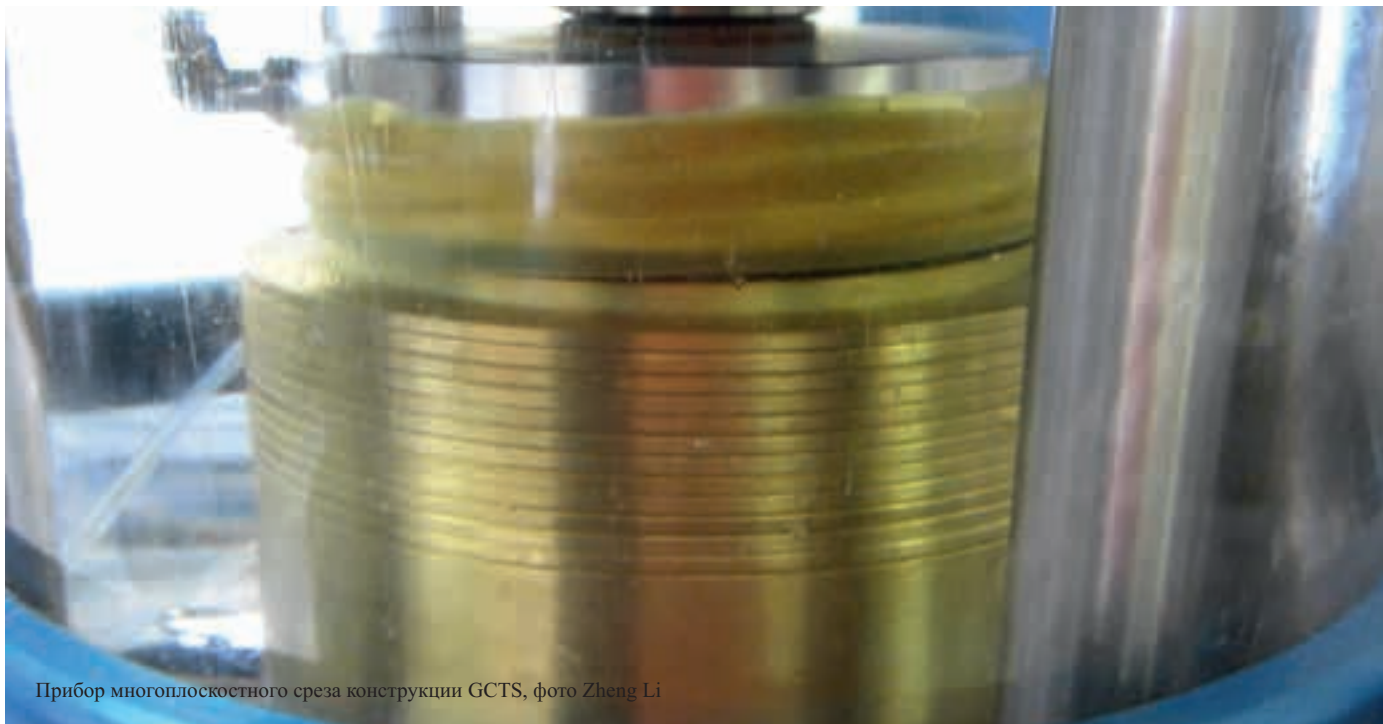


# ИССЛЕДОВАНИЯ ДИЛАТАНСИИ В ДИСПЕРСНЫХ ГРУНТАХ И МЕТОДЫ ЕЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ



Прибор многоплоскостного среза конструкции GCTS, фото Zheng Li

## МИРНЫЙ А.Ю.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия, [MirnyuAY@mail.ru](mailto:MirnyuAY@mail.ru)  
Адрес: Ленинские горы, д. 1, г. Москва, 119991, Россия

Обзорная статья

Поступила в редакцию 09.11.2018 / Принята к публикации 18.03.2019 / Дата публикации 28.06.2019

© ООО «Геомаркетинг», 2019

## Аннотация

Явление дилатансии является уникальным свойством дисперсных сред и в случае грунтов может оказывать значительное влияние на сопротивление сдвигу и изменение напряженно-деформированного состояния в ходе нагружения. В условиях свободных границ при дилатансии наблюдается увеличение объема, а при наличии ограничений на объемное расширение — рост средних напряжений. Таким образом, дилатансия приводит к увеличению сопротивления сдвигу, что позволяет повысить степень использования несущей способности основания. Многие современные механические модели грунта позволяют учитывать дилатансию чаще всего на основании теории Rowe, согласно которой угол внутреннего трения меняется в ходе нагружения, и проводить расчет основания с учетом его упрочнения. Кроме того, введение в условия прочности пластического потенциала позволяет проводить расчет конечных пластических деформаций, что особенно важно в случае сложных траекторий нагружения, часто реализуемых в грунтовых основаниях. В статье приведен обзор исследований явления дилатансии в нашей стране и за рубежом, представлены основные аналитические закономерности теории дилатансии. Рассмотрены четыре основных метода определения угла дилатансии: метод одноплоскостного среза и многоплоскостного среза (перекашивания), трехосного сжатия и кручения, выделены и приведены в табличной форме их основные достоинства и недостатки. Показано, что определение угла дилатансии не представляет существенных трудностей и не требует специализированного оборудования, в то же время эффективное использование этого параметра при проектировании позволяет добиться экономического эффекта в первую очередь в случае песчаных и крупнообломочных грунтов.

## Ключевые слова:

угол дилатансии; дилатансия; контракция; простой сдвиг; многоплоскостной сдвиг; прибор перекашивания; прибор кручения

## Ссылка для цитирования:

Мирный А.Ю., 2019. Исследования дилатансии в дисперсных грунтах и методы ее количественной оценки. Инженерная геология, Том XIV, № 2, с. 34–43, <https://doi.org/10.25296/1993-5056-2019-14-2-34-43>.

