

## ПОСТРОЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЛОКАЛЬНОГО НАКЛОНА ФАЗОВОГО РЕЛЬЕФА В КОСМИЧЕСКОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

© 2011 г. Р. И. Шувалов

ОАО «Военно-промышленная корпорация «Научно-производственное объединение машиностроения»»,  
Реутов Московской обл.

E-mail: Shuvalov.R.BMSTU@mail.ru

Поступила в редакцию 24.02.2010 г.

В настоящей работе построено распределение вероятностей локального наклона фазового рельефа на топографической интерферограмме, получаемой методом космической РЛ-интерферометрии. Построенное распределение, по сравнению с известными ранее результатами, наиболее полно учитывает имеющуюся информацию. Учтены характеристики фазового шума, наблюдаемый наклон фазового рельефа, интенсивность принятого РЛ-сигнала, априорное распределение вероятностей топографического градиента, возможность наличия на интерферограмме как разрывов фазы, обусловленных фазовым шумом, так и разрывов, обусловленных рельефом подстилающей поверхности. Разработанное распределение позволяет вычислять вероятности разрывов фазы любой кратности в каждой точке интерферограммы и необходимо для повышения точности построения цифровых моделей рельефа интерферометрическим методом. Проведен вычислительный эксперимент с реальными РЛИ, подтвердивший адекватность и практическую ценность построенного распределения.

**Ключевые слова:** радиолокатор с синтезированной апертурой, топографическая РЛ-интерферометрия, задача развертки фазы на плоскости, вероятностная модель

### ВВЕДЕНИЕ

Большое прикладное значение имеет метод построения цифровых моделей рельефа (ЦМР) поверхности Земли по данным интерферометрической съемки из космоса радиолокатором с синтезированной апертурой антенны (РСА). Это связано с возможностью получать радиолокационные изображения (РЛИ) независимо от времени суток и погодных условий; с оперативностью получения ЦМР на интересующий район; с высокой потенциальной точностью метода. Интерферометрический метод построения ЦМР по данным РСА заключается в проведении двух космических РЛ-съемок интересующего участка поверхности Земли с незначительно различающимися углами наблюдения, формировании топографической интерферограммы по результатам совместной обработки полученных снимков, и извлечении из сформированной интерферограммы топографической информации (Graham, 1974; Zebker, Goldstein, 1986; Bamler, 1997; Rosen et al., 2000; Елизаветин и др., 2009).

Топографическая интерферограмма представляет собой матрицу главных (т.е. известных по модулю  $2\pi$  радиан) значений разностей фаз. Для извлечения из такой интерферограммы информации о рельефе необходимо преобразовать ее в

матрицу абсолютных значений фазовых разностей. Задача восстановления массива абсолютных фазовых значений по массиву главных значений фазы называется задачей развертки фазы. Развертка фазы является наиболее сложным этапом интерферометрической технологии (Goldstein et al., 1988; Carballo, Fieguth, 2000; Chen, 2001; Елизаветин и др., 2009), поскольку на получаемых интерферограммах практически всегда присутствуют разрывы. Для каждого разрыва фазы имеется неопределенность его величины и положения. Неопределенность в положении разрывов фазы на интерферограмме означает неопределенность решения задачи развертки фазы.

Для установления величины и местоположения имеющихся разрывов необходима дополнительная информация. В настоящей работе развертка фазы рассматривается в контексте топографической РСА-интерферометрии (Topographic SAR Interferometry). Дополнительная информация здесь включает в себя интенсивность принятого сигнала на двух снимках, когерентность между двумя снимками и априорную информацию о рельефе подстилающей поверхности. Наблюдаемые значения интерферометрической фазы, когерентности и интенсивности зависят от большого числа факторов, в том числе от случайных факторов (шумы) и от факторов, не поддающихся априор-

ному учету (атмосферные эффекты). Таким образом, доступная дополнительная информация не относится к искомому решению непосредственно, а некоторым сложным образом связана с ним, и эта связь не поддается точному теоретическому описанию. Поэтому возникает необходимость в ее математической модели. Математическая модель представляет собой систему математических соотношений, описывающих связи между интерферограммой, имеющей дополнительную исходной информацией и искомым решением задачи развертки фазы. При математическом моделировании используется аппарат теории вероятностей и математической статистики. Наблюдаемые значения трактуются как реализации случайных величин с известными законами распределения. Особенностью рассматриваемого случая является то, что для каждой случайной величины доступна всего одна реализация.

В рамках принятой математической модели строится распределение вероятностей локального наклона фазового рельефа на топографической интерферограмме. Основной составляющей этого распределения является функция правдоподобия локального наклона физического фазового рельефа (т.е. фазового рельефа, не искаженного фазовым шумом), объединяющая несколько независимых наблюдений. Распределение строится для каждой точки интерферограммы независимо от всех остальных точек, и формируется совместное распределение вероятностей наклонов фазового рельефа интерферограммы. Такое совместное распределение индуцирует распределение вероятностей на множестве всех допустимых систем разрывов фазы, поскольку интегрирование распределения вероятностей наклона фазового рельефа по соответствующим подобластям его области определения дает вероятность разрыва абсолютной фазы. Общий метод выяснения положения системы разрывов заключается в построении распределения вероятностей на множестве всех допустимых систем и поиске его максимума (Carballo, Fieguth, 2000).

Модели, позволяющие вычислять вероятности разрывов фазы в различных точках интерферограммы, лишь частично описаны в литературе, несмотря на их большую практическую значимость. В работе (Carballo, Fieguth, 2000) по интерферограмме и когерентности моделируется фазовый шум и вычисляются вероятности обусловленных им разрывов. При этом интенсивность сигнала никак не учитывается, а априорное распределение вероятностей локального наклона физического фазового рельефа предполагается равномерным. Предполагается, что разрывы фазы не шумовой природы отсутствуют. Модель, предложенная в работе (Chen, 2001), учитывает интенсивность и когерентность. Интенсивность считается детерминированным параметром. Для

распределения вероятностей наблюдаемого локального наклона фазового рельефа используется аппроксимация усеченным гауссовым распределением, справедливая лишь в области высокой когерентности. Априорное распределение вероятностей локального наклона физического фазового рельефа не учитывается.

В настоящей работе строится распределение вероятностей локального наклона фазового рельефа, которое обобщает модель работы (Carballo, Fieguth, 2000) по трем направлениям: учет физических разрывов фазы (т.е. разрывов, обусловленных топографией и геометрией съемки), учет интенсивности принятого РЛ-сигнала, учет априорного распределения вероятностей топографического градиента.

### ИНТЕНСИВНОСТЬ, ФАЗА, КОГЕРЕНТНОСТЬ, ФАЗОВЫЕ РАЗНОСТИ

РЛ-съемка заключается в облучении подстилающей поверхности радиоимпульсами и измерении амплитуды и фазы вернувшегося к радиолокатору отраженного электромагнитного сигнала. Сигнал, приходящий от различных точек подстилающей поверхности, регистрируется и проходит специальную обработку, по результатам которой формируется матрица комплексных величин – цифровое РЛИ подстилающей поверхности

$$Q = \{q_{mn}\}, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N.$$

РЛИ формируется в системе координат “азимут–наклонная дальность”. Ось азимута совпадает с направлением орбитального движения РСА. Положение образа элемента подстилающей поверхности на оси наклонной дальности определяется фактической дальностью от РСА до этого элемента на момент его траверса.

Квадрат модуля комплексной величины  $i_{mn} = |q_{mn}|^2$  называется интенсивностью принятого сигнала, соответствующей пикселу  $(m, n)$ , а двумерный массив  $I = \{i_{mn}\}$  значений интенсивности называется матрицей интенсивности. Два изображения  $Q_1$  и  $Q_2$  одного и того же участка подстилающей поверхности, полученные под различными углами наблюдения, при определенных условиях на геометрию съемки образуют интерферометрическую пару. Полученные по результатам съемки снимки интерферометрической пары пространственно совмещаются, т.е. между точками снимков устанавливается взаимнооднозначное соответствие, при котором каждая точка первого снимка и соответствующая ей точка второго снимка отвечают одной и той же точке подстилающей поверхности. Для двух комплексных значений РЛ-сигнала, соответствующих одной и той же точке подстилающей поверхности, определя-

ется комплексная корреляционная функция (Rosen et al., 2000)

$$C(q_1, q_2) = \frac{E[q_1 \cdot q_2^*]}{\sqrt{E[|q_1|^2] \cdot E[|q_2|^2]}}$$

где  $q_1$  — комплексное значение в точке первого снимка;  $q_2$  — комплексное значение в соответствующей точке второго снимка;  $E[\cdot]$  — оператор математического ожидания по множеству элементарных отражателей внутри соответствующей ячейки пространственного разрешения РСА на подстилающей поверхности. Значения фазы  $\varphi = \arg[C]$  и амплитуды  $\rho = |C|$  комплексной корреляционной функции в точке называются интерферометрической фазой и когерентностью соответственно. Двумерный массив  $\Phi = \{\varphi_{mn}\}$  значений интерферометрической фазы называется интерферограммой, а двумерный массив  $\mathbf{P} = \{\rho_{mn}\}$  значений когерентности называется матрицей когерентности.

