

ОБМЕН ЭНЕРГИЕЙ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ ДИРЕКТОРА В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕМАТИЧЕСКИМ СЛОЕМ

© 2013 г. М. Ф. Ледней, А. С. Тарнавский

Киевский национальный университет, Украина

E-mail: Ledney@univ.kiev.ua

Поступила в редакцию 05.03.2012 г.

Теоретически исследован обмен энергией между двумя связанными ТЕ-модами на дифракционной решетке директора в плоском волноводе, содержащем слой нематического жидкого кристалла. Дифракционная решетка создается внешним электрическим полем в нематическом слое с периодической энергией сцепления директора с поверхностью волновода. Проведены численные расчеты интенсивности сигнальной моды на выходе из нематического слоя в зависимости от амплитуды и периода модуляции энергии сцепления, размеров нематического слоя и напряженности электрического поля. Рассмотрены случаи одинаково и противоположно направленных мод. Получены аналитические выражения для максимальных значений интенсивности сигнальной моды. Показано, что максимальное значение интенсивности сигнальной моды на выходе из нематика зависит от параметров энергии сцепления монотонно в случае антипараллельных мод и немонотонно для параллельных мод. В обоих случаях максимальное значение интенсивности сигнальной моды растет с ростом напряженности электрического поля.

DOI: 10.7868/S0023476113040127

ВВЕДЕНИЕ

Распространению электромагнитных волн в ячейках нематических жидких кристаллов (НЖК) и волноводах на базе этих ячеек посвящен ряд работ [1–4]. Так, рассматривалась возможность управления направлением распространения светового пучка в ячейке НЖК внешним электрическим полем [5, 6] или изменением мощности самого пучка [7, 8]. Особенности распространения световой волны в нематическом волноводе на базе гибридной планар-гомеотропной ячейки изучались в [9, 10]. Исследовались модовая структура электромагнитной волны в нематическом цилиндрическом волноводе [11–14] и влияние внешнего электрического поля на расщепление мод [15].

Исследован обмен энергией между электромагнитными волнами на решетке директора НЖК, обусловленной эффектом фоторефракции [16–21]. Рассматривался двухлучевой обмен энергией на дифракционной решетке директора в гибридной нематической ячейке с фоторефрактивными подложками [22, 23].

В настоящей работе теоретически исследуется обмен энергией между двумя связанными модами электромагнитной ТЕ-волны на дифракционной решетке директора в плоском волноводе, содержащем ограниченный в направлении распространения мод слой НЖК. Дифракционная решетка директора в нематическом слое создается внеш-

ним постоянным электрическим полем вследствие периодичности энергии сцепления нематика с поверхностями волновода. Найдена интенсивность сигнальной моды на выходе из нематического слоя и исследована ее зависимость от амплитуды и периода модуляции энергии сцепления, линейных размеров и параметров нематического слоя, напряженности внешнего электрического поля. Работа построена следующим образом. Сначала найден тензор диэлектрической проницаемости слоя НЖК. Затем найдены нормальные ТЕ-моды в нематике в отсутствие модуляции диэлектрической проницаемости. В следующем разделе получена система уравнений и приведено ее решение для двух связанных ТЕ-мод в слое нематика с модулированной диэлектрической проницаемостью. Далее следуют результаты аналитических и численных расчетов интенсивности сигнальной моды на выходе из нематического слоя для параллельных и антипараллельных мод. В конце представлены краткие выводы.

ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть имеем бесконечный плоский волновод, ограниченный идеальными металлическими поверхностями $z = -L/2$ и $z = +L/2$. В области $0 \leq y \leq D$ волновод заполнен НЖК с исходной планарной ориентацией директора вдоль оси Ox .

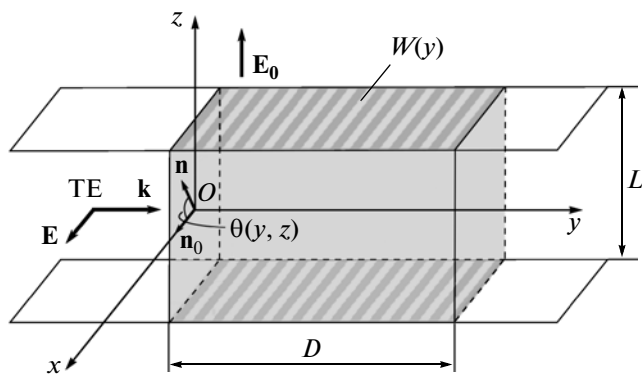


Рис. 1. Геометрия задачи. D – длина нематического слоя, L – толщина волновода, \mathbf{n} – директор НЖК, \mathbf{n}_0 – начальная ориентация директора, \mathbf{E}_0 – вектор напряженности внешнего статического электрического поля, \mathbf{k} , \mathbf{E} – соответственно волновой и электрический вектор электромагнитной ТЕ-волны, $W(y) = W_0 + V \cos(2\pi y/d)$ – энергия сцепления директора с поверхностью волновода, $\theta(y, z)$ – угол отклонения директора от начального направления под действием электрического поля \mathbf{E}_0 (формула (2)).

Волновод помещен во внешнее однородное статическое электрическое поле с вектором напряженности \mathbf{E}_0 в направлении оси Oz (рис. 1). Длину D нематического слоя будем полагать много большей его толщины L . Рассмотрим случай, когда энергия сцепления директора с поверхностью волновода при его переориентации в плоскости xOy бесконечно большая. Энергию сцепления директора при его отклонении в плоскости xOz будем считать периодической функцией координаты y и для определенности возьмем ее в виде

$$W(y) = W_0 + V \cos \frac{2\pi y}{d}, \quad (1)$$

где постоянные $W_0 > V > 0$.

