



КЛАССИФИКАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СЕЛЕВЫХ И СКЛОНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

CLASSIFICATION OF NUMERICAL MATHEMATICAL MODELS OF DEBRIS FLOWS AND RAPID LANDSLIDES

МИХАЙЛОВ В.О.

Аспирант географического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова,
vladg27@rambler.ru

MIKHAILOV V.O.

A postgraduate student of the faculty of geography, M.V. Lomonosov
Moscow State University

Ключевые слова:

математическое моделирование; сели; оползни; обвалы;
классификация.

Key words:

mathematical modeling; debris flows; torrents; landslides; rock
and debris avalanches; classification.

Аннотация

Для анализа динамики селей, обвалов и оползней используется значительное количество математических моделей. Для оценки их применимости к конкретному процессу, а также для разработки новых моделей необходимо провести анализ и типизацию уже существующих. В настоящей статье предложена классификация численных математических моделей селевых и склоновых процессов. В соответствии с основным набором базовых физических принципов выделены три их типа — непрерывные, клеточные автоматы и дискретные. Непрерывные модели разделены на подтипы Эйлера и Лагранжа, а дискретные — на одноэлементный и многоэлементный подтипы по наборам используемых уравнений. Дана их краткая характеристика и проведен анализ областей их применения в зависимости от вида инженерно-геологических процессов.

Введение

Изучение склоновых процессов, особенно таких их катастрофических проявлений, как обвалы, оползни и сели, необходимо для их прогноза и проектирования защитных сооружений. При этом важной составляющей является определение масштабов и динамических характеристик этих процессов и явлений, для чего применяются различные методы: полевые наблюдения, дистанционные методы, экспериментальное и математическое моделирование (у каждого из них — своя область применения и своя степень точности).

Использование математического моделирования позволяет детально количественно охарактеризовать тот или иной опасный процесс, что необходимо для его последующего количественного прогноза и управления им. Этот метод в настоящее время активно развивается и имеет большие перспективы.

Цель и задачи работы

Основной целью настоящей работы является классификация существующих на данный момент численных математических моделей селевых и склоновых процессов, что необходимо для разработки новых моделей. Сначала будет приведена их авторская классификация с указанием ее основных принципов, а затем краткая характеристика физико-математической основы и принципов работы этих моделей. В заключение будет представлен анализ областей применения их типов и подтипов, выделенных автором.

Материалы и методы

В настоящее время существует большое количество численных математических моделей обвалных, оползневых и селевых процессов. Для их классификации автором было проанализировано около 120 статей и 2 монографии. В 50 из них содержится описание и апробация той или иной разработанной модели, а в остальных рассматривается применение ранее разра-

Abstract

A significant number of mathematical models are used to analyze dynamics of torrents, rock and debris avalanches and landslides. To assess their applicability to a concrete process and develop new models it is necessary to analyze and typify the existing ones. This article proposes a classification of the numerical mathematical models of debris flows and rapid landslides. Three types of the models are defined in accordance with the basic set of fundamental physical principles — continuous ones, cellular automata and discrete ones. The continuous models are subdivided into the Euler and Lagrange subtypes, and the discrete ones are subdivided into the one-element and multiple-unit subtypes according to the sets of used equations. A brief description of them is presented, and the application fields of them are analyzed depending on the type of geological processes.



ботанных моделей для конкретных ситуаций. Следует отметить, что данные литературные источники не охватывают весь набор существующих математических моделей селевых и склоновых процессов, но описывают большую часть известных моделей, принципы работы которых опубликованы в рецензируемых печатных изданиях.

В ходе работы для каждой модели были установлены ее основные характеристики (тип представления движения, физическая основа, размерность, особенности входных параметров и др.). И на этой основе модель относилась к тому или иному типу.

Классификация моделей

Следует отметить, что разработка математической модели конкретного процесса осуществляется по следующему основному этапам:

1. Построение модели (выбор сценария, или механизма, процесса и его описание с применением физических законов, получение и решение уравнений с применением численных или аналитических методов, разработка алгоритма модели в среде программирования).
2. Апробация модели (реализация модели для процессов с заранее известными параметрами, ее верификация и калибровка).
3. Применение модели для прогноза процессов.

В соответствии с этим была проведена последовательная классификация моделей. Были выделены их типы и подтипы (рис. 1). Типы моделей формировались в соответствии с качественным представлением в них механизмов селевых или склоновых процессов. Всего было выделено три типа: непрерывные модели, клеточные автоматы и дискретные модели. Непрерыв-

ные модели описывают движение потока вещества как сплошной среды, клеточные автоматы описывают движение потока вещества как закономерную смену состояний пространственных ячеек, дискретные модели описывают движение потока вещества в виде движения совокупности отдельных структурных частиц. Подтипы моделей выделялись по принципу спецификации физико-математического описания движения вещества.

При использовании проведенной классификации на основе указанных выше признаков можно получить информацию о конкретной модели с точки зрения ее физической сущности. Данная информация может быть полезна при разработке новых моделей движения вещества, а также при анализе границ применимости и получаемых результатов конкретной модели.

