

ДИНАМИКА РЕШЕТКИ  
И ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

УДК 548.0

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ  
ДЛЯ КРИСТАЛЛОВ СЕМЕЙСТВА ТЕТРАМЕТИЛАММОНИЯ

© 2012 г. Д. Г. Санников

Институт кристаллографии РАН, Москва  
E-mail: sannikov@ns.crys.ras.ru

Поступила в редакцию 15.02.2012 г.

Изложен метод построения теоретических фазовых диаграмм для кристаллов семейства тетраметиламмония. Построены фазовые диаграммы температура–давление для различных кристаллов из этого семейства. Проведено их сравнение с экспериментальными диаграммами. Обсуждаются используемые предположения и приближения.

МЯГКАЯ ОПТИЧЕСКАЯ ВЕТВЬ СПЕКТРА  
НОРМАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КРИСТАЛЛА

Во многих кристаллах при изменении температуры  $T$ , давления  $P$ , электрического поля  $E$  наблюдается сложная последовательность фазовых переходов с участием несоразмерной фазы. В целях большей наглядности используем терминологию теории динамики кристаллической решетки. Естественно предполагать, что мягкая оптическая ветвь нормальных колебаний кристалла ответственна за всю совокупность наблюдаемых фазовых переходов (**ФП**).

Три простейшие зависимости коэффициента упругости мягкой оптической ветви  $\alpha(q)$  от безразмерного волнового числа  $q$  ( $\mathbf{q} = qa^*, b^*, c^*$ ) охватывают широкий круг кристаллов, изученных экспериментально.

$$\alpha(q) = \alpha - \sigma q + \delta q^2, \quad \sigma > 0, \quad \delta > 0. \quad (1)$$

Наличие линейного по  $q$  члена в (1) означает, что соответствующий термодинамический потенциал содержит инвариант Лифшица [1]. Примерами кристаллов соответствующего типа являются селенат калия  $K_2SeO_4$  и фторбериллат аммония  $(NH_4)_2BeF_4$ . Эти кристаллы не будут здесь рассматриваться. В них наблюдается последовательность двух ФП как при изменении  $T$ , так и при изменении  $P$ :  $C - IC - C_{m/l}$ , где  $C$  – исходная,  $IC$  – несоразмерная,  $C_{m/l}$  – соразмерная фазы ( $m/l = 1/3$  или  $1/2$ ).

$$\alpha(q) = \alpha - \delta q^2 + \kappa q^4, \quad \delta > 0, \quad \kappa > 0. \quad (2)$$

Примерами кристаллов являются тиомочевина  $SC(NH_2)_2$ , **BCCD** (бетаин кальций хлорид дигидрат). В этих кристаллах наблюдались фазовые диаграммы  $T-P$ ,  $T-E$ , и  $T-P$  при  $E \neq 0$ . Предлагаемый метод был применен к этим кристаллам и были построены соответствующие фазовые диаграммы ([2, 3], [4] и цитируемая там литература). Здесь эти кристаллы рассматриваться также не будут.

$$\alpha(q) = \alpha - \delta q^2 - \kappa q^4 + \tau q^6, \quad \kappa > 0, \quad \tau > 0. \quad (3)$$

Это случай большого семейства хорошо изученных кристаллов тетраметиламмония (**ТМА**):  $TMA-MX$ , где  $TMA = [N(CH_3)_4]_2$ ,  $M$  – металл ( $Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn$ ),  $X$  – галоген ( $Cl, Br, I$ ) [5, 6]. Для трех кристаллов (далее) будут построены фазовые диаграммы температура  $T$  – давление  $P$ . Метод построения теоретических  $T-P$ -диаграмм основан на феноменологическом подходе к проблеме дьявольской лестницы [7].

Оптическая ветвь (3) для ТМА-кристаллов имеет в определенном диапазоне значений коэффициента  $\delta$  ( $-\kappa^2/3\tau < \delta < 0$ ) два минимума. Один – в произвольной точке зоны Бриллюэна – определяющий, как и в случаях (1) и (2), ФП из исходной  $C$  в несоразмерную  $IC$ -фазу. Другой – в точке  $q = 0$  – определяющий ФП из исходной  $C$  в соразмерную  $C_0$ -фазу с  $q = 0$ , т.е. имеющую ту же элементарную ячейку.

На рис. 1 представлена зависимость  $\alpha(q)$  (3) при различных значениях коэффициента  $\delta$ . При значении  $\delta = -\kappa^2/3\tau$  исчезает минимум в произвольной точке зоны Бриллюэна (на рис. 1а горизонтальной линией отмечена точка перегиба при  $q = b$ ). В интервале значений  $-\kappa^2/3\tau < \delta < -\kappa^2/4\tau$  осуществляется переход из  $C$  в  $C_0$ -фазу. При значениях  $-\kappa^2/4\tau < \delta \leq 0$ , а также при  $\delta > 0$  вплоть до значения, отвечающего  $q = q_{br}$ , осуществляется переход из  $C$  в  $IC$ -фазу. При значении  $\delta = -\kappa^2/4\tau$  оба минимума одновременно обращаются в ноль. На фазовой диаграмме возникает тройная точка, в которой сходятся три линии ФП  $C-IC$ ,  $C-C_0$ ,  $C_0-IC$ . Назовем ее *LT-точкой* (*Lifshitz type*). По своим свойствам она отличается от *L-точки* (*Lifshitz*). Заметим, что *L-точка* могла бы наблюдалась на фазовых диаграммах для случая (2), однако экспериментально она не была обнаружена ни в тиомочевине (отрицательные давления), ни в **BCCD** (высокие давления порядка  $10^6$  кПа).

