



ОСОБЕННОСТИ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ЛЕССОВОГО ПСЕВДОКАРСТА (НА ПРИМЕРЕ ЯВАНСКОЙ ДОЛИНЫ В ТАДЖИКИСТАНЕ)

FEATURES OF FRACTAL ANALYSIS OF LOESS PSEUDOKARST (BY THE EXAMPLE OF THE YOVON VALLEY IN TAJIKISTAN)

ЛАВРУСЕВИЧ А.А.

Доцент кафедры инженерной геологии и геоэкологии
Московского государственного строительного университета (МГСУ),
к.г.-м.н., г. Москва, lavrusevich@yandex.ru

ЗАХАРОВ В.С.

Доцент кафедры динамической геологии Московского
государственного университета им. М.В. Ломоносова,
к.ф.-м.н., г. Москва, vszakharov@yandex.ru

ХОМЕНКО В.П.

Профессор кафедры инженерной геологии
и геоэкологии МГСУ, д.г.-м.н., г. Москва,
khomenko_geol@mail.ru

LAVRUSEVICH A.A.

An associate professor of the engineering geology and geoecology
department of Moscow State University of Civil Engineering, doctor
of science (Geology and Mineralogy), Moscow, lavrusevich@yandex.ru

ZAKHAROV V.S.

An associate professor of the dynamic geology department
of M.V. Lomonosov Moscow State University, candidate of science
(Geology and Mineralogy), Moscow, vszakharov@yandex.ru

KHOMENKO V.P.

A professor of the engineering geology and geoecology department
of Moscow State University of Civil Engineering, doctor of science
(Physics and Mathematics), Moscow, khomenko_geol@mail.ru

Ключевые слова:

лессовый псевдокарст; фрактальный анализ; скейлинг;
Яванская долина; Таджикистан.

Key words:

loess pseudokarst; fractal analysis; scaling; Yovon Valley;
Tajikistan.

Аннотация

В статье впервые проведен фрактальный анализ такого сложного и активно развивающегося в последние десятилетия процесса, как лессовый псевдокарст. Показано, что, используя клеточный метод подсчета Мандельброта, можно выявлять формы самоподобия лессового псевдокарста и определять значения фрактальной размерности, характеризующей степень геологического риска. Показано также, что использование теории динамического скейлинга дает возможность не только описать морфологию псевдокарста, но и проследить динамику фрактальных поверхностей лессового псевдокарста в Яванской долине (Таджикистан) за последние 50 лет.

Введение

В последние десятилетия XX и начале XXI в. в естествознании получили широкое распространение идеи нелинейной динамики и фрактальной геометрии. Безусловно, это коснулось также различных направлений геологической науки — геоморфологии, гидрогеологии, инженерной геологии, сейсмологии и др. [1, 3, 13, 18, 19, 20, 22, 23, 25, 26 и др.].

Особое внимание исследователей привлекают районы взаимодействия технически вооруженного человеческого общества и массивов лессовых пород — сложных геологических образований зоны гипергенеза, границы распространения которых достаточно строго ограничены географической средой.

Лессовые породы реагируют на малейшие изменения термодинамической обстановки, адаптируясь к окружающей среде и с высокой скоростью изменяя свои специфические свойства. Действительно, такие эфемерные свойства этих пород, как недоуплотненность, низкая влажность, наличие неустойчивых структурных связей и др., связаны прежде всего с климатом, характером рельефа, деятельностью живых организмов и техники. Например, просадочность, являющаяся их характерным свойством, сохраняется лишь в районах с радиационным индексом сухости R/Lr больше 1 и не превышающим 3 (R — радиационный годовой баланс, составляющий 30–50 ккал/см²; L — скрытая теплота испарения за год, ккал/г; r — годовое количество атмосферных осадков, г/см²), что ставит планетарному распространению лессовых пород достаточно жесткие границы [9].

Abstract

The authors carry out fractal analysis of such a complex and rapidly developing in recent decades process as loess pseudokarst for the first time. They show that using Mandelbrot's cell counting method it is possible to reveal loess pseudokarst self-similarity forms and to determine the fractal dimension values characterizing the geological risk degree. They also show that applying dynamic scaling theory makes it possible not only to describe the pseudokarst morphology but to trace the fractal surface dynamics of the loess pseudokarst in the Yovon Valley (Tajikistan) for the last 50 years too.



Причины просадочности в основном были определены Н.Я. Денисовым [2]. Согласно его воззрениям (по «принципу Денисова») просадки происходят при наличии некоторой «излишней» для данного грунта пористости. Рассматривая этот принцип, мы видим, что пористость находится в соответствии с естественной влажностью породы и испытываемым ею давлением, которые зависят от существующей географической обстановки (климата, давления вышележащих пород и др.). При таких изменениях параметров географической среды, как, например, повышение давления от наслаивающихся отложений, увеличение влажности породы в связи с изменением климата или некоторые изменения физико-химических условий, происходит сжатие породы и уменьшение пористости, вследствие чего вновь достигается соответствие последней и давления с влажностью. Если же в породе возникают достаточно прочные структурные связи, то определенная пористость может достаточно долго сохраняться и в условиях изменившейся географической среды. Это может иметь место при непромывном режиме почвообразования в условиях аридного климата [8].