Следует отметить, что классификацию моделей можно было проводить с точки зрения ее практического применения, т.е. по принципу моделируемого геологического процесса. Однако, как показывают результаты моделирования, каждая модель может применяться для анализа неограниченного количества геологических процессов с различной степенью точности. В данном случае степень однозначности отнесения модели к тому или иному типу будет ниже, чем в случае рассматриваемой нами классификации, учитывающей физическую сущность моделей. Ниже будет охарактеризован каждый из выделенных типов математических моделей с рассмотрением их подтипов.

Непрерывные модели

Непрерывные модели описывают движение потока вещества как сплошной среды и применяются преимущественно для моделирования селей, оползней-потоков и блоковых оползней. В их основе лежит уравнение

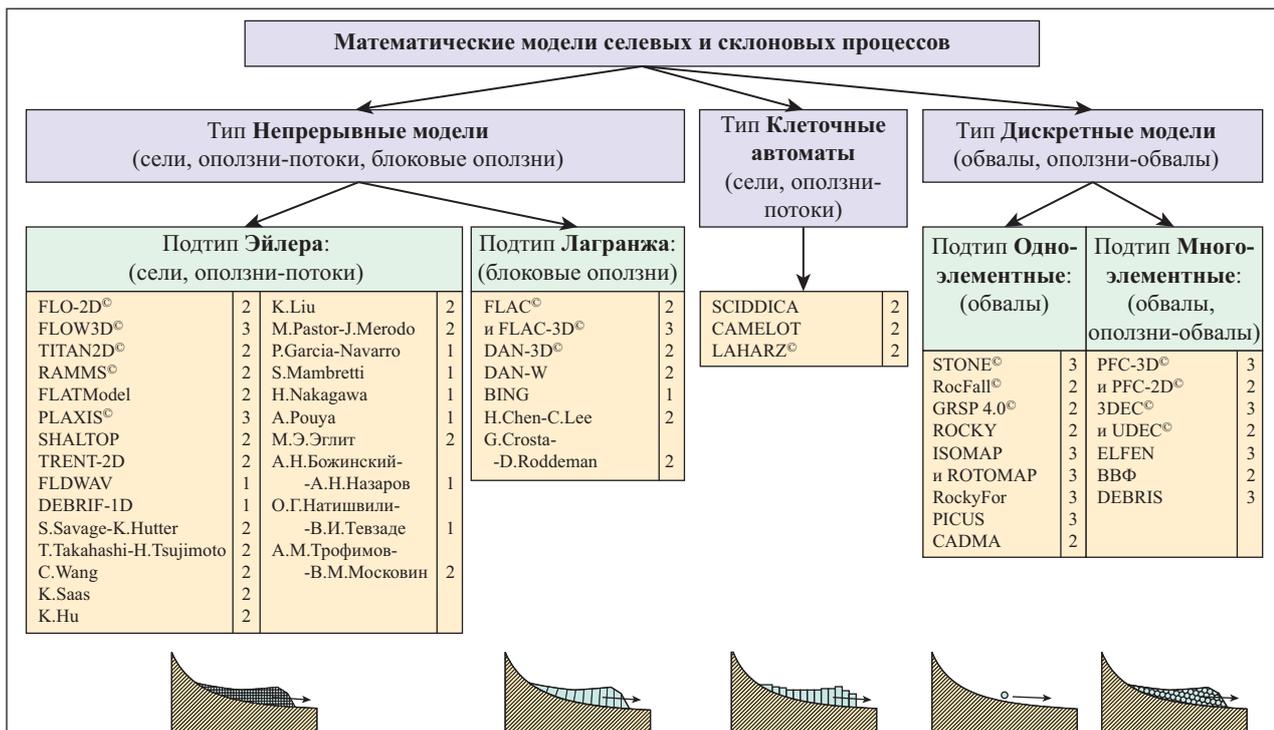


Рис. 1. Классификация и примеры математических моделей селевых и склоновых процессов, а также схемы представления потока вещества для различных типов моделей. Справа от примеров моделей в колонке указана их размерность

