

---

**МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ  
КОСМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

---

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКСПОНИРОВАНИЯ СНИМКОВ  
НЕРАВНОЯРКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ**

© 2012 г. А. Е. Романов

*Самарский государственный университет, Самара*

*E-mail: rom-alex@mail.ru*

Поступила в редакцию 16.12.2011 г.

Представлен комплекс математических моделей, включенных в модель экспонирования космических снимков: распределение света (от неравнояркой поверхности Земли, Солнца, Луны), изменение ориентации космического аппарата во время космической съемки, наступление критических условий освещенности, процесс функционирования светозащитных бленд оптической системы и др. Представлены и проанализированы результаты моделирования динамики прямой и фоновой освещенности выходного зрачка светозащитной бленды оптической системы в макромасштабах времени. Выполнено построение системы интегрально-функциональных включений (ИФВ), моделирующей процесс экспонирования в миллимасштабах времени. Определена функция распределения мод прямой освещенности, описывающая влияние объектов высокой яркости на процесс экспонирования в рамках стохастической модели яркости поверхности Земли. Проведен анализ влияния объектов высокой яркости на поля освещенности во время плановой и перспективной съемки. Формально изложены численные методы решения системы интегрально-функциональных включений и поиска оптимального времени экспонирования. Показано различие между эффективной выдержкой и оптимальным временем экспонирования.

**Ключевые слова:** освещенность, время экспонирования, экспозиция, светозащитная бленда, альbedo, интегрально-функциональное включение, смаз изображения, стохастическое поле яркости

### ВВЕДЕНИЕ

В задачах пассивного дистанционного зондирования экспонирование изображения поверхности Земли представляет собой кратковременный процесс аккумуляции энергии излучения чувствительными элементами фотоприемников (фотопленка, ПЗС-матрицы). В практических целях характеристики процесса экспонирования востребованы при оценке качества фотографического изображения (Волосов, 1971) и восстановлении смазанных за время экспонирования изображений (Батраков, 1989; Василенко, Тараторин, 1986).

Основными характеристиками процесса экспонирования являются время экспонирования  $\tau$ , освещенность  $E$  и экспозиция  $H$ , связанные соотношениями в интегральном виде (Волосов, 1971). Величина экспозиции ограничена в некотором диапазоне допустимых значений, характеризующих конкретный фотоприемник. Ввиду функциональной зависимости  $H$  от ряда переменных и параметров, характеризующих воздействие факторов естественной и техногенной природы, интегральная зависимость экспозиции от освещенности в рамках статьи представляет собой основу для построения системы интегрально-функциональных включений (ИФВ), моделирующей динамику экспонирования фрагментов изображе-

ния. Предварительно для построения ИФВ требуется анализ полей освещенности, формируемых информационным потоком и фоновой засветкой, создаваемой светозащитной блендой. Если распределение освещенности в плоскости анализа однородное, то экспозиция линейно зависит от средней интегральной освещенности  $\bar{E}$ , а время экспонирования приобретает более простой вид

$$\tau = \Lambda \langle \bar{E} \rangle^{-1}, \quad (1)$$

который обычно и используется в экспонетрических расчетах при априори известной наилучшей экспозиции  $\Lambda$ . В связи с этим в рамках статьи производятся подготовка и решение системы ИФВ – построение и исследование динамики полей прямой и фоновой освещенности в плоскости выходного зрачка бленды в макромасштабах пространства и времени ( $t \gg \tau$ ). Полученные результаты на заданный момент времени используются для построения и решения системы ИФВ относительно времени экспонирования в миллимасштабах времени ( $t \leq \tau$ ). Решением ИФВ является функционал  $\tilde{\tau}(t)$ , позволяющий получить оптимальное время экспонирования  $\tau_{\text{опт}}$ , за которое полноценно экспонируется максимальное количество фрагментов изображения и тем самым га-

рантируется максимальная информативность снимка.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ КОСМИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

Согласно (Романов, 2007, 2008а), освещенность на первой оптической поверхности  $Y$  оптической системы в поле зрения формируется информационным световым потоком (“inf”), и в остальной части поля обзора – сторонним световым потоком, ослабленным светозащитной блендой (“bg”)

$$E = E_{inf} + E_{bg} = E_{inf} + [E_{sp} + E_{dif}]. \quad (2)$$

В фотометрической интерпретации освещенность находится как интеграл от произведения локальной яркости и геометрического фактора  $\Psi$  [ср/м<sup>2</sup>] по площади поверхности. Для фрагмента изображения

$$E_{inf} = \int_{s_{\oplus}} B_{\oplus} \Psi dS, \quad E_{dif} = \hat{P}_{dif} [B_{\oplus}, B_{\odot}, B_M],$$

$$E_{sp} = \hat{P}_{sp} [B_{\oplus}] + \hat{P}_{sp} [B_{\odot}] + \hat{P}_{sp} [B_M], \quad (3)$$

где  $B_M, B_{\odot}, B_{\oplus}$  – внеатмосферные энергетические яркости соответственно Солнца, Луны и поверхности Земли;  $s_{\oplus}$  – поверхность Земли в пределах поля зрения оптической системы на текущий момент времени. Оператор  $\hat{P}_{sp}$  образован конечной последовательностью однотипных алгоритмов трассирования зеркально отражаемых лучей (Романов, 2007), а оператор  $\hat{P}_{dif}$  образован из решения последовательности двух интегральных уравнений относительно освещенности (Романов, 2008а). Поскольку в условиях эксплуатации время экспонирования одинаково для каждого фрагмента изображения, то в рамках исследования динамики полей освещенности учитывается не локальное распределение освещенности, а его средние интегральные характеристики. Это позволяет выражать эффективность светозащитной бленды через коэффициент ослабления  $K$  светового потока, используя результаты работ (Романов, 2007, 2008а).

#### Неравнояркость поверхности Земли

Многокилометровая протяженность освещенной части поверхности Земли обеспечивает ей непрерывное распределение участков разной яркости, зависящей от высоты Солнца  $h_{\odot}$  над уровнем местного горизонта, сезонно-географического распределения альбедо  $\alpha_{\oplus}$  поверхности Земли, локальных оптических свойств атмосферы и др. В работах (Романов, 2007, 2008б) такое свойство предложено называть “неравнояркостью”.

Вычисление поля освещенности (2) при заданных эфемериде орбиты космического аппарата (КА) сопряжено с необходимостью моделирования яркости множества упорядоченно ориентированных фрагментов поверхности Земли. Фрагментация поверхности  $s_{\oplus}$  и координатная привязка в геоэкваторальной системе координат (ГЭСК) базируется чаще всего на поиске границ области фрагментов как в поле обзора КА, так и по всей освещенной части поверхности Земли. С целью упрощения 3D-моделирования фрагментов и определения физических условий съемки в качестве системы координат введем “следящую геоэклиптическую систему координат” (СГСК). Подобная ей система координат встречается в (Чеботарев, 1965) под названием “геоцентрическая эклиптическая система координат”, но она отличается тем, что в СГСК ось абсцисс всегда направлена на центр масс Солнца.

В ГЭСК уравнения невозмущенного движения КА, положение центра масс которого определяется радиус-вектором  $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ , имеют традиционный вид, определяемый текущей высотой орбиты  $h$  и оскулирующими элементами (Аксенов, 1977). Радиус-вектор подспутниковой точки в СГСК обозначим как  $\mathbf{r}_1$ , а преобразование  $\mathbf{r}_s \rightarrow \mathbf{r}_1$  запишем с помощью матриц поворота

$$M_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$M_3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

на углы Эйлера в виде

$$\mathbf{r}_1 = R_{\oplus} (R_{\oplus} + h)^{-1} M_1 (\Omega_1) M_2 (\varepsilon) \mathbf{r}_s.$$

Радиус-вектор  $\mathbf{r}_1$  определяется последовательностью поворотов линии узлов СГСК на угол  $\Omega_1$  относительно линии узлов ГЭСК и оси  $Oz$  на угол эклиптики  $\varepsilon$  до совмещения с направлением на северный полюс мира

$$\Omega_1(t) = \iota(t) \text{sign} \left( \frac{d\iota}{dt} \right), \quad \iota(t) = \sqrt{\frac{1 - \cos[\omega_{\odot}(t_0 + t - T_0)]}{2}},$$

где  $\iota$  – угол между осью абсцисс СГСК и линией узлов ГЭСК;  $\omega_{\odot}$  – угловая скорость вращения Земли вокруг Солнца;  $T_0, t_0$  – соответственно моменты наступления даты весеннего равноденствия и начала первого витка КА при отсчете времени от начала текущего календарного года.

Луна представляет собой внеатмосферный источник отраженного света и имеет малый наклон плоскости орбиты к плоскости эклиптики ( $\varepsilon_M \approx 5^\circ$ )

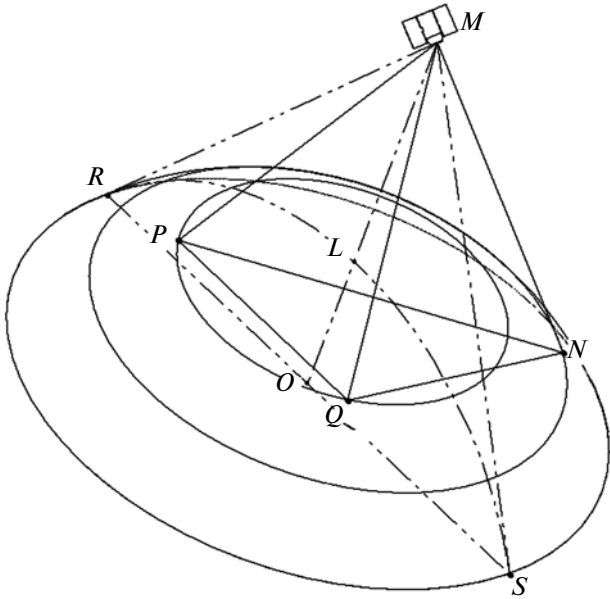


Рис. 1. Поле обзора КА.

(Копала, 1973). Радиус-вектор центра масс Луны в СГСК запишем как

$$\mathbf{r}_M = M_1 [\Omega(t) - \omega_M(t_0 + t - T_0) + \Omega_M] M_2(\varepsilon_M) \mathbf{r}_{M0},$$

где  $\mathbf{r}_{M0}$  – радиус-вектор центра масс Луны в ГэСК;  $\Omega_M$  – долгота восходящего узла центра масс Луны в ГэСК в момент времени  $t_0$ ;  $\omega_M$  – угловая скорость вращения Луны вокруг Земли.

Исходя из представленного выше, в рамках модели экспонирования снимков неравнояркой поверхности Земли преимущества СГСК по сравнению с ГэСК заключаются в следующем:

- 1) положительные абсциссы всегда характеризуют дневную часть поверхности Земли, отрицательные – ночную, причем на восходящей части витка при пересечении плоскости эклиптики  $z_1 = 0$ , а при пересечении терминатора  $x_1 = 0$ ;
- 2) прямые синхронно-солнечные орбиты имеют долготу восходящего угла

$$\Omega(t) = \Omega_1(t) - 2\pi G[-\Omega_1(t)];$$

- 3) высота Солнца определяется абсциссой

$$\sin(h_\odot) = x_1 R_\oplus^{-1} G(x_1). \quad (5)$$

Здесь  $G(x) = \Theta(x) |\text{sign}(x)|$ , где  $\Theta$  – функция Хевисайда (не в обобщенном смысле).

Пусть поверхность Земли имеет строго сферическую форму, видимая в поле обзора ее часть одновременно является частью шарового сегмента и частью шарового сектора, а основание сегмента – основанием круглого конуса, включенного в этот сектор (рис. 1). Осью симметрии указанных фрагментов сферы является местная вертикаль  $MO$ ,

проходящая через подспутниковую точку  $L$  и центр масс КА – точку  $M$ .

Из построения следует, что орбита КА всегда ортогональна основанию двух соосных конусов с общим основанием, но разными вершинами – в центрах масс Земли и КА. При непрерывном уменьшении угла раствора конусов радиус основания каждого из них непрерывно уменьшается, стягиваясь к точке  $L$ . В результате для конуса с вершиной в центре масс Земли (на рисунке не показан) поверхность в пределах поля обзора КА представима семейством параллельных неравноярких контуров ( $B_\oplus \neq \text{const}$  вдоль контуров), являющихся границей основания конусов с радиусом  $\rho \leq OR$ , углом раствора  $\chi(\rho)$ , высотой  $c(\rho)$  и апофемой, равной геоцентрическому расстоянию  $R_\oplus$ . Координаты точек поверхности Земли в СГСК в соответствии с рис. 1 выразим через координаты стереографической проекции на основание конуса поля обзора КА. Такой подход исключает необходимость моделирования пространственных границ поля обзора на сферической поверхности Земли с применением булевых функций и позволяет вести интегрирование не в декартовых, а в полярных координатах. В результате получаем естественные ограничения по полярному радиусу  $\rho \in [0, d]$  и полярному углу  $\varphi \in [0, 2\pi]$ , где  $c(\rho) \in [0, z]$  и  $d = OR = OS$ . В зависимости от времени в пределах поля обзора КА получаем

$$\chi(\rho, t) = \arccos \left[ \frac{c(\rho, t)}{R_\oplus} \right], \quad c(\rho, t) = \sqrt{\sum_{\xi} \Pi_{\xi}^2(\rho, t)}, \quad (6)$$

$$\Pi_{\xi}(\rho, t) = \frac{\xi[t + \tilde{t}(\rho, t)] + \xi[t - \tilde{t}(\rho, t)]}{2},$$

где  $\Pi_{\xi}$  характеризует координаты центральной точки стереографической проекции ( $\xi = x, y, z$ ). В (6) время

$$\tilde{t}(\rho, t) = \arcsin(\rho R_\oplus^{-1}) [\omega_s(t)]^{-1}$$

равно половине временной задержки между прохождением одной и той же точки трассы передней и задней точками поля обзора КА (точнее, точками  $R$  и  $S$  на рис. 1),  $\omega_s$  – циклическая частота обращения КА вокруг Земли. Положение точки  $L$  определено как  $\Pi_{\xi}(0, t)$ , точки  $O$  – как  $\Pi_{\xi}(d, t)$ . Координаты других точек в поле обзора выразим следующим образом.

Запишем декартовы координаты конической поверхности, выраженные через полярные координаты стереографической проекции на плоскость основания,

$$\begin{aligned} x(\rho, \phi) &= \rho \cos(\phi), & y(\rho, \phi) &= \rho \sin(\phi), \\ z(\rho, \phi, t) &= \rho \text{ctg}[\chi(\rho, t)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Совместим ось конуса с лучом  $Oz_1$  ( $z_1 \geq 0$ ), вершину поместим в начало координат СГСК и, фиксируя  $\rho$ ,

по точкам с координатами (7) проведем замкнутый контур. С помощью матриц поворота (4) на углы Крылова для точки  $L$  преобразование  $\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{L}$  есть

$$\mathbf{L} = M_4 \mathbf{r}_1, \quad (8)$$

где при  $\hat{M}_1 = [M_1]^T$  и  $\hat{M}_2 = [M_2]^T$  образуется матрица

$$M_4 = M_3(\sigma_y) \hat{M}_2(\sigma_x) \hat{M}_1(\sigma_z).$$

Она задает последовательность поворотов вокруг оси ординат на угол  $\sigma_y$ , вокруг оси абсцисс на угол  $\sigma_x$  плюс вращение на угол  $\sigma_z$  вокруг местной вертикали до совмещения точки конуса  $\mathbf{r}_1 = \{d, 0, c\}$  с передней точкой поля обзора (на трассе КА), а вектора  $\mathbf{r}_1^* = \{0, 0, R_\oplus\}$  – до совпадения с линией местной вертикали. Таким образом, для всех точек поля обзора преобразование (8) имеет вид  $\mathbf{r}_\oplus = M_4 \mathbf{r}_0$ , где  $\mathbf{r}_0$  – радиус-вектор точек поверхности Земли в ГЭСК. Углы Крылова в (8) находятся из решения трех из шести уравнений, полученных для точки  $L$  в состояниях  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}'_1$  и  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1^*$ . Обозначим  $(\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$  углы между местной вертикалью КА и соответствующими осями координат СГСК. В (8) выражения углов, полученные аналитически, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \varphi_y - \frac{\pi}{2}, \quad \sigma_y = \arccos \left[ \frac{\cos(\varphi_z)}{\cos(\sigma_x)} \right] \text{sign}[\cos(\varphi_x)], \\ \sigma_z &= \text{arccotg} \left[ \frac{k_z \sin(\sigma_y) - k_x \cos(\sigma_y)}{k_x \sin(\sigma_y) + k_z \cos(\sigma_y)} \sin(\sigma_x) \right] + \\ &\quad + \pi G(-\eta_y). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$k_x(t) = x_1[t + \tilde{t}(d, t)] - c[d, t + \tilde{t}(d, t)] \cos[\sigma_x(t)] \sin[\sigma_y(t)],$$

$$k_y(t) = y_1[t + \tilde{t}(d, t)] + c[d, t + \tilde{t}(d, t)] \sin[\sigma_x(t)],$$

$$\eta_y(t) = y_1[t + \tilde{t}(d, t)] - y_1[t - \tilde{t}(d, t)],$$

$$k_z(t) = z_1[t + \tilde{t}(d, t)] - c[d, t + \tilde{t}(d, t)] \cos[\sigma_x(t)] \cos[\sigma_y(t)].$$

При учете вращения Земли вокруг своей оси на неравнояркость поверхности Земли заметное влияние оказывает поле альбеда  $\alpha_\oplus$ . Координатная привязка альбеда к поверхности Земли обеспечивается при переходе от ГЭСК к гринвичской системе координат для точки  $L$  через истинное время в Гринвиче  $t_g = t_g(t)$  преобразованием

$$\mathbf{r}_2 = M_1(t_g) M_5 \mathbf{L}, \quad M_5 = [M_1(\Omega_1) M_2(\varepsilon)]^{-1}. \quad (10)$$

Отсюда географические координаты поля альбеда на регулярной сетке долгот и широт есть

$$\begin{aligned} \lambda &= \text{arctg} \left( \frac{y_2}{x_2} \right) - \frac{\pi}{2} [1 - \text{sign}(x_2)] \text{sign}(x_2) \text{sign}(y_2), \\ \theta &= \arcsin(z_2 R_\oplus^{-1}). \end{aligned}$$

Фрагмент координатной сетки, ограничивающий поле обзора КА, образуется при замене вектора  $\mathbf{L}$  в (10) на вектор  $\mathbf{r}_\oplus$  с условием, что долгота  $\lambda < 0$  соответствует Западному полушарию, а широта  $\theta < 0$  – Южному полушарию.

