ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДЛИННОЙ СВАИ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ С УШИРЕННОЙ ПЯТОЙ И ОКРУЖАЮЩЕГО ГРУНТА

INTERACTION OF A LONG PILE OF FINITE RIGIDITY WITH ENLARGED BASE AND THE SURROUNDING SOIL

ТЕР-МАРТИРОСЯН А.З.
Доцент кафедры механики грунтов и геотехники Московского государственного строительного университета, к.т.н., г. Москва, gic-mgsu@mail.ru
ТЕР-МАРТИРОСЯН З.Г.
Профессор кафедры механики грунтов и геотехники Московского государственного строительного университета, д.т.н., профессор, г. Москва, mgroif@mail.ru
ЧИНЬ ТУАН ВЬЕТ
Аспирант кафедры механики грунтов и геотехники Московского государственного строительного университета, г. Москва

TER-MARTIROSIAN A.Z.
Associate professor of the Department of Soil Mechanics and Geotechnics of Moscow State University of Civil Engineering, PhD (candidate of science in Technics), Moscow, gic-mgsu@mail.ru
TER-MARTIROSIAN Z.G.
Professor of the Department of Soil Mechanics and Geotechnics of Moscow State University of Civil Engineering, DSc (doctor of science in Technics), Moscow, mgroif@mail.ru
TRINH TUAN VIET
Postgraduate student of the Department of Soil Mechanics and Geotechnics of Moscow State University of Civil Engineering, Moscow

Ключевые слова:
длинная свая с уширенной пятой; взаимодействие с окружающим грунтом; жесткость; вязкость; нелинейность; напряжения; осадка; коэффициент жесткости контактного слоя; коэффициент для учета вязкости контактного слоя.

Key words:
long pile with enlarged base; interaction with the surrounding soil; rigidity (stiffness); viscosity; nonlinearity; stresses; settlement; coefficient of rigidity of the contact layer; coefficient for taking into account the contact layer viscosity.

Аннотация

В статье приводятся постановка и решение задач о взаимодействии длинной сваи конечной жесткости с уширенной пятой и окружающего грунта, обладающего нелинейными и реологическими свойствами. Показывается, что распределение продольных напряжений в стволе сваи и касательных напряжений на ее контакте с грунтом по глубине имеет нелинейный характер и эта нелинейность существенно зависит от нелинейных свойств грунта, соотношения длины и диаметра сваи и ее жесткости. Решения, полученные в замкнутом виде, позволяют определить осадку сваи на уровнях ее оголовка и пяты, а также напряжения на уровне пяты. Также рассматриваются задачи о взаимодействии длинной сжимаемой сваи с окружающим грунтом в пределах контактного ослабленного слоя. Для этого вводятся коэффициент жесткости контактного слоя и коэффициент для учета вязкости грунтов этого слоя.

Abstract

The article presents formulating and solving tasks on interaction of a long pile of finite rigidity with enlarged base and the surrounding soil having nonlinear and rheological properties. The authors show that the depth distribution of longitudinal stresses in the pile shaft and tangential stresses at its contact with the soil is not linear, and this nonlinearity essentially depends on the nonlinear properties of the soil, the length-diameter ratio of the pile and its stiffness. The solutions obtained in the closed form allow to determine the settlement of the pile at its foot and head levels as well as the stresses at its foot level. The authors also consider tasks on interaction of a long compressible pile and the surrounding soil within the contact weakened layer. For this purpose a coefficient of rigidity of the contact layer and a coefficient for taking into account the soil viscosity of this layer are introduced.

Введение

При проектировании длинных свай (длиной более 20 м) в толще слабых водонасыщенных грунтов возникает необходимость повышения их несущей способности путем оптимального распределения усилий на сваю между ее боковой поверхностью и пятой, что возможно при определенном соотношении диаметра и длины сваи в данных инженерно-геологических условиях [1, 3, 4]. Как показали экспериментальные и теоретические исследования, доля нагрузки, приходящаяся на пяту длинной сваи, колеблется в пределах 20%, в том числе когда она опирается на сравнительно плотные грунты.

На рисунке 1 и в таблице представлены результаты испытаний длинной буронабивной сваи в слабых грунтах с измерениями усилий в ее стволе на разных глубинах при ее ступенчатом нагружении. Видно, что доля усилия, приходящаяся на трение по боковой поверхности длинной сваи, составляет более 70%, и это зависит от свойств грунтов, сжимаемости материала сваи и ее длины. Очевидно, что с ростом длины эта доля может увеличиться до 100%. Одним из возможных вариантов оптимального распределения нагрузки на сваю между ее боковой поверхностью и пятой является уменьшение ее диаметра и увеличение доли нагрузки на пяту за счет уширения последней [6, 7].

