# СОПОСТАВЛЕНИЕ ВЕЛИЧИН ОПОЛЗНЕВОГО ДАВЛЕНИЯ, ВЫЧИСЛЕННЫХ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ

# **COMPARISON OF LANDSLIDE PRESSURE VALUES CALCULATED BY DIFFERENT METHODS**

# БОГОМОЛОВ А.Н.

Заведующий кафедрой гидротехнических и земляных сооружений (ГТиЗС) и проректор по научной работе Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета (ВолгГАСУ), д.т.н., профессор, г. Волгоград, banzaritcyn@mail.ru БАБАХАНОВ Б.С.

Аспирант кафедры ГТиЗС ВолгГАСУ, г. Волгоград, info@vgasu.ru

#### БОГОМОЛОВА О.А.

Доцент кафедры прикладной математики и вычислительной техники (ПМиВТ) ВолгГАСУ, к.т.н., boazaritcyn@mail.ru

# ПРОКОПЕНКО А.В.

Аспирант кафедры ГТиЗС ВолгГАСУ, г. Волгоград, info@vgasu.ru

#### Ключевые слова:

вариационные методы; анализ напряженного состояния грунтового массива; коэффициент бокового давления грунта; наиболее опасная линия скольжения; коэффициент запаса устойчивости; оползневое давление.

#### Аннотация

В статье сравниваются величины оползневого давления, вычисленные с использованием вариационных принципов при построении наиболее опасных линий скольжения и на основе анализа напряженного состояния грунтового массива. Установлено, что значения коэффициента бокового давления грунта оказывают существенное влияние на распределение горизонтальных напряжений в приоткосной области, которое в значительной степени определяет положение и форму наиболее опасной линии скольжения, величины коэффициента запаса устойчивости и сил оползневого давления. Показано, что для условий рассмотренных примеров величины коэффициента запаса устойчивости, вычисленные методом, учитывающим лишь вертикальные составляющие напряжений в точках грунтового массива, соответствуют результатам, полученным на основе анализа напряженного состояния приоткосной области, при условии, что коэффициент бокового давления грунта равен 0,01 и 0,27.

Пределение величины оползневого давления *E*<sub>оп</sub> является одной из важных задач механики грунтов. Первый этап ее решения — это расчет устойчивости откоса, в результате которого отыскивают наиболее опасную линию скольжения (НОЛС) и соответствующее ей значение коэффициента запаса устойчивости *K*.

Многие из существующих методов расчета устойчивости откосов основаны на ряде не всегда коррект-

### **BOGOMOLOV A.N.**

The head of the Department of the Hydraulic and Earthwork Structures and vice-rector for scientific work of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering, doctor of technical sciences, professor, Volgograd, banzaritcyn@mail.ru

#### BABAKHANOV B.S.

A postgraduate student of the Department of the Hydraulic and Earthwork Structures of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering, Volgograd, info@vgasu.ru

### BOGOMOLOVA O.A.

An associate professor of the Department of the Applied Mathematics and Computer Science of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering, candidate of technical sciences, Volgograd, boazaritcyn@mail.ru

#### PROKOPENKO A.V.

A postgraduate student of the Department of the Hydraulic and Earthwork Structures of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering, Volgograd, info@vgasu.ru

#### Key words:

variational methods; soil massif stressed state analysis; lateral earth pressure coefficient; the most dangerous slip line; safety factor; landslide pressure.

### Abstract

The article compares landslide pressure values calculated using variational principles for constructing the most dangerous slip lines and on the base of soil massif stressed state analysis. It is found that the lateral earth pressure coefficient values significantly influence on distribution of horizontal stresses in the peri-slope area which largely determines the position and shape of the most dangerous slip line, the values of the safety factor and pressure forces. It is shown that for the conditions of the considered examples the safety factor values calculated by the method taking into account only stress vertical components at ground massif points are consistent with the results obtained on the base of peri-slope area stressed state analysis provided that the lateral earth pressure coefficient is 0.01 and 0.27.