Ввиду зависимости локальной яркости поверхности Земли от координат в пределах поля обзора КА яркость поверхности Земли вдоль внешней нормали имеет вид

$$B = B_\oplus \alpha_\oplus(\mathbf{r}_2) \sin[h_\oplus(\mathbf{r}_\oplus)]. \quad (11)$$

Коэффициент пропускания атмосферы без учета рефракции равен

$$\tau_a = \tau_{a0} \exp \left( -\|\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_\oplus\| / \sqrt{\|\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_\oplus\|^2 - \rho^2} \right), \quad (12)$$

где  $\tau_{a0}$  – коэффициент прозрачности атмосферы вдоль местной вертикали;  $\tilde{\mathbf{r}}$  – радиус-вектор точки на поверхности  $\Upsilon$  или поверхности диафрагмы бленды. Отсюда внеатмосферная яркость поверхности Земли равна

$$B_\oplus = B \tau_a. \quad (13)$$

Выражения (11)–(13) определяют физические условия экспонирования изображения неравнояркой поверхности Земли и могут уточняться по различным причинам (Атмосфера ..., 1991; Зуев, Наац, 1990; Мишин, Овечкин, 2003; Скляров и др., 2009; Pinker, Lazlo, 1992), но в целом сохраняют представленную зависимость от координат и времени.

#### Геометрооптические условия экспонирования

Пусть центр проектирования оптической системы и начало системы координат бленды (СКБ) удалены друг от друга на некоторое расстояние вдоль совпадающих друг с другом оптических осей, а начала координат фотограмметрической системы координат КА и СКБ совмещены и находятся в точке пересечения оптической оси с плоскостью входного зрачка бленды. Вектор  $\tilde{\mathbf{N}}$  внутренней нормали к сечению входного зрачка бленды параллелен оптической оси и совпадает с направлением оси аппликат СКБ. В СГСК вектор  $\tilde{\mathbf{N}}$  и направляющие векторы внеатмосферных световых потоков от поверхности Земли (без учета атмосферной рефракции), Солнца и Луны соответственно есть

$$\mathbf{g}_e = \frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_e}{\|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_e\|}, \quad \mathbf{g}_\oplus = \frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_\oplus}{\|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_\oplus\|}, \quad \mathbf{g}_\odot = \{-1; 0; 0\},$$

$$\mathbf{g}_M = \frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_M}{\|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_M\|},$$
(14)

где  $\mathbf{r}_e$  – радиус-вектор точки пересечения оптической оси с поверхностью Земли. На основе (14) геометрический фактор<sup>1</sup> для излучающей поверхности Земли, определяющий геометрооптические условия съемки, принимает вид

$$\Psi = \frac{(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{N}_\oplus)(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e)}{\pi \|\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_\oplus\|^2} G[(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e)], \quad (\mathbf{g}_\oplus \mathbf{N}_\oplus) = R_\oplus^{-1} \times$$

$$\times \left[ R_\oplus + h - \sqrt{\|\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_\oplus\|^2 - \rho^2} \right] + \|\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_\oplus\|^{-1} \sqrt{\|\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_\oplus\|^2 - \rho^2},$$
(15)

где  $\mathbf{N}_\oplus$  – орт внешней нормали к поверхности Земли, а последний множитель (15) определяет видимость точек поверхностей с радиусами-векторами  $\tilde{\mathbf{r}}$  и  $\mathbf{r}_\oplus$ .

Для перехода из СГСК в СКБ воспользуемся выражениями (9) и (10). Заметим, что геометрооптические преобразования удобнее производить безотносительно к углу рысканья  $\psi$  КА и учитывать его только в координатах  $\tilde{\mathbf{r}}$ :

$$\tilde{x} = \tilde{\rho} \cos(\tilde{\phi} - \psi), \quad \tilde{y} = \tilde{\rho} \sin(\tilde{\phi} - \psi), \quad \tilde{z} = f(\tilde{x}, \tilde{y}).$$

Производя замену  $\varphi_\xi = \arccos(g_{e\xi})$ , с помощью (9) получаем искомое преобразование

$$\tilde{\mathbf{N}} = M_6 \mathbf{g}_e, \quad M_6 = \left[ M_3(\sigma_y) \hat{M}_2(\sigma_x) \right]^{-1}.$$

На рис. 1 точка  $N$  – точка пересечения оптической оси с поверхностью Земли,  $MN$  – оптическая ось,  $MR$  и  $MS$  – апофемы конуса поля обзора, дуга  $RLS$  – сегмент трассы КА. Для дальнейших рассуждений обозначения проекций точек сферы на плоскость снабдим штрихами. Отсюда  $M' = L' = O$ ,  $\rho = P'O = Q'O$ , а угол  $\phi$  отсчитывается от  $OS$  в направлении против часовой стрелки. Найдем угол  $\angle NMQ$ , связанный со скалярным произведением  $(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e)$ . У тетраэдра  $MNPQ$  длина стороны  $MP$  неизвестна, но

$$MN = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\|, \quad MQ = MP = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_\oplus\|,$$

$$N'O = \rho_e = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\| \sqrt{1 - (\mathbf{r}_e \mathbf{r})^2}.$$

Тогда по теореме косинусов

$$N'Q' = \sqrt{\rho^2 + \rho_e^2 - 2\rho\rho_e \cos(\phi - \phi_e)},$$

<sup>1</sup> Скалярное произведение  $(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e)$  в (15) справедливо в представлении плоской поверхности  $Y$  оптической системы, обращенной к бленде. При другой форме поверхности, а также при вычислении фоновой освещенности вектор  $\mathbf{g}_e$  заменяется соответствующим вектором нормали.

где для  $\angle N'OS$ , определяющего положение проекции оптической оси через углы тангажа  $\beta$  и крена  $\gamma$  КА, получаем

$$\phi_e = \arctg\left(\frac{\beta}{\gamma}\right) + \pi \left\{ 1 - G \left[ 1 - \text{sign}^2(\beta) - \text{sign}^2(\gamma) \right] \right\} +$$

$$+ \frac{\pi}{2} \left\{ \text{sign}(\gamma) + \text{sign}(\beta) \left[ 1 - \text{sign}^2(\gamma) \right] \right\};$$

в точке  $P'$  по построению  $\phi - \phi_e = \pi$ . В СГСК

$$(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e) = \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\|^2 + \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_\oplus\|^2 - \left[ (N'Q')^2 + \delta h^2 \right]}{2\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\| \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_\oplus\|},$$
(16)

где разность высот точек  $L$  и  $N$  вдоль местной вертикали равна

$$\delta h = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\| (\mathbf{r}_e \mathbf{r}) - \sqrt{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_\oplus\|^2 - \rho^2}.$$

Подставляя (16) в (15), получаем  $\Psi$  как функцию координат и времени.

#### Критические условия освещенности

Существование критических условий освещенности поверхности фотоприемника связано с возникновением геометрической тени в системе “КА–Солнце–Луна” и обусловлено оптической непрозрачностью толщи Земли и поглощением света атмосферой. Решение подобной задачи в подсистеме “КА–Солнце” получено в (Ибрагимов, Скребушевский, 1985), исходя из различных вариантов построения эфемерид орбиты КА. Искомыми являлись моменты времени наступления критической освещенности и их длительность. Другой подход использовался в (Романов, 2008б), где ограничение по длительности осуществлялось по нескольким отсчетным моментам времени (прохождения терминатора и др.) с помощью функции  $\text{sign}(x)$ . Однако при возмущенном движении КА и изменении его ориентации возникает необходимость производить многочисленные поправки, которые вносят погрешность в определение критических условий освещенности в обоих подходах. С целью минимизации погрешности рассмотрим модель определения критических условий освещенности. В ее основу положим суперпозицию условий видимости.

В условиях видимости в подсистеме “КА–Солнце” освещенность корпуса КА и поверхности Луны до их захода в тень Земли в СГСК определим с помощью (5) как

$$B_\odot = q_\odot G \left[ (R_\oplus + h) R_\oplus^{-1} x_1 + x(h) \right],$$

$$x(h) = \sqrt{(R_\oplus + h)^2 - (R_\oplus + h_r)^2},$$
(17)

где  $q_\odot$  – солнечная постоянная;  $h_r$  – высота, начиная с которой  $\tau_{a0} \rightarrow 1$  и пренебрежимо мала атмосферная рефракция. В случае образования фоно-

вой засветки отраженным от поверхности Луны солнечным светом, которое наблюдается при расположении КА между Луной и Солнцем, световой поток формируется от двух подсистем – “Солнце–Луна” и “КА–Луна”. Обращаясь к подсистеме “КА–Луна”, обозначим  $\varpi$  – угол раствора телесного угла конуса, в пределах которого Луна затеняется Землей. Луна находится в поле видимости КА, если

$$1 + \frac{(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_M)}{\|\mathbf{r}_1\| \|\mathbf{r}_M\|} \geq \cos(\varpi), \quad \cos(\varpi) = \frac{x(h)}{R_\oplus + h}. \quad (18)$$

На основе (17) и (18) яркость Луны с альбедо поверхности  $\alpha_M$  определяется как

$$B_M = \alpha_M B_\odot G \left[ 1 + \frac{(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_M)}{\|\mathbf{r}_1\| \|\mathbf{r}_M\|} - \cos(\varpi) \right].$$

В СКБ

$$\cos(\zeta_1) = (\mathbf{g}_e \mathbf{g}_\odot), \quad \cos(\zeta_2) = (\mathbf{g}_e \mathbf{g}_M).$$

Окончательно получаем векторы поля яркости в направлении КА, учитывающие наступление и окончание критических условий освещенности, в следующем виде:

$$\tilde{\mathbf{B}}_\odot = B_\odot G [\cos(\zeta_1)] M_4 \mathbf{g}_\odot,$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_M = B_M G [\cos(\zeta_2)] M_4 \mathbf{g}_M,$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_\oplus = B_\oplus M_4 \mathbf{g}_\oplus.$$

### ПОЛЯ ОСВЕЩЕННОСТИ В ИНТЕГРАЛЬНОМ ВИДЕ

Произведение  $B_\oplus \Psi$  не представимо в аналитическом виде относительно координат. Поэтому найдем  $E_{\text{inf}}$ , а также освещенность в пределах всего поля обзора КА площадью  $S_\oplus$ , пользуясь принципом декомпозиции световых потоков от поверхности Земли (Романов. 2007). Для этого поверхность Земли разобьем на макроплощадки, размер которых обеспечивает одновременно: а) применимость параксиального приближения к каждому сходящемуся к входному зрачку бленды пучку лучей; б) однородность поля яркости в пределах каждой макроплощадки. Одной макроплощадке (или их комбинации) при вычислении прямой освещенности сопоставим ту часть поля зрения, которая проецируется в какой-либо фрагмент изображения, а при вычислении фоновой освещенности – в элемент площади видимой с Земли отражающей поверхности диафрагмы бленды. Осуществляя разбиение и переходя от интеграла к конечной сумме, получаем в кубатурах

$$\int_{S_\oplus} B_\oplus \Psi dS = \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=1}^{J-1} \rho_0 \varphi_0 \Xi_{ij} + o, \quad (19)$$

где  $\rho_0, \varphi_0$  – весовые коэффициенты;  $o$  – погрешность кубатурной формулы.

Предполагая  $I$  и  $J$  достаточно большими, чтобы обеспечить  $o \rightarrow 0$ , в правой части (19)

$$\Xi_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_{i+1}}{8} \sum_i^{i+1} \sum_j^{j+1} [B_\oplus \Psi]_{ij}, \quad (20)$$

$$\rho_0 = \frac{d}{I-1}, \quad \varphi_0 = \frac{2\pi}{J-1}.$$

Суммирование в (20) организуем так, чтобы каждая макроплощадка образовывалась граничными точками, образующими граничный элемент площадь  $\Delta S$ . При разбиении на равные площади согласно (Романов, 2008а; Романов, 2009) коэффициент  $\rho_0$  становится переменным и находится из соотношения ( $\forall i$ )  $\Delta S = \text{const}$  по рекуррентной формуле

$$\rho_{i+1} = \sqrt{\rho_i^2 - \left(\frac{\Delta S}{\varphi_0 R_\oplus}\right)^2 + \frac{2\Delta S \sqrt{R_\oplus^2 - \rho_i^2}}{\varphi_0 R_\oplus}}, \quad (21)$$

$$\rho_1 = R_\oplus \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\Delta S}{2\pi R_\oplus^2}\right)^2}.$$

При этом изменения по углу определены как  $\varphi_j = \varphi_0(j-1)$ , а общее количество макроплощадок равно  $IJ + 1$  (включая центральную, содержащую точку  $L$ ). Подставляя (21) в (20), а найденные выражения – в (19), получаем освещенность в пределах всего поля обзора КА. Далее рассмотрим особенности моделирования полей прямой и фоновой освещенностей.

Пусть  $U$  – стереографическая проекция поверхности  $s_\oplus, s_\oplus \in S_\oplus$ . При перспективной съемке ей соответствует овал, симметричный относительно проекции  $ON'$  и сжатый в направлении к  $O$ . Не обращаясь к вопросу построения опорной функции овала, воспользуемся тем, что поле зрения занимает диапазон косинусов углов  $0 \leq (\mathbf{g}_e \mathbf{g}_\oplus) \leq \leq \cos(\zeta)$ . Для этого в (15) для поля освещенности  $E_{\text{inf}}$  достаточно произвести замену скалярного произведения

$$(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e) \rightarrow (\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e) G [(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e) - \cos(\zeta)]. \quad (22)$$

Аналогично в поле обзора за пределами поля зрения ( $s_\oplus \notin S_\oplus$ ) получаем

$$(\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e) \rightarrow (\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e) G [\cos(\zeta) - (\mathbf{g}_\oplus \mathbf{g}_e)]. \quad (23)$$

При вычислении (22) и (23) возможны две ситуации –  $L \in s_\oplus$  и  $L \notin s_\oplus$ . Идентификация конкретного случая осуществляется для гомотопии семейства апофем конуса поля зрения по координатам точек, лежащих на линиях ближайших параллелей и меридианов, касающихся границы поля зрения по поверхности Земли. Точка  $L$  в таком

случае является локальным полюсом. Поэтому для дальнейших преобразований достаточно вычислить координаты четырех точек пересечения соответствующих апофем с параллелями и меридианами.

Обозначим длину стереографической проекции линии визирования при ее отклонении на угол  $\kappa$  от местной вертикали как

$$\rho'(\kappa) = \left[ (R_{\oplus} + h) \cos(\kappa) - \sqrt{R_{\oplus}^2 - [(R_{\oplus} + h) \sin(\kappa)]^2} \right] \sin(\kappa).$$

Для оптической оси  $\rho_e = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\| \sin(\kappa_e)$ , а искомые координаты точек касания определяются как  $\{\rho'(\kappa_e \pm \zeta), \phi_e \pm \phi'\}$ , где угол  $\phi'$ , исходя из геометрии рис. 1, равен

$$\phi' = \rho_e^{-1} \int_0^{\rho'} \sqrt{1 + (df'/dq)^2} dq.$$

В плоскости стереографической проекции

$$f'(q) = \sqrt{\rho_e^2 - (q - 0.5p)^2} - \sqrt{\rho_e^2 - (0.5p)^2}$$

– уравнение окружности, проходящей через конец вектора  $\mathbf{r}_e$ , и

$$p' = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e\| \sqrt{2[1 - \cos(\zeta)]}$$

– расстояние между точками указанной окружности с полярными углами  $\phi_e$  и  $\phi_e \pm \phi'$ . Если  $\rho'(\kappa_e - \zeta) > 0$ , то  $L \notin s_{\oplus}$  и в (20)–(21) производятся следующие преобразования:

$$\rho_0 \rightarrow \frac{\rho'(\kappa_e + \zeta)}{\operatorname{tg}(\kappa_e + \zeta)} - \frac{\rho'(\kappa_e - \zeta)}{\operatorname{tg}(\kappa_e - \zeta)}, \quad \varphi_0 \rightarrow 2\phi', \quad (24)$$

$$\rho_1 = \rho'(\kappa_e - \zeta), \quad \varphi_j = \phi_e - \phi' + \varphi_0(j - 1).$$

В противном случае, т.е. если выполняется неравенство  $\rho'(\kappa_e - \zeta) < 0$ , то  $L \in s_{\oplus}$ , весовые коэффициенты в (20)–(21) сохраняются, но делается замена  $d \rightarrow \rho'(\kappa_e + \zeta)$ , необходимая при вычислении  $\rho_{i+1}$  в (21). Максимальное увеличение объема вычислений наблюдается, если  $L$  проецируется на границу  $\partial v$  (случай  $O \in \partial v$ ). В этом случае доля неиспользуемых фиктивных макроплощадок составляет 75%. Поэтому особую значимость весовые коэффициенты (24) приобретают при малых апертурах поля зрения, при которых возможно существенное сокращение количества граничных точек на  $s_{\oplus}$ .

