



# ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ВЫБОРУ МОДЕЛИ ГРУНТА ДЛЯ ГЕОТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

## ON AN APPROACH TO THE CHOICE OF SOIL MODEL FOR GEOTECHNICAL CALCULATIONS

**БАБЕЛЛО В.А.**

Старший научный сотрудник Института природных ресурсов, экологии и криологии (ИПРЭК) СО РАН, г. Чита, [chita-ssv@yandex.ru](mailto:chita-ssv@yandex.ru)

**ШЕСТАКОВА О.Н.**

Доцент кафедры информатики, вычислительной техники и прикладной математики Читинского государственного университета, к.ф.-м.н., г. Чита

**BABELLO V.A.**

A senior researcher of the Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology of the RAS, Chita

**SHESTAKOVA O.N.**

An associate professor of the department of informatics, computer science and applied mathematics of Chita State University, candidate of physical-mathematical sciences, Chita

### Ключевые слова:

песчаный грунт; модель грунта основания; трехосное сжатие; параметры механических свойств; напряжения; модуль деформации.

### Key words:

sandy soil; foundation soil model; triaxial compression; parameters of the mechanical properties; stresses; strains; modulus of deformation.

### Аннотация

В статье приводятся результаты экспериментальных исследований механических характеристик песчаных грунтов с различной плотностью. Получены новые данные об изменениях модуля деформации песка в зависимости от уровней и соотношения всех трех главных напряжений. Выявлены характер и закономерности изменений характеристик деформируемости песчаных грунтов, позволяющие произвести выбор и оценку расчетно-теоретической модели грунтового основания.

### Введение

При аналитическом исследовании взаимодействия инженерных сооружений с массивами грунтов часто возникают трудности, обусловленные неадекватным отражением расчетно-теоретическими моделями реальных геомеханических процессов в основаниях сооружений. Появление большого количества прикладных программ позволило в ряде случаев корректно охарактеризовать сложное напряженно-деформированное состояние (НДС) грунтов. Однако любая программа, содержащая множество опций и реализующая различные законы поведения грунтов под нагрузкой, не может гарантировать успешного решения поставленных задач, поскольку является лишь инструментом, содержащим ряд условий и допущений. В этой связи залогом адекватного моделирования работы системы «сооружение — основание» является глубокое понимание применяемых моделей и неформальное их использование. Наиболее важен при этом выбор модели грунтового массива на основании лабораторно-стендовых испытаний и результатов предварительных расчетов.

Поскольку реализация модели и результаты последующих расчетов зависят от параметров свойств грунтов, они должны не только соответствовать виду напряженного состояния основания, но и определяться с достаточной надежностью. Это относится к состоянию грунтового основания, находящегося как в фазе уплотнения, так и в фазе сдвигов, поэтому задача количественного описания изменяющихся входных параметров расчетно-теоретических моделей с учетом трансформации НДС основания во всем диапазоне его нагружения является актуальной. Положительные результаты исследований в отмеченном направлении

### Abstract

The article presents results of experimental studies of the mechanical characteristics of sandy soils with different densities. New data on changes of the sand deformation modulus depending on levels and ratio of the three principal stresses were obtained. The types and regularities of changes in the deformability characteristics of sandy soils making it possible to choose and estimate a design-theoretical model of the foundation soil were revealed.



позволят более объективно осуществить выбор и оценку модели грунтового основания.

В данной статье приведены некоторые результаты экспериментальных исследований, иллюстрирующие один из подходов к оценке и выбору расчетной модели грунта на основе лабораторных опытов с образцами песчаного грунта в условиях неравнокомпонентного трехосного напряженного состояния.

Причиной, побудившей авторов статьи заняться изучением механических свойств песков, явилось то обстоятельство, что в строительной практике известны случаи недопустимых деформаций инженерных сооружений, связанных с недостаточной изученностью или с переоценкой свойств песчаных грунтов [2]. Назрела необходимость не только дальнейшего экспериментального изучения закономерностей изменения параметров прочности и деформируемости упомянутых грунтов, но и применения полученных результатов для выбора и обоснования расчетно-теоретических моделей грунтовых массивов, взаимодействующих с инженерными сооружениями.

