

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ

УДК 548.55

Посвящается памяти А.В. Шубникова

ГИРОТРОПНЫЕ ПОГЛОЩАЮЩИЕ КРИСТАЛЛЫ НИЗШИХ СИНГОНИЙ

© 2012 г. А. Ф. Константинова, Т. Г. Головина, Е. А. Евдищенко, Б. В. Набатов,
К. К. Константинов

Институт кристаллографии РАН, Москва

E-mail: afkonst@ns.crys.ras.ru

Поступила в редакцию 14.12.2011 г.

Изучены особенности поляризации собственных волн, распространяющихся в кристалле, вблизи оптических осей последовательно в прозрачных гиротропных, поглощающих и в гиротропных поглощающих кристаллах классов 222 , 2 , 1 , m , $mm2$. Для этих кристаллов рассчитаны зависимости эллиптичности собственных волн и азимута поляризации света, прошедшего при нормальном падении через кристаллическую пластинку, от расположения плоскости оптических осей пластинки относительно нормали к поверхности. Проведено сравнение указанных выше характеристик для кристаллов аксиальных и планальных классов при двух различных ориентациях плоскости оптических осей относительно элементов симметрии кристалла.

ВВЕДЕНИЕ

В свое время много лет назад Алексей Васильевич Шубников большое внимание уделял исследованию оптической активности (гиротропии) кристаллов. У него вышли книги “Оптическая кристаллография” в 1950 г. и “Основы оптической кристаллографии” в 1958 г. [1, 2]. В этих книгах он подробно рассматривал вопросы, связанные с исследованием оптически активных прозрачных кристаллов. На кафедре физического факультета МГУ, которую возглавлял А.В. Шубников, читал лекции по кристаллооптике Ф.И. Федоров, и именно с этого времени в Институте кристаллографии стали развиваться работы, посвященные оптической активности. Недавно вышла статья “Развитие исследований оптической активности кристаллов в Институте кристаллографии РАН”, посвященная этим вопросам [3]. Продолжая традиции, заложенные А.В. Шубниковым и Ф.И. Федоровым, считаем целесообразным продолжить работы, связанные с изучением явления оптической активности в низкосимметричных кристаллах.

Хотя вопросами, связанными с оптической активностью кристаллов, занимаются давно, приведем только некоторые из результатов [4–7]. Большинство работ связано с исследованием одноосных кристаллов и двуосных кристаллов класса 222 , в том числе поглощающих [8–11]. Гиротропные поглощающие кристаллы класса 2 описаны в [12]. Безусловно, интересно рассмотреть низкосимметричные кристаллы других классов, которые также являются одновременно поглощающими и гиротропными, поскольку исследования кристаллов такого типа ранее не проводились. Эти кристаллы подразделяются на кристаллы аксиальных классов, имеющие правые и левые

модификации — это кристаллы 222 , 2 , 1 , а также кристаллы планальных классов $mm2$, m . Настоящая работа написана на основе результатов исследования именно таких кристаллов.

Прежде чем изучить особенности поглощающих гиротропных кристаллов, рассмотрим более подробно случай, когда кристалл непоглощающий и обладает гиротропией, затем вариант, когда кристалл обладает только поглощением, и общий случай, когда кристалл является одновременно и поглощающим, и гиротропным. Для получения необходимых результатов использовались ковариантные соотношения, приведенные в [4], матричный метод Д. Берремана [13], а также результаты, полученные в [14]. Все приведенные зависимости рассчитаны при нормальном падении света на кристалл. Кратко опишем схему определения параметров собственных волн и прошедшего через кристалл света.

Вначале для выбранного положения оптической оси (или одной из осей двуосного кристалла) в лабораторной системе координат определяются положения главных направлений комплексных тензоров (диэлектрического, магнитного и гирации), которые описывают оптические свойства кристалла. Затем формируется матрица распространения Δ , введенная Д. Берреманом. Компоненты этой матрицы зависят от компонент тензоров, описывающих оптические свойства кристалла, и ориентации главных направлений тензоров в лабораторной системе координат. Следует записать все тензоры, описывающие матрицу пластинки, в одной и той же лабораторной системе координат. Далее из характеристического уравнения матрицы Δ определяются ее собственные значения (при нормальном падении — показатели преломления пластинки), а затем и собственные

Общий вид тензора диэлектрической проницаемости и псевдотензора гирации для низкосимметричных кристаллов [5]*

Класс	Тензор диэлектрической проницаемости ϵ	Псевдотензор гирации α
222	При $\epsilon_{11} < \epsilon_{22} < \epsilon_{33}$, плоскость оптических осей совпадает с плоскостью XOZ	$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix}$
$mm2$	I. Плоскость оптических осей перпендикулярна обеим плоскостям m_1, m_2 ($N_p \perp m_1, N_g \perp m_2$)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}$
	II. Плоскость оптических осей параллельна одной из плоскостей m_1, m_2 ($N_p \perp m_1, N_m \perp m_2$)	$\begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
2	I. Плоскость оптических осей параллельна оси 2 ($N_g \parallel 2$)	$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix}$
	II. Плоскость оптических осей перпендикулярна оси 2 ($N_m \parallel 2$)	$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & \alpha_{13} \\ 0 & \alpha_{22} & 0 \\ \alpha_{31} & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix}$
m	I. Плоскость оптических осей перпендикулярна плоскости m ($N_g \perp m$)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_{13} \\ 0 & 0 & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 0 \end{pmatrix}$
	II. Плоскость оптических осей параллельна m ($N_m \perp m$)	$\begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & 0 & \alpha_{23} \\ 0 & \alpha_{32} & 0 \end{pmatrix}$
1	Плоскость оптических осей расположена произвольно	$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}$

* Примечание. Все комментарии к I и II случаям действительны только для прозрачных кристаллов.

векторы. Компоненты собственных векторов являются x - и y -составляющими \mathbf{E} и \mathbf{H} векторов напряженности электрического и магнитного полей внутри кристалла соответственно. Из отношения E_y/E_x (или H_y/H_x) определяются азимуты и эллиптичности собственных волн, распространяющихся в кристалле [14, 15]. В настоящих расчетах все тензоры приводились к осям лабораторной системы координат путем последовательных поворотов вокруг оси Z (на угол φ), оси Y (на угол θ) и оси X (на угол ψ). Азимут поляризации прошедшего света χ , вычислен из решения по методу Д. Берремана граничной задачи с учетом многократных отражений.

Низкосимметричные кристаллы двуосны, поэтому имеется несколько вариантов расположения плоскости оптических осей относительно осей второго порядка или плоскостей симметрии кристалла. Чтобы в дальнейшем было понятно,

какие возможны варианты, в таблице приведен общий вид тензора диэлектрической проницаемости ϵ и псевдотензора гирации α для этих кристаллов [4, 6, 7].

Как известно, в двуосных кристаллах главные показатели преломления обозначаются: N_g – наибольший, N_m – средний, N_p – наименьший. В ромбических кристаллах класса 222 направления, соответствующие главным показателям преломления N_g, N_m, N_p , параллельны трем осям симметрии второго порядка.

Рассмотрим два случая положения плоскости оптических осей относительно элементов симметрии в кристаллах классов 2, m и $mm2$. Пусть направление, соответствующее наибольшему значению показателя преломления N_g , параллельно оси Z , направление N_m – оси Y , а направление N_p – оси X . Плоскость оптических осей совпадает с плоскостью XOZ .