#### Операторы $\hat{P}_{sp}$ и $\hat{P}_{dif}$

Обращаясь к применимости фрагментации поверхности Земли на макроплощадки в отношении операторов  $\hat{P}_{sp}$  и  $\hat{P}_{dif}$  следует отметить, что форма записи  $E_{sp}$  в (2) представлена в предполо-

жении, что сторонние источники света являются точечными (Солнце, Луна) или представляют собой композицию точечных источников (Земля), а результат действия обоих операторов при перспективной съемке зависит от пространственного распределения и яркости источников.

В пределах поля обзора декомпозиция светового потока на параксиальные пучки от каждого фрагмента поверхности Земли приводит одно из слагаемых  $E_{sp}$  в (3) к виду

$$\hat{P}_{sp}[B_{\oplus}] = \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=1}^{J-1} \rho_0^{(i)} \varphi_0 \Xi_{ij}' K_{ij}^{-1}. \quad (25)$$

Единственное различие между  $\Xi_{ij}$  и  $\Xi_{ij}'$  заключается в скалярном произведении (23), вынесенном из  $\Xi_{ij}$  и присутствующем в выражении для коэффициента ослабления  $K_{ij}$  светозащитной бленды (Романов, 2007). При коэффициенте  $\nu$  зеркальных отражений имеем

$$K_{ij} = \nu^{-\eta(\zeta_{ij})}, \quad \cos(\zeta) = (\tilde{\mathbf{B}}_{\oplus} \tilde{\mathbf{N}}) \equiv (\mathbf{g}_{\oplus} \mathbf{g}_e),$$

где  $\zeta$  – угол засветки;  $\eta(\zeta)$  – функция распределения наиболее вероятного количества отражений. Измененный таким образом геометрический фактор в составе  $\Xi_{ij}'$  характеризует лучевую трубку, в пределах которой от каждой макроплощадки формируется параксиальный световой пучок, полностью охватывающий с противоположной стороны сечение входного зрачка бленды. Очевидно, что при наличии атмосферной рефракции, турбулентности и других природных воздействий контур трубки имеет размытые границы. По этой причине, а также ввиду того, что производная  $d\eta/d\zeta$  медленно меняется на интервале шириной нескольких угловых минут и не имеет разрывов, вполне допустимо при вычислении (25) параксиальные пучки заменять гомоцентрическими с малым углом расходимости ( $\leq 2^\circ$ ). В связи с этим ниже показаны некоторые особенности действия операторов  $\hat{P}_{sp}$  и  $\hat{P}_{dif}$ , проявляющиеся с изменением ориентации КА.

На рис. 2 представлена развертка углов засветки бленды при фиксированной ориентации КА в зависимости от полярного угла в плоскости стереографической проекции (цифрами показаны номера линий индексацией угла  $\zeta$ ). Прямая освещенность формируется в пределах поля зрения (от 0 до  $\zeta_1(\phi) = \zeta$ ), фоновая освещенность от поверхности Земли – в пределах от  $\zeta_1(\phi)$  до  $\zeta_4(\phi)$ , ограниченной сверху линией  $\zeta_3(\phi) = 90^\circ$ . Пространство между кривыми  $\zeta_4(\phi)$  и  $\zeta_5(\phi)$  моделирует слой атмосферы толщиной  $h_r = 60$  км. Зона действия источников внеземного происхождения (Солнце, Луна и др.) обозначена цифрой 6 в кружке и ограничена снизу кривой  $\zeta_5(\phi)$ , сверху –

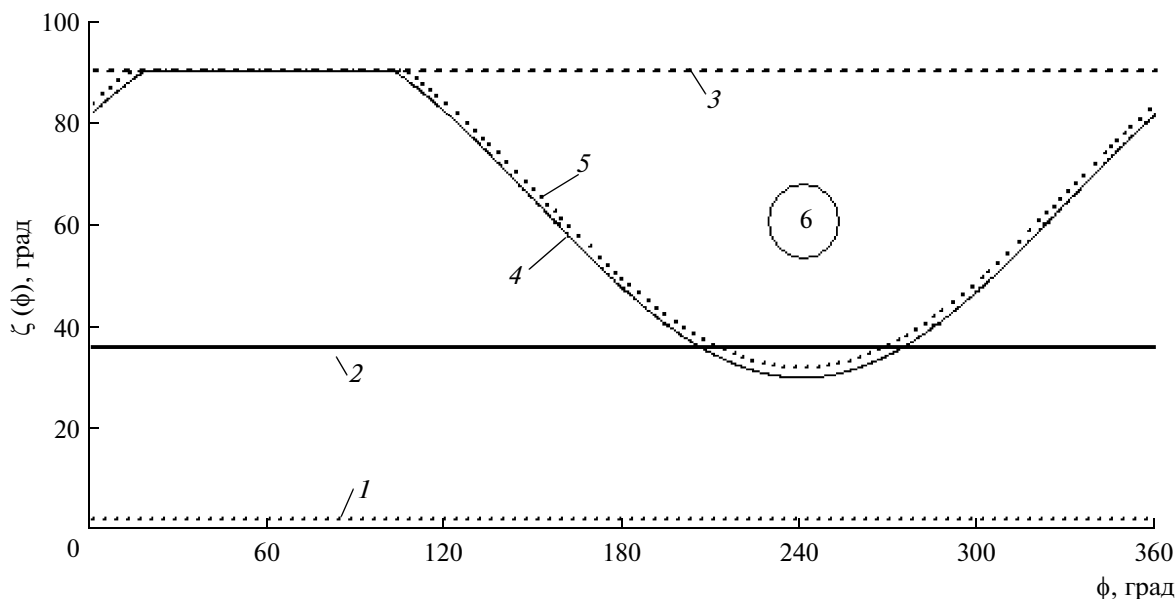


Рис. 2. Углы засветки бленды.

линией  $\zeta_3$ . Функции  $\zeta_4(\phi)$  и  $\zeta_5(\phi)$  выражаются аналитически

$$\zeta(\phi) = \{\mu(\phi)G[\zeta_3 - \mu(\phi)] + \zeta_3G[\mu(\phi) - \zeta_3]\} \times G[\mu(\phi) - \zeta_1] + \zeta_1G[\zeta_1 - \mu(\phi)],$$

$$\mu(\phi) = \arcsin\left(\frac{R_{\oplus} + h_r}{R_{\oplus} + h}\right) + \arccos[\cos\{\max(\beta)\} \cos\{\max(\gamma)\}] \cos(\phi - \phi_0),$$

причем при  $h_r = 0$  точно определена функция  $\zeta_4(\phi)$ , а при  $h_r > 0$  – функция  $\zeta_5(\phi)$ .

При зеркальном типе отражения диафрагм бленды в полосе между  $\zeta_1(\phi)$  и  $\zeta_2(\phi)$  имеют место критические углы засветки, т.е. когда пучки лучей частично попадают на диафрагмы, а частично – на выходной зрачок. Полоса формируется действием оператора (25) и визуализируется в виде переходной зоны между фоновой и прямой освещенностью в приближении зеркальных отражений, но отсутствует в приближении диффузных отражений. Последнее отражает тот факт, что взаимодействие каждого элемента поверхности диафрагм происходит одновременно со всеми макроплощадками, что, собственно, и вызывает необходимость вычисления освещенности каждого элемента поверхности бленды (или входного зрачка бленды) в интегральном виде. При этом одна и та же макроплощадка участвует одновременно в формировании и прямой и фоновой освещенностей. Отсюда следует, что выражение (23) применимо только при зеркальных отражениях, а при диффузных необходи-

мо использовать  $\hat{P}_{dif}[B_{\oplus}]$  в виде выражения (16). Таким образом, действие каждого оператора в (3) осуществляется в прямоугольнике  $[\zeta_1(\phi), \zeta_4(\phi)] \times [0, 2\pi]$ , а результат действия каждого оператора в зависимости от выбранного типа отражений интерпретируется как локальный ( $E$ ) или средний интегральный ( $\bar{E}, K$ ). Последнее наилучшим образом характеризует зеркальные отражения, так как количество ослабленных лучей и их направления в плоскости выходного зрачка бленды имеют случайную пространственную зависимость как от  $\zeta$ , так и от  $\phi$ . И найти ее, скорее всего, можно путем построения семейства локальных индикатрис. В противном случае действие операторов равносильно реализации однородного распределения освещенности, т.е. когда второе и третье слагаемые в (3) приобретают более простой по сравнению с (25) вид

$$\hat{P}_{sp}[B_{\odot}] = \frac{B_{\odot}}{K_{\odot}}, \quad \hat{P}_{sp}[B_M] = \frac{B_M}{K_M}.$$

### ПОЛЯ ОСВЕЩЕННОСТИ В МАКРОМАСШТАБАХ ВРЕМЕНИ

*Входные данные математической модели экспонирования снимков неравнояркой поверхности Земли*

В качестве примера среди светозащищенных систем выберем широкоугольную диоптрическую систему (ДС) с угловой апертурой  $2\zeta_1 = 50^\circ$  и телескопическую систему (ТС) с угловой апертурой  $2\zeta_2 = 3^\circ$  и с коэффициентом центрального



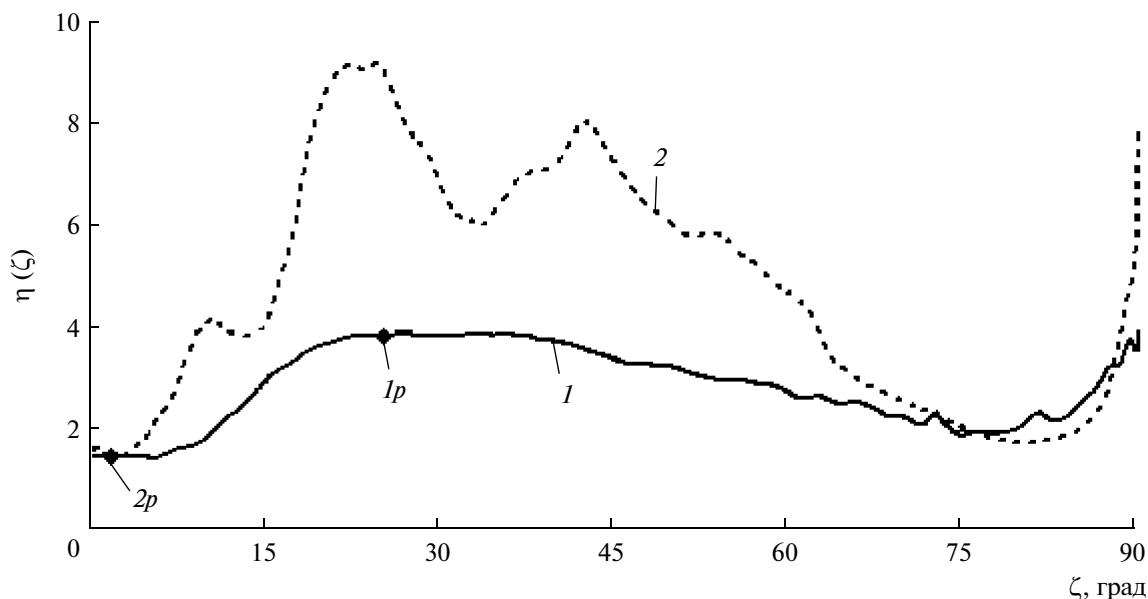


Рис. 3. Функция распределения наиболее вероятного количества зеркальных отражений.

экранирования  $1/4$ . Светозащитные бленды ДС и ТС имеют различные конфигурации, включают 5 диафрагм с комбинированным типом отражения (коэффициенты зеркального и диффузного отражения равны 0.1). Поверхности  $Y$  для ДС и ТС находятся соответственно на расстояниях 0.1 и 4 длин бленд от сечения выходного зрачка бленды. В качестве примера орбиты КА выберем круговую синхронно-солнечную орбиту с наклоном к экватору  $93^\circ$ , а макромасштаб времени – равным длительности прохождения КА участка орбиты от зенита до  $h_{\odot} \approx 10^\circ$  в подспутниковой точке ( $T \approx 20\text{--}22$  мин). В (12)  $\tau_{a0} = 0.5$  и реализуются следующие варианты распределения альbedo: 1) сезонно-широтное, по состоянию на апрель (Склярков и др., 2009); 2) однородное  $\alpha_{\oplus} = 0.35$ . КА с ДС на борту осуществляет плановую съемку с высоты 300 км, а с ТС – перспективную съемку с высоты 700 км при изменении ориентации КА по закону

$$\beta(t) = \frac{\pi}{6} \cos(\omega_{\beta} t) R(t), \quad \gamma(t) = \frac{\pi}{6} \sin(0.5\omega_{\beta} t) R(t), \quad (26)$$

где  $\omega_{\beta} = 0.03$  и  $\psi = 0$ , а интервал плановой съемки определен функцией

$$R(t) = 1 + G(t - 4\pi\omega_{\beta}^{-1}) - G(t - 2\pi\omega_{\beta}^{-1}).$$

*Обсуждение результатов вычислительных экспериментов для полей освещенности в макромасштабах времени*

Для выбранных оптических систем на рис. 3 приведены функции наиболее вероятного коли-

чества отражений. Используемая в вычислениях часть графика функции каждой из оптических систем расположена справа от отмеченных на них ромбов (1p – ДС, 2p – ТС).

**Прямая освещенность.** Графики <sup>2</sup> прямой освещенности в сечении выходных зрачков бленд ДС и ТС представлены соответственно на рис. 4, 5. На рис. 4 график 1 имеет несколько локальных экстремумов, а график 2 с некоторой погрешностью может быть описан комбинацией тригонометрических функций (Романов, 2008б). На рис. 5 в течение времени достижения первого локального минимума, когда КА производит согласно (26) плановую съемку, заметны периодические изменения освещенности на интервале исследования. При  $t > 920$  с имеется незначительное отличие между графиками 1 и 2, связанное с уменьшением влияния ориентации КА и доминированием влияния альbedo в образовании поля освещенности.

**Зеркальный компонент фоновой освещенности.** Для ДС влияние Солнца и Луны не наблюдается, так как их угол засветки локализован выше линии  $\zeta_3(\phi)$  (рис. 2), а между  $\bar{E}_{sp}$  и  $\bar{E}_{inf}$  имеется квазилинейная зависимость. Для ТС сплошная область под кривыми 3a, б (рис. 6) описывает ту часть графика фоновой освещенности, которая дополнительно формируется световыми потоками от Солнца и Луны: промежуток  $\Delta t_1$  под кривой 3a – совместное воздействие Солнца и Луны, промежуток  $\Delta t_2$  под кривой 3б – только от Солнца. Чередование экстремумов свидетельствует о явной

<sup>2</sup> В текущем разделе линия 1 соответствует сезонно-широтному варианту распределения альbedo, 2 – однородному.

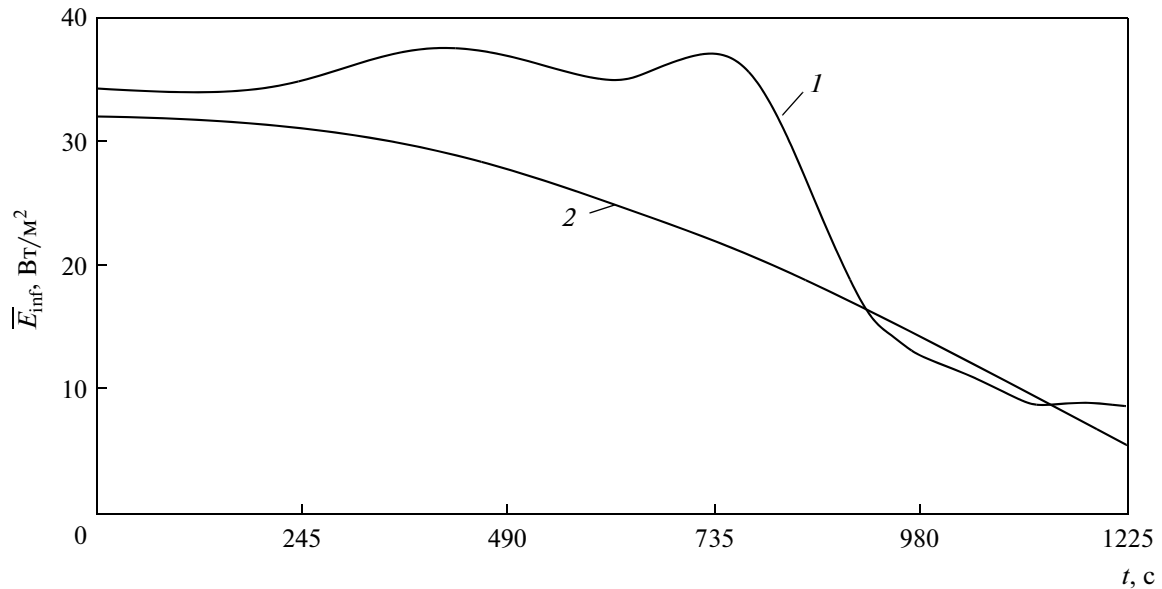


Рис. 4. Прямая освещенность выходного зрачка бленды ДС.

