

Посвящается памяти Ф.И. Федорова

ВЗАИМНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН НА ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ГОЛОГРАММАХ В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ КЛАССА СИММЕТРИИ $\bar{4}3m$

© 2011 г. В. Н. Навныко, В. В. Шепелевич

Мозырский государственный педагогический университет, Беларусь

E-mail: vasshep@inbox.ru

Поступила в редакцию 20.12.2010 г.

Изучена взаимная трансформация световых волн при их одновременной дифракции на объемной отражательной фазовой голограмме, сформированной в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии $\bar{4}3m$. Построены указательные поверхности поляризационно оптимизированных значений относительной интенсивности предметной волны, позволяющие определить усиление этой волны для любого среза кристалла. Численно найдены азимуты линейной поляризации, при которых достигается максимальный энергообмен между световыми волнами для кристаллов различных срезов.

ВВЕДЕНИЕ

Эта работа посвящена памяти выдающегося белорусского физика, академика Федора Ивановича Федорова, основателя научной школы с мировой известностью и нескольких важнейших направлений в теоретической физике, оптике и акустике, разработавшего ковариантные методы решения сложных физических проблем.

Полупроводниковые кристаллы GaAs, InP и CdTe принадлежат к точечной группе симметрии $\bar{4}3m$ и являются оптически изотропными средами [1, 2]. Кроме того, такие кристаллы проявляют фоторефрактивный эффект и являются перспективными материалами для записи и считывания объемных динамических голограмм в инфракрасном диапазоне, поскольку характеризуются лишь небольшим коэффициентом поглощения в этой области спектра и обладают меньшим временем фоторефрактивного отклика по сравнению с сегнетоэлектрическими фоторефрактивными кристаллами (например, LiNbO₃, SBN и др.) [3].

Изучению свойств объемных отражательных голограмм, впервые полученных и исследованных Ю.Н. Денисюком [4, 5], в полупроводниковых фоторефрактивных кристаллах посвящен ряд публикаций (например, [6–8]). В [6] исследована поляризационная зависимость дифракционной эффективности отражательной голограммы для кристалла GaAs фиксированного среза (001). Для пропускающих голограмм зависимость коэффициента усиления при двухволновом взаимодействии от среза фоторефрактивных полупроводни-

ков GaAs:Cr и InP:Fe с использованием указательных поверхностей была изучена в [7]. Однако в этой работе зависимость коэффициента усиления отражательной голограммы от среза кристалла не исследовалась. В [8] теоретически изучена с использованием указательных поверхностей зависимость максимальной дифракционной эффективности объемной отражательной голограммы от среза и толщины фоторефрактивного кристалла класса симметрии $\bar{4}3m$. Однако в [8] не рассматривалась взаимная трансформация световых волн при их одновременной дифракции на отражательной голограмме.

Ориентационные зависимости дифракционной эффективности и коэффициента усиления пропускающих голограмм в кристалле GaAs исследовались теоретически и экспериментально в [9] для отдельных срезов кристалла. При выполнении теоретических расчетов учитывались обратный пьезоэлектрический эффект и фотоупругость кристалла, а также вклад амплитудных решеток.

Таким образом, несмотря на большое количество публикаций, посвященных изучению свойств голограмм в фоторефрактивных кристаллах класса симметрии $\bar{4}3m$, зависимость максимальной относительной интенсивности предметной волны от среза кристалла и от его толщины в отражательных голограммах исследована недостаточно. Кроме того, не рассматривалась задача о нахождении для различных срезов кристалла азимутов линейной поляризации взаимодействующих

волн, при которых достигается наибольшее усиление предметной волны на выходе из голограммы.

Целью данной работы является установление и анализ закономерностей взаимной трансформации световых волн при их одновременной дифракции на объемной отражательной фазовой голограмме, сформированной в кубических фоторефрактивных кристаллах класса симметрии $\bar{4}3m$ произвольного среза, а также нахождение азимутов поляризации взаимодействующих волн, при которых достигается максимальный энергообмен.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Пусть в фоторефрактивном кристалле класса симметрии $\bar{4}3m$ толщиной d сформирована объемная фазовая ненаклонная отражательная голограмма с волновым вектором \mathbf{K} , направленным перпендикулярно рабочим граням кристалла (рис. 1). Предположим, что на кристалл толщиной d симметрично нормально падают с противоположных сторон две когерентные монохроматические линейно поляризованные электромагнитные опорная и предметная волны с векторами напряженности электрического поля \mathbf{R}_0 и \mathbf{S}_0 соответственно. Будем также полагать, что на рабочие грани кристалла нанесены антиотражающие покрытия, благодаря которым отраженными от граней световыми волнами можно пренебречь. Поглощением световых волн в кристалле также пренебрегаем.