ных допущений и упрощений, основными из которых являются следующие подходы:

- призма скольжения произвольным образом расчленяется на вертикальные блоки (не указывается их предпочтительное количество или толщина), которые считаются абсолютно твердыми телами;
- равнодействующая сил взаимодействия между блоками прикладывается в некоторой точке, положение

которой и ориентация равнодействующей определяются на основе допущений, делающих статистически неопределимую задачу о равновесии блоков статистически определимой;

- положение и форма наиболее опасной линии скольжения принимаются известными или определяются путем «перебора» результатов множества расчетов, например в соответствии с работами [8–11];
- приблизительно учитывается лишь одна вертикальная составляющая σ<sub>z</sub> полного напряжения в точках наиболее опасной линии скольжения;
- 5) в расчете не участвует величина коэффициента бокового давления грунта ξ<sub>0</sub>;
- рассматривается бесконечно простирающийся вниз откос, что исключает из рассмотрения наличие концентрации напряжений в области перехода откоса в подошву;
- внешняя нагрузка, даже если она находится в непосредственной близости от призмы скольжения, но не попадает в ее границы, не принимается во внимание;
- 8) величина оползневого давления определяется значением разности между сдвигающими и удерживающими силами, действующими вдоль НОЛС, что по физическому смыслу соответствует перерезывающей силе (т.к. векторы удерживающих и сдвигающих сил направлены вдоль отрезка прямой линии — основания соответствующего отсека) и т.д.

Исключить большинство перечисленных выше недостатков позволяют методы, основанные на анализе напряженного состояния грунтового массива.

Определение полей напряжений в однородных грунтовых криволинейных откосах может быть осуществлено на основе аналитических решений первой основной задачи теории упругости для весомой однородной и изотропной полуплоскости с криволинейной границей [2, 14], полученных на основе использования методов теории функций комплексного переменного [12]. В случае неоднородных откосов применяют метод конечных элементов [13].

Если напряжения в приоткосной области известны, то коэффициент запаса устойчивости  $K_T$  в каждой ее точке при отсутствии областей пластических деформаций определяется выражением [14]:

$$K_{T} = \frac{\left[\frac{1}{2}(\sigma_{z} - \sigma_{x})\cos 2\alpha + \frac{1}{2}(\sigma_{x} - \sigma_{z}) + \tau_{xz}\sin 2\alpha + \sigma_{cB}\right] tg\varphi}{\frac{1}{2}(\sigma_{x} - \sigma_{z})\sin 2\alpha + \tau_{xz}\cos 2\alpha}, (1)$$

где  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xz}$  — безразмерные (в долях  $\gamma H$ ) напряжения в рассматриваемой точке;  $\sigma_{cB} = C (\gamma H \text{ tg} \phi)^{-1}$  — приведенное давление связности; C,  $\phi$ ,  $\gamma$ , H — соответственно удельное сцепление, угол внутреннего трения, объемный вес грунта и высота откоса;  $\alpha$  — угол наклона касательной к горизонтальной оси ОХ в рассматриваемой точке линии скольжения, найденный из соотношений:

$$\partial K_T / \partial \alpha = 0, \, \partial^2 K_T / \partial \alpha^2 > 0, \tag{2}$$

которые предопределяют выполнение условия  $K_T = K_{Tmin}$ .

Значение глобального коэффициента устойчивости откоса *К* вычисляется по формуле:

$$K = \frac{\int_{0}^{L} F_{yx}(s) ds}{\int_{0}^{L} F_{cx}(s) ds} , \qquad (3)$$

где  $F_{yg}$  и  $F_{cg}$  — удерживающие и сдвигающие силы, действующие в каждой точке линии скольжения, и равные числителю и знаменателю формулы (1) соответственно; *s* — дуговая координата точки на наиболее вероятной линии скольжения длиной *L*.