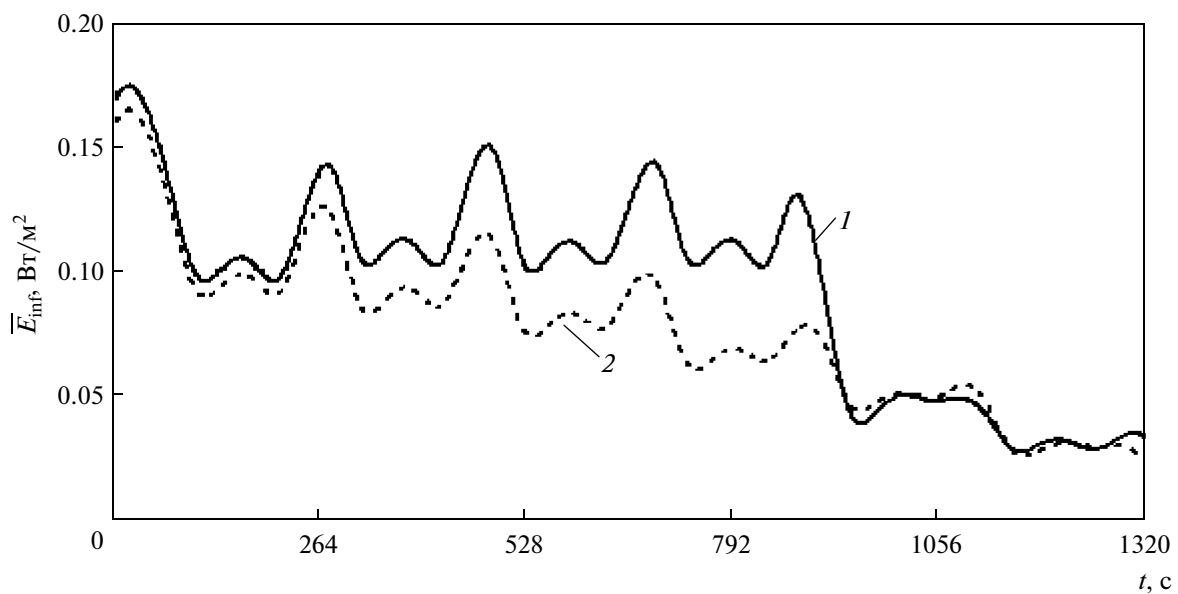


Рис. 5. Прямая освещенность выходного зрачка бленды ТС.

зависимости  $\bar{E}_{sp}$  от ориентации КА. Ординаты функции, описываемойся графиками *3a* и *3б*, аддитивны со значениями функций, описываемых графиками *1* и *2*, и в 80000 раз превышают их (на рис. 6 не показано).

#### Диффузный компонент фоновой освещенности.

График  $\bar{E}_{dif}$  ТС приведен на рис. 7, где также отмечены интервалы действия прямого излучения Солнца и Луны. У ДС наблюдается квазилинейная зависимость между  $\bar{E}_{dif}$  и  $\bar{E}_{inf}$ . При сравнении по-

ведения графиков на интервалах  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  наблюдается рост абсолютных значений  $\bar{E}_{dif}$ , нарушающий чередование экстремумов на графиках функций *1* и *2*, особенно на  $\Delta t_2$ . В остальном прослеживаются те же закономерности, что и для  $\bar{E}_{inf}$  ТС.

В табл. 1 представлены отношения средних интегральных значений компонентов фоновой освещенности к среднему интегральному значению прямой освещенности в зависимости от варианта распределения альbedo и наличия бленды.

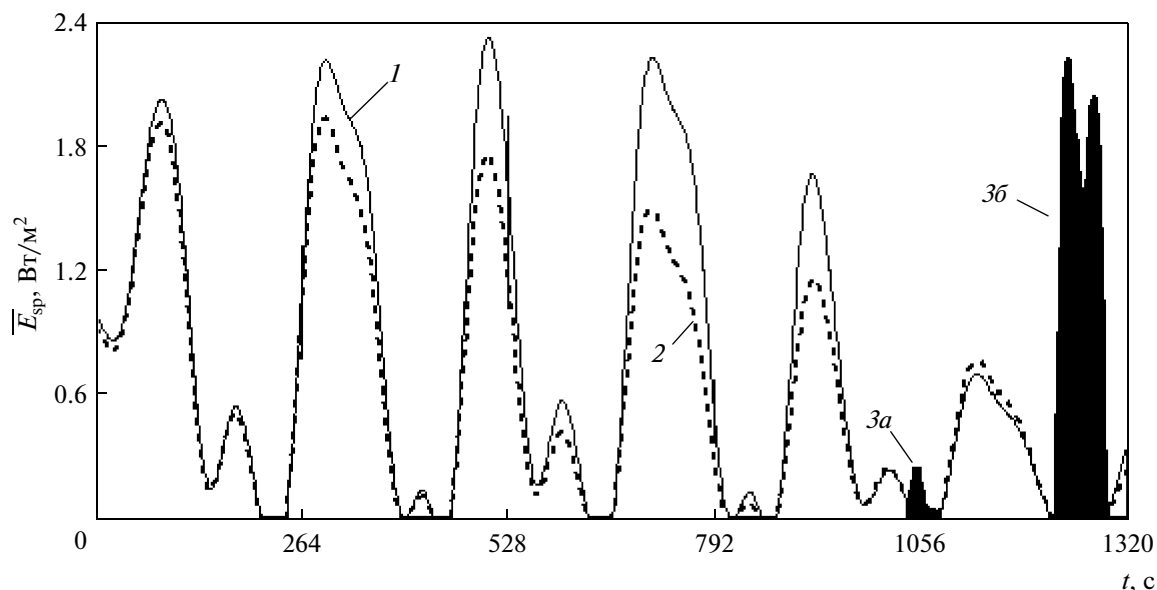


Рис. 6. Зеркальный компонент фоновой освещенности выходного зрачка ТС.

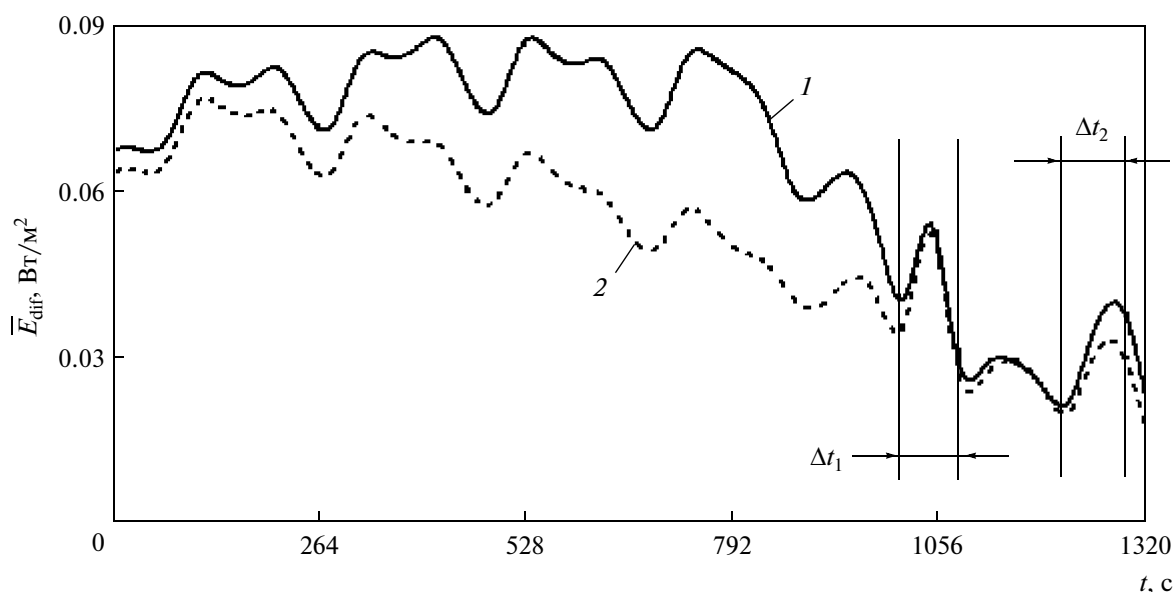


Рис. 7. Диффузный компонент фоновой освещенности ТС.

Наилучшая эффективность светозащиты определена в (2), исходя из соотношения

$$\bar{E}_{inf} \gg \bar{E}_{sp} + \bar{E}_{dif}. \quad (27)$$

Из табл. 1 следует, что бленда ДС эффективно снижает фоновую освещенность, так как в сумме она составляет 1/460 долю от значения прямой освещенности. При этом вклад зеркального компонента в суммарную фоновую освещенность превышает вклад диффузного почти в 6 раз. В отсутствие бленды вклад компонентов в суммарную фоновую освещенность отличается в 2 раза, что

дает превышение уровня фоновой освещенности над прямой освещенностью почти в 20 раз и может привести к переосвещенности поверхности фотоприемника. Снизить уровень фоновой освещенности ДС можно за счет уменьшения коэффициента зеркальных отражений бленды.

Ввиду малости апертурного угла поля зрения ТС прямая освещенность меньше по сравнению с прямой освещенностью ДС в 23 раза, что в свою очередь свидетельствует о явной необходимости светозащиты. Из таблицы видно, что влияние Солнца и Луны на фоновую освещенность ТС по

**Таблица 1.** Соотношения между средними интегральными значениями компонентов освещенности

Распределение альbedo	Компонент					
	$\bar{E}_{inf}$ , Вт/м <sup>2</sup>	$\frac{\bar{E}_{sp}}{\bar{E}_{inf}}$			$\frac{\bar{E}_{dif}}{\bar{E}_{inf}}$	$\frac{\bar{E}_{dif} + \bar{E}_{sp}}{\bar{E}_{inf}}$
		от Земли	от Солнца и Луны	суммарная		
Широтное Однородное	28.28	$2.171 \times 10^{-3}$	0	$2.171 \times 10^{-3}$	$3.689 \times 10^{-4}$	$2.540 \times 10^{-3}$
	22.81	$2.177 \times 10^{-3}$		$2.177 \times 10^{-3}$	$3.697 \times 10^{-4}$	$2.547 \times 10^{-3}$
Широтное Однородное	28.28	13.62	0	13.62	6.422	20.042
	22.81	13.659		13.66	6.431	20.09
Широтное Однородное	$93 \times 10^{-3}$	$9.573 \times 10^{-5}$	0.904	0.905	0.706	1.611
	$76 \times 10^{-3}$	$9.535 \times 10^{-5}$			0.693	1.801
Широтное Однородное	$93 \times 10^{-3}$	176.67	129.95	306.62	1157.18	1439.97
	$76 \times 10^{-3}$	174.84		304.79	1138.74	1443.53

условию (27) оказывается критическим как при наличии бленды, так и в ее отсутствие, что может привести к переосвещенности поверхности фотоприемника во время экспонирования. С другой стороны, если исключить из рассмотрения интервалы  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  (рис. 7), то в соответствии с поведением графиков 1 и 2 на рис. 6, 7 прямая и фоновая освещенности будут примерно одинаковы.

Бленда ДС согласно табл. 1 и условию (27) осуществляет эффективную светозащиту, а тот факт, что в таблице фоновая освещенность в сечении выходного зрачка бленды ТС на 60% превышает прямую освещенность, иллюстрирует лишь один из многочисленных сценариев генерации фоновой засветки. Для снижения уровня фоновой освещенности ТС можно одинаковым образом снижать коэффициенты диффузного и зеркального отражений поверхности диафрагмы бленды, либо изменять конфигурацию бленды ТС так, чтобы функция распределения  $\eta(\zeta)$  при  $\zeta > 60^\circ$  имела большее значение ординаты локального минимума по сравнению с имеющимся.

**ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ**

*ИФВ по экспозиции*

Связь между масштабами времени выражается последовательностью интервалов экспонирования и межмаршрутных интервалов (Романов, Куклев, 2002)

$$T = \sum_i (\Theta_i + \tau_i), \quad i = \overline{1, I}. \tag{28}$$

Время экспонирования в (28) представим ступенчатой функцией, принимающей ненулевые значения на интервалах экспонирования

$$\Omega(t) = \sum_i \tau_i C_i(t), \tag{29}$$

$$C_i(t) = \text{sign} \{ \text{sign} [t - \xi_i] - \text{sign} [t - (\xi_i + \tau_i)] \},$$

$$\xi_i = -\tau_i + \sum_j (\Theta_j + \tau_j), \quad c(t) = \sum_i C_i(t).$$

Здесь  $\xi$  идентифицирует моменты начала съемки, а функция  $c(t)$  определяет распределение интервалов экспонирования в течение времени  $T$ . Если время  $\tau_i$  одинаково для  $N$  фрагментов изображения, то в этом частном случае оно определено выражением (1). В общем же случае времена экспонирования фрагментарно различны, т.е.

$$H_{ni} = \int_0^{\tau_{ni}} \bar{E}_n(t) dt, \quad \bar{E}_n(t) = F_n^{-1} \int_{F_n} c(t) \mathfrak{G}(x, y) E(x, y, t) dF, \tag{30}$$

где  $n = \overline{1, N}$  – порядковый номер фрагмента изображения;  $\mathfrak{G}$  – локальный коэффициент пропускания;  $F$  – площадь фрагмента. Для получения удовлетворительного качества изображения каждое значение  $H_{ni}$  должно принадлежать диапазону допустимых значений, определяемых, например, спектральным распределением экспозиции. Следовательно, экспозицию (30)<sub>1</sub> следует вычислять

<sup>3</sup> Далее по тексту статьи фрагментом изображения считается участок на поверхности  $Y$  оптической системы (зеркало, линза). Примеры сетки фрагментов показаны на рис. 8 и рис. 9.

при заданном (или вычисленном) распределении освещенности (30)<sub>2</sub> с учетом ограничения  $H_{\min} \leq H_{ni} \leq H_{\max}$ .

Различие между эффективной выдержкой и  $\tau_{ni}$  проявляется в миллимасштабах времени, если наблюдается тренд значений функции освещенности, вызванный вариациями поля яркости поверхности Земли, регистрируемыми в поле зрения оптической системы. По интенсивности воздействия к слабым вариациям отнесем те, которые обусловлены диффузным отражением света от поверхности Земли, а к сильным – зеркальным отражением. При этом учтем, что сильные порождаются объектами высокой яркости (ОВЯ) в результате отражения света от твердой поверхности (снежные шапки), от поверхности воды (солнечные “зайчики”) и т.п.

В условиях космической съемки тренд функции освещенности сопровождается формированием мод прямой освещенности. Обозначим производящую их функцию как  $A(x, y, t)$ . Допуская, что  $n$ -й фрагмент изображения занимает прямоугольную область  $[x_n, x_{n+1}] \times [y_n, y_{n+1}]$ , его положение в плоскости анализа определяется функцией

$$\begin{aligned} & \text{rect}_{jk}(x, y) = \\ & = [G(x - X_j) - G(x - X_{j+1})][G(y - Y_k) - G(y - Y_{k+1})], \end{aligned}$$

где  $J, K$  – соответственно количество строк и столбцов фрагментированного оптического изображения;  $X_j, Y_k$  – координаты угловых точек фрагментов ( $j = \overline{1, J}, k = \overline{1, K}$ ). Порядковый номер фрагмента изображения определяется функцией координат

$$n'(x, y) = \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^{K-1} [j + (J-1)(k-1)] \text{rect}_{jk}(x, y), \quad (31)$$

где состояние  $n' < 1$  означает, что макроплощадка не проектируется на поверхность  $\Upsilon$ . В результате образуются равнозначные формы записи  $A(x, y, t) \equiv A_n(t)$ . Тогда ИФВ по экспозиции запишется в виде

$$\int_0^{\Omega_n(t)} \bar{E}_n(\theta) \bar{A}_n(\theta) d\theta \in [H_{\min}, H_{\max}], \quad (32)$$

где  $\Omega_n(t)$  определено на априори неизвестном множестве  $\{\tau_{ni}\}$ , возможно, включающем численное значение эффективной выдержки. Решением ИФВ (32) является функционал, образованный включениями  $D_i$ . Каждое из них ограничивает диапазон допустимых значений времени экспонирования одновременно для совокупности всех

фрагментов изображения и формально определяется как

$$\begin{aligned} (\forall i) \exists \{\mathbf{R}_i\} &= \bigcap_{n=1}^N \left\{ \left\{ \begin{array}{l} \inf \{\tau_{ni}\} \\ \sup \{\tau_{ni}\} \end{array} \right\} \right\} \neq \\ &\neq \emptyset \rightarrow D_i \in [\inf \{\mathbf{R}_i\}, \sup \{\mathbf{R}_i\}], \end{aligned}$$

где инфимум дается решением (32) с правой частью  $H_{\min}$ , а супремум – с  $H_{\max}$ . Поэтому функционал, определяющий диапазон допустимых времен экспонирования, исходя из ограничений по экспозиции, есть

$$\tilde{\tau}_H(t) = \sum_{i=1}^I D_i C_i(t). \quad (33)$$

### ИФВ по смазу

Для функционала (33) определим ограничения, связанные с изменением качества изображения под действием смаза. Запишем смаз как

$$\delta(x, y, t) = \int_0^{\tau} \|\mathbf{v}(x, y, t)\| dt, \quad (34)$$

где  $\mathbf{v}$  – вектор скорости движения оптического изображения (Батраков, 1984). К возможным ограничениям в (34) относятся изменения верхнего предела интегрирования и подынтегральной функции. Верхний предел зададим априори заданным значением времени экспонирования  $\tau'$ . Поскольку уменьшение смаза улучшает качество изображения, то с этой целью используется компенсация скорости движения изображения (Каллайда и др., 1988; Миллер, Рубинович, 2007). Для оценки величины скорости компенсации рассмотрим некоторые аспекты построения движущегося оптического изображения. В рамках геометрической оптики для этого достаточно знать направляющие косинусы светового пучка, охватывающего каждый фрагмент изображения, заднее фокусное расстояние  $f'$  и расстояние  $l_f$  от начала координат бленды до задней узловой точки оптической системы.

Обозначим  $\tilde{\mathbf{N}}, \tilde{\mathbf{g}}^{(n)}$  – векторы направляющих косинусов вдоль линии оптической оси бленды и информационного потока, идентифицируемые с  $n$ -м фрагментом изображения и заданные в СКБ. Переходя к уравнению прямой, получаем радиус-вектор центра фрагмента изображения в СКБ

$$\mathbf{r}_n = f' \left[ \left( \tilde{\mathbf{g}}^{(n)} \tilde{\mathbf{N}} \right) - \cos(\zeta) \right] \frac{\tilde{\mathbf{g}}^{(n)}}{\tilde{g}_z^{(n)}} + (0 \ 0 \ l_f)^T. \quad (35)$$

Для перехода в систему координат, связанную с поверхностью фотоприемника, достаточно транслировать аппликату вектора  $\mathbf{r}_n$  на  $-(f' + l_f)$ . При

дифференцировании (35) по времени получаем вектор  $\mathbf{v}_n$ , определяющий подынтегральное выражение в (34). При компенсации скорости движения изображения он имеет вид

$$\mathbf{v}_n = f'G \left[ \left( \tilde{\mathbf{g}}^{(n)} \tilde{\mathbf{N}} \right) - \cos(\zeta) \right] \frac{d}{dt} \left\{ \begin{matrix} \tilde{\mathbf{g}}^{(n)} \\ \tilde{g}_z^{(n)} \end{matrix} \right\} - \mathbf{v}_c^{(n)}, \quad (36)$$

где  $\mathbf{v}_c$  – скорость компенсации. Скалярное произведение в (36) инвариантно для каждого фрагмента изображения относительно любых преобразований, связанных с изменением ориентации КА. Поэтому для представления вектора (36) в СКБ требуется переход от ГэСК к СГСК через последовательность приведенных выше промежуточных матричных преобразований.