Ограничимся тем, что на длине D нематического слоя укладывается целое число периодов d энергии сцепления директора, т.е. будем полагать число $s = D/d$ целым. Поскольку энергия сцепления директора с поверхностью волновода – периодическая функция координаты, то при превышении электрическим полем \mathbf{E}_0 порога перехода Фредерикса вдоль оси Oy возникает периодическая структура (дифракционная решетка) директора с периодом, равным периоду энергии сцепления [24, 25]. При малом превышении электрического поля над порогом переориентации директора (параметр $\theta_m \ll 1$), большой энергии сцепления ($\varepsilon = W_0 L/K \gg 1$) и малой ее неоднородности ($v \ll \varepsilon L^2/d^2$) угол отклонения директора от

его исходного однородного направления вдоль оси Ox в одноконстантном приближении описывается выражением [26]:

$$\theta(y, z) = \theta_m \cos \frac{\pi z E_0}{L E_\infty} - \frac{\pi v E_0 \theta_m}{\varepsilon E_\infty \cos \xi_s} \cos \frac{2 \xi_s z}{L} \cos \frac{2 \pi y}{d}. \quad (2)$$

Здесь $\theta_m = \sqrt{\frac{4}{3\gamma} \left(\frac{E_0}{E_{0th}} - 1 \right)}$, $E_{0th} = E_{W_0} \left(1 - \frac{v^2}{\varepsilon} \right)$ – порог перехода Фредерикса, $E_{W_0} = 2p_0 E_\infty / \pi$ – порог перехода Фредерикса в случае однородной конечной энергии сцепления W_0 , $E_\infty = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{4\pi K}{\varepsilon_a^0}}$ – порог перехода Фредерикса при однородном бесконечно жестком сцеплении директора с поверхностью, p_0 – наименьший положительный корень уравнения $p_0 \operatorname{tg} p_0 = \varepsilon/2$, K – упругая постоянная нематика, $\varepsilon_a^0 = \varepsilon_{\parallel}^0 - \varepsilon_{\perp}^0 > 0$ – анизотропия статической диэлектрической проницаемости, $\gamma = \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon_a^0}{\varepsilon_{\perp}^0}$,

$$v = \frac{V}{W_0}, \quad \xi_s = \pi \sqrt{\left(\frac{E_0}{2E_\infty} \right)^2 - \left(\frac{sL}{D} \right)^2}.$$

Допустим, в волноводе, содержащем слой НЖК с пространственным распределением директора, описываемым формулой (2), в положительном направлении оси Oy распространяется поляризованная вдоль Ox электромагнитная ТЕ-волна частоты ω (рис. 1). Полагаем интенсивность этой волны достаточно малой, так что она не влияет на пространственное распределение поля директора. Будем пренебрегать и поглощением волны как в жидком кристалле, так и в ограничивающих его металлических поверхностях, считая металл идеальным. Напряженность \mathbf{E} электрического поля электромагнитной волны в нематике найдем из уравнений Максвелла

$$\nabla \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\varepsilon} \mathbf{E} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \hat{\varepsilon} \mathbf{E} = 0. \quad (4)$$

Здесь тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$ нематика с точностью до малых величин второго порядка по θ_m имеет вид

$$\varepsilon_{ij}(y, z) = \varepsilon_{ij}^0(z) + \Delta \varepsilon_{ij}(z) \cos \frac{2\pi y}{d}, \quad (5)$$

где

$$\varepsilon_{ij}^0(z) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_a \theta_m^2 \cos^2\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) & 0 & \varepsilon_a \theta_m \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ \varepsilon_a \theta_m \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) & 0 & \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \theta_m^2 \cos^2\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) \end{pmatrix},$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}(z) = -\frac{\pi\varepsilon_a \nu E_0 \theta_m}{\varepsilon E_{\infty} \cos \xi_s} \cos \frac{2\xi_s z}{L} \begin{pmatrix} -2\theta_m \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2\theta_m \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) \end{pmatrix}.$$

Первое слагаемое в (5) зависит только от координаты z , а второе описывает изменение тензора диэлектрической проницаемости на периодической по координате y решетке директора.

НОРМАЛЬНЫЕ МОДЫ ВОЛНОВОДА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ $\varepsilon_{ij}^0(z)$

Найдем нормальные ТЕ-моды, распространяющиеся в волноводе с диэлектрическим тензором $\varepsilon_{ij}^0(z)$. Будем искать решение уравнений (3), (4) в виде

$$\mathbf{E}(y, z) = \mathcal{E}(z)e^{iky}. \quad (6)$$

Тогда, полагая, что $\frac{\omega L}{c} \gg 1$, с точностью до малых величин порядка θ_m^2 получим систему дифференциальных уравнений для компонент поля $\mathcal{E}_x(z)$ и $\mathcal{E}_z(z)$ (в ТЕ-волне $\mathcal{E}_y = 0$)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathcal{E}_x}{dz^2} + (k_{\parallel}^2 - k^2) \mathcal{E}_x &= \\ = -k_a^2 \theta_m \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) \mathcal{E}_z + k_a^2 \theta_m^2 \cos^2\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) \mathcal{E}_x, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_z}{dz^2} + (k_{\perp}^2 - k^2) \mathcal{E}_z = -k_a^2 \theta_m \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) \mathcal{E}_x \quad (8)$$

и граничные условия на поверхности волновода к ним

$$\mathcal{E}_x|_{z=\pm L/2} = 0, \quad (9)$$

$$\left. \frac{d\mathcal{E}_z}{dz} \right|_{z=\pm L/2} = 0, \quad (10)$$

где $k_{\parallel} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\parallel}}$, $k_{\perp} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$, $k_a = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_a}$.