Если точка «перешла» в предельное состояние, то формула (1) принимает следующий вид [2]:

$$K_{T}^{'} = \frac{(\sigma_{z} + \sigma_{cB})\sin\varphi(\cos 2\alpha + b\sin 2\alpha) + \sigma_{z}l + \sigma_{cB}b}{(\sigma_{z} + \sigma_{cB})(b\cos 2\alpha - 2)\cos\varphi}, \quad (4)$$

где  $b = tg2\alpha^*$ ;  $\alpha^* = \alpha - (45^\circ + \varphi/2)$ ;  $l = (1 + b)^{1/2}$ .

Естественно, что  $K'_T = 1$ , т.к. внутри областей предельного состояния грунта строго выполняется условие пластичности.

Величина глобального коэффициента устойчивости при условии, что некоторая часть или части линии скольжения находятся внутри областей предельного состояния, определяется выражением:

$$K' = (S'_{yz} + S_{yz})/(S'_{cz} + S_{cz}),$$
(5)

где  $S'_{eq}$  и  $S'_{yq}$  — площади эпюр удерживающих и сдвигающих сил, действующих вдоль участка наиболее вероятной поверхности разрушения (НВПР), находящегося в зоне пластических деформаций;  $S_{eq}$  и  $S_{yq}$  — площади эпюр сдвигающих и удерживающих сил, построенные для участка НВПР, находящегося вне границ областей предельного состояния.

Отметим, что в работах [2, 14] излагаются методики построения такой линии скольжения, что в каждой ее точке выполняется условие минимальности величины коэффициента запаса, т.е.  $K_T = K_{Tmin}$ .

В компьютерной программе [1] формализован инженерный метод отыскания сил оползневого давления на основе анализа напряженного состояния грунтового массива, а в работах [6, 7] приведены примеры определения величины оползневого давления в однородном грунтовом откосе способом, когда наиболее опасная линия скольжения определяется при помощи вариационных методов механики грунтов. Сопоставим данные, приведенные в работах [6, 7], с аналогичными результатами, полученными при помощи инженерного метода [1].

**Пример 1.** В работе [7] рассмотрен однородный откос высотой H = 12,5 м с углом заложения  $\beta = 24^{\circ}$ . Физико-механическим свойствам грунта (ФМСГ), слагающего откос, соответствуют следующие параметры: C = 20 кН/м;  $\varphi = 10^{\circ}$ ;  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>; динамический коэффициент  $\mu = 0,05$ . Данные о величине коэффициента бокового давления  $\xi_o$  отсутствуют. Однако, судя по значениям ФМСГ, откос сложен глинистым грунтом, для которого среднее значение  $\xi_o$  составляет 0,75 [4].

Авторами работы [7] установлено, что наиболее опасной является линия скольжения IV, которой соответствует величина коэффициента запаса устойчивости *К*, равная 0,98. Соответствующая эпюра оползневого давления приведена на рис. 1. Авторами [7] прямо не

указано, какому проектному значению коэффициента запаса она соответствует, однако в работе [6] говорится: «В одной из своих работ Н.Н. Маслов писал, что возникает весьма оправданное представление о возможности при закреплении действующих оползней ограничиваться лишь весьма небольшим превышением значения *К*<sub>v</sub> (коэффициента устойчивости. — *Авт.*) над единицей. В большинстве случаев при подобных обстоятельствах оказывается достаточным задаваться значениями K<sub>v</sub> от 1,05 до 1,1. При этом даже слабое торможение может остановить оползень... В связи с изложенным при расчете противооползневой удерживающей конструкции задаваемый (проектный К<sub>пр</sub> в нашей терминологии. — Авт.) коэффициент устойчивости рекомендуется принимать в пределах  $1,03 \le K_v^3 \le$ 1,1». Поэтому при проведении расчетов будем считать, что  $K_{\rm пр} = 1,1.$ 

Определим теперь значение коэффициента бокового давления грунта  $\xi_o$ , численно соответствующее величине коэффициента запаса устойчивости, приведенной в работе [7].