I случай. Ось симметрии 2 (для класса 2) или перпендикуляр к плоскости симметрии m (для класса m) параллельны плоскости оптических осей. Для кристалла класса $mm2$ линия пересечения плоскостей симметрии перпендикулярна оси Z .

II случай. Ось симметрии 2 (для класса 2) или перпендикуляр к плоскости симметрии m (для класса m) перпендикулярна плоскости оптических осей. Для кристалла класса $mm2$ линия пересечения плоскостей симметрии параллельна оси Z .

На приведенных рисунках римскими цифрами I, II обозначены случаи взаимного расположения плоскости оптических осей и элементов симметрии кристалла.

ПРОЗРАЧНЫЕ ГИРОТРОПНЫЕ НИЗКОСИММЕТРИЧНЫЕ КРИСТАЛЛЫ

Рассмотрим прозрачные гиротропные кристаллы ромбической, моноклинной и триклинной сингоний. Пусть главные значения тензора ϵ удовлетворяют условию $\epsilon_{11} < \epsilon_{22} < \epsilon_{33}$, тогда орты \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 оптических осей кристалла лежат в плоскости XOZ [4]:

$$\mathbf{c}_1 = \{-\sin V, 0, \cos V\}, \quad \mathbf{c}_2 = \{\sin V, 0, \cos V\}, \quad (1)$$

где $V = \arctg \sqrt{\frac{\epsilon_{33}(\epsilon_{22} - \epsilon_{11})}{\epsilon_{11}(\epsilon_{33} - \epsilon_{22})}}$ – угол между одной из оптических осей кристалла и осью Z .

Посмотрим, как изменяется эллиптичность собственных волн k_1 , k_2 и азимут поляризации прошедшего света χ_t в зависимости от угла поворота θ плоскости оптических осей вокруг оси Y .

До сих пор при описании гиротропии в теоретических работах используется псевдотензор α , а в экспериментальных – псевдотензор g . В дальнейшем изложении приставку “псевдо” будем опускать. При описании гиротропии часто используется скалярный параметр гирации G . Запишем его с помощью компонент и тензора α , и тензора g .

При прохождении световой волны вдоль оптической оси кристаллической пластинки толщиной d имеет место вращение плоскости поляризации, т.е. изменение азимута прошедшей волны при сохранении ее эллиптичности. Угол поворота плоскости поляризации pd (ρ , град/мм – удельное вращение вдоль оптической оси кристалла), при этом

$$pd \approx -\chi_{\max} = \pi Gd / (\lambda \bar{N}), \quad (2)$$

$$G = [(\alpha_c - \tilde{\alpha})\mathbf{m}]\mathbf{n} = (g\mathbf{n})\mathbf{n}, \quad (3)$$

где G – скалярный параметр гирации [6], $\bar{N} = (N_p + N_m + N_g)/3$, N_p, N_m, N_g – главные значения показателей преломления кристалла, λ –

длина световой волны, $\mathbf{m} = \bar{N}\mathbf{n}$ – вектор рефракции, \mathbf{n} – единичный вектор волновой нормали, $\tilde{\alpha}$ – транспонированный тензор α , α_c – след тензора α . Значение ρ может быть как положительным, так и отрицательным. Отрицательным значениям ρ отвечает правое вращение (по часовой стрелке), положительным – левое (против часовой стрелки), если смотреть навстречу ходу лучей света [4, 5].

Выражение (3) приближенно можно записать через компоненты тензора α :

$$G = \bar{N}[(\alpha_{22} + \alpha_{33})\theta_1^2 + (\alpha_{11} + \alpha_{33})\theta_2^2 + (\alpha_{11} + \alpha_{22})\theta_3^2 - (\alpha_{12} + \alpha_{21})\theta_1\theta_2 - (\alpha_{13} + \alpha_{31})\theta_1\theta_3 - (\alpha_{23} + \alpha_{32})\theta_2\theta_3], \quad (4)$$

через компоненты тензора g

$$G = g_{11}\theta_1^2 + g_{22}\theta_2^2 + g_{33}\theta_3^2 + (g_{12} + g_{21})\theta_1\theta_2 + (g_{13} + g_{31})\theta_1\theta_3 + (g_{23} + g_{32})\theta_2\theta_3, \quad (4a)$$

где $\theta_1 = \mathbf{n}\mathbf{e}_x$, $\theta_2 = \mathbf{n}\mathbf{e}_y$, $\theta_3 = \mathbf{n}\mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орты координатных осей.

Всегда можно выбрать систему координат, именуемую главной системой тензора g , в которой величину ρ можно записать в виде

$$\rho = \rho_1^0 v_1^2 + \rho_2^0 v_2^2 + \rho_3^0 v_3^2. \quad (5)$$

На основании (5), как предлагал А.В. Шубников [1, 2], построены гирационные поверхности рассматриваемых кристаллов – поверхности, радиус-векторы которых пропорциональны соответствующим значениям величины ρ . Поскольку сами радиус-векторы могут быть как положительными, так и отрицательными, условимся те участки гирационной поверхности, которым отвечают положительные радиус-векторы, изображать светлыми, а те, которым соответствуют отрицательные радиус-векторы, темными. Величина ρ не является удельным вращением в общем случае, так как в общем случае линейное двупреломление не равно нулю.

Аксиальные кристаллы

Низкосимметричные аксиальные гиротропные кристаллы – это кристаллы классов 222, 2, 1. Они являются энантиоморфными, т.е. могут иметь правые или левые модификации. На рис. 1 представлены гирационные поверхности этих кристаллов. На рис. 1а, 1б представлен случай, когда все компоненты ρ_i^0 одного знака, а на рис. 1в, 1г одна из компонент имеет другой знак. Видно, что темные и светлые области при смене знака поменялись местами.

Рассмотрим более подробно кристаллы классов 222 и 2 (таблица). Для ромбического кристалла класса 222 в направлении оптических осей вы-

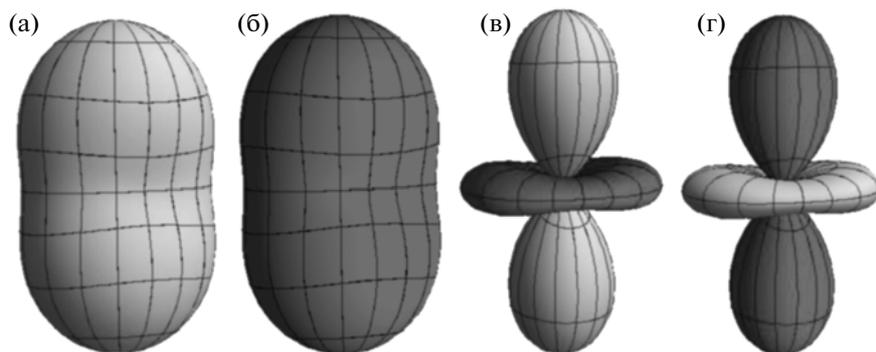


Рис. 1. Гиращонные поверхности двuosных аксиальных кристаллов: а – левая, $\rho_1^0 > 0, \rho_2^0 > 0, \rho_3^0 > 0$; б – правая, $\rho_1^0 < 0, \rho_2^0 < 0, \rho_3^0 < 0$, в – $\rho_1^0 < 0, \rho_2^0 < 0, \rho_3^0 > 0$, по вертикальной оси левое вращение, по горизонтальным осям – правое, г – $\rho_1^0 > 0, \rho_2^0 > 0, \rho_3^0 < 0$, по вертикальной оси правое вращение, по горизонтальным осям – левое; $|\rho_1^0| < |\rho_2^0| < |\rho_3^0|$ [1].