Полученная интерферометрическая фаза  $\varphi$  зависит не только от высоты соответствующего элемента подстилающей поверхности, но и от наземной дальности этого элемента от подспутниковой точки. Для выделения топографической фазы, фаза, обусловленная наземной дальностью, оценивается, исходя из известной геометрии съемки, и компенсируется. После компенсации интерферограмма содержит лишь информацию о высотах элементов подстилающей поверхности и называется топографической. Далее под интерферограммой понимается именно топографическая интерферограмма, а под интерферометрической фазой — топографическая интерферометрическая фаза.

Цифровая интерферограмма является массивом главных или относительных значений фазы (principal phase values), каждое из которых лежит в диапазоне  $[-\pi; \pi)$  радиан. Но реальный физический смысл имеет массив абсолютных значений фазы  $\psi \in \mathbb{R}$  (absolute phase values), которые могут лежать в более широком диапазоне. Поверхность, соответствующая матрице абсолютной фазы  $\Psi = \{\psi_{mn}\}$ , называется фазовым рельефом. Относительная и абсолютная фазы связаны уравнением

$$\varphi = W[\psi],$$

$$W[\psi] = \arg[\exp(j\psi)], \quad \psi \in \mathbb{R},$$

где  $W[\cdot]$  — оператор свертки по модулю  $2\pi$  радиан (phase wrapping operator);  $\arg[\cdot]$  — оператор взятия аргумента комплексного числа;  $j$  — мнимая единица.

Рассмотрим теперь фазовые разности. Относительной фазовой разностью  $\delta$  называется ко-

нечная разность главного значения фазы, свернутая в интервал  $[-\pi; \pi)$ :

$$\delta_Y(m, n) = W[\varphi_{m+1, n} - \varphi_{mn}],$$

$$\delta_X(m, n) = W[\varphi_{m, n+1} - \varphi_{mn}].$$

Абсолютной фазовой разностью  $\Delta$  называется конечная разность абсолютной фазы

$$\Delta_X(m, n) = \Psi_{m, n+1} - \Psi_{mn}, \quad \Delta_Y(m, n) = \Psi_{m+1, n} - \Psi_{mn}.$$

В приводимых формулах индекс “X” соответствует направлению дальности, а индекс “Y” — направлению азимута.

Главное значение абсолютной фазовой разности равно относительной фазовой разности

$$\delta = W[\Delta], \quad \delta \in [-\pi; \pi), \quad \Delta \in \mathbb{R}.$$

Абсолютная фазовая разность есть сумма двух слагаемых (Chen, 2001)

$$\Delta = \Delta_T + \delta_N,$$

$$\delta_N \in (-2\pi; 2\pi), \quad \Delta_T \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

$$\Delta \in (\Delta_T - 2\pi; \Delta_T + 2\pi) \subset \mathbb{R},$$

где  $\Delta_T$  — неслучайная физическая фазовая разность;  $\delta_N$  — случайная шумовая фазовая разность, закон распределения вероятностей которой не зависит от физической фазовой разности  $\Delta_T$ . Физическая фазовая разность  $\Delta_T$  является детерминированной функцией топографии подстилающей поверхности и параметров съемки. В приложениях именно она несет полезную информацию об объекте интерферометрических измерений. Интерферометрические измерения стремятся организовать так, чтобы физическая разность в каждой точке интерферограммы не превышала по модулю  $\pi$  радиан, но это удается не всегда. Из четырех фазовых разностей  $\Delta_T$ ,  $\delta_N$ ,  $\Delta$ ,  $\delta$  непосредственно наблюдаемой является лишь относительная фазовая разность  $\delta$ .

## РАЗРЫВЫ ФАЗЫ НА ИНТЕРФЕРОГРАММЕ

Разрыв фазы (phase discontinuity) на паре смежных пикселей интерферограммы по определению означает, что абсолютная фазовая разность  $\Delta$ , соответствующая этой паре пикселей, превышает по модулю  $\pi$  радиан:  $|\Delta| \geq \pi$ . Представление (1) показывает, что разрывы могут иметь физическую и шумовую природу. Физические разрывы (physical discontinuities) обусловлены топографией подстилающей поверхности и геометрией съемки. Вероятность физического разрыва фазы можно оценить путем совместного анализа наблюдаемых значений интенсивности, относительной фазовой разности и когерентности. Шумовые разрывы являются следствием действия фазового шума. Вероятность шумового разрыва

фазы можно оценить путем совместного анализа интерферограммы и сопутствующей ей когерентности. Физические разрывы имеют детерминированную причину, а причина появления шумовых разрывов является случайной. Поэтому физические разрывы, как правило, более пространственно протяженные, чем шумовые. В общем случае шумовой разрыв фазы может накладываться на физический, образуя составной разрыв.

Кратностью разрыва фазы называется количество фазовых оборотов  $k$ , связывающее абсолютную фазовую разность  $\Delta$  с относительной фазовой разностью  $\delta$ :

$$\delta = \Delta + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \delta \in [-\pi; \pi), \quad \Delta \in \mathbb{R}.$$

Кратность составного разрыва равна алгебраической сумме кратностей составляющих разрывов:  $k = k_T + k_N$ , здесь  $k$ ,  $k_T$  и  $k_N$  – кратности составного, физического и шумового разрывов фазы. Кратность физического разрыва на практике невелика (почти всегда  $k_T \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ), но, вообще говоря, принципиально не ограничена:  $k_T \in \mathbb{Z}$ . Кратность шумового разрыва по определению не превышает единицы:  $k_N \in \{-1, 0, 1\}$ . Таким образом, максимально возможная кратность составного разрыва определяется максимально возможным значением величины  $\Delta_T$ .

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ АБСОЛЮТНОЙ ФАЗОВОЙ РАЗНОСТИ

Пространство наблюдений является множеством всех возможных наборов  $\{I_1, I_2, \delta_X, \delta_Y, \rho\}$ , где  $I_1$  и  $I_2$  – интенсивности принятого РЛ-сигнала на основном и вспомогательном изображениях;  $\delta_X, \delta_Y$  – относительные фазовые разности;  $\rho$  – когерентность. Необходимо построить распределения вероятностей абсолютных фазовых разностей  $\Delta_X, \Delta_Y$ .

Будем исходить из представления (1). Физические фазовые разности  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  непосредственно не наблюдаются, но их значения могут быть оценены по реализациям наблюдаемых случайных величин (интенсивности  $I_1$  и  $I_2$ , относительные фазовые разности  $\delta_X$  и  $\delta_Y$ , когерентность  $\rho$ ), в законы распределения которых они входят в качестве параметров. Кроме этого, имеется некоторая априорная информация о параметрах  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$ . Использовать данные наблюдений совместно с априорной информацией при статистическом оценивании позволяет байесовский подход. В байесовском подходе оцениваемый параметр считается случайной величиной. Поэтому далее неизвестные физические фазовые разности  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  будут рассматриваться как случайные величины.