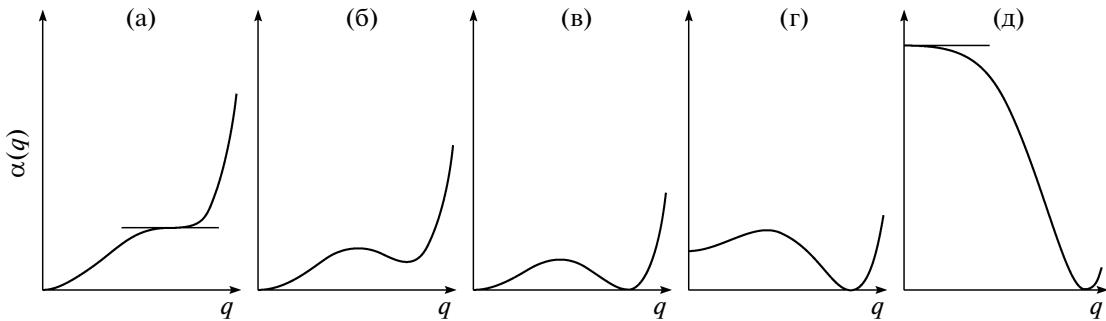


Рис. 1. Зависимость коэффициента упругости  $\alpha(q)$  мягкой оптической ветви от безразмерного волнового числа  $q$  при различных значениях коэффициента  $\delta$ :  $\delta = -\kappa^2/3\tau$  (а),  $-\kappa^2/3\tau < \delta < -\kappa^2/4\tau$  (б),  $\delta = -\kappa^2/4\tau$  (в),  $-\kappa^2/4\tau < \delta < 0$  (г),  $\delta = 0$  (д).

Зависимость (3) целесообразно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \alpha(q) &= a + \Delta(q), \\ \Delta(q) &= \tau(b^2 + q^2)^2[2(b^2 - q_L^2) + q^2], \\ \alpha(b) &= a, \quad \alpha(q_{m/l}) = a + \Delta_{m/l}, \\ \Delta_{m/l} &\equiv \Delta(q_{m/l}), \quad \alpha = a + \Delta_0, \\ \Delta_0 &\equiv \Delta(0), \quad \delta = \tau b^2(3b^2 - 4q_L^2), \quad q_L^2 = \kappa/2\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь введены две новые переменные  $a$  и  $b$  и величина  $q_L^2$ , имеющие определенный физический смысл:  $a$  и  $b$  – координаты минимума оптической ветви в произвольной точке зоны Бриллюэна, величина  $q_L^2$  – разная для разных кристаллов и, можно сказать, их определяет. Кроме того, в (4) введены удобные обозначения  $\Delta_{m/l}$ ,  $\Delta_0$ , а коэффициент  $\delta$  выражен через  $b^2$  и  $q_L^2$ .

### ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

Мягкая оптическая ветвь, определяемая (3) или (4), является двукратно вырожденной, поскольку  $\alpha(q) = \alpha(-q)$ , следовательно, параметр порядка – двухкомпонентный. Компоненты  $\eta$  и  $\xi$  можно рассматривать как амплитуды двух мод с  $q$  и  $-q$ , которые принадлежат этой ветви. Используя более удобную полярную систему координат:  $\eta = \rho \cos \phi$  и  $\xi = \rho \sin \phi$ , запишем термодинамический потенциал в виде

$$\Phi = \alpha(q)\rho^2 + \beta\rho^4 + \gamma\rho^6 - \alpha'|\rho^{2l}\cos 2l\phi|, \quad (5)$$

где  $\alpha(q)$  берется из (3) или (4) (не следует путать зависимость  $\alpha(q)$  и коэффициент  $\alpha$ ). Коэффициент  $\alpha'_l$  при анизотропном (в пространстве  $\eta$ ,  $\xi$ ) инварианте отличен от нуля только для рациональных значений  $q = q_{m/l} = m/l$ , где  $m$  и  $l$  – целые числа.

Для  $IC$ -фазы потенциал принимает вид

$$\Phi_{IC} = \alpha(b)\rho^2 + \beta\rho^4 + \gamma\rho^6, \quad \alpha(b) = a. \quad (6)$$

Минимизируя потенциал (5) по  $\phi$ , получим два решения:  $\sin l\phi = 0$ , устойчивое при  $\alpha'_l > 0$ , и

$\cos l\phi = 0$ , устойчивое при  $\alpha'_l < 0$ . Потенциал со-размерной фазы  $C_{m/l}$  для обоих решений приобретает вид:

$$\Phi_{m/l} = \alpha(q_{m/l})\rho^2 + \beta\rho^4 + \gamma\rho^6 - |\alpha'_l|\rho^{2l}. \quad (7)$$

Для  $C_0$ -фазы с  $q = 0$ , эквивалентной с  $C$ -фазой, потенциал имеет вид

$$\Phi_0 = \alpha\zeta^2 + (2/3)\beta\zeta^4 + (2/5)\gamma\zeta^6. \quad (8)$$

Параметр порядка  $\zeta$  в этом случае однокомпонентный. Численные множители при коэффициентах  $\beta$  и  $\gamma$  связаны именно с этим обстоятельством. Подробный вывод выражения (8), исходя из требования его согласованности с (6) и (7), можно найти, например, в [4]. Потенциал исходной  $C$ -фазы  $\Phi_C = 0$ .

