

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВАИ С ПРОМЕРЗАЮЩИМ ПУЧИНИСТЫМ ГРУНТОМ ПРИ УЧЕТЕ ЕГО РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И ПЕРЕМЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТА РАСШИРЕНИЯ

INTERACTION BETWEEN A PILE AND FREEZING HEAVING SOIL TAKING INTO ACCOUNT THE RHEOLOGICAL PROPERTIES AND VARIABLE COEFFICIENT OF EXPANSION OF THE SOIL

ТЕР-МАРТИРОСЯН З.Г.

*Заведующий кафедрой МГрОиФ МГСУ,
д.т.н., профессор, г. Москва,
mgroif@mail.ru*

ГОРБАЧЕВ П.А.

*Аспирант МГСУ, г. Москва,
pan4o77@rambler.ru*

TER-MARTIROSIAN Z.G.

*The head of the department of soil mechanics and foundation engineering of Moscow State University of Civil Engineering (MSUCE),
doctor of technical sciences, professor, Moscow*

GORBACHEV P.A.

A postgraduate student of Moscow State University of Civil Engineering (MSUCE), Moscow

Ключевые слова:

промерзание грунтов; скорость промерзания; касательное напряжение морозного пучения; потеря устойчивости фундамента; свая; выдергивающее усилие; реология.

Key words:

soil freezing; freezing rate; frost heaving shearing stress; foundation stability loss; pile; pulling force; rheology.

Аннотация

В статье рассматривается взаимодействие свай с промерзающим пучинистым грунтом при учете его реологических свойств и переменного (в зависимости от температуры) коэффициента расширения. Проводится сравнение двух вариантов решения этой задачи: для переменного и постоянного коэффициентов расширения. Приводятся графики изменения касательного напряжения пучения грунта на контакте со сваем по глубине и во времени, а также изменения во времени суммарного выдергивающего усилия для обоих случаев.

При промерзании пучинистых грунтов содержащаяся в их порах вода увеличивается в объеме, вследствие чего вокруг фундаментов формируется их сложное, неоднородное, изменяющееся в пространстве и во времени напряженно-деформированное состояние (НДС). Силовое воздействие, создаваемое этим НДС, способно приводить к потере устойчивости фундаментов.

Температурный режим на дневной поверхности, интенсивность промерзания, теплофизические, физико-механические (включая реологические) свойства грунтов оказывают значительное влияние на силы морозного пучения. В нормативной литературе эти силы принято разделять на нормальные к горизонтальным поверхностям (p_{fn}) и касательные, действующие по боковой поверхности фундаментов (τ_{fn}) [4]. Для их определения в наиболее ответственных случаях проводятся натурные испытания моделей фундаментов с учетом всех происходящих в грунтах процессов. При таком подходе возможна наиболее полная оценка силового воздействия пучинистых грунтов на фундаменты. Однако выполнение дорогостоящих экспериментов для каждой новой строительной площадки не всегда бывает оправданным.

На практике для прогнозирования силового воздействия промерзающего грунта на фундаменты часто приходится использовать расчетные методы. Следует отметить, что в настоящий момент нет единого представления о механизме взаимодействия свай с пучинистым грунтом из-за сложности и многогранности этого процесса. Поэтому существующие модели реализуют различные авторские подходы. В качестве примеров можно привести модели, разработанные В.И. Пусковым и Г.Н. Полянкиным [2], И.И. Туренко [6], В.Д. Харлабом [7] и др.

Целью настоящей статьи является дальнейшее развитие расчетных методов для моделирования взаимодействия свай с пучинистыми грунтами. Основная задача работы заключается в оценке

Abstract

The paper considers interaction between a pile and freezing heaving soil taking into account the rheological properties and variable (temperature-dependent) coefficient of expansion of the soil. The authors compare two solution variants of the task: for the variable and constant coefficients of expansion. Graphs of the frost heaving shearing stresses acting along the lateral surface of the pile versus time and depth and of the total pulling forces versus time are presented for the both cases.



влияния переменного коэффициента расширения грунта на касательные напряжения и выдергивающее усилие от их действия на боковую поверхность сваи при учете реологических свойств этого грунта. Решение данной задачи строится на основе геомеханической модели, представляющей собой цилиндрический массив из пучинистого грунта диаметром $2b$ с помещенной в него свайей диаметром $2a$. Следует отметить, что в данной статье рассматривается только «механическая» часть задачи, а моделирование явлений тепло- и массопереноса выходит за ее рамки.