В настоящей работе приводятся постановка и решение такой задачи аналитическим и численным методами. Показано, что путем подбора соотношения диаметра и длины сваи, а также диаметра ее уширенной пяты можно достичь увеличения доли усилия на пяту сваи в сравнительно плотных грунтах.

Постановка задачи. Исходные уравнения

Пусть длинная буронабивная свая конечной жесткости с заданными диаметром и длиной прорезает толщу

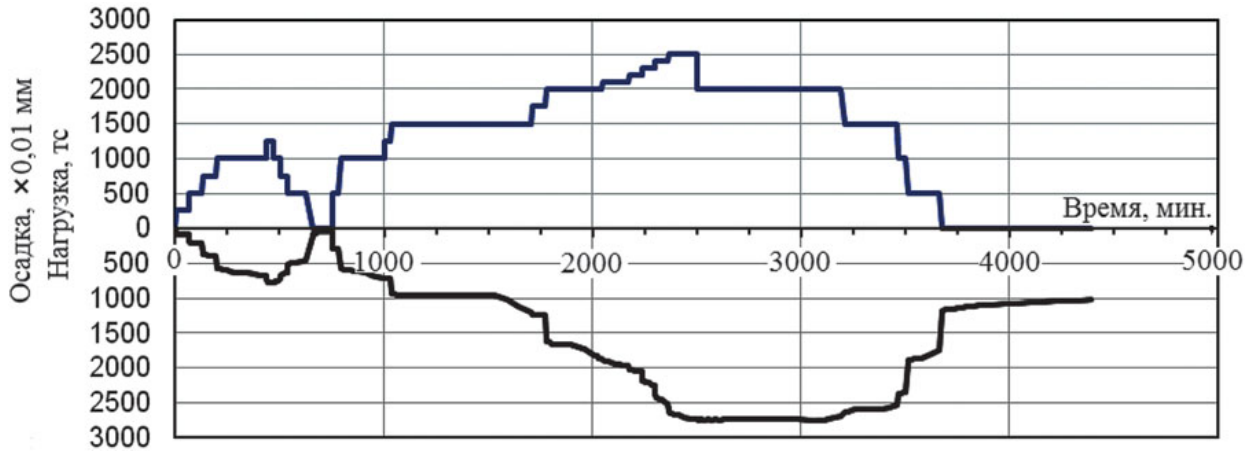

Рис 1. Зависимость осадки сваи (черная линия) и усилий в ее стволе (синяя линия) от времени при ее ступенчатом нагружении

водонасыщенных грунтов, обладающих в общем случае нелинейными и реологическими свойствами, и опирается нижним концом на толщу сравнительно плотного слоя грунта через уширенную пяту заданного диаметра. Необходимо определить оптимальное соотношение диаметров ствола сваи и ее пяты при заданных инженерно-геологических условиях площадки строительства, а также принятой расчетной модели окружающих сваю грунтов и геомеханической расчетной модели массива грунтов [9, 10, 11].

Как показывают экспериментальные и теоретические исследования, при взаимодействии сваи с окружающим грунтом (рис. 2) в работу вовлекается его ограниченный объем в пределах расстояния от оси сваи порядка 5–6 ее диаметров и такого же расстояния от ее пяты в глубину. Следовательно, расчетная область для одиночной буронабивной сваи представляет собой не полупространство, а цилиндр определенных размеров. Это и есть расчетная геомеханическая модель данной задачи (рис. 3).

Таблица

Усилия (тс) в стволе сваи длиной 46,8 м по результатам испытаний

Нагрузка на оголовок сваи (на глубине 0 м), тс	Глубина от верхней точки сваи, м				
	2	10	17	39	45
250	250	246	195	18	-
500	500	456	362	75	14
750	750	690	580	178	50
1000	1000	919	818	309	93
1250	1250	1174	1054	456	144
1500	1500	1376	1262	601	205
1750	1750	1651	1523	769	292
2000	2000	1906	1758	945	386
2100	2100	2086	1949	1045	457
2200	2200	2138	2001	1083	477
2300	2300	2234	2084	1143	518
2400	2400	2334	2177	1414	561
2500	2500	2428	2268	1264	587

В таком случае погружение сваи в окружающем грунтовом цилиндре будет обусловлено в основном сдвиговыми деформациями грунтов, то есть будет действовать телескопический сдвиговый механизм движения коаксиальных грунтовых цилиндров конечной толщины внутри толстостенного грунтового цилиндра. При такой геомеханической модели решение поставленной задачи в значительной степени упрощается, причем в линейной постановке удается получить замкнутое решение. Отметим, что при учете проскальзывания поверхности сваи по отношению к грунту характер взаимодействия длинной сваи с грунтом существенно изменится.

