0 10 15 ф_{*i*}, град ф_{*i*}, град ф_{*i*}, град

Рис. 3. Коноскопические картины пластинки из двуосного кристалла и их сечения (распределение интенсивности *I* прошедшего света) вдоль горизонтали y=0 (пластинка вырезана перпендикулярно биссектрисе острого угла между оптическими осями): а – кристалл поглощающий, б – оптически активный, в – оптически активный поглощающий; $N_1 = 1.6498 + i \times 1 \times 10^{-5}$, $N_2 = 1.65 + i \times 1.5 \times 10^{-5}$, $N_3 = 1.68 + i \times 2 \times 10^{-5}$, $\alpha_{11} = -2.5 \times 10^{-5} - i \times 1.5 \times 10^{-5}$, $\alpha_{22} = -3 \times 10^{-5} - i \times 2 \times 10^{-5}$, $\alpha_{33} = 4 \times 10^{-5} + i \times 3 \times 10^{-5}$, $\lambda = 6328$ Å, d = 3 мм.

пендикулярно острой биссектрисе угла между оптическими осями и расположена между скрещенными поляризатором и анализатором. Для наглядности моделирование проведено для монохроматического света ($\lambda = 6328$ Å) и толщины пластинки d = 3мм. Величины показателей преломления $N_1 =$ $= 1.6498 + i \times 1 \times 10^{-5}$, $N_2 = 1.65 + i \times 1.5 \times 10^{-5}$, $N_3 = 1.68 + i \times 2 \times 10^{-5}$, компоненты тензора гирации $\alpha_{11} = -2.5 \times 10^{-5} - i \times 1.5 \times 10^{-5}$, $\alpha_{22} = -3 \times 10^{-5} - -i \times 2 \times 10^{-5}$, $\alpha_{33} = 4 \times 10^{-5} + i \times 3 \times 10^{-5}$. Для неактивного кристалла $\alpha_{ij} = 0$, при отсутствии поглощения используются те же оптические параметры, но без мнимых частей.

Из рис. З хорошо видно, что в направлениях, удаленных от оптических осей (области в углах всех квадратов), основные закономерности распределения интенсивности прошедшего света для двуосного поглощающего оптически активного кристалла аналогичны закономерностям для поглощающего неактивного (а) и непоглощающего активного (б) кристаллов. В отличие от этого в области углов, близких к направлениям выхода оптических осей (группы из 4-х пятен вблизи горизонтали y = 0), все картины становятся различными, поскольку именно в этой области влияние как оптической активности, так и поглощения становится наиболее существенным. Ясно, что вид картин в этой области будет зависеть от соотношения двупреломления, дихроизма и параметров оптической активности кристалла, но общие закономерности для трех рассматриваемых случаев сохранятся.

Так, у поглощающего кристалла при отсутствии активности интенсивность прошедшего света равна нулю вдоль горизонтали y = 0(рис. 3а), а четыре пятна расположены симметрично относительно направлений x = 0 и y = 0 и имеют одинаковую интенсивность.

В оптически активном непоглощающем кристалле при распространении света вдоль оптической оси интенсивность, эллиптичность и азимут прошедшего света пропорциональны эллиптичности собственных волн (величины Δ и *k* отличны от нуля). Как видно из рис. 36, интенсивность прошедшего света существенно отлична от нуля, так как в этом направлении кристалл вращает плоскость поляризации. Как и в предыдущем случае четыре пятна одинаковой интенсивности расположены симметрично относительно направлений x = 0 и y = 0.

При сравнении "профилей" картин на рис. Зб и Зв вдоль горизонтали у=0 видно, что в обоих случаях интенсивность прошедшего света не равна нулю, и характер ее распределения принципиально не меняется. Основное различие между двуосным активным поглощающим и непоглощающим кристаллами состоит в том, что при наличии поглощения нарушается симметрия расположения пятен в области углов, близких к направлениям выхода оптических осей и, как хорошо видно, у каждого пятна в своей паре интенсивности существенно отличаются, что можно объяснить вкладом циркулярного дихроизма в картину распределения интенсивности света.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате рассмотрения особенностей проявления оптической активности и поглощения в кристаллах ромбической сингонии класса 222 показано, что приближенные соотношения приемлемо описывают функциональные зависимости параметров поляризации прошедшего света при его распространении вдали от оптических осей и подходят для начального приближения. В направлениях вблизи оптических осей необходимо использовать только результаты точных вычислений.

Смоделированы коноскопические картины двуосных поглощающих оптически активных кристаллов. Проведен анализ принципиальных отличий этих картин по сравнению с картинами кристаллов, не обладающих оптической активностью или поглощением, что позволяет просто и быстро диагностировать наличие у исследуемого двуосного кристалла тех или иных оптических свойств по виду его коноскопической картины.

Авторы выражают глубокую благодарность А.И. Окорочкову за полезные обсуждения, касающиеся явления оптической активности в двуосных кристаллах, послужившие основой данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Федоров Ф.И*. Оптика анизотропных сред. Минск: Изд-во АН БССР, 1958. 380 с.
- 2. *Федоров Ф.И*. Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976. 456 с.

- 3. *Pancharatnam S. Proc.* Indian Acad. Sci. A. 1957. V. 46. P. 280.
- 4. *Pancharatnam S. Proc.* Indian Acad. Sci. A. 1958. V. 48. P. 227.
- 5. *Окорочков А.И., Константинова А.Ф. //* Кристаллография. 1984. Т. 29. Вып. 5. С. 841.
- Окорочков А.И., Константинова А.Ф. // Кристаллография. 1985. Т. 30. Вып. 1. С. 105.
- 7. Константинова А.Ф., Гречушников Б.Н., Бокуть Б.В., Валяшко Е.Г. Оптические свойства кристаллов. Минск: Наука и техника, 1995. 302 с.
- Berreman D.W. // J. Opt. Soc. Am. 1972. V. 62. № 4. P. 502.
- 9. Константинова А.Ф., Константинов К.К., Набатов Б.В., Евдищенко Е.А. // Кристаллография. 2002. Т. 47. № 4. С. 702.
- 10. Константинова А.Ф., Набатов Б.В., Евдищенко Е.А., Константинов К.К. // Кристаллография. 2002. Т. 47. № 5. С. 879.
- Гречушников Б.Н. Оптические свойства кристаллов // Современная кристаллография / Под ред. Вайнштейна Б.К. М.: Наука, 1981. Т. 4. С. 338.
- 12. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975. 680 с.
- Шубников А.В. Основы оптической кристаллографии. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 207с.
- 14. *Борн М., Вольф Э*. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
- Меланхолин Н.М., Грум-Гржимайло С.В. Методы исследования оптических свойств кристаллов. М.: Изд-во АН СССР, 1954. 191 с.
- 16. Шаскольская М.П. Кристаллография. М.: Высш. школа, 1976. 391 с.
- 17. Рудой К.А., Набатов Б.В., Строганов В.И. и др. // Кристаллография. 2003. Т. 48. № 2. С. 334.
- Константинова А.Ф., Рудой К.А., Набатов Б.В., Евдищенко Е.А. // Кристаллография. 2003. Т. 48. № 5. С. 884.
- 19. Константинова А.Ф., Евдищенко Е.А. Имангазиева К.Б. // Кристаллография. 2006. Т. 51. № 6. С. 1063.
- 20. Константинова А.Ф., Филиппов В.В., Палто С.П. и др. // Кристаллография. 2007. Т. 52. № 6. С. 1114.