Изменение влажности в лессах приводит не только к проявлению просадочности. В последние десятилетия XX и начале XXI в. на территориях распространения лессовых пород в связи с их активным освоением стал очень активно развиваться лессовый псевдокарст (под этим термином авторы понимают результат гидромеханического, гравитационного, биологического и физико-химического зональных процессов, протекающих в недоуплотненных лессовых породах при их избыточном, как правило техногенном, увлажнении и приводящих к образованию форм, очень напоминающих типичные карстовые, — пещер, провалов, воронок, колодцев, оврагов, цирков и др. [10, 11])¹. Подобный процесс характерен лишь для лессовых пород, т.е. для грунтов с особым составом и свойствами, распространенных в ландшафтах определенного типа. Доминирующим в нем является именно механическое отторжение частиц вертикальными турбулентными водными потоками в трещинах, ходах землероев и корнеходах. Поэтому при поступлении большого количества воды лессовый псевдокарст развивается весьма стремительно.

При изучении лессового псевдокарста невозможно ограничиться рамками одной науки. Рассматривая его как комплексный процесс, приводящий к деградации лессовых массивов, необходимо проводить анализ состояния объекта исследования, обусловленности развития данного процесса, его зависимости от целого набора природных и техногенных факторов. Для этого необходима особая методика, которая позволила бы анализировать лессовый псевдокарст в динамике развития. Данную проблему частично решает коэффициент площадной пораженности [12], характеризующий степень подверженности территории воздействию лессового псевдокарста и определяемый как отношение

площади поверхностных псевдокарстовых форм к площади массива, равной 1 га. Однако эта величина, при всей ее важности, позволяет дать лишь интегральную характеристику поражения. И, что самое важное, она не учитывает скрытые подземные псевдокарстовые полости, иногда, в зависимости от стадии развития, значительно превышающие по размеру поверхностные формы.

В то же время для эрозионных процессов, к которым относится и лессовый псевдокарст, важную информацию несут не только общая площадь поражения и динамика ее изменения, но и форма эрозионных объектов и, самое главное, ее динамика, т.е. изменение во времени.

Цель работы — применение фрактального подхода для анализа лессового псевдокарста в Яванской долине (Таджикистан), определение фрактальной размерности и ее динамики как характеристики степени геологической опасности.

Фракталы и фрактальная размерность

Слово «фрактал» (от латинского fractus или английского fractional — дробный), т.е. то, что состоит из фрагментов, было впервые предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 г. В 1977 г. вышла в свет книга Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы» («The Fractal Geometry of Nature») [14]. В ней дается следующее определение: «*Фракталом* называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому». Б. Мандельброт впервые отметил, что реальные поверхности в природе являются фрактальными объектами [16].

Можно привести многочисленные примеры фракталов в природе. Это лист папоротника, нервная система человека, корни деревьев, прожилки в кленовом листе, береговая линия, овражная сеть и т.д. Отметим, что для большинства природных объектов самоподобие соблюдается, во-первых, статистически, т.е. множества имеют те же свойства, что и любая его часть в среднем (статистически), а во-вторых, лишь в некотором ограниченном диапазоне масштабов.

Теория фракталов — активно развивающаяся область знаний, обладающая мощными инструментами описания сложных самоподобных объектов и процессов [14]. Появление этого подхода дает новое приближение для описания сложных объектов на языке математики, позволяет вводить количественные характеристики для самоподобия, представление о котором на качественном уровне давно вошло в разные области знания, в т.ч. и в науки о Земле.

Одним из основных свойств фракталов, как отмечено выше, является самоподобное копирование его частей, любая из которых есть уменьшенная (или увеличенная) копия всего фрактала (или характеризуемого им объекта). Это свойство имеет определяющее методологическое значение в геоморфологическом анализе и представляет наибольший научный интерес, поскольку

¹ До настоящего времени в рядах исследователей нет единого мнения по поводу термина «лессовый псевдокарст». Краткие аргументы в пользу существования термина «лессовый псевдокарст» приведены в статье [1]

ку касается практических сторон прогноза развития природных объектов.

Фрактальными соотношениями характеризуются речные и овражные сети, карстовые поверхностные формы рельефа [5–7, 15, 20, 22–24, 27 и др.], а также крупные многокилометровые псевдокарстовые овраги — долины первого порядка и последующих более мелких порядков, морфологически подобных главным.