Известно, что в процессе промерзания на контактной поверхности фундамента с грунтом формируются льдоцементные связи, усиливаемые за счет бокового давления пучения. Поэтому в используемой модели принимается условие полного прилипания на контакте «грунт–свая».

Под действием пучения на боковой поверхности свайного фундамента формируются касательные напряжения τ_a (рис. 1), стремящиеся вытолкнуть его на поверхность. Будем считать, что свая заделана в талый грунт на достаточную глубину l_2 так, чтобы суммарное выдергивающее усилие ($N_{\text{выд}}$) от действия τ_a было компенсировано удерживающей силой ($N_{\text{уд}}$) от расчетного сопротивления грунта сдвигу $\tau_{\text{уд}}$ по поверхности фундамента

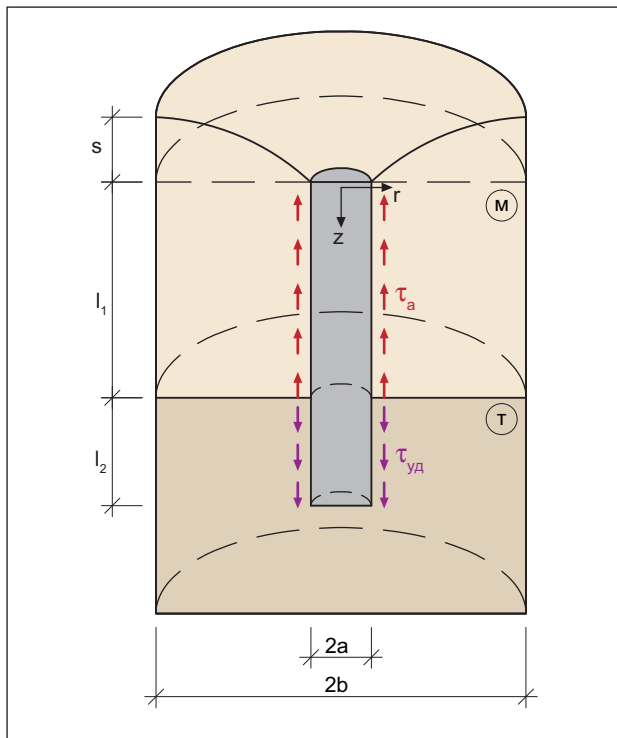


Рис. 1. Схема взаимодействия сваи с промерзающим грунтом: М — мерзлая часть грунто-свайного массива; Т — талая часть грунто-свайного массива; a — радиус сваи; b — радиус цилиндрического массива пучинистого грунта; r, z — оси системы координат; l_1 — сезонная глубина промерзания; l_2 — глубина заделки сваи в непучинистый грунт; s — вертикальное перемещение грунта в результате пучения; τ_a — касательное напряжение на боковой поверхности сваи; $\tau_{\text{уд}}$ — расчетное сопротивление грунта сдвигу

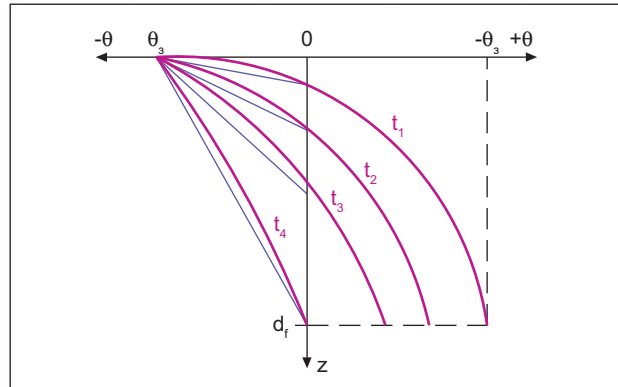


Рис. 2. Схематическое представление распределения температуры θ (°C) по глубине массива z (м) для разных моментов времени t (t_1, t_2, t_3, t_4): θ_3 — постоянная температура на поверхности грунта (°C); $+\theta$ — область положительных значений температуры (°C); $-\theta$ — область отрицательных значений температуры (°C); θ_0 — осредненная начальная температура грунта; $d_f(t_4) = l_1$ — сезонная глубина промерзания грунта

(т.е. $N_{\text{выд}} = N_{\text{уд}}$). Равновесие мерзлой (верхней) части грунто-свайного массива (М), на которую действуют силы пучения, рассматривается отдельно от талой (нижней) части (Т) (см. рис. 1).