Решение системы (7)–(10) ищем в виде разложений по малому параметру θ_m :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x(z) &= \mathcal{E}_{0x}(z) + \mathcal{E}_{1x}(z)\theta_m + \mathcal{E}_{2x}(z)\theta_m^2 + o(\theta_m^2), \\ \mathcal{E}_z(z) &= \mathcal{E}_{1z}(z)\theta_m + \mathcal{E}_{2z}(z)\theta_m^2 + o(\theta_m^2), \\ k &= k_0 + k_1\theta_m + k_2\theta_m^2 + o(\theta_m^2). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставив разложения (11) в выражения (7)–(10) и приравняв к нулю коэффициенты при соответствующих степенях θ_m , получим следующие уравнения и граничные условия для функций $\mathcal{E}_{0x}(z)$, $\mathcal{E}_{1x}(z)$, $\mathcal{E}_{2x}(z)$, $\mathcal{E}_{1z}(z)$, $\mathcal{E}_{2z}(z)$:

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_{0x}}{dz^2} + (k_{\parallel}^2 - k_0^2) \mathcal{E}_{0x} = 0, \quad (12)$$

$$\mathcal{E}_{0x}|_{z=\pm L/2} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_{1x}}{dz^2} + (k_{\parallel}^2 - k_0^2) \mathcal{E}_{1x} = 2k_0 k_1 \mathcal{E}_{0x}, \quad (14)$$

$$\mathcal{E}_{1x}|_{z=\pm L/2} = 0, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathcal{E}_{2x}}{dz^2} + (k_{\parallel}^2 - k_0^2) \mathcal{E}_{2x} &= \\ = 2k_0 k_2 \mathcal{E}_{0x} - k_a^2 \mathcal{E}_{1z} \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) + \\ + k_a^2 \mathcal{E}_{0x} \cos^2\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathcal{E}_{2x}|_{z=\pm L/2} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_{1z}}{dz^2} + (k_{\perp}^2 - k_0^2) \mathcal{E}_{1z} = -k_a^2 \mathcal{E}_{0x} \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right), \quad (18)$$

$$\left. \frac{d\mathcal{E}_{1z}}{dz} \right|_{z=\pm L/2} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_{2z}}{dz^2} + (k_{\perp}^2 - k_0^2) \mathcal{E}_{2z} = -k_a^2 \mathcal{E}_{1x} \cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right), \quad (20)$$

$$\left. \frac{d\mathcal{E}_{2z}}{dz} \right|_{z=\pm L/2} = 0. \quad (21)$$

Решение системы (12)–(15), (20), (21) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{0x}^{(n)}(z) &= A^{(n)}\psi_n(z), \quad \mathcal{E}_{1x}^{(n)}(z) = 0, \\ \mathcal{E}_{2z}^{(n)}(z) &= 0, \\ k_0^{(n)} &= \pm\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\parallel} - \frac{\pi^2 n^2}{L^2}}, \quad k_1^{(n)} = 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\psi_n(z) = \sin\left[n\pi\left(\frac{z}{L} + \frac{1}{2}\right)\right]$, $A^{(n)}$ – постоянная величина, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ – номер моды ТЕ-волны.

Решение уравнений (16), (18) для n -й моды ТЕ-волны с учетом (22) ищем в виде разложений, удовлетворяющих соответственно граничным условиям (17), (19):

$$\mathcal{E}_{2x}^{(n)}(z) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m^{(n)}\psi_m(z), \quad \mathcal{E}_{1z}^{(n)}(z) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m^{(n)}\varphi_m(z), \quad (23)$$

где $\varphi_n(z) = \cos\left[n\pi\left(\frac{z}{L} + \frac{1}{2}\right)\right]$. Подставив выражения (22), (23) в уравнения (16), (18) и воспользовавшись линейной независимостью функций $\varphi_n(z)$ и $\psi_n(z)$ как решений задачи Штурма на интервале $[-L/2, +L/2]$, получим выражения для коэффициентов $a_m^{(n)}$ (если $m \neq n$), $b_m^{(n)}$ и $k_2^{(n)}$:

$$\begin{aligned} b_m^{(n)} &= -\frac{(2 - \delta_{m0})\varepsilon_a\omega^2 LA^{(n)}}{\pi^2 c^2(n^2 - m^2) - \varepsilon_a\omega^2 L^2} \times \\ &\times \int_{-L/2}^{L/2} \psi_n(z)\varphi_m(z)\cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) dz, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} a_m^{(n)} &= \frac{1}{\pi^2 c^2(n^2 - m^2)} \left\{ \frac{1}{A^{(m)}} \sum_{l=0}^{\infty} b_l^{(n)} b_l^{(m)} (1 + \delta_{l0}) \times \right. \\ &\times (\pi^2 c^2(m^2 - l^2) - \varepsilon_a\omega^2 L^2) - 2\varepsilon_a\omega^2 LA^{(n)} \times \\ &\left. \int_{-L/2}^{L/2} \psi_m(z)\psi_n(z)\cos^2\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) dz \right\}, \quad \text{где } m \neq n, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} k_2^{(n)} &= \frac{1}{2k_0^{(n)}c^2L^2} \left\{ \frac{1}{A^{(n)2}} \sum_{l=0}^{\infty} b_l^{(n)2} (1 + \delta_{l0}) \times \right. \\ &\times (\varepsilon_a\omega^2 L^2 + \pi^2 c^2(l^2 - n^2)) - \\ &\left. - 2\varepsilon_a\omega^2 L \int_{-L/2}^{L/2} \psi_n^2(z)\cos^2\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) dz \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Полагая для определенности поток электромагнитной энергии в направлении оси Oy (отнесенный к единице длины вдоль оси Ox) равным 1 Вт, находим с точностью до малых членов порядка θ_m^2 значения неизвестных коэффициентов $A^{(n)}$ в (22) и $a_n^{(n)}$ в (23):

