

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРИСТОСТИ НЕКОНСОЛИДИРОВАННОЙ ЧАСТИ ТОРОСОВ

В.В. Харитонов

*Арктический и антарктический научно-исследовательский институт,
199397, Санкт-Петербург, ул. Беринга, 38, Россия
e-mail: kharitonov@aari.ru*

Работа посвящена обоснованию теоретических зависимостей пористости неконсолидированной части торосистых образований от расстояния в глубину от края паруса или киля. Согласно теории дробления, размеры частиц в измельченном материале подчиняются логнормальному закону распределения. В качестве такого измельченного материала можно рассматривать блоки льда в неконсолидированных частях торосистых образований. Информация о размерах блоков льда и пустот получена в результате обработки записей скорости теплового бурения торосов и стамух. Показано, что средняя пористость тороса на некоторой глубине, рассчитанная по данным термобурения, является оценкой вероятности нахождения пустоты на этой глубине. Рассмотрена статистическая модель распределения пористости киля и паруса торосов как сыпучей среды по глубине. Средний вертикальный размер пустот уменьшается по мере удаления от края киля или паруса по логарифмическому закону, а средний вертикальный размер блоков льда остается примерно одинаковым. Средняя пористость неконсолидированного паруса и киля по мере удаления от края изменяется по логнормальному закону, причем пористость паруса примерно в два раза меньше пористости киля.

Ключевые слова: торос, стамуха, парус, киль, ледяной блок, пустота, вероятность, логнормальное распределение.

Ссылка для цитирования: Харитонов В.В. Распределение пористости неконсолидированной части торосов // Криосфера Земли, 2023, т. XXVII, № 5, с. 16–28. DOI: 10.15372/KZ20230502. EDN: SQWICO.

POROSITY DISTRIBUTION IN THE UNCONSOLIDATED PART OF PRESSURE ICE RIDGES

V. V. Kharitonov

*Arctic and Antarctic Research Institute,
Beringa St. 38, St. Petersburg, 199397 Russia
e-mail: kharitonov@aari.ru*

This study is devoted to substantiating the theoretical dependences of the porosity of the unconsolidated part of pressure ice ridges on the distance from the edges of the sail or keel. According to the crushing theory, particle sizes in crushed material follow a lognormal distribution. Ice blocks in unconsolidated parts of ice ridges can be considered as such crushed material. Information on the sizes of ice blocks and voids has been obtained from data on the penetration rate of thermal drilling of ice ridges and grounded ice ridges (stamukhi). It is argued that the average porosity of an ice ridge as calculated from thermal drilling data for a given depth is an estimate of the probability of finding a void at this depth. A statistical model of the depth-wise porosity distribution in the keel and sail of ice ridges as granular media is suggested. The average vertical size of voids decreases with distance from the edge of the keel or sail according to a logarithmic law, and the average vertical size of ice blocks remains approximately the same. The average porosity of the unconsolidated sail and keel changes according to a lognormal law with distance from their edge, and the porosity of the sail is approximately two times less than the porosity of the keel.

Keywords: ice ridge, hummock, stamukha, sail, keel, ice block, void, probability, lognormal distribution.

ВВЕДЕНИЕ

Важной характеристикой внутреннего строения торосов является их пористость. К. Хойланд выделяет два уровня пористости: макропористость и общая пористость [Hoyland, 2002]. Макропористость определяется как отношение объема пустот в выделенной области тороса к общему объему этой области. Пустоты могут быть заполнены снегом, воздухом, шугой или водой. Общая

пористость включает также пористость ровного льда, из которого сложен торос, иными словами, учитываются также микропоры в блоках льда.

Для исследования крупных ледяных образований в Арктическом и антарктическом научно-исследовательском институте (ААНИИ) разработан метод термобурения с записью скорости бурения льда на компьютер. Он дает уникальную

возможность определять границы участков льда и пустот, расположенных внутри тороса, с высокой точностью и достоверностью [Харитонов, Морев, 2011]. Бурение льда осуществляется с помощью нагретой воды, а скорость бурения зависит от подаваемой тепловой мощности, пористости льда и в небольшой степени от его температуры. Полученные данные записей скорости бурения льда анализируются с учетом сопутствующих бурению условий, в результате чего в каждой точке бурения производится разбиение внутренней структуры тороса в скважине на три группы слоев: плотный лед, рыхлый лед, пустота. Для исследования пористости соседние участки плотного и рыхлого льда объединены в единые слои.

Нередко можно встретить аргумент, что пористость – это интегральная величина, при этом подразумевается, по-видимому, пористость всего ледяного образования [Сазонов, 2021]. Однако в определении пористости говорится о некотором выделенном объеме, но нет никаких ограничений его размеров. Таким образом, вполне допустимо под пористостью (η) понимать следующую величину:

$$\begin{aligned} \eta(x, y, z) &= 0, \\ \text{если в точке } (x, y, z) &\text{ присутствует лед, и} \\ \eta(x, y, z) &= 1, \\ \text{если в точке } (x, y, z) &\text{ лед отсутствует.} \end{aligned} \quad (1)$$

Область изменения координат x, y, z ограничена внешним контуром торосистого образования. Здесь (x, y) – координаты в плане расположения буровой скважины, площадь которой принимается пренебрежимо малой. Линейная пористость в точке бурения с координатами (x, y) получается осреднением функции (1) по вертикали на заданном интервале глубины; объемная пористость – осреднение по заданному объему. Распределение пористости по глубине z в каждой j -й точке бурения с координатами (x_j, y_j) определяется ступенчатой функцией $\eta_j(z)$, где нуль соответствует льду, а единица – пустоте (рис. 1). Пузырьки воздуха и ячейки с рассолом в блоках льда не учитываются, т. е. по смыслу $\eta(z)$ – дифференциальная макропористость. Определение объемной пористости тороса невозможно из-за его сложного внутреннего строения. Ее можно только оценить с помощью полученных распределений линейной пористости в разных точках. Объемная пористость равна среднему значению бесконечного количества линейных (в данном случае вертикальных) пористостей. Среди ледоисследователей принято осредненные значения линейной пористости считать объемной пористостью тороса [Hoyland, 2002]. Осреднение функции (1) по соответствующим интервалам глубины дает пористости паруса, кия, неконсолидированной части, всего тороса, которые широко используются в ледовых исследованиях.

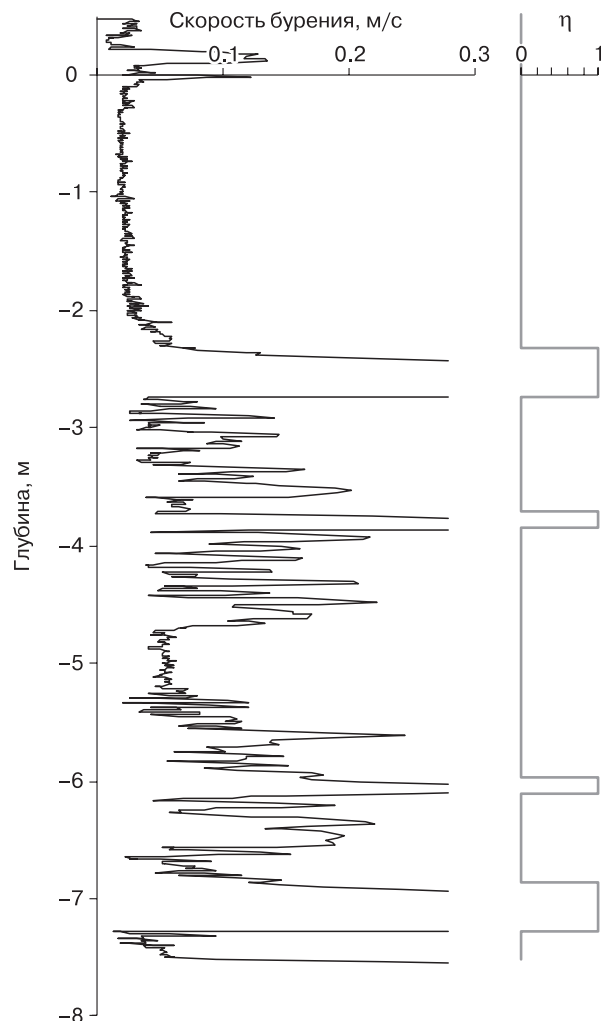


Рис. 1. Пример распределения пористости тороса, определенной по записи скорости бурения, по глубине.