Фракталы — объекты, которые обладают масштабной инвариантностью, или *скейлингом* (когда каждый элемент несет информацию о целом). Такое свойство иерархической организации и самоподобия характерно для многих объектов нелинейной динамики. Важное место в теории фракталов занимает понятие *фрактальной размерности* D , которая является показателем в степенном законе следующего вида:

$$N \sim r^{-D}, \quad (1)$$

где N — минимальное число объектов размера r (шаров, квадратов и т.п.), которыми можно покрыть исследуемое множество.

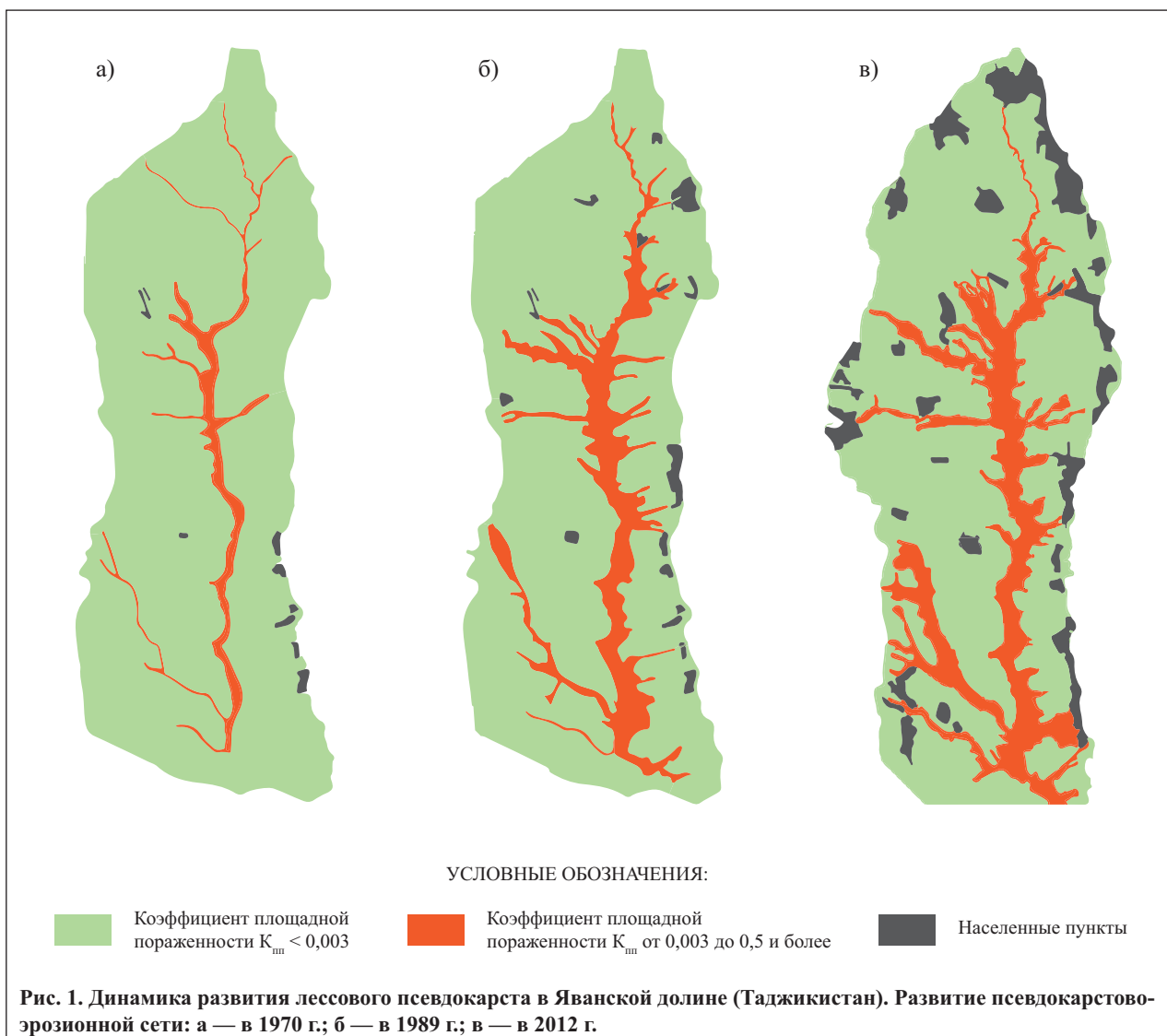
Фрактальная размерность показывает меру самоподобия рассматриваемой иерархической совокупности и степень сложности структуры. Мера подобия оценивается диапазоном масштабов, в котором вы-

полняется однородный степенной закон, а относительная степень сложности определяется величиной фрактальной размерности. Например, у прямой или гладкой линии $D = 1$. Чем более «изломанным» будет фрактал, тем его D будет ближе к 2. Для природных объектов характерна не целочисленная, а дробная размерность.

Фрактальная размерность дает количественную меру для сопоставления объектов или процессов, как правило, имеющих неодинаковое время формирования и/или характеризующихся различными физическими величинами.