Поиск производной по времени в (36) сопряжен с вычислением каскада производных от функций, связанных с координатами поверхности Земли и центра масс КА, что чрезвычайно усложняет процедуру решения ИФВ по смазу. В связи с этим обратим внимание на то, что в (36) ищется производная функции, которая фактически представляет собой один из вариантов проективного преобразования в фотограмметрии. Такое точное соответствие исключает необходимость вывода явного вида (36), в результате чего появляется возможность применять известные соотношения (Батраков, 1984; Урмаев, 1989). Так, выражение дальности от центра  $n$ -го фрагмента изображения до точки на сферической поверхности Земли имеет вид

$$d_n = q_z^{(n)} R_s - \sqrt{R_s^2 \left[ \left( q_z^{(n)} \right)^2 - 1 \right] + R_\oplus^2}, \quad (37)$$

где  $R_s, R_\oplus$  – геоцентрическое расстояние соответственно до центра масс КА и поверхности Земли. В системе координат фотоприемника

$$\mathbf{q}^{(n)} = \frac{M_7}{\sqrt{x_n^2 + y_n^2 + [f']^2}} (x_n \ y_n \ f')^T.$$

Матрица перехода к фотограмметрической системе координат есть

$$M_7 = M_3(-\beta)M_2(-\gamma)M_1(-\psi),$$

где направляющие косинусы совпадают по форме записи с приведенными выше. Подставляя (37) в формулы скорости движения изображения (Батраков, 1984, 1989), получаем явный вид произведения  $f'$  на производную по времени в (36), а в полученном выражении с замененной производной – вектор скорости (36). В дальнейших действиях процедура построения ИФВ по смазу аналогична

(30)<sub>1</sub>–(32). Поэтому с учетом (36) ИФВ по смазу примет вид

$$\Omega_n'(t) = \int_0^{\Omega_n(t)} \|\mathbf{v}_n(\theta)\| d\theta \in [\delta_{\min}, \delta_{\max}], \quad (38)$$

где время экспонирования записывается в виде комбинации функций (29) как

$$\Omega_n'(t) = \Omega_n(t)G[\tau' - \Omega_n(t)] + \tau'G[\Omega_n(t) - \tau'].$$

### Фоновая освещенность

В (2) локальное распределение фоновой освещенности записывается как

$$E_{bg}(x, y, t) = \bar{E}_{sp}(t) + \hat{P} \left[ \sum_{n=1}^N \bar{E}_{dif}(x_n, y_n, t) rect_{jk}(x_n, y_n) \right], \quad (39)$$

где действует оператор

$$\hat{P}[\phi] = \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^{K-1} \phi_{jk} rect_{jk}(x, y).$$

Относительно явного вида  $\bar{E}_{sp}$  отметим следующее. Диффузный компонент функции освещенности описывается с помощью оператора  $\hat{P}_{dif}$ , который задает полю фоновой освещенности точную координатную привязку в плоскости выходного зрачка светозащитной бленды. С зеркальным компонентом дело обстоит сложнее, так как в одной и той же малой области пространства может пересекаться множество трассируемых световых лучей. В связи с этим в рамках статьи предполагается, что для корректного описания локального распределения зеркального компонента освещенности в плоскости выходного зрачка бленды требуется построение семейства локальных индикатрис. В настоящее время оно представляет собой самостоятельную проблему, решение которой не представлено в рамках статьи. Поэтому далее считается, что поле освещенности, формируемое зеркальным компонентом, равномерно распределено в сечении выходного зрачка бленды и, следовательно, по поверхности  $\Upsilon$ .

### Прямая освещенность

Выше было показано, что при больших углах поля зрения оптической системы графики функций  $\bar{E}_{inf}(t)$  и  $\bar{E}_{bg}(t)$  за время исследования качественно подобны, так как для макроплощадок разной величины сезонно-широтное распределение поля альбедо останется неизменным. Поэтому будем считать, что в миллимасштабах времени слабые вариации яркости образуют детерминиро-

ванный компонент  $B^{(d)}$ , а сильные — случайный компонент  $B^{(r)}$ . Тогда в точке поверхности Земли, определенной радиусом-вектором  $\mathbf{r}_\oplus$ , во время экспонирования яркость в направлении центра масс КА определена зависимостью

$$B(\mathbf{r}_\oplus, t) = [B^{(d)}(\mathbf{r}_\oplus, t) + B^{(r)}(\mathbf{r}_\oplus, t)]c(t).$$

Ввиду неотрицательности яркости  $B^{(r)} \in (-B^{(d)}, b)$ ,  $b < \infty$ . Учитывая, что каждый ОВЯ занимает конечную площадь  $s_n$ , при условии  $s_n \ll s_\oplus$  для всех фрагментов изображения

$$\sum_n B_{ni}^{(r)} s_n > 0. \quad (41)$$

Теперь, принимая во внимание лишь зеркальный компонент яркости ОВЯ, получаем, что практически реализуемое значение  $b$  в условиях абсолютно прозрачной атмосферы ограничено в сумме с  $B^{(d)}$  солнечной постоянной. Более высокое положение верхней границы возможно при формировании мод искусственными источниками света.

Определим нормировку функции распределения мод прямой освещенности в интегральном виде

$$(\forall n) \exists A_n \rightarrow \int_0^\tau \int_{s_\oplus} (A_n - 1) dS dt > 0. \quad (41)$$

Поскольку все макроплощадки равны по площади, то в стохастическом поле яркости на каждую площадку приходится разное количество макроплощадок (или их долей) в зависимости от ранжирования значений  $s_n$ . Чтобы оценить вклад ОВЯ в образование неоднородного поля яркости и формирование мод функции освещенности, используя (40) и (41), введем показатель

$$h_i = \frac{\left\{ \sum_n B_{ni}^{(r)} s_n G[B_{ni}^{(r)} - B_{ni}^{(d)}] \right\}}{\left\{ \sum_n B_{ni}^{(r)} s_n G[B_{ni}^{(d)} - B_{ni}^{(r)}] \right\}}.$$

Он характеризует отношение суммарной яркости поверхности Земли, занятой всеми ОВЯ в поле зрения оптической системы, к яркости остальной части поверхности в пределах поля зрения. В связи с этим будем считать, что моды функции прямой освещенности образуются при

$$h_i > 1. \quad (42)$$

Перейдем к модели стохастического двумерного поля яркости поверхности Земли в безоблачных условиях съемки (Бондур, 2000; Бондур и др., 2003). Предположим, что на интервалах экспонирования  $M_i$  макроплощадок ( $m = 1, M_i$ ) проектируется в  $N$  фрагментов изображения. Для  $m$ -й мак-

роплощадки случайное значение яркости поверхности Земли без учета ОВЯ есть

$$B_{mi}' = B_{mi}^{(d)} \exp(Y_{mi}), \quad (43)$$

$$Y_{mi} = \frac{\beta_{mi} - \mu_i}{\sigma_i} (S_v)_i - 0.5 (S_v)_i^2, \\ (S_v)_i^2 = \ln \left[ 1 + \sigma_i^2 \left\{ M_i / \sum_{m=1}^{M_i} B_{mi}^{(d)} \right\}^2 \right],$$

где  $\beta_{mi}$  — случайное значение яркости;  $\mu_i, \sigma_i$  — математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение выборки на  $i$ -м интервале экспонирования. Результаты вычислительного эксперимента по моделированию поля яркости (43) показывают, что условие (42) не выполняется или выполняется очень редко. Поэтому с целью повышения вероятности его выполнения модифицируем (43), представив в виде суммы

$$B_{mi}^{(r)} = \gamma_{mi} B_{mi}' G[B_{mi}' - B_{mi}^{(d)}] + B_{mi}' G[B_{mi}^{(d)} - B_{mi}'], \quad (44)$$

где случайные значения  $\gamma_{mi} > 1$  выбираются таким образом, что в  $i$ -й момент времени гарантируется выполнение условия  $\max(B') \leq b$ . Результаты вычислительных экспериментов по моделированию яркости (44) показывают, что для такого преобразования условие (42) выполняется с вероятностью, близкой к единице, поскольку в среднем  $h_i > 3$ . Тогда для функции распределения мод прямой освещенности в (32), получаем

$$A_n(t) = V_n(t) \sum_{i=1}^I C_i(t) \sum_{m=1}^{M_i} [B_{mi}^{(r)} / B_{mi}^{(d)}], \quad (45)$$

где  $V_n$  — дискретный (по фрагментам) аналог функции видимости  $m$ -й макроплощадки и  $n$ -го фрагмента изображения в течение времени экспонирования, определяемый с помощью (31) и компонентов вектора скорости движения изображения

$$V_n(t) = 1 - G \left\{ n - n' \left[ x_n + \int_0^{\Omega_n(t)} v_{nx}(x_n, y_n, \theta) d\theta, \right. \right. \\ \left. \left. y_n + \int_0^{\Omega_n(t)} v_{ny}(x_n, y_n, \theta) d\theta \right] \right\}.$$

Подставляя (45) в (32), получаем ИФВ по экспозиции с учетом влияния ОВЯ на состояние стохастического поля яркости неравнояркой поверхности Земли.

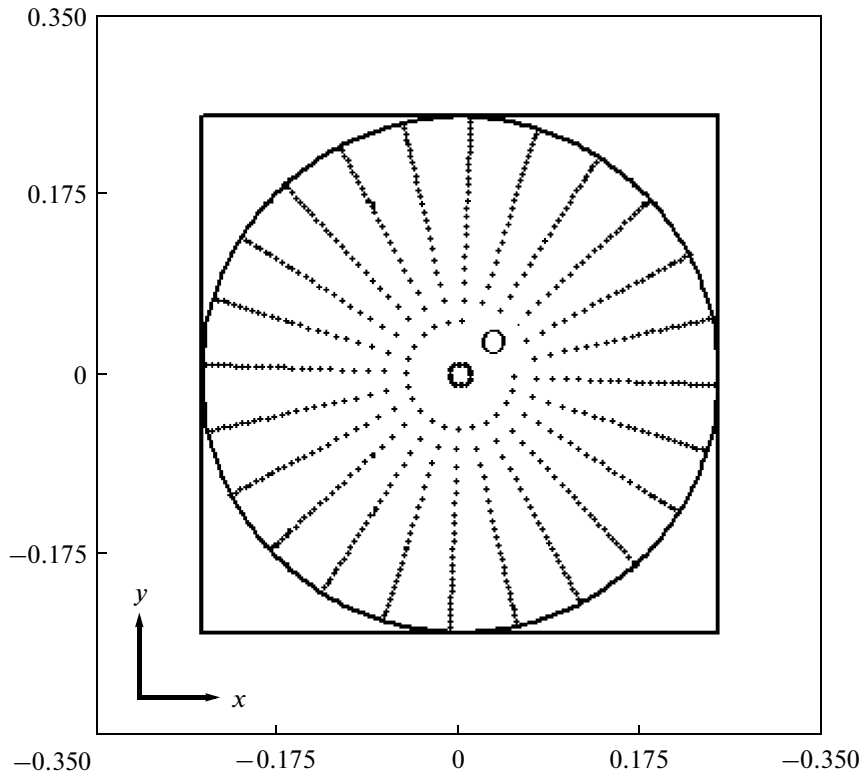


Рис. 8. Сетка узлов (плановая съемка,  $t = 34$  с).

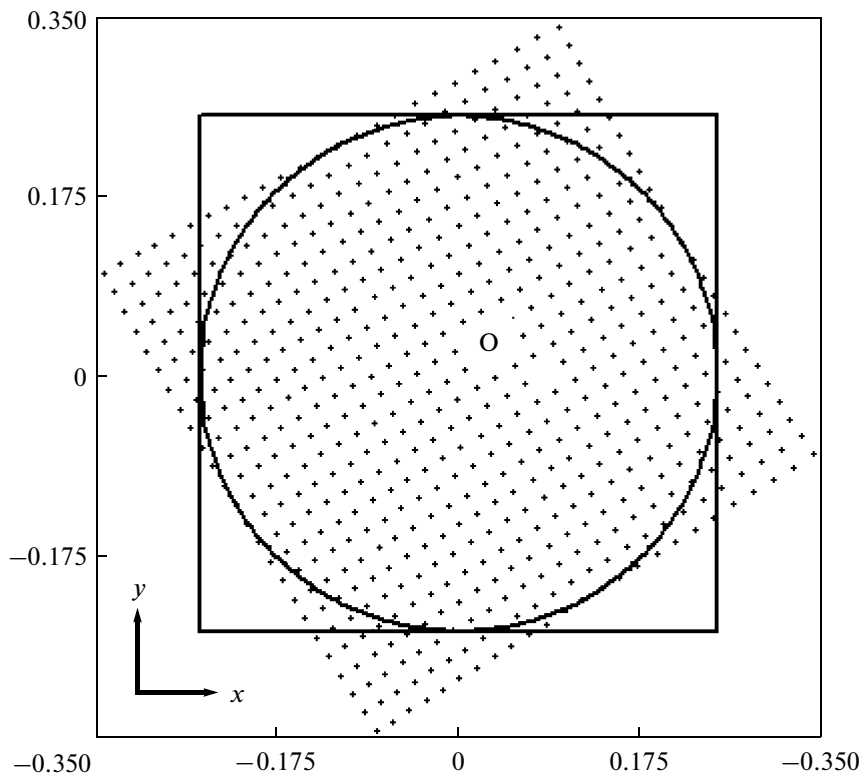


Рис. 9. Сетка узлов (перспективная съемка,  $t = 1047$  с).



**Таблица 2.** Максимумы локальной освещенности

Освещенность, Вт/м <sup>2</sup>	Момент времени съемки $t$ , с		
	34	1047	1082
$\max(E_{\text{inf}})$	0.998	0.352	0.371
$\max(E_{bg})$	3.016	16.327	1.923
$\max(E_r)$	1.241	0.75	1.1
$\max(E)$	5.973	19.466	3.898

### ПОЛЯ ОСВЕЩЕННОСТИ В МИЛЛИМАСШТАБАХ ВРЕМЕНИ

На рис. 8, 9 показана сетка граничных точек фрагментов изображения. В дальнейшем подразумевается, что поверхность  $Y$  представляет собой оптическую поверхность главного зеркала ТС с фокусным расстоянием  $f' = 9.55$  м. Сетка на указанных рисунках образована  $7 \times 7$  фрагментами изображения, охватывающими контур поля зрения — окружность с центром  $O$ .

При переходе от плановой к перспективной съемке происходит трансформация сетки, сопровождающаяся деформацией проекций макроплощадок, регистрируемых в виде искажений прямоугольной формы фрагментов изображения. Так, на рис. 8 видно симметричное расположение узлов, сгущающихся при удалении от точки  $O$  к краю поля зрения. На рис. 9 сетка имеет почти равномерное разбиение, но прослеживается азимутальное расхождение узлов от правого верхнего угла рисунка к левому нижнему из-за разной удаленности макроплощадок от подспутниковой точки и кривизны поверхности Земли.

Граничные точки макроплощадки проектируются согласно преобразованию (35) во фрагменты с координатами граничных точек  $(x_m, y_m)$ . При их подстановке в (31) получаем искомый номер фрагмента изображения. Имея соответствие между номером макроплощадки и номером фрагмента изображения, искомое преобразование запишем как

$$E_{\text{inf}}(x, y, t) = \hat{P} \left[ \frac{1}{\Delta F} \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^{M_i} C_i(t) \frac{E'_{\text{inf}}(x_m, y_m, t)}{\Theta_{jki}} \right], \quad (46)$$

где  $E'_{\text{inf}}$  имеет пространственно-временную привязку освещенности к участкам поверхности Земли в моменты экспонирования;  $\Delta F$  — площадь фрагмента изображения;

$$\Theta_{jki} = G \left[ 1 - \sum_{m=1}^{M_i} \text{rect}_{jk}(x_m, y_m) \right] + \sum_{m=1}^{M_i} \text{rect}_{jk}(x_m, y_m)$$

— количество расчетных точек, проецирующихся на фрагмент в  $j$ -й строке и  $k$ -м столбце сетки. Ввиду того, что в (46) производится суммирова-

ние, получаем в соответствии с (30)<sub>2</sub>  $E_{\text{inf}}(x, y, t) = \bar{E}_{\text{inf}}(x, y, t)$ . Заметим, что прямая освещенность (46) моделируется таким образом, что при отсутствии “попадания” проекции центральной точки хотя бы одной из  $M_i$  макроплощадок в какой-либо фрагмент изображения действие оператора  $\hat{P}[\phi]$  порождает отсутствие освещенности этой области. Поэтому для корректного вычисления (46) количество макроплощадок ограничим снизу некоторым числом, минимальное значение которого можно подобрать, исходя из совместности выполнения следующих условий:

$$\min \left\{ \hat{P} \left[ \sum_{m=1}^{M_i} \text{rect}_{jk}(x_m, y_m) \right] \right\} \geq 1, \quad n'(x_m, y_m) \geq 1.$$

В другом виде оно формулируется в виде равенства

$$G \left[ \min \left\{ \hat{P} \left[ \sum_{m=1}^{M_i} \text{rect}_{jk}(x_m, y_m) \right] \right\} \right] + G[n'(x_m, y_m)] = 2. \quad (47)$$

### Обсуждение результатов вычислительных экспериментов для полей локальной освещенности

Проведем качественный анализ полей локальной освещенности. На рис. 10–17 показаны изоплеты освещенности главного зеркала ТС, полученные в ходе вычислений полей освещенности в макромасштабах времени в различные моменты времени (для удобства анализа предполагалась стационарность стохастического поля яркости за время  $T$ ). Данные представлены нормированными на максимум в градации от 0 до 1 с шагом 0.1, а в табл. 2 записаны значения максимумов локальной освещенности, относительно которых производилось построение полей освещенности.