Осредним все функции η_j по всем скважинам на торосе (или группе торосов). Тогда осредненная функция пористости $\bar{\eta}$ будет иметь значения

$$\begin{aligned} \bar{\eta}(z_i) &= \frac{\sum_{j=1}^{N_i} \eta_j(z_i)}{N_i} = \frac{N_i^{\text{void}}}{N_i}, \\ i &= 1, 2, \dots, \frac{S_{\max} - K_{\max}}{\Delta z} + 1, \end{aligned} \quad (2)$$

где z_i – i -е значение глубины, м; Δz – интервал глубины (например, 0.01 м); N_i – количество осредняемых ступенчатых функций на i -й глубине; N_i^{void} – количество скважин, в которых на i -й глубине обнаружена пустота; S_{\max}, K_{\max} – максимальные значения высоты паруса и осадки кия по всем точкам бурения, м. Пример осредненной функции пористости приведен на рис. 2.

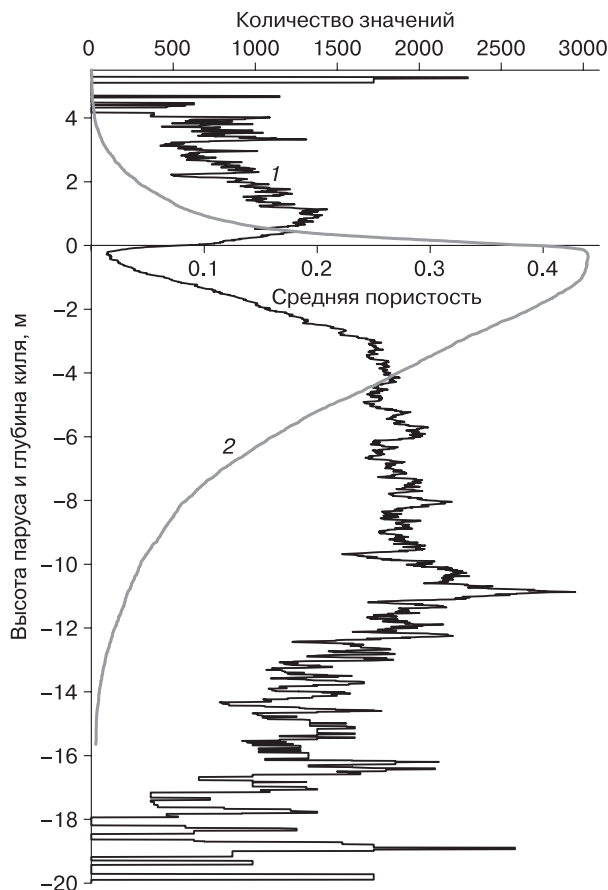


Рис. 2. Пример осредненной функции пористости.
 1 – пористость; 2 – количество значений.

В настоящей работе рассмотрены недостатки модели распределения пористости на основе представления тороса как сыпучей среды и связанные с пористостью распределения размеров участков льда вдоль скважин термобурения и пустот. Нетрудно заметить, что осредненная функция пористости $\bar{\eta}(z)$ является оценкой вероятности наличия пустоты на глубине z . Предпринята попытка определить эту вероятность и на основе полученного результата выявить закономерность распределения пористости неконсолидированных частей торосов и стамух.

МОДЕЛЬ, В КОТОРОЙ ИСПОЛЬЗОВАНО ПРИБЛИЖЕНИЕ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

Для анализа прочностных свойств торосистых образований на протяжении многих лет успешно применяются положения статики сыпучесвязной среды и критерий разрушения Кулона–Мора [Croasdale, 1980; Mellor, 1980; Krankkala, Maattanen, 1984; API RP 2N, 1995; Brown et al., 1996]. В теоретических моделях заторов и зажоров, происходящих на реках, также принимается,

что раздробленный лед подчиняется законам теории сыпучих сред. В.А. Бузин [2015] приводит ссылки на пятнадцать отечественных и зарубежных ученых, разработавших физические и математические модели, базирующиеся на уравнениях гидравлики водного потока подо льдом и механики сыпучих сред.

Ранее была рассмотрена неконсолидированная часть киля тороса как сыпучая среда и ее уплотнение под действием силы тяжести и силы Архимеда [Харитонов, 2021]. За основу была взята модель уплотнения сыпучей среды под действием силы тяжести, показывающая экспоненциальное уменьшение пористости среды с глубиной [Олейников, Скачков, 2011]. Необходимо сделать следующее замечание: когда речь идет об уплотнении, подразумевается, что оно происходит только во время процесса торосообразования. Уплотнение под действием консолидации не учитывается. М.Н. Скачков предлагает формулу для пористости η сыпучей среды:

$$\eta = \frac{1}{1 + (1/\eta_0 - 1)\exp(\kappa\rho_i g \xi)}, \tag{3}$$

где η_0 – пористость при нулевой глубине; κ – коэффициент, характеризующий уплотняемость сыпучей среды, Па^{-1} ; ρ_i – плотность скелета, т. е. льда, $\text{кг}/\text{м}^3$; g – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; ξ – расстояние в глубину от границы сыпучей среды, м. В нашем случае областью, в которой отсутствуют напряжения сдвигания и которая характеризуется начальной пористостью η_0 , будет область, граничащая с нижней поверхностью киля. По мере увеличения расстояния ξ от края киля (направление вверх) пористость будет уменьшаться под давлением нагромождения блоков льда, находящихся под действием силы тяжести и силы Архимеда. Поэтому вместо гравитационной постоянной g в формуле (3) следует использовать величину

$$g_A = g \frac{\rho_w - \rho_i}{\rho_w},$$

где ρ_w – плотность морской воды, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Величина g_A будет зависеть от средней плотности однолетнего морского льда и воды и колебаться в зависимости от условий ледообразования. Поскольку в выражении (3) нулевое расстояние от границы сыпучей среды (нулевая глубина) соответствует нижней поверхности киля, а каждое индивидуальное распределение пористости η_j располагается на своем интервале глубин, для осреднения их необходимо сдвинуть вниз до достижения глубины максимальной осадки киля. Схематично этот процесс проиллюстрирован на рис. 3. Ступенчатыми линиями обозначены распределения пористости неконсолидированного киля в от-

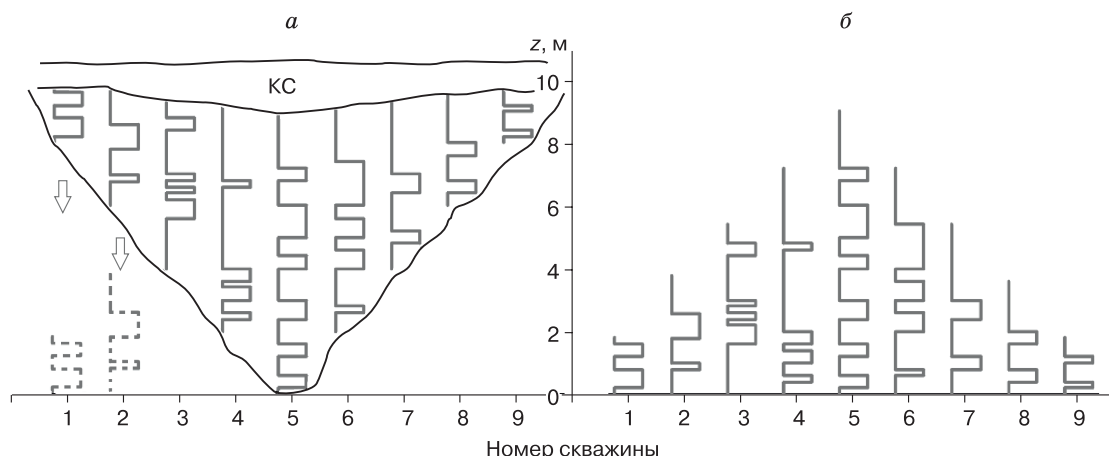


Рис. 3. Схема сдвига индивидуальных распределений пористости неконсолидированной части кия тороса до горизонта максимальной осадки кия (а) и результирующее положение распределений (б).