Фрактальная геометрия является мощным средством для анализа огромного количества геологических процессов и объектов, характеристики которых описываются степенными законами [1, 13, 26 и др.]. В частности, она позволяет оценить характер самоподобия псевдокарстовых форм и определить их фрактальные свойства. Кроме того, использование теории динамического скейлинга дает возможность не только описать морфологию псевдокарста, но и проследить динамику фрактальных поверхностей.

Фрактальность эрозионных систем — не просто «геометрическое описание», она является следствием механизма их формирования [15]. Геоморфологическая система представляет собой сложную само-





организующуюся динамическую систему, которая согласно законам синергетики перестраивается так, чтобы создавать минимальное сопротивление порождающему ее потоку энергии. Ее развитие и динамика зависят не только от таких свойств, как мощность пород, литологическое строение массива, рельеф и др., но и от внешних воздействий. При поступлении достаточно большого количества воды в трещины и другие указанные выше пустоты лессового массива происходит механический отрыв и вынос частиц в нижние горизонты, что способствует их переотложению с большим уплотнением. Увеличение «пропускной способности» ходов, в которые поступает все большее количество воды, приводит, в свою очередь, к росту сил отрыва и объема выноса частиц лесса, их дальнейшему переотложению и уплотнению, т.е. процесс «усиливает сам себя». Таким образом, процесс нарастания площади взаимодействия воды и лессовой породы становится мультипликативным, развивающимся по закону *положительных обратных свя-*

зей. Он приводит к образованию сложнорасчлененной структуры, имеющей вследствие механизма ее формирования (т.е. «по построению») самоподобную (*фрактальную*) структуру. Конечно, этот процесс разрушения лессового массива не будет продолжаться до бесконечности. В конечном итоге он приведет систему к некоторому динамическому равновесию (на конечной, или заключительной, стадии развития лессового псевдокарста), определяемому балансом поступающей энергии и способности данной системы ее переработать.

Динамика геоморфологической системы в такой модели описывается системой дифференциальных уравнений. Важно отметить, что именно *вследствие фрактального характера псевдокарстового процесса разрушения лессового массива система становится нелинейной*. Площадь поверхности зависит от стадии развития псевдокарста в лессовом массиве (т.е. от времени), причем рост этот носит фрактальный, степенной характер.