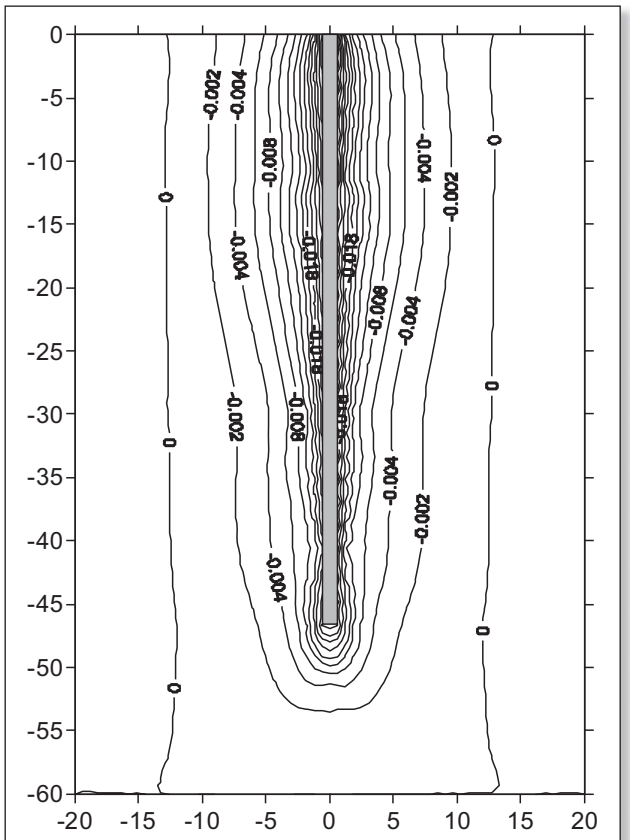

Рис. 2. Изолинии вертикальных перемещений грунта вокруг сваи. Вертикальная ось — глубина от поверхности грунтового цилиндра (расстояние от верхней точки сваи), м; горизонтальная ось — расстояние от оси сваи, м

В качестве расчетных будем рассматривать различные модели окружающих сваю грунтов, в том числе линейную, упругопластическую и упруговязкопластическую. В тех случаях, когда задача сводится к трансцендентным уравнениям, решение получается с помощью программ MathLab (TheMathWorks Inc.) или MathCad (MathSoft Inc.).

При взаимодействии сваи с окружающим грунтом распределение напряжений в ее стволе σ_z и касательных напряжений на ее боковой поверхности $\tau_a(z)$ вдоль вертикальной оси можно определить, рассматривая условие равновесия отрезка сваи элементарной длины dz при ее взаимодействии с окружающим грунтом по контактной поверхности радиусом a и диаметром $2a$. Тогда получим:

$$\pi a^2 \mathrm{d}\sigma_z = 2\pi a \tau_a(z)\mathrm{d}z\,. \qquad (1)$$

Отсюда следует:

$$\tau_a(z) = \frac{a}{2}\cdot\frac{\mathrm{d}\sigma_z}{\mathrm{d}z}\,. \qquad (2)$$

Распределение касательных напряжений $\tau(r)$ вдоль горизонтальной оси (по радиусу r) внутри грунтового цилиндра можно определить из условия равновесия сваи длиной Δz:

$$2\pi a \Delta z\, \tau_a(z) = 2\pi r \Delta z\, \tau(r)\,. \qquad (3)$$

Тогда получим:

$$\tau(r) = \tau_a(z)\frac{a}{r}\,. \qquad (4)$$

Угловую деформацию в грунтовом цилиндре можно определить исходя из линейной связи между угловыми деформациями $\gamma(r, z)$ и касательными напряжениями τ_{rz} (на расстоянии r от оси сваи по горизонтальной оси и на расстоянии z от верхней части уширенной пяты сваи по вертикальной оси):

$$\gamma(r,z) = \frac{\tau_{rz}}{G}\,, \qquad (5)$$

где G — модуль угловой деформации грунта.

Аналогичным образом можно представить связь между касательным напряжением и угловой деформацией на основании различных моделей.