Для моделирования процесса промерзания грунтового цилиндра приближенными методами решается задача теплопереноса с учетом фазовых переходов, происходящих в интервале температур $\Delta\theta = |\theta_k - \theta_n|$ (где θ_n, θ_k — температуры, соответствующие началу и концу фазовых переходов соответственно). В результате расчета для различных моментов времени можно получить распределения температуры по глубине массива, показанные на рис. 2.

Для аппроксимации функции $\theta(z, t)$, полученной в результате численного расчета, в данной работе была использована линейная зависимость:

$$\theta(z, t) = \theta_3 \left(1 - \frac{z}{d_f(t)} \right), \quad (1)$$

где θ_3 — постоянная температура на поверхности грунта; z — текущая координата (глубина); $d_f(t)$ — координата фронта промерзания.

Значение определяется следующим выражением:

$$d_f(t) = \beta(t) \cdot \sqrt{t}, \quad (2)$$

где $\beta(t)$ — параметр скорости промерзания, зависящий от времени t .

Величина $\beta(t)$ вычисляется по формуле:

$$\beta(t) = \beta_0 e^{-\chi t}, \quad (3)$$

где β_0 — начальное значение скорости промерзания, χ — коэффициент, подбираемый на основе приближенного решения температурной задачи, e — основание натурального логарифма.

Выражение (1) будет использовано в дальнейших расчетах для нахождения распределения вертикальной деформации ε_v и подъема s свободно

пучающегося грунта по глубине массива и во времени. При определении этих величин большое значение имеет то, в каком виде будет задан коэффициент расширения грунта α . Известно, что данный параметр существенно зависит от температуры и при его определении необходим учет явлений тепло- и массопереноса [1].

Е.П. Шушериной и Л.С. Крыловой в результате проведенных экспериментов были получены кривые зависимости коэффициента расширения от температуры для различных типов грунта [9]. В.П. Мерзляковым была найдена аппроксимирующая функция для этих кривых [1]:

$$\alpha = -A / |\theta|^{n+1} + B \cdot e^{-k|\theta|} + C \cdot \theta + D, \quad (3)$$

где A, B, C, D, n, k — параметры, определяемые на основе экспериментальных кривых.

Чтобы не усложнять выкладки в данной работе, был использован только первый член выражения (3). В результате было получено:

$$\alpha = -A / |\theta|^{n+1}. \quad (4)$$

Функции (3) и (4) можно схематически представить в виде графиков, изображенных на рис. 3. Из этого рисунка видно, что при достижении температуры начала фазового перехода θ_n происходит скачкообразное увеличение по модулю коэффициента расширения α , а затем его величина снижается практически до нуля (кривая 2 на рис. 3) или же, при наличии морозной усадки, переходя через нуль, растет до своего экстремального значения, а затем опять уменьшается и асимптотически стремится к нулю (кривая 1 на рис. 3).

Исходя из вышесказанного, получим расчетную геомеханическую схему взаимодействия сваи с промерзающим пучинистым грунтом (рис. 4). На рисунке 4 представлены основные расчетные параметры схемы для момента достижения фронтом промерзания сезонной глубины промерзания,

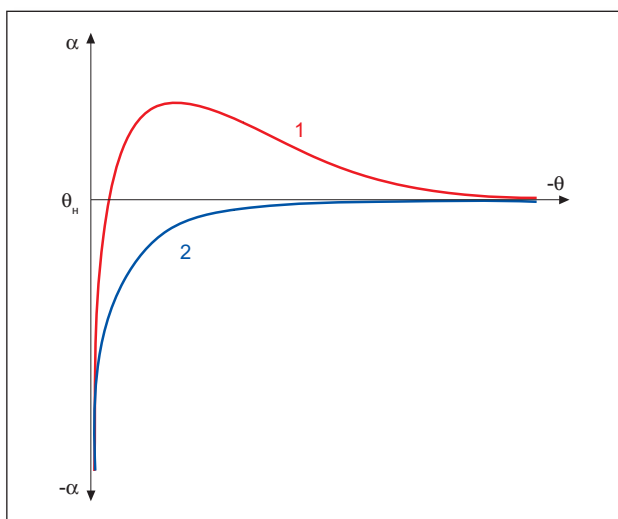


Рис. 3. Зависимости коэффициента расширения грунта α от температуры θ , полученные: 1 — по формуле (3); 2 — по формуле (4). θ_n — температура начала фазового перехода; α — коэффициент расширения грунта

т.е. $d_f(t) = l_1$, причем зависимость температуры θ от глубины z была принята линейной в соответствии с выражением (1). Следует обратить внимание на изменение касательного напряжения $\tau_a(z)$ по длине сваи. Учет коэффициента расширения грунта (переменного в зависимости от температуры) дает практически равномерное распределение τ_a по глубине с резким возрастанием его величины в точке с координатой $z = d_f$.