# DISPERSE SOILS DILATANCY STUDIES AND THE METHODS OF ITS QUANTITATIVE ASSESSMENT

ANATOLY Yu. MIRNYY

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia, MirnyyAY@mail.ru

Address: Bld. 1, Leninskie Gory, 119991, Moscow, Russia

Review article

Received 9 November 2018 / Accepted 18 March 2019 / Published 28 June 2019

© "Geomarketing" LLC, 2019

## Abstract

The phenomenon of dilatancy is a unique property of dispersed media, and in the case of soils can have a significant impact on the shear resistance and the stress-strain state change during loading. In the conditions of free boundaries dilatancy leads to volume increase, and in the presence of volume expansion restrictions to the growth of average stresses. Thus, dilatancy leads to an increase in shear resistance, which makes it possible to increase the degree of use of the bearing capacity of the base. Many modern mechanical models of soil allow dilatancy calculation, most often on the basis of the Rowe's theory, according to which the angle of internal friction changes during loading, and to calculate the base taking into account its hardening. In addition, the introduction of the plastic potential into the strength conditions allows the calculation of the final plastic strains. This is very important in case of complex loading trajectories, often implemented in soil foundations. The article provides an overview of dilatancy phenomenon studies in our country and abroad with main analytical dependencies given. Four main methods for determining the dilatancy angle are considered: the method of direct simple shear (DSS) and multiplane direct shear (MDS), triaxial compression and torsion shear, their main advantages and disadvantages are highlighted in a form of a table. It is shown that determination of the dilatancy angle does not present significant difficulties and does not require specialized equipment, at the same time, the effective use of this parameter in the design leads to economic effect, primarily in the case of sandy and coarse soils.

## Key words:

dilatancy angle; dilatancy; contraction; direct shear; multiplane direct shear; warping device; torsion device

## For citation:

Mirnyy A.Yu., 2019. Disperse soils dilatancy studies and the methods of its quantitative assessment. Engineering Geology World, Vol. XIV, No. 2, pp. 34–43, <https://doi.org/10.25296/1993-5056-2019-14-2-34-43>.

## Введение

Все дисперсные среды, в том числе грунты, обладают особым механическим свойством изменять объем при сдвиге. Это явление известно под названием *дилатансии* (в случае увеличения объема) или *контракции* (доуплотнения). В некоторых источниках контракция иногда носит название «отрицательной дилатансии».

Из экспериментальных данных хорошо известно, что изменение «знака» дилатансии зависит от степени приближения дисперсной среды к критической плотности  $\rho_{crit}$  (или критическому коэффициенту пористости  $e_{crit}$ ), которую имеет среда при сформировавшихся поверхностях скольжения и протекающих сдвигах. В случае, если изначально среда была недоуплотнена, будет наблюдаться контракция, доуплотнение грунта при сдвиге. В случае исходно плотного сложения будет происходить дилатансия.

## История изучения дилатансии

Дилатансия как механическое явление была описана в 1885 г. О. Рейнольдсом, однако всерьез заинтересовала специалистов в начале XX в. Одним из первых исследователей этого вопроса был D.W. Taylor, опубликовавший в 30-х годах XX в. серию работ, общие итоги которой подведены в учебнике механики грунтов издания 1948 года<sup>1</sup>. В них вводятся понятия пикового и остаточного значения сопротивления сдвигу и угла внутреннего

трения (рис. 1), которые лежат в основе современной теории дилатансии.

Однако наиболее известной публикацией в области исследования дилатансии является фундаментальная работа P.W. Rowe [24], изданная в 1962 году и содержащая общую теорию дилатансии. Именно в этой работе введена связь дилатансии с сопротивлением грунта сдвигу.

В соответствии с теорией Rowe, связь между объемной и сдвиговой деформацией для дилатирующей среды выражается следующим образом (1):

$$\Delta\varepsilon_v = \sin \psi \cdot \Delta\gamma, \quad (1)$$

где  $\Delta\varepsilon_v$  — объемная деформация грунта,  $\psi$  — угол дилатансии,  $\Delta\gamma$  — приращение угловой деформации.

Наиболее практически важным выводом в работе P.W. Rowe является количественная оценка изменения сопротивления сдвигу при ограниченной дилатансии дисперсной среды. Очевидно, что при свободном объемном деформировании будет наблюдаться уплотнение или разуплотнение грунта при сдвиге. Но в условиях реального основания объемное деформирование грунта чаще всего ограничено. В связи с этим вместо приращения объемных деформаций наблюдается увеличение среднего напряжения, в свою очередь приводящего к увеличению сопротивления сдвигу.

<sup>1</sup> Taylor D.W., 1948. Fundamentals of Soil Mechanics. John Wiley and Sons, Inc., New York.



R.W. Rowe предлагает использовать вместо единственной фиксированной величины угла внутреннего трения его переменное значение в зависимости от развития дилатансии. Соответственно, текущее значение угла внутреннего трения  $\varphi_m$  определяется текущей величиной главных напряжений по закону Мора-Кулона (2):

$$\sin \varphi_m = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3 - 2c \cos \varphi} \quad (2)$$

Критическое значение угла внутреннего трения  $\varphi_{cv}$ , то есть сопротивление сдвигу, которое в отечественной традиции принято называть «остаточным», определяется на основании пикового угла внутреннего трения  $\varphi$  и угла дилатансии  $\psi$  (3):

$$\sin \varphi_{cv} = \frac{\sin \varphi - \sin \psi}{1 - \sin \varphi - \sin \psi} \quad (3)$$

На основании величин, приведенных в выражениях (2) и (3), в каждый момент времени может быть определено текущее значение угла дилатансии  $\psi_m$  (4), используемое для расчета приращений объемных деформаций по выражению (1):

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \varphi_m - \sin \varphi_{cv}}{1 - \sin \varphi_m \sin \varphi_{cv}} \quad (4)$$

На основании обширных лабораторных экспериментов, проведенных с песчаными грунтами различной плотности и минерального состава M.D. Bolton, были получены корреляционные зависимости между пиковым и критическим значениями угла внутреннего трения, а также степенью плотности  $I_D$  [21]. Показано, что для плотных грунтов угол дилатансии может достигать 15°, что позволяет существенно увеличить прочность (рис. 2).

Из исследований M.D. Bolton хорошо видно, что угол дилатансии является комплексным параметром, на ве-

личину которого оказывают влияние физические характеристики (плотность сложения), деформационные (объемная сжимаемость) и прочностные (сопротивление сдвигу). Это сильно затрудняет лабораторную оценку, так как величина параметра меняется в зависимости от способа и режима определения.