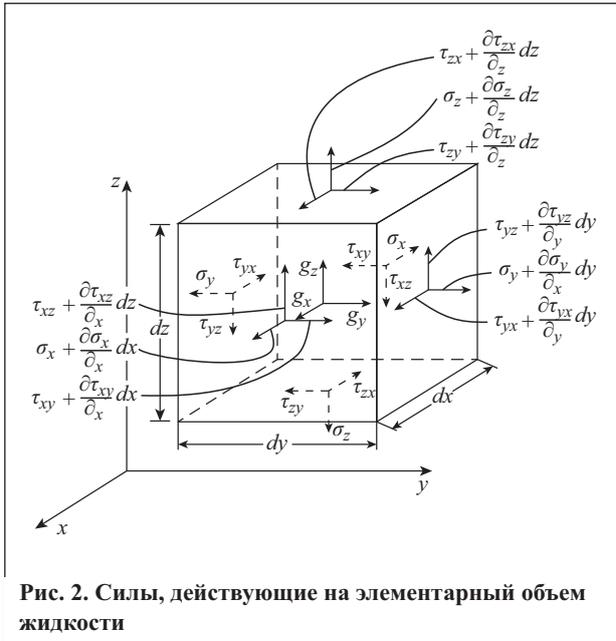


Рис. 2. Силы, действующие на элементарный объем жидкости

непрерывности, а также уравнение движения вязкой жидкости Навье — Стокса в явном виде или в интегрированной по глубине гидравлической форме (в виде уравнений движения Сен-Венана) [5]. Одновременно для каждого выбранного бесконечно малого элемента пространства определяются такие его динамические характеристики, как вектор скорости и давление, на каждом последующем временном шаге с учетом его параметров и параметров соседних с ним элементов на предыдущем шаге.

Система уравнений движения Навье — Стокса получается при рассмотрении суммы сил, действующих на элементарный бесконечно малый объем жидкости $dx \cdot dy \cdot dz$ в форме параллелепипеда, где dx , dy и dz — стороны параллелепипеда в направлении соответственно осей координат x , y и z (или соответственно x_1 , x_2 и x_3) (рис. 2). Как известно, на единицу площади стенки данного объема в направлении оси i действуют нормальные σ_i (действующие на площадку, перпендикулярную оси i) и касательные напряжения τ_{ij} (действующие на площадку, перпендикулярную оси j , $j \neq i$) и τ_{ik} (действующие на площадку, перпендикулярную оси k , $k \neq i$, $k \neq j$). На единицу массы данного объема также действует гравитационная сила g_i в проекции на ось i . После сложения сил и применения второго закона Ньютона, а также сокращения обеих частей уравнения на $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ получим формулу для проекции скорости v_i и напряжений σ_i , τ_{ij} , τ_{ik} на ось i :

$$\frac{dv_i}{dt} = g_i + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \right), \quad (1)$$

где t — время; ρ — плотность жидкости; x_i , x_j , x_k — координаты положения объема соответственно по осям i , j , k .

Если учесть, что по формуле Ньютона

$$\sigma_i = -p + 2\eta \frac{\partial v_i}{\partial x_i}; \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

где η — вязкость жидкости; p — давление жидкости; v_i , v_j , v_k — проекции скорости соответственно на оси i , j , k , то уравнение (1) примет вид:

$$\frac{dv_i}{dt} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \eta \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2} \right). \quad (4)$$

Если взять систему уравнений по форме (4) для проекций на три координатные оси i , j , k и дополнить ее уравнением неразрывности

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0, \quad (5)$$

то мы получим систему уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости Навье — Стокса, лежащую в основе всех математических моделей рассматриваемого типа. Форма указанных уравнений, интегрированная по глубине, носит название уравнений Сен-Венана.

Применение уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости к селям и оползням требует введения дополнительных форм зависимости касательных напряжений τ от скорости v , отличных от выражения (3). В частности, наиболее распространена реологическая формула Кулона и Вельми:

$$\tau = \rho g H \left(\cos \alpha + \frac{v}{gR} \right) (1 - r_u) \operatorname{tg} \phi + \rho g \frac{v^2}{\xi}, \quad (6)$$

где g — гравитационная сила; H — глубина потока; α — угол наклона склона; R — радиус кривизны ложа потока в вертикальном продольном сечении; r_u — коэффициент порового давления грунта; ϕ — угол трения; ξ — коэффициент турбулентности.

Для моделей рассматриваемого типа необходимы: цифровая модель рельефа, заданные начальные и граничные условия (такие характеристики потока, как скорость и давление) и сведения об изменениях этих характеристик с течением времени. Необходимы также данные о физических свойствах вещества потока — плотности, вязкости, угле трения, модуле упругости. В результате работы моделей получаются поля значений физических параметров потока вещества в различные моменты времени — векторы скорости, глубина, давление, силы и др. Указанные значения представляются в виде карт или цифровых моделей. Получаемая в результате моделирования информация может быть полезной при рассмотрении зон распространения селей и оползней-потоков, а также при проведении защитных мероприятий.

Следует отметить, что производная от компоненты скорости по времени (см. левую часть уравнения (1)) может быть представлена по Лагранжу или по Эйлеру. В зависимости от формы представления дан-



ной производной в пределах типа непрерывных моделей были выделены подтипы — модели, использующие представления по Эйлеру или по Лагранжу соответственно.

Для подтипа непрерывных моделей, использующих представление по Эйлеру, рассматривается изменение динамических параметров потока (скорости, давления) применительно к конкретному фиксированному объему пространства, через который в различные моменты времени проходят различные частицы среды. В соответствии с этим производная от скорости по времени зависит от последнего не только в явном виде, но и в неявном (т.е. также от изменения с течением времени координат движущегося элемента пространства, проходящего через данный фиксированный объем):

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \quad (7)$$

Модели указанного подтипа широко распространены и наилучшим образом описывают движение вещества в жидкой или вязкотекучей фазе (водных потоков, селей и оползней-потоков) (рис. 3). Данная область применения обусловлена тем, что эти модели представляют движение вещества как сплошной среды, характеризующейся неразрывным полем значений физических параметров — скорости, давления, сил, глубин.