### Результаты исследований

Влияние изменения напряженного состояния на деформационные характеристики грунтов выявлено многими исследователями. Причем установлено, что с ростом внешней нагрузки характер неоднородности и анизотропии деформационных свойств грунтового снования изменяется. Тем не менее в программах, используемых для геотехнических расчетов, часто задается фиксированное значение модуля деформации, тогда как в реальности этот параметр зависит не только от уровня напряжений, но и от их соотношений. В этой связи была поставлена задача исследования основных закономерностей деформирования песчаных грунтов в условиях сложного напряженного состояния. Решение этой задачи осуществлялось с помощью прибора трехосного сжатия с возможностью независимого регулирования величин главных напряжений, состоящего из шести гидравлических секций (конструкции Новосибирского инженерно-строительного института [1]).

В опытах использовался песок средней крупности с крайними (в условиях эксперимента) возможными значениями плотности — 1,78 и 1,57 т/м<sup>3</sup>. Уплотнение песка осуществлялось малой вибробулавой. Наименьшая его плотность была получена послойной отсыпкой с определенной высоты. Опыты проводились при различном напряженном состоянии грунта, характеризуемом величиной главного вертикального напряжения  $\sigma_1$  и соотношениями  $\xi = \sigma_3/\sigma_1$  и  $\xi_1 = \sigma_2/\sigma_1$  (где  $\sigma_3$ ,  $\sigma_2$  — минимальное и среднее главное напряжения соответственно).

Для количественного описания деформируемости исследованных грунтов был принят единый подход, заключающийся в использовании обобщенной характеристики — модуля деформации  $E(\sigma, \xi) = \Delta\sigma_1 / \Delta\varepsilon_1$  (где  $\Delta\varepsilon_1$  — приращение относи-

тельных деформаций грунтового образца при изменении вертикальных напряжений  $\sigma_1$  на величину  $\Delta\sigma_1$ ), зависящего от изменения величины главного напряжения  $\sigma_1$  и отношений  $\xi$  и  $\xi_1$ . Выбор модуля деформации грунта был обоснован тем обстоятельством, что наиболее известные в практике геотехнических расчетов упруго-идеально-пластическая и упругопластическая модели с учетом упрочнения грунта требуют задания пяти основных параметров его свойств, в числе которых находится и модуль деформации.

Результаты исследований позволили установить некоторые закономерности изменения величины модуля деформации. Так, при уменьшении параметров  $\sigma_1$ ,  $\xi$  и  $\xi_1$  происходит нелинейное снижение значений модуля деформации  $E$ .

В качестве примера в табл. 1 приведены значения модуля деформации, полученные для песчаного грунта с плотностью  $\rho = 1,78$  т/м<sup>3</sup>, а в табл. 2 — для рыхлого песка с плотностью  $\rho = 1,57$  т/м<sup>3</sup>. Эти данные характеризуют изменение модуля деформации песчаного грунта в частном случае — в условиях изменения двух параметров  $\sigma_1$  и  $\xi$  при фиксированном значении  $\xi_1$ . В остальных случаях значения модуля деформации были получены при изменении всех трех параметров —  $\sigma_1$ ,  $\xi$  и  $\xi_1$ .

Следующим этапом исследований был процесс формализации, заключающийся в выборе системы уравнений, отражающих наиболее существенные особенности напряженно-деформированного состояния оснований.

С этой целью была предпринята попытка построения нелинейных зависимостей изменения модуля деформации песчаного грунта  $E$  от факторных признаков, в т.ч. от характеристик песка и вида поверхности, характеризующей изменение параметра  $E$  в трехмерной системе координат:  $E = f(\sigma_1, \xi, \xi_1)$ .