В качестве обобщения зарубежного опыта исследований дилатансии можно рассматривать работу Vermeer и De Borst [25], в которой приведены наиболее важные выводы, полученные исследователями на протяжении 50 лет. Отдельное внимание в данной работе уделено применимости теории Rowe к трехосному напряженному состоянию.

Изучением явления дилатансии занимались и отечественные специалисты. Результаты фундаментальных исследований явления дилатансии приведены в работах С.В. Бакушева [1], Г.Г. Болдырева [4–6], М.В. Мальшева [12], Д.Ю. Соболевского [15, 16]. В них рассматриваются физический и механический смысл данного параметра, модификации теорий пластичности. Прикладные исследования выполнены в первую очередь специалистами в области гидротехнического строительства — для массивных каменных набросок использование в расчетах угла дилатансии позволяло значительно снизить затраты за счет более полного использования несущей способности. В работах В.Н. Бурлакова [7, 8], А.Л. Гольдина и Л.В. Рассказова<sup>2</sup>, Ю.К. Зарецкого и В.Н. Ломбардо [10] показаны способы учета дилатансии в механических моделях и при проектировании сооружений, многими авторами сделаны попытки развития методик испытаний и определения этого параметра [3, 11, 14]. Отдельным не так давно возникшим направлением исследований является численное моделирование с учетом дилатансии. В работах [9, 13, 18] рассматриваются особенности выполнения расчетов с применением различных моделей, их преимущества и недостатки.

Угол дилатансии также входит в качестве параметра в условие прочности Кулона-Мора. В данном условии функция текучести, описывающая поверхность перехода в предельное состояние в пространстве главных напряжений, записывается в виде:

$$f = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cos \varphi = 0 \quad (5)$$

Потенциал пластичности, введенный по предложению Drucker и Prager [20], ограничивает область упругих деформаций, и записывается в виде:

$$g = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \psi \quad (6)$$

Для несвязного грунта (при отсутствии сцепления) данные поверхности совпадут в случае равенства угла внутреннего трения и угла дилатансии. В этом случае для расчета приращения пластической деформации будет использоваться закон ассоциированного течения [23], устанавливающий, что приращение пластических деформаций развивается по нормали к поверхности текучести. Однако в случае грунтов подобная ситуация встречается крайне редко, в результате направление развития пластических деформаций отклоняется от нормали в сторону деформации сдвига (рис. 3).

<sup>2</sup> Гольдин А.Л., Рассказов Л.Н., 2001. Проектирование грунтовых плотин. АСВ, Москва.

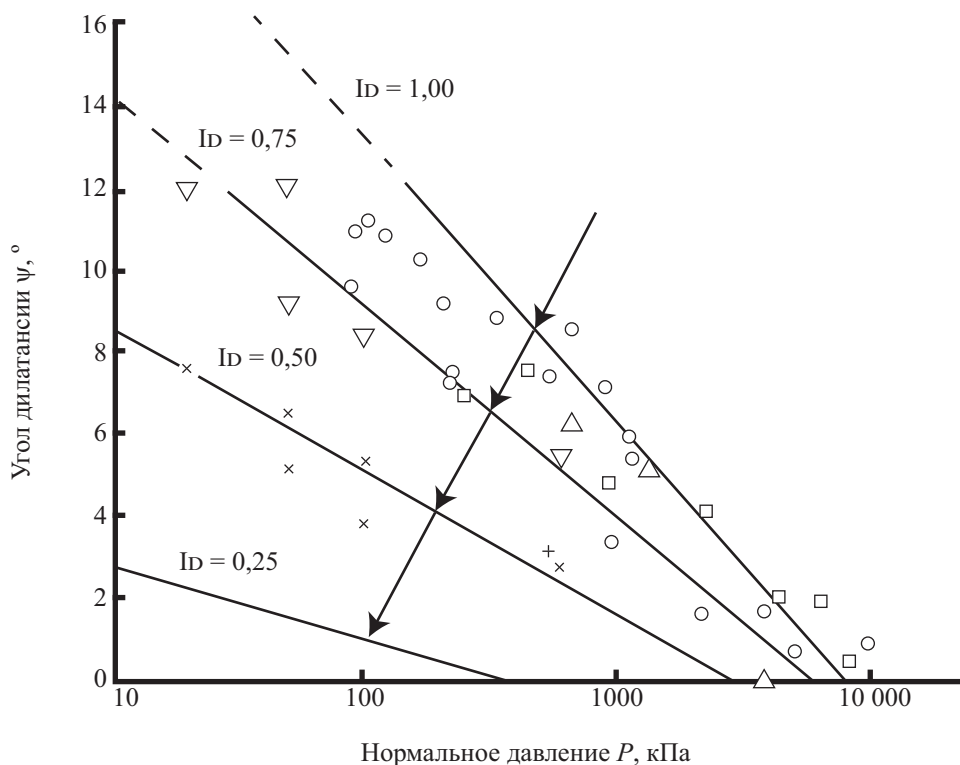


Рис. 2. Зависимость угла дилатансии от нормального давления при различных степенях плотности образца  $I_D$   
 Fig. 2. The dependence of the dilatancy angle on normal stress at different degrees of sample density  $I_D$

Наконец, в случае, если угол дилатансии равен нулю, объемных деформаций при сдвиге не наблюдается вовсе, и модель учитывает только пластические деформации сдвига.

Все эти положения вошли в современные математические модели, использующие условие прочности Кулона-Мора — упрочняющегося грунта и ее производные (Hardening Soil, Hardening Soil Small-strain), слабого грунта и ее производные (Soft soil, Soft soil Creep). Таким образом, в практике численного моделирования использование реального значения угла дилатансии позволяет мобилизовать дополнительное сопротивление сдвигу для грунтов с высокой плотностью — в основаниях нагруженных сооружений, насыпях и дамбах, что приводит к заметному экономическому эффекту и более полному использованию несущей способности грунта. В случае проведения оценки несущей способности основания инженерными методами<sup>3</sup> на основании расчетного сопротивления учет дилатансии возможен путем введения дополнительных коэффициентов к значению расчетного сопротивления, однако данный вопрос требует дальнейшего исследования.