Вертикальное перемещение грунта $S(r)$ вокруг сваи в зависимости от расстояния от ее оси можно определить через угловую деформацию по известной формуле, полагая, что радиальные перемещения отсутствуют:

$$\frac{\mathrm{d}S(r)}{\mathrm{d}z} = -\gamma(r,z)\,. \qquad (6)$$

Скорость изменения вязкоупругой угловой деформации $\dot{\gamma}$ можно представить в виде следующей зависимости:

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G} + \frac{\tau}{\eta(t)}\,, \qquad (7)$$

где τ — касательное напряжение; $\dot{\tau}$ — скорость изменения касательного напряжения во времени; $\eta(t)$ — вязкость грунта, изменяющаяся во времени сдвига.

Упруговязкопластические свойства окружающего грунта можно представить на основании модели Бингама — Шведова — Маслова в интерпретации авторов настоящей статьи в виде следующего реологического уравнения:

$$\gamma = \frac{\tau - \tau_0}{\eta(t)} + \frac{\tau}{G}\,, \qquad (8)$$

где τ_0 — начальное касательное напряжение

Контактную модель при взаимодействии сваи с тонким слоем грунта можно представить в виде:

$$\tau = KS\,, \qquad (9)$$

где S — относительное перемещение сваи и грунта; K — коэффициент жесткости тонкого слоя, кН/м^3, причем $K = G/\delta$, где δ — приращение перемещения (рис. 4).

Отметим, что при относительном перемещении в контактном слое имеет место сдвиг, а не скольжение (см. рис. 4).

В случае вязкого сопротивления тонкого слоя, что может иметь место в глинистых грунтах:

$$\tau = \eta_k S\,, \qquad (10)$$

где η_k — коэффициент, учитывающий вязкость контактного слоя, кН/(м^3·с).

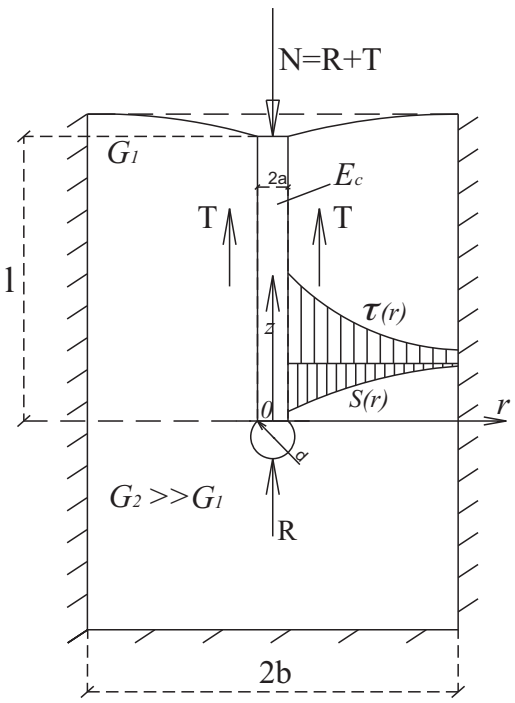

Рис. 3. Расчетная схема (геомеханическая модель) взаимодействия длинной буронабивной сваи с уширенной пятой с окружающим толстостенным грунтовым цилиндром. Буквенные обозначения: *a* — радиус сваи; *b* — радиус грунтового массива; *l* — длина сваи; *d* — диаметр уширенной пяты; 0 — начало координат, положение которого между пятой и стволом сваи выбрано для удобства расчетов; *z* — вертикальная ось (расстояние от пяты сваи); *r* — горизонтальная ось (расстояние от оси сваи); *R* — усилие под пятой сваи; *T* — усилие по боковой поверхности; *N* — нагрузка; τ(*r*) — касательное напряжение в зависимости от горизонтального расстояния от сваи *r*; *S*(*r*) — осадка грунта в зависимости от *r*; G_1 — модуль деформации верхнего слоя; G_2 — модуль деформации подстилающего слоя; E_c — модуль деформации сваи

Решения поставленной задачи при учете различных моделей грунта

Линейно-деформируемый грунт

Свая и линейно-деформируемый грунт характеризуются следующими парами деформационных характеристик: E_c, ν_c — соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона для сваи; G, ν — соответственно модуль угловой деформации и коэффициент Пуассона для грунта.