Для получения аналитических зависимостей модуля деформации песчаного грунта от факторных признаков  $\xi$  и  $\xi_1$  для каждого уровня вертикальных напряжений  $\sigma_1$  был использован следующий подход: на первом этапе зависимости были аппроксимированы уравнениями вида:

$$\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 \xi + \beta_2 \xi^c + \beta_3 \xi_1. \quad (1)$$

Коэффициенты уравнений находились по методу наименьших квадратов. Предварительный анализ уравнения (1) по методу остаточных разностей показал, что оно приобретает наибольшую устойчивость при значениях показателя степени  $c = 0,9$ . Поэтому после окончательных расчетов было выбрано уравнение вида:

$$\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 \xi + \beta_2 \xi^{0,9} + \beta_3 \xi_1. \quad (2)$$

Определение коэффициентов уравнения (2) предполагает решение системы линейных уравнений, которое было выполнено с помощью математического процессора *Microsoft Excel* методом обращения матриц. При этом коэффициенты корреляций для рассматриваемых уравнений лежали в диапазоне  $0,78 \div 0,98$ .

Таблица 1

Значения модуля деформации для плотного песка											
$E_1$ , МПа ( $Y_1$ )	$\sigma_1 = 0,55 \div 0,60$ МПа		$E_2$ , МПа ( $Y_2$ )	$\sigma_1 = 0,35 \div 0,40$ МПа		$E_3$ , МПа ( $Y_3$ )	$\sigma_1 = 0,15 \div 0,20$ МПа		$E_4$ , МПа ( $Y_4$ )	$\sigma_1 = 0,05 \div 0,10$ МПа	
	$\xi$	$\xi_1$		$\xi$	$\xi_1$		$\xi$	$\xi_1$		$\xi$	$\xi_1$
36,5	1,0	1,0	25,5	1,0	1,0	14,2	1,0	1,0	7,9	1,0	1,0
34,0	0,8	1,0	21,5	0,8	1,0	12,1	0,8	1,0	7,7	0,8	1,0
31,0	0,6	1,0	20,5	0,6	1,0	12,0	0,6	1,0	7,0	0,6	1,0
28,0	0,4	1,0	17,0	0,4	1,0	11,0	0,4	1,0	5,9	0,4	1,0
22,0	0,2	1,0	13,8	0,2	1,0	8,0	0,2	1,0	4,1	0,2	1,0
14,5	0,1	1,0	10,0	0,1	1,0	7,7	0,1	1,0	4,0	0,1	1,0

Таблица 2

Значения модуля деформации для рыхлого песка											
$E_1$ , МПа ( $Y_1$ )	$\sigma_1 = 0,55 \div 0,60$ МПа		$E_2$ , МПа ( $Y_2$ )	$\sigma_1 = 0,35 \div 0,40$ МПа		$E_3$ , МПа ( $Y_3$ )	$\sigma_1 = 0,15 \div 0,20$ МПа		$E_4$ , МПа ( $Y_4$ )	$\sigma_1 = 0,05 \div 0,10$ МПа	
	$\xi$	$\xi_1$		$\xi$	$\xi_1$		$\xi$	$\xi_1$		$\xi$	$\xi_1$
25,00	1,00	1,00	18,20	1,00	1,00	12,80	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
17,30	0,80	1,00	13,70	0,80	1,00	7,00	0,80	1,00	1,00	0,80	1,00
11,00	0,60	1,00	7,20	0,60	1,00	4,70	0,60	1,00	0,90	0,60	1,00
5,80	0,40	1,00	4,25	0,40	1,00	2,20	0,40	1,00	0,85	0,40	1,00
4,00	0,30	1,00	3,00	0,30	1,00	2,00	0,30	1,00	0,70	0,30	1,00
3,00	0,20	1,00	2,10	0,20	1,00	1,10	0,20	1,00	0,30	0,20	1,00

Для оценки надежности полученных уравнений была проведена проверка соответствия значений модуля деформации плотного песка, вычисленного аналитически, экспериментальным его значениям. Так, для уровня вертикальных напряжений  $\sigma_1 = 0,55 \div 0,60$  МПа,  $\xi = 0,6$  и  $\xi_1 = 0,8$  решение уравнения

$$E = -10,61 - 225,84\xi + 287,5\xi^{0,9} + 16,24\xi_1 \quad (3)$$

позволило получить значение модуля деформации, равное 30,45 МПа. Экспериментальное значение этого параметра составило 31 МПа.