Исследования, представленные в работе В.В. Орехова [13], показали, что используемое в модели грунта Hardening Soil предположение о постоянстве угла дилатансии подходит для плотных грунтов, а для грунтов рыхлых и средней плотности неприемлемо. При этом ошибка в расчетах при оценке объемной деформации рыхлых песков и песков средней плотности может превышать 50%.



Рис. 3. Положение поверхности текучести (f) и пластического потенциала (g)

Fig. 3. Yield surface (f) and plastic potential (g) location

На основании физического смысла в практике инженерных изысканий угол дилатансии может быть определен в любом приборе, позволяющем реализовать измерение объемных деформаций грунтов при существенном развитии деформаций сдвига (в состояниях, близких к предельным). К таким приборам относятся:

- приборы одноплоскостного среза (DS);
- приборы многоплоскостного среза (перекашивания, простого сдвига, DSS);

<sup>3</sup> Инженерными методами называются приближенные методы выполнения расчетов с допущениями, вносящими пренебрежимо малую неточность в результат расчета, однако существенно снижающими трудоемкость. К инженерным методам прибегают при отсутствии точного аналитического решения либо при высокой трудоемкости его использования. Примерами инженерных методов в геотехнике являются расчет осадок основания методом послойного суммирования и расчет устойчивости откоса методом круглоцилиндрических поверхностей.

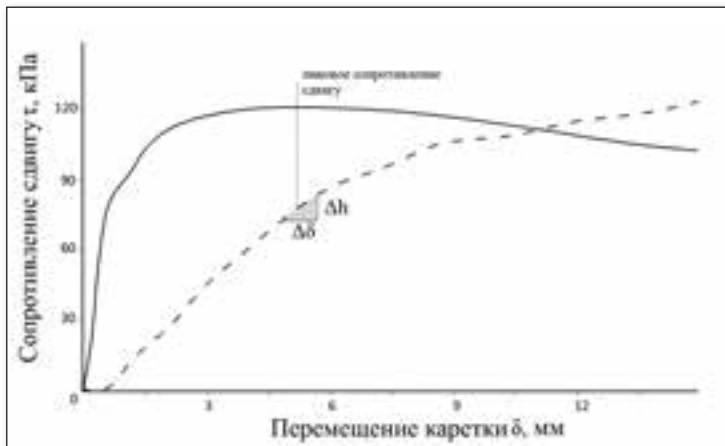


Рис. 4. Зависимость сопротивления сдвигу от перемещения каретки для испытаний одноплоскостного среза

Fig. 4. Shear resistance on slide movement dependency for direct shear test

- приборы трехосного сжатия (ТС);
- приборы кручения.

Каждый из данных методов определения обладает своими достоинствами и недостатками.

Необходимо отметить, что абсолютное большинство исследований дилатансии, а также методы ее количественной оценки относятся к песчаным грунтам. Это объясняется как большим размером отдельных частиц, так и их формой. Характерная пластинчатая форма частиц глинистых грунтов не приводит к дополнительным объемным деформациям при сдвиге в связи с более высокой пористостью и возможностью относительного поворота отдельных частиц. В результате объемные деформации при сдвиге имеют настолько незначительную величину, что их измерение в ходе лабораторных исследований крайне затруднено. Этим объясняются рекомендации исследователей [23] принимать для нормально уплотненных грунтов значение угла дилатансии равным нулю. В то же время в переуплотненных грунтах возможно образование агрегированных частиц, достаточно жестких, чтобы реализовывался механизм дилатансии, но этот вопрос требует дополнительного исследования. В любом случае влияние дилатансии на упрочнение при сдвиге глинистых грунтов достаточно мало.

### Определение угла дилатансии в приборе одноплоскостного среза

Данный метод определения хорошо известен и уже используется в практике инженерных изысканий, хотя и не имеет обоснования в нормативных технических документах. Для определения угла дилатансии необходимо использовать прибор с датчиком измерения вертикальных перемещений штампа в ходе деформации сдвига. Таким датчиком может быть дооборудован любой имеющийся в лаборатории прибор, кроме того, приборы с этой модификацией производятся серийно.

В ходе испытания проводится измерение сопротивления сдвигу, горизонтальных перемещений каретки и вертикальных перемещений, после чего оба графика строятся в единой координатной плоскости (рис. 4). Наклон касательной к кривой зависимости вертикальных перемещений от горизонтальных в точке максимального сопротивления сдвигу позволяет определить угол дилатансии по формуле для плоского напряженного состояния.

Действительно, формула для определения угла дилатансии может быть легко получена аналитически на основании физического смысла (7). При этом не требуется знать высоту слоя, в котором развивается сдвиг.

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\gamma}} = \frac{\Delta h}{h} \cdot \frac{h}{\Delta \delta} = \frac{\Delta h}{\Delta \delta} \quad (7)$$

График, представленный на рис. 4, хорошо известен в отечественной научно-технической литературе, в первую очередь по публикации Л.А. Строковой [17]. Однако практический опыт определения угла дилатансии данным методом показывает его крайне низкую чувствительность. Это связано с малой высотой сдвигаемого слоя. В приборе одноплоскостного среза сдвиговые деформации развиваются на единственной фиксированной поверхности скольжения, в идеальном случае — на границе двух слоев частиц. Из физического смысла дилатансии очевидно, что предельные вертикальные перемещения в данном случае составят не более половины диаметра частицы. Таким образом, для построения зависимости вертикальных перемещений от горизонтальных, необходимо достоверно измерять перемещения, составляющие хотя бы 1/10 от размера частицы.

К сожалению, точность измерения наиболее широко используемых в настоящее время индукционных датчиков перемещений трансформаторного типа (LVDT) составляет 0,1–0,2% от предельной величины хода, что для хода 0–20 мм дает только 0,02–0,04 мм. Резистивные датчики позволяют получить более высокую точность, однако чувствительны к внешним вибрациям и обладают выраженным температурным дрейфом. В результате для пылеватых и мелких песков графики носят выраженно ступенчатый характер, и построение касательной в точке к ним невозможно. Следовательно, данный метод может с достаточной точностью применяться только для крупных и средней крупности песков. В свою очередь, для данных разновидностей грунтов испытания одноплоскостного среза возможны только в приборах с подвижной нижней кареткой, что ограничивает широкое применение метода.