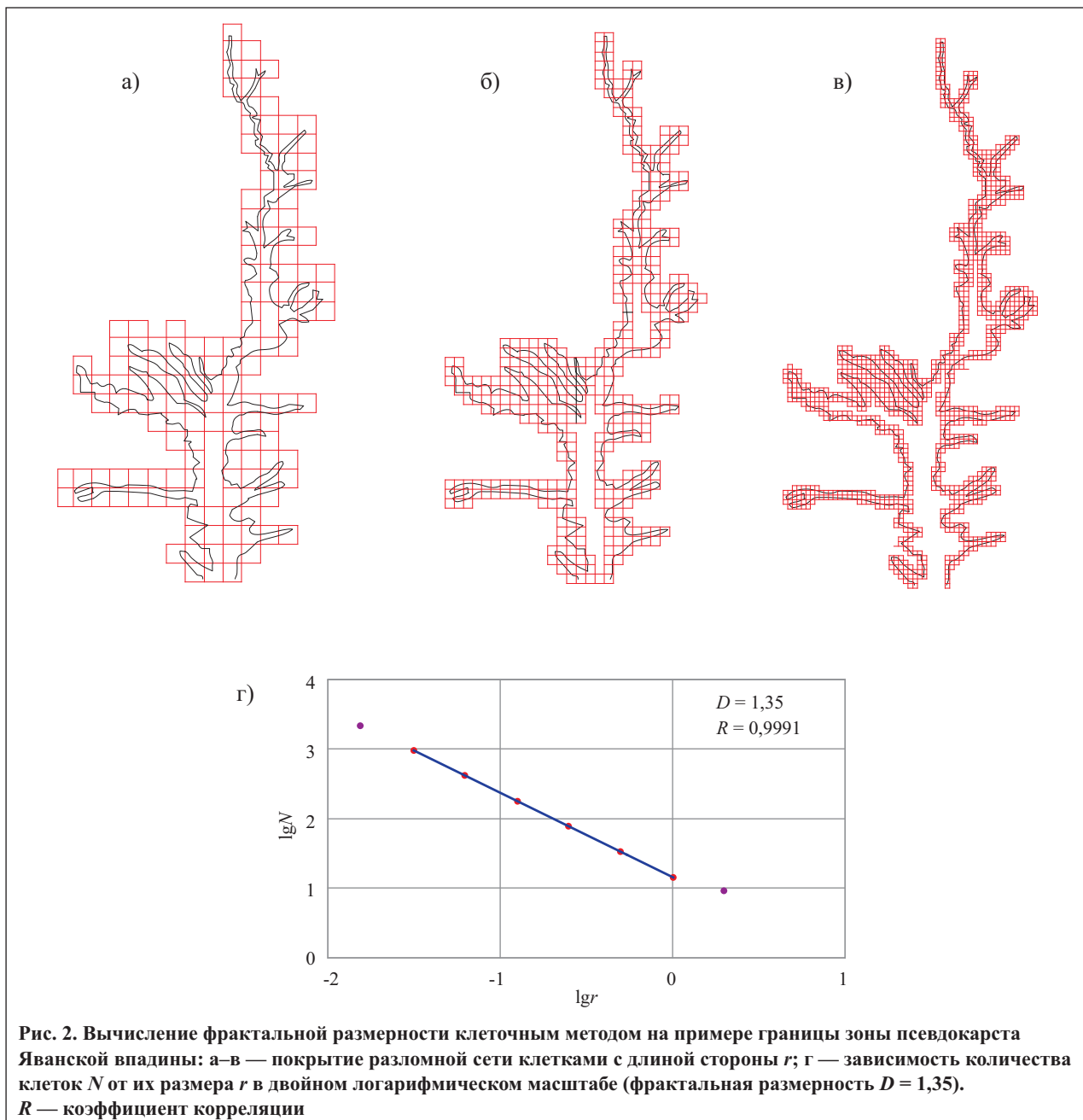


Рис. 2. Вычисление фрактальной размерности клеточным методом на примере границы зоны псевдокарста Яванской впадины: а–в — покрытие разломной сети клетками с длиной стороны r ; г — зависимость количества клеток N от их размера r в двойном логарифмическом масштабе (фрактальная размерность $D = 1,35$). R — коэффициент корреляции

Исходные данные

Развитие псевдокарстовых оврагов в природных условиях продолжается на протяжении сотен лет и распространено в основном в необжитых районах. При техногенезе же крупный псевдокарстовый овраг может развиваться за 2–3 года и нанести значительный ущерб всем отраслям хозяйства, связанным с землепользованием.

Несовершенство оросительных систем приводит к развитию ирригационной эрозии, которая провоцирует развитие псевдокарста. Яванская долина в Таджикистане — типичный пример развития эрозии и псевдокарста в результате техногенеза. Более 7 тыс. га орошаемых земель этой долины (более 25% всех ее орошаемых земель) подвержены процессам оврагообразования.

До освоения Яванской долины и пуска вод реки Вахш для ее орошения в конце 60-х гг. XX в. в ней было выявлено 25 оврагов общей протяженностью 15 км. Через 40 лет после начала освоения этой территории на ней было зафиксировано уже 320 оврагов общей протяженностью 55 км. Большинство из этих оврагов приурочено к концевым частям оросительных сбросов и дрен, что говорит об отсутствии цивилизованного сброса излишков воды до базиса эрозии. Не проводятся элементарные мелиоративные мероприятия. В результате снижается плодородие почв, сокращается площадь сельхозугодий, происходит общее падение продуктивности и урожайности земель. Нередко повышаются уровни грунтовых вод, что приводит к подтоплению территорий и увеличению степени засоленности почв. Ценнейшие орошаемые земли деградируют.

В качестве исходных данных для исследования были взяты карты развития эрозионной сети Яванской долины 1970 г., карта пораженности Яванской долины лессовым псевдокарстом 1989 г. (масштаба 1:25 000) и выкопировка развития псевдокарстово-эрозионной сети Яванской долины 2012 г. с помощью программы Google Earth.

Авторами проводился анализ характеристик самоподобия пораженности Яванской впадины псевдокарстом. Анализировались граница пораженности с коэффициентом площадной пораженности $K_{\text{пл}} \geq 0,003$ и ее динамика (рис. 1).

Методика анализа

Для практического вычисления D часто используют метод подсчета клеток [14]. В этом случае фрактальная размерность носит название клеточной (box dimension). Для ее вычисления исследуемый объект на карте покрывается клетками со стороной, равной r , причем при каждом акте покрытия r изменяется, например, в 2 раза (рис. 2, а–в) и подсчитывается число необходимых для этого клеток N при различных значениях r . Обычно строят график следующей зависимости в двойном логарифмическом масштабе, а затем область скейлинга (т.е. диапазона значений r , для которого зависимость имеет вид (1)), аппроксимируют прямой линией, угловой коэффициент которой является оценкой фрактальной раз-

мерности D (рис. 2, з). Эта линия описывается следующей формулой:

$$\lg N = -D \lg r + c, \tag{2}$$

где c — постоянная (см. рис. 2, з).

Отметим, что приведенная выше процедура оценки фрактальной размерности не является единственной. Существует довольно большое количество других способов [14, 16, 17], которые, основываясь на одних и тех же принципах выявления самоподобия, различаются по методикам и дают для природных объектов несколько различные оценки D . В связи с этим отметим, что сопоставлять между собой можно только размерности, вычисленные с помощью одинаковых процедур.

Фрактальные закономерности геометрии псевдокарстового рельефа обуславливаются свойствами лессов и процессом перемещения продуктов разрушения в поле силы гравитации.