В результате в кристалле происходит одновременная дифракция опорной и предметной волн на отражательной голограмме и вследствие взаимной трансформации световых волн изменяется их интенсивность. Взаимная трансформация световых волн в процессе их взаимодействия на отражательной фоторефрактивной голограмме может приводить к усилению предметной волны за счет энергии опорной волны. При выполнении некоторых специальных условий, которые будут установлены ниже, перенос энергии между волнами может происходить и в обратном направлении (усиление опорной волны).

Рассмотрим геометрию взаимодействия опорной и предметной световых волн с кристаллом. Тройка ортогональных единичных векторов $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$, определяющая рабочую систему координат, связана с плоскостью голографического стола, совпадающей с плоскостью, образованной векторами \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_3 ; единичный вектор \mathbf{e} (рис. 1) характеризует некоторое фиксированное направление в плоскости среза кристалла, совпадающее с вектором \mathbf{e}_1 . Азимуты линейной поляризации опорной и предметной волн отсчитываются от

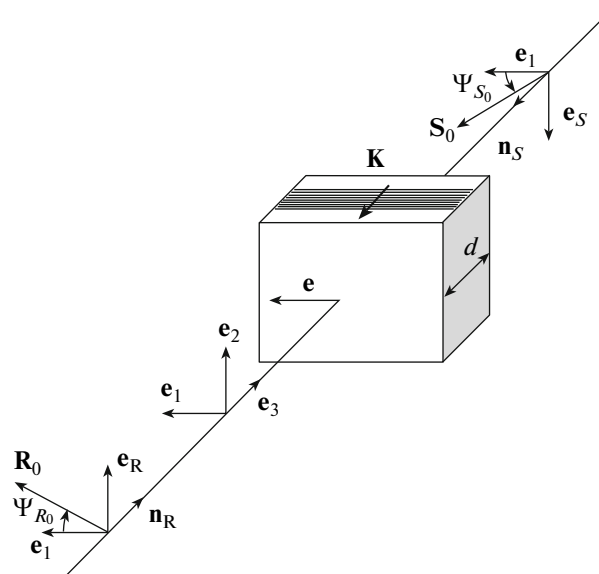


Рис. 1. Геометрическая схема взаимной трансформации световых волн при их одновременной дифракции на объемной отражательной голограмме, сформированной в фоторефрактивном кристалле класса симметрии $\bar{4}3m$.

направления единичного вектора \mathbf{e}_1 против часовой стрелки, если смотреть навстречу волновой нормали, и на входе в кристалл обозначены через Ψ_{R0} и Ψ_{S0} . При описании поляризации световых волн используются единичные векторы \mathbf{e}_R и \mathbf{e}_S , которые определяются векторными произведениями $\mathbf{e}_{R,S} = [\mathbf{n}_{R,S}, \mathbf{e}_1]$ (рис. 1).

Для характеристики энергетического переноса при взаимной трансформации световых волн введем параметр γ , называемый относительной интенсивностью предметной волны, который характеризует усиление ($\gamma > 1$) или ослабление ($\gamma < 1$) интенсивности этой волны в процессе взаимодействия с опорной волной:

$$\gamma = \frac{S_{\perp}^2 + S_{\parallel}^2}{S_0^{\perp 2} + S_0^{\parallel 2}}, \quad (1)$$

где $S_0^{\perp}, S_0^{\parallel}$ – проекции вектора \mathbf{S}_0 на направления, определяемые векторами \mathbf{e}_1 (значок \perp) и \mathbf{e}_S (значок \parallel), S^{\perp}, S^{\parallel} – проекции вектора \mathbf{S} напряженности электрического поля предметной волны на выходе из кристалла на направления \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_S .