К моделям рассматриваемого подтипа относятся (в порядке уменьшения количества ссылок на них в рецензируемых изданиях): коммерческие FLO-2D [31], FLOW-3D [36], TITAN2D [36], RAMMS [13], PLAXIS [10]; некоммерческие FLATModel [29], SHALTOP [27], TRENT-2D [7], FLDWAV [25], DEBRIF-1D [30], S. Savage — K. Hutter [34], T. Takahashi — H. Tsujimoto [40], C. Wang [41], K. Sassa [42], K. Hu [43], K. Liu [27], M. Pastor — J. Merodo [32], P. Garcia-Navarro [9], S. Mambretti [28], H. Nakagawa [37], A. Pouya [33], М.Э. Эглит [6], А.Н. Божинского — А.Н.Назарова [1], О.Г. Натишвили — В.И. Тевзадзе [3], А.М. Трофимова — В.М. Московкина [4].

Для подтипа непрерывных моделей, использующих представление по Лагранжу, рассматривается изменение динамических параметров потока (скорости, давления) применительно к движущемуся индивидуальному объему пространства, образованному одними и теми же частицами среды. При этом вектор скорости зависит от времени только в явном виде в связи с тем, что скорость приурочена к определенному движущемуся элементарному объему:

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{Dv_i}{Dt} \quad (8)$$

Модели данного подтипа в отличие от предыдущего имеют менее широкое распространение и наилучшим образом описывают движение потоков вещества в вязкотекучей и твердой фазе (блоковых оползней), чуть хуже — оползней-потоков и селей. Характер сферы применения рассматриваемых моделей обусловлен тем, что они представляют движение вещества в виде отдельных неразрывно сочлененных бесконечно малых блоков — условных элементов потока сплошной среды. Каждый блок характеризуется собственными

значениями физических параметров — скорости, давления, сил, глубин. Получаемая в результате моделирования информация может быть полезной при рассмотрении зон распространения блоковых оползней, а также при проведении защитных мероприятий.

Рассматриваемый подтип представлен следующими моделями (в порядке уменьшения количества ссылок на них в рецензируемых изданиях): коммерческие FLAC, FLAC-3D [24], DAN-3D [22]; некоммерческие DAN-W [21], BING [23], H. Chen — C. Lee [11], G. Crosta — D. Roddeman [14].

Клеточные автоматы

Клеточные автоматы описывают движение потока вещества как закономерную смену состояний пространственных ячеек в направлении движения потока [8]. Они применяются преимущественно для моделирования селей и оползней-потоков.

В основе клеточных автоматов лежит правило, определяющее переход ячейки из одного состояния в другое. Одновременно для каждой конкретной ячейки пространства определяется ее состояние на каждом последующем временном шаге с учетом оно для нее и соседних с ней ячеек на предыдущем шаге.

Рассматриваемый тип моделей базируется на различных законах физики (прежде всего на законах сохранения вещества, энергии и импульса), а также на определении наиболее вероятного направления смещения вещества, величины эрозии и диссипации энергии.

Спецификой моделей данного типа является представление природного процесса не столько в виде изменений физических величин, сколько в виде закономерной последовательной смены состояний пространственных ячеек с заданными формой и размером. Под этими состояниями подразумеваются: абсолютная отметка поверхности, мощность потока, его максимально возможная глубина, содержание в нем воды, приток и отток вещества, мощность эродируемого слоя, отток и приток эродируемого материала в сторону соседних ячеек, ширина зоны ячеек, в которую осуществляется приток вещества.

Клеточные автоматы для своей работы требуют наличия цифровой модели рельефа и начальных значений

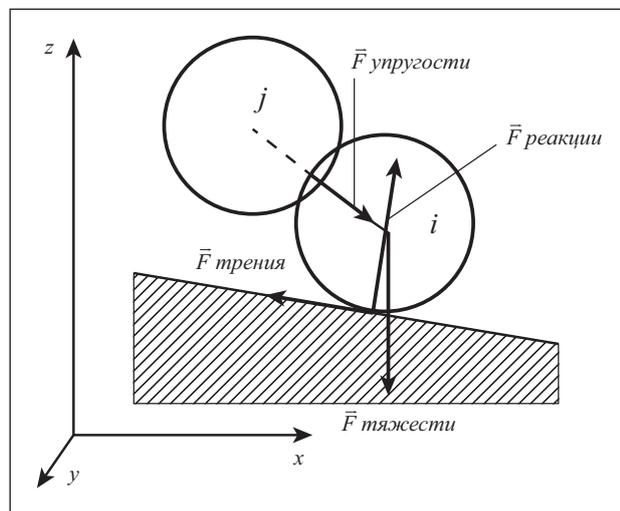


Рис. 3. Силы, действующие на выбранную *i*-ю частицу



Рис. 4. Селевой поток. Город Тырнауз (Кавказ), июль 2000 г. Фото С.С. Черноморца

физических свойств вещества потока. Примерами моделей этого типа могут служить SCIDDICA [8, 15, 16], CAMELOT [18] и, в меньшей степени, LAHARZ [35].