Зависимость касательного напряжения τ от радиуса r принимаем в виде функции:

$$\tau(r) = \tau_a \cdot (b - r)^2 / (b - a)^2, \quad (5)$$

где τ_a — значение касательного напряжения на поверхности сваи ($r = a$); a — радиус сваи; b — внешний радиус цилиндрической модели (радиус влияния сваи).

Скорость изменения угловой деформации во времени можно представить в следующем виде:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_{vp}, \quad (6)$$

где $\dot{\gamma}_e, \dot{\gamma}_{vp}$ — скорости упругой и вязкопластической угловых деформаций соответственно.

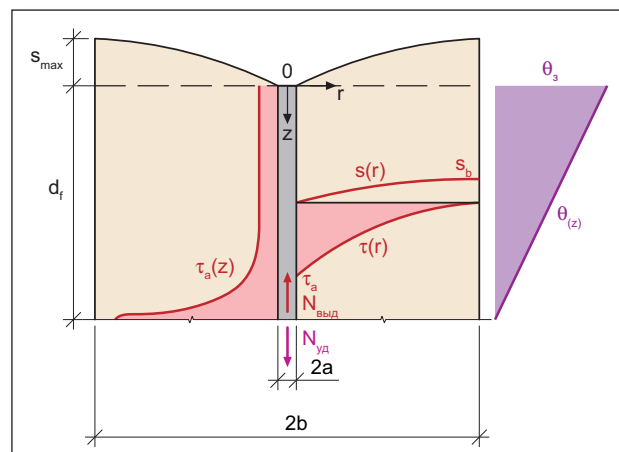


Рис. 4. Расчетная геомеханическая схема взаимодействия сваи с промерзающим пучинистым грунтом: $N_{вд}$ — суммарное выдергивающее усилие от действия касательного напряжения на боковую поверхность сваи; $N_{уд}$ — удерживающая сила от расчетного сопротивления грунта сдвигу; a — радиус сваи; b — радиус цилиндрического массива пучинистого грунта; r, z — оси системы координат; $\tau_a(z)$ — касательное напряжение, действующее на боковую поверхность сваи, в зависимости от глубины z ; $\tau(r)$ — изменение касательного напряжения, действующего на данной глубине z по радиусу r ; τ_a — значение касательного напряжения на боковой поверхности сваи на данной глубине z ; $s(r)$ — изменение вертикального перемещения грунта, возникающего на глубине z по радиусу r ; s_b — значение вертикального перемещения свободно пучающегося грунта ($r = b$) на глубине z ; d_f — координата фронта промерзания; s_{max} — максимальное значение вертикального перемещения грунта; $\theta(z)$ — линейная зависимость температуры в мерзлой зоне от глубины z ; θ_3 — температура на дневной поверхности грунта



Характеристики $\dot{\gamma}_e, \dot{\gamma}_{vp}$ определяются уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_e &= \dot{\tau} / G, \\ \dot{\gamma}_{vp} &= (\tau - \tau^*) / \eta, \end{aligned} \quad (7)$$

где τ, τ^* — текущее и предельное значения касательного напряжения соответственно; η — скорость изменения касательного напряжения; G — модуль сдвига; η — вязкость грунта.