Для определения вертикального перемещения грунта вокруг сваи $S(r)=f(\tau_{rz},G)$ можем воспользоваться зависимостями (4) и (5). Тогда:

$$S(r) = -\int \frac{\tau_{rz}}{G} = -\frac{a\tau_a}{G}\ln r + C, \qquad (11)$$

где постоянная интегрирования C, определяемая из условия $S(r=b) = 0$ (где b — радиус грунтового массива), находится по формуле:

$$C = \frac{a\tau_a}{G}\ln b. \qquad (12)$$

Окончательно получим:

$$S(r) = \frac{a\tau_a}{G}\ln\frac{b}{r}. \qquad (13)$$

Максимальное вертикальное перемещение грунта вокруг сваи S(a) определим, полагая, что горизонтальное расстояние от оси сваи r равно ее радиусу a:

$$S(a) = \frac{a\tau_a}{G}\ln\frac{b}{a}. \qquad (14)$$

Отсюда:

$$\tau_a = \frac{S(a)G}{a\ln\frac{b}{a}}. \qquad (15)$$

Подставляя сюда выражение для τ_a из формулы (2), получим:

$$\frac{d\sigma_z}{dz} = \frac{2S(a)G}{a^2\ln\frac{b}{a}}. \qquad (16)$$

Из условия деформируемости сваи под действием напряжения в ее стволе σ_z:

$$\sigma_z = E\frac{dS(a)}{dz}. \qquad (17)$$

Продифференцируем это выражение по z:

$$\frac{d\sigma_z}{dz} = E\frac{\partial^2 S(a)}{\partial z^2}. \qquad (18)$$

Подставляя сюда выражение (16), получим:

$$\frac{d^2S(a)}{dz^2} - \lambda^2\sigma_z = 0. \qquad (19)$$

Отсюда можно получить формулу для переменной λ, используемой для сокращения записей:

$$\lambda^2 = \frac{2}{a^2}\frac{G}{E_c}\frac{1}{\ln\frac{b}{a}}, \qquad (20)$$

где G — модуль угловой деформации грунта.

Решение уравнения (19) имеет вид:

$$S(z) = C_1e^{\lambda z} + C_2e^{-\lambda z}, \qquad (21)$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные интегрирования; e — основание натурального логарифма (число «е»); $S(z)$ — перемещение грунта вокруг сваи в зависимости от вертикальной координаты z (см. рис. 3).

Из расчетной схемы (см. рис. 3) следует, что имеются следующие граничные условия:

$$z = 0,\ S(z) = S_0;\ z = l,\ \sigma_z = p \text{ или } \frac{dS}{dz} = \frac{p}{E_c}, \qquad (22)$$

где p — распределенная нагрузка; S_0 — вертикальное перемещение (осадка сваи) при расстоянии от верхней части пяты сваи z=0; l — длина сваи.

Учитывая эти условия:

$$C_1 = \frac{p' + S_0e^{-\lambda l}}{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}},\ C_2 = \frac{S_0e^{\lambda l} - p'}{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}} \qquad (23)$$

где

$$p' = \frac{p}{\lambda E} \qquad (24)$$

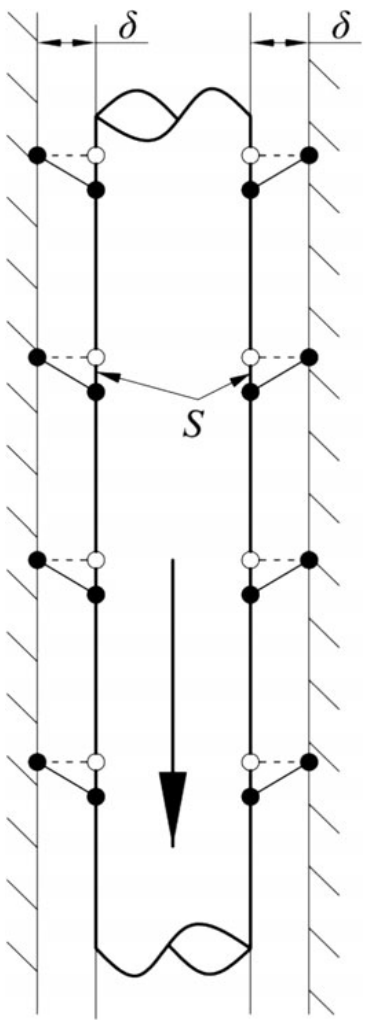

Рис. 4. Схема относительного смещения сваи и окружающего грунта в пределах тонкого слоя: *S* — относительное перемещение сваи и грунта; δ — толщина прослойки грунта вокруг сваи; горизонтальная стрелка — направление сдвига

Подставляя выражения (23) в формулу (21), после некоторых преобразований получим:

$$S(z)=\frac{p}{\lambda E_C}\frac{e^{\lambda z}-e^{-\lambda z}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}=S0\frac{e^{-\lambda l}e^{\lambda z}+e^{\lambda l}e^{-\lambda z}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}. \quad (25)$$

Это решение удовлетворяет граничным условиям (22).