Так как граница псевдокарстового объекта находится на плоской карте в двумерном пространстве и представляет собой сложную кривую, ее размерность лежит между 1 (линия) и 2 (плоскость).

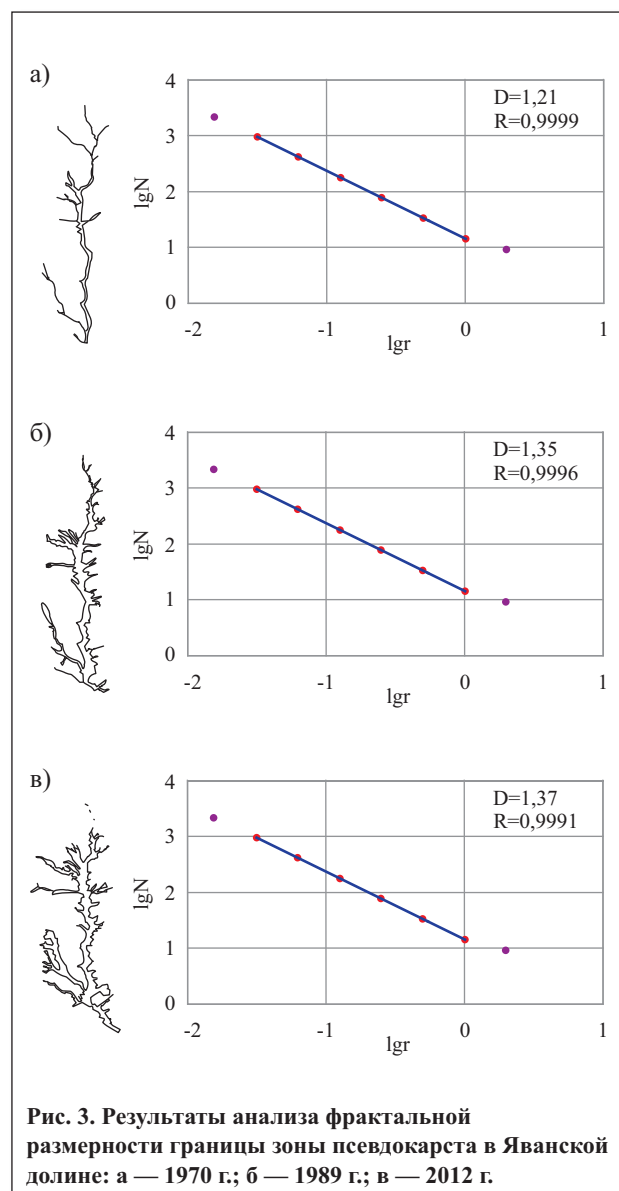


Рис. 3. Результаты анализа фрактальной размерности границы зоны псевдокарста в Яванской долине: а — 1970 г.; б — 1989 г.; в — 2012 г.

Увеличение значений фрактальной размерности характеризует рост степени пораженности местности поверхностными формами псевдокарста и степени опасности. Чем более интенсивно идут эрозионные процессы, тем больше значение D и тем выше степень опасности.

Однако при использовании клеточного метода не учитываются многочисленные подземные формы лесового псевдокарста, не проявившиеся на поверхности. Это необходимо учитывать, вводя соответствующий поправочный коэффициент $F_{\text{подз}}$.

Результаты и их обсуждение

Авторами определялись фрактальная размерность клеточным методом по описанной выше процедуре, а также динамика изменения размерности во времени (в 1970–1989–2012 гг.). При этом использовались программа FractalAnalysis (для анализа растровых изображений) и специализированная авторская программа FrAnGeo (для анализа векторных данных) [4]. При анализе также вычислялись сопутствующие статистические характеристики для подтверждения достоверности получаемых оценок.

Результаты, полученные при использовании вышеуказанных программ, оказались практически идентичными (рис. 3, таблица).

Коэффициент фрактальной размерности D развития лесового псевдокарста на картах Яванской долины 1970 г. (в начале орошения) составил 1,21, в 1989 г. (спустя 16 лет после начала орошения) $D = 1,35$, в 2012 г. $D = 1,37$. Отчетливо видна динамика развития псевдокарстового процесса и возрастание степени геологической опасности по мере увеличения D . Наглядно это демонстрируют карты пораженности Яванской долины псевдокарстом 1970, 1989 и 2012 гг.

Результаты фрактального анализа и их динамика во времени

Год	Программа			
	FrAnGeo		FractalAnalysis	
	D	ΔD^*	D	ΔD^*
1970	1,21	0,01	1,24	0,01
1989	1,35	0,02	1,34	0,01
2012	1,37	0,02	1,38	0,02

* ΔD — стандартная ошибка.