Так как два исходных комплексных снимка составляют интерферометрическую пару, то различие в углах съемки мало (составляет доли градуса). Поэтому значения интенсивности для одного и того же элемента рельефа на двух снимках можно считать двумя реализациями одной случайной величины. Это предположение позволяет снизить размерность пространства наблюдений на единицу практически без потери информации, если в качестве реализованной интенсивности использовать среднее значение интенсивности по двум снимкам:  $I = (I_1 + I_2)/2$ . Когерентность позволяет судить об интенсивности фазового шума на интерферограмме. В законы распределения фазовых разностей в качестве параметра входит истинное (ненаблюдаемое) значение когерентности  $\rho_T$ . Учет возможных погрешностей оценивания этого параметра по наблюдаемой когерентности  $\rho$  дает незначительный эффект (Carballo, Fieguth, 2000), но приводит к значимому усложнению модели. Мы будем считать, что:  $\rho_T = \rho$ . Из представления (1) и независимости шумовой фазовой разности от физической, с учетом сделанных предположений, следует, что распределение вероятностей абсолютной фазовой разности дается формулой свертки

$$p(\Delta|\delta, \rho, I) = \int_{-\infty}^{\infty} p_N(\Delta - \Delta_T, \rho) p_T(\Delta_T|\delta, \rho, I) d\Delta_T, \quad (2)$$

где  $p_N(\cdot, \rho)$  – распределение вероятностей шумовой фазовой разности;  $p_T(\cdot|\delta, \rho, I)$  – апостериорное распределение вероятностей физической фазовой разности. Совместное апостериорное распределение физических фазовых разностей определяется формулой Байеса

$$p_T(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}|\delta_X, \delta_Y, \rho, I) = \frac{p(\delta_X, \delta_Y, \rho, I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) p(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_X, \delta_Y, \rho, I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) p(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) d\Delta_{TX} d\Delta_{TY}}, \quad (3)$$

где  $p(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  и  $p(\delta_X, \delta_Y, \rho, I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  – совместное априорное распределение вероятностей и функция правдоподобия физических фазовых разностей соответственно. Используя теорему умножения вероятностей функцию правдоподобия можно представить в виде произведения

$$p(\delta_X, \delta_Y, \rho, I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = p(I|\delta_X, \delta_Y, \rho, \Delta_{TX}, \Delta_{TY}) \times p(\delta_X, \delta_Y|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}, \rho) p(\rho|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}). \quad (4)$$

При фиксированных значениях физических фазовых разностей  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  интенсивность сигнала  $I$  не зависит ни от относительных фазовых разностей  $\delta_X, \delta_Y$ , ни от когерентности  $\rho$ :  $p(I|\delta_X, \delta_Y,$

$\rho, \Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = p(I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$ . Здесь  $p(I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  – функция правдоподобия разностей  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  по интенсивности  $I$ . Мы будем предполагать, что влияние азимутального наклона рельефа на наблюдаемую интенсивность пренебрежимо мало по сравнению с влиянием наклона по направлению дальности:  $p(I|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) \approx p(I|\Delta_{TX}, 0)$ . Второй множитель в правой части формулы (4)  $p(\delta_X, \delta_Y, |\Delta_{TX}, \Delta_{TY}, \rho)$  является функцией правдоподобия разностей  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  по интерферограмме. При фиксированных значениях физических фазовых разностей относительные фазовые разности независимы:

$$p(\delta_X, \delta_Y|\Delta_{TX}, \Delta_{TY}, \rho) = p(\delta_X|\Delta_{TX}, \rho) p(\delta_Y|\Delta_{TY}, \rho).$$

Мы будем предполагать также независимость физических фазовых разностей

$$p(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = p(\Delta_{TX}) p(\Delta_{TY}).$$

Выполненные нами экспериментальные исследования показали, что связь между когерентностью и локальными углами падения является очень слабой и неоднозначной. Поэтому мы не будем использовать функцию правдоподобия по когерентности  $p(\rho|\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  в нашей математической модели. Подставляя (4) в (3), а (3) после соответствующих интегрирований в (2), с учетом сделанных допущений, получаем искомые распределения

$$p(\Delta_X|\delta_X, \rho, I) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_N(\Delta_X - \Delta_{TX}, \rho) p(\delta_X|\Delta_{TX}, \rho) p(I|\Delta_{TX}, 0) p(\Delta_{TX}) d\Delta_{TX}}{\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_X|\Delta_{TX}, \rho) p(I|\Delta_{TX}, 0) p(\Delta_{TX}) d\Delta_{TX}}, \quad (5)$$

$$p(\Delta_Y|\delta_Y, \rho) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} p_N(\Delta_Y - \Delta_{TY}, \rho) p(\delta_Y|\Delta_{TY}, \rho) p(\Delta_{TY}) d\Delta_{TY}}{\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_Y|\Delta_{TY}, \rho) p(\Delta_{TY}) d\Delta_{TY}}. \quad (6)$$

$$P(-\pi < \Delta_Y < \pi|\delta_Y, \rho) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_N^{(0)}(\Delta_{TY}, \rho) p(\delta_Y|\Delta_{TY}, \rho) p(\Delta_{TY}) d\Delta_{TY}}{\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_Y|\Delta_{TY}, \rho) p(\Delta_{TY}) d\Delta_{TY}}, \quad (8)$$

Полученные распределения (5), (6) справедливы для ансамбля реализаций случайных величин  $\Delta_X, \Delta_Y$  в точке.

### ВЕРОЯТНОСТИ РАЗРЫВОВ ФАЗЫ

Вероятность непрерывности фазы и вероятности разрывов вычисляются путем интегрирования полученных распределений (5), (6) по соответствующим интервалам их области определения. Так, вероятности непрерывности абсолютной фазы по направлениям дальности и азимута даются формулами (рис. 4)

$$P(-\pi < \Delta_X < \pi|\delta_X, \rho, I) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_N^{(0)}(\Delta_{TX}, \rho) p(\delta_X|\Delta_{TX}, \rho) p(I|\Delta_{TX}, 0) p(\Delta_{TX}) d\Delta_{TX}}{\int_{-\infty}^{\infty} p(\delta_X|\Delta_{TX}, \rho) p(I|\Delta_{TX}, 0) p(\Delta_{TX}) d\Delta_{TX}} \quad (7)$$

$$P_N^{(0)}(\Delta_T, \rho) = \int_{-\pi}^{\pi} p_N(\Delta - \Delta_T, \rho) d\Delta.$$

Формулы для вероятностей положительных разрывов  $P(\Delta_X \geq \pi|\delta_X, \rho, I)$ ,  $P(\Delta_Y \geq \pi|\delta_Y, \rho)$  получаются из формул (7), (8) заменой в правой части функции  $P_N^{(0)}(\Delta_T, \rho)$  на функцию

$$P_N^{(+1)}(\Delta_T, \rho) = \int_{\pi}^{+\infty} p_N(\Delta - \Delta_T, \rho) d\Delta.$$

Аналогично формулы для вероятностей отрицательных разрывов  $P(\Delta_X \leq -\pi|\delta_X, \rho, I)$ ,  $P(\Delta_Y \leq -\pi|\delta_Y, \rho)$  получаются заменой функции  $P_N^{(0)}(\Delta_T, \rho)$  на функцию

$$P_N^{(-1)}(\Delta_T, \rho) = \int_{-\infty}^{-\pi} p_N(\Delta - \Delta_T, \rho) d\Delta.$$

Характерные значения параметров съемки PCA Radar-sat-1

Параметр	Значение
Длина волны PCA, $\lambda$ , км	0.000057
Наклонная дальность до центра кадра, $r_0$ , км	1027
Угол наблюдения для центра кадра, $\gamma_0$ , град	40
Перпендикулярная компонента базовой линии, $B_{\perp}$ , км	0.109
Межпиксельное расстояние по направлению наклонной дальности, $\Delta r_S$ , км	0.023
Межпиксельное расстояние по направлению азимута, $\Delta a$ , км	0.021

Аналогично вычисляется вероятность разрыва любой заданной кратности. Рассмотрим теперь отдельные компоненты, входящие в формулы (7), (8).

#### АПРИОРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ФАЗОВОЙ РАЗНОСТИ

Физический фазовый рельеф есть результат действия известной процедуры на топографический рельеф. Поэтому априорное распределение вероятностей поля физического фазового градиента определяется априорным распределением вероятностей поля топографического градиента и моделью формирования интерферограммы. Априорное распределение вероятностей поля топографического градиента не известно. В работах (Guarnieri, 2002; Guarnieri, 2003) предполагается, что абсолютная величина топографического градиента в каждой точке распределена по логарифмическому закону Леви (log-Levy distribution). Экспериментально обосновывается возможность хорошей аппроксимации гистограмм большинства однородных топографических сцен путем варьирования трех параметров распределения. Для неоднородных сцен указывается необходимость использования смеси из нескольких логарифмических распределений Леви. Плотность распределения Леви не имеет аналитического представления. Необходимость оценивания большого числа параметров и численного вычисления плотности распределения приводит к большим вычислительным затратам.