КС – консолидированный слой. Серым цветом обозначены распределения пористости неконсолидированного кия в отдельных скважинах.

дельных скважинах. Высота кривых соответствует длине скважины в неконсолидированном кие. После выравнивания всех индивидуальных распределений на глубине максимальной осадки кия ступенчатые кривые усредняются. Отсчет глубины производится вверх, начиная от глубины максимальной осадки кия.

Согласно модели М.Н. Скачкова, пористость экспоненциально убывает с расстоянием от края кия, а скорость убывания определяется начальной пористостью (на нижнем краю кия) и уплотняемостью битого льда кия. Изменение пористости сыпучей среды, которой является неконсолидированный киль, по мере удаления от края кия хорошо иллюстрирует пример на рис. 4, показывающий результаты усреднения по всем точкам бурения на торосах с дискретностью 1 см, а также количество усредняемых значений пористости на каждой глубине. Данные получены во время исследований торосов на шельфе Охотского моря у о. Сахалин в 1998 и 2006 гг.

Поскольку ступенчатое распределение пористости в каждой точке бурения в нижней граничной части кия всегда заканчивается нулем, соответствующим льду, средняя пористость здесь будет нулевой. С удалением от нижнего края кия все чаще в отдельных скважинах будут встречаться пустоты, и средняя пористость будет повышаться. Характер изменения средней пористости на этом участке будет определяться распределением вертикального размера блоков льда на нижней границе кия. Участок функции $\bar{\eta}(\xi)$ от нуля до максимального значения связан с этим краевым эффектом и не учитывается в модели М.Н. Скачкова, что применительно к торосам является серьезным упущением.

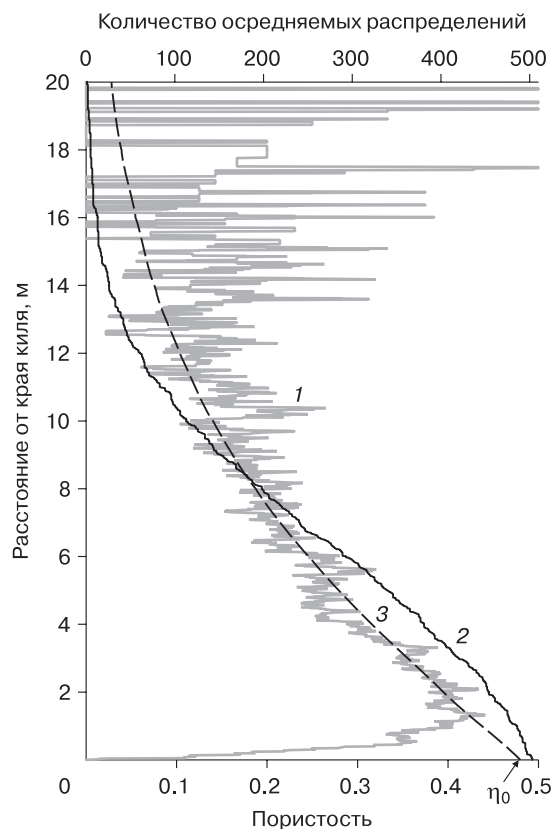


Рис. 4. Результаты усреднения пористости неконсолидированного льда кия по всем точкам бурения на торосах на шельфе Охотского моря у о. Сахалин в 1998 и 2006 гг.

1 – пористость; 2 – количество усредняемых значений пористости на каждом горизонте; 3 – аппроксимирующая линия по формуле (3); η_0 – пористость на нижней границе кия.

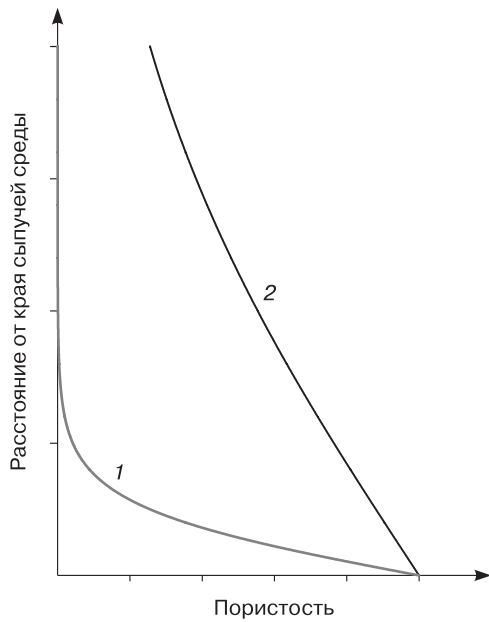


Рис. 5. Вид кривых пористости паруса стамухи (1) и килья тороса (2) согласно модели М.Н. Скачкова.

С учетом того, что плотность льда в парусе стамух и в киле дрейфующих торосов примерно одинакова, коэффициент в показателе экспоненты для паруса будет в g/g_A раз больше, т. е. экспонента для паруса будет более крутой. Схематично эта ситуация изображена на рис. 5. Пористость на нулевом расстоянии от края выбрана одинаковой, так как с точки зрения сыпучей среды нет никаких предпосылок считать по-другому, тем более что η_0 имеет чисто математический смысл.

Однако выбранная гипотеза не подтверждается экспериментальными данными. На рис. 6 приведены кривые пористости паруса стамух и килья дрейфующих торосов как сыпучей среды, а также их аппроксимации формулой (3). Осреднение ступенчатых кривых в киле дрейфующих торосов также было выполнено по методике, описанной выше, со сдвигом кривых, только уже вверх до максимальной высоты паруса. Для лучшего восприятия было решено сгладить распределения пористости скользящим средним с окном сглаживания 2 м. Данные получены во время исследований торосов и стамух Байдарацкой губы в 2007 и 2010 гг.

Количество данных о пористости килья торосов в несколько раз больше, чем для стамух, поэтому и кривая 3 пористости килья более гладкая, чем кривая 1 (см. рис. 6). Аппроксимация кривой пористости паруса стамух выполнена в диапазоне глубин 0.5–4.6 м. Коэффициенты в формуле (3), определяющие вид аппроксимирующих кривых, приведены в таблице. Также добавлены значения

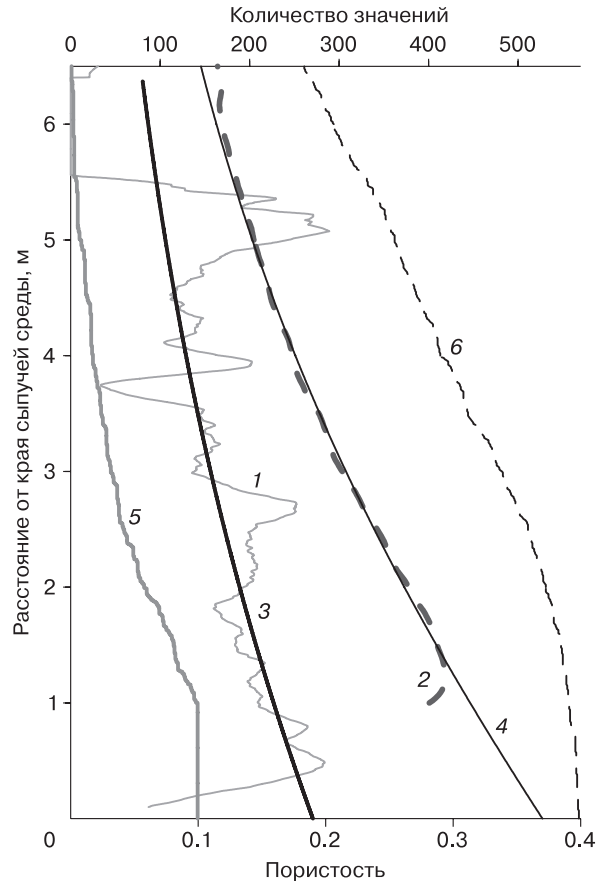


Рис. 6. Сглаженные распределения осредненной пористости торосистых образований как сыпучей среды (по данным термобурения в Байдарацкой губе в 2007 и 2010 гг.).

1 – парус стамух; 2 – киль торосов; 3, 4 – их аппроксимации по формуле М.Н. Скачкова; 5, 6 – количество осредняемых значений (5 – для стамух, 6 – для торосов).