Кроме интегральной оценки фрактальной размерности для исследуемых границ авторами с помощью указанной выше программы FrAnGeo проводилась оценка изменчивости D в пределах каждой кривой с помощью инструмента вычисления значения D в скользящем окне. Ее результаты представлены на рис. 4 в виде изолиний величин фрактальной размерности. Следует отметить, что более корректным было бы отражение значений D непосредственно на участках исследуемых кривых, однако в настоящее время технически удобнее их представление в виде изолиний.

Заключение

Проведенный анализ позволил не только обнаружить общую динамику увеличения интегрального значения фрактальной размерности, но и выявить в пределах исследуемых кривых зоны наибольших и наименьших ее величин. Если на карте пораженности лесовым псевдокарстом 1970 г. максимальные значения D были приурочены к зонам природного развития

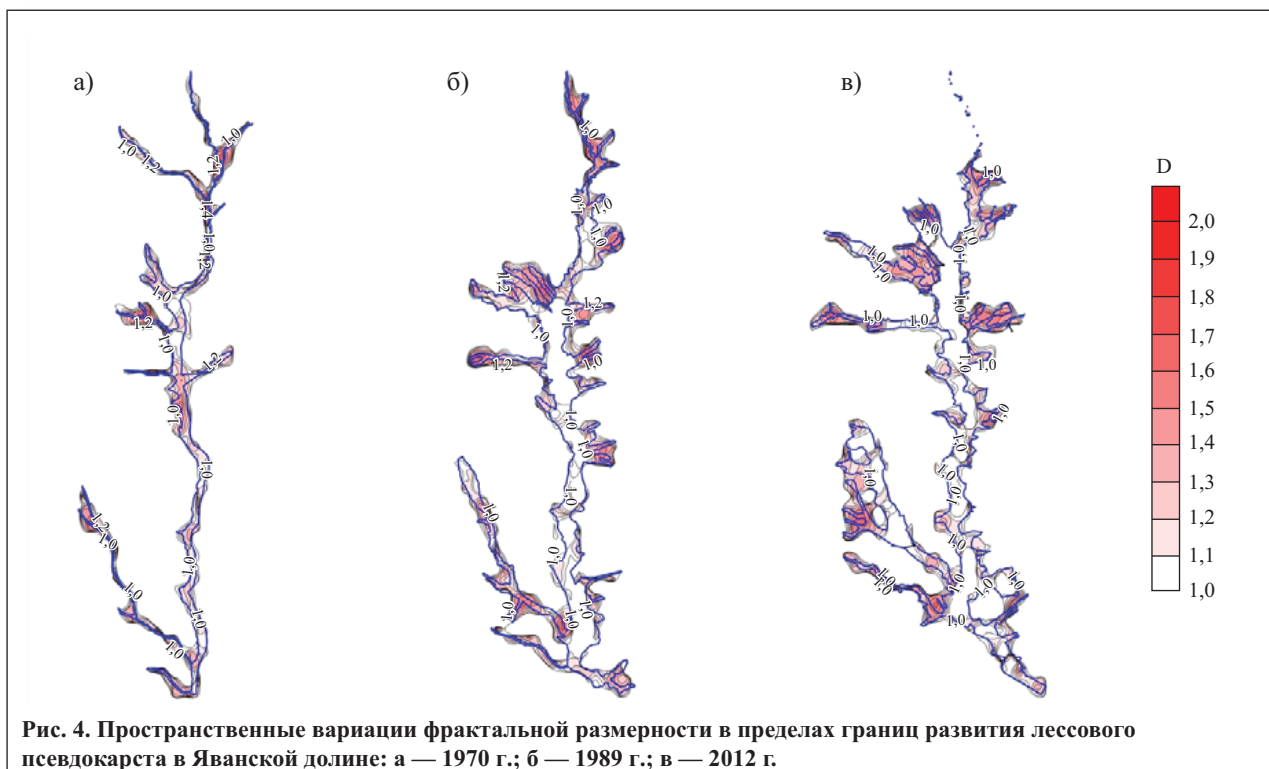


Рис. 4. Пространственные вариации фрактальной размерности в пределах границ развития лесового псевдокарста в Яванской долине: а — 1970 г.; б — 1989 г.; в — 2012 г.

псевдокарстовых оврагов (к средней части течения р. Явансу и локальным зонам в северной и юго-западной частях долины), то после начала активного орошения этой территории и нецивилизованного сброса излишков орошаемых вод произошла полная деградации земель (лессовых массивов) в средней части течения р. Явансу. Пойменная часть этой реки за счет отступления бортов и развития псевдокарстово-эрозионных оврагов (придолинного типа лессового псевдокарста) расширилась местами до 700 м и более.

Карты 1989 и 2012 гг. иллюстрируют, как расширялась зона поражения лессовым псевдокарстом в нижних двух третях Яванской долины (ниже обводного канала). Сильнейшей деградации с формированием псевдокарстового бедленда подвержены крупные массивы в центральной и юго-западной частях долины.