Будем считать, что из-за увеличения модуля сдвига G при замерзании вязкопластическая часть скорости угловой деформации будет преобладать над упругой составляющей. Таким образом, формула (6) принимает следующий вид:

$$\dot{\gamma} = (\tau - \tau^*) / \eta. \quad (8)$$

Воспользуемся известным выражением для скорости угловой деформации:

$$\dot{\gamma} = d\dot{s}/dr. \quad (9)$$

Из уравнений (8) и (9) с учетом условий решаемой задачи получим уравнение [5]:

$$d\dot{s}/dr = -(\tau - \tau^*) / \eta. \quad (10)$$

Проинтегрируем уравнение (10) при учете формулы (5). В итоге найдем скорость подъема грунта \dot{s}_b при $r = b$ в зависимости от касательного напряжения τ_a :

$$\dot{s}_b = -\frac{b-a}{\eta} \cdot \left(\frac{\tau_a}{3} - \tau^* \right). \quad (11)$$

Преобразуем уравнение (11) относительно τ_a :

$$\tau_a = 3\tau^* - \frac{3\eta}{b-a} \cdot \dot{s}_b. \quad (12)$$

Для определения скорости подъема грунта \dot{s}_b воспользуемся зависимостью деформации ε_v от времени t и координаты z . Выражение для $\varepsilon_v(z, t)$ будем определять как для свободно пучащегося грунта (так как влияние свай на деформацию грунта при $r \geq b$ минимально). Будем также считать, что при объемном нагружении преобладают упругие деформации, поэтому ε_v можно найти из следующего равенства:

$$\varepsilon_v = \sigma_v / K + 3\alpha\theta, \quad (13)$$

где σ_v — сумма нормальных напряжений; K — модуль объемной деформации.

Из-за увеличения модуля объемной деформации при замерзании отношение будет намного меньше $3\alpha\theta$, поэтому с учетом формулы (4) выражение (13) преобразуется к виду:

$$\varepsilon_v = 3A / \theta^n. \quad (14)$$

Подставим правую часть формулы (1) в уравнение (14) и проинтегрируем его по z . В результате найдем зависимость подъема грунта s_b от координаты z и времени t :

$$\begin{aligned} s_b(z, t) &= \frac{3A}{\theta^n} \cdot \frac{(-\beta_0)}{(1-n)} \cdot e^{z \cdot t} \times \\ &\times \sqrt{t} \left(1 - \frac{z}{\beta_0 \cdot e^{z \cdot t} \cdot \sqrt{t}} \right)^{1-n}. \end{aligned} \quad (15)$$

Возьмем первую производную по времени от функции (15) и получим скорость подъема грунта:

$$\begin{aligned} \dot{s}_b(z, t) &= -\frac{3A}{\theta^n} \cdot \frac{\beta_0}{1-n} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} \left(\chi \cdot t + \frac{1}{2} \right) \times \\ &\times \left[e^{z \cdot t} \cdot \left(1 - \frac{z}{\beta_0 \cdot e^{z \cdot t} \cdot \sqrt{t}} \right)^{1-n} + (1-n) \times \right. \\ &\times \left. \left(1 - \frac{z}{\beta_0 \cdot e^{z \cdot t} \cdot \sqrt{t}} \right)^{-n} \cdot \frac{z}{\beta_0 \cdot \sqrt{t}} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставив правую часть уравнения (16) в формулу (12), можно найти окончательное выражение для $\tau_a(z, t)$, которое здесь не приводится из-за его громоздкости.

Известно, что при промерзании вязкость грунта увеличивается. Используя результаты опытов из работы [3], можно принять следующую зависимость вязкости η от температуры θ :

$$\eta(\theta) = \eta_0 e^{m \cdot \theta}, \quad (17)$$

где η_0 — начальная вязкость промерзающего грунта, m — коэффициент пропорциональности.

Для учета переменной вязкости достаточно подставить выражение (17) в уравнение (12), так как температура θ постоянна в каждом единичном слое грунта и не зависит от радиуса r .

Суммарная выдергивающая сила определяется выражением:

$$N_{\text{выд}} = 2\pi a \cdot \int_0^{d_f} \tau_a dz. \quad (18)$$

Подставим (16) в (12), затем получившееся соотношение проинтегрируем по (18). В итоге получим:

$$\begin{aligned} N_{\text{выд}} &= 2\pi a \cdot \left(3\tau^* \cdot d_f + \frac{9\eta}{b-a} \cdot \frac{A}{\theta^n} \cdot \frac{\beta_0}{1-n} \times \right. \\ &\times \left. \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \left(\chi \cdot t + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{2\beta_0 \cdot e^{2z \cdot t} \cdot \sqrt{t}}{2-n} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Для оценки полученных результатов рассмотрим частный случай с постоянным коэффициентом расширения грунта α , осредненным на температурном интервале между началом и концом морозного пучения. Тогда интегрирование уравнения (13) по z дает следующую формулу для подъема грунта:

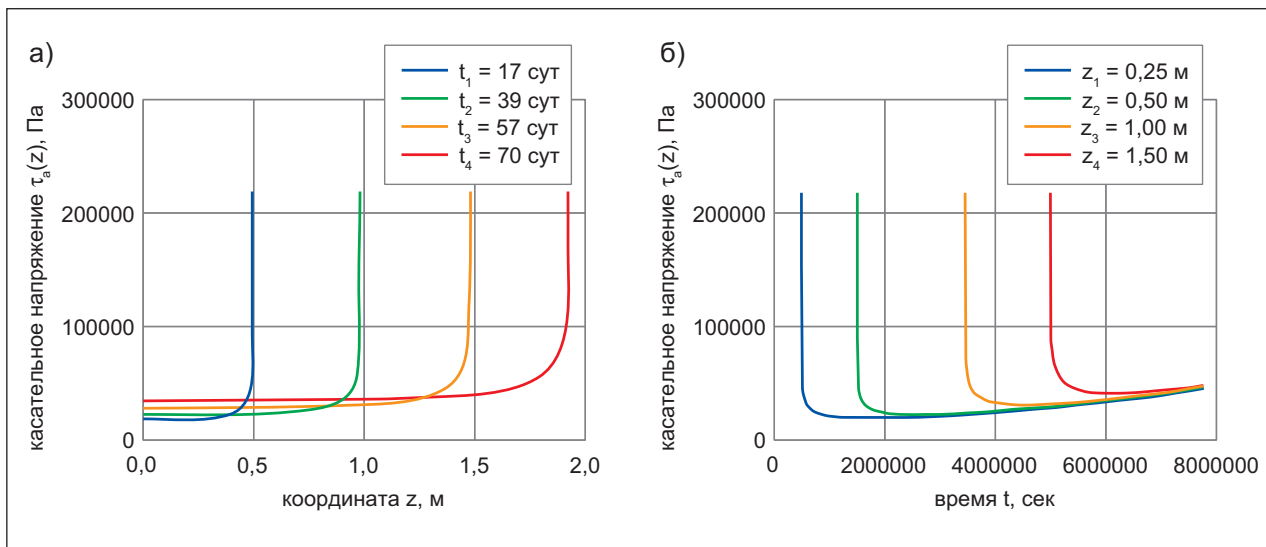


Рис. 5. Графики зависимости касательного напряжения τ_a от координаты z при учете переменного коэффициента расширения грунта $\alpha(\theta)$ для постоянных моментов времени t_1-t_4 (А) и от времени t для точек, расположенных на различных фиксированных глубинах z_1-z_4 (Б)

$$s_b = -\frac{3}{2} \alpha \cdot \theta_3 \cdot \frac{(d_f(t) - z)^2}{d_f(t)}. \quad (20)$$

Возьмем производную по времени от (20):

$$\dot{s}_b(t) = -\frac{3}{2} \alpha \cdot \theta_3 \cdot \frac{(\beta_0^2 \cdot e^{2\chi t} \cdot t - z^2)}{\beta_0 \cdot e^{\chi t} \cdot \sqrt{t}} \times \left(\chi + \frac{1}{2t} \right). \quad (21)$$

Подставляя (21) в (12) и проводя математические преобразования, получим зависимость $\tau_a(z, t)$:

$$\dot{s}_b(t) = -\frac{3}{2} \alpha \cdot \theta_3 \cdot \frac{(\beta_0^2 \cdot e^{2\chi t} \cdot t - z^2)}{\beta_0 \cdot e^{\chi t} \cdot \sqrt{t}} \times \left(\chi + \frac{1}{2t} \right). \quad (21)$$

Интегрируя выражение (22) в соответствии с (18), найдем формулу для выдергивающего усилия при постоянном коэффициенте α :

$$N_{\text{выд}} = 2\pi a \cdot \left(3\tau^* \cdot \beta_0 \cdot e^{\chi t} \cdot \sqrt{t} + 3\beta_0^2 \times e^{2\chi t} \cdot t \cdot \frac{\eta}{b-a} \alpha \cdot \theta_3 \cdot \left(\chi + \frac{1}{2t} \right) \right). \quad (23)$$

Проиллюстрируем выведенные зависимости примером со следующими исходными данными:

- параметры нелинейного коэффициента расширения пучинистого грунта $\alpha(\theta)$: $A = 1500 \cdot 10^{-6}$, $n = 0,32$, $|\theta_3| = 7,4^\circ\text{C}$;
- постоянный коэффициент расширения грунта $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$;
- геометрические размеры модели: $a = 0,2$ м, $b = 1$ м, $l_1 = 2$ м;
- начальное значение скорости промерзания $\beta_0 = 3,3 \cdot 10^{-4}$;

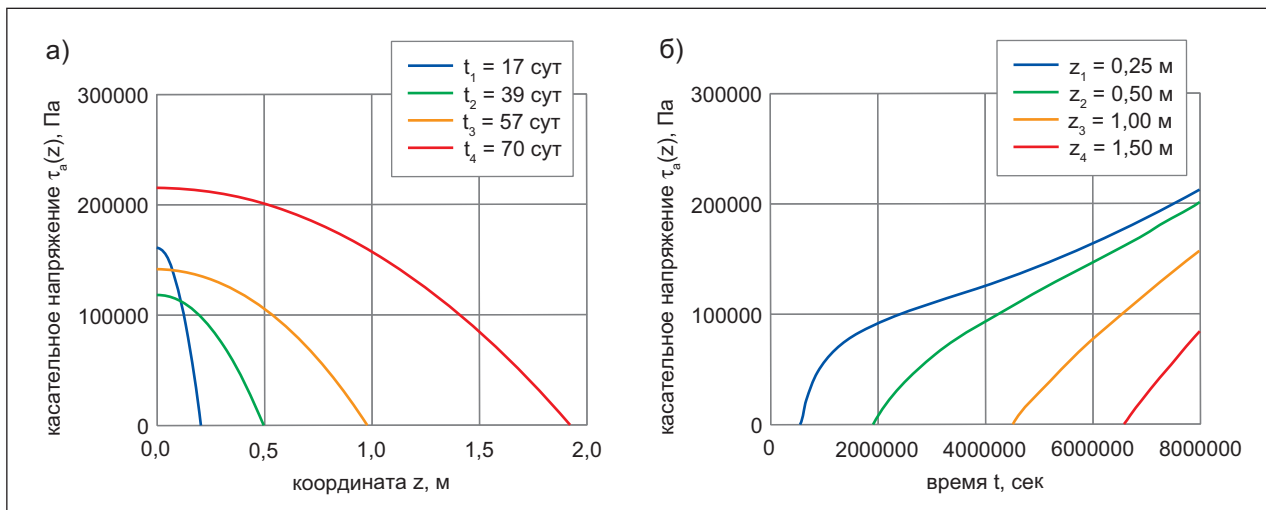


Рис. 6. Графики зависимости касательного напряжения τ_a от координаты z при учете постоянного коэффициента расширения грунта α для постоянных моментов времени t_1-t_4 (А) и от времени t для точек, расположенных на различных фиксированных глубинах z_1-z_4 (Б)

- коэффициент из формулы (3), подбираемый на основе приближенного решения температурной задачи, $\chi = 1 / (7 \cdot 10^6)$;
- предельное значение касательного напряжения $\tau^* = 0$;
- вязкость грунта $\eta = 6 \cdot 10^{12}$ Па·с.

При подстановке исходных данных в выражение (12) при учете (16) получим зависимости касательного напряжения τ_a от глубины z для разных моментов времени и распределения τ_a во времени для различных фиксированных глубин. Их графики представлены на рис. 5.

Для сравнения получим аналогичные зависимости для постоянного коэффициента расширения грунта α , подставляя приведенные выше исходные данные в формулу (22). Их графики показаны на рис. 6.

Из сравнения графиков, представленных на рис. 5 и 6, видно, что учет переменного (в зависимости от температуры) коэффициента расширения грунта α кардинальным образом меняет характер распределения касательного напряжения t_a как по глубине массива, так и во времени.

Значение α неограниченно увеличивается при температуре начала фазового перехода θ_n (см. рис. 3), поэтому при приближении значений z к координате θ_n будет происходить активное возрастание функции $\tau_a(z)$. При этом в точках, достаточно удаленных от фронта промерзания, распределение $\tau_a(z)$ практически равномерно (см. рис. 5, А). При постоянном же α происходит убывание τ_a по глубине z (см. рис. 6, А).