Мы выберем здесь более простой подход, основанный на учете специфических особенностей нашей задачи. Заметим, что априорное распределение, как и вся математическая модель, задается при развертке фазы лишь при наличии на интерферограмме разрывов. Причем разрывы фазы шумовой природы легко устраняются и без участия модели в силу их малой пространственной протяженности. Математическая модель необходима для развертки интерферограмм содержащих физические разрывы фазы, возникающие при наличии на снимаемой территории больших топографических градиентов. Поэтому в качестве

априорного распределения вероятностей топографического градиента мы будем использовать распределение, характерное для территорий, содержащих наряду с равнинными участками горные хребты. В результате статистической обработки цифровых моделей рельефа таких территорий мы получили ряд гистограмм. Каждая из полученных гистограмм имела относительно высокие значения в окрестности нуля и быстро затухала на бесконечности. Путем функциональной аппроксимации полученных гистограмм было построено двумерное изотропное распределение вероятностей

$$p_T(g_X, g_Y) = 3.395 \exp\left(-4(g_X^2 + g_Y^2)^{1/4}\right), \quad (9)$$

$$g_X = \tan(\alpha_X), \quad g_Y = \tan(\alpha_Y),$$

где  $g_X, g_Y$  – компоненты топографического градиента;  $\alpha_X, \alpha_Y$  – соответствующие углы наклона рельефа. Согласно модели формирования интерферограммы, компоненты топографического градиента связаны с физическими фазовыми разностями соотношениями

$$g_X(\Delta_{TX}) = \frac{\lambda r_0 \sin^2(\gamma_0) \Delta_{TX}}{4\pi |B_{\perp}| \Delta r_S + \lambda r_0 \sin(\gamma_0) \cos(\gamma_0) \Delta_{TX}}, \quad (10)$$

$$g_Y(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = \frac{\lambda r_0 \Delta r_S \sin(\gamma_0) \Delta_{TY}}{4\pi |B_{\perp}| \Delta r_S \Delta a + \lambda r_0 \Delta a \sin(\gamma_0) \cos(\gamma_0) \Delta_{TX}}, \quad (11)$$

$$\Delta_{TX} \in (\Delta_{TX}^*; +\infty), \quad \Delta_{TY} \in (-\infty; +\infty),$$

$$\Delta_{TX}^* = -\frac{4\pi |B_{\perp}| \Delta r_S}{\lambda r_0 \sin(\gamma_0) \cos(\gamma_0)},$$

где  $g_X, g_Y$  – компоненты топографического градиента по направлению наклонной дальности и азимута соответственно;  $\Delta_{TX}, \Delta_{TY}$  – физические фазовые разности по этим же направлениям;  $\lambda$  – длина волны PCA;  $r_0$  – наклонная дальность;  $\gamma_0$  – угол наблюдения;  $B_{\perp}$  – перпендикулярная компонента базовой линии;  $\Delta r_S, \Delta a$  – межпиксельные расстояния по наклонной дальности и азимуту соответственно. Формулы (10), (11) могут быть выведены непосредственно из уравнений геометрии съемки или могут быть получены из формул для мгновенных значений пространственной частоты интерферограммы (instantaneous frequencies), приведенных в работах (Guarnieri, 2002; Guarnieri, 2003). Плотность распределения вероятностей топографического градиента (9) и преобразования (10), (11) дают плотность совместного распределения вероятностей физических фазовых разностей

$$p_{\Delta}(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}) = \begin{cases} p_T(g_X(\Delta_{TX}), g_Y(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})) J(\Delta_{TX}, \Delta_{TY}), & \Delta_{TX}^* < \Delta_{TX}; \\ 0, & \Delta_{TX} \leq \Delta_{TX}^*, \end{cases} \quad (12)$$

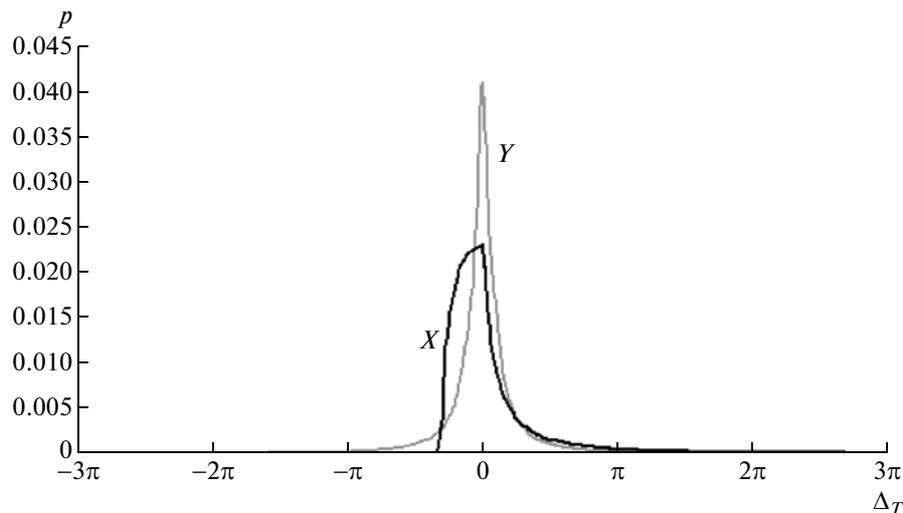


Рис. 1. Априорное распределение вероятностей физической фазовой разности  $\Delta_T$  по направлению наклонной дальности ( $X$ ) и по направлению азимута ( $Y$ ).

где  $J(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  — якобиан преобразования (10), (11). Частные априорные распределения даются интегрированием полученной плотности (12). Кривые, построенные согласно формулам (9)–(12) для значений параметров, характерных для РСА Radarsat-1 (таблица), показаны на рис. 1.

Физическая фазовая разность по направлению дальности  $\Delta_{TX}$  принимает значения в интервале  $(\Delta_{TX}^*; +\infty)$ . Существование нижней границы  $\Delta_{TX}^*$  обусловлено боковым обзором при съемке. Точка  $\Delta_{TX} = \Delta_{TX}^*$  соответствует разрыву подстилающей поверхности  $|\alpha_X| = \pi/2$ , а точка  $\Delta_{TX} = +\infty$  соответствует переналожению  $\alpha_X = \gamma_0$  (layover). Большая вероятность небольших по модулю отрицательных значений физической фазовой разности есть отражение эффекта укорачивания передних склонов (foreshortening): относительная площадь на интерферограмме передних склонов (с положительным высоким градиентом) меньше относительной площади задних склонов (с отрицательным умеренным градиентом). Другим проявлением этого эффекта является то, что высокое положительное значение физической фазовой разности по дальности является более вероятным (кривая плотности выше), чем то же самое значение физической фазовой разности по направлению азимута. Следствием этого является более высокая априорная вероятность положительного физического разрыва фазы по дальности по сравнению с вероятностью разрыва по азимуту. Соотношения (9)–(12) показывают, что отрицательные физические разрывы по направлению дальности невозможны. Физическая фазовая разность по направлению азимута  $\Delta_{TY}$  принимает значения в интервале  $(-\infty; +\infty)$ . Плотность распределения симметрична относи-

тельно нуля в силу симметричности плотности распределения топографического градиента и симметричности геометрии съемки в азимутальном направлении.

Совместное априорное распределение физических фазовых разностей  $p_\Delta(\Delta_{TX}, \Delta_{TY})$  содержит в себе информацию о частотах встречаемости различных наклонов физического фазового рельефа, которая является важным элементом нашей математической модели.

#### ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ФАЗОВОЙ РАЗНОСТИ ПО ИНТЕНСИВНОСТИ

Интенсивность позволяет судить о величине угла падения РЛ-сигнала. Так как геометрия съемки известна, то это в свою очередь позволяет делать суждения о величинах локальных наклонов рельефа в точке падения сигнала. Но такие суждения могут иметь только вероятностный характер, поскольку высокое значение интенсивности принятого сигнала может быть обусловлено не только малым углом падения, но и другими факторами, например, береговским резонансом. В качестве функции правдоподобия физической фазовой разности по направлению дальности  $\Delta_{TX}$  по интенсивности принятого сигнала  $I$  мы будем использовать здесь разработанную нами ранее радиометрическую модель (Шувалов, 2009)

$$p_I(I|\Delta_{TX}) = \frac{1}{\Gamma(L)} \left( \frac{L}{M(\Delta_{TX})} \right)^L I^{L-1} \exp\left(-L \frac{I}{M(\Delta_{TX})}\right),$$

$$I \geq 0, \quad L \geq 1,$$

где  $I$  — наблюдаемое значение интенсивности РЛ-сигнала;  $M(\Delta_{TX})$  — предсказываемое радио-

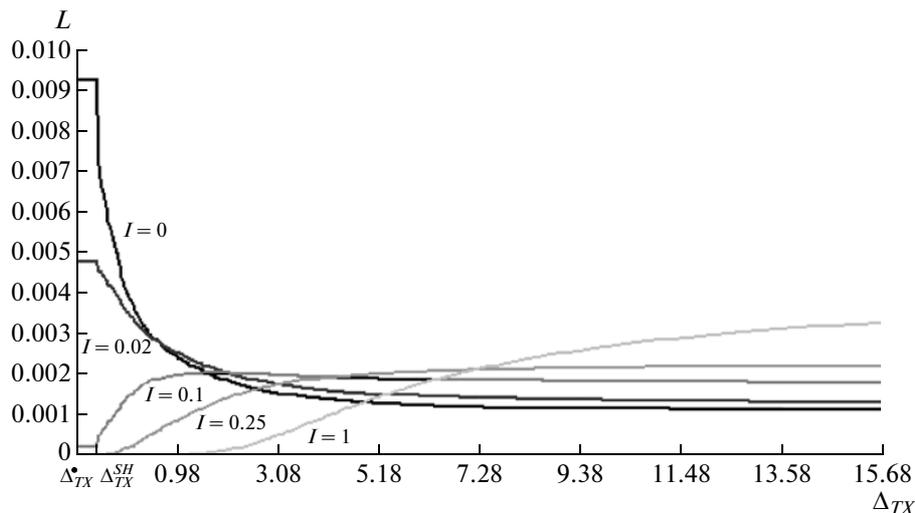


Рис. 2. Семейство функций правдоподобия  $L(\Delta_{TX}) = p(I|\Delta_{TX})$ , полученное варьированием наблюдаемой интенсивности  $I$ .

метрической моделью значение интенсивности;  $L$  – количество независимых наблюдений (number of looks);  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция Эйлера. Радиометрическая модель представляет собой упрощенное описание процесса формирования регистрируемой интенсивности РЛ-сигнала. Многочисленные допущения, лежащие в ее основе, не всегда справедливы. Поэтому мы будем использовать гамма-распределение с максимальной дисперсией при заданном математическом ожидании (т.е. с  $L = 1$ , экспоненциальное распределение), рассматривая такое искусственное увеличение дисперсии как дань неучтенным факторам. Приводимые ниже графики (рис. 2) построены для значений параметров съемки, характерных для РСА Radarsat-1 (таблица). Заметим, что область  $(\Delta_{TX}^*, \Delta_{TX}^{SH}]$  соответствует РЛ-тени (radar shadow). Граница начала тени, как следует из модели формирования интерферограммы, определяется по формуле

$$\Delta_{TX}^{SH} = -\frac{4\pi |B_{\perp}| \Delta r_S}{\lambda r_0 \tan(\gamma_0)}.$$

Все значения физической фазовой разности, лежащие в области РЛ-тени, равновероятны, поэтому на рис. 2 в области тени функции правдоподобия постоянны.

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ РАЗНОСТИ

Поскольку приемная аппаратура измеряет лишь главное значение фазы электромагнитного сигнала, наблюдаемая интерферометрическая фаза  $\varphi$  определена на отрезке длиной  $2\pi$  радиан:  $-\pi \leq \varphi < \pi$ . Наблюдаемая фаза  $\varphi$  содержит составляющую  $\varphi_N$  фазового шума, обусловленного декорреляцией

снимков интерферометрической пары, и полезную составляющую  $\varphi_T$ , представляющую собой главное значение абсолютной полезной фазы  $\psi_T$ . Модель взаимодействия полезной и шумовой составляющих фазы имеет следующий вид (Datcu, 1996):

$$\varphi = W[\varphi_T + \varphi_N], \quad \varphi_T = W[\psi_T].$$

Фазовый шум предполагается некоррелированным с полезной составляющей фазы, а его математическое ожидание предполагается равным нулю (Lee, 1994; Lee, 1998). При таких допущениях плотность распределения (по реализациям в точке) наблюдаемой на интерферограмме фазы  $\varphi$  на отрезке  $[-\pi; \pi]$  имеет вид (Lee, 1994)

$$p_{\Phi}(\varphi|\rho, \varphi_T, L) = \frac{\Gamma\left(L + \frac{1}{2}\right)(1-\rho^2)^L \beta + \frac{(1-\rho^2)^L}{2\pi} \cdot F\left(L, 1; \frac{1}{2}; \beta^2\right)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(L)(1-\beta^2)^{L+\frac{1}{2}}} \cdot F\left(L, 1; \frac{1}{2}; \beta^2\right), \quad (13)$$

$$\beta = \rho \cos(\varphi - \varphi_T),$$

где  $\varphi_T$  – математическое ожидание фазы  $\varphi$ ;  $\rho$  – когерентность;  $L$  – количество независимых наблюдений;  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция Эйлера;  $F(\cdot)$  – гипергеометрическая функция Гаусса. Плотность распределения вероятностей (13) наблюдаемой фазы является периодической функцией с периодом  $2\pi$  радиан. Поэтому ее можно рассматривать как плотность распределения вероятностей абсолютной фазы  $\psi$  на отрезке  $[\psi_T - \pi; \psi_T + \pi]$ , заменив аргумент  $\varphi \in [-\pi; \pi]$  аргументом  $\psi \in [\psi_T - \pi; \psi_T + \pi]$ , а параметр  $\varphi_T$  параметром  $\psi_T$ .

В предположении независимости абсолютных фаз  $\psi_1, \psi_2$ , соответствующих паре смежных пик-

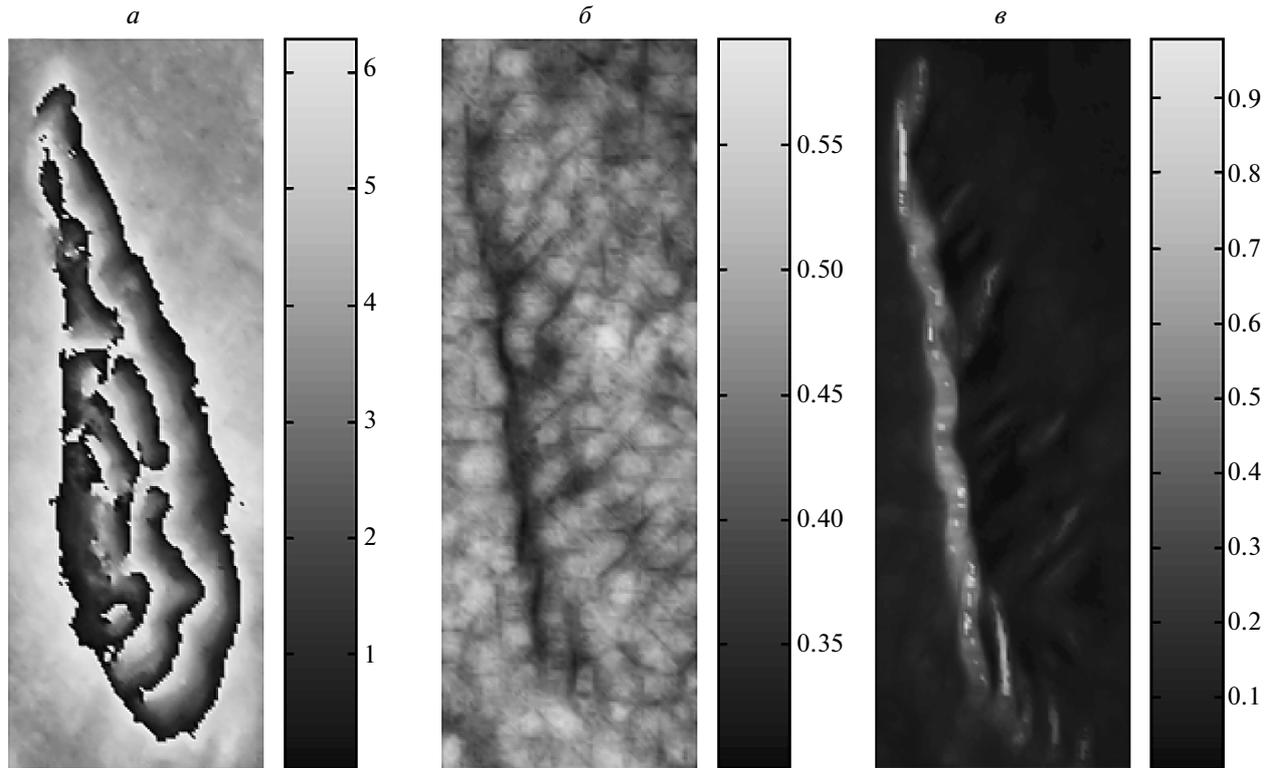


Рис. 3. *a* – Интерферограмма, *б* – матрица когерентности и *в* – матрица интенсивности.