Из табл. 2 следует, что максимум прямой освещенности (46) при плановой съемке на порядок превышает максимумы освещенности при перспективной съемке: в начале интервала исследования КА находится вблизи зенитной точки и требуется минимальное время экспонирования. Во время перспективной съемки (после 50-й секунды) уменьшению освещенности способствует уменьшение высоты Солнца над уровнем местного горизонта и изменение ориентации КА. Относительно максимумов фоновой освещенности (39) следует отметить, что здесь играет большую роль соотношение между вкладом в освещенность зеркального и диффузного компонентов. В частности, влияние Солнца и Луны значительно увеличивает негативное влияние фона на качество изображения, а поскольку генерируемый светозащитной блендой фон не является однородным по полю зрения ТС, то влияние ОВЯ на

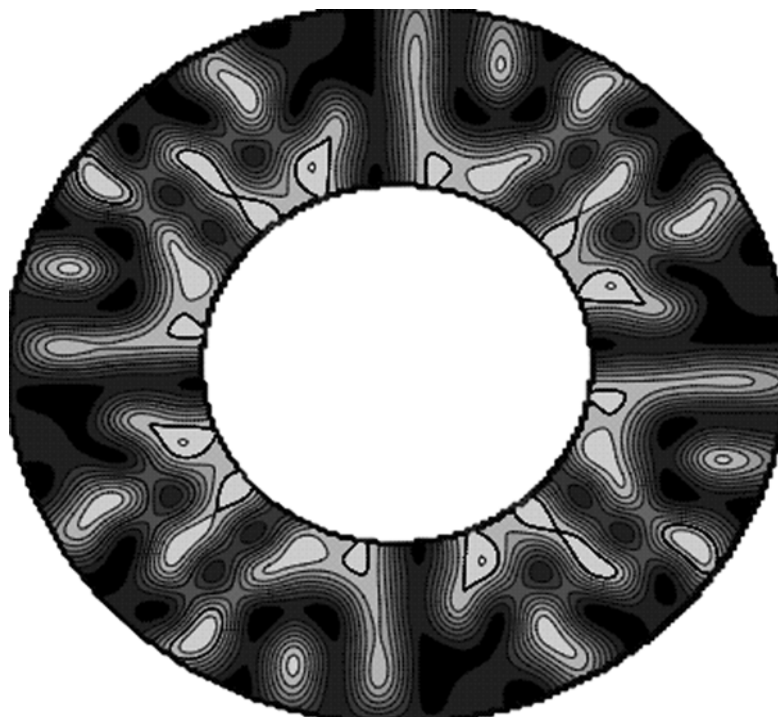


Рис. 10. Изоплеты поля прямой освещенности (плановая съемка,  $t = 34$  с).

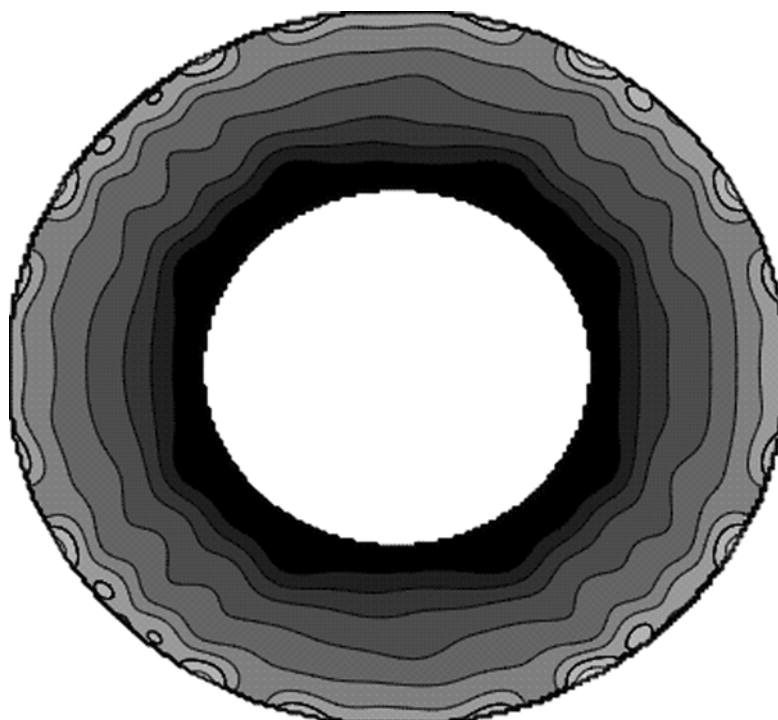


Рис. 11. Изоплеты поля фоновой освещенности (плановая съемка,  $t = 34$  с).

локальное изменение прямой освещенности неоднозначно.

На рис. 10 приведены изоплеты поля прямой освещенности абсолютно светозащищенной ТС

( $E_{bg} = 0$ ) при плановой съемке. Радиальное направление расположения участков естественной освещенности от объектов, порожденных распределением детерминированного компонента яр-

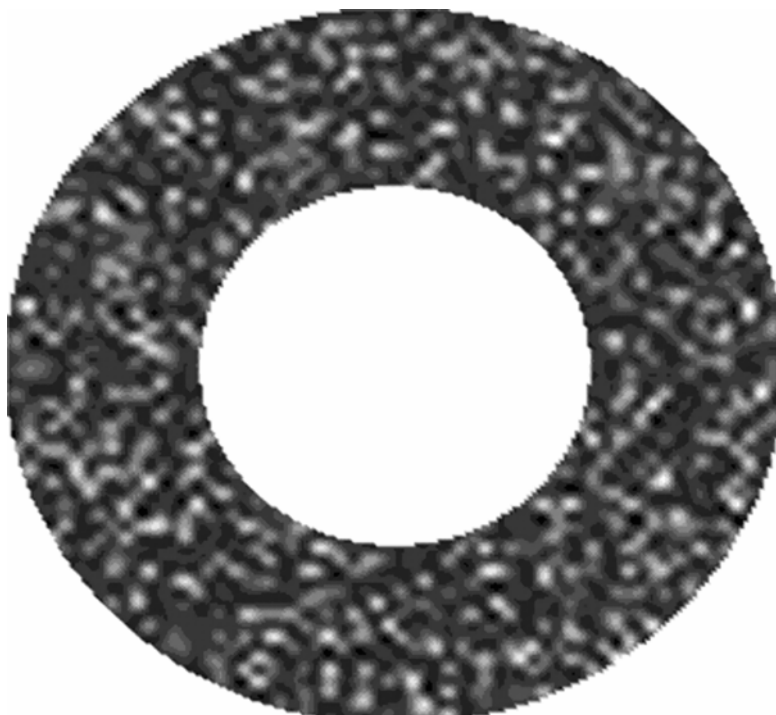


Рис. 12. Изоплеты поля яркости поверхности Земли, формируемые ОВЯ.

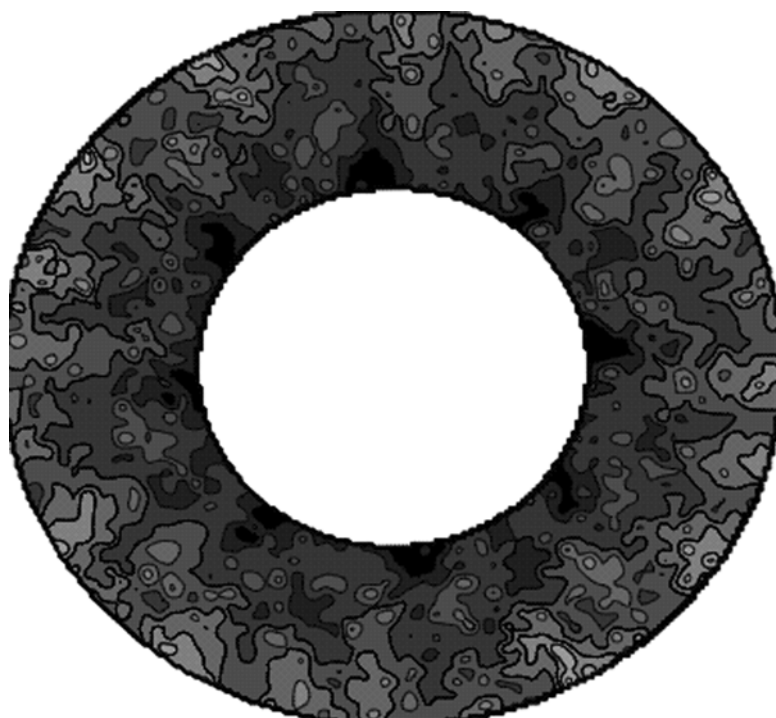


Рис. 13. Изоплеты локальной освещенности с учетом ОВЯ (плановая съемка,  $t = 34$  с).

кости, чередуется с областями более низкой освещенности. На рис. 11 приведены изоплеты поля фоновой освещенности ТС при плановой съемке. Наблюдается плавное возрастание уровня освещенности от внутреннего края главного зеркала

ТС к внешнему краю. При этом контуры слабо “изрезаны”, а ограниченное ими пространство представляет собой совокупность односвязанных областей, распространяющихся до внешнего края. Поскольку на момент  $t = 34$  с съемка произ-

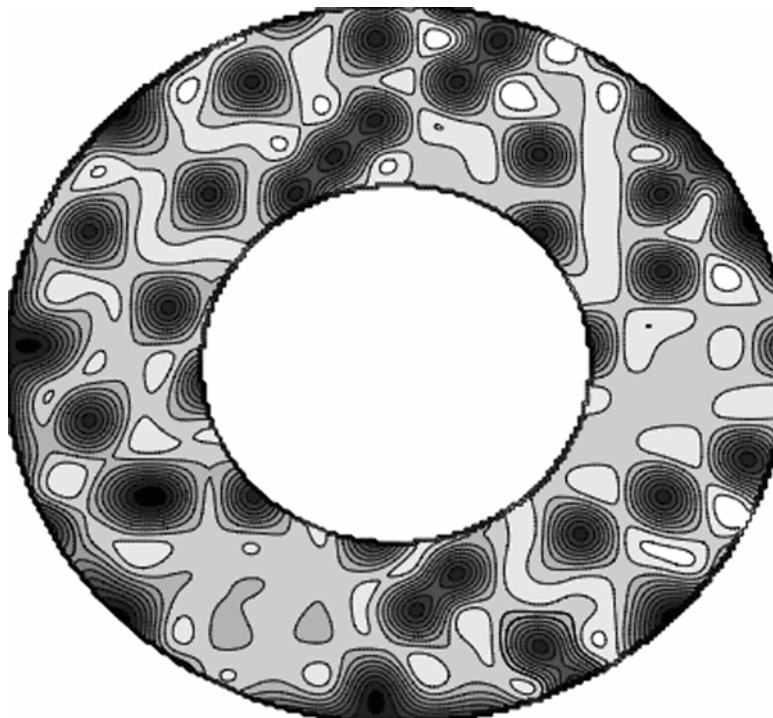


Рис. 14. Изоплеты поля прямой освещенности (перспективная съемка,  $t = 1047$  с).

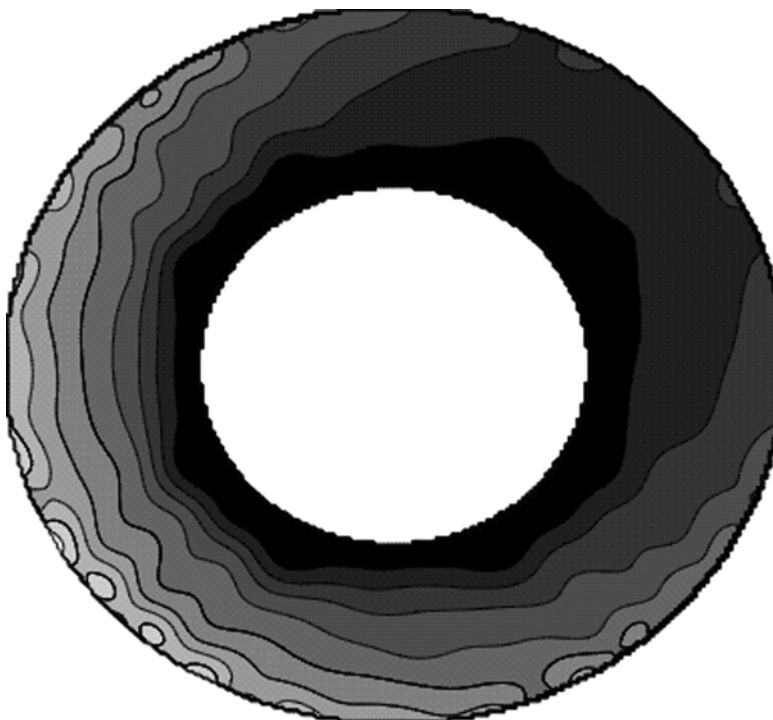


Рис. 15. Изоплеты поля фоновой освещенности (перспективная съемка,  $t = 1047$  с).

водится вблизи зенита, то здесь наибольшее влияние на  $E_{bg}$  оказывает форма поверхности Земли, формирующая квазисесимметричную картину.

На рис. 12 показаны изоплеты поля яркости, создаваемого множеством ОВЯ, с показателем  $h_i = 4.3$ . Количество ОВЯ в поле зрения составило

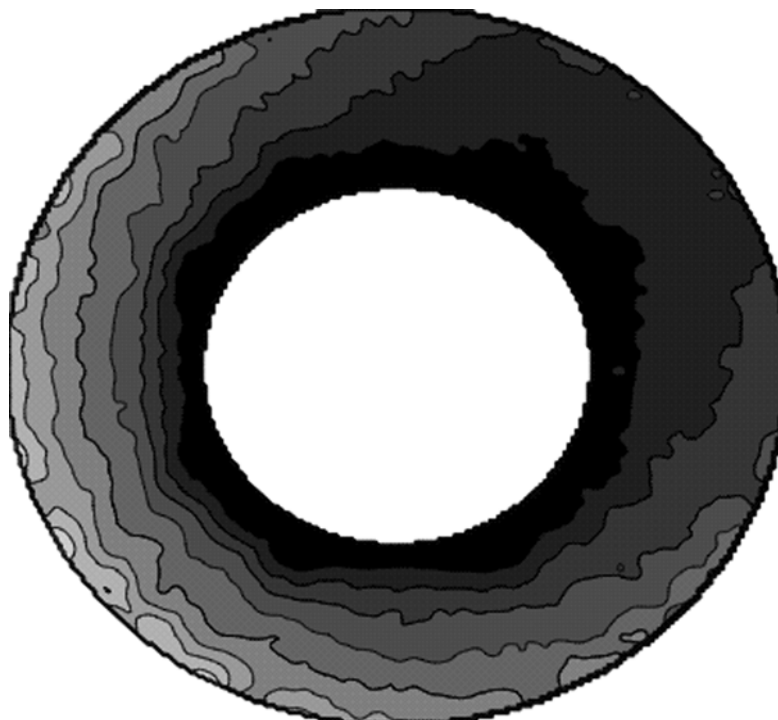


Рис. 16. Изоплеты локальной освещенности с учетом ОВЯ (перспективная съемка,  $t = 1047$  с).

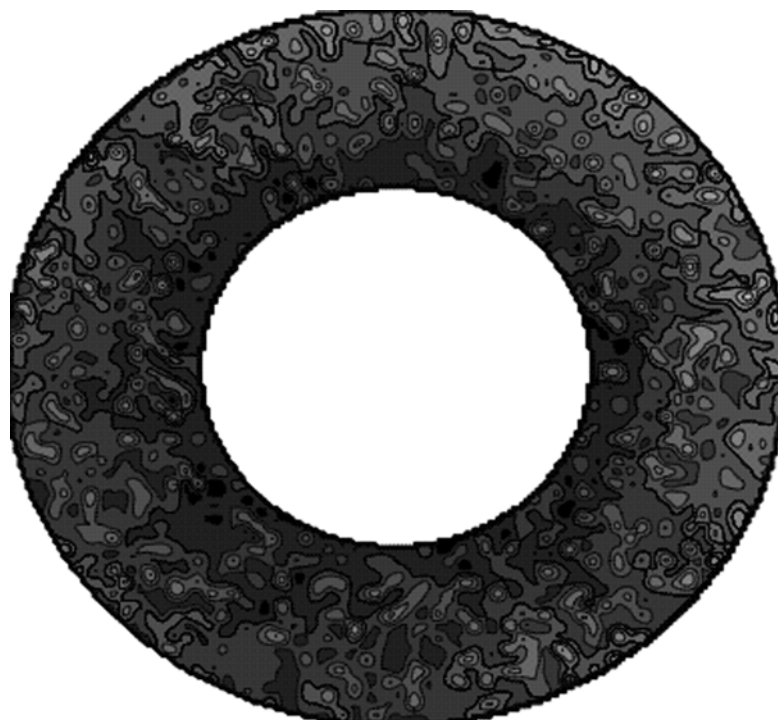


Рис. 17. Изоплеты локальной освещенности с учетом ОВЯ (перспективная съемка,  $t = 1082$  с).