Рассмотрим изменение касательного напряжения τ_a во времени для различных фиксированных глубин. В момент достижения фронтом промерзания данной координаты z происходит скачкообразное возрастание τ_a . Затем за счет реологических свойств грунта касательное напряжение снижается до некоторого значения, после чего медленно растет во времени. При постоянном же α происходит только возрастание $\tau_a(t)$ с разной интенсивностью (см. рис. 6, Б).

Рассмотрим график изменения во времени выдергивающей силы $N_{\text{выд}}$ для случаев переменного и постоянного коэффициента расширения α промерзающего грунта (рис. 7). Из рисунка 7 видно, что учет $\alpha(\theta)$ существенно снижает выдергивающее усилие. Для условий рассматриваемого примера значение $N_{\text{выд}}$ получилось равным 100 кН (10,2 т), что в 3,5 раза меньше, чем в случае с постоянным коэффициентом α .

Таким образом, использование эмпирических зависимостей коэффициента расширения промерзающего пучинистого грунта от температуры, определенных с учетом явлений тепло- и массопереноса, дает возможность более корректно моделировать взаимодействие боковой поверхности сваи с грунтом, при этом не прибегая к решению сложных совместных задач. Однако нахождение зависимостей $\alpha(\theta)$ для различных типов грунтов, слагающих толщину сезонного промерзания, требует дополнительного объема экспериментальных исследований, что на данном этапе может быть оправданным лишь в случае возведения ответственных зданий и сооружений.

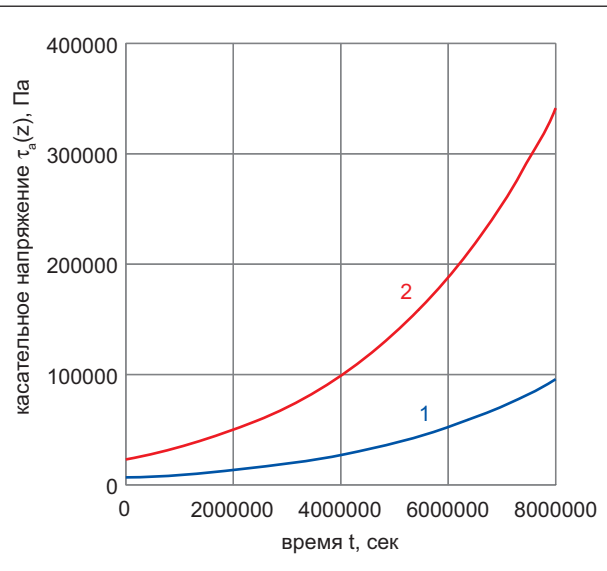


Рис. 7. График зависимости суммарного выдергивающего усилия $N_{\text{выд}}$ для случаев: 1 — переменного коэффициента расширения грунта α ; 2 — постоянного α

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мерзляков В.П. Влияние незамерзшей воды на тепловые деформации промерзающих глинистых грунтов // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1980. № 8. С. 20–24.
2. Полянкин Г.Н., Ким А.Ф., Пусков В.И. Оценка напряженно-деформированного состояния промерзающего слоя грунта при его взаимодействии с боковой поверхностью фундамента. Численное моделирование процесса морозного пучения // Инженерно-геологические условия и особенности фундаментостроения при транспортном строительстве в Сибири: межвузовский сборник научных трудов. Новосибирск, 1980. С. 50–58.
3. Роман Л.Т. Механика мерзлых грунтов. М.: МАИК «Наука/интерпериодика», 2007. 426 с.
4. СНиП 2.02.04-88. Основания и фундаменты на вечномерзлых грунтах. М.: Госстрой России, ГУП ЦПП, 2005.
5. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 551 с.
6. Туренко И.И. Теоретическое исследование взаимодействия промерзающего пучинистого грунта с боковой вертикальной поверхностью столбчатого фундамента: автореф. дис. ... канд. тех. наук. Л., 1973. 23 с.
7. Харлаб В.Д. Теоретическое исследование взаимодействия промерзающего пучинистого грунта с боковой поверхностью фундамента // Труды ЛИСИ. Вып. 57: Механика стержневых систем и сплошных сред. Л.: Изд-во ЛИСИ, 1968. С. 100–112.
8. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. М.: Высшая школа, 1973. 445 с.
9. Шушерина Е.П., Крылова Л.С. Исследование температурных деформаций мерзлых глин // Мерзлые породы и снежный покров: сборник научных трудов. М.: Наука, 1977. С. 70–81.