### Определение угла дилатансии в приборах многоплоскостного среза

Приборы многоплоскостного среза в единичных экземплярах изготавливались в лабораториях и научно-исследовательских организациях нашей страны, однако серийно начали производиться сравнительно недавно. За рубежом данный вид испытаний хорошо известен и распространен под названием Direct Simple Shear (DSS) [19]. Это объясняется как простотой конструкции, так и большим количеством параметров, которые могут определяться — помимо сопротивления грунта срезу и угла дилатансии также можно оценить сдвиговую жесткость образца.

Конструктивно прибор представляет собой стопку колец круглой или прямоугольной формы, внутри которых в эластичной оболочке располагается образец. В ходе испытания происходит сдвиг по множественным параллельным поверхностям, в результате чего базой измерения вертикальных перемещений становится практически полная высота образца. Принципиальная схема прибора представлена на рис. 5, а.

В случае, если кольца кинематически связаны между собой, корректнее использовать название «прибор про-

стого сдвига», так как относительное смещение каждого слоя будет одинаковым (в отличие от прибора многоплоскостного среза). Конструкции стенок приборов простого сдвига отличаются разнообразием: от связанных в единую систему отдельных колец и даже жестких наклоняемых стенок (прибор Кэмбриджского университета) до мембран, армированных отдельными кольцами либо навитой проволокой (разработки Норвежского института геотехники) [20]. Более подробно конструкции данных приборов рассмотрены в работе Г.Г. Болдырева [4].

Методика определения угла дилатансии в данном случае полностью аналогична описанной выше для испытаний одноплоскостного среза (7) и была разработана М.Д. Bolton на основании простого геометрического построения, представленного на рис. 5, b. Как и в случае прибора одноплоскостного среза, угол дилатансии определяется в момент максимального сопротивления сдвигу. Однако в данном случае известна база развития деформаций сдвига (полная высота образца либо высота области перекашивания), что позволяет использовать значения относительных деформаций (8):

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\gamma}} \quad (8)$$

Некоторое время назад ООО «НПП «Геотек»» было анонсировано изготовление прибора аналогичной конструкции диаметром 300 мм для проведения испытания крупнообломочных грунтов, а также строительных щебня и гравия. Помимо традиционной для подобных приборов схемы нагружения с постоянным вертикальным давлением была реализована также схема с жесткой фиксацией верхнего штампа после приложения вертикальной нагрузки — фактически ограничения объемных деформаций. В этом случае при испытаниях было выявлено увеличение сопротивления сдвигу, связанное с ростом средних напряжений, что согласуется с ранее выполненными исследованиями [21, 24].

### Определение угла дилатансии в приборе трехосного сжатия

В ходе девиаторного нагружения в стабилометре для большинства песчаных грунтов наблюдается увеличение объема, которое регистрируется системой измерения объемных деформаций. Оно вызвано дилатансией и может использоваться для расчета угла дилатансии.

Для этого необходимо выполнить построение графика зависимости объемной деформации от вертикальной, представленное на рис. 6.

Участок наибольшего наклона полученной кривой позволяет получить значение угла дилатансии по формуле (9), предложенной в работе Schanz и Vermeer [23]:

$$\sin \psi = \frac{2\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_v - 2\dot{\varepsilon}_1} \quad (9)$$

Недостатком данного метода является неоднородное напряженно-деформированное состояние, формирующееся в образце при высоких значениях деформаций сдвига и вносимые вследствие этого погрешности измерения. Кроме того, при использовании традиционной траектории девиаторного раздавливания (СТС) в ходе испытания происходит постоянный рост среднего напряжения,

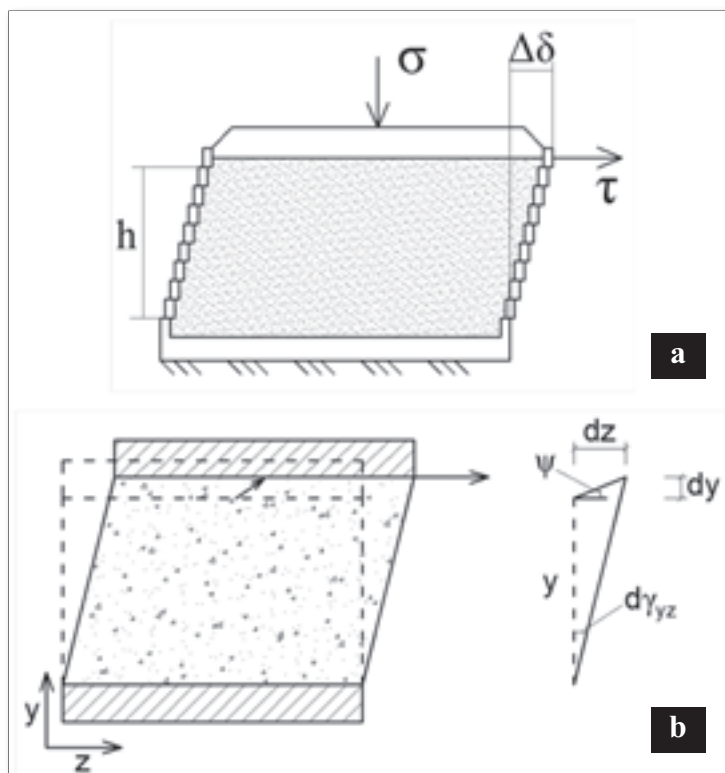


Рис. 5. Принципиальное устройство прибора многоплоскостного среза (а) и геометрическое построение, позволяющее определить угол дилатансии (б) (по М.Д. Bolton)

Fig. 5. The principal scheme of the device of multiplane direct shear (a) and the geometric construction, allowing to determine the dilatancy angle (b) (by M.D. Bolton)