Используя стандартную процедуру решения системы уравнений связанных волн [10], можно получить следующие аналитические выражения для проекций S^{\perp} и S^{\parallel} :

$$S_{\perp}^0 = \frac{1}{F} \{ \tilde{A}S_{\parallel}^d + \tilde{B}S_{\perp}^d - CR_{\parallel}^0 + \tilde{D}R_{\perp}^0 \}, \quad (2)$$

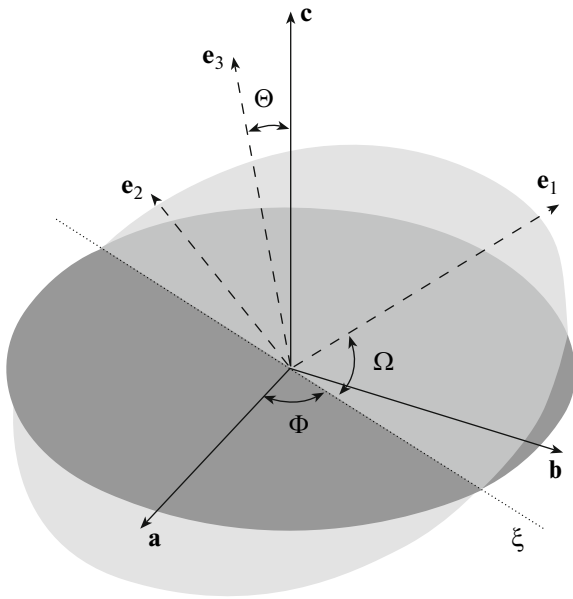


Рис. 2. Определение рабочей системы координат, заданной тройкой ортогональных единичных векторов ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$), в кристаллографической системе координат ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$) с использованием углов Эйлера (Θ, Φ, Ω).

$$S_{\parallel}^0 = \frac{1}{F} \{ AS_{\perp}^d + BS_{\parallel}^d + CR_{\perp}^0 + DR_{\parallel}^0 \}, \quad (3)$$

$$A = 4q \operatorname{sh}(qd) \kappa_2 \operatorname{sh}(\kappa_+ d),$$

$$\tilde{A} = 4q \operatorname{sh}(qd) \kappa_2 \operatorname{sh}(\kappa_+ d),$$

$$B = 4q (q \operatorname{ch}(\kappa_+ d) \operatorname{ch}(qd) - \kappa_- \operatorname{sh}(\kappa_+ d) \operatorname{sh}(qd)),$$

$$\tilde{B} = 4q (q \operatorname{ch}(\kappa_+ d) \operatorname{ch}(qd) + \kappa_- \operatorname{sh}(\kappa_+ d) \operatorname{sh}(qd)),$$

$$C = 2\kappa_2 q \operatorname{sh}(2qd),$$

$$D = 2q^2 \operatorname{sh}(2\kappa_+ d) + 2\kappa_- q \operatorname{sh}(2qd),$$

$$\tilde{D} = -2q^2 \operatorname{sh}(2\kappa_+ d) + 2\kappa_- q \operatorname{sh}(2qd),$$

$$F = 2\kappa_-^2 (\operatorname{ch}(\kappa_+ d) + \operatorname{ch}(2qd)) + 4\kappa_2^2 (\operatorname{ch}^2(qd) + \operatorname{sh}(\kappa_+ d)),$$

$$q = \sqrt{\frac{(\kappa_3 - \kappa_1)^2}{4} + \kappa_2^2}, \quad \kappa_+ = \frac{\kappa_3 + \kappa_1}{2}, \quad \kappa_- = \frac{\kappa_3 - \kappa_1}{2},$$

$$\kappa_1 = \kappa_0 (\Delta B_{11} \ell_1^2 + \Delta B_{22} \ell_2^2 + \Delta B_{33} \ell_3^2 + 2\Delta B_{12} \ell_1 \ell_2 + 2\Delta B_{13} \ell_1 \ell_3 + 2\Delta B_{23} \ell_2 \ell_3),$$