селов цифровой интерферограммы, абсолютная фазовая разность  $\Delta$  является случайной величиной, распределенной на отрезке  $(\Delta_T - 2\pi; \Delta_T + 2\pi)$  с плотностью

$$p_{\Delta}(\Delta|\Delta_T) = \begin{cases} \int_{-\pi-(\Delta-\Delta_T)}^{\pi} \tilde{p}_{\Phi}(\Delta - \Delta_T + \varphi) \tilde{p}_{\Phi}(\varphi) d\varphi, & \Delta \in (\Delta_T - 2\pi; \Delta_T); \\ \int_{-\pi}^{\pi-(\Delta-\Delta_T)} \tilde{p}_{\Phi}(\Delta - \Delta_T + \varphi) \tilde{p}_{\Phi}(\varphi) d\varphi, & \Delta \in [\Delta_T; \Delta_T + 2\pi). \end{cases} \quad (14)$$

где введена вспомогательная функция  $\tilde{p}_{\Phi}(\varphi) = p_{\Phi}(\varphi + \varphi_T)$  и использовано определение физической фазовой разности как разности топографических абсолютных фаз  $\Delta_T = (\psi_T)_2 - (\psi_T)_1$ . Замена аргумента в распределении  $p_{\Delta}(\Delta|\Delta_T)$  дает распределение вероятностей шумовой фазовой разности  $p_N(\Delta - \Delta_T, \rho)$ .

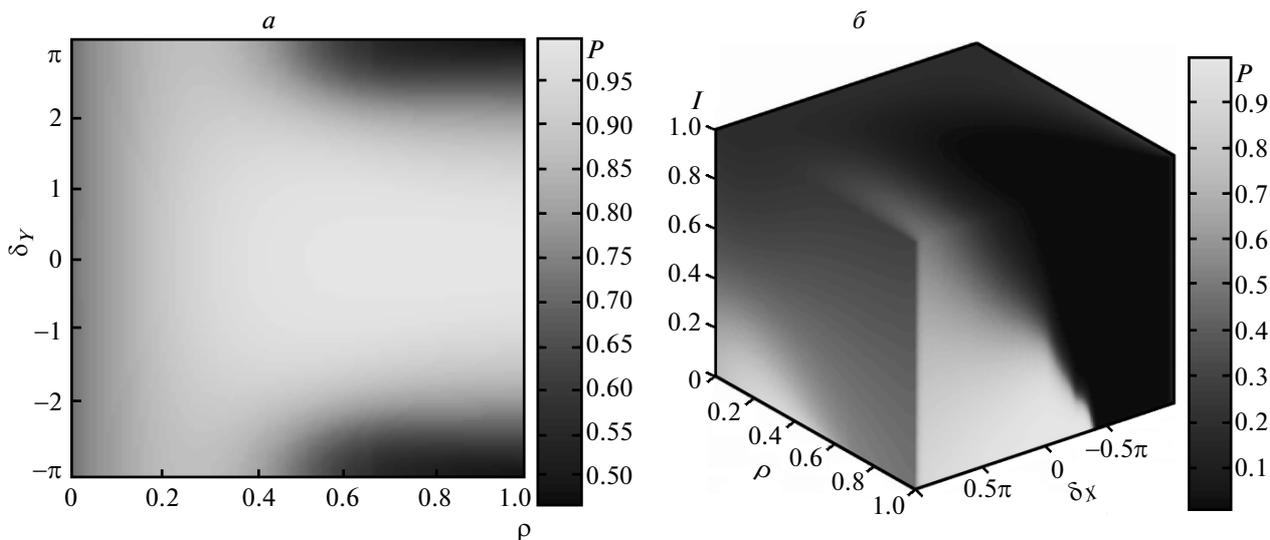
Плотность распределения вероятностей относительной фазовой разности  $\delta$  дается формулой

$$p(\delta|\Delta_T) = \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p_{\Delta}(\delta + 2\pi k|\Delta_T), & \delta \in [-\pi; \pi); \\ 0, & \delta \notin [-\pi; \pi). \end{cases} \quad (15)$$

Поскольку плотность распределения абсолютной фазовой разности  $p_{\Delta}(\Delta|\Delta_T)$  отлична от нуля лишь на интервале  $(\Delta_T - 2\pi; \Delta_T + 2\pi)$ , то в формуле (15) суммирование достаточно произвести по конечному числу значений индекса  $k$ : от значения  $k = k_{\min}$  включительно до значения  $k = k_{\max}$  включительно. Граничные значения определяются формулами

$$k_{\min} = \left[ \frac{\Delta_T - \delta}{2\pi} \right], \quad k_{\max} = \left[ \frac{\Delta_T - \delta}{2\pi} \right] + 1,$$

где  $[\cdot]$  – оператор взятия целой части числа. Обратим внимание, что в формулах (14) и (15) параметры  $\rho$  (когерентность) и  $L$  (количество независимых наблюдений) для краткости записи опущены. Параметр  $\Delta_T$  определяет положение максимума, а параметры  $\rho$  и  $L$  определяют дисперсию. На практике перед выполнением какой-либо обработки интерферограмма, как правило, подвергается пространственной фильтрации. Изменение статистических характеристик интерферограммы в результате фильтрации учитывается через увеличение значения параметра  $L$ .



**Рис. 4.** *a* – Вероятность непрерывности фазы по направлению азимута  $P(-\pi < \Delta_\gamma < \pi | \delta_\gamma, \rho)$  как функция относительной фазовой разности  $\delta_\gamma$  и когерентности  $\rho$ , *б* – вероятность непрерывности фазы по направлению дальности  $P(-\pi < \Delta_\chi < \pi | \delta_\chi, \rho, I)$  как функция относительной фазовой разности  $\delta_\chi$ , когерентности  $\rho$  и интенсивности  $I$ .

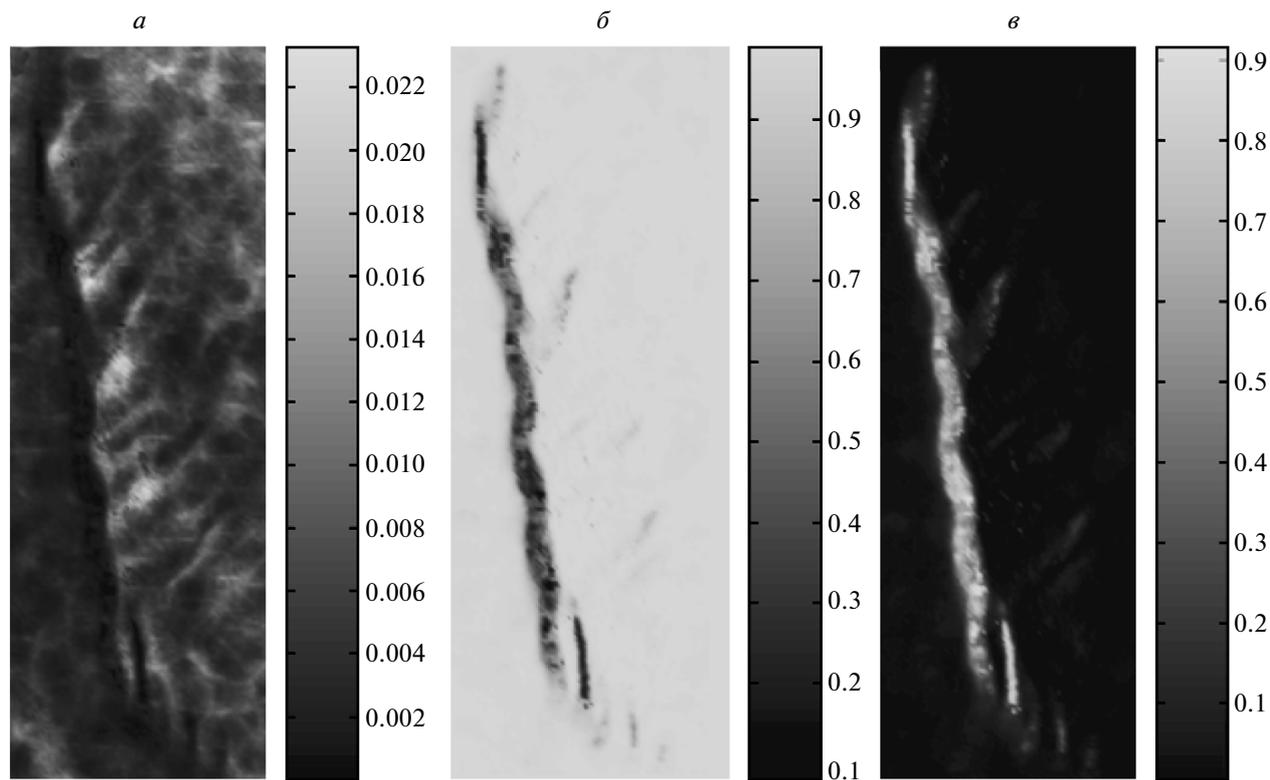
#### ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ФАЗОВОЙ РАЗНОСТИ ПО ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ РАЗНОСТИ