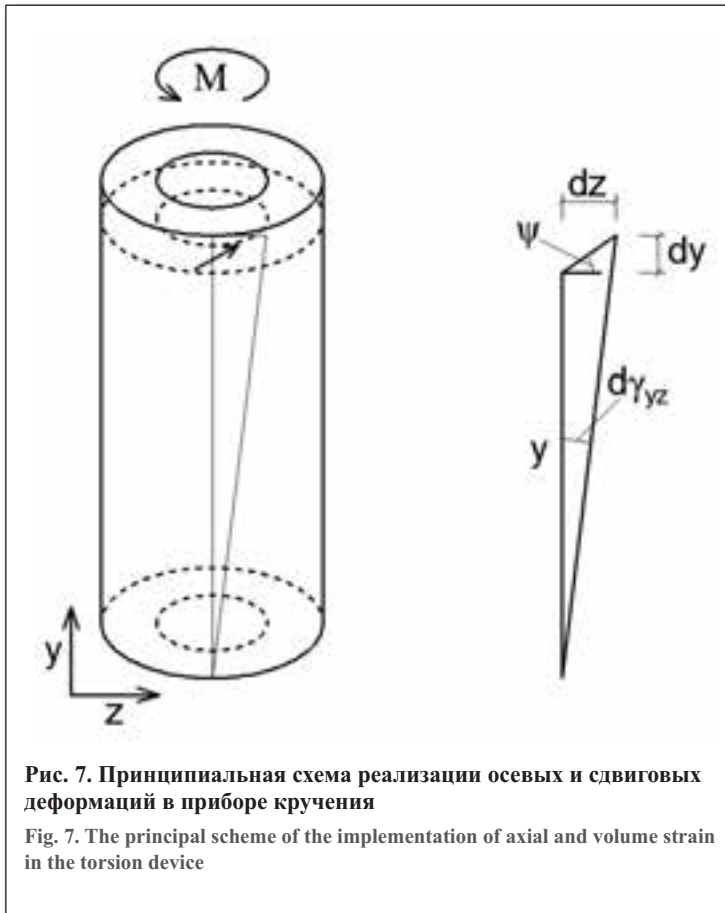
Рис. 6. Общий вид зависимости объемной деформации от вертикальной для трехосного сжатия, участок наибольшего наклона используется для определения угла дилатансии

Fig. 6. General view of the volume strain on the vertical strain dependency for triaxial compression, the greatest slope interval is used for dilatancy angle determination

который в свою очередь вызывает дополнительные объемные деформации. Очевидно, что данные деформации не носят дилатантного характера. В результате значение угла дилатансии будет занижено по сравнению с приборами простого сдвига и одноплоскостного среза.

Метод также не может применяться при измерении радиальных деформаций напрямую, так как погрешность определения объемных деформаций становится сопоставимой с измеряемыми величинами.

Достоинством метода является его высокая чувствительность: определение угла дилатансии возможно даже



**Рис. 7. Принципиальная схема реализации осевых и сдвиговых деформаций в приборе кручения**

**Fig. 7. The principal scheme of the implementation of axial and volume strain in the torsion device**

для супесчаных и глинистых грунтов. Кроме того, данные испытания чаще всего выполняются, если предполагается использование численных методов расчета, а определение угла дилатансии может быть выполнено по результатам того же испытания, без увеличения сметной стоимости и числа необходимых образцов.

**Определение угла дилатансии в приборах кручения**

Прибором кручения называется прибор, позволяющий приложить всестороннее давление к образцам в форме полого или, реже, сплошного цилиндра (аналогично приборам трехосного сжатия), после чего разрушить образцы

посредством вращения. Вращающий момент прикладывается к верхнему и нижнему штампам. В результате образец подвергается простому сдвигу, при этом сдвиговые деформации развиваются в тангенциальном направлении и могут иметь неограниченную величину без существенной потери точности измерения вследствие изменения геометрических размеров образца. Обширный обзор приборов данной конструкции приведен в работах Г.Г. Болдырева и И.Х. Идрисова [5, 6].

Конструкция приборов кручения достаточно сложна, хотя и реализована многими исследователями по всему миру. Фактически данный прибор может быть отнесен к категории универсального оборудования, пригодного для определения параметров прочности и деформируемости как в соответствии с нормативными техническими документами, так и в рамках научно-исследовательских работ. Угол дилатансии также может быть определен в данном приборе с высокой точностью. Данный вопрос рассмотрен в работе А.И. Билеуша и соавторов [3].

Принципиальная схема реализации объемных и осевых деформаций представлена на рис. 7.

Важным преимуществом данного прибора является форма образца — высокий цилиндр. В этом случае база измерения вертикальных перемещений достаточно велика, а сдвиг при кручении происходит по всей высоте, что дает большие абсолютные значения приращений высоты вследствие дилатансии. Предельная величина сдвиговой деформации при этом не ограничена, что позволяет оценить изменение угла дилатансии на разных этапах нагружения. В отличие от стабилометра, в приборе кручения точность измерений практически не снижается с ростом деформаций, так как форма образца остается неизменной.

Проведенное сопоставление различных методов определения данного параметра позволяет выделить преимущества и недостатки каждого из них, представленные в табл. 1.

**Использование эмпирических зависимостей**

К сожалению, объем прямых определений параметров дилатансии, выполняемый в нашей стране в практике инженерных изысканий, в настоящее время крайне мал. Несмотря на наличие в лабораториях необходимого

Таблица 1  
Table 1

Преимущества и недостатки различных методов лабораторного определения угла дилатансии Advantages and disadvantages of different methods of laboratory determination of the dilatancy angle				
Метод	Одноплоскостной срез (DS)	Многоплоскостной срез (простой сдвиг, перекашивание, DSS)	Осесимметричное трехосное сжатие (стабилометр, TC)	Кручение полого цилиндра
Преимущества	Широко распространен	Простота конструкции, высокая точность определения угла дилатансии, универсальность	Достаточно распространен, не требуется проведение отдельного испытания	Большая база измерения позволяет использовать стандартные датчики и определять параметр с высокой точностью
Недостатки	Необходим высокоточный датчик измерения вертикальных перемещений	Мало распространен	Не всегда выполняется, требует качественного измерения объемных деформаций	Крайне редко встречается, сложная конструкция

Таблица 2  
Table 2Значения коэффициента  $Q$  для частиц различного состава  
Parameter  $Q$  values for particles of different composition

Состав	Кварц, полевоый шпат	Известняк	Антрацит	Мел
Значение $Q$	10	8	7	5,5

оборудования, отсутствие нормативной методики не позволяет собрать достоверную статистику по значениям угла дилатансии для различных видов грунтов. В то же время, принимая во внимание взаимосвязь между проявлением дилатансии, размером и прочностью отдельных частиц, многими исследователями допускается использование эмпирических зависимостей. Данные зависимости позволяют учитывать не только минеральный состав, но и сглаживание частиц вследствие дробления при повышении уровня эффективных всесторонних напряжений  $p'$  до некоторого предельного значения  $p'_{crit}$ .