5000 объектов с ранжированием площадей до двух порядков относительно максимального значения  $0.25 \text{ км}^2$ . На рис. 13 представлены изоплеты локальной освещенности (2). Обнаруживается одно-

временное влияние полей прямой и фоновой освещенности: поле прямой освещенности (рис. 12) идентифицируется по радиальному расположению участков естественной освещенности вблизи

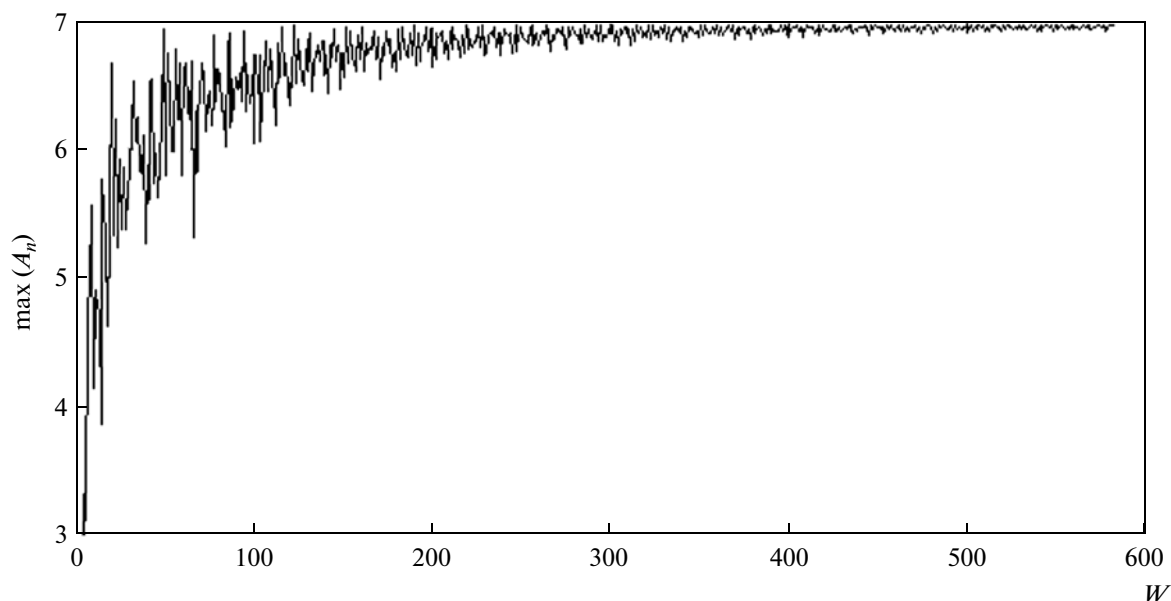


Рис. 18. Максимальные значения функции распределения мод прямой освещенности.

центра ОВЯ; поле фоновой освещенности (рис. 13) — по наличию участков низкой освещенности вблизи внутреннего края главного зеркала ТС и увеличению уровня освещенности к внешнему краю; формируемое ОВЯ поле освещенности — по наличию большого количества односвязанных областей.

На рис. 14 показаны изоплеты поля прямой освещенности абсолютно светозащищенной ТС при перспективной съемке. Наблюдается неупорядоченное расположение локальных экстремумов. Поле освещенности отличается от приведенного на рис. 10 отсутствием каких-либо признаков осевой симметрии картины. На рис. 15 показаны изоплеты поля фоновой освещенности при перспективной съемке. Они расположены так, что наблюдается симметрия относительно некоторого выделенного направления от левого нижнего к правому верхнему углам рисунка, так как имеет место ослабление прямого излучения от Солнца и Луны светозащитной блендой (время съемки совпадает с прохождением интервала  $\Delta t_1$  на рис. 12). Изоплеты разрываются, и потому имеют серповидный профиль.

По этой же причине на рис. 16 заметно доминирование фоновой освещенности, а влияние прямой освещенности и освещенности, формируемой ОВЯ, проявляется в грубой “изрезанности” изолиний (заметно при сравнении с рис. 15). Для сравнения с рис. 16 на рис. 17 приведены изоплеты локальной освещенности в другой момент времени, когда отсутствует влияние прямого излучения Солнца и Луны. На рис. 17 хорошо видно, что структура поля локальной освещенности в

этом случае зависит от расположения, количества и яркости ОВЯ.

На рис. 18 и 19 представлены графики соответственно максимальных и минимальных значений функции распределения мод функции прямой освещенности (45) в зависимости от размера фрагмента изображения. В вычислительных экспериментах на сетке  $w \times w$  квадратных фрагментов значению  $w = 500$  соответствует фрагмент изображения площадью  $\Delta F = 1 \text{ мм}^2$ . Из всего количества фрагментов по условию (47) исключались те, которые не принадлежат поверхности  $Y$ . Точное количество фрагментов равно

$$W_w = \frac{3\pi}{16} w^2. \quad (48)$$

Относительная погрешность отклонений действительного количества попавших фрагментов (точнее, их центральных точек) от (48) в среднем не превышала 0.2%. Графики функции  $A_n(t)$  на рис. 18 и 19 представлены на момент времени  $t = 34 \text{ с}$ .

На рис. 18 максимальные значения функции неравномерно возрастают с увеличением количества фрагментов: при  $w = 19$  различие с максимумом составляет 4.4%, а сам максимум достигается при  $w = 426$  и равен 6.975. Отсюда следует, что для соответствующего количества фрагментов (48) минимум один фрагмент изображения охватывает зону, в которой сосредоточен(ы) ОВЯ со средней яркостью, близкой к максимальной. При дальнейшем увеличении  $w$  изменения становятся

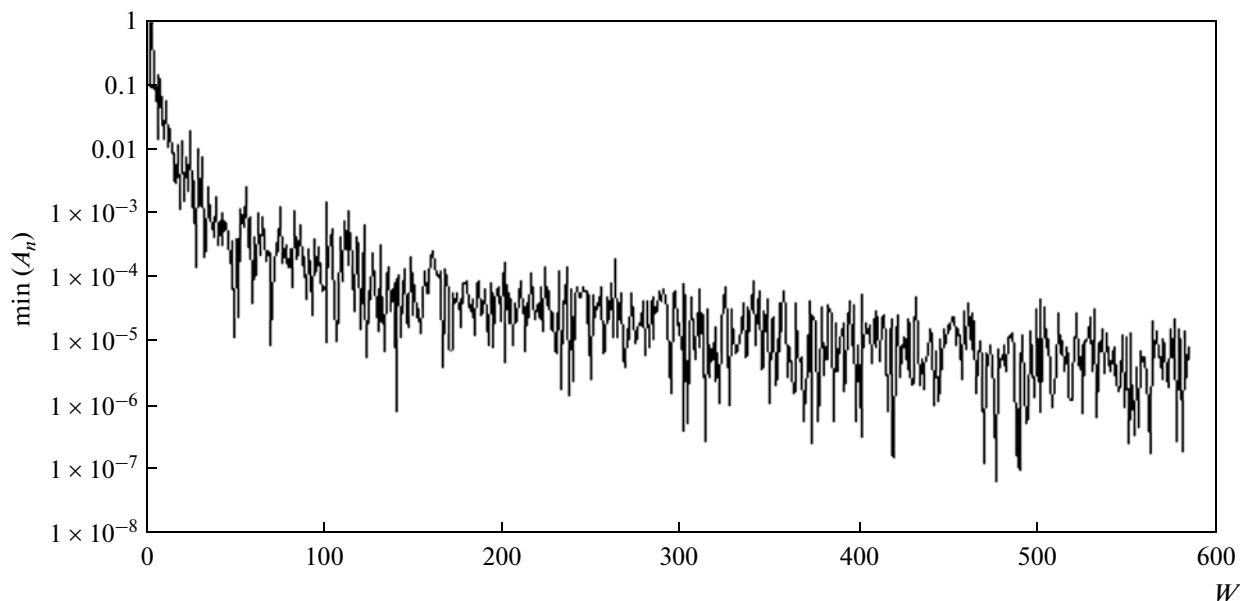


Рис. 19. Минимальные значения функции распределения мод прямой освещенности (значения функции даны в логарифмическом масштабе).

менее существенными и асимптотически приближаются к указанному максимуму.

На рис. 19 минимальные значения функции распределения мод прямой освещенности уменьшаются также неравномерно, но никогда не обращаются в ноль, что определено безусловной выполнимостью условия (47). Значение функции имеет значение менее 0.001 при  $w \geq 111$  и достигает минимального значения  $1.45 \times 10^{-8}$  при  $w = 488$ .

В целом из анализа рис. 18 и 19 следует, что локальное распределение ОВЯ, удовлетворяющее условию (42), и случайное распределение ОВЯ различной яркости (см. (44)) однозначно обеспечивают корректную генерацию множества мод при большом количестве фрагментов изображения.

#### МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ИФВ

Рассмотрим метод решения системы ИФВ, основываясь на решении связанных интегральных уравнений Вольтерра с вырожденным ядром. Каждое из них имеет неявную зависимость от времени и является неклассическим. Метод решения системы ИФВ в общем виде представлен в (Романов, 2010). Рассмотрим его ниже.

При решении системы ИФВ сохраним допущение о том, что поле освещенности поверхности  $Y$  гомотетично полю освещенности, создаваемому оптической системой в плоскости фотоприемника. Пренебрегая погрешностью замены определенного интеграла конечной суммой, определим форму записи левых частей каждого ИФВ, абстрагируясь от конкретной схемы интегрирова-

ния. Введем следующие обозначения:  $U_i$  — количество расчетных точек за время экспонирования  $\tau_i$  ( $u = \overline{1, U_i}$ );  $\Delta\tau = \text{const}$  — шаг интегрирования по времени экспонирования;  $\eta_{uw}$  — узел схемы интегрирования ( $w = \overline{1, W}$ );  $p_w$  — весовые коэффициенты, время в дискретном виде

$$t_{uwi} = \xi_i + \eta_{uw}\Delta\tau.$$

В  $u$ -й момент времени на  $i$ -м интервале экспонирования подынтегральные выражения ИФВ по экспозиции и смазу изображения запишутся соответственно в дискретном виде

$$Q_{nui} = \sum_w p_w E_n[\Omega(t_{uwi})] A_n[\Omega(t_{uwi})], \quad (49)$$

$$L_{nui} = \sum_w p_w \|\mathbf{v}_n[\Omega'(t_{uwi})]\|. \quad (50)$$

Далее запишем дискретный аналог связанных интегральных уравнений

$$\Delta\tau \sum_{u=1}^{U_i^{(\min)}} Q_{nui} = H_{\min}, \quad \Delta\tau \sum_{u=1}^{U_i^{(\min)}} L_{nui} = \delta_{\min}; \quad (51)$$

$$\Delta\tau \sum_{u=1}^{U_i^{(\max)}} Q_{nui} = H_{\max}, \quad \Delta\tau \sum_{u=1}^{U_i^{(\max)}} L_{nui} = \delta_{\max}. \quad (52)$$

Искомое время экспонирования запишем в виде

$$\tau_{ni} = f(U_i)\Delta\tau, \quad U_i = \{U_i^{(\min)}, U_i^{(\max)}\}, \quad (53)$$

где  $f(U_i)$  — априори неизвестный верхний предел суммирования. В сущности, неизвестными здесь

являются  $\Delta\tau$  и  $f(U_i) \leq U_i$ , а не время экспонирования. Каждое из уравнений (51) и (52) совместно с (53) образует замкнутую систему уравнений, решить которую не менее затруднительно, чем (32) и (38) известными методами (Манжиров, Полянин, 2000). В связи с этим следует отметить, что в работе последних приводится алгоритм решения интегрального уравнения с вырожденным произвольным ядром методом квадратур. Согласно алгоритму, на каждой последующей итерации добавляется еще один член суммы, с помощью которой представляется вырожденное ядро. Поскольку в рамках данной статьи вырожденное ядро равно единице, то представлять его [ядро] в виде сходящегося ряда нет необходимости. Поэтому выполняем следующее.

Пусть каждое искомое  $\tau_{ni}$  имеет верхним пределом априори недостижимое значение  $\tau_{\max}$ . В частном случае, если реализуется ограничение  $\tau'$ , то  $\tau_{\max} = \tau'$ . Определим  $\Delta\tau$  таким образом, чтобы в (49) и (50) фиксировались моды функции прямой освещенности. В качестве самого простого варианта выберем неравенство

$$\Delta\tau \rightarrow \Delta\tau' \leq \lambda V_{\oplus}^{-1}, \quad (54)$$

где  $V_{\oplus}$  – линейная скорость перемещения подспутниковой точки КА,  $\lambda$  – линейное разрешение на местности. Подставляя  $\tau_{\max}$  и  $\Delta\tau'$  в (53), получаем экстремальное значение верхнего предела суммирования  $U'$ , которое при введенных ограничениях еще не удовлетворяет ИФВ, так как  $U' = U_i$ . Поэтому разделим обе части уравнений (51) и (52) на  $\Delta\tau'$  и определим функцию верхнего предела суммирования каждой из четырех сумм

$$f_{ni}^{(1)} = \sum_{u=1}^{U'} G \left[ \frac{H_{\min}}{\Delta\tau'} - \sum_{v=1}^u Q_{niv} \right], \quad (55)$$

$$f_{ni}^{(2)} = \sum_{u=1}^{U'} G \left[ \frac{H_{\max}}{\Delta\tau'} - \sum_{v=1}^u Q_{niv} \right],$$

$$f_{ni}^{(3)} = \sum_{u=1}^{U'} G \left[ \frac{\delta_{\min}}{\Delta\tau'} - \sum_{v=1}^u L_{niv} \right], \quad (56)$$

$$f_{ni}^{(4)} = \sum_{u=1}^{U'} G \left[ \frac{\delta_{\max}}{\Delta\tau'} - \sum_{v=1}^u L_{niv} \right].$$

где  $U' = \tau_{\max} / \Delta\tau' = \text{const}$ . При подстановке (55) и (56) в (53) и последующем суммировании получаем решение (51)-(52) в виде функционального включения

$$D_{ni} \in [f_{ni}^{(1)} \Delta\tau', f_{ni}^{(2)} \Delta\tau'] \cap [f_{ni}^{(3)} \Delta\tau', f_{ni}^{(4)} \Delta\tau']. \quad (57)$$

При переходе к функционалу времени экспонирования на основе включений (57) приходим к форме записи, отличающейся от (33)

$$\tilde{\tau}(t) = \sum_{i=1}^I C_i(t) \bigcap_{n=1}^N D_{ni}. \quad (58)$$

### ОПТИМАЛЬНОЕ ВРЕМЯ ЭКСПОНИРОВАНИЯ

В рамках вычислительной модели функционал (58) имеет фиксированный нижний предел значений, равный  $\Delta\tau'$ . Линейная зависимость минимального значения времени экспонирования от линейного разрешения на местности есть

$$\tau_{\min}(w, \lambda) = \Delta\tau' \sim \lambda. \quad (59)$$

При плановой съемке имеет место функциональная зависимость  $\lambda = \lambda(w)$ , а при перспективной съемке соотношение между  $\lambda$  и  $w$  всегда является независимым. Верхний предел времени экспонирования является переменным, и по результатам вычислительных экспериментов при

$$H_{\min} = 1 \text{ мДж/м}^2, \quad H_{\max} = (5 \pm 3)H_{\min}, \quad (60)$$

$$\max(\delta) \leq 30 \text{ мкм.}$$

и полной компенсации скорости движения изображения в точке  $O$  (рис. 8 и 9), является не зависящим от  $\lambda$ , но зависящим от  $w$ .

Пусть для каждого  $n$ -го фрагмента изображения на каждом  $i$ -м маршруте известны значения (55) и (56). С целью поиска  $\tau_{\text{опт}}$  введем функцию дискретного аргумента, определяющую пересечения интервалов в (58) на  $u$ -м шаге суммирования

$$\Theta_{ni}(u) = G \left[ G(u - f_{ni}^{(1)}) - G(u - f_{ni}^{(2)}) - G(u - f_{ni}^{(3)}) + G(u - f_{ni}^{(4)}) - 1 \right]. \quad (61)$$

Сумма

$$J_i(u) = \sum_n \Theta_{ni}(u) \quad (62)$$

определяет количество фрагментов изображения, для которых экспозиция  $H_{ni}$  характеризуется временем экспонирования

$$\Delta\tau' [(u - 0.5) \pm 0.5], \quad u \geq 1. \quad (63)$$

Вероятность выбора  $\tau_{\text{опт}}$  в интервале возможных значений  $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$  равна 1, а на  $u$ -м шаге

$$p_i(u) = J_i(u) \left[ \sum_{u=1}^{U'} J_i(u) \right]^{-1}. \quad (64)$$

По этой причине  $\tau_{\text{опт}}$  определяется таким значением аргумента, при котором вероятность (64) максимальна, а космический снимок будет иметь максимальное количество полноценно экспони-



руемых фрагментов, являясь по этой причине наиболее информативным по сравнению с другими менее вероятными состояниями. С целью поиска значения  $u$ , обеспечивающего максимум функции (64), введем функцию дискретного аргумента

$$S_i(u) = G\left[\frac{p_i(u) - p_i(u-1)}{u+1} - \frac{p_i(u-1)}{u}\right] + G\left[\frac{p_i(u) - p_i(u+1)}{u+1} - \frac{p_i(u+1)}{u+2}\right] - 1. \quad (65)$$

Функция (65) имеет три возможных значения: “-1” характеризует отсутствие полноценно экспонируемых фрагментов изображения, “0” – наличие полноценно экспонируемых, а “1” – наличие локальных максимумов среди полноценно экспонируемых фрагментов изображения. Тогда значение верхнего предела времени экспонирования на всех возможных шагах суммирования определяется функцией

$$T_i'(u) = u\Delta\tau'G[J_i(u)], \quad (66)$$

а положение каждого глобального максимума – функцией

$$T_{\text{опт}}'(u) = u\Delta\tau'G[S_i(u)]. \quad (67)$$

Ввиду того, что уменьшение времени экспонирования гарантирует уменьшение смаза, оптимальное время экспонирования как функция дискретного аргумента определяется как

$$\tau_{\text{опт}}^{(i)} = \sum_{u=1}^{U'} T_{\text{опт}}'(u) / \sum_{u=1}^{U'} G[T_{\text{опт}}'(u)] \Leftrightarrow \tau_{\text{опт}}^{(i)} = T_{\text{опт}}' [u_{\text{опт}}^{(i)}] = T_i' [u_{\text{опт}}^{(i)}], \quad (68)$$

где значение шага суммирования, при котором реализуется искомое значение (68), есть

$$u_{\text{опт}}^{(i)} = \frac{\tau_{\text{опт}}^{(i)}}{\Delta\tau'}. \quad (69)$$

Таким образом, неравенство (63) в макромасштабах времени согласно (29) и (58) приводится к неравенству вида

$$\sum_{i=1}^I \tau_{\text{опт}}^{(i)} C_i(t) \leq \Omega(t) \leq \sum_{i=1}^I [\tau_{\text{опт}}^{(i)} + \Delta\tau'] C_i(t). \quad (70)$$

Пренебрегая нелинейностью изменений поля освещенности за интервал шириной  $\Delta\tau'$ , будем считать единственным значением  $\tau_{\text{опт}}$  минимальное значение (70), обеспечивающее минимальное значение смаза, т.е.

$$\Omega(t) = \sum_{i=1}^I \tau_{\text{опт}}^{(i)} C_i(t). \quad (71)$$

В результате, идентификация функционала (58) в виде суперпозиции функций дискретного аргу-

мента с помощью преобразований (59)–(69) сводится к вычислению времени экспонирования (71) в пределах интервалов экспонирования с использованием решения системы ИФВ. Следует заметить, что вывести какую-либо аналитическую зависимость изменения величины (68) в зависимости от  $u$  не представляется возможным, так как  $G[J_i(u)] = G[S_i(u)]$  при переходе к равенству аргументов в виде выражения  $J_i(u) = S_i(u)$  нарушает корректность дальнейших преобразований ввиду бинарности значений функции  $G(x)$ . Таким образом, решение системы ИФВ по экспозиции и смазу изображения представленным численным методом не представляется возможным обобщить в классе элементарных функций, а сравнение эффективной выдержки и оптимального времени экспонирования может быть выполнено только в конкретном случае.