Одной из составляющих функции правдоподобия физической фазовой разности является функция правдоподобия  $p(\delta | \Delta_T, \rho)$  физической фазовой разности  $\Delta_T$  по относительной фазовой разности  $\delta$ . Плотность распределения вероятностей относительной фазовой разности  $p(\delta | \Delta_T, \rho)$  зависит лишь от главного значения разности  $\delta - \Delta_T$  и когерентности  $\rho$ , т.е.  $p(\delta | \Delta_T, \rho) = T(W[\delta - \Delta_T] | \rho)$ , где  $T(\cdot | \rho)$  – функция, полученная из функции  $p(\delta | \Delta_T, \rho)$  заменой аргумента. При стремлении когерентности к единице плотность распределения вероятностей стремится к дельта-функции Дирака. При стремлении когерентности к нулю распределение вероятностей стремится к равномерному распределению.

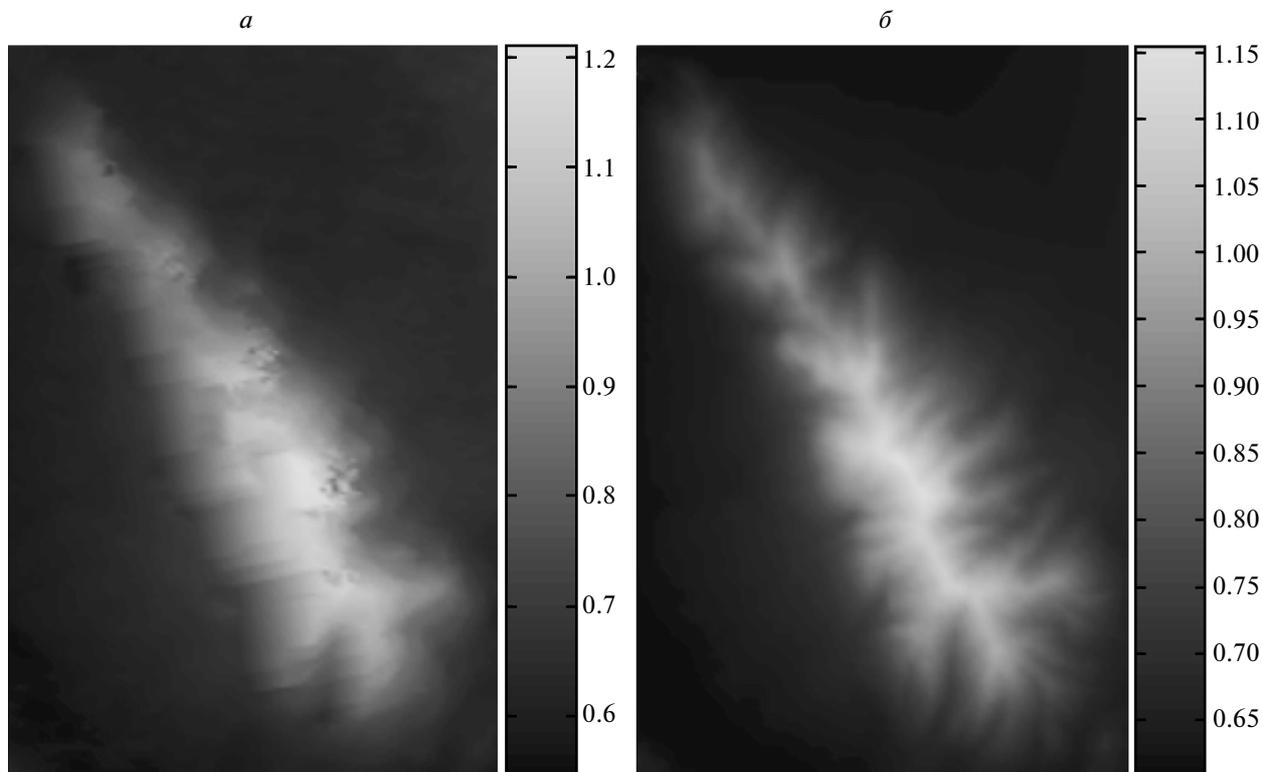
#### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

В качестве исходных данных для вычислительного эксперимента был взят небольшой фрагмент ( $80 \times 230$  пикселей) интерферометрической пары РСА Radarsat-1. Исходными данными для вычисления вероятности разрыва фазы заданной кратности, согласно разработанной нами модели, являются наблюдаемая фазовая разность  $\delta$ , когерентность  $\rho$  и интенсивность  $I$  (рис. 3). Поскольку вероятности требуется вычислять для каждой пары смежных пикселей интерферограммы, а интерферограмма

может иметь очень большие размеры, целесообразно предварительно построить вспомогательные таблицы: вычислить искомые вероятности в узлах сетки пространства параметров. Например, вероятности  $P(-\pi < \Delta_\chi < \pi | \delta_\chi, \rho, I)$ ,  $P(-\pi < \Delta_\gamma < \pi | \delta_\gamma, \rho)$  как функции параметров, вычисленные согласно предложенной модели, показаны на рисунке ниже (рис. 4). Далее, путем интерполяции по полученным таблицам (рис. 4), были построены матрицы соответствующих вероятностей (рис. 5). На основе полученных вероятностей была выполнена развертка фазы для интерферограммы (рис. 3а) методом последовательной вставки ветвей отсечения. Полученная на основе развернутой фазы цифровая модель рельефа представлена на рисунке ниже (рис. 6а) в сравнении с эталонной цифровой моделью рельефа (рис. 6б). На рис. 7 приведены ЦМР, полученные на основе известных алгоритмов развертки фазы без участия разработанной модели. Величины среднего модуля уклонения полученных цифровых моделей рельефа от эталонной модели в рассматриваемом примере таковы: метод вставки ветвей отсечения на основе разработанной модели 15.995 м; алгоритм SNAPHU (Chen, 2001) 37.447 м; метод растущих пикселей 84.640 м; метод наименьших квадратов без взвешивания 201.241 м. Анализ полученных результатов показывает, что наиболее точной является цифровая модель рельефа, полученная методом вставки ветвей отсечения на основе разработанной модели. Разработанная модель, как и модель работы (Chen, 2001), лежащая в основе алгоритма SNAPHU, наряду с когерентностью и фазовой



**Рис. 5.** *a* – Матрица вероятности отрицательного разрыва фазы по направлению дальности  $P(\Delta_X \leq -\pi)$ , *б* – матрица вероятности непрерывности фазы по направлению дальности  $P(-\pi < \Delta_X < \pi)$ , *в* – матрица вероятности положительного разрыва фазы по направлению дальности  $P(\Delta_X \geq \pi)$ .



**Рис. 6.** *a* – ЦМР, полученная методом вставки ветвей отсечения на основе разработанной модели, и *б* – эталонная ЦМР.