Так, например, M.D. Bolton рекомендует использовать дополнительный параметр  $I_R$  — «относительное число дилатансии» (10):

$$I_R = I_D (Q - \ln p') - 1, \quad (10)$$

где  $I_D$  — степень плотности, д.е.;  $Q$  — коэффициент, учитывающий минералогический состав (табл. 2);  $p'$  — эффективное всестороннее напряжение, кПа.

Угол дилатансии с использованием относительного числа дилатансии  $I_R$  определяется по формулам (11):

$$\psi = 4I_R^\circ, \text{ для случая плоской деформации и } \psi = 3I_R^\circ, \text{ для случая осесимметричного трехосного сжатия.} \quad (11)$$


Для кварцевых песков удовлетворительный результат дает более простая эмпирическая формула (12), что подтверждается многочисленными исследованиями [14, 21, 24]:

$$\psi = \varphi - 30^\circ. \quad (12)$$

**Заключение**

Угол дилатансии является важнейшим параметром для грунтовой среды, так как позволяет учитывать при расчетах упрочнение и разупрочнение вследствие изменения объема при сдвиге. Он входит в качестве исходного параметра во все модели, использующие потенциал пластичности для расчета конечных пластических деформаций при сдвиге. В первую очередь, это важно при сложных траекториях нагружения, где активное и пассивное нагружение сменяют друг друга. Более тщательный учет явления дилатансии при расчете оснований позволяет полнее использовать несущую способность, что подтверждается примерами из области гидротехнического строительства.

Определение данного параметра для песчаных грунтов не представляет методических сложностей и может выполняться как в широко распространенных приборах одноплоскостного среза и осесимметричного трехосного сжатия, так и в реже встречающихся приборах многоплоскостного среза и кручения. Каждый из этих приборов обладает своими недостатками и достоинствами (см. табл. 1). Введение определения угла дилатансии в практику инженерно-геологических изысканий может быть выполнено на основании обширного опыта отечественных и зарубежных исследований. В частности, разработаны эмпирические формулы для несвязных грунтов различного минерального состава и степени плотности.

Определение угла дилатансии для глинистых грунтов сопряжено с большими сложностями, связанными с малым размером частиц и трудностями измерений. Тем не менее, в переуплотненных глинистых грунтах дилатансия также проявляется и может быть определена методами, описанными в данной работе. 

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бакушев С.В., 2018. Модифицированная деформационная теория пластичности сыпучей среды. Строительная механика и расчет сооружений, № 2 (277), с. 2–8.
2. Безматерных А.В., Офрихтер В.Г., 2017. Явление дилатансии и его влияние на характер деформирования грунтов под нагрузкой. Master's Journal, № 2, с. 85–90.
3. Билеуш А.И., Кривоног А.И., Кривоног В.В., Филимонов В.Ю., 2011. Прочность сыпучих грунтов, обладающих дилатансией. Прикладна гідромеханіка, Том 13, № 3, с. 23–32.
4. Болдырев Г.Г., 2014. Методы определения механических свойств грунтов с комментариями к ГОСТ 12248-2010. ООО «Прондо», Москва.
5. Болдырев Г.Г., Идрисов И.Х., 2017. Исследования анизотропного поведения грунтов в условиях сложного напряженного состояния. Состояние вопроса. Часть 2. Эффект вращения наибольшего главного напряжения на прочность грунта. Геотехника, Том IX, № 6, с. 4–18.
6. Болдырев Г.Г., Идрисов И.Х., 2018. Исследования анизотропного поведения грунтов в условиях сложного напряженного состояния. Состояние вопроса. Часть 3. Приборы для испытаний полых цилиндрических образцов. Геотехника, Том X, № 1–2, с. 8–19.



7. Бурлаков В.Н., 2001. Исследования дилатансии в песчаных грунтах. Гидротехническое строительство, № 6, с. 30–34.
8. Бурлаков В.Н., Тер-Мартirosян А.З., 2010. Дилатансия, влияние на деформируемость грунтов. Вестник МГСУ, № 4, с. 182–193.
9. Зайкин Ю.В., 2016. Определение угла дилатансии как параметра для численного моделирования поведения грунтов. Известия Всероссийского научно-исследовательского института гидротехники им. Б.Е. Веденеева, Том 280, с. 24–32.
10. Зарецкий Ю.К., Ломбардо В.Н., 1983. Статика и динамика грунтовых плотин. Энергоатомиздат, Москва.
11. Дургалян М.Г., Николаева С.К., Бершов А.В., 2018. Факторы, влияющие на эффект дилатансии в песчаных грунтах. Инженерно-геологическое и эколого-геологическое изучение песков и песчаных массивов, Труды Международной научной конференции, Москва, 2018, с. 26–31.
12. Малышев М.В., 1994. Прочность грунтов и устойчивость оснований сооружений. Стройиздат, Москва.
13. Орехов В.В., Орехов М.В., 2014. Использование модели упрочняющегося грунта для описания поведения песка различной плотности при нагружении. Вестник МГСУ, № 2, с. 91–97.
14. Сагитова Р.Х., Мельников Р.В., 2015. Определение угла дилатансии песчаного грунта. Сборник материалов XV научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов, соискателей и магистрантов ТюмГАСУ, Тюмень, 2015, с. 135–140.
15. Соболевский Д.Ю., 1989. Дилатантная поправка в условиях прочности несвязного грунта. Надежность и эффективность эксплуатации трубопроводных систем, Москва.
16. Соболевский Д.Ю., 1994. Прочность и несущая способность дилатирующего грунта. Наука и техника, Минск.
17. Строкова Л.А., 2008. Определение параметров для численного моделирования поведения грунтов. Известия Томского политехнического университета, № 313 (1), с. 69–74.
18. Султанов Л.У., Бережной Д.В., Карамов А.В., 2014. Расчет грунтовых массивов с учетом дилатансии на основе метода конечных элементов. Инженерно-строительный журнал, № 4 (48), с. 3–9.
19. Airey D.W., Wood D.M., 1987. An evaluation of direct simple shear tests on clay. Géotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 25–35.
20. Bjerrum L., Landva A., 1966. Direct simple shear tests on a Norwegian quick clay. Geotechnique, Vol. 16, No. 1, pp. 1–20.
21. Bolton M.D., 1986. The strength and dilatancy of sands. Geotechnique, Vol. 36, No. 1, pp. 65–78.
22. Drucker D.C., Prager W., 1952. Soil mechanics and plastic analysis for limit design. Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 10, No. 2, pp. 157–165.
23. Hill R., 1950. The mathematical theory of plasticity. Clarendon Press, Oxford.
24. Rowe P.W., 1962. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Vol. 269, pp. 500–527.
25. Vermeer P.A., De Borst R., 1984. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. Heron, Vol. 29, No. 3, pp. 3–64.