$$\begin{aligned} A^{(n)} &= \frac{4}{c} \sqrt{\frac{\pi\omega}{|k_0^{(n)}|}}, \\ a_n^{(n)} &= -\frac{1}{2A^{(n)}} \sum_{l=0}^{\infty} b_l^{(n)2} (1 + \delta_{l0}) - \frac{k_2^{(n)} A^{(n)}}{2k_0^{(n)}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Выражение (6) с учетом формул (11), (22)–(27) определяет нормальные моды ТЕ-волны в волноводе с тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}^0(z)$.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СВЯЗАННЫХ МОД

Рассмотрим распространение электромагнитной ТЕ-волны в волноводе с тензором диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(y, z)$ (5). Представим поле этой волны в виде суперпозиции нормальных мод $\mathcal{E}^{(n)}(z)e^{ik^{(n)}y}$, соответствующих среде с диэлектрическим тензором $\varepsilon_{ij}^0(z)$:

$$\mathbf{E}(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(y)\mathcal{E}^{(n)}(z)e^{ik^{(n)}y}. \quad (28)$$

Подставив (28) в уравнения (3), (4) и предположив, что для мод с номерами n и l выполняется условие фазового синхронизма

$$\Delta = k^{(l)} - k^{(n)} - 2\pi/d = 2\pi/d, \quad (29)$$

получим систему связанных уравнений Когельника для амплитуд этих мод [27, 28]:

$$\begin{cases} \frac{dA_n}{dy} = i\text{sign}(k^{(n)})\kappa_{nl}A_l e^{i\Delta y}, \\ \frac{dA_l}{dy} = i\text{sign}(k^{(l)})\kappa_{nl}A_n e^{-i\Delta y}, \end{cases} \quad (30)$$

где коэффициент κ_{nl} связи между модами равен

$$\begin{aligned} \kappa_{nl} &= \frac{\varepsilon_a v \omega E_0 \theta_m^2}{32\varepsilon LE_{\infty} \cos \xi_s} \times \\ &\times \int_{-L/2}^{L/2} \left\{ 2A^{(n)}A^{(l)}\psi_n(z)\psi_l(z)\cos\left(\frac{\pi E_0 z}{LE_{\infty}}\right) + \right. \\ &\left. + A^{(n)}\mathcal{E}_{1z}^{(l)}(z)\psi_n(z) + A^{(l)}\mathcal{E}_{1z}^{(n)}(z)\psi_l(z) \right\} \cos \frac{2\xi_s z}{L} dz. \end{aligned} \quad (31)$$

Как видно из (31), коэффициент связи κ_{nl} зависит от параметров НЖК и его линейных размеров D и L , напряженности E_0 внешнего электрического поля, безразмерных постоянной составляющей $\varepsilon = W_0 L/K$ и амплитуды $v = V/W_0$ модуляции энергии сцепления. Через параметр ξ_s коэффициент связи зависит от целого числа s периодов d энергии сцепления, укладываемых на длине D нематика.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ МОД
В ОДНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Пусть моды с номерами n и l , удовлетворяющие условию фазового синхронизма (29), распространяются в положительном направлении оси Oy ($k^{(n)} > 0, k^{(l)} > 0$). Будем считать моду с номером n сигнальной и на границе $y = 0$ нематического слоя ее амплитуду зададим равной $A_n(0) = 0$. Мода с номером l есть мода накачки, удовлетворяющая граничному условию $A_l(0) = 1$. Тогда, решив систему уравнений (30), находим интенсивность сигнальной моды на выходе из нематического слоя в виде [28]:

$$I = |A_n(D)|^2 = \frac{\kappa_{nl}^2}{\kappa_{nl}^2 + (\Delta/2)^2} \sin^2 \left(\sqrt{\kappa_{nl}^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} D \right), \quad (32)$$

где Δ и κ_{nl} определяются формулами (29) и (31) соответственно.

Как показывают расчеты, зависимость интенсивности I сигнальной моды от величины отношения длины D слоя нематика к его толщине L состоит из основного и ряда побочных максимумов. Так, при значении отношения D/L

$$\tilde{D}_0 = 2s \sqrt{\left(\frac{\omega L}{\pi c}\right)^2 \varepsilon_{\parallel} - l^2 - \sqrt{\left(\frac{\omega L}{\pi c}\right)^2 \varepsilon_{\parallel} - n^2}}^{-1}, \quad (33)$$

соответствующего условию $\Delta = 0$ (условие (29)), интенсивность I сигнальной моды имеет локальный максимум, равный

$$I_0 = I(\tilde{D}_0) = \sin^2 [\tilde{D}_0 \tilde{\kappa}(\tilde{D}_0)], \quad (34)$$

где функция

$$\tilde{\kappa}(x) = -\frac{0.38\varepsilon_a v \omega L \left(\frac{E_0}{E_{0th}} - 1\right) \left(1 - \frac{2}{\varepsilon}\right)}{\gamma \varepsilon c} \frac{1}{2\left(\frac{s}{x}\right)^2 + 1 - \frac{E_0}{E_{0th}} \left(1 - \frac{2}{\varepsilon}\right)}. \quad (35)$$

Положение \tilde{D}_0 этого максимума не зависит от величин постоянной составляющей ε энергии сцепления и амплитуды v ее модуляции.