Известно [14], что для однородного откоса при условии, что  $\sigma_{cB} \leq 0,05$  (согласно условиям примера, рассмотренного в работе [7],  $\sigma_{cB} = 0,505$ ), величина коэффициента устойчивости *К* связана с величиной коэффициента бокового давления соотношением:

$$K = 4 / 7 (1 + \xi_o) (2a\sigma_{\rm cB} + b) \, \rm tg\phi, \tag{7}$$

где *a*, *b* — коэффициенты, определяемые в зависимости от угла откоса β по графикам, приведенным в книге [14].

Если подставить в формулу (7) значения *a* и *b*, соответствующие углу  $\beta = 24^{\circ}$ , и величину K = 0.98, приведенную в работе [7], то получим  $\xi_o = 0.013$  [8]. Это значит, что в цитируемой работе рассматривается грунтовый массив, в котором практически отсутствуют нормальные горизонтальные напряжения, так как  $\sigma_x = \xi_o \gamma z = 0.013 \gamma z$ , что соответствует скальным породам, для которых  $\xi_o = 0.0\div0.1$  [5].

На рисунке 2 изображены картины изолиний безразмерных (в долях үН) горизонтальных напряжений σ<sub>x</sub> при четырех значениях коэффициента бокового давления грунта ξ<sub>o</sub> (0,75; 0,30; 0,10 и 0,01), построенные при помощи компьютерной программы [3], разработанной в Волгоградском государственном архитектурно-строительном университете (ВолгГАСУ). Из рисунков 2, а-г видно, что поле горизонтальных напряжений σ<sub>x</sub> претерпевает существенную трансформацию при уменьшении величины ξ<sub>α</sub>: численные значения σ<sub>r</sub> в точках приоткосной области резко уменьшаются, возникают зоны растягивающих напряжений, часть грунтового массива, расположенная выше подошвы откоса, становится более напряженной, чем нижележащая часть. Этот результат лишний раз подтверждает, что при использовании методов [7-11] горизонтальные напряжения при расчетах не учитываются.

На рисунке 3 изображены наиболее опасные линии скольжения в рассмотренном в работе [7] грунтовом откосе, построенные при помощи компьютерной программы [3], для двух значений коэффициента бокового давления  $\xi_o$ , составляющих 0,75 и 0,013 [9]. При этом вычислены следующие значения соответствующих коэф-



Рис. 1. Контур грунтового массива, наиболее опасная линия скольжения IV и эпюра оползневого давления (по данным работы [7]). Ось Х — расстояние от бровки склона, м; ось У сверху — высотная отметка, м; ось У снизу — оползневое давление  $E_{on}$ , кН/м



фициентов запаса устойчивости:  $K_{0,75} = 1,36$ ;  $K_{0,01} = 0,98$  соответственно. Как видно, величина  $K_{0,01}$  точно совпадает с величиной коэффициента запаса устойчивости, приведенной в работе [7], которая вычислена с учетом лишь вертикальной (одной из трех) составляющей напряжения  $\sigma_z$  в точке грунтового массива.

Расчет величины оползневого давления  $E_{on}$  при помощи программы [1] по наиболее опасной линии скольжения IV, изображенной на рис. 3,  $\delta$ , показывает, что для вертикального сечения, совпадающего с сечением *AB*, его величина равна 527,8 кH/м, что составляет 58% от значения, приведенного в работе [7]. Этот результат легко объяснить, даже не говоря о различиях используемых методов, тем, что объем, а значит и вес, потенциальной призмы скольжения, изображенной на



рис. 1, при всех прочих равных условиях, приблизительно в два раза больше объема и веса соответствующей призмы, показанной на рис. 3, *б*.