В результате работы моделей данного типа, как и в случае с непрерывными моделями, получаются поля значений физических параметров потока вещества в различные моменты времени — векторы скорости, глубина, давление, силы и др. В результате моделирования получается информация, полезная при рассмотрении зон распространения селей и оползней-потоков.

Дискретные модели

Дискретные модели описывают движение потока вещества в виде движения совокупности отдельных структурных частиц и применяются преимущественно для моделирования обвалов и оползней-обвалов. В основе этого типа моделей лежит уравнение движения структурных частиц (материальных точек или твердых тел), получаемое из второго закона Ньютона. Одновременно для каждой выбранной структурной частицы вещества определяются ее динамические характеристики (текущие координаты, вектор скорости) на каждом последующем временном шаге с учетом ее параметров и параметров контактирующих с ней частиц на предыдущем шаге.

Уравнение движения частицы i , получаемое из второго закона Ньютона, может быть упрощенно представлено в следующем векторном виде (рис. 4):

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_{i \text{ тяжести}} + \vec{F}_{i \text{ реакции}} + \vec{F}_{i \text{ трения}} + \sum_{j=1}^N \vec{F}_{ij \text{ упругости}} \quad (9)$$

где m_i — масса i -й частицы; \vec{r}_i — радиус-вектор координат i -й частицы; $\sum \vec{F}_i$ — сумма сил, действующих на частицу; $\vec{F}_{i \text{ тяжести}}$ — сила тяжести; $\vec{F}_{i \text{ реакции}}$ — сила нормальной реакции опоры; $\vec{F}_{i \text{ трения}}$ — сила трения;

$$\sum_{j=1}^N \vec{F}_{ij \text{ упругости}}$$

— суммарная сила упругости со стороны других частиц, действующая на i -ю частицу со стороны каждой соседней j -й частицы, $j \neq i$; N — количество частиц.

Уравнение (9) описывает изменение координат каждой выбранной i -й частицы с течением времени, т.е. позволяет рассчитать траекторию движения каждой отдельной структурной частицы вещества. Данное уравнение в явном или неявном (усложненном) виде лежит в основе всех математических моделей дискретного типа.

В случае учета формы частицы применяется более сложная модификация формулы (9) — уравнение движения твердого тела, учитывающее вращение частицы и моменты сил.

Для дискретных моделей необходима цифровая модель рельефа, а также заданные начальные характеристики структурных частиц движущегося вещества (начальные координаты и скорость). Необходимы также данные о физических свойствах вещества структурных частиц — размер, форма, плотность, угол трения, модуль упругости.

В результате работы рассматриваемой модели получаются траектории движения частиц. Для каждой выбранной частицы в каждый выбранный момент времени имеются значения ее текущих координат и вектора скорости. На основании данных о расположении частиц в пространстве в различные моменты времени можно определить скорость движения, а также морфо-



Рис. 5. Обвал на поверхность ледника. Главный Кавказский хребет, бассейн реки Адыл-Су, 2003 г.
Фото С.С. Черноморца

метрические параметры потока и отложений, представляемые в виде карт. Данная информация может быть использована при установлении зон распространения обвалов и оползней-обвалов, а также при проведении защитных мероприятий.

Следует отметить, что дискретные модели могут описывать движение потока вещества либо в виде группы отдельных несоударяющихся друг с другом частиц, каждая из которых без сопротивления проходит сквозь другую (соседнюю) частицу, либо в виде группы упруго соударяющихся друг с другом частиц. Соответственно можно выделить два подтипа — многоэлементные и одноэлементные дискретные модели. В первых взаимодействие обломков учитывается, а во вторых — нет.

Многочисленные представители *подтипа одноэлементных дискретных моделей* наилучшим образом рассчитывают траектории движения обвалов или отдельных блоков породы, однако не позволяют характеризовать движение групп обломков и формирование отложений. В данный подтип входят в т.ч. следующие модели: коммерческие STONE [19], RocFall [19], CRSP 4.0 [19]; некоммерческие ROCKY [17], ISOMAP [12], ROTOMAP [12], RockyFor [39], PICUS [44], CADMA [19].

Подтип многоэлементных дискретных моделей включает меньшее их количество, чем предыдущий. Они наилучшим образом описывают движение обвалов и оползней-обвалов (рис. 5, 6), состоящих из отдельных сложных структурных элементов. Преимуществом этих моделей по сравнению с принадлежащими предыдущему подтипу является (помимо возможности расчета траекторий движения отдельных частиц потока) возможность описания движения потока вещества и параметров отложений в целом. Примерами таких

моделей могут служить: коммерческие PFC-3D и PFC-2D [20], 3DEC и UDEC [20]; некоммерческие ELFEN [38], DDA [45], DEBRIS [2].