Напряжение на уровне пяты сваи σ_0 (при z=0) определим с учетом известного решения осадки круглого штампа:

$$S_0=\sigma_0\frac{\pi a_0(1-\nu_2)}{4G_2}K_l, \quad (26)$$

где a_0 — радиус штампа на уровне $z=0$, который в частном случае может быть равен радиусу сваи; K_l — коэффициент, учитывающий глубину действия штампа, $K_l<1$; G_2, ν_2 — соответственно модуль угловой деформации и коэффициент Пуассона подстилающего слоя грунта (рис. 3).

Подставляя выражение (26) в формулу (25), после некоторых преобразований получим:

$$\sigma_0=p\frac{8G_2}{4G_2(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})+\lambda E_C\pi a(e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})K_l} \quad (27)$$

или

$$\sigma_0=pD, \quad (28)$$

где

$$D=p\frac{8G_2}{4G_2(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})+\lambda E_C\pi a(e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})K_l} \quad (29)$$

Подставляя выражение (28) в уравнение (26), получим осадку сваи на уровне пяты сваи (при z=0):

$$S_0=pD\frac{\pi a_0(1-\nu_2)}{4G_2}K_l. \quad (30)$$

Для определения осадки сваи S_l на уровне оголовка сваи (при $z=l$) нужно подставить выражение (30) в формулу (25):

$$S_l=\frac{p}{\lambda E_l}\frac{e^{\lambda l}-e^{-\lambda l}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}+\frac{2S_0}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}, \quad (31)$$

С учетом выражений (15) и (16) получаем окончательные формулы для вертикальных перемещений грунта вокруг сваи $S(z)$, касательных напряжений $\tau_a(z)$ и вертикальных напряжений $\sigma_0(z)$ в зависимости от вертикальной координаты z на основе уравнения (25):

$$S(z)=p\left(\frac{e^{\lambda z}-e^{-\lambda z}}{\lambda E_C(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})}+D\frac{e^{-\lambda l}+e^{\lambda z}+e^{\lambda l}e^{-\lambda z}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}\frac{\pi a_0(1-\nu_2)}{4G2}K_l\right); \quad (32)$$

$$\tau_a(z)=p\left(\frac{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}+D\frac{\lambda E_C\pi a_0(1-\nu_2)K_l e^{-\lambda l}e^{\lambda z}-e^{\lambda l}e^{-\lambda z}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}\right); \quad (33)$$

$$\sigma_z(z)=p\left(\frac{e^{\lambda z}-e^{-\lambda z}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}+D\frac{e^{-\lambda l}e^{\lambda z}-e^{\lambda l}e^{-\lambda z}}{e^{\lambda l}+e^{-\lambda l}}\frac{\pi a_0(1-\nu_2)}{4G_2}K_l\right). \quad (34)$$

На рисунке 5 показано распределение значений $S(z)$, $\tau_a(z)$ и $\sigma_0(z)$ по глубине.

Контактная модель взаимодействия грунта со сваей. Линейная зависимость

В предыдущих разделах настоящей работы рассматривались задачи взаимодействия сваи с окружающим грунтом в соответствии с расчетной геомеханической моделью (см. рис. 3). На контакте сваи с грунтом предполагалось его полное прилипание, что соответствует особым условиям внедрения или устойчивости длинной сваи. Вместе с тем при различных технологиях изготовления буронабивных свай вокруг них может образовываться тонкий контактный слой грунта, свойства которого отличаются от свойств остальных его слоев. Возникает необходимость учета особенностей этой прослойки на контакте со сваей, которые можно охарактеризовать ее жесткостным параметром сдвига, то есть представить связь между относительным перемещением сваи S, представленным на рис. 4, параметрами окружающе-