Пример 2. В работе [6] рассмотрен однородный откос высотой H = 20 м с углом заложения  $\beta = 20^{\circ}$  и следующими физико-механическими свойствами грунта:  $\gamma = 1,8$  т/м<sup>3</sup>;  $\phi = 10^{\circ}$ ; C = 0,02 МПа при  $\gamma_w = 1$  т/м<sup>3</sup>;  $h_{cwi}$  $\approx 0.5 h_i$  (где  $h_i$  — высота *i*-го отсека;  $h_{cwi}$  — высота уровня грунтовых вод в *i*-м отсеке);  $\mu = 0$ . Величина  $K_v^3$ составляет 1,05. По материалам инженерно-геологических изысканий в работе [6] лишь предположительно установлена одна из наметившихся поверхностей скольжения 3 (пунктирная линия на рис. 4, а). Путем построения различных возможных поверхностей скольжения и определения для каждой из них коэффициента устойчивости определена [6] наиболее опасная из них, для которой K<sub>v</sub> = 0,997. Для этой поверхности скольжения построена эпюра оползневого давления Еоп, величина которого в сечении 5 (см. рис. 4, а) равна 7072,4 кН/м.

Исходя из приведенных выше данных можно заключить, что откос сложен глинистым грунтом, для которого, как известно,  $\xi_o = 0,75$  [4]. На рисунке 4,  $\delta$  изображена наиболее опасная линия скольжения при  $\xi_o = 0,75$ , построенная при помощи компьютерной программы [3]. Из рисунков 4, *а*,  $\delta$  видно, что она практически совпадает со следом потенциально опасной поверхности скольжения 3, выявленной на основе инженерногеологических изысканий. Эти вычисления выполнены без учета гидравлического напора, т.к. вся призма скольжения находится выше уровня грунтовых вод, что вытекает из заданного условия  $h_i \approx 0,5 h_{cwi}$ . Расчетное значение коэффициента запаса устойчивости *K* оказалось равным 1,248.

На рисунке 4, *в* изображена наиболее опасная линия скольжения (след наиболее опасной поверхности скольжения), имеющая размеры и форму, установленные в работе [6] (линия 2 на рис. 4, *a*). Для этой линии при помощи компьютерной программы [3] определена величина коэффициента запаса устойчивости *K* при



 $\xi_o = 0,75$ , которая с учетом гидравлического напора оказалась равной 1,261, т.е. больше, чем для первой линии скольжения.

В результате вычислений установлено, что, если при расчете по программе [3] принять  $\xi_o = 0,27$ , то величина коэффициента запаса устойчивости, вычисленная для наиболее опасной линии скольжения, изображенной на рис. 4, *в*, имеет значение  $K = K_y = 0,997$ , т.е. совпадает с величиной, приведенной в работе [6].

С использованием инженерного метода расчета сил оползневого давления и разработанной авторами настоящей статьи компьютерной программы [1], имея в виду, что  $K_y^3 = 1,05$ , была определена величина оползневого давления в сечении 5 наиболее опасной линии скольжения, изображенной на рис. 4, *в*. Оказалось, что эпюра горизонтальных составляющих сил оползневого давления имеет вид криволинейной трапеции (схематически изображенной на рис. 4, *в*), а ее результирующая с учетом того, что по оси 5 угол  $\alpha_{cp} = 24,5^{\circ}$ , равна  $E_{on}^{rop} = 5121 \text{ kH/m} = 7,1125 \text{ y}H^2$ . Результирующая эпюры вертикальных составляющих сил оползневого давления равна  $E_{on}^{spert} = 2333,71 \text{ kH/m} = 3,2413 \text{ y}H^2$ .

При расчете противооползневой конструкции на прочность следует иметь в виду, что вектор  $\vec{E}_{on}$  имеет численное значение  $|\vec{E}_{on}| = 5627,7$  кH/м = 7,8163  $\gamma H^2$ , ориентирован под углом  $\alpha_{cp} = 24,5^{\circ}$  к горизонту и прикладывается в точке, положение которой определяется формой эпюры сил оползневого давления.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. При уменьшении величины ξ<sub>o</sub> от 0,75 до 0,01 значения горизонтальных напряжений σ<sub>x</sub> в точках приоткосной области резко уменьшаются, возникают растянутые в горизонтальном направлении зоны, расположенная выше подошвы откоса часть грунтового массива становится перенапряженной по отношению к нижележащим слоям. При этом поля касательных ( $\tau_{xz}$ ) и вертикальных нормальных ( $\sigma_z$ ) напряжений практически не реагируют на изменение  $\xi_0$ .