Заключение

Для предложенной автором классификации математических моделей селевых и склоновых процессов были рассмотрены их физико-математические основы и принципы работы. При этом важным результатом стало установление областей применения конкретных типов и подтипов этих моделей для моделирования конкретных процессов — селей, оползней и обвалов.

В ходе проведения классификации было установлено следующее:

- для анализа динамики *селей и оползней-потоков* наилучшим образом подходят модели непрерывного типа, относящиеся к подтипу Эйлера, а также модели типа клеточных автоматов;
- для анализа динамики *блоковых оползней* лучше всего подходят модели непрерывного типа, относящиеся к подтипу Лагранжа;
- для анализа динамики *оползней-обвалов* лучше всего применять модели дискретного типа, относящиеся к подтипу многоэлементных моделей;
- для анализа динамики *обвалов* больше других подходят модели дискретного типа, относящиеся к подтипам многоэлементных и одноэлементных моделей.

Следует отметить, что предлагаемая типизация была проведена на основе анализа наиболее распространенных существующих математических моделей. В дальнейшем возможно сделать полученную классификацию более детальной, выделив разновидности моделей в пределах каждого подтипа.

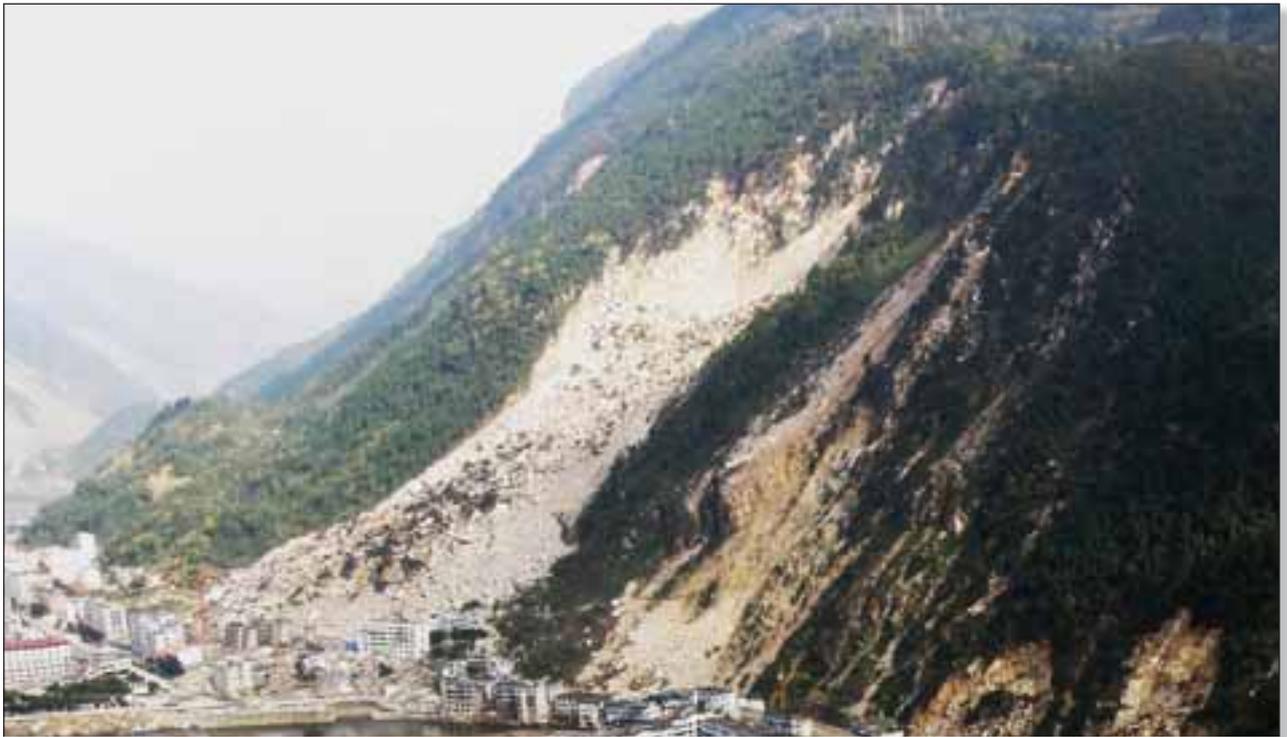


Рис. 6. Катастрофический сейсмогенный оползень-обвал. Город Бэйчуань (Китай), 2008 г. Фото С.С. Черноморца

Отнесение модели к определенному типу и подтипу позволяет получить ее основные качественные характеристики — ее физико-математическую основу и механизм представления процесса.