множителя перед переменной глубины, определяющего крутизну экспоненты. Пористость на нулевом расстоянии от края сыпучей среды η_0 примерно вдвое отличается для парусов стамух и килья торосов. Значения уплотняемости отличаются примерно на порядок. При этом значения множителя остаются одного порядка и даже имеют относительно небольшой разброс (среднее значение 0.243, стандартное отклонение равно 0.066). Это означает, например, что при $\eta_0 = 0.5$ пористость неконсолидированной части на расстоянии 10 м от края будет в пределах 0.04–0.15.

Таким образом, характер изменения пористости сыпучей среды под действием силы тяжести и силы Архимеда будет отличаться не крутизной экспоненты, как это предполагалось согласно выбранной гипотезе, а смещением всей кривой пористости в сторону меньших значений. Показатель экспоненты, т. е. быстрота уплотнения среды

Значения параметров аппроксимирующих кривых

Водоем	Парус стамух			Киль торосов		
	η_0	κ	$\kappa \rho_i g$	η_0	κ	$\kappa \rho_i g_A$
Море Лаптевых	0.22	0.000 030	0.269	0.42	0.000 33	0.353
Каспийское море	0.19	0.000 019	0.162	0.38	0.000 23	0.252
Байдарацкая губа	0.19	0.000 025	0.214	0.37	0.000 20	0.205

Примечание. η_0 – пористость на нулевой глубине; κ – уплотняемость сыпучей среды, Па⁻¹; ρ_i – плотность льда, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с²; $g_A = g \frac{\rho_w - \rho_i}{\rho_w}$; ρ_w – плотность морской воды, кг/м³.

с увеличением расстояния в глубь сыпучей среды в первом приближении не зависит от напряжений, а остается примерно одинаковой при уплотнении силой тяжести и равнодействующей силы тяжести и силы Архимеда. Характер уплотнения определяется начальной пористостью, т. е. пористостью на краю паруса или киля. Возрастание нагрузки при переходе от равнодействующей сил тяжести и Архимеда к одной силе тяжести приводит к уменьшению краевой пористости примерно в 2 раза. Полученные результаты косвенно указывают на ограниченное применение модели М.Н. Скачкова к описанию распределения пористости торосистых образований.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ БЛОКОВ ЛЬДА И ПУСТОТ В ТОРОСИСТЫХ ОБРАЗОВАНИЯХ

В работе [Guzenko et al., 2021] приведены статистические распределения размеров блоков льда в парусе торосов. Длина блоков распределена логнормально, ширина и толщина – по гамма-распределению. Однако теория дробления предсказала и объяснила логнормальное распределение размеров частиц в измельченном материале [Дэвис,

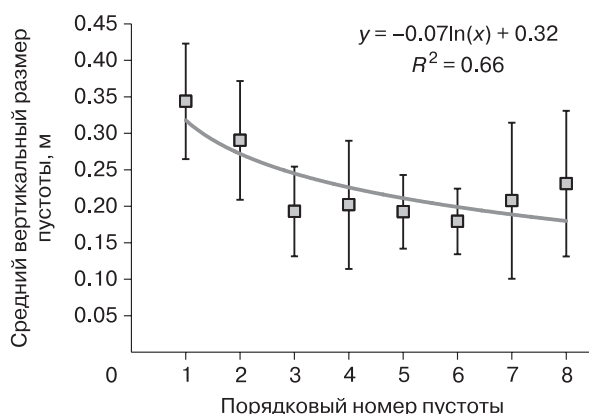


Рис. 7. Средний вертикальный размер пустот в киле торосов Печорского моря, исследованных в 1999 г., и его аппроксимация.

Вертикальные линии – доверительный интервал для значений размера при доверительной вероятности 0.95.

1990]. В качестве такого измельченного материала можно рассматривать блоки льда в неконсолидированных частях торосистых образований. Поэтому в дальнейшем анализе будет использовано именно это распределение, а также под термином “блок льда” будет подразумеваться участок льда вдоль скважины термобурения.

Будем рассматривать пустоты в киле торосов не относительно их расположения по глубине, а относительно их порядкового номера, начиная от нижнего края киля. Такое распределение размеров пустот в торосах Печорского моря представлено на рис. 7. На рис. 8 приведена гистограмма вертикального размера первой пустоты от края киля, а также ее аппроксимация логарифмически нормальным распределением. Такие аппроксимации для распределений вертикального размера второй и третьей пустот обозначены 2 и 3 соответственно. Заметно уменьшение разброса значений и уменьшение моды распределения пустот по мере удаления от края киля. То есть по мере удаления от края киля все чаще встречаются небольшие пустоты.

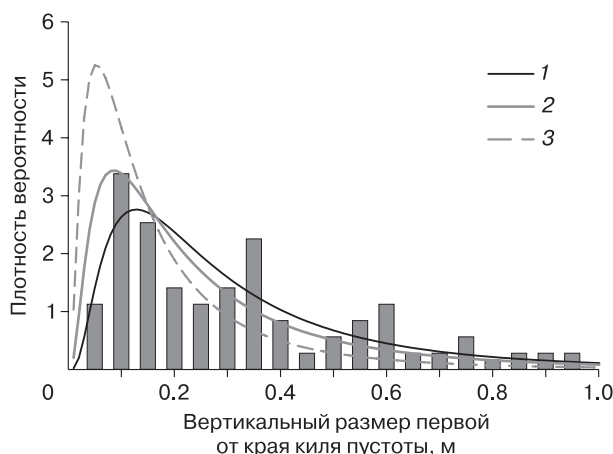


Рис. 8. Гистограмма вертикального размера первой пустоты от края киля по данным исследования торосов Печорского моря в 1999 г.

Аппроксимация гистограммы логарифмически нормальным распределением: 1 – для первой пустоты, $N = 70$; 2 – для второй пустоты, $N = 64$; 3 – для третьей пустоты, $N = 54$ (гистограммы второй и третьей пустот не показаны).

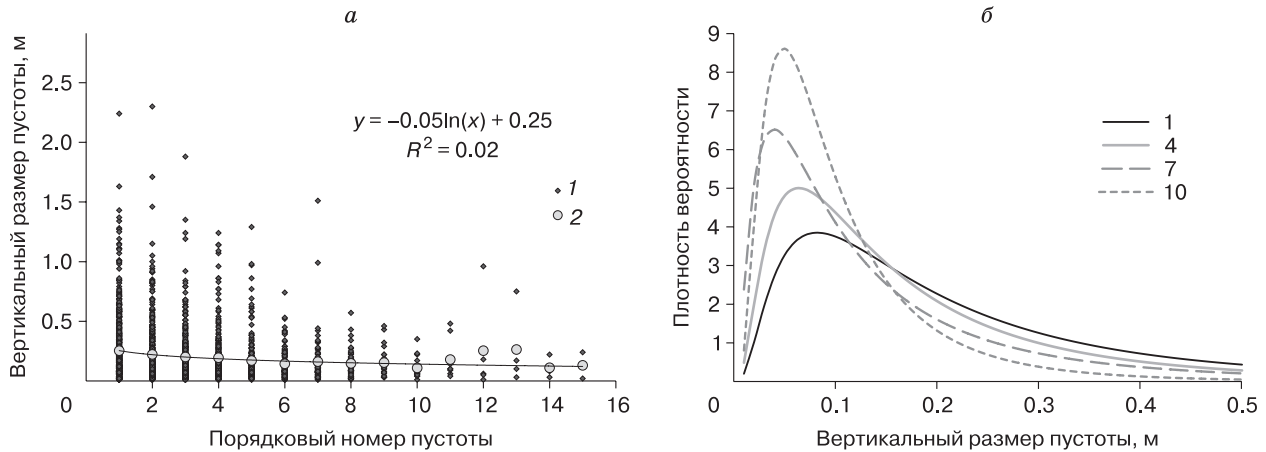


Рис. 9. Изменение среднего вертикального размера пустот по мере удаления от края кила (а) и логнормальные распределения вертикальных размеров пустот (б).

а: 1 – вертикальный размер пустот, 2 – средние значения размера; приведены аппроксимирующая кривая и ее уравнение; б: 1, 4, 7, 10 – порядковый номер пустоты, количество значений $N = 477, 351, 185, 72$ соответственно.