Некоторые результаты сравнительного анализа при ограничениях (60), накладываемых на эффективную выдержку, проанализируем ниже. В рамках одного маршрута сравнению подлежат  $\tau_{\text{опт}}^{(i)}$  и значения эффективной выдержки в полосе

$$\tau \in \langle \bar{E} \rangle^{-1} [H_{\min}, H_{\max}], \quad H_{\min} \leq \Lambda \leq H_{\max}. \quad (72)$$

В качестве примера на рис. 20 приведены графики распределения сравниваемых времен экспонирования при  $H_{\max} = 5H_{\min}$  в зависимости от величины линейного разрешения на местности, где согласно (59) предполагалось, что  $\Delta\tau' \sim \lambda$ . Горизонтальные штрих-пунктирные линии 4а и 4б на рис. 20 и 21 определяют соответственно нижнюю и верхнюю границы диапазона (72)<sub>1</sub>.

Линия 1 определяет оптимальное время экспонирования без учета смаза изображения; 2 – оптимальное время экспонирования с ограничением при максимально допустимом по полю  $\delta = 10$  мкм; 3 – при  $\delta = 20$  мкм. При некоторых значениях  $\lambda$  наблюдается совпадение графиков (например, при  $\lambda = 1.5–14.5$  м): при таких  $\lambda$  за время экспонирования  $\delta < 10$  мкм и при текущем значении  $w$  смаз не оказывает влияния на время экспонирования.

Значения  $\tau_{\text{опт}}$  без учета смаза изображения ограничиваются сверху допустимыми значениями  $\lambda$ , которые не могут превышать поперечного размера сегмента поверхности Земли, охватываемого конусом поля зрения оптической системы. На рис. 21 приведен график линии 1 (см. рис. 20), продолженной в область значений и включающую допустимые значения эффективной выдержки. При этом при  $\delta = 10$  мкм зависимость  $\tau_{\text{опт}} = \tau_{\text{опт}}(\lambda)$  обращается в ноль при  $\lambda = 120$  м (внутри диапазона (72)<sub>1</sub>), а при  $\delta = 20$  мкм – при  $\lambda = 250$  м, т.е. за пределами диапазона (72)<sub>1</sub>. Следовательно, при больших  $\lambda$ , по сравнению с указанными,  $\tau_{\text{опт}}$  теряет смысл, так как шаг интегри-

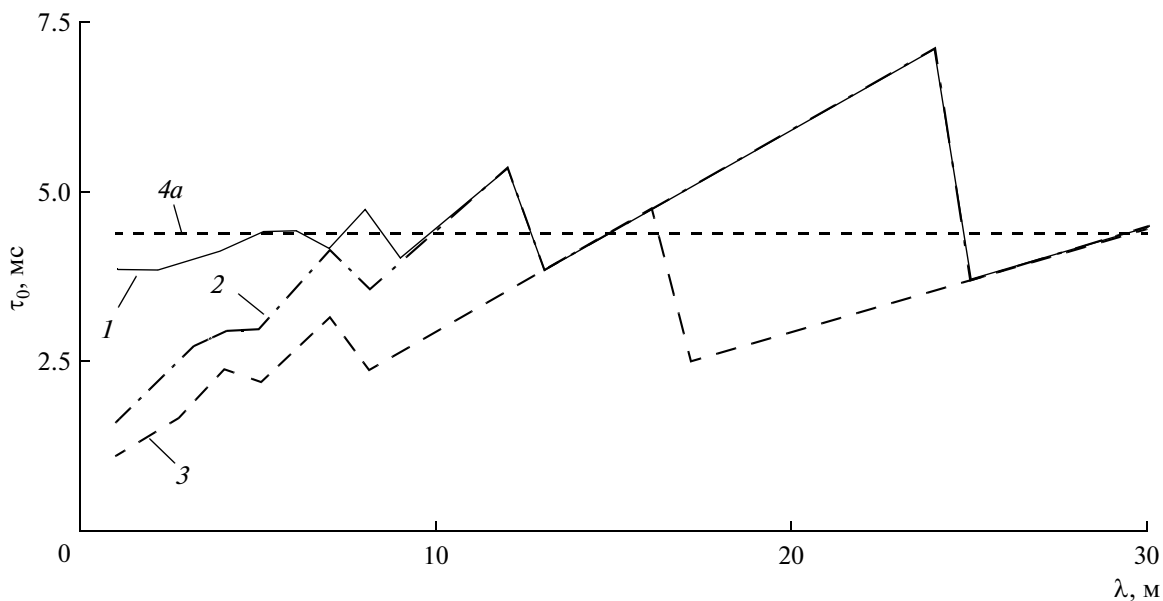


Рис. 20. Оптимальное время экспонирования с учетом смаза изображения при  $w = 500$ .

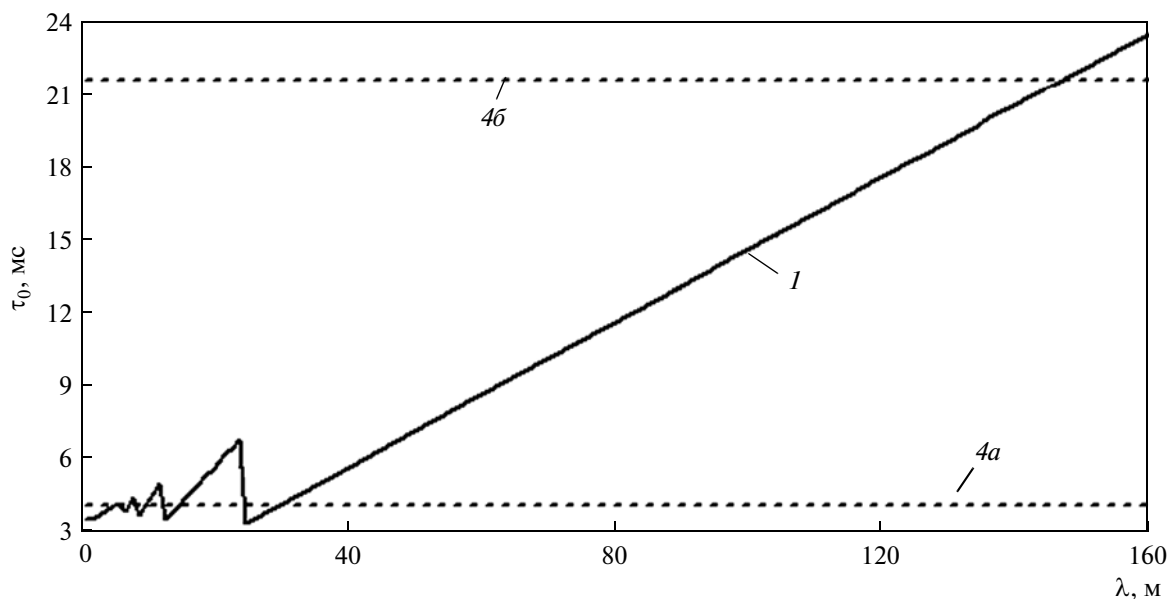


Рис. 21. Оптимальное время экспонирования без учета смаза изображения в диапазоне предельных значений эффективной выдержки.

рования  $\Delta t'$  превышает значение самого времени экспонирования, в результате чего  $\tau_{\text{опт}}$  и обращается в ноль.

Резюмируя изложенное выше и учитывая, что эффективная выдержка вычислима через  $\Lambda$ , ее отличие от  $\tau_{\text{опт}}$  заключается в том, что  $\tau_{\text{опт}}$  вычислимо более точно — с погрешностью  $0.5\Delta t'$ , потенциально много меньшей, чем ширина интервала  $(72)_1$ . Кроме того, из анализа функции  $\tau_{\text{опт}}(\lambda)$  при разных

$w$  в изменениях значений  $\tau_{\text{опт}}$  обнаруживается незначительная зависимость от  $w$  при  $\lambda > 140$  м. Поэтому единственное значение  $\tau_{\text{опт}}$ , определяемое выражением (68), является оптимальным с точки зрения обеспечения охвата наибольшего количества полноценно экспонируемых фрагментов. Оно же оптимально и в случае применения полученных результатов в оценке качества изображения или восстановлении смазанных изображений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Потенциально возможные состояния поля яркости неравнояркой поверхности Земли неисчерпаемы по количеству и многофакторности физического воздействия на процесс экспонирования космических снимков. Поэтому математическая модель экспонирования снимков неравнояркой поверхности Земли содержит комплекс математических моделей, описывающих динамику полей освещенности и этапы вычисления оптимального времени экспонирования.

В первых трех разделах (после введения) поля освещенности представлены в виде средних интегральных по времени функций распределения прямой и фоновой освещенности, предопределено понятие неравнояркой поверхности Земли, а для вычисления полей освещенности выходного зрачка бленды предложены система координат (т.е. СГСК) и метод вычисления геометрического фактора, основанный на равноплощадном разделении поверхности Земли. Корректно определены с помощью функций яркости Солнца, Луны и Земли условия наступления критической освещенности. По результатам вычислительных экспериментов выявлено влияние физических условий космической съемки на распределение компонентов полей освещенности (оно чаще всего комбинированно), а также показано, что при малых углах поля зрения оптической системы повышается вероятность получения неполноценно экспонированного, малоинформативного изображения поверхности Земли.

В следующих трех разделах производится подготовка к решению ИФВ. Формально, при решении системы ИФВ природа образования поля освещенности не важна. Поэтому в рамках статьи не рассматривался этап образования изображения фотографируемой поверхности Земли оптической системой, а при решении предполагалось, что экспозиция фотографического изображения пренебрежимо мало отличается от экспозиции оптического изображения, формируемого на поверхности  $\Upsilon$ . В построении полей локальной освещенности на этой поверхности учитываются изменения локальной яркости поверхности Земли и влияние смаза на качество изображения.

В последнем разделе показано физическое различие между эффективной выдержкой и оптимальным временем экспонирования, которое заключается в том, что первая вычисляется при условии пренебрежения неоднородностью поля освещенности, а  $\tau_{\text{опт}}$  представляет собой качественно независимую характеристику процесса экспонирования, так как определяется суперпозицией функциональных включений и без ограничений применима при любом неоднородном поле освещенности.

Математическая модель экспонирования снимков неравнояркой поверхности Земли, представленная в данной статье, обобщает классический подход к экспонированию снимков и может дополняться по мере необходимости уравнениями и условиями (включая локальные), существенно расширяя применимость к оценке качества изображения и восстановления смазанных изображений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аксенов Е.П.* Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977. 360 с.
- Атмосфера: Справочник / Под ред. Ю.С. Седунова. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 510 с.
- Батраков А.С.* Прогнозирование скорости сдвига оптического сдвига изображения при съемке земной поверхности // Исслед. Земли из космоса. 1984. № 1. С. 79–85.
- Батраков А.С.* Общая модель расчета и анализа скорости сдвига оптического изображения // Исслед. Земли из космоса. 1989. № 4. С. 99–106.
- Бондур В.Г.* Моделирование двумерных случайных полей яркости на входе аэрокосмической аппаратуры методом фазового спектра // Исслед. Земли из космоса. 2000. № 5. С. 28–44.
- Бондур В.Г., Аржаненко Н.И., Линник В.Н., Титова И.Л.* Моделирование многоспектральных изображений динамических полей яркости // Исслед. Земли из космоса. 2003. № 2. С. 3–17.
- Василенко Г.И., Тараторин А.М.* Восстановление изображений. М.: Радио и связь. 1986. 304 с.
- Волосов Г.С.* Фотографическая оптика. М.: Искусство, 1971. 672 с.
- Зуев В.Е., Наац И.Э.* Современные проблемы атмосферной оптики. Т.7. Обратные задачи оптики атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1990. 287 с.
- Ибрагимов И.Д., Скребушевский Б.С.* Определение интервалов и дат наступления критических условий освещенности бортовых приборов космических аппаратов // Космич. исслед. 1985. Т. 25. № 1. С. 141–147.
- Калайда В.Т., Молчунов Н.В., Сапожников С.В.* Метод коррекции пространственно-инвариантных искажений изображений // Оптика атмосферы и океана. 1988. Т. 1. № 8. С. 116–121.
- Копала З.* Физика и астрономия Луны. М.: Мир, 1973. 319 с.
- Манжиров А.В., Полянин А.Д.* Справочник по интегральным уравнениям. Методы решения. М.: Факториал Пресс, 2000. 384 с.
- Миллер Б.М., Рубинович Е.Я.* Компенсация сдвига изображения при съемке с использованием ПЗС в режиме задержки и интегрирования // Информ. процессы. 2007. Т. 7. № 1. С. 45–54.
- Мишин И.В., Овечкин В.Н.* Моделирование фотометрических условий аэрокосмической фотосъемки земной поверхности // Исслед. Земли из космоса. 2003. № 1. С. 58–63.
- Романов А.Е., Куклев И.К.* Расчет точности привязки космофотоснимков КТА к планово-высотной основе карт // Геодезия и картография. 2002. № 11. С. 25–31.

*Романов А.Е.* Моделирование многократных отражений в блендах с коническими диафрагмами // Оптич. журн. 2007. Т. 74. № 7. С. 42–46.

*Романов А.Е.* Диффузное отражение в светозащитных блендах // Оптич. журн. 2008а. Т. 75. № 8. С. 36–41.

*Романов А.Е.* Термомеханическая расстраиваемость светозащищенных диоптрических систем // Вестн. СамГУ. 2008б. Т. 65. № 6. С. 290–308.

*Романов А.Е.* Построение сетки граничных элементов на асферических поверхностях // Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем / Под ред. Бойкова И.В. Пенза: Приволжский дом знаний, 2009. С. 37–40.

*Романов А.Е.* Метод решения системы интегрально-функциональных включений, образованных неклассическими интегральными уравнениями // Математи-

ческое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем / Под ред. Бойкова И.В. Пенза: Приволжский дом знаний, 2010. С. 58–60.

*Скляр Ю.А., Фомина Н.В., Котума А.И., Семенова Н.В.* Альbedo, поглощенная солнечная радиация и уходящая длинноволновая радиация по материалам атласов NASA США // Изв. Саратовского ун-та. Сер. Науки о Земле. 2009. Т. 9. № 1. С. 44–55.

*Урмаев М.С.* Космическая фотограмметрия. М.: Недра, 1989. 279 с.

*Чеботарев Г.А.* Аналитические и численные методы небесной механики. М.: Наука, 1965. 359 с.

*Pinker R.T., Lazlo I.* Modeling surface solar irradiance for satellite applications on a global scale // J. Appl. Meteorol. 1992. V. 31. № 2. P. 194–211.

## Mathematical Model of Exposure the Non-Equbright Earth's Surface Images

**A. E. Romanov**

*Samara State University, Samara*

The complex of the mathematical models included in model of exhibiting of space pictures is presented: light distribution (from non-equbright surface of the Earth; the Sun, the Moon), change of orientation of the space vehicle during space shooting, approach of critical conditions of light illumination, functioning process light-protecting hoods optical system, etc. Results of modeling of dynamics of direct and background light illumination of a target pupil light-protecting hood optical system in macroscale time are presented and analyzed. Construction of system of the integrally-functional inclusions modeling process of exhibiting in milliscale time is executed. Function of distribution of modes of the direct light illumination, describing influence of objects of high brightness on process of exhibiting within the limits of stochastic model of brightness of a surface of the Earth is defined. The analysis of influence of objects of high brightness on fields of light illumination is carried out during planned and perspective shooting. The numerical method of the solution of system of integrally-functional inclusions and search of optimum time of exhibiting are formally stated. Distinction between effective endurance and optimum time of exhibiting is shown.

**Keywords:** illumination, exhibiting time, an exposition, light-protecting hood, albedo, integrally-functional inclusion, image shift, stochastic field of brightness