ражение для скалярного параметра гирации (4) принимает вид

$$G = \bar{N}[(\alpha_{22} + \alpha_{33})\sin^2 V + (\alpha_{11} + \alpha_{22})\cos^2 V], \quad (6)$$

одинаковый для волн, распространяющихся вдоль обеих оптических осей (рис. 2). Видно, что эллиптичности собственных волн также одинаковы вдоль этих направлений.

В моноклинном кристалле класса 2 возможны два случая.

I случай. После поворота кристалла вокруг оси Z на угол φ_0

$$\varphi_0 = \arctg(2\varepsilon_{12}/(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}))/2, \quad (7)$$

тензор ε принимает диагональный вид, так как все его главные направления теперь совпадают с направлениями осей X, Y, Z . После поворота на угол φ_0 тензора α его компоненты изменятся, но вид тензора останется таким же, что и в таблице. Таким образом, прозрачный моноклинный кристалл можно рассматривать в той системе координат, в которой тензор ε является диагональным.

В этом случае скалярный параметр гирации (4) в направлении оптических осей имеет такой же вид (6), как для кристалла класса 222, и одинаковый для волн, распространяющихся вдоль оптических осей (рис. 2). Видно, что для прозрачных гиротропных кристаллов класса 2 характер изменения эллиптичностей обеих собственных волн в окрестности оптических осей одинаков, и вдоль каждой из осей эллиптичности равны $k_{1,2} = \pm 1$. Из (6) и рис. 2 также видно, что в этом случае максимумы азимута поляризации прошедшего света χ_{\max} одинаковы и вид зависимости симметричен относительно $\theta = 0^\circ$.

II случай. После поворота кристалла вокруг оси Y на угол θ_0

$$\theta_0 = \arctg(2\varepsilon_{13}/(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}))/2 \quad (8)$$

тензор ε принимает диагональный вид, так как все его главные направления совпадают с направлениями осей X, Y, Z . После поворота на угол θ_0 тензора α его компоненты изменятся, но вид останется тем же, что и в таблице. Для моноклинного кристалла класса 2 в этом случае удельное вращение плоскости поляризации при распространении света вдоль разных оптических осей разное

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \pi G_1/(\lambda \bar{N}), & G_1 &= [(\alpha_{22} + \alpha_{33})\sin^2 V + \\ &+ (\alpha_{11} + \alpha_{22})\cos^2 V + (\alpha_{13} + \alpha_{31})\sin V \cos V]\bar{N}, & (9) \\ \rho_2 &= \pi G_2/(\lambda \bar{N}), & G_2 &= [(\alpha_{22} + \alpha_{33})\sin^2 V + \\ &+ (\alpha_{11} + \alpha_{22})\cos^2 V - (\alpha_{13} + \alpha_{31})\sin V \cos V]\bar{N}. \end{aligned}$$

Следовательно, могут быть разными и эллиптичности k_1, k_2 собственных волн, и азимут поляризации χ_i света, прошедшего через пластинку вдоль двух разных оптических осей (рис. 2). Из (8) и рис. 2 видно, что для гиротропных кристаллов класса 2 эллиптичность собственных волн по-разному изменяется в окрестности разных оптических осей. Максимумы азимута χ_{\max} прошедшего света имеют разные значения при распространении вдоль разных оптических осей и могут иметь одинаковые или разные знаки в зависимости от компонент α и ε .

Для триклинного кристалла класса 1 возможны разные варианты, на которых останавливаться не будем. Так как это аксиальный класс, то эллиптичности собственных волн и азимуты прошедшего света могут иметь разные значения в окрестности разных оптических осей. В общем случае эллиптичности собственных волн и азимуты прошедшего света в окрестности разных оптических осей не равны.

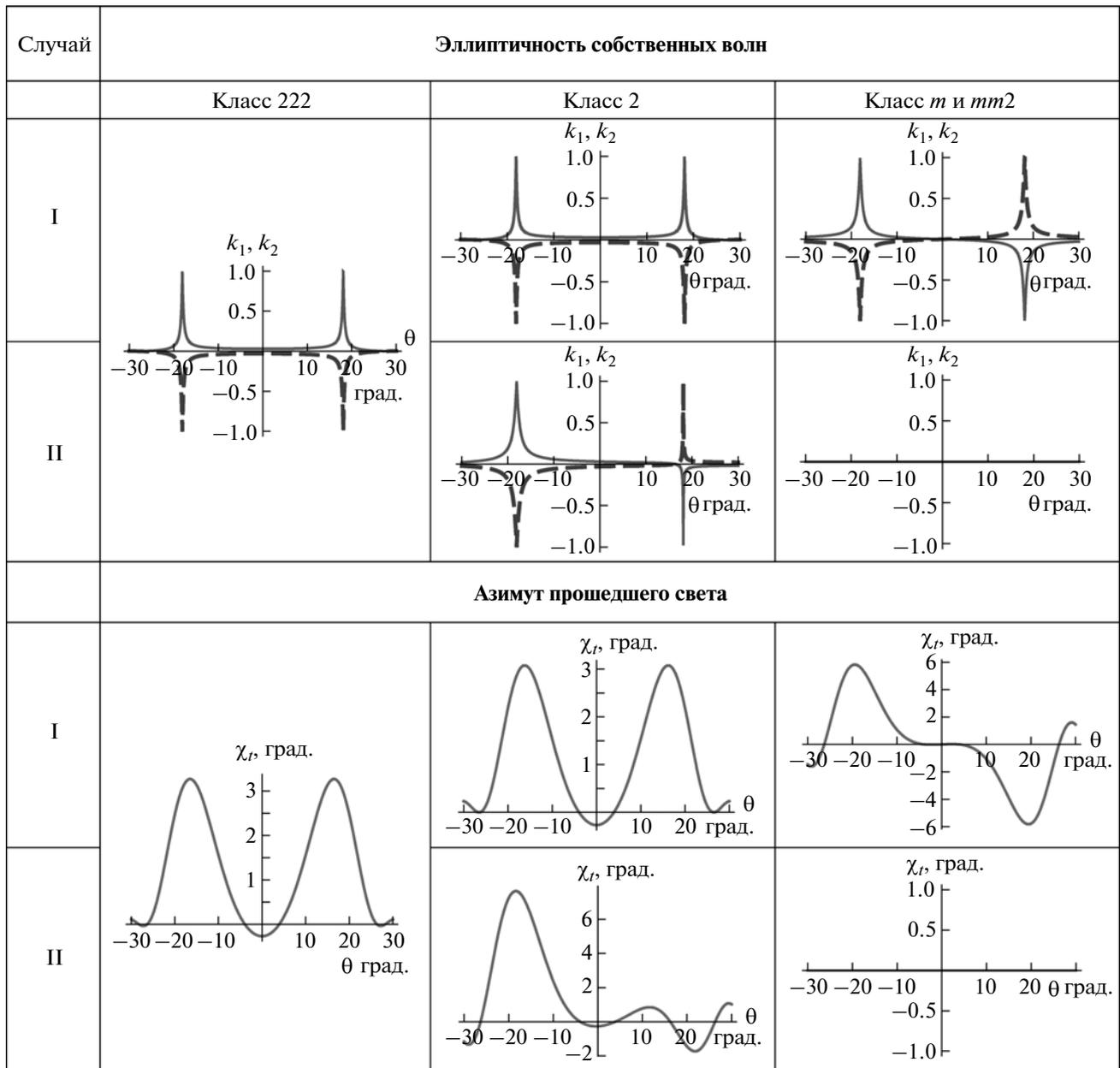


Рис. 2. Зависимость эллиптичностей собственных волн и азимута поляризации света, прошедшего через пластинку толщиной $d = 100$ мкм, в прозрачном гиротропном кристалле от угла θ поворота плоскости оптических осей вокруг оси Y ; $N_1 = 1.54$, $N_2 = 1.543$, $N_3 = 1.572$