Чтобы окончательно удостовериться в таком распределении размеров пустот, рассмотрим результаты исследования 23 торосов моря Лаптевых. На рис. 9 приведен график среднего вертикального размера пустот и его аппроксимации логнормальным распределением по мере удаления от нижнего края кила. Графики убедительно подтверждают сделанные предположения о характере распределения пустот.

Г.А. Сурков предполагал, что пористость неконсолидированного кила увеличивается с глубиной за счет того, что увеличиваются промежутки между блоками, а толщина блоков остается неизменной [Surkov, 2001]. Но так ли это? На рис. 10 приведена гистограмма вертикального размера

краевого блока льда в киле и его аппроксимация логнормальным распределением, а также график изменения среднего вертикального размера участков льда по мере удаления от нижнего края кила. Среднее значение вертикального размера краевого участка льда составляет 0.4 м и совпадает со средним всего массива значений. Согласно кривой для количества значений, начиная с восьмого участка данные становятся нерепрезентативными, так как первые семь участков составляют более 95 % от всех значений. Если рассматривать изменение среднего размера на основе первых семи участков, то их линейная аппроксимация дает практически горизонтальную линию, т. е. можно отметить постоянство среднего размера участка льда по мере

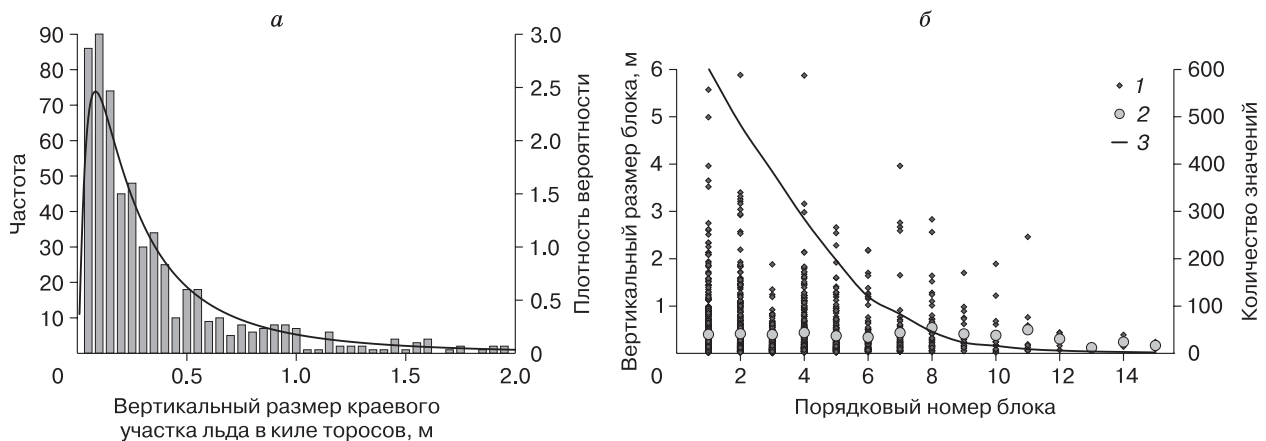


Рис. 10. Вертикальный размер участков льда.

а – гистограмма вертикального размера краевого участка льда в киле торосов и ее аппроксимация логнормальным распределением; $N = 603$, параметры логнормального распределения $\mu = -1.5$, $\sigma = 1.07$, среднее 0.4 м, мода 0.04 м; б – график изменения среднего вертикального размера участков льда по мере удаления от нижнего края кила, 1 – вертикальный размер участка льда, 2 – среднее значение размера, 3 – количество осредняемых значений; $N = 2262$, среднее 0.4 м.

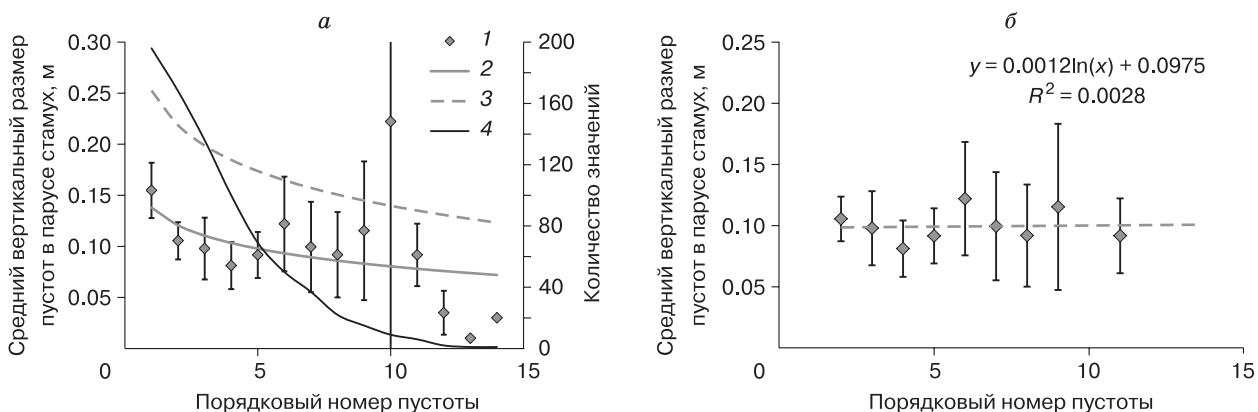


Рис. 11. Вертикальный размер пустот в парусе стамух.

a – изменение среднего вертикального размера пустот по мере погружения в глубину паруса; 1 – вертикальный размер пустоты с доверительным интервалом при доверительной вероятности 0.95; 2 – аппроксимирующая кривая, построенная на основе десяти значений, точки 10 и 12–14 исключены как явные выбросы; 3 – аналогичная кривая для размеров пустот в киле торосов; 4 – количество осредняемых значений; *б* – то же, но без выбросов и первой точки, и аппроксимация логарифмической функцией.

удаления от края кила. Уменьшение среднего размера пустот при постоянном размере блоков приводит к постепенному уменьшению пористости неконсолидированной части кила торосистого образования. Во избежание путаницы необходимо подчеркнуть, что в настоящей статье изменения размеров блоков и пустот рассматриваются по мере удаления от края кила вверх, а в статье Г.А. Суркова отчет идет от поверхности воды в глубь кила, т. е. вниз. Таким образом, сделанные оценки подтверждают выводы Г.А. Суркова.

Однако наибольший интерес представляет сравнение распределений средних вертикальных размеров участков льда и пустот в киле, где лед находится под действием силы тяжести и силы

Архимеда, и в парусе, где действует только сила тяжести. Были рассмотрены паруса 16 стамух моря Лаптевых. Результаты представлены на рис. 11, 12. На рис. 11, *б* средний размер пустоты практически не зависит от глубины ее расположения, а среднее всех значений составило 0.11 м.

Сила тяжести в несколько раз больше равнодействующей силы тяжести и силы Архимеда, и можно было бы ожидать, что протяженность пустот в парусе значительно быстрее достигнет нуля, чем в киле, но в реальности этого не происходит. Поскольку вертикальный размер пустот убывает по логарифмическому закону по мере удаления от края паруса и кила, а средний размер участков льда остается примерно постоянным, можно за-

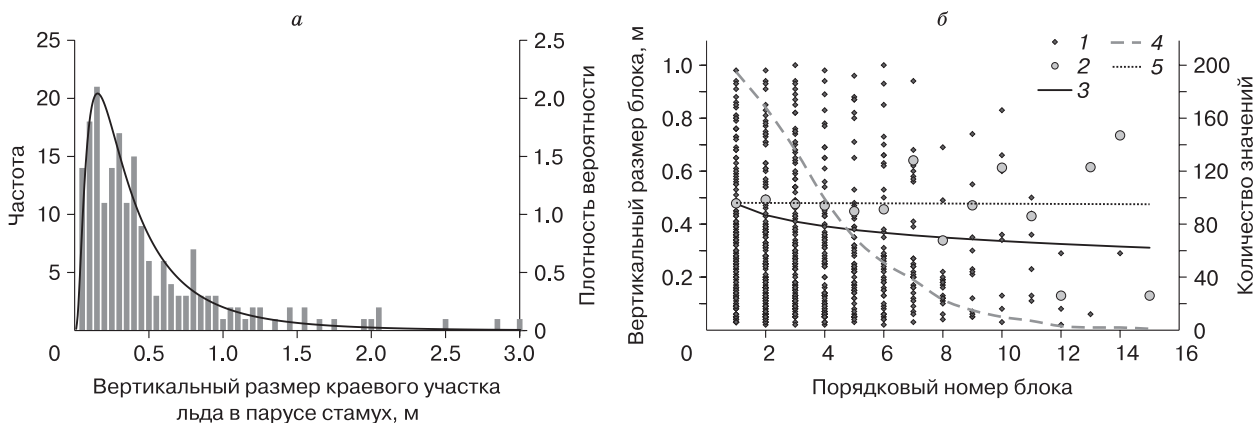


Рис. 12. Гистограмма вертикального размера краевого участка льда в парусе стамух (*a*) и изменение среднего вертикального размера участков льда по мере удаления от верхнего края паруса стамух (*б*).

a: $N = 196$, среднее 0.48 м, мода 0.13 м; *б*: 1 – вертикальный размер участка льда; 2 – среднее значение размера; 3 – средний вертикальный размер участков льда для кила торосов; 4 – число осредняемых данных; 5 – аппроксимация логарифмической функцией.