В точках

$$\tilde{D}_m \approx s \left\{ \frac{s}{\tilde{D}_0 \left(1 + \frac{m}{2s}\right)} + \frac{\tilde{D}_0}{\pi^2 m} \tilde{\kappa}^2 \left[\tilde{D}_0 \left(1 + \frac{m}{2s}\right) \right] \right\}^{-1} \quad (36)$$

зависимость $I(D/L)$ имеет при $m = \pm 2k$ локальные минимумы, равные нулю, а при $m = \pm(2k + 1)$ локальные максимумы

$$I_m = I(\tilde{D}_m) = \frac{\tilde{\kappa}^2(\tilde{D}_m)}{\tilde{\kappa}^2(\tilde{D}_m) + \pi^2 s^2 (1/\tilde{D}_0 - 1/\tilde{D}_m)^2}, \quad (37)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$. С ростом целого числа s периодов d энергии сцепления, укладываемых на длине D нематика, и уменьшением величины ам-

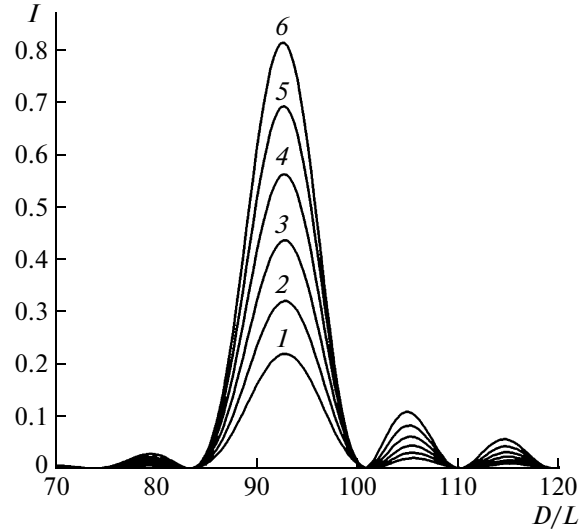


Рис. 2. Зависимость интенсивности I сигнальной моды $n = 5$, распространяющейся в направлении моды накачки $l = 7$, от величины отношения D/L для нескольких значений $E_0/E_{0th} = 1.005$ (1), 1.006 (2), 1.007 (3), 1.008 (4), 1.009 (5), 1.01 (6). $s = D/d = 10$, $\varepsilon = W_0 L/K = 100$, $v = V/W_0 = 0.1$, $\omega L/c = 100$.

плитуды v модуляции энергии сцепления точки экстремумов \tilde{D}_m (36) зависимости $I(D/L)$ смещаются в сторону больших значений D/L .

Основной максимум (наибольшее значение) интенсивности I сигнальной моды равен большему из двух значений

$$I_{\max} = \max\{I_0, I_{+3}\} \quad (38)$$

и достигается в одной из точек \tilde{D}_0 или \tilde{D}_{+3} , соответствующей значению I_{\max} . Как следует из (38), увеличение числа s и амплитуды v модуляции энергии сцепления приводит к немонотонному изменению величины основного максимума I_{\max} в интервале значений от 0 до 1.

На рис. 2 приведены зависимости интенсивности I сигнальной моды от величины отношения D/L для нескольких значений напряженности E_0 электрического поля, полученные в результате численного расчета по формуле (32). При расчетах использовались типичные значения параметров нематика и волновода: упругая постоянная $K = 10^{-6}$ дин, толщина волновода $L = 10$ мкм, постоянная составляющая энергии сцепления $W_0 = 10^{-1}$ эрг/см² [29–32] ($\varepsilon = W_0 L/K = 100$). Безразмерная амплитуда модуляции энергии сцепления полагалась равной $v = V/W_0 = 0.1$, а взятая безразмерная частота $\omega L/c = 100$ соответствует длине волны $\lambda = 632.8$ нм. Расчеты выполнены для мод с $n = 5$ и $l = 7$, исходя из соображений хорошего выполнения условия фазового синхронизма (29) для приведенных значений параметров. Как видно, с ростом напряженности E_0 электриче-