Для кристалла класса 222: $\alpha_{11} = 4.26 \times 10^{-4}$, $\alpha_{22} = -6.08 \times 10^{-4}$, $\alpha_{33} = 12.74 \times 10^{-4}$;

Для кристалла класса 2: I – $\alpha_{11} = 3.35 \times 10^{-4}$, $\alpha_{22} = -5.17 \times 10^{-4}$, $\alpha_{33} = 12.74 \times 10^{-4}$, $\alpha_{12} = 2.9 \times 10^{-4}$, $\alpha_{21} = \alpha_{12}$;

II – $\alpha_{11} = 5.0 \times 10^{-4}$, $\alpha_{22} = -6.8 \times 10^{-4}$, $\alpha_{33} = 12.0 \times 10^{-4}$, $\alpha_{13} = 2.4 \times 10^{-4}$; $\alpha_{31} = \alpha_{13}$.

Для кристалла класса m : I – $\alpha_{13} = 3.2 \times 10^{-4}$, $\alpha_{23} = 5.3 \times 10^{-4}$, $\alpha_{31} = \alpha_{13}$, $\alpha_{32} = \alpha_{23}$;

II – $\alpha_{12} = 3.2 \times 10^{-4}$, $\alpha_{23} = 5.3 \times 10^{-4}$, $\alpha_{21} = \alpha_{12}$, $\alpha_{32} = \alpha_{23}$;

Для кристалла класса $mm2$: I – $\alpha_{13} = 3.2 \times 10^{-4}$, $\alpha_{31} = \alpha_{13}$, II – $\alpha_{12} = 3.2 \times 10^{-4}$, $\alpha_{21} = \alpha_{12}$.

Планальные кристаллы

Среди низкосимметричных гиротропных кристаллов планальными являются кристаллы классов $mm2$, m . Эти кристаллы неэнантиоморфны.

На рис. 2а представлена их гирационная поверхность. В отличие от аксиальных для планальных кристаллов при перемене знаков компонент ρ_i^0 вид гирационной поверхности не меняется. Именно это говорит о том, что планальные гиро-

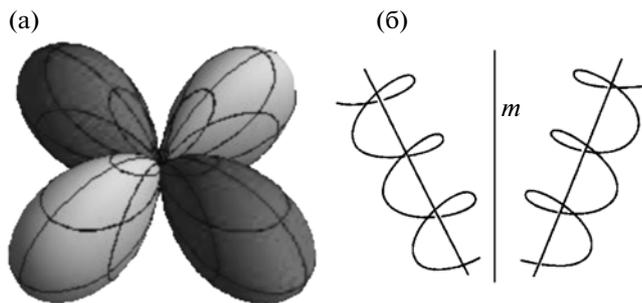


Рис. 3. Гиращионная поверхность для планальных кристаллов (а) [1], плоскость симметрии m превращает правую винтовую линию в левую (б) [16].

тропные кристаллы не являются энантиоморфными. Это иллюстрирует рис. 3б, где приведены два “вихря” для кристалла класса m [16]. При такой ориентации оптических осей, как на рис. 3б, вдоль одной из осей имеет место правое вращение, а вдоль другой — левое.

I случай. Для моноклинного кристалла класса m и ромбического кристалла класса $mm2$ скалярный параметр гирации в направлении оптических осей имеет вид

$$\begin{aligned} G_1 &= \bar{N}(\alpha_{13} + \alpha_{31})\sin V \cos V, \\ G_2 &= -\bar{N}(\alpha_{13} + \alpha_{31})\sin V \cos V, \end{aligned} \quad (10)$$

т.е. удельное вращение плоскости поляризации при распространении света вдоль разных оптических осей одинаково по модулю и противоположно по знаку (рис. 2). Для прозрачных гиротропных кристаллов классов m и $mm2$ эллиптичности собственных волн вдоль разных оптических осей имеют противоположный знак, и максимумы азимута поляризации прошедшего света χ_{\max} одинаковы по модулю и противоположны по знаку.

II случай. Для кристаллов классов m и $mm2$ скалярный параметр гирации G в направлении оптических осей равен нулю, поэтому в этом направлении нет вращения плоскости поляризации вдоль оптических осей. Для прозрачных гиротропных кристаллов этих классов эллиптичности собственных волн и азимут поляризации прошедшего света вдоль оптических осей также равны нулю (рис. 2).

ПОГЛОЩАЮЩИЕ НИЗКОСИММЕТРИЧНЫЕ КРИСТАЛЛЫ

Посмотрим, как изменятся приведенные выше зависимости для кристаллов тех же классов при наличии поглощения и отсутствии оптической активности. Тензор диэлектрической проницаемости поглощающего кристалла в этом случае имеет действительную и мнимую части

$$\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'' \quad (11)$$

Обратный тензор ε^{-1} можно записать в ковариантном виде

$$\varepsilon^{-1} = a + b(\mathbf{c}' \cdot \mathbf{c}'' + \mathbf{c}'' \cdot \mathbf{c}'), \quad (12)$$

где a — одно из собственных значений тензора ε^{-1} , $\mathbf{c}' \cdot \mathbf{c}''$ — диада [17], \mathbf{c}' , \mathbf{c}'' — комплексные векторы, которые определяют направляющие векторы \mathbf{n}_{\pm} оптических осей кристалла [4]:

$$\mathbf{n}_{\pm} = \frac{\sqrt{(\mathbf{c}^*)^2 \mathbf{c} + \sqrt{\mathbf{c}^2 \mathbf{c}^* \pm i[\mathbf{c}\mathbf{c}^*]}}}{|\mathbf{c}|^2 + |\mathbf{c}^2|}, \quad (13)$$

где $\mathbf{c} = \mathbf{c}'$ или $\mathbf{c} = \mathbf{c}''$, \mathbf{c}^* — вектор, комплексно сопряженный вектору \mathbf{c} .

Рассмотрим самый общий случай, когда для поглощающего ромбического или моноклинного кристалла $[\mathbf{c}\mathbf{c}^*] \neq 0$ и $\mathbf{c}^2 \neq 0$, т.е. векторы \mathbf{c}' и \mathbf{c}'' — эллиптические. В этом случае каждая из оптических осей, характерных для непоглощающего кристалла, в поглощающем распадается на две оси. В направлении каждой из них распространяется только одна волна с круговой поляризацией. Такие оси называются круговыми [4]. Углы между компонентами расщепления каждой из исходных осей (углы между “новыми” осями) разные (рис. 4).