ключить, что пористость неконсолидированных частей торосистых образований также будет уменьшаться по логарифмическому закону. Простые инженерные расчеты показывают, что пористость паруса примерно в 2 раза меньше пористости киля.

Следует иметь в виду, что полученные вертикальные размеры участков льда и пустот, а значит, и пористость зависят не от глубины (от уровня моря), а от расстояния от края паруса и киля. Искомая зависимость пористости от глубины может быть получена моделированием по методу Монте-Карло, при котором задается форма киля (обычно трапециевидная), и осредняется большое число равномерно распределенных по ширине киля "скважин", в которых случайным образом задается чередование участков льда и пустот согласно параметрам их распределений.

ВЕРОЯТНОСТЬ НАЛИЧИЯ ПУСТОТЫ НА ЗАДАННОЙ ГЛУБИНЕ

Рассмотрим систему, состоящую из двух блоков льда, разделенных некоторым пустым промежутком, причем второй блок бесконечной длины (рис. 13). Длина первого блока льда имеет логнормальное распределение, а длину пустоты будем считать заданной. Какова вероятность $P(z)$ наличия пустоты на глубине z ?

Для определенности выберем следующие параметры логнормального распределения: $\mu = -0.55$, $a = 1.05$. Им соответствуют среднее значение длины первого блока 1 м и наиболее часто встречающееся значение (мода распределения) 0.2 м. Длина пустоты 2 м (для наглядности). Определим вероятность $P(A)$ события A , а именно вероятность, что на расстоянии z находится дальняя граница первого блока, т. е. первый блок закончился. Она определяется функцией логнормального распределения

$$F(z) = \frac{1}{2} + \Phi_0\left(\frac{\ln(z/\eta)}{a}\right),$$

где Φ_0 – функция Лапласа (рис. 14).

Вероятность $P(B)$ события B , т. е. что второй блок еще не начался, также приведена на рис. 14. Она будет равна 1 до глубины 2 м, так как второй блок отделяет от первого пустота длиной 2 м. Таким образом, наличие пустоты на глубине z будет



Рис. 13. Система из двух блоков льда, разделенных промежутком, второй блок льда бесконечной длины.

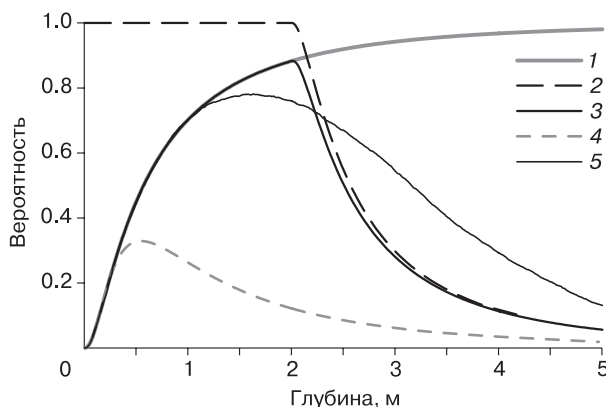


Рис. 14. Продольное распределение вероятности наличия пустоты $P(AB)$ (см. рис. 13).

1 – вероятность $P(A)$ того, что первый блок закончился; 2 – вероятность $P(B)$ того, что второй блок еще не начался; 3 – вероятность наличия пустоты при длине промежутка между блоками 2 м; 4 – то же, при длине промежутка 0.2 м; 5 – длина промежутка распределена логнормально со средним значением 1 м.

определяться совпадением двух событий A и B , означающих, что первый блок закончился, а второй блок еще не начался. Согласно теории вероятностей, вероятность совпадения двух независимых событий равняется произведению отдельных вероятностей, т. е. $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ (см. рис. 14) [Вадзинский, 2001]. Для сравнения, при длине промежутка 0.2 м кривая вероятности будет выглядеть так, как показано линией 4. Если длина промежутка не постоянна, а распределена логнормально, например, со средним значением 1 м, то кривая вероятности будет сглаженной, как это показано линией 1. Она смоделирована по методу Монте-Карло ($N = 4000$).

Если систему на рис. 13 усложнить и добавить второй промежуток между блоками, то логично предположить, что, взяв случайное значение расстояния z , получим вероятность попасть на вторую пустоту, аналогичную той, которую мы определили для первой пустоты, т. е. это будет произведение двух независимых вероятностей. Однако построить кривую этой вероятности, очевидно, можно только моделируя ее по методу Монте-Карло. Суммарная вероятность распределения пустоты в этом случае будет равняться сумме вероятностей отдельных пустот. Или в общем случае:

$$P = \sum_{i=1}^{N_p} P(A_i) \cdot P(B_i), \quad (4)$$

где i – порядковый номер пустоты от края киля или паруса; N_p – общее количество рассматриваемых пустот; $P(A_i)$, $P(B_i)$ – вероятности событий A_i и B_i , относящихся к i -й пустоте.

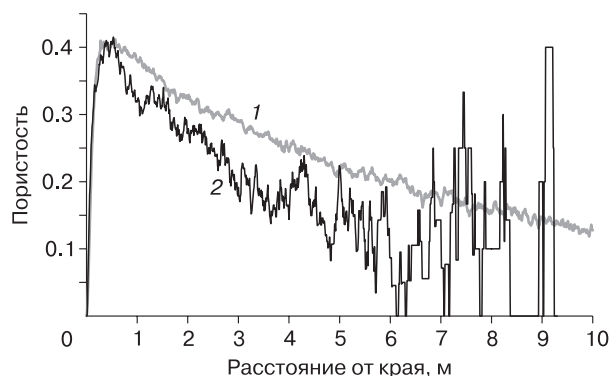


Рис. 15. Распределение осредненной пористости в зависимости от расстояния от края системы из чередующихся блоков льда и пустот.

1 – моделирование; 2 – по реальным данным о неконсолидированном киле торосов моря Лаптевых.

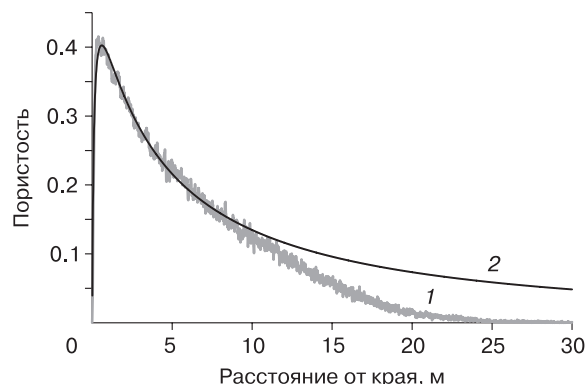


Рис. 16. Распределение осредненной пористости системы из чередующихся блоков льда и пустот, смоделированное по методу Монте-Карло.

1 – распределение пористости; 2 – функция логнормального распределения.

Основываясь на свойствах нормального и логнормального распределений [Вадзинский, 2001], можно заключить, что вероятность P пустоты в системе из некоторого количества чередующихся блоков и пустот будет иметь логнормальное распределение. Как было показано во введении, осредненная пористость может быть представлена как оценка вероятности наличия пустоты. Верно и обратное, т. е. полученные кривые вероятности можно считать теоретическим распределением пористости в неконсолидированных частях торосистых образований.