## REFERENCES

1. Bakushev S.V., 2018. Modified plasticity theory for non-cohesive medium. Structural Mechanics and Analysis of Constructions, No. 2 (277), pp. 2–8. (in Russian)
2. Bezmaternykh A.V., Ofrikhter V.G., 2017. The phenomenon of dilatancy and its impact on the nature of deformation of soil under load. Master's Journal, No. 2, pp. 85–90. (in Russian)
3. Bileush A.I., Krivonog A.I., Krivonog V.V., Filimonov V.Yu., 2011. The strength of granular soils with dilatancy. Applied hydromechanics, Vol. 13, No. 3, pp. 23–32. (in Russian)
4. Boldyrev G.G., 2014. Methods of soil mechanical properties determination with comments to GOST 12248-2010. "Prondo" LLC, Moscow. (in Russian)
5. Boldyrev G.G., Idrisov I.H., 2017. State of the art: studies of soils anisotropic behavior under conditions of a complex stress state. Part 2. The effect of major principal stress rotation on the soil strength. Geotechnics, Vol. IX, No. 6, pp. 4–18. (in Russian)
6. Boldyrev G.G., Idrisov I.H., 2018. State of the art: studies of soils anisotropic behavior under conditions of a complex stress state. Part 3. Hollow cylinder torsional machines. Geotechnics, Vol. X, No. 1, pp. 8–19. (in Russian)
7. Burlakov V.N., 2001. Studying the dilatancy in sand soils. Hydrotechnical construction, No. 6, pp. 30–34. (in Russian)
8. Burlakov V.N., Ter-Martirosyan A.Z., 2010. Dilatancy, influence on the soil deformation properties. MSUCE bulletin, No. 4, pp. 182–193. (in Russian)
9. Zaykin Yu.V., 2016. Determination of a dilatancy angle as a parameter for numerical modeling of soil behavior. Proceedings of the VNIIG, Vol. 280, pp. 24–32. (in Russian)
10. Zaretskiy Yu.K., Lombardo V.N., 1983. Statics and dynamics of soil dams. Energoatomizdat, Moscow. (in Russian)
11. Durgalyan M.G., Nikolaeva S.K., Bershov A.V., 2018. Factors affecting the dilatancy effect in sandy soils. Engineering-Geological and Ecological-Geological Study of Sands and Sand Massifs, Proceedings of the International Scientific Conference, Moscow, 2018, pp. 26–31. (in Russian)

12. Malyshev M.V., 1994. Soil strength and foundations stability. Stroyizdat, Moscow. (in Russian)
13. Orekhov V.V., Orekhov M.V., 2014. Using hardening soil model for describing the behavior of varied density sand under the load. MSUCE bulletin, No. 2, pp. 91–97. (in Russian)
14. Sagitova R.Kh., Mel'nikov R.V., 2015. Sand dilatancy angle determination. Proceedings of the XV scientific-practical conference of young scientists, postgraduates, applicants for PhD and master students TyumGASU, Tyumen, 2015, pp. 135–140. (in Russian)
15. Sobolevskiy D.Yu., 1989. Dilatant amendment in terms of the strength of non-cohesive soils. Reliability and efficiency of pipeline systems operation, Moscow. (in Russian)
16. Sobolevskiy D.Yu., 1994. Strength and resistance of dilatative soil. Nauka I tekhnika, Minsk. (in Russian)
17. Strokova L.A., 2008. Numerical modeling parameters obtainment. Bulletin of TPU, No. 313 (1), pp. 69–74. (in Russian)
18. Sultanov L.U., Bereznoi D.V., Karamov A.V., 2014. FEM-based calculation of soil mass with the impact of dilatancy. Structural-engineering journal, No. 4 (48), pp. 3–9. (in Russian)
19. Airey D.W., Wood D.M., 1987. An evaluation of direct simple shear tests on clay. Géotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 25–35.
20. Bjerrum L., Landva A., 1966. Direct simple shear tests on a Norwegian quick clay. Geotechnique, Vol. 16., No. 1, pp. 1–20.
21. Bolton M.D., 1986. The strength and dilatancy of sands. Geotechnique, Vol. 36, No. 1, pp. 65–78.
22. Drucker D.C., Prager W., 1952. Soil mechanics and plastic analysis for limit design. Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 10, No. 2, pp. 157–165.
23. Hill R., 1950. The mathematical theory of plasticity. Clarendon Press, Oxford.
24. Rowe P.W., 1962. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Vol. 269, pp. 500–527.
25. Vermeer P.A., De Borst R., 1984. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. Heron, Vol. 29, No. 3, pp. 3–64.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

### МИРНЫЙ АНАТОЛИЙ ЮРЬЕВИЧ

*Старший научный сотрудник лаборатории исследования влияния геологических факторов на физико-химическое закрепление грунтов геологического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, к.т.н., г. Москва, Россия*

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

### ANATOLY Yu. MIRNYY

*Senior research scientist of the Laboratory of Researching the Geological Factors Influence on Physicochemical Soil Consolidation, Faculty of Geology, Lomonosov Moscow State University, PhD (Candidate of Science in Technics), Moscow, Russia*



Фото А.Ю. Мирного