Обозначим $\varepsilon^{-1} = \beta$. Для *I случая* из (12) получаем

$$a = \beta_{33}, \quad \mathbf{c}' = \{c'_1, c'_2, 0\}, \quad \mathbf{c}'' = \{c''_1, c''_2, 0\};$$

приравнивая соответствующие компоненты обеих частей (12) и учитывая, что $\mathbf{c}'^2 = 1$ и $\mathbf{c}''^2 = 1$, получаем систему уравнений относительно неизвестных величины b и компонент \mathbf{c}' и \mathbf{c}'' :

$$\begin{aligned} \beta_{12} &= b(c'_1 c''_2 + c''_1 c'_2), \quad \beta_{11} - \beta_{33} = 2bc'_1 c''_1, \\ \beta_{22} - \beta_{33} &= 2bc'_2 c''_2, \quad c'^2 = 1, \quad c''^2 = 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Из системы уравнений (14) находятся \mathbf{c}' и \mathbf{c}'' (можно использовать любое из получаемых решений).

Аналогично для *II случая* система уравнений (14) имеет вид

$$\begin{aligned} a &= \beta_{22}, \quad \mathbf{c}' = \{c'_1, 0, c'_3\}, \quad \mathbf{c}'' = \{c''_1, 0, c''_3\}; \\ \beta_{13} &= b(c'_1 c''_3 + c''_1 c'_3), \quad \beta_{11} - \beta_{22} = 2bc'_1 c''_1, \\ \beta_{33} - \beta_{22} &= 2bc'_3 c''_3, \quad c'^2 = 1, \quad c''^2 = 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Рассмотрим поглощающий моноклинный кристалл в системе главных направлений тензора ε' , т.е. в той системе координат, где ε' имеет диагональный вид. Этого всегда можно добиться поворотом лабораторной системы координат в систему главных направлений тензора ε' . В *I случае* тензор ε'' следует повернуть вокруг оси Z на угол φ_0 (7), а во *II случае* — вокруг оси Y на угол θ_0 (8). То-

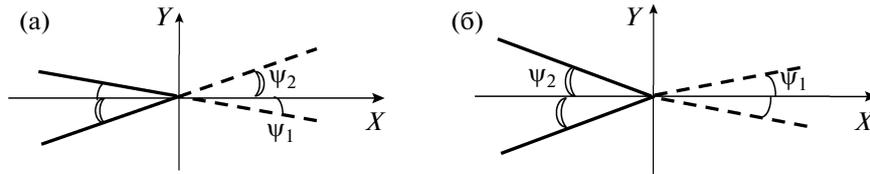


Рис. 4. Проекция ортов оптических осей поглощающего моноклинного кристалла классов $2, m$ на плоскость XOY : а – *I случай* (ось 2 (класс 2) или перпендикуляр к плоскости m (класс m) $\parallel Z$), б – *II случай* (ось 2 (класс 2) или перпендикуляр к плоскости m (класс m) $\parallel Y$).

гда компоненты ϵ_{12} или ϵ_{13} становятся чисто мнимыми. В выбранной системе координат можно записать единичные векторы оптических осей в виде

I случай:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1 &= \{\sin \varphi_1 \cos \psi_1, \sin \varphi_1 \sin \psi_1, \cos \varphi_1\}, \\ \mathbf{c}_2 &= \{\sin \varphi_2 \cos \psi_2, -\sin \varphi_2 \sin \psi_2, \cos \varphi_2\}, \\ \mathbf{c}_3 &= \{-\sin \varphi_2 \cos \psi_2, \sin \varphi_2 \sin \psi_2, \cos \varphi_2\}, \\ \mathbf{c}_4 &= \{-\sin \varphi_1 \cos \psi_1, -\sin \varphi_1 \sin \psi_1, \cos \varphi_1\}. \end{aligned} \quad (16)$$

II случай:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1 &= \{\sin \varphi_1 \cos \psi_1, \sin \varphi_1 \sin \psi_1, \cos \varphi_1\}, \\ \mathbf{c}_2 &= \{\sin \varphi_1 \cos \psi_1, -\sin \varphi_1 \sin \psi_1, \cos \varphi_1\}, \\ \mathbf{c}_3 &= \{-\sin \varphi_2 \cos \psi_2, \sin \varphi_2 \sin \psi_2, \cos \varphi_2\}, \\ \mathbf{c}_4 &= \{-\sin \varphi_2 \cos \psi_2, -\sin \varphi_2 \sin \psi_2, \cos \varphi_2\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь φ_i – углы между оптическими осями и осью Z , а ψ_i – малые углы между проекциями оптических осей поглощающего кристалла на плоскость XOY и осью X . Проекция единичных векторов оптических осей на плоскость XOY показаны на рис. 4.

В поглощающих ромбических кристаллах классов 222 и $mm2$ $\varphi_1 = \varphi_2$, $\psi_1 = \psi_2$, т.е. “новые” оси расположены симметрично относительно плоскости, содержащей оптические оси прозрачного кристалла, и отклоняются от нее на одинаковые углы [11]. В этом случае уравнения (16) и (17) совпадают.

В поглощающих моноклинных кристаллах классов $2, m$ в *I случае* (рис. 4а) оптические оси “расщепляются” так, что в каждой паре “новых” осей, образованных из одной той же оптической оси прозрачного кристалла (“старой” оси), углы отклонения каждой из осей от положения “старой” оси разные, а во *II случае* (рис. 4б) – равные, но для разных “старых” осей в этом случае углы разные. При этом как в *I случае*, так и во *II случае* $\varphi_1 \neq \varphi_2$, $\psi_1 \neq \psi_2$.

Для того чтобы можно было сравнить изменения эллиптичностей собственных волн и азимуты поляризации прошедшего света вблизи оптических осей ромбических и моноклинных кристаллов, расчеты были проведены при поворотах

плоскостей, содержащих оптические оси, вокруг одних и тех же осей вращения (одной из осей координат). Из-за описанных выше особенностей расположения оптических осей в поглощающих кристаллах разных классов в моноклинном кристалле не всегда можно провести плоскость, ортогональную одной из осей лабораторной системы координат и содержащую две оптические оси.

На рис. 5 приведены результаты расчетов изменения эллиптичностей собственных волн в зависимости от поворота на углы $\Delta\psi$ плоскости, содержащей две “расщепленные” оптические оси поглощающего кристалла, образовавшиеся из одной и той же оптической оси прозрачного кристалла (для классов $222, mm2$ и для *II случая* для классов $2, m$), или только одну из этих “расщепленных” оптических осей (классы $2, m$ для *I случая*). Показаны также изменения эллиптичностей собственных волн и азимута поляризации прошедшего света при повороте на угол θ вокруг оси Y плоскости, содержащей две “новые” оптические оси, образовавшиеся из двух разных осей прозрачного кристалла (для классов $222, mm2$), или только одну из “новых” осей (для классов $2, m$).

Для ромбических кристаллов классов $222, mm2$ виден выход двух оптических осей как при изменении угла ψ , так и при изменении угла θ .

При изменении угла ψ видны выходы оптических осей, расщепившихся из одной “исходной” оптической оси прозрачного кристалла симметрично, т.е. на равные углы $\pm\Delta\psi$ ($\psi_1 = \psi_2$, рис. 4) относительно плоскости оптических осей непоглощающего кристалла и удаленных на равные углы θ от оси Z . Точка $\Delta\psi = 0$ – точка, лежащая на линии пересечения плоскости оптических осей непоглощающего кристалла и плоскости двух круговых осей, образовавшихся из одной и той же оптической оси непоглощающего кристалла. Назовем эту точку “исходной”. При переходе через “исходную” точку эллиптичности собственных волн меняют знак на противоположный.