Каждая из рассмотренных математических моделей селевых и склоновых процессов обладает собственными принципами работы и спецификой построения. В то же время физико-математические основы представления механизма движения потока для каждой мо-

дели в пределах конкретного подтипа характеризуются большой степенью сходства. Поэтому есть возможность на этой основе выделять конкретные группы среди большого количества различных моделей. ❖

-
Настоящая работа была выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-05-01127) и гранта ученого совета географического факультета МГУ для молодых исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Божинский А.Н., Назаров А.Н. Динамика двухфазного селевого потока // Вестник МГУ. Серия 5. География. 1999. № 5. С. 15–19.
2. Михайлов В.О. Трехмерная математическая модель обвальных процессов // Вестник МГУ. Серия 5. География. 2011. № 4. С. 53–58.
3. Нативили О.Г., Тевзадзе В.И. Гидравлические уравнения связанных селевых потоков и их некоторые частные решения // Труды Международной конференции «Селевые потоки: катастрофы, риск, прогноз, защита». Пятигорск, Россия, 22–29 сентября 2008 г. / под ред. С.С. Черноморца. Пятигорск: Изд-во Института «Севкавгипроводхоз», 2008. С. 245–248.
4. Трофимов А.М., Московкин В.М. Математическое моделирование в геоморфологии склонов. Казань: Изд-во Казан. унта, 1983. 218 с.
5. Штеренлихт Д.В. Гидравлика. М.: КолосС, 2008. 656 с.
6. Элит М.Э. Неуставившиеся движения в руслах и на склонах. М.: Изд-во МГУ, 1986, 96 с.
7. Armanini A., Fraccarollo L., Rosatti G. Two-dimensional simulation of debris flows in erodible channels // Computers & Geosciences. 2009. V. 35. № 5. P. 993–1006.
8. Avolio M.V., Di Gregorio S., Mantovani F. et al. Simulation of the 1992 Tessina landslide by a cellular automata model and future hazard scenarios // JAG: International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation. 2000. V. 2. № 1. P. 41–50.
9. Brufau P., Garcia-Navarro P., Ghilardi P. et al. 1-D Mathematical modelling of debris flow // Journal of Hydraulic Research. 2000. V. 38. № 6. P. 435–446.
10. Chang K.-T., Wan S., Lei T.-C. Development of a spatial decision support system for monitoring earthquake-induced landslides based on aerial photographs and the finite element method // International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation. 2010. V. 12. № 6. P. 448–456.
11. Chen H., Lee C.F. A dynamic model for rainfall-induced landslides on natural slopes // Geomorphology. 2003. V. 51. № 4. P. 269–288.
12. Chiessi V., D'Orefice M., Mugnozza G. et al. Geological, geomechanical and geostatistical assessment of rockfall hazard in San Quirico Village (Abruzzo, Italy) // Geomorphology. 2010. V. 119. № 3–4. P. 147–161.
13. Christen M., Kowalski J., Bartelt P. RAMMS: Numerical simulation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain // Cold Regions Science and Technology. 2010. V. 63. № 1–2. P. 1–14.