В рассматриваемой модели длина блоков льда и пустот распределена логарифмически нормально. На основе рис. 12, б можно заключить, что параметры распределения блоков льда постоянны и не зависят от порядкового номера блока. Значения параметров приведены на рис. 12, а. Параметры распределений пустот определяются согласно аппроксимационным зависимостям средних значений длин пустот (см. рис. 9, а), а также аппроксимационным зависимостям среднеквадратического отклонения (СКО) длин пустот. Лучше всего СКО длины пустот аппроксимируется экспонентой. Поскольку это модель, рассматриваемое расстояние может быть неограниченным, и поэтому задается произвольно. Исходя из физического смысла, расстояние было ограничено 30 м. Это значение взято с учетом информации из работы К. Хойланда [Hoyland, 2008], в которой приведены данные Б. Райта с коллегами и Д. Диккина, В. Ветцеля о максимальной измеренной осадке кила в 31 и 37 м соответственно. В результате случайного набора комбинации блоков льда и пустот получается ступенчатая линия, показывающая распределение пористости по расстоянию. Построив значительное количество ($N = 4000$) таких

распределений и осреднив их, получим кривую, характеризующую закон распределения пористости модельной среды, состоящей из чередующихся блоков льда и пустот. Пример такой кривой приведен на рис. 15. Поскольку за основу были взяты реальные данные о распределениях длин блоков и пустот в киле торосов моря Лаптевых, на рис. 15 нанесена также кривая распределения осредненной пористости, построенная по данным о неконсолидированном киле этих торосов. Осреднение выполнено по методике, описанной выше и проиллюстрированной на рис. 3.

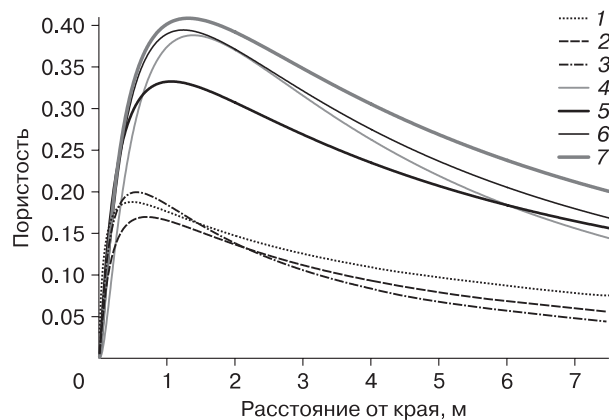


Рис. 17. Логнормальные аппроксимирующие кривые осредненной пористости неконсолидированной части торосистых образований.

1–3 – паруса стамух: 1 – Каспийского моря, 2 – Байдаракской губы, 3 – моря Лаптевых; 4–7 – килы торосов: 4 – Карского моря, 5 – Каспийского моря, 6 – моря Лаптевых, 7 – шельфа Охотского моря. Расстояние отсчитывается от нижнего края кила торосов по направлению вверх или от верхнего края парусов стамух – вниз.

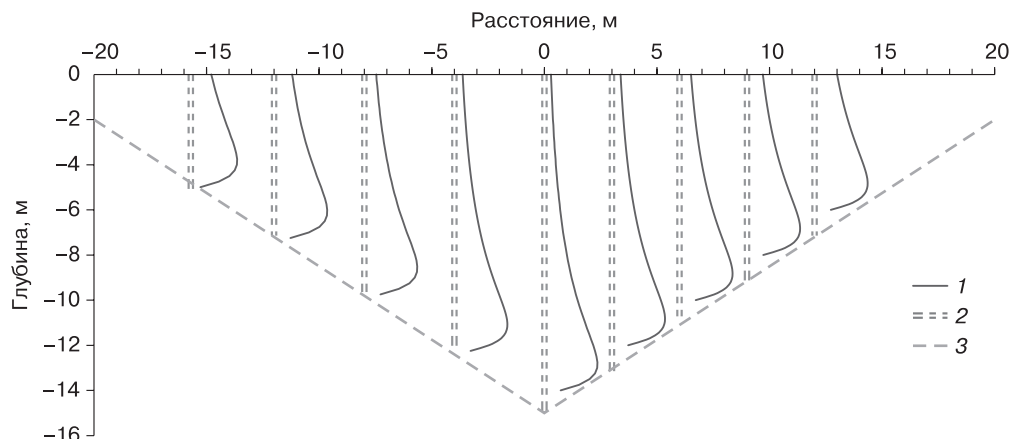


Рис. 18. Распределения пористости в скважинах в неконсолидированном киле идеального тороса треугольной формы.

1 – график пористости; 2 – скважины; 3 – контур кила.

При моделировании производится расчет параметров распределений длины пустот на основе аппроксимационных кривых, которые идеализируют общую картину. Поэтому наблюдается некоторое отличие модельной кривой от кривой, полученной осреднением реальных данных. Кроме того, уравнения, по которым производится расчет средних значений длины пустот, при дости-

жении определенных значений аргумента (порядкового номера пустоты) дают отрицательные значения. В этом случае принимается, что пустота имеет нулевую длину, т. е. отсутствует, и в результате осредненная пористость с увеличением глубины постепенно достигает нулевого значения (рис. 16). Тем не менее на ограниченном диапазоне глубины (до 8–10 м) кривая моделированной пористости хорошо аппроксимируется логнормальной функцией.

На рис. 17 приведены логнормальные аппроксимации осредненной пористости неконсолидированной части кила торосов и паруса стамух морей Каспийского, Карского, Лаптевых, Охотского и Байдаракской губы. Пористость паруса примерно в 2 раза меньше пористости кила.

В работе [Kharitonov, 2019] была приведена эмпирическая зависимость пористости неконсолидированного кила от глубины в виде прямой линии. Рассмотрим треугольный киль идеального тороса без консолидированного слоя, в котором равномерно распределены 25 скважин длиной не менее 4 м (рис. 18). Пористость кила идеального тороса в каждой скважине изменяется как логнормальная функция, например, как на рис. 17. Осредним все полученные кривые (без сдвига до максимальной осадки кила), чтобы получить среднее распределение пористости по глубине. Результат осреднения приведен на рис. 19. Фактически, это идеализированная версия кривой на рис. 2 в диапазоне глубин –3...–20 м. Как видно на рис. 19, результирующая кривая на некотором интервале глубин действительно показывает равномерное нарастание средней пористости с глубиной, и аппроксимация ее прямой линией выглядит оправданной. Однако статистически более досто-

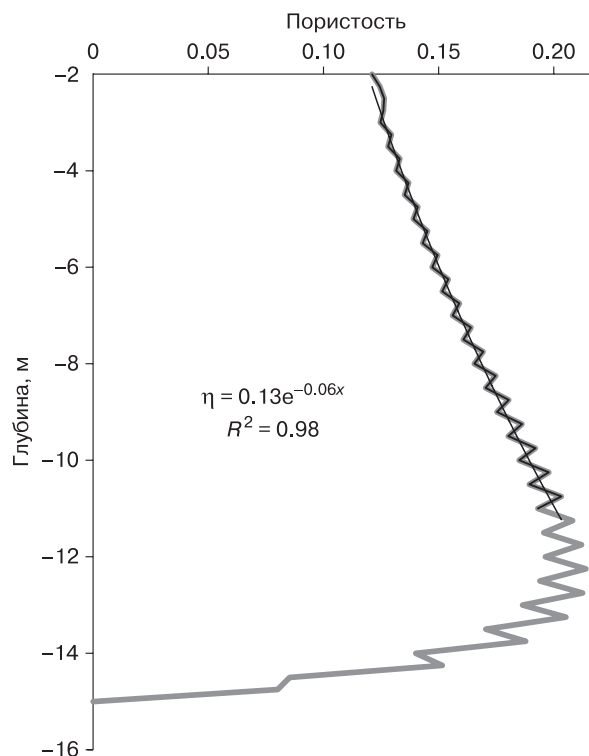


Рис. 19. Осредненная кривая пористости идеального тороса (для 25 скважин).

верным выбором является аппроксимация ее экспоненциальной функцией, что и показано на рис. 19. Хотя необходимо признать, что практическая польза от такой замены сомнительна.

ВЫВОДЫ

В результате выполненной работы можно сделать следующие выводы.