$$\kappa_2 = \kappa_0 (\Delta B_{11} \ell_1 m_1 + \Delta B_{22} \ell_2 m_2 + \Delta B_{33} \ell_3 m_3 + \Delta B_{12} (\ell_1 m_2 + \ell_2 m_1) + \Delta B_{13} (\ell_1 m_3 + \ell_3 m_1) + \Delta B_{23} (\ell_2 m_3 + \ell_3 m_2)),$$

$$\kappa_3 = \kappa_0 (\Delta B_{11} m_1^2 + \Delta B_{22} m_2^2 + \Delta B_{33} m_3^2 + 2\Delta B_{12} m_1 m_2 + 2\Delta B_{13} m_1 m_3 + 2\Delta B_{23} m_2 m_3)$$

$$\ell_1 = \cos \Omega \cos \Phi - \sin \Omega \sin \Phi \cos \Theta,$$

$$\ell_2 = -\cos \Phi \sin \Omega - \cos \Omega \sin \Phi \cos \Theta,$$

$$\ell_3 = \sin \Phi \sin \Theta,$$

$$m_1 = \sin \Phi \cos \Omega + \sin \Omega \cos \Phi \cos \Theta,$$

$$m_2 = -\sin \Omega \sin \Phi + \cos \Phi \cos \Omega \cos \Theta,$$

$$m_3 = -\cos \Phi \sin \Theta,$$

$$n_1 = \sin \Omega \sin \Theta, \quad n_2 = \cos \Omega \sin \Theta, \quad n_3 = \cos \Theta,$$

$$\kappa_0 = -\frac{\pi n_0^3 E_{sc}}{2\lambda},$$

где ΔB_{ij} – изменение обратного тензора диэлектрической проницаемости B_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$), определяемое из [11], n_0 – показатель преломления невозмущенного кристалла; E_{sc} – амплитудное значение напряженности электрического поля пространственно разделенных зарядов внутри голографической решетки, λ – длина световой волны; Θ, Φ, Ω – углы Эйлера (рис. 2), определяющие положение рабочей системы координат ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$) по отношению к кристаллографической системе координат ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$).

Численные расчеты выполнены для фоторефрактивного полупроводникового кристалла с параметрами GaAs [9]: показатель преломления $n_0 = 3.37$; электрооптический коэффициент $r_{41} = -1.43 \times 10^{-12}$ м/В; компоненты тензора упругости $c_1 = 11.88 \times 10^{10}$ Н/м², $c_2 = 5.38 \times 10^{10}$ Н/м², $c_3 = 5.94 \times 10^{10}$ Н/м²; компоненты тензора фотоупругости $p_1 = -0.165$, $p_2 = p_3 = -0.14$; $p_4 = -0.072$; пьезоэлектрический коэффициент $e_{14} = 0.154$ Кл/м². Амплитуда напряженности электрического поля разделенных зарядов принималась равной 0.5 кВ см⁻¹. Длина волны $\lambda = 1.15$ мкм. Отношение начальных интенсивностей взаимодействующих предметной и опорной волн выбиралось равным $1/11$.

Сформулируем для дальнейшего использования понятия оптимального среза и оптимального азимута поляризации. Под термином «*оптимальный срез*» будем понимать комплекс симметрично эквивалентных плоскостей [2, 12, 13], параллельных рабочим граням фоторефрактивного кристалла с фиксированной толщиной и записанной фазовой отражательной голографической решеткой, для которого оптимизированная по азимуту линейной поляризации опорной волны относительная интенсивность предметной волны γ^{opt} достигает наибольшего значения. Под термином «*оптимальный азимут поляризации*» будем понимать такой азимут линейной поляризации Ψ_{R0} опорной волны, при котором в кристалле фиксированной толщины и среза достигается наибольшая относительная интенсивность предметной волны γ^{opt} .