При изменении угла θ видны выходы двух оптических осей, каждая из которых “отошла” на угол $\Delta\psi$ от положения оптической оси ромбического непоглощающего кристалла. Эллиптичности собственных волн при распространении

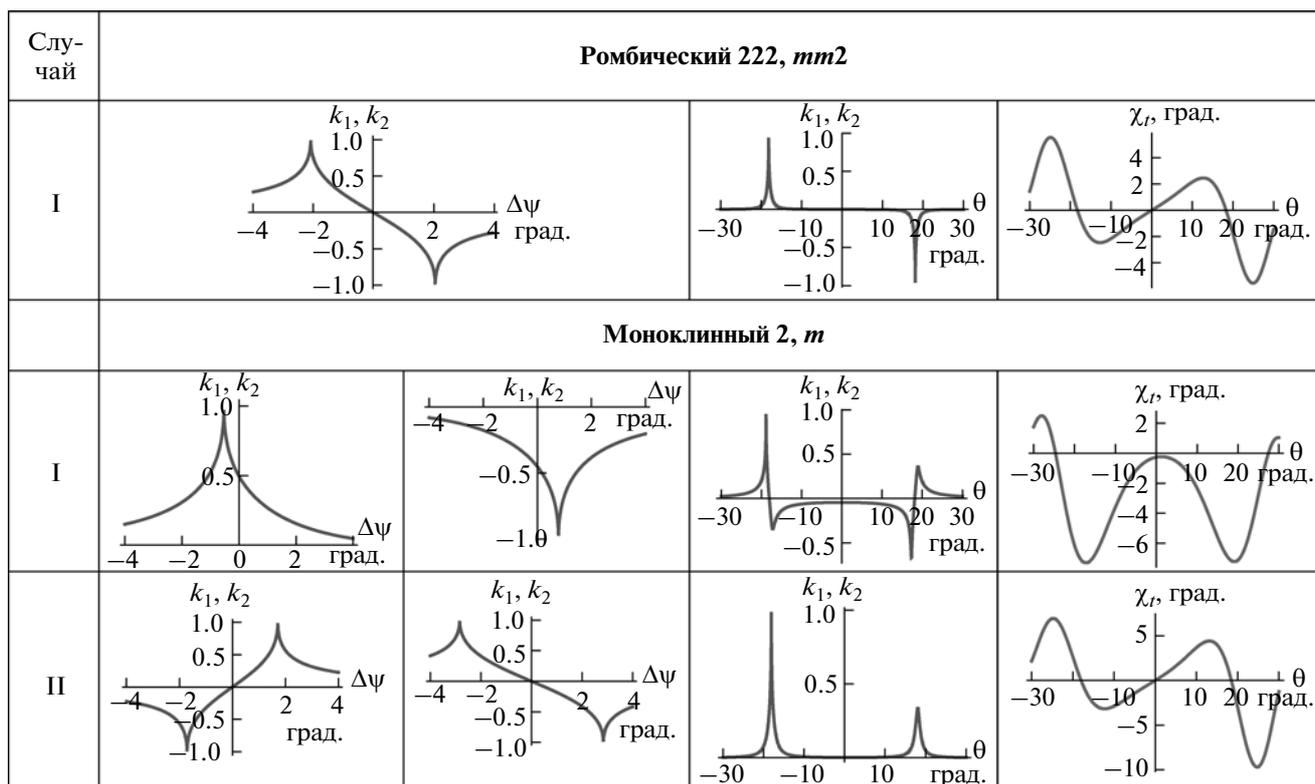


Рис. 5. Эллиптичность собственных волн и азимут поляризации света, прошедшего через пластинку толщиной $d = 100$ мкм, для поглощающих ромбических и моноклинных кристаллов.

Ромбический кристалл: $N_1 = 1.54 + i \times 10^{-3}$, $N_2 = 1.543 + i \times 1.3 \times 10^{-3}$, $N_3 = 1.572 + i \times 2 \times 10^{-3}$.

Моноклинный кристалл: *I случай* – $N_1 = 1.54 + i \times 1.08 \times 10^{-3}$, $N_2 = 1.543 + i \times 1.22 \times 10^{-3}$; $N_3 = 1.572 + i \times 2 \times 10^{-3}$, $(\epsilon_{12})^{1/2} = 1.42 \times 10^{-2} + i \times 1.42 \times 10^{-2}$;

II случай – $N_1 = 1.54 + i \times 1.19 \times 10^{-3}$, $N_2 = 1.543 + i \times 1.3 \times 10^{-3}$; $N_3 = 1.572 + i \times 1.82 \times 10^{-3}$, $(\epsilon_{13})^{1/2} = 2.48 \times 10^{-2} + i \times 2.48 \times 10^{-2}$.

вдоль “новых” оптических осей в обоих случаях равны ± 1 .

Для моноклинных кристаллов классов 2, *m* расчеты проведены для *I* и *II случаев* взаимного расположения плоскостей оптических осей и элементов симметрии кристалла. Остановимся на характерных особенностях полученных зависимостей.

По сравнению с ромбическими кристаллами смещения, характеризующие максимальные значения эллиптичностей относительно исходной линии, стали несимметричными ($\psi_1 \neq \psi_2$). Ход кривых $k(\Delta\psi)$ во *II случае* имеет такой же вид, что и в случае ромбических кристаллов.

Во всех рассматриваемых случаях эллиптичности двух собственных волн совпадают и в направлении оптических осей близки к ± 1 . На рис. 5 для ромбического кристалла виден выход двух оптических осей. Для *I* и *II случаев* (2, *m*) виден выход только одной из оптических осей. На двух других рисунках для *II случая* виден выход двух оптических осей.

ПОГЛОЩАЮЩИЕ ГИРОТРОПНЫЕ НИЗКОСИММЕТРИЧНЫЕ КРИСТАЛЛЫ

При наличии в кристалле и поглощения, и гиротропии тензоры ϵ и α становятся комплексными, что крайне затрудняет получение аналитических выражений.

Для поглощающих гиротропных кристаллов существует несколько вариантов расположения оптических осей кристалла относительно системы координат. Например, можно рассмотреть различные зависимости характеристик световой волны от угла поворота плоскости, в которой находились бы оптические оси, если бы кристалл был прозрачным, вокруг оси *Y*. Было показано, что в этом случае величина азимута поляризации прошедшего света уменьшается по сравнению с соответствующей величиной для прозрачного гиротропного кристалла, но общий вид кривой при выбранных исходных данных остается практически неизменным. Величина азимута поляризации прошедшего света зависит от соотношения между величинами компонент тензора гирации и вели-

чиной поглощения и уменьшается по сравнению с гиротропными кристаллами.

Можно рассмотреть другой случай, когда свет распространяется вдоль одной из оптических осей поглощающего гиротропного кристалла. Зависимости характеристик света для *I* и *II случаев*, что и для поглощающих кристаллов, приведены на рис. 6. Расчеты проведены для тех же значений компонент комплексного тензора диэлектрической проницаемости ϵ , что для зависимостей, приведенных на рис. 5. Значения действительных частей компонент тензора гирации α для кривых первого столбца те же, что и у тензора α в случае прозрачных гиротропных кристаллов (рис. 2).