Для фазы  $C_{1/2}$  ( $l = 2$ ) в потенциале (5) следует дополнительно учитывать анизотропный инвариант  $\alpha''_2\rho^6\cos 4\phi$ , который в потенциале (7) принимает вид  $-|\alpha''_2|\rho^6$ . Однако этим инвариантом можно пренебречь, поскольку в  $\Phi_{1/2}$  уже есть анизотропный инвариант  $\alpha'_2\rho^4\cos 4\phi$  более низкой степени по  $\rho$ . Для фазы  $C_{1/3}$  ( $l = 3$ ) в потенциале  $\Phi_{1/3}$  следует учитывать инвариант  $\gamma\rho^6$  и потребовать выполнения неравенства  $\gamma - |\alpha'_3| \geq 0$ . Очевидно, что инвариант  $\gamma\rho^6$  нужно учитывать во всех потенциалах (что и было сделано).

В дальнейшем оказывается удобным использовать переменные  $\phi$ ,  $R$  и параметры  $A$ ,  $B$ ,  $Q_L$ ,  $Q_l$ ,  $D_l$ ,  $D_0$ ,  $D$ ,  $A_l$ ,  $A_\gamma$ :

$$\begin{aligned} \Phi &= \phi\Phi_0, \quad \rho = RR_0, \quad \zeta = RR_0, \\ \Phi_0 &= (\tau Q^6)^2/\beta, \quad R_0^2 = \tau Q^6/\beta, \quad a = -A\tau Q^6, \\ b &= BQ, \quad q_L = Q_L Q, \quad q_{m/l} = Q_l Q, \\ \Delta_{m/l} &= D_l \tau Q^6, \quad \Delta_0 = D_0 \tau Q^6, \quad \delta = D\tau Q^4, \\ |\alpha'_l| &= (2\beta A_l)^{l-1}/(\tau Q^6)^{l-2}, \quad |\alpha'_2| = 2\beta A_2, \\ |\alpha'_3| &= (2\beta A_3)^2/\tau Q^6, \quad \gamma = (2\beta A_\gamma)^2/\tau Q^6. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $Q$  – число, вводимое для меньшего разброса в задаваемых численных значениях параметров  $Q_L$ ,  $A_l$ ,  $A_\gamma$  (для всех рассматриваемых кристаллов

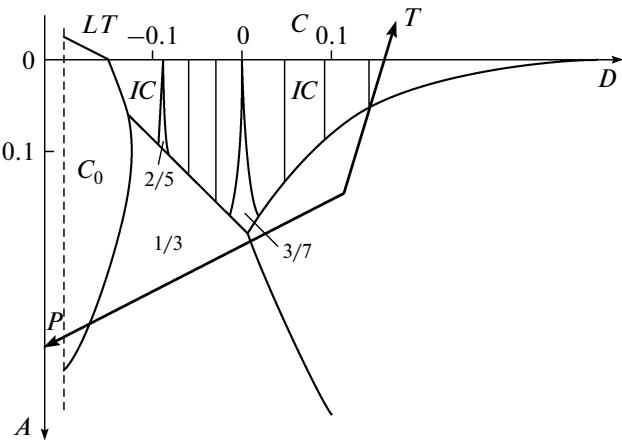


Рис. 2. Фазовая  $D$ - $A$ -диаграмма для кристалла ТМА– $\text{MnCl}_4$ .

выбрано  $Q = 0.5$ ). Для удобства знак  $A$  берется противоположным знаку  $a$ .

Термодинамические потенциалы (6)–(8) в обозначениях (9) принимают вид:

$$\phi_{IC} = -AR^2 + R^4 + 4A_\gamma^2 R^6,$$

$$\phi_{m/l} = -(A - D_l)R^2 + R^4 + 4A_\gamma^2 R^6 - (2A_l)^{l-1} R^{2l}, \quad (10)$$

$$\phi_0 = -(A - D_0)R^2 + (2/3)R^4 + (8/5)A_\gamma^2 R^6.$$

Варьируя потенциалы (10) по переменной  $R$ , получим:

$$\begin{aligned} \phi_{IC} &= -(1/6^3 A_\gamma^4) \{ [1 + 12A_\gamma^2 A]^{3/2} - [1 + 18A_\gamma^2 A] \}, \\ \phi_0 &= -(1/0.54 \times 6^3 A_\gamma^4) \{ [1 + 0.9 \times 12A_\gamma^2 (A - D_0)]^{3/2} - \\ &\quad - [1 + 0.9 \times 18A_\gamma^2 (A - D_0)] \}, \\ \phi_{1/2} &= -(1/6^3 A_\gamma^4) \{ [(1 - 2A_2)^2 + 12A_\gamma^2 (A - D_2)]^{3/2} - \\ &\quad - (1 - 2A_2)[(1 - 2A_2)^2 + 18A_\gamma^2 (A - D_2)] \}, \\ &\quad (2A_2 \geq 1), \\ \phi_{1/3} &= -[1/6^3 (A_\gamma^2 - A_3^2)^2] \times \\ &\quad \times \{ [1 + 12(A_\gamma^2 - A_3^2)(A - D_3)]^{3/2} - \\ &\quad - [1 + 18(A_\gamma^2 - A_3^2)(A - D_3)] \}, \\ &\quad (A_\gamma^2 - A_3^2 \geq 0), \\ \phi_{m/l} &= -(1/6^3 A_\gamma^4) \{ [1 + 12A_\gamma^2 (A - D_l)]^{3/2} - \\ &\quad - [1 + 18A_\gamma^2 (A - D_l)] \} - \\ &\quad - (1/2A_l)\{(A_l/6A_\gamma^2)[1 + 12A_\gamma^2 (A - D_l)]^{1/2} - 1\}^l, \\ &\quad (l > 3). \end{aligned} \quad (11)$$

В выражении для  $\Phi_{m/l}$  ( $l > 3$ ) второе слагаемое предполагается малым по сравнению с первым (условие слабой анизотропии), по нему проводится разложение.

### ГРАНИЦЫ МЕЖДУ ФАЗАМИ

Приравнивая потенциалы (11) друг к другу, получим выражения для границ между фазами. Поскольку потенциал  $C$ -фазы  $\Phi_C = 0$ , то для границ  $C-IC$  и  $C-C_0$  получаются простые выражения соответственно

$$A = 0, \quad A = D_0. \quad (12)$$

Выражения для других границ приводить не имеет смысла: это сводится лишь к многократному переписыванию потенциалов (11), приравненных друг к другу (сократится лишь общий множитель  $6^3$ , а также  $A_\gamma^4$  – кроме границ с фазой  $C_{1/3}$ ). В дальнейшем будем ссылаться на потенциалы (11) как на выражения для границ между фазами.

Заметим, что три границы  $C-IC$ ,  $C-C_0$  и  $IC-C_0$  сходятся в одной точке, названной  $LT$ -точкой. Также пересекаются в одной точке (как и должно быть) три другие границы  $IC-C_{1/3}$ ,  $IC-C_0$  и  $C_{1/3}-C_0$ .  $LT$ -точке отвечают значения

$$A = 0, \quad B = Q_L, \quad D_0 = 0, \quad D = -Q_L^4. \quad (13)$$

Приведем еще выраженные через  $B^2$  величины  $D$ ,  $D_0$ ,  $D_l$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , которые входят в потенциалы (11). Согласно (4) и (9):

$$\begin{aligned} D &= B^2(3B^2 - 4Q_L^2), \quad D_0 = 2B^4(B^2 - Q_L^2), \\ D_l &= (B^2 - Q_L^2)^2 [2(B^2 - Q_L^2) + Q_L^2], \\ D_2 &= (B^2 - 1)^2 [2(B^2 - Q_L^2) + 1], \\ D_3 &= (B^2 - 4/9)^2 [2(B^2 - Q_L^2) + 4/9]. \end{aligned} \quad (14)$$

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ДИАГРАММЫ

Выражения (11), (12) для границ между фазами позволяют строить теоретические фазовые диаграммы. Для этого, прежде всего, нужно выбрать на плоскости оси координат. В качестве оси абсцисс оказывается удобным выбрать величину  $D$ , а оси ординат – величину  $A$ , (9). При значении  $A = 0$  осуществляется ФП второго рода из  $C$  в  $IC$ -фазу. Общий характер  $D$ - $A$ -диаграммы можно видеть на рис. 2. Численное значение величины  $A_l$  для каждой  $C_{m/l}$ -фазы определяет ее относительную ширину на диаграмме. Численное значение величины  $Q_L$  определяет положение  $LT$ -точки относительно других реперных точек на оси  $D$ . Для построения  $D$ - $A$ -диаграммы для каждого конкретного кристалла задаем последовательно значения  $B^2$ . Из (14) определяем значения  $D$ ,  $D_0$ ,  $D_l$ , которые входят в (11). Из (11) методом последовательных приближений находим соответствующие значения  $A$ . Строим по точкам фазовую  $D$ - $A$ -диаграмму.

Подчеркнем, что эта диаграмма является результатом рассматриваемой методики. На ней есть все фазы, наблюдаемые в эксперименте. Но главное – есть тройная  $LT$ -точка, появление ко-

торой обусловлено зависимостью коэффициента упругости мягкой оптической ветви по типу (3), более сложному, чем (1) и (2). При значениях  $q$ , меньших  $q_{LT}$ , на фазовых диаграммах  $IC$ -фаза отсутствует.