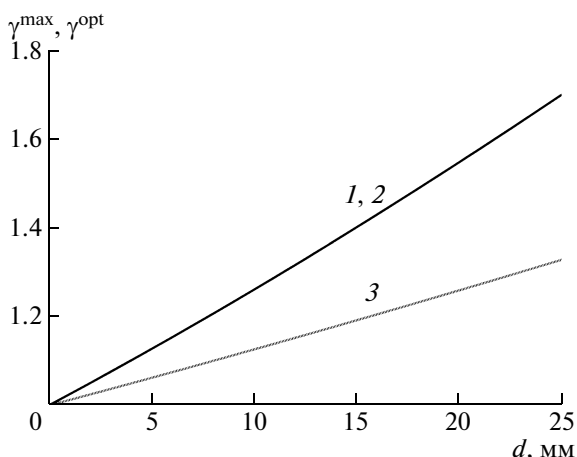


Рис. 3. Графики зависимости максимальных значений γ^{\max} (1) поляризационно оптимизированной относительной интенсивности предметной волны и зависимостей оптимизированной относительной интенсивности предметной волны γ^{opt} для кристалла срезов (001) (2) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ (3) от толщины кристалла.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 3 представлены зависимости максимальных значений γ^{\max} (кривая 1) поляризационно оптимизированной относительной интенсивности предметной волны и зависимостей оптимизированной относительной интенсивности предметной волны γ^{opt} для кристаллов срезов (001) (кривая 2) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ (кривая 3) от толщины d кристалла (рис. 1). Как видно из рис. 3, в кристалле среза (001) параметр γ^{opt} достигает больших значений, чем в кристалле среза $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, и является максимально возможным, так как при любой толщине кристалла $\gamma^{\max}(d)$ и $\gamma^{\text{opt}}(d)$ для среза (001) совпадают.

Для наглядного отображения зависимости параметра γ^{opt} от среза кристалла построена указательная поверхность, представленная на рис. 4а.

При построении указательной поверхности относительной интенсивности предметной волны принимается, что направление радиус-вектора \mathbf{r} (рис. 5) совпадает с направлением вектора отражательной голографической решетки \mathbf{K} (рис. 1), перпендикулярного плоскости среза кристалла, а длина радиус-вектора указательной поверхности равняется модулю разности между поляризационно оптимизированным значением относительной интенсивности предметной волны на выходе из кристалла γ^{opt} и начальной относительной интенсивностью предметной волны на входе в кристалл ($\gamma_0 = 1$). В случае, когда эта разность положительна, точка указательной поверхности окрашивается в белый цвет [2, 12, 13], если эта разность отрица-

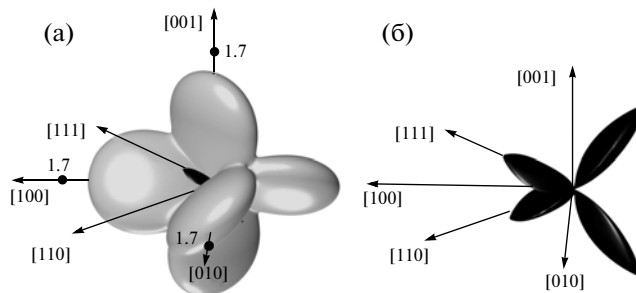


Рис. 4. Указательная поверхность разности между поляризационно оптимизированным значением относительной интенсивности предметной волны на выходе из кристалла (γ^{opt}) и начальной относительной интенсивностью предметной волны на входе в кристалл (γ_0), рассчитанная для кристалла с параметрами, близкими к параметрам кристалла GaAs толщиной 21 мм.

тельна – в черный (рис. 4б). При соединении точек соответствующего цвета образуется указательная поверхность, представленная на рис. 4.

Как видно из рис. 4, максимальная относительная интенсивность предметной волны достигается в кристалле среза {001}, для остальных срезов, включая срез $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, выполняется неравенство $\gamma^{\text{opt}} < \gamma^{\max}$. Для большей ясности рассмотрим сечения указательной поверхности, представленной на рис. 4а плоскостями, проходящими через начало кристаллографической системы координат и параллельными плоскостям (010) (рис. 5а) и $(\bar{1}10)$ (рис. 5б). При построении рис. 5 учтено, что радиус-вектор \mathbf{r} направлен параллельно волновому вектору \mathbf{K} , а угол α образован радиус-вектором \mathbf{r} и кристаллографическим направлением [001]. Следует отметить, что расположение и масштаб отображения сечений с целью увеличения наглядности изменены по отношению к рис. 4.