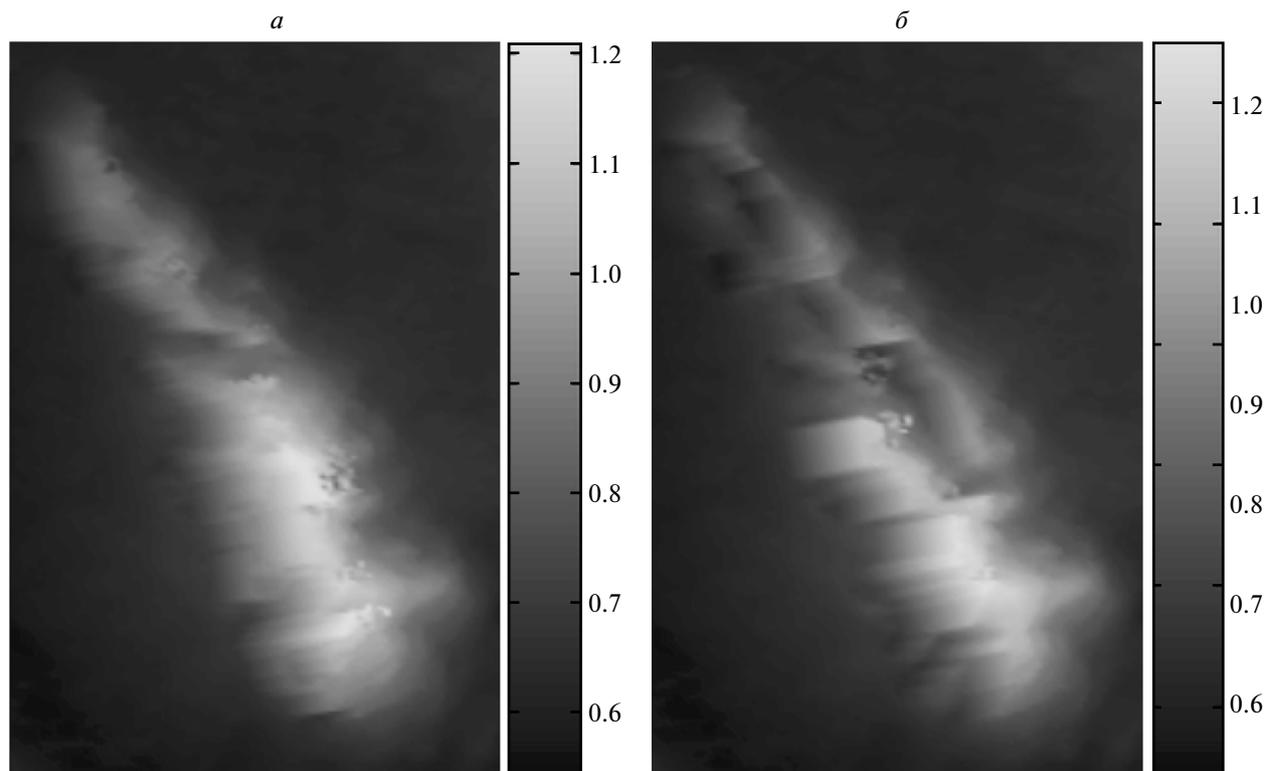


Рис. 7. *а* – ЦМР, полученная алгоритмом SNAPHU, и *б* – методом растущих пикселей.

информацией, учитывает интенсивность принятого РЛ-сигнала. Метод растущих пикселей учитывает лишь фазовый градиент и когерентность. Метод наименьших квадратов без взвешивания учитывает только фазовый градиент. Таким образом, точность развертки фазы и, как следствие, точность получаемой ЦМР напрямую зависит от состава привлекаемой дополнительной информации и математической модели, на основе которой она привлекается. Конечно, точность получаемой ЦМР зависит также от алгоритма развертки фазы, который ищет решение задачи в соответствии с принятой моделью. Алгоритм, разработанный в (Chen, 2001), ищет приближение к глобально оптимальному решению, тогда как метод последовательной вставки ветвей отсечения, использованный нами, в общем случае дает лишь локально оптимальное решение. В данном случае благодаря невысокой плотности разрывов фазы на интерферограмме алгоритм последовательной вставки ветвей отсечения нашел хорошее, в смысле разработанной модели, решение задачи развертки фазы. Высокая точность найденного решения, по сравнению с точностями решений, полученных известными ранее методами, подтвердила адекватность разработанной модели.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработано распределение вероятностей локального наклона фазового рельефа на топографической интерферограмме, позволяющее вычислять вероятности разрывов фазы любой кратности. Разработанное распределение, по сравнению с известными ранее результатами (Carballo, Fieguth, 2000; Chen, 2001), наиболее полно учитывает имеющуюся информацию. Предложенная модель обобщает модель работы (Carballo, Fieguth, 2000) по трем направлениям: учет физических разрывов фазы (т.е. разрывов, обусловленных топографией и геометрией съемки), учет интенсивности принятого РЛ-сигнала, учет априорного распределения вероятностей топографического градиента. Модель допускает эффективную программную реализацию на основе предварительной табуляции. Проведенный вычислительный эксперимент с участием реальных РЛ-снимков показал, что использование разработанной модели при развертке фазы в космической РЛ-топографической интерферометрии позволяет повысить точность получаемой цифровой модели рельефа. Предложенная модель может использоваться совместно с различными алгоритмами развертки фазы в интерферометрической обработке.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Елизаветин И.В., Шувалов Р.И., Буш В.А.* Принципы и методы радиолокационной съемки для целей формирования цифровой модели местности // Геодезия и картография. 2009. № 1. С. 39–45.
- Шувалов Р.И.* Разработка радиометрической модели снимков поверхности Земли, формируемых по данным измерений космических радиолокаторов с синтезированной апертурой антенны // Вестн. МГТУ. Сер. Естественные науки. 2009. № 4. С. 99–118.
- Bamler R.* Digital Terrain Models from Radar Interferometry // Photogram. week'97. Heidelberg: Wichmann Verlag, 1997. P. 93–105.
- Carballo G.F., Fieguth P.W.* Probabilistic cost functions for network flow phase unwrapping // IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens. 2000. V. 38. № 5. P. 2192–2201.
- Chen C.W.* Statistical-cost network-flow approaches to two-dimensional phase unwrapping for radar interferometry // PhD thesis. Stanford University, 2001.
- Datcu M.* Maximum entropy solution for interferometric SAR phase unwrapping // Proc. IGARSS'96 Conf. 21–26 May 1996. Lincoln, NB, USA, 1996.
- Goldstein R.M., Zebker H.A., Werner C.L.* Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping // Radio Sci. 1988. V. 23. № 4. P. 713–720.
- Graham L.C.* Synthetic interferometric radar for topographic mapping // Proc. IEEE. June 1974. V. 62. P. 763–768.
- Guarnieri A.M.* SAR Interferometry and Statistical Topography // IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens. 2002. V. 40. P. 2567–2581.
- Guarnieri A.M.* Using topography statistics to help phase unwrapping // IEEE Proc. 2003. Online № 20030565.
- Lee J.-S. et al.* Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric imagery // IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens. 1994. V. 32. P. 1017–1028.
- Lee J.-S. et al.* A new technique for noise filtering of SAR interferometric phase images // IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens. 1998. V. 36. P. 1456–1465.
- Rosen P., Hensley S., Joughin I., Li F., Madsen S., Rodriguez E., Goldstein R.* Synthetic Aperture Radar Interferometry // IEEE Proc. March 2000. V. 88. № 3.
- Zebker H.A., Goldstein R.M.* Topographic mapping from interferometric SAR observations // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. P. 4993–4999.

## Development of Phase Slope Probability Distribution for Two-Dimensional Phase Unwrapping in Topographic SAR Interferometry

R. I. Shuvalov

*JSC "MIC "NPO Mashinostroyenia", Reutov, Moscow region*

Two-dimensional phase unwrapping in topographic SAR interferometry is discussed. The probability distribution for the local phase slope on the interferogram is developed. In comparison with earlier works the developed distribution is the most full. The model takes into account phase noise, observed phase slope, intensity of the radar signal on the SAR image, prior distribution of terrain slopes. The model considers both phase discontinuities caused by phase noise and discontinuities caused by topography. Developed distribution enables calculation of probabilities of phase discontinuities for the given couple of interferogram adjacent pixels. Proposed distribution is necessary for enhancement of digital elevation models generated through the topographic SAR interferometry. The results of the computational experiment with the real SAR data are discussed.

**Key words:** synthetic aperture radar (SAR), topographic SAR interferometry, two-dimensional phase unwrapping (2D PhU), probabilistic model