Таким образом, фрактальная размерность может служить мерой интенсивности развития псевдокарстовых процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горяинов П.М., Иванюк Г.Ю. Самоорганизация минеральных систем. Синергетические принципы геологических исследований. М.: ГЕОС, 2001. 312 с.
2. Денисов Н.Я. Строительные свойства лесса. М.: Госстройиздат, 1953. 154 с.
3. Захаров В.С. Анализ характеристик самоподобия сейсмичности и систем активных разломов Евразии // Вестник Московского университета. Сер. 4. Геология. 2011. № 6. С. 10–17.
4. Захаров В.С. Вычисление фрактальных характеристик речных сетей и сейсмичности с помощью программы FRANGEО на примере полярных и приполярных областей Евразии // Научная конференция «Ломоносовские чтения». Секция «Геология». М.: Изд-во МГУ, 2011. URL: <http://geo.web.ru/db/msg.html?mid=1186049&uri=zaharov.html>.
5. Иванов А.В., Короновский А.А., Минюхин И.М., Яшков И.А. Определение фрактальной размерности овражно-балочной сети города Саратова // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14. № 2. С. 64–74.
6. Копосов Е.В., Иудин Д.И. Мультифрактальный анализ пространственного распределения карстовых явлений // Приволжский научный журнал. 2009. № 1. С. 140–147.
7. Копосов Е.В., Иудин Д.И., Каценко О.В., Каплунов Н.В., Панютин А.А. Фрактальные методы оценки устойчивости развития территорий, подверженных воздействию экзогенных процессов // Приволжский научный журнал. 2009. № 4. С. 134–141.
8. Кригер Н.И. Лесс. Формирование просадочных свойств. М.: Наука, 1986. 133 с.
9. Кригер Н.И., Котельникова Н.Е., Лаврусевич С.И. и др. Закономерности формирования просадочных свойств лессовых пород Средней Азии и Южного Казахстана. М.: Наука, 1981. 132 с.
10. Лаврусевич А.А. Некоторые особенности инженерно-геологических изысканий на территориях, пораженных лессовым псевдокарстом // Инженерные изыскания. 2010. № 10. С. 20–23.
11. Лаврусевич А.А., Крашенинников В.С., Лаврусевич И.А. Лессовый псевдокарст и опыт укрепления лессовых массивов и откосов искусственными посадками растений (на примере Лессового плато в провинциях Ганьсу и Шэньси, Китай) // Инженерная геология. 2012. № 1. С. 44–54.
12. Лаврусевич А.А., Лаврусевич С.А. Опыт оценки активизации псевдокарстовых процессов в лессах (на примере Яванской долины, Таджикистан) // Геоэкология, инженерная геология, гидрогеология и геокриология. 2011. № 4. С. 362–369.
13. Лукк А.А., Децеровский А.В., Сидорин А.Я., Сидорин И.А. Вариации геофизических полей как проявление детерминированного хаоса во фрактальной среде. М.: Изд-во ОИФЗ РАН, 1996. 210 с.
14. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва — Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2002. 656 с.
15. Мельник М.А., Поздняков А.В. Автоколебания в эрозионном фрактальном расчленении рельефа // Геоморфология. 2008. № 3. С. 86–95.
16. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.
17. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск: РХД, 2001. 528 с.
18. Dodds P.S., Rothman D.H. Scaling, universality, and geomorphology // Annual Review of Earth and Planetary Sciences. 2000. V. 28. P. 571–610.
19. Li C., Ma T., Sun L., Li W., Zheng A. Application and verification of a fractal approach to landslide susceptibility mapping // Natural Hazards. 2012. V. 61. P. 169–185.
20. Li Y., Yue Z.Q., Lee C.F., Beighley R.E., Chen X.-Q., Hu K.-H., Cui P. Hack's law of debris-flow basins // International Journal of Sediment Research. 2008. V. 23. № 4. P. 74–87.
21. Malamud B.D., Turcotte D.L. An inverse cascade explanation for the power-law frequency-area statistics of earthquakes, landslides and wildfires: special publication. London: Geological Society, 2006. V. 261. P. 1–9.
22. Pelletier J.D. Self-organization and scaling relationships of evolving river networks // Journal of Geophysical Research. 1999. V. 104. № B4. P. 7359–7375.
23. Shen X.H., Zou L.J., Zhang G.F., Su N., Wu W.Y., Yang S.F. Fractal characteristics of the main channel of Yellow River and its relation to regional tectonic evolution // Geomorphology. 2011. V. 127. P. 64–70.
24. Sidorchuk A. Stages in gully evolution and self-organized criticality // Earth Surface Processes and Landforms. 2006. V. 31. P. 1329–1344.
25. Turcotte D.L. Fractal aspects of geomorphic and stratigraphic processes // GSA Today. 1994. V. 4. № 8. P. 210–213.
26. Turcotte D.L. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. Second edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 398 p.
27. Wang X., Zhong X., Liu S., Li M. A non-linear technique based on fractal method for describing gully-head changes associated with land-use in an arid environment in China // Catena. 2008. V. 72. P. 106–112.