Для того чтобы провести сравнение с экспериментом, надо из  $D-A$ -диаграммы получить  $T-P$ -диаграмму. Очевидно, что координаты минимума мягкой оптической ветви (в произвольной точке зоны Бриллюэна)  $a$  и  $b$ , (4), или  $A$  и  $B$ , (9), а следовательно, и  $D$ , (14), зависят от  $T$  и  $P$ . Предполагаем простейшую линейную зависимость  $D$  и  $A$  от  $T$  и  $P$ . Тогда оси  $T$  и  $P$  на  $D-A$ -диаграмме – прямые линии. Их ориентация выбирается так, чтобы оси  $T$  и  $P$  пересекали те же фазы, что и на экспериментальной  $T-P$ -диаграмме. Теперь, исходя из  $D-A$ -диаграммы, строим теоретическую  $T-P$ -диаграмму.

Заметим, что  $D-A$ -диаграмма ограничена сверху значением  $D = -(4/3)Q_L^4$ . При меньших значениях  $D$  величина  $B$ , как следует из (14), становится комплексной. Выше это отмечалось для значения  $\delta$  и величины  $b$  ((4) и рис. 1). Теоретический подход, основанный на использовании соотношения (4), становится неприменимым при  $D < -(4/3)Q_L^4$ .

Ниже будут последовательно построены теоретические  $T-P$ -диаграммы для трех кристаллов из ТМА-семейства ( $MnCl$ ,  $CuBr$ ,  $ZnI$ ), фазовые диаграммы для которых имеют принципиальные различия. Затем проведено их сравнение с экспериментальными диаграммами.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ДИАГРАММЫ ДЛЯ КРИСТАЛЛА ТМА– $MnCl_4$

Экспериментальные фазовые  $T-P$ -диаграммы для кристалла ТМА– $MnCl_4$  [8] (также диаграммы в [9–11]) представлены на рис. 3а. Пр. гр. исходной  $C$ -фазы –  $D_{2h}^{16}$  или  $Pmc$  (в установке  $bca$ , обычной для ТМА-кристаллов). Вектор модуляции  $IC$ -фазы  $\mathbf{q}_c = qc^*$ . Пр. гр. соразмерных фаз следующие:  $C_0$ -фазы  $C_{2h}^5(P12_1/c1)$ ,  $C_{1/3}$ -фазы  $C_{2h}^5(P112_1/n)$ ,  $C_{2/5}$ -фазы  $C_{2v}^9(P2_1cn)$ ,  $C_{3/7}$ -фазы  $D_2^4(P2_12_12_1)$  и  $C_{1/2}$ -фазы  $C_{2h}^5(P2_1/c11)$  (обзоры [5, 6] и цитируемая в них литература). Перечисленные группы симметрии находятся в согласии с утверждением, что все фазы производятся одной мягкой оптической ветвью спектра нормальных колебаний кристалла.

Для построения теоретической фазовой  $D-A$ -диаграммы были выбраны следующие значения параметров:

$$\begin{aligned} Q_L^2 &= 0.55, \quad 2A_2 = 0.75, \quad A_\gamma = A_3 = 1, \\ A_5 &= 0.5, \quad A_7 = 1. \end{aligned} \quad (15)$$

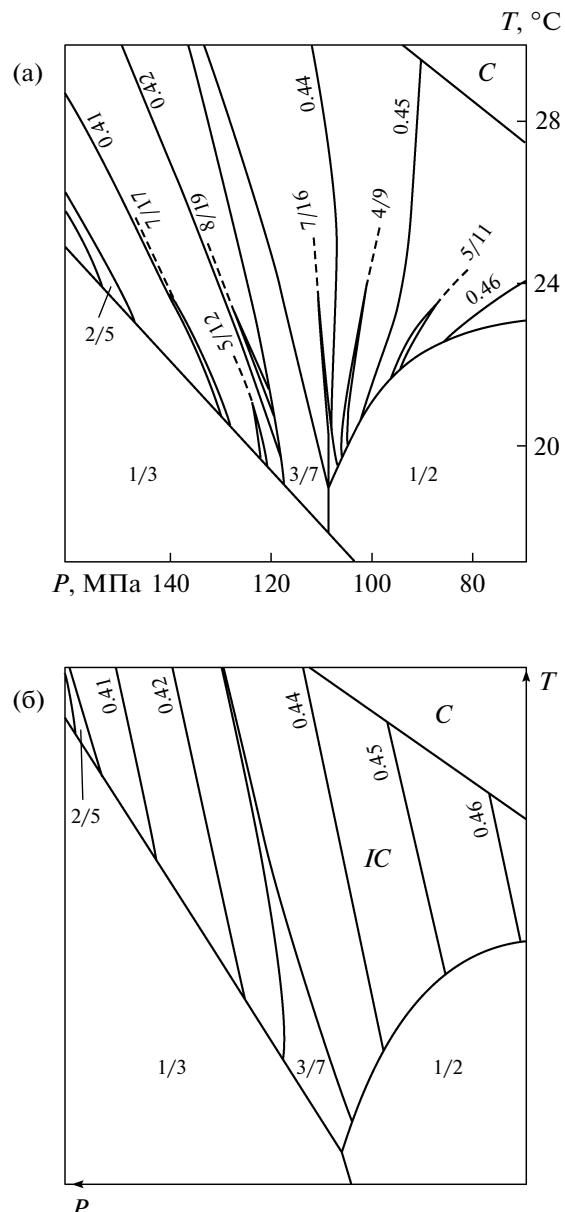


Рис. 3. Экспериментальная (а) и теоретическая (б) фазовая  $T-P$ -диаграмма для кристалла ТМА– $MnCl_4$ .