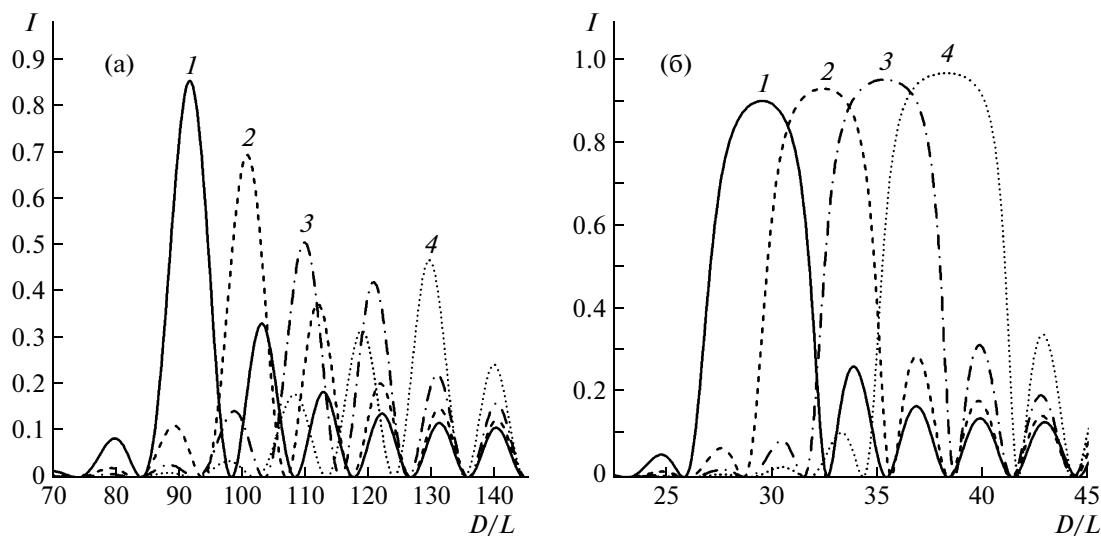


Рис. 3. Интенсивность I сигнальной n -моды, распространяющейся параллельно (а) и антипараллельно (б) l -моду на качки, как функция отношения D/L для нескольких значений $s = 10$ (1), 11 (2), 12 (3), 13 (4). $\varepsilon = 100$, $\nu = 0.1$, $E_0/E_{0th} = 1.015$. а - $n = 5$, $l = 7$, б - $n = l = 10$.

ского поля положение основного максимума зависимости $I(D/L)$, соответствующее $D/L = \tilde{D}_0 \approx 92.6$, не изменяется (формула (33)), тогда как величина максимума растет в согласии с формулой (34). Увеличение I_{\max} с ростом напряженности электрического поля объясняется тем, что увеличение E_0 приводит к росту амплитуды решетки директора (формула (2)) и, как результат, коэффициента связи κ_{nl} между модами.

На рис. 3а приведена зависимость интенсивности I сигнальной моды от величины отношения D/L при постоянной напряженности электрического поля, но для разных значений числа s периодов энергии сцепления, укладываемых на длине нематика ($s = 10, 11, 12, 13$). С ростом значений s основной и побочные максимумы зависимости $I(D/L)$ смещаются в сторону больших значений D/L в согласии с (33) и (36). При этом величина основного максимума функции $I(D/L)$ и его положение зависят от числа s немонотонно.

При изменении амплитуды ν модуляции энергии сцепления зависимость $I(D/L)$ качественно аналогична приведенной на рис. 3а. При этом I_{\max} также зависит от ν немонотонно.

Для всех значений ν интенсивность I сигнальной моды имеет по величине отношения E_0/E_{0th} в точках

$$\tilde{E}_m \approx 1 + 2 \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{s^2 L^2}{D^2} \right) \times \sqrt{\frac{\pi^2 m^2 L^2}{4D^2} - \pi^2 s^2 \left(\frac{1}{\tilde{D}_0} - \frac{L}{D} \right)^2} \times \sqrt{\frac{\pi^2 m^2 L^2}{4D^2} - \pi^2 s^2 \left(\frac{1}{\tilde{D}_0} - \frac{L}{D} \right)^2 + \frac{0.38 \varepsilon_a \nu \omega L}{\gamma \varepsilon c}} \quad (39)$$

локальные экстремумы, а именно: при $m = 2k$ равные нулю минимумы, а при $m = 2k + 1$ максимумы, равные

$$I(\tilde{E}_{2k+1}) = 1 - \frac{4}{(2k+1)^2} \frac{s^2}{\tilde{D}_0^2} \left(\frac{D}{L} - \tilde{D}_0 \right)^2, \quad (40)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$

Увеличение амплитуды модуляции энергии сцепления, согласно (39), приводит к смещению экстремумов зависимости $I(E_0/E_{0th})$ в сторону меньших значений E_0/E_{0th} . Как следует из (40), величины максимумов определяются значениями параметров нематика, числа s , отношения D/L и не зависят от значений постоянной составляющей энергии сцепления и амплитуды ее модуляции. С ростом номера k максимумы зависимости $I(E_0/E_{0th})$ монотонно возрастают, приближаясь к единице.

На рис. 4а приведена зависимость интенсивности I сигнальной моды от безразмерной напряженности E_0/E_{0th} электрического поля для нескольких значений амплитуды ν модуляции энергии сцепления. Независимость величин максимумов функции $I(E_0/E_{0th})$ от амплитуды ν модуляции энергии сцепления объясняется следующим образом. Изменение величины ν (при фиксированной постоянной составляющей ε энергии сцепления), как следует из (2), приводит к изменению порога E_{0th} . Однако амплитуда решетки директора, а следовательно, и коэффициент связи κ_{nl} между модами определяются не величиной самого порога E_{0th} , а степенью превышения напряженностью электрического поля его порогового значения $(E_0 - E_{0th})/E_{0th}$.