14. *Crosta G.B., Imposimato S., Roddeman D.* Numerical modelling of entrainment/deposition in rock and debris avalanches // *Engineering Geology*. 2009. V. 109. № 1–2. P. 135–145.
15. *D'Ambrosio D., Di Gregorio S., Iovine G. et al.* Simulating the Curti-Sarno debris flow through cellular automata: the model SCIDDICA (release S2) // *Physics and Chemistry of the Earth*. 2002. Parts A, B, C. V. 27. № 36. P. 1577–1585.
16. *D'Ambrosio D., Iovine G., Spataro W., Miyamoto H.* A macroscopic collisional model for debris-flows simulation // *Environmental Modelling & Software*. 2007. V. 22. № 10. P. 1417–1436.
17. *Dorren L., Seijmonsbergen A.* Comparison of three GIS-based models for predicting rockfall runout zones at a regional scale // *Geomorphology*. 2003. V. 56. № 1–2. P. 49–64.
18. *Dattilo G., Spezzano G.* Simulation of a cellular landslide model with CAMELOT on high performance computers // *Parallel Computing*. 2003. V. 29. № 10. P. 1403–1418.
19. *Guzzetti F., Crosta G., Detti R., Agliardi F.* STONE: a computer program for the three-dimensional simulation of rock-falls // *Computers & Geosciences*. 2002. V. 28. № 9. P. 1079–1093.
20. *Hadjigeorgiou J., Esmaili K., Grenon M.* Stability analysis of vertical excavations in hard rock by integrating a fracture system into a PFC model // *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2009. V. 24. № 3. P. 296–308.
21. *Hungr O.* A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches // *Canadian Geotechnical Journal*. 1995. V. 32. № 4. P. 610–623.
22. *Hungr O., McDougall S.* Two numerical models for landslide dynamic analysis // *Computers & Geosciences*. 2009. V. 35. № 5. P. 978–992.
23. *Imran J., Harff P., Parker G.* A numerical model of submarine debris flow with graphical user interface // *Computers & Geosciences*. 2001. V. 27. № 6. P. 717–729.
24. *Jian W., Wang Z., Yin K.* Mechanism of the Anlesi landslide in the Three Gorges Reservoir, China // *Engineering Geology*. 2009. V. 108. № 1–2. P. 86–95.
25. *Jin M., Fread D.L.* One-dimensional routing of mud/debris flows using NWS FLDWAV model // *Debris-Flows Hazard Mitigation: Mechanics, Prediction, and Assessment*, New York: ASCE Press, 1997. P. 687–696.
26. *Kuo C.Y., Tai Y.C., Bouchut F. et al.* Simulation of Tsaoling landslide, Taiwan, based on Saint Venant equations over general topography // *Engineering Geology*. 2009. V. 104. № 3–4. P. 181–189.
27. *Liu K.-F., Huang M.C.* Numerical simulation of debris flow with application on hazard area mapping // *Computational Geosciences*. 2006. V. 10. № 2. P. 221–240.
28. *Mambretti S., Larcan E., De Wrachien D.* 1D modelling of dam-break surges with floating debris // *Biosystems Engineering*. 2008. V. 100. № 2. P. 297–308.
29. *Medina V., Hurlimann M., Bateman A.* Application of FLATModel, a 2D finite volume code, to debris flows in the northeastern part of the Iberian Peninsula // *Landslides*. 2008. V. 5. № 1. P. 127–142.
30. *Mikoš M., Fazarinc R., Majes B. et al.* Numerical simulation of debris flows triggered from the Strug rock fall source area, W Slovenia // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2006. № 6. P. 261–270.
31. *O'Brien J.S., Julien P.Y., Fullerton W.T.* Two-dimensional water flood and mudflow simulation // *Journal of Hydraulic Engineering*. 1993. V. 119. № 2. P. 244–259.
32. *Pastor M., Herreros I., Fernández Merodo J.A. et al.* Modelling of fast catastrophic landslides and impulse waves induced by them in fjords, lakes and reservoirs // *Engineering Geology*. 2009. V. 109. № 1–2. P. 124–134.
33. *Pouya A., Léonarda C., Alfonsi P.* Modelling a viscous rock joint activated by rainfall: Application to the La Clapière landslide // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2007. V. 44. № 1. P. 120–129.
34. *Pudasaini S.P., Hutter K.* *Avalanche Dynamics: Dynamics of rapid flows of dense granular avalanches*. New York: Springer, 2006. P. 115–166.
35. *Schilling S.P.* LAHARZ: GIS Programs for Automated Mapping of Lahar-Inundation Hazard Zones // U.S. Geological Survey. Open-File Report. Reston, VA, 1998. P. 98–638.
36. *Sheridan M.F., Stinton A.J., Patra A. et al.* Evaluating Titan 2D mass-flow model using the 1963 Little Tahoma Peak avalanches, Mount Rainier, Washington // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. 2005. V. 139. № 1–2. P. 89–102.
37. *Shrestha B.B., Nakagawa H., Kawaike K., Baba Y.* Numerical simulation on debris-flow deposition and erosion processes upstream of a check dam with experimental verification // *Annals of Disastrous Preventing Research Institute, Kyoto University*. 2008. № 51B.
38. *Stead D., Coggan J.S.* Numerical modelling of rock slopes using a total slope failure approach / Evans, S.G.; Scarascia Mugnozza, G.; Strom, A.; Hermanns, R.L. (Eds.) // *Landslides from Massive Rock Slope Failure. New Models for Hazard Assessment. Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Massive Rock Slope Failure: New Models for Hazard Assessment*, Celano, Italy, 16–21 June 2002. NATO Science Series IV. V. 49. P. 129–138.
39. *Stoffel M., Wehrli A., Kühne R. et al.* Assessing the protective effect of mountain forests against rockfall using a 3D simulation model // *Forest Ecology and Management*. 2006. V. 225. № 1–3. P. 113–122.
40. *Takahashi T., Tsujimoto H.* Numerical simulation of flooding and deposition of a debris flow // *Disastrous Preventing Research Institute, Kyoto University*. 1984. № 27 (B-2). P. 467–485.
41. *Wang C., Li S., Esaki T.* GIS-based two-dimensional numerical simulation of rainfall-induced debris flow // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2008. № 8. P. 47–58.
42. *Wang F., Sassa K.* Landslide simulation by a geotechnical model combined with a model for apparent friction change // *Physics and Chemistry of the Earth*. 2010. Parts A, B, C. V. 35. № 3–5. P. 149–161.
43. *Wei F., Hu K., Lopez J.L., Cui P.* Method and its application of the momentum model for debris flow risk zoning // *Chinese Science Bulletin*. 2003. V. 48. № 6. P. 594–598.
44. *Woltjer M., Rammer W., Brauner M. et al.* Coupling a 3D patch model and a rockfall module to assess rockfall protection in mountain forests // *Journal of Environmental Management*. 2008. V. 87. № 3. P. 373–388.
45. *Wu J.-H.* Seismic landslide simulations in discontinuous deformation analysis // *Computers and Geotechnics*. 2010. V. 37. № 5. P. 594–601.