На рис. 5а точки A_1, A_2, A_3, A_4 определяют γ^{opt} в кристаллах срезов (001), (100), $(00\bar{1})$ и $(\bar{1}00)$ соответственно. Как видно из рис. 5а, в этом сечении точки A_1, A_2, A_3, A_4 наиболее удалены от начала координат, а следовательно, для этих срезов $\gamma^{\text{opt}} = \gamma^{\max}$. Если рассмотреть иные сечения указательной поверхности плоскостями, симметрично эквивалентными плоскостями среза (010), то приходим к выводу, что для всех срезов семейства {001} выполняется условие $\gamma^{\text{opt}} = \gamma^{\max}$.

Для анализа усиления предметной волны в кристаллах срезов (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ рассмотрим рис. 5б, на котором точки B_1 и B_2 определяют γ^{opt} в кристаллах срезов (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ соответственно. Как следует из рис. 5б, разность $\gamma^{\text{opt}} - \gamma_0$ в кристаллах срезов (111) и $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ имеет различные знаки. Это означает, что если в кристалле среза $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$

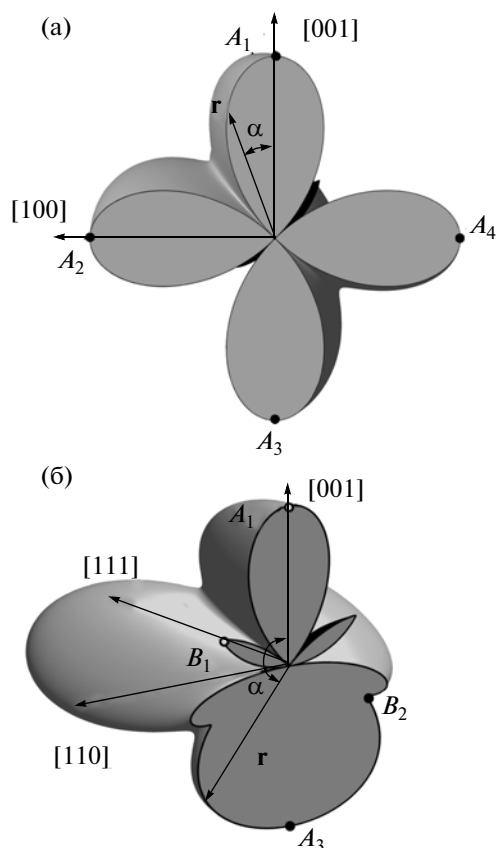


Рис. 5. Сечения указательной поверхности, представленной на рис. 4, проходящими через начало координат плоскостями, параллельными плоскостям (010) (а) и $(\bar{1}10)$ (б).

предметная волна при выборе оптимального азимута в результате энергетического переноса усиливается, то в кристалле среза (111) она ослабляется – энергия предметной волны перекачивается в опорную волну.

Рисунки 3–5 не дают информации о том, какими должны быть азимуты линейной поляризации Ψ_{R0} опорной волны для каждого среза кристалла, при которых достигается максимальный энергообмен. Эта задача была решена с использованием выражений (1–3). Для иллюстрации решения этой задачи на рис. 6а в области пространства, ограниченной положительными направлениями кристаллографических осей [100], [010] и [001], в сферической системе координат каждому срезу кристалла был поставлен в соответствие отрезок, характеризующий ориентацию вектора напряженности электрического поля линейно поляризованной опорной волны на входе в кристалл, при которой достигается наибольшее изменение относительной интенсивности предметной волны.

Следует отметить, что каждый отрезок соответствует двум направлениям вектора \mathbf{R} , а следо-