В следующих трех столбцах приведены зависимости $k_{1,2}(\Delta\psi)$, $k_{1,2}(\theta)$ и $\chi_l(\theta)$ для случая, когда комплексные компоненты тензора гирации увеличены в 5 раз. Это сделано для того, чтобы проследить тенденцию изменения эллиптичности при возрастании оптической активности, с одной стороны, и для более наглядной демонстрации особенностей поведения световой волны в кристалле, с другой стороны.

Как и в поглощающем негиротропном, в поглощающем гиротропном кристалле имеются четыре оптические оси. На всех зависимостях $k_{1,2}(\Delta\psi)$, $k_{1,2}(\theta)$, приведенных на рис. 6, видно, что вдоль каждой из “новых” осей в поглощающем гиротропном кристалле распространяются две собственные волны, как и в прозрачном гиротропном, а не одна, как в поглощающем негиротропном кристалле. В отличие от ситуации, реализуемой для прозрачного гиротропного кристалла, эллиптичности волн, распространяющихся вдоль разных осей, различны. При этом поляризация одной из них близка к круговой, а другая волна поляризована эллиптически.

Зависимости $k_{1,2}(\Delta\psi)$, $k_{1,2}(\theta)$, $\chi_l(\theta)$ для *I* и *II случаев* различаются принципиально. В частности, в *I случае* для всех классов кристаллов наблюдается заметная разница между двумя эллиптичностью собственных волн, в то время как во *II случае* это различие не столь существенно. Сравнивая зависимости эллиптичностей для *I случая*, приведенные в первом и втором столбцах рис. 6, можно отметить, что при небольшой величине оптической активности (первый столбец) заметное влияние на значение эллиптичностей и форму кривых оказывает поглощение. Также максимумы эллиптичностей собственных волн расположены близко друг к другу. При увеличении параметров активности (второй столбец) вид зависимостей становится принципиально иным, более характерным для чисто гиротропного кристалла, а также сильно меняется положение максимумов, что свидетельствует о преобладающем в таком случае влиянии оптической активности над поглощением. При сравне-

нии поглощающих гиротропных (рис. 6, третий столбец) и прозрачных гиротропных (рис. 2) кристаллов видно, что максимальные значения эллиптичностей при наличии поглощения становятся неодинаковыми. Особенно отметим, что в прозрачных гиротропных кристаллах планальных классов *m*, *mm2* во *II случае* $k_{1,2} = 0$ и $\chi_l = 0$ (рис. 2), что также подтверждает рис. 3, а в поглощающих гиротропных кристаллах этих же классов эти величины уже ненулевые.

Величины азимута прошедшего света в случае поглощающего гиротропного кристалла характеризуют не чистое вращение плоскости поляризации, как это было бы в случае прозрачного гиротропного кристалла (рис. 2). При этом их максимальные значения при отклонении на углы $\pm\theta$ гораздо больше по величине, чем у прозрачного гиротропного кристалла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены аксиальные и планальные низкосимметричные кристаллы классов *222*, *21*, *mm2*, *m*, обладающие разными комбинациями оптических свойств поглощения и гиротропии. Приведены гирационные поверхности для этих кристаллов.

Показано, что если оптические оси аксиального прозрачного гиротропного моноклинного кристалла класса 2 лежат в одной плоскости с осью симметрии второго порядка, то эллиптичность собственных волн изменяется вблизи оптических осей так же, как и в ромбическом кристалле класса *222*, и удельное вращение плоскости поляризации одинаково вдоль обеих оптических осей. В поглощающем кристалле в данном случае оптические оси “расщепляются” так, что две “новые” оси отклоняются на разные углы от “старой” оси.

Если плоскость оптических осей прозрачного гиротропного кристалла класса 2 перпендикулярна оси симметрии второго порядка, эллиптичность собственных волн изменяется вдоль разных оптических осей неодинаково, и удельное вращение плоскости поляризации вдоль разных осей различно. Величина этого различия зависит от параметров гирации и диэлектрической проницаемости кристалла. В поглощающем кристалле в этом случае “расщепленные” оптические оси отклоняются от оптической оси прозрачного кристалла на одинаковые углы, но для разных осей эти углы разные.

Для планальных прозрачных гиротропных кристаллов классов *m* и *mm2* в случае, когда плоскость оптических осей перпендикулярна плоскости симметрии (для *m*) и обеим плоскостям симметрии (для *mm2*), эллиптичности собственных волн вдоль разных оптических осей имеют противоположный знак, и удельное вращение плоскости поляризации прошедшего света вдоль разных

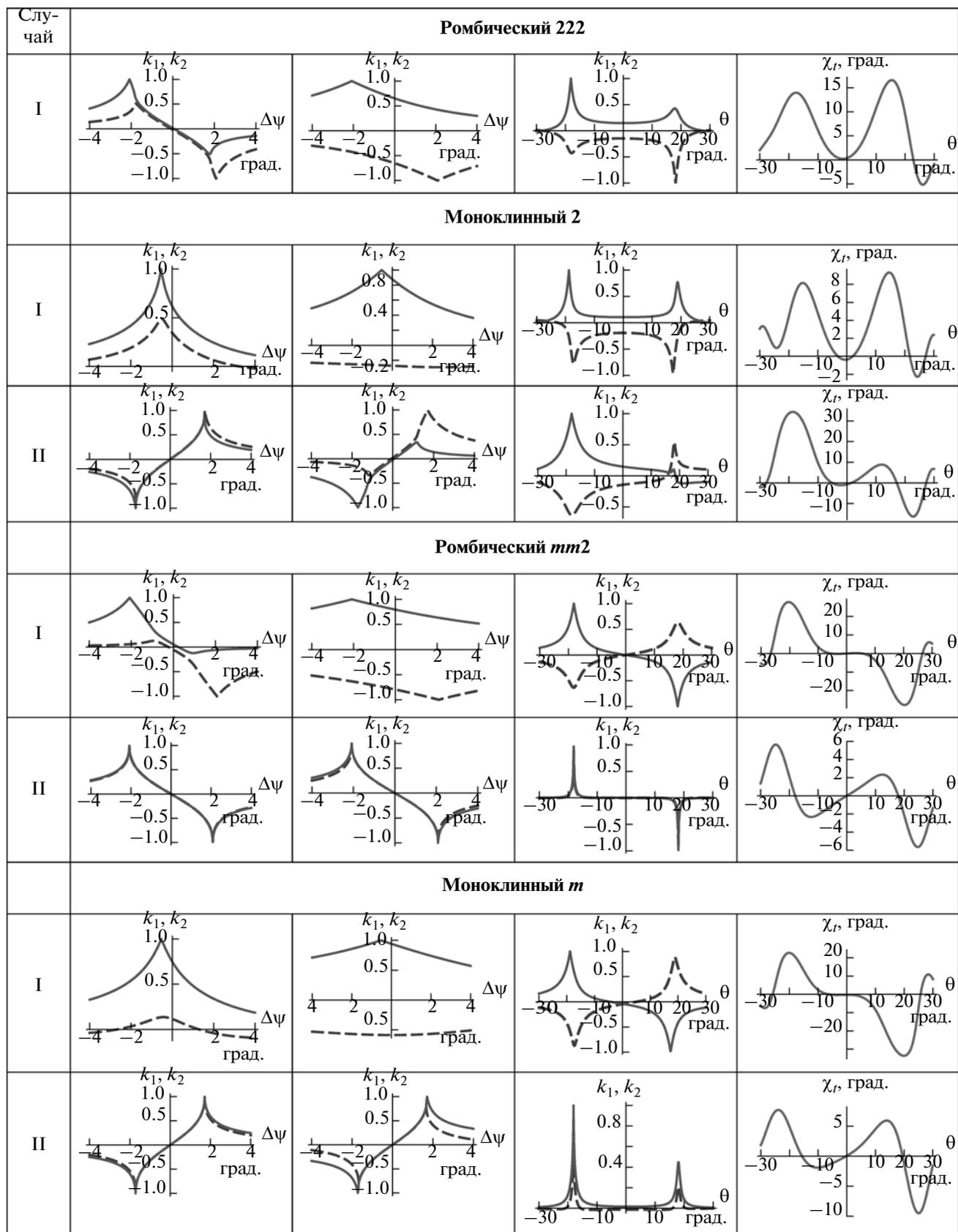


Рис. 6. Эллиптичность собственных волн и азимут поляризации света, прошедшего через пластинку толщиной $d = 100$ мкм, для поглощающих гиротропных ромбических и моноклинных кристаллов.