Они взяты с точностью до одной–двух значащих цифр. Принято упрощающее расчеты предположение  $A_\gamma = A_3$ . Построенная с использованием (11)–(14)  $D-A$ -диаграмма [12] представлена на рис. 2. Прямые линии проведены при тех  $D$ , которые отвечают значениям, указанным на линиях рис. 3а.

На  $D-A$ -диаграмме рис. 2 ориентация осей  $T$  и  $P$  определяется значениями  $\operatorname{ctg} TD = 0.3$ ,  $\operatorname{ctg} PA = -0.5$  (тоже с точностью до одного знака). Построенная на основе такого выбора теоретическая  $T-P$ -диаграмма [12] представлена на рис. 3б. Сравнивая теоретическую и экспериментальную

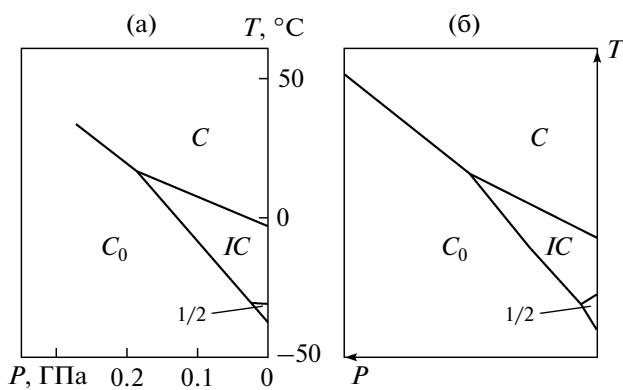


Рис. 4. Экспериментальная (а) и теоретическая (б) фазовая  $T$ - $P$ -диаграмма для кристалла ТМА- $\text{CuBr}_4$ .

диаграммы (рис. 3а, 3б), можно видеть их неплохое соответствие друг другу, особенно, если принять во внимание приближение и предположения, сделанные при конструировании теоретических диаграмм (далее).

Подчеркнем, что экспериментальная фазовая  $T$ - $P$ -диаграмма содержит большую информацию о кристалле. Сравнивая теоретическую  $T$ - $P$ -диаграмму с экспериментальной, можно оценивать коэффициенты термодинамического потенциала для данного кристалла. Результаты, основанные на таком сравнении, представлены для кристалла  $BCCD$  в [3, 4]. Заметим, что для этого кристалла  $C_{m/l}$ -фаза с  $m/l = 4/15$  была обнаружена в эксперименте только после того, как она была приведена на теоретической фазовой  $T$ - $E$ -диаграмме с указанием ее пространственной группы (фаза полярная и с ростом  $E$  ее фазовое пространство увеличивается). Оба эти примера говорят о плодотворности рассматриваемого теоретического подхода к кристаллам со множественными ФП, включающими несоразмерную фазу.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ДИАГРАММЫ ДЛЯ КРИСТАЛЛА ТМА- $\text{CuBr}_4$

Экспериментальная фазовая  $T$ - $P$ -диаграмма для кристалла ТМА- $\text{CuBr}_4$  [13] (также диаграммы для дейтерированного соединения [14]) представлена на рис. 4а. Пр. гр. исходной  $C$ -фазы  $D_{2h}^{16}$  или  $Pmcn$  (в установке  $bca$ , обычной для ТМА-кристаллов). Вектор модуляции  $IC$ -фазы  $\mathbf{q}_y = qb^*$ . Пр. гр. соразмерных фаз  $C_0$  и  $C_{1/2}$  соответственно  $C_{2h}^5$  ( $P12_1/c1$ ) и  $C_{2v}^5$  ( $Pbc2_1$ ) [15]. Отличительной особенностью фазовой диаграммы на рис. 4а является отсутствие  $C_{1/3}$ -фазы. Это позволяет пре-небречь инвариантом  $\gamma\rho^6$  в термодинамических потенциалах ((5)-(8) и последующий текст).

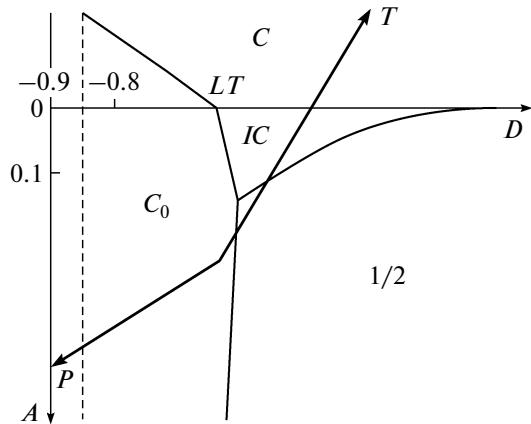


Рис. 5. Фазовая  $D$ - $A$ -диаграмма для кристалла ТМА- $\text{CuBr}_4$ .