- Средняя пористость на некоторой глубине, рассчитанная по данным термобурения, является оценкой вероятности нахождения пустоты на этой глубине.
- Вертикальный размер блоков льда и пустот в неконсолидированной части торосистых образований подчиняется логнормальному закону распределения.
- Вертикальный размер пустот уменьшается по мере удаления от края киля или паруса по логарифмическому закону.
- Вертикальный размер блоков льда по мере удаления от края киля уменьшается незначительно, а в парусе остается примерно одинаковым.
- Средняя пористость неконсолидированной части паруса и киля по мере удаления от края изменяется по логарифмически нормальному закону, причем пористость паруса примерно в 2 раза меньше пористости киля.
- Для аппроксимации участка кривой средней пористости в неконсолидированной части киля лучше подходит экспонента, чем используемая ранее прямая линия.

Работа выполнена в рамках плановой научной тематики ААНИИ по теме 5.1.5 НИТР (2020–2024 гг.) Росгидромета.

Литература

- Бужин В.А.** Зажоры и заторы льда на реках России. СПб., ООО “Эс Пэ Ха”, 2015, 240 с.
- Вадзинский Р.Н.** Справочник по вероятностным распределениям. СПб., Наука, 2001, 295 с.
- Дэвис Дж.С.** Статистический анализ данных в геологии: Пер. с англ. В 2 кн. / Под ред. Д.А. Родионова. М., Недра, 1990, кн. 1, 319 с.
- Олейников А.И., Скачков М.Н.** Модель уплотняемых сыпучих тел и некоторые ее приложения // Информатика и системы управления, 2011, № 4 (30), с. 48–57.
- Сазонов К.Е.** К вопросу о пористости киля тороса (по поводу статьи В.В. Харитонов) // Пробл. Арктики и Антарктики, 2021, т. 67, вып. 1, с. 60–66.
- Харитонов В.В.** Распределение пористости неконсолидированной части киля торосов // Пробл. Арктики и Антарктики, 2021, т. 67, вып. 1, с. 44–59.
- Харитонов В.В., Морев В.А.** Метод исследования внутреннего строения торосов и стамух с помощью технологии термобурения // Метеорология и гидрология, 2011, № 7, с. 49–58.
- API RP 2N.** Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Structures and pipelines for Arctic Conditions. 2nd ed. Washington, USA, Am. Petroleum Inst., Decemb. 1, 1995, DC 20005.

Brown T.G., Croasdale K.R., Wright B. Ice loads on the Northumberland Strait Bridge Piers – an approach // Proc. of the 6th Int. Offshore and Polar Eng. Conf. (May 31 – June 1, 1996). Los Angeles, USA, 1996, vol. II, p. 367–372.

Croasdale K.R. Ice forces on fixed, rigid structures // Working Group on Ice Forces on Structures. State of the art Report. E., U.S. Army CRREL, Spec. Rep. No. 80–26, 1980, 153 p.

Guzenko R.B., Mironov Ye.U., May R.I. et al. Morphometric particularities of ice ridges with the greatest thickness of the consolidated layer and other statistical patterns of morphometry of first-year ice ridges // Proc. of the 31st Int. Ocean and Polar Eng. Conf. (June 20–25, 2021). Rhodes, Greece, 2021.

Høyland K.V. Consolidation of first-year sea ice ridges // J. Geophys. Res., 2002, vol. 107, p. 15,1–15,15.

Høyland K.V. The consolidation in second- and multi-year sea ice ridges, pt II: Review and speculations // 19th IAHR Int. Symp. on Ice (July 6–11, 2008), Vancouver, Canada, 2008, p. 1451–1457.

Kharitonov V.V. On the results of studying ice ridges in the Shokalskogo Strait, pt II: Porosity // Cold Reg. Sci. Technol., 2019, vol. 166 (2019), p. 102842.

Krankkala T., Maattanen M. Methods for determining ice forces due to first- and multi-year ridges // IAHR Ice Symp. (April 7–10, 1984), Hamburg, Germany, 1984, p. 263–287.

Mellor M. Ship resistance in thick brash ice // Cold Reg. Sci. Technol., 1980, vol. 3 (4), p. 305–321.

Surkov G.A. Internal structure of first-year Hummocks // Proc. of the 11th ISOPE (June 17–22, 2001), Stavanger, Norway, 2001, vol. I, p. 796–798.

References

- Buzin W.A. Zazhory i zatory l'da na rekakh Rossii [Ice jams and congestion on the rivers of Russia]. St. Petersburg, ООО “Эс Пэ Ха”, 2015, 240 p. (in Russian).
- Vadzinsky R.N. Spravochnik po veroiatnostnym raspredeleniam [Handbook on probabilistic distributions]. St. Petersburg, Nauka, 2001, 295 p. (in Russian).
- Davis J.C. Statistics and data in geology. 2nd ed. Kansas Geological Survey. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, John Wiley and Sons, Ink., 1986, 319 p.
- Oleinikov A.I., Skachkov M.N. Model' uplotniaemykh sypuchikh tel i nekotorye ee prilozheniia [The model of compacted bulk solids and some of its applications]. Informatika i sistemy upravleniia [Computer science and control systems], 2011, No. 4 (30), p. 48–57.
- Sazonov K.E. On the porosity of ridge keel (with reference to V.V. Kharitonov's paper). Problemy Arktiki i Antarktiki [Arctic and Antarctic Research], 2021, vol. 67 (1), p. 60–66. – <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2021-67-1-60-66>
- Kharitonov V.V. Trends in porosity changes of the unconsolidated part of ice ridge keel. Problemy Arktiki i Antarktiki [Arctic and Antarctic Research], 2021, vol. 67 (1), p. 44–59. – <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2021-67-1-44-59>
- Kharitonov V.V., Morev V.A. Method of investigation of internal structure of ice hummocks and stamukhas using the thermal drilling technique. Rus. Meteorol. and Hydrol., 2011, vol. 36, No. 7, p. 460–466. – <http://mig-journal.ru/archive?id=574>
- API RP 2N. Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Structures and pipelines for Arctic Conditions. 2nd ed. Washington, USA, Am. Petroleum Inst., Decemb. 1, 1995, DC 20005.
- Brown T.G., Croasdale K.R., Wright B. Ice loads on the Northumberland Strait Bridge Piers – an approach. In: Proc. of the

6th Int. Offshore and Polar Eng. Conf. (May 31 – June 1, 1996), Los Angeles, USA, 1996, vol. II, p. 367–372.

Croasdale K.R. Ice forces on fixed, rigid structures. In: Working Group on Ice Forces on Structures. State of the art Report. E., U.S. Army CRREL, Spec. Rep. No. 80–26, 1980, 153 p.

Guzenko R.B., Mironov Ye.U., May R.I. et al. Morphometric particularities of ice ridges with the greatest thickness of the consolidated layer and other statistical patterns of morphometry of first-year ice ridges. In: Proc. of the 31st Int. Ocean and Polar Eng. Conf. (June 20–25, 2021), Rhodes, Greece, 2021.

Hoyland K.V. Consolidation of first-year sea ice ridges. J. Geophys. Res., 2002, vol. 107, p. 15,1–15,15.

Hoyland K.V. The consolidation in second- and multi-year sea ice ridges, pt II: Review and speculations. In: 19th IAHR Int.

Symp. on Ice (July 6–11, 2008), Vancouver, Canada, 2008, p. 1451–1458.

Kharitonov V.V. On the results of studying ice ridges in the Shokal'skogo Strait, pt II: Porosity. Cold Reg. Sci. Technol., 2019, vol. 166 (2019), p. 102842. –

<https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2019.102842>

Krankkala T., Maattanen M. Methods for determining ice forces due to first- and multi-year ridges. In: IAHR Ice Symp. (April 7–10, 1984), Hamburg, Germany, 1984, p. 263–287.

Mellor M. Ship resistance in thick brash ice. Cold Reg. Sci. Technol., 1980, vol. 3 (4), p. 305–321.

Surkov G.A. Internal structure of first-year Hummocks. In: Proc. of the 11th ISOPE (June 17–22, 2001), Stavanger, Norway, 2001, vol. I, p. 796–798.

*Поступила в редакцию 22 января 2023 г.,
после доработки – 12 июля 2023 г.,
принята к публикации 28 августа 2023 г.*