Для уровня вертикальных напряжений  $\sigma_1 = 0,05 \div 0,10$  МПа и  $\xi = \xi_1 = 0,8$  значение  $E = 7,96$  МПа было получено при решении уравнения вида:

$$E = 0,76 - 75,54\xi + 82,72\xi^{0,9} - 0,05\xi_1. \quad (4)$$

При обработке результатов испытаний рыхлого песка была получена нелинейная зависимость, график которой представляет вогнутую (в отличие от выпуклой для плотного песка) поверхность, характеризующую изменение модуля деформации песка в упомянутой выше трехмерной системе координат. В уравнении вогнутой поверхности показатель степени значения принимает значение, превышающее единицу. Наилучшее его значение в данном случае равно 1,5. Согласно табл. 2 имеется четыре результативных признака, касающихся изменения модуля деформации,  $-E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  и  $E_4$ . Уравнение регрессии для каждого из них будем искать в виде

$$\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1\xi + \beta_2\xi^{1,5} + \beta_3\xi_1 \quad (5)$$

Оценку коэффициентов уравнения регрессии получаем на основе выражения:

$$\beta = (X_i^T X_i)^{-1} (X_i^T Y_i), \quad (6)$$

где  $X_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  — матрицы выборки, полученные в результате наблюдений (табл. 3),  $Y_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  — результативные признаки, т.е. соответствующие значения модуля деформации рыхлого грунта.

Уравнения регрессии для рыхлого песка имеют следующий вид:

$$\tilde{y}_1 = 0,57 - 40,69\xi + 57,6\xi^{1,5} + 6,92\xi_1 \quad (7)$$

при множественном коэффициенте корреляции  $R = 0,98$  и коэффициенте детерминации  $R^2 = 0,97$ ;

$$\tilde{y}_2 = 0,42 - 30,37\xi + 42,82\xi^{1,5} + 5,07\xi_1 \quad (8)$$

при  $R = 0,98$ ;  $R^2 = 0,95$ ;

$$\tilde{y}_3 = 1,83 - 26,77\xi + 34,32\xi^{1,5} + 2,49\xi_1 \quad (9)$$

при  $R = 0,98$ ;  $R^2 = 0,96$ ;

$$\tilde{y}_4 = -0,66 + 4,24\xi - 3,12\xi^{1,5} + 0,6\xi_1 \quad (10)$$

при  $R = 0,82$ ;  $R^2 = 0,66$ .



Таблица 3

Матрица X <sub>1</sub>				Матрица X <sub>2</sub>				Матрица X <sub>3</sub>				Матрица X <sub>4</sub>			
1	$\xi$	$\xi^{1.5}$	$\xi_1$	1	$\xi$	$\xi^{1.5}$	$\xi_1$	1	$\xi$	$\xi^{1.5}$	$\xi_1$	1	$\xi$	$\xi^{1.5}$	$\xi_1$
1	1	1,000	1	1	1	1,000	1	1	1	1,000	1	1	1	1,000	1
1	0,8	0,716	1	1	0,8	0,716	1	1	0,8	0,716	1	1	0,8	0,716	1
1	0,6	0,465	1	1	0,6	0,465	1	1	0,6	0,465	1	1	0,6	0,465	1
1	0,4	0,253	1	1	0,4	0,253	1	1	0,4	0,253	1	1	0,4	0,253	1
1	0,3	0,164	1	1	0,3	0,164	1	1	0,3	0,164	1	1	0,3	0,164	1
1	0,2	0,089	1	1	0,2	0,089	1	1	0,2	0,089	1	1	0,2	0,089	1
1	0,8	0,716	0,8	1	0,8	0,716	0,8	1	0,8	0,716	0,8	1	0,8	0,716	0,8
1	0,6	0,465	0,8	1	0,6	0,465	0,8	1	0,6	0,465	0,8	1	0,6	0,465	0,8
1	0,4	0,253	0,8	1	0,4	0,253	0,8	1	0,4	0,253	0,8	1	0,4	0,253	0,8
1	0,3	0,164	0,8	1	0,3	0,164	0,8	1	0,3	0,164	0,8	1	0,3	0,164	0,8
1	0,2	0,089	0,8	1	0,2	0,089	0,8	1	0,2	0,089	0,8	1	0,2	0,089	0,8
1	0,6	0,465	0,6	1	0,6	0,465	0,6	1	0,6	0,465	0,6	1	0,6	0,465	0,6
1	0,4	0,253	0,6	1	0,4	0,253	0,6	1	0,4	0,253	0,6	1	0,4	0,253	0,6
1	0,3	0,164	0,6	1	0,3	0,164	0,6	1	0,3	0,164	0,6	1	0,3	0,164	0,6
1	0,2	0,089	0,6	1	0,2	0,089	0,6	1	0,2	0,089	0,6	1	0,2	0,089	0,6
1	0,6	0,465	0,4	1	0,6	0,465	0,4	1	0,6	0,465	0,4	1	0,6	0,465	0,4
1	0,4	0,253	0,4	1	0,4	0,253	0,4	1	0,4	0,253	0,4	1	0,4	0,253	0,4
1	0,3	0,164	0,4	1	0,3	0,164	0,4	1	0,3	0,164	0,4	1	0,3	0,164	0,4
1	0,2	0,089	0,4	1	0,2	0,089	0,4	1	0,2	0,089	0,4	1	0,2	0,089	0,4