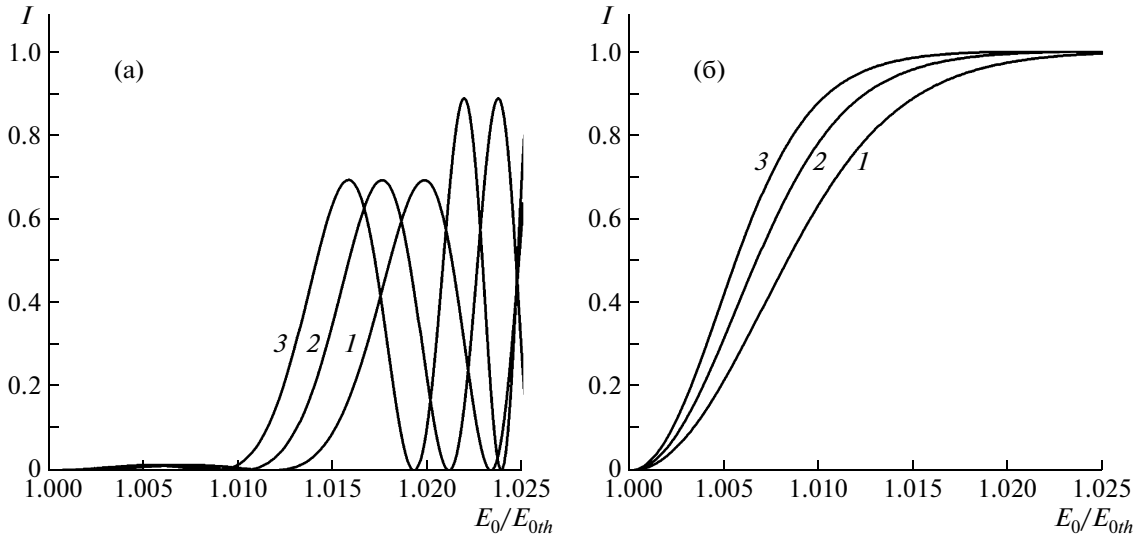


Рис. 4. Зависимость интенсивности I сигнальной n -моды, распространяющейся параллельно (а) и антипараллельно (б) l -моду накачки, от величины отношения E_0/E_{0th} для нескольких значений параметра $\nu = 0.1$ (1), 0.125 (2), 1.15 (3). $s = 10$, $\epsilon = 100$. а - $n = 5$, $l = 7$, $D = 100L$; б - $n = l = 10$, $D = 30L$.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРОТИВОПОЛОЖНО НАПРАВЛЕННЫХ МОД

Пусть две моды n и l распространяются в противоположных направлениях ($k^{(l)} > 0$, $k^{(n)} < 0$). Пусть на границах $y = 0, D$ нематического слоя амплитуды сигнальной n - и l -моды накачки удовлетворяют условиям $A_n(D) = 0$ и $A_l(0) = 1$. Рассматривая уравнения (30), как и в [28], получим выражение для интенсивности сигнальной моды на выходе из нематического слоя

$$I = |A_n(0)|^2 = \frac{\kappa_{nl}^2 \text{sh}^2 \eta_{nl} D}{\eta_{nl}^2 \text{ch}^2 \eta_{nl} D + (\Delta/2)^2 \text{sh}^2 \eta_{nl} D}, \quad (41)$$

где

$$\eta_{nl} = \sqrt{\kappa_{nl}^2 - (\Delta/2)^2},$$

величины Δ , κ_{nl} определяются формулами (29), (31) соответственно.

Как и для одинаково направленных мод, зависимость $I(D/L)$ состоит из основного и ряда побочных максимумов. Основной максимум интенсивности I сигнальной моды соответствует значению отношения D/L

$$\tilde{D}_{c0} = 2s \left(\sqrt{\left(\frac{\omega L}{\pi c}\right)^2 \epsilon_{\parallel} - l^2} + \sqrt{\left(\frac{\omega L}{\pi c}\right)^2 \epsilon_{\parallel} - n^2} \right)^{-1} \quad (42)$$

и равен

$$I_{cmax} = \text{th}^2 [\tilde{D}_{c0} \tilde{\kappa}(\tilde{D}_{c0})]. \quad (43)$$

В отличие от мод, распространяющихся в одном направлении, с увеличением числа s и амплитуды ν модуляции энергии сцепления величина основного максимума, согласно (43), моно-

тонно возрастает, приближаясь к наибольшему возможному значению, равному единице. При этом с ростом s положение основного максимума линейно смещается в сторону больших значений D/L . В точках

$$\tilde{D}_{cm} \approx s \left\{ \frac{s}{\tilde{D}_{c0} \left(1 + \frac{m}{2s}\right)} - \frac{\tilde{D}_{c0}}{\pi^2 m} \tilde{\kappa}^2 \left[\tilde{D}_{c0} \left(1 + \frac{m}{2s}\right) \right] \right\}^{-1} \quad (44)$$

зависимость $I(D/L)$ имеет локальные экстремумы, а именно равные нулю минимумы, если $m = \pm 2k$, и побочные максимумы

$$I_{cm} = \left[\frac{\tilde{D}_{c0} \tilde{D}_{cm} \tilde{\kappa}(\tilde{D}_{cm})}{\pi s (\tilde{D}_{cm} - \tilde{D}_{c0})} \right]^2, \quad (45)$$

если $m = \pm(2k + 1)$, где $k = 1, 2, 3, \dots$

Согласно расчетам, интенсивность I для различных значений напряженности E_0 электрического поля имеет зависимость от D/L , аналогичную случаю параллельных мод (рис. 2).

На рис. 3б приведена рассчитанная по формуле (41) зависимость $I(D/L)$ для нескольких целых значений s при постоянной напряженности E_0 электрического поля. Расчеты выполнены для мод с номерами $n = l = 10$, безразмерная частота волны полагалась равной $\omega L/c = 17.97$.

При изменении значений ν зависимость $I(D/L)$ качественно подобна зависимости, приведенной на рис. 2, для мод, распространяющихся в одном направлении.