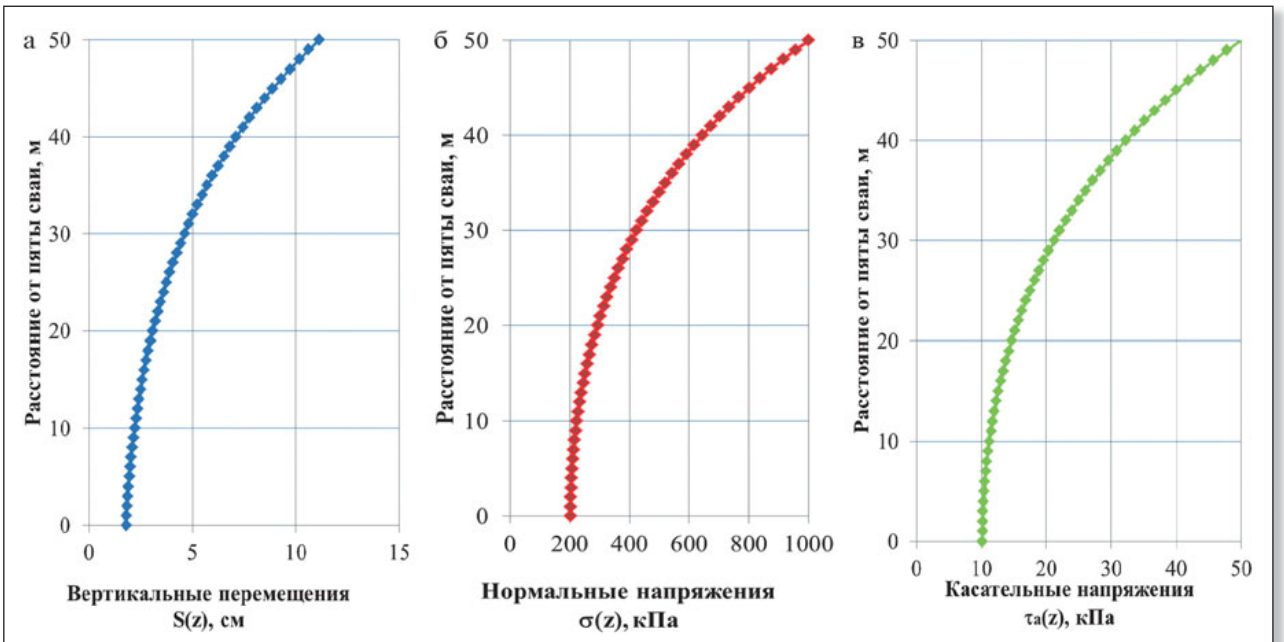

Рис. 5. Распределение вертикальных перемещений грунта вокруг сваи $S(z)$, касательных напряжений $\tau_a(z)$ и вертикальных напряжений $\sigma_0(z)$ по глубине

го грунта и касательными напряжениями $\tau(a)$ в следующем виде:

$$S = \frac{\tau(a)}{k_r}, \quad (35)$$

где k_r — коэффициент жесткости, кН/м^3 или т/м^3, который может быть определен по зависимости:

$$k_r = \frac{G}{\delta}, \quad (36)$$

где G — модуль угловой деформации; δ — толщина прослойки грунта вокруг сваи (см. рис. 4).

Из этого определения следует, что имеет место не проскальзывание сваи по контакту с грунтом, а сдвиговая деформация в тонком слое вокруг сваи.

Пусть длинная буронабивная свая устроена по специальной технологии, например струйной или шнековой, в результате которой на ее контакте с грунтом образуется тонкий слой конечной толщины, обладающий сравнительно слабыми свойствами по отношению к грунту за ним. При нагружении свая в первую очередь взаимодействует с этой тонкой слабой прослойкой, причем окружающий сравнительно плотный грунт может включиться в процесс взаимодействия в зависимости от соотношения его жесткости и жесткости слабого слоя.

В первую очередь рассмотрим взаимодействие сваи с тонкой прослойкой грунта вокруг нее в соответствии со схемой, представленной на рис. 3. В этом случае исходными будут формулы (2), (35) и следующие уравнения:

$$\tau_{rz} = \tau_a = \frac{\delta}{2}\frac{d\sigma_z}{dz}; \quad (37)$$

$$\tau_a = Sk_r. \quad (38)$$

Уравнение (37) можно представить в преобразованном виде. Учитывая, что

$$\sigma_z = \varepsilon_z \cdot E_c = \frac{dS}{dz} \cdot E_c, \quad (39)$$

где ε_z — относительная вертикальная линейная деформация, получим:

$$\frac{d\sigma_z}{dz} = E_c \frac{d^2S}{dz^2}. \quad (40)$$

Учитывая формулы (37) и (38), получим:

$$\frac{d^2S}{dz^2} - \dot{\lambda}^2 S = 0, \quad (41)$$

где

$$\dot{\lambda}^2 = \frac{2k_r}{\delta E_c}. \quad (42)$$

Решение уравнения (41) имеет вид:

$$S(z) = C_3 e^{-\dot{\lambda}z} + C_4 e^{\dot{\lambda}z}, \quad (43)$$

где C_3, C_4 — произвольные постоянные интегрирования.