2. Перераспределение горизонтальных напряжений  $\sigma_x$  влечет за собой изменение положения и формы наиболее опасной линии скольжения: уменьшается кривизна НОЛС, она приближается к поверхности откоса, располагаясь практически параллельно последней, уменьшается мощность сползающей толщи грунта.

3. Для условий примера, рассмотренного в работе [7], уменьшение величины  $\xi_o$  от 0,75 до 0,01 влечет за собой уменьшение величины коэффициента запаса устойчивости однородного откоса, определенного на основе анализа напряженного состояния грунтового массива, от  $K_{0,75} = 1,36$  до  $K_{0,01} = 0,98$ , т.е. на 28%. Значение  $K_{0,01}$  точно совпадает с величиной коэффициента запаса устойчивости, приведенной в работе [7], которая вычислена с учетом лишь вертикальной (одной из трех) составляющей напряжения  $\sigma_z$  в точке грунтового массива.

4. Значения коэффициентов запаса устойчивости, полученные авторами работ [6, 7] для рассмотренных ими объектов, могут быть вычислены на основе анализа напряженного состояния грунтовых откосов в соответствии с [2, 14] при определенных значениях коэффициента бокового давления грунта. Так, для примера 1 величина  $\xi_o$  составляет 0,013 [9], а для примера 2 она равна 0,27 [9].

5. Величины оползневого давления, полученные при помощи компьютерной программы [1] для рас-

смотренных в статье примеров, оказались на 21–42% меньше, чем приведенные в работах [6, 7]. Ориентация и точка приложения равнодействующей сил оползневого давления определяются формой эпюры  $E_{\rm on}$ , построенной вдоль гипотетической оси удерживающего сооружения, что исключает необходимость принятия каких-либо дополнительных условий и допущений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Бабаханов Б.С. и др.* Компьютерная программа для расчета сил оползневого давления: информационный листок № 34-066-12. Волгоград: Изд-во Волгоградского ЦНТИ, 2012. 3 с.
- 2. Богомолов А.Н. Расчет несущей способности оснований сооружений и устойчивости грунтовых массивов в упругопластической постановке. Пермь: Изд-во ППИ, 1996. 150 с.
- 3. Богомолов А.Н. Устойчивость, напряженно-деформированное состояние: свидетельство о гос. регистрации программ для ЭВМ № 2009613499, заявл. 19.05.2009. Зарег. в Реестре программ для ЭВМ 30.06.2009.
- 4. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.
- 5. Геологический словарь: в 2 т. / под ред. К.Н. Паффенгольца и др. М.: Недра, 1978. 456 с.
- 6. Гинзбург Л.К. Противооползневые удерживающие конструкции. М.: Стройиздат, 1979. 80 с.
- 7. Гинзбург Л.К., Раздольский А.Г. Определение максимального оползневого давления // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1992. № 5. С. 11–14.
- 8. *Гольдштейн М.Н*. О применении вариационного исчисления к исследованию оснований и откосов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1969. № 1. С. 2–6.
- Дорфман А.Г. Обобщение вариационных принципов механики на линейно-деформируемые массивы грунта // Земляное полотно и геотехника на железнодорожном транспорте: межвузовский сборник научных трудов. Днепропетровск, 1984. С. 3–9.
- 10. Дорфман А.Г., Дудинцева И.Л. Применение вариационных методов к расчету оползневого давления на подпорные стены // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1971. № 2. С. 36–38.
- 11. *Магдеев У.Х.* Исследование устойчивости откосов вариационным методом в условиях пространственной задачи // Вопросы геотехники: сб. трудов ДИИТ. № 20. Днепропетровск, 1972. С. 120–129.
- 12. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 708 с.
- 13. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987. 221 с.
- 14. Цветков В.К. Расчет устойчивости откосов и склонов. Волгоград: Нижне-Волжское книжное изд-во, 1974. 238 с.