Зависимость интенсивности I от величины отношения E_0/E_{0th} для нескольких значений ам-

плитуды ν модуляции энергии сцепления приведена на рис. 4б. В отличие от мод, распространяющихся в одном направлении, для всех значений ν зависимость $I(E_0/E_{0th})$ монотонно растет от 0 к 1. С ростом ν равные единице максимальные значения I достигаются при меньших значениях отношения E_0/E_{0th} .

Отметим, что в рассматриваемом интервале значений отношения E_0/E_{0th} интенсивность сигнальной моды на выходе из нематического слоя достигает наибольшего возможного значения, равного единице, если моды распространяются в противоположных направлениях.

ВЫВОДЫ

Исследована интенсивность сигнальной моды в плоском волноводе на выходе из слоя НЖК как функция линейных размеров слоя, напряженности электрического поля, амплитуды и периода модуляции энергии сцепления. Основным максимумом интенсивности I сигнальной моды как функции отношения длины D нематического слоя к его толщине L монотонно возрастает с ростом напряженности E_0 электрического поля. С ростом числа s периодов энергии сцепления, укладываемых на длине нематика, и увеличением амплитуды ν модуляции энергии сцепления величина основного максимума зависимости $I(D/L)$ изменяется немонотонно в интервале значений от 0 до 1 для параллельных мод. При этом положение основного максимума также является немонотонной функцией s и ν . Если моды антипараллельны, основной максимум зависимости $I(D/L)$ с ростом значений s и ν монотонно возрастает и выходит на постоянное значение, равное единице, а его положение с ростом s линейно смещается в сторону больших значений D/L . С увеличением амплитуды ν модуляции энергии сцепления максимумы функции $I(E_0/E_{0th})$ смещаются в сторону меньших значений отношения E_0/E_{0th} , при этом их величины не зависят от ν . Наибольшее возможное значение интенсивности сигнальной моды, равное единице, достигается при всех значениях амплитуды модуляции энергии сцепления, если моды антипараллельны.

Авторы выражают благодарность И.П. Пинкевичу за полезные замечания при обсуждении результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Whinnery J.R., Hu Ch., Kwon Y.S. // IEEE J. Quantum Electronics. 1977. V. QE-13. P. 262.
- Karpierz M.A., Sierakowski M., Swillo M., Wolinski T.R. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1998. V. 320. P. 157.
- Braun E., Faucheux L.P., Libchaber A. // Phys. Rev. A. 1993. V. 48. P. 611.
- Karpierz M.A., Domanski A.W., Sierakowski M., et al. // Acta Phys. Polonica A. 1999. V. 95. P. 783.
- Maksimochkin A.G., Pasechnik S.V., Tsvetkov V.A., et al. // Opt. Commun. 2007. V. 270. P. 273.
- Maksimochkin A.G., Pasechnik S.V., Maksimochkin G.I., Chigrinov V.G. // Opt. Commun. 2010. V. 283. P. 3136.
- Fratalocchi A., Assanto G., Brzdukiewicz K.A., Karpierz M.A. // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 86. P. 051112.
- Fratalocchi A., Assanto G. // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 86. P. 051109.
- Reyes J.A., Rodriguez R.F. // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 041707.
- Marangoni M., Osellame R., Ramponi R., et al. // J. Appl. Phys. 2004. V. 95. P. 5972.
- Choudhury P.K., Yoshino T. // Optik. 2004. V. 115. № 2. P. 49.
- Rodriguez R.F., Reyes J.A. // Opt. Commun. 2001. V. 197. P. 103.
- Lednei M.F., Pinkevich I.P., Rud'ko O.V. // Func. Mat. 2000. V. 7. P. 517.
- Lednei M.F., Pinkevich I.P. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2001. V. 367. P. 91.
- Lin T.S., Lue J.T. // Appl. Phys. B. 2003. V. 76. P. 561.
- Wiederrecht G.P., Yoon B.A., Wasielewski M.R. // Science. 1995. V. 270. P. 1794.
- Khoo I.C., Guenther B.D., Wood M.V., et al. // Opt. Lett. 1997. V. 22. P. 1229.
- Brignon A., Bongrand I., Loiseaux B., Huignard J.P. // Opt. Lett. 1997. V. 22. P. 1855.
- Ono H., Kawatsuki N. // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. P. 2482.
- Kajzar F., Bartkiewicz S., Miniewicz A. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 74. P. 2924.
- Bartkiewicz S., Matczyszyn K., Miniewicz A., Kajzar F. // Opt. Commun. 2001. V. 187. P. 257.
- Jones D.C., Cook G. // Opt. Commun. 2004. V. 232. P. 399.
- Pevnyj M.Ye., Pinkevych I.P., Reshetnyak V.Yu. // Ukr. J. Phys. 2009. V. 54. № 1–2. P. 95.
- Ледней М.Ф., Пинкевич И.П. // Кристаллография. 1998. Т. 43. № 4. С. 723.
- Andrienko D., Lednei M., Pinkevich I. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1997. V. 304. P. 95.
- Ледней М.Ф., Тарнавский А.С. // Укр. физ. журн. 2011. Т. 56. № 9. С. 880.
- Kogelnik H. // Bell Syst. Tech. J. 1969. V. 48. P. 2909.
- Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1983. 616 с.
- Kühnau U., Petrov A.G., Klose G., Schmiedel H. // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. 578.
- Yang F., Sambles J.R., Dong Y., Gao H. // J. Appl. Phys. 2000. V. 87. P. 2726.
- Yang F., Ruan L., Sambles J.R. // J. Appl. Phys. 2000. V. 88. P. 6175.
- Nie X., Lin Y., Wu T.X., et al. // J. Appl. Phys. 2005. V. 98. P. 013516.