результате существенно упрощаются выражения (11) для потенциалов. Полагая  $\gamma = 0$  из (11) получим значения потенциалов для всех фаз, встречающихся на рис. 4а:

$$\begin{aligned}\Phi_C &= 0, \quad \Phi_{IC} = -\frac{1}{4}A^2, \quad \Phi_0 = -\frac{3}{8}(A - D_0)^2, \\ \Phi_{1/2} &= -\frac{1}{4}\frac{(A - D_2)^2}{1 - 2A_2}.\end{aligned}\quad (16)$$

Приравнивая потенциалы (16) друг к другу, получим выражения для границ между фазами. Для границ  $C$ - $IC$  и  $C$ - $C_0$  они приведены в (12). Для границ  $IC$ - $C_0$ ,  $IC$ - $C_{1/2}$  и  $C_0$ - $C_{1/2}$  соответственно получим:

$$\begin{aligned}A &= c_0 D_0, \quad A = c_2 D_2, \\ A &= (c_2 - c_0)^{-1}[c_0(c_2 - 1)D_0 - c_2(c_0 - 1)D_2], \\ c_0 &= 3 + 6^{1/2}, \quad c_2 = (2A_2)^{-1}[1 + (1 - 2A_2)]^{1/2}.\end{aligned}\quad (17)$$

Выбрав значения параметров  $Q_L^2 = 0.8$  и  $A_2 = 0.2$ , строим фазовую  $D$ - $A$ -диаграмму [16]. Она представлена на рис. 5. Ориентация осей  $T$  и  $P$ , показанных на  $D$ - $A$ -диаграмме, определяется значениями  $\operatorname{ctg} TD = \operatorname{ctg} PA = 0.6$ . Заметим, что все значения берутся с точностью до одного знака.

На рис. 4б представлена полученная на основе рис. 5 теоретическая  $T$ - $P$ -диаграмма [16]. Сравнивая рис. 4а и 4б, можно видеть их удовлетворительное согласие.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ДИАГРАММЫ ДЛЯ КРИСТАЛЛА ТМА- $\text{ZnI}_4$

Экспериментальная фазовая  $T$ - $P$ -диаграмма для кристалла ТМА- $\text{ZnI}_4$  [17] представлена на рис. 6а. Пр. гр. фаз  $C_1$ ,  $C_0$  и  $C_{1/2}$  такие же, как для кристалла ТМА- $\text{CuBr}_4$ .

Отличительной особенностью диаграммы на рис. 6а является отсутствие несоразмерной  $IC$ -

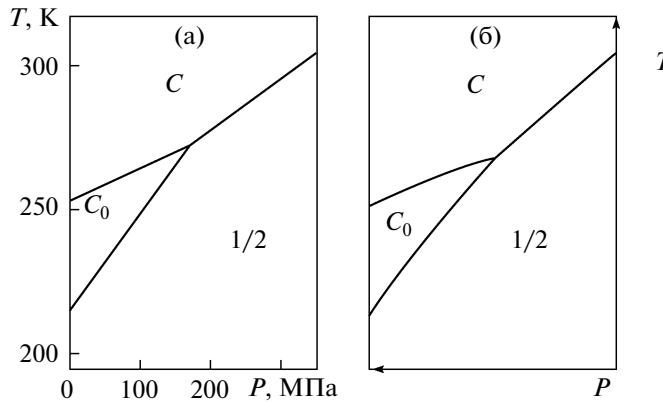


Рис. 6. Экспериментальная (а) и теоретическая (б) фазовая  $T$ - $P$ -диаграмма для кристалла ТМА- $\text{ZnI}_4$ .

фазы, которая наблюдается на экспериментальных  $T$ - $P$ -диаграммах для всех кристаллов из семейства ТМА. Кроме того, на диаграмме рис. 6а присутствует тройная точка между фазами  $C_1$ ,  $C_0$ ,  $C_{1/2}$ , наблюданная, по-видимому, впервые.

Обе эти особенности фазовой диаграммы можно объяснить при условии, что ФП  $C-C_{1/2}$  является переходом первого рода. Из экспериментально измеренной зависимости диэлектрической постоянной от температуры следует, что ФП  $C-C_{1/2}$  и  $C_0-C_{1/2}$  – первого рода, а переход  $C-C_0$  – второго рода [17].

Используя (11), выпишем явные выражения для границ между фазами  $C_1$ ,  $C_0$ ,  $C_{1/2}$ . Для границы  $C-C_0$  имеем:  $A = D_0$  (12). Для границы  $C_0-C_{1/2}$  получим:

$$\begin{aligned} &[1 + 10.8A_\gamma^2(A - D_0)]^{3/2} - [1 + 16.2A_\gamma^2(A - D_0)] = \\ &= 0.54\{[(1 - 2A_2)^2 + 12A_\gamma^2(A - D_2)]^{3/2} - \\ &- (1 - 2A_2)[(1 - 2A_2)^2 + 18A_\gamma^2(A - D_2)]\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для границы  $C-C_{1/2}$  получим:

$$A = D_2 - (1 - 2A_2)^2/16A_\gamma^2. \quad (19)$$

При построении  $D$ - $A$ -диаграммы используем следующие значения параметров:  $Q_L^2 = 0.9$ ,  $A_2 = 0.7$ ,  $A_\gamma = 0.4$ . Построенная с использованием выражений (12), (18), (19) для границ между фазами теоретическая  $D$ - $A$ -диаграмма [18] представлена на рис. 7. Штриховой линией  $A = 0$  показана граница между фазами  $C$  и  $IC$ , которая существовала бы при условии, что все ФП были второго рода. Пересечение фазовых границ  $C-C_0$  и  $C-C_{1/2}$  препятствует появлению  $IC$ -фазы на диаграмме. Такое пересечение – следствие того, что ФП  $C-C_{1/2}$  является переходом первого рода. Продолжение двух линий ФП  $C-C_0$  и  $C-C_{1/2}$  до их пересечения с линией  $A = 0$  показано точечными линиями.