## Выводы

На основе анализа полученных экспериментальных данных и зависимостей были сделаны следующие основные выводы.

1. Зависимости между напряжениями и деформациями песчаного грунта разной плотности в условиях его неравнокомпонентного трехосного нагружения нелинейны. В таких условиях определение модуля деформации как параметра модели линейной теории упругости не отвечает физическому понятию этой величины. Специфика поведения исследованных песчаных грунтов заключается в том, что деформационная характеристика  $E$  песка разной плотности, находящегося в сложном напряженном состоянии, закономерно нелинейно уменьшается при уменьшении  $\sigma_1$ ,  $\xi$  и  $\xi_1$ . В связи с тем что деформационная характеристика  $E$  при крайних значениях начальной плотности песка зависит от величины и соотношения главных напряжений, представляется, что исследуемый грунт обладает аналогичными свойствами во всем возможном диапазоне изменений его плотности. Однако это требует дополнительной проверки.

2. Установлено близкое совпадение экспериментально определенных значений модуля деформации песчаных грунтов со значениями этого показателя, рассчитанными по уравнениям, учитывающим соотношения всех трех главных напряжений и уровень действующих вертикальных напряжений. Такое совпадение позволяет использовать эти уравнения для предварительной оценки сжимаемости песчаных грунтов в связи с изменением напряженного состояния основания, а главное — построить концепцию определения параметров деформируемости грунта для задания расчетных ха-

рактеристик в моделях, используемых в практике геотехнических расчетов.

3. Итоги, полученные на данной стадии разработки вопроса выбора модели грунта, позволяют осмыслить и оценить надежность определения одного из основных показателей механических свойств грунтов — модуля деформации — с использованием традиционных подходов, а главное — углубить понимание геомеханических процессов, происходящих в грунтовых массивах, выявить вызывающие их причины и предпосылки и на этой основе произвести правильный выбор модели. В связи с этим необходимо получить совокупность математических зависимостей, отражающих наиболее существенные особенности деформирования массива грунта при изменении его НДС. Задача дальнейших исследований для решения рассматриваемого вопроса заключается в необходимости накопления и теоретического обобщения экспериментальных данных о напряженно-деформированном состоянии оснований, сложенных различными песчаными и глинистыми грунтами при действии на них возрастающих нагрузок. 

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугров А.К., Нарбут Р.М., Ситидин В.П. Исследование грунтов в условиях трехосного сжатия. 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Стройиздат, 1987. 184 с.
2. Рекомендации по комплексному изучению и оценке строительных свойств песчаных грунтов / Научное издание ПНИИС Госстроя СССР, МИСИ им. Куйбышева Минвуза СССР. М.: Стройиздат, 1984. 212 с.
3. Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Ермаков В.И. и др. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2008. 287 с. (Высшее образование).
4. Захарченко Н.И. Бизнес-статистика и прогнозирование в MS Excel. М.: Вильямс, 2004. 208 с.: ил.