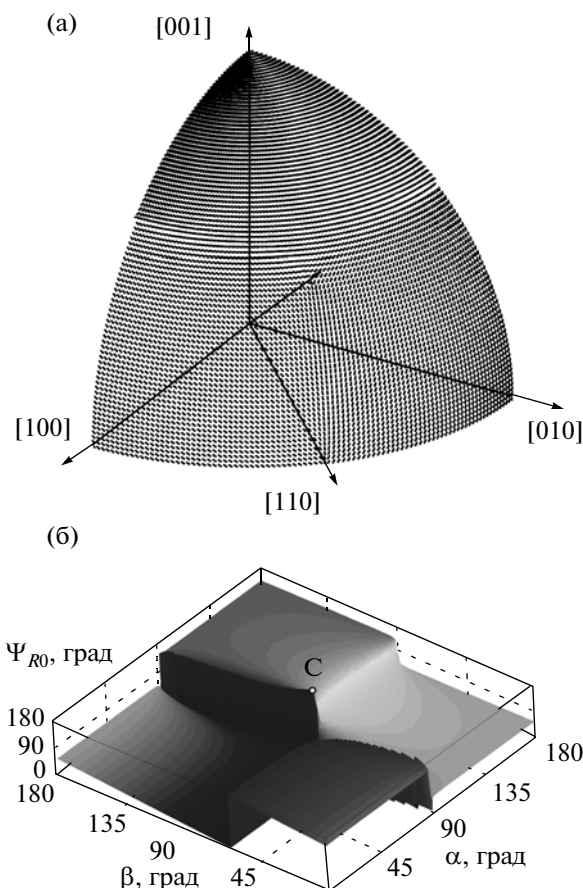


Рис. 6. График зависимости оптимальных азимутов линейной поляризации опорной волны Ψ_{R0} от среза кристалла, представленный в сферической (а) и декартовой (б) системах координат.

вательно, и двум эквивалентным оптимальным азимутам.

Из рис. 6а следует, что существуют группы срезов, для которых оптимальные азимуты линейной поляризации имеют близкие по величине значения. Для иллюстрации этого факта рассмотрим на рис. 6б график зависимости оптимальных азимутов Ψ_{R0} от среза кристалла, представленный в декартовой системе координат. При построении рис. 6б принималось, что угол β образован проекцией радиус-вектора \mathbf{r} на плоскость, содержащую кристаллографические оси [100] и [010], и кристаллографической осью [100].

Из рис. 6б видно, что для области, определяемой углом α , находящимся в интервале $(95^\circ, 180^\circ)$ и углом β , изменяющимся в пределах $(0^\circ, 80^\circ)$ и $(100^\circ, 180^\circ)$, Ψ_{R0} приблизительно равняется $60^\circ \pm 4^\circ$ и $150^\circ \pm 4^\circ$ соответственно. При $\alpha \in (0^\circ, 85^\circ)$ и $\beta \in (0^\circ, 180^\circ)$ значение Ψ_{R0} изменяются практически линейно в пределах $(56^\circ, -34^\circ)$, за исключением области, близкой к точке С, которая соответствует срезу кристалла $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, где γ не зависит

от входного азимута линейной поляризации опорной волны.

Таким образом, с помощью указательных поверхностей определены области усиления и ослабления опорной волны при двухволновом взаимодействии в фоторефрактивном кристалле класса симметрии $\bar{4}3m$ и показано, что при заданных параметрах кристалла, близких к параметрам GaAs, наибольшее усиление предметной волны достигается для семейства срезов {001}. Определены также азимуты линейной поляризации опорной световой волны, соответствующие максимальному усилению (ослаблению) предметной волны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (ГКПНИ "Фотоника 1.07") и Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф09М-013).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Ф.И. Оптика анизотропных сред. Мн.: Изд-во академии наук БССР, 1958. 380 с.
2. Шаскольская М.П. Кристаллография. М.: Высш. шк., 1984. 376 с.
3. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992. 320 с.
4. Денисюк Ю.Н. // Докл. АН СССР. 1962. Т. 144. С. 1275.
5. Денисюк Ю.Н. // Оптика и спектроскопия. 1963. Т. 15. С. 522.
6. Cheng L.J., Yeh P. // Opt. Lett. 1988. V. 13. P. 50.
7. Eichler H.J., Ding Y., Smandek B. // Phys. Rev. A. 1995. V. 52. P. 2411.
8. Shepelevich V.V., Naunya V.N. // J. Holography Speckle. 2009. V. 5. P. 286.
9. Shcherbin K., Odoulov S., Litvinov R. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1996. V. 13. P. 2268.
10. Шепелевич В.В., Навныко В.Н., Ничипорко С.Ф. и др. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. С. 22.
11. Shepelevich V.V., Shandarov S.M., Mandel A.E. // Ferroelectrics. 1990. V. 110. P. 235.
12. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 639 с.
13. Навныко В.Н., Шепелевич В.В. // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. С. 16.