В первом столбце:

Для классов 222 и $mm2$: $N_1 = 1.54 + i \times 10^{-3}$, $N_2 = 1.543 + i \times 1.3 \times 10^{-3}$, $N_3 = 1.572 + i \times 2 \times 10^{-3}$, тензор гирации:

$\alpha_{11} = 4.26 \times 10^{-4} + i \times 1.1 \times 10^{-6}$, $\alpha_{22} = -6.08 \times 10^{-4} - i \times 2.3 \times 10^{-6}$, $\alpha_{33} = 12.74 \times 10^{-4} + i \times 4.8 \times 10^{-6}$ (для класса 222)

и $\alpha_{13} = 3.2 \times 10^{-4} + i \times 2.1 \times 10^{-6}$ (*I случай*) или $\alpha_{12} = 3.2 \times 10^{-4} + i \times 2.1 \times 10^{-6}$ (*II случай*) (для класса $mm2$);

$\alpha_{21} = \alpha_{12}$, $\alpha_{31} = \alpha_{13}$.

Для классов 2 и m :

I случай – $N_1 = 1.54 + i \times 1.08 \times 10^{-3}$, $N_2 = 1.543 + i \times 1.22 \times 10^{-3}$, $N_3 = 1.572 + i \times 2 \times 10^{-3}$,

$(\epsilon_{12})^{1/2} = 1.42 \times 10^{-2} + i \times 1.42 \times 10^{-2}$; тензор гирации: $\alpha_{11} = 3.35 \times 10^{-4} + i \times 0.8 \times 10^{-6}$,

$\alpha_{22} = -5.17 \times 10^{-4} - i \times 2.0 \times 10^{-6}$, $\alpha_{33} = 12.74 \times 10^{-4} + i \times 4.8 \times 10^{-6}$, $\alpha_{12} = 2.92 \times 10^{-4} + i \times 0.96 \times 10^{-6}$ (для класса 2)

и $\alpha_{13} = 3.2 \times 10^{-4} + i \times 2.1 \times 10^{-6}$, $\alpha_{23} = 5.3 \times 10^{-4} + i \times 3.3 \times 10^{-6}$ (для m); $\alpha_{21} = \alpha_{12}$, $\alpha_{31} = \alpha_{13}$, $\alpha_{32} = \alpha_{23}$.

II случай – $N_1 = 1.54 + i \times 1.19 \times 10^{-3}$, $N_2 = 1.543 + i \times 1.3 \times 10^{-3}$, $N_3 = 1.572 + i \times 1.82 \times 10^{-3}$,

$(\epsilon_{13})^{1/2} = 2.48 \times 10^{-2} + i \times 2.48 \times 10^{-2}$, тензор гирации:

$\alpha_{11} = 5 \times 10^{-4} + i \times 1.42 \times 10^{-6}$, $\alpha_{22} = -6.8 \times 10^{-4} - i \times 2.3 \times 10^{-6}$, $\alpha_{33} = 12 \times 10^{-4} + i \times 4.8 \times 10^{-6}$,

$\alpha_{13} = 2.4 \times 10^{-4} + i \times 1.05 \times 10^{-6}$ (для класса 2) и $\alpha_{12} = 3.2 \times 10^{-4} + i \times 2.1 \times 10^{-6}$,

$\alpha_{23} = 5.3 \times 10^{-4} + i \times 3.3 \times 10^{-6}$ (для m); $\alpha_{21} = \alpha_{12}$, $\alpha_{31} = \alpha_{13}$, $\alpha_{32} = \alpha_{23}$.

В трех других столбцах компоненты тензора гирации α в 5 раз больше.

осей одинаково по модулю, но значения противоположны по знаку.

Для прозрачных гиротропных кристаллов классов m и $mm2$ в случае, когда плоскость оптических осей параллельна плоскости симметрии (для m) и одной из плоскостей симметрии (для $mm2$), эллиптичности собственных волн и вращения плоскости поляризации вдоль оптических осей равны нулю.

Во всех исследованных поглощающих гиротропных кристаллах в зависимости от класса кристалла и ориентации оптических осей возможны различные варианты, связанные с величиной гиротропии и поглощения.

Рассмотренные случаи позволяют учитывать влияние ориентировки среза кристалла, его анизотропных характеристик на параметры света при расчетах распространения световых волн и проведении экспериментов с низкосимметричными кристаллами, обладающими как поглощением, так и гиротропией, тем самым открывая для исследователей применение гораздо более широкого ряда анизотропных кристаллов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шубников А.В. Оптическая кристаллография. М.: Изд-во АН СССР, 1950. 274 с.
2. Шубников А.В. Основы оптической кристаллографии. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 207 с.
3. Константинова А.Ф. // Проблемы физики, математики и техники. 2011. № 2 (7). С. 75.
4. Федоров Ф.И. Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976. 456 с.
5. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.
6. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975. 680 с.
7. Кизель В.А., Бурков В.И. Гиротропия кристаллов. М.: Изд-во Наука, 1980. 304 с.
8. Константинова А.Ф., Гречушников Б.Н., Бокуть Б.В., Валяшко Е.Г. Оптические свойства кристаллов. Минск: Наука и техника, 1995. 302 с.
9. Калдыбаев К.А., Константинова А.Ф., Перекалина З.Б. Гиротропия одноосных поглощающих кристаллов. М.: Изд-во Инст. соц.-эконом. и производ.-эколог. проблем инвестирования, 2000. 294 с.
10. Иванов Н.Р., Константинова А.Ф. // Кристаллография. 1970. Т. 15. Вып. 3. С. 490.
11. Окорочков А.И., Константинова А.Ф. // Кристаллография. 1984. Т. 29. Вып. 5. С. 841.
12. Константинова А.Ф., Головина Т.Г., Евдищенко Е.А. и др. // Проблемы физики, математики и техники. 2011. № 4(9). С. 38.
13. Verreman D.W. // J. Opt. Soc. Am. 1972. V. 62. № 4. P. 502.
14. Константинова А.Ф., Константинов К.К., Набатов Б.В., Евдищенко Е.А. // Кристаллография. 2002. Т. 47. № 4. С. 702.
15. Константинова А.Ф., Набатов Б.В., Евдищенко Е.А., Константинов К.К. // Кристаллография. 2002. Т. 47. № 5. С. 879.
16. Ньонхем Р.Э. Свойства материалов. Анизотропия, симметрия, структура. М.; Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований. 2007. 652 с.
17. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965. 428 с.