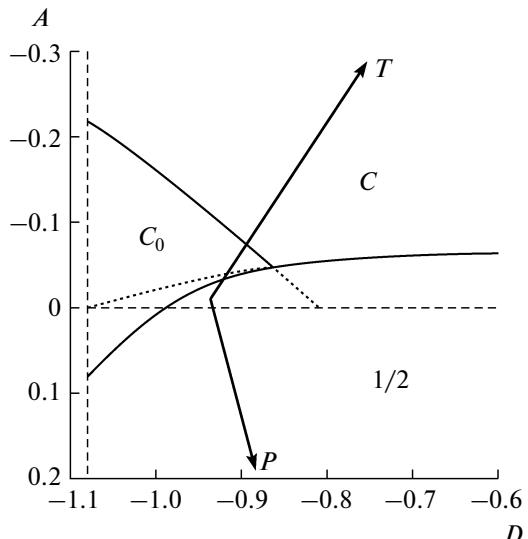


Рис. 7. Фазовая  $D$ - $A$ -диаграмма для кристалла ТМА- $\text{ZnI}_4$ .

На рис. 6б представлена теоретическая фазовая  $T$ - $P$ -диаграмма [18], полученная на основании рис. 7 с выбранными на нем ориентациями осей  $T$  и  $P$ . Из сравнения теоретической и экспериментальной (рис. 6а, бб) фазовых  $T$ - $P$ -диаграмм следует их удовлетворительное согласие.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение перечислим приближения и предположения, которые были сделаны при построении теоретических фазовых диаграмм  $D$ - $A$  и  $T$ - $P$ .

Исходная теоретическая диаграмма строится на плоскости двух коэффициентов термодинамического потенциала  $D$  и  $A$ . Предполагается, что эти коэффициенты зависят от  $T$  и  $P$  линейно. Остальные величины:  $Q_L$ ,  $A_\gamma$ ,  $A_l$  – считаются постоянными.

Для  $IC$ -фазы используется одногармоническое приближение. Для соразмерных  $C_{m/l}$ -фаз (кроме  $C_{1/2}$  и  $C_{1/3}$ ) используется приближение слабой анизотропии, что позволяет получить явные выражения для термодинамических потенциалов, а следовательно, и для границ между фазами. При построении диаграмм численные значения параметров берутся с точностью до одного знака, используется упрощающее расчеты предположение  $A_\gamma = A_3$ .

Перечисленные приближения и предположения не помешали получить в целом удовлетворительное согласие между теоретическими и экспериментальными фазовыми  $T$ - $P$ -диаграммами для ряда кристаллов из семейства ТМА. При этом в рассматриваемой феноменологической модели

используется небольшое число параметров:  $Q_L$ , определяющий положение  $LT$ -точки, и по одному для каждой  $C_{m/l}$ -фазы параметру  $A_l$ , определяющему относительную ширину  $C_{m/l}$ -фазы вдоль оси  $D$  (при заданном  $A$ ).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что феноменологический подход к структурным фазовым переходам, который обычно хорошо оправдывается, оказывается адекватным экспериментальным данным и в случае сложных фазовых диаграмм, на которых наряду с исходной и несоразмерной фазами существует большое число соразмерных фаз.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1995. 616 с.
2. *Sannikov D.G., Shaack G.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1998. V. 10. P. 1803.
3. *Sannikov D.G., Shaack G.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. P. 8313.
4. *Санников Д.Г.* // Кристаллография. 1999. Т. 44. № 1. С. 158.
5. *Gesi K.* // Ferroelectrics. 1986. V. 66. P. 269.
6. *Cummins H.Z.* // Phys. Rep. 1990. V. 185. P. 211.
7. *Санников Д.Г.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. С. 2189.
8. *Shimomura S., Hamaya N., Fujii Y.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 53. P. 8975.
9. *Gesi K., Ozawa K.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1984. V. 53. P. 627.
10. *Hamaya N., Fujii Y., Shimomura Y. et al.* // Solid State Commun. 1988. V. 67. P. 329.
11. *Hamaya N., Shimomura S., Fujii Y.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1991. V. 3. P. 3387.
12. *Sannikov D.G., Kessenikh G.A., Mashiyama H.* // J. Phys. Soc. Jpn. 2002. V. 71. P. 1435.
13. *Gesi K., Ozawa K.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1982. V. 51. P. 2205.
14. *Gesi K.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1983. V. 52. P. 2534.
15. *Hasebe K., Mashiyama H., Tanisaki S. et al.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1982. V. 51. P. 1045.
16. *Sannikov D.G., Mashiyama H.* // J. Phys. Soc. Jpn. 2002. V. 71. P. 1698.
17. *Gesi K.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1989. V. 58. P. 1532.
18. *Sannikov D.G., Mashiyama H.* // J. Phys. Soc. Jpn. 2003. V. 72. P. 1423.