Из граничных условий следует, что на уровне пяты сваи будет выполняться равенство $S(z=0) = S_0$, а на уровне ее оголовка (при $z=l$) будет выполняться равенство $\sigma_l = p$ (где σ_l — напряжение при $z=l$; p — распределенная нагрузка), что можно представить через деформацию $\varepsilon_z = dS/dz = p/E_c$, то есть для $z=l \cdot dS/dz = p/E_c$ получим:

$$\left.\begin{aligned} C_3 &= \frac{p/\dot{\lambda}E_c + S_0 e^{-\dot{\lambda}l}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} \\ C_4 &= \frac{S_0 e^{\dot{\lambda}l} - p/\dot{\lambda}E_c}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} \end{aligned}\right\}. \quad (44)$$

Подставляя C_3 и C_4 в исходное уравнение, после некоторых преобразований получим:

$$S(z) = \frac{p}{\dot{\lambda}E_c}\frac{e^{\dot{\lambda}l} - e^{-\dot{\lambda}l}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} + S_0 \frac{e^{\dot{\lambda}(z-l)} + e^{\dot{\lambda}(l-z)}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}}. \quad (45)$$

Это уравнение удовлетворяет граничным условиям, то есть на уровне пяты сваи выполняется равенство $S(z=0) = S_0$, а на уровне ее оголовка (при $z=l$) выполняется равенство $\sigma(z)=p$.

Перейдем к определению неизвестного S_0 или σ_0. С учетом того, что $\sigma_0 = E_c \cdot dS/dz$, и формулы (45):

$$\sigma_0 = \frac{2p}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} + S_0 \dot{\lambda} E_c \frac{e^{-\dot{\lambda}l} - e^{\dot{\lambda}l}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}}. \quad (46)$$

Подставляя сюда выражение (30), получим:

$$\sigma_0\left(1 - \frac{\pi a(1-\nu)E_c \dot{\lambda} K_l (e^{-\dot{\lambda}l} - e^{\dot{\lambda}l})}{4G_2(e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l})}\right) = \frac{2p}{e^{\dot{\lambda}l} - e^{-\dot{\lambda}l}}. \quad (47)$$

После некоторых преобразований получим:

$$\sigma_0 = A \cdot p, \quad (48)$$

где

$$A = \frac{8G_2}{4G_2(e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}) + (1-\nu_2)\pi a E_c \dot{\lambda}(e^{\dot{\lambda}l} - e^{-\dot{\lambda}l})K_l}. \quad (49)$$

Таким образом, поставленная задача полностью решена. Приведем окончательный вид остальных компонентов напряжений и перемещений:

$$\tau_a(z) = S(z) \cdot k_r, \quad (50)$$

где $S(z)$ определяется по формуле (45);

$$\sigma_z(z) = p\left[\frac{e^{\dot{\lambda}z} - e^{-\dot{\lambda}z}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} + A\frac{\pi a(1-\nu_2)}{4G_2}\frac{e^{\dot{\lambda}(z-l)} + e^{\dot{\lambda}(l-z)}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}}\right]; \quad (51)$$

$$\tau_a(z) = \frac{a}{2}\frac{d\sigma_z}{dz} = \frac{pa}{2}\left[\frac{e^{\dot{\lambda}z} + e^{-\dot{\lambda}z}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} + \dot{\lambda}\frac{\pi a(1-\nu_2)}{4G_2}\frac{e^{\dot{\lambda}(z-l)} + e^{\dot{\lambda}(l-z)}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}}\right]; \quad (52)$$

$$S_0 = Ap\frac{\pi a(1-\nu_2)}{4G_2}; \quad (53)$$

$$S_l = \frac{p}{\dot{\lambda}E_c} \cdot \frac{e^{\dot{\lambda}l} - e^{-\dot{\lambda}l}}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}} + S_0 \cdot \frac{2}{e^{\dot{\lambda}l} + e^{-\dot{\lambda}l}}, \quad (54)$$

где $S_l > S_0$.

По этим зависимостям можно построить кривые «S_l — p», «S_0 — p», а также эпюры $\tau_{rz}(z)$ и $\sigma_z(z)$ по длине сваи.

Взаимодействие сваи с окружающей прослойкой вязкого грунта

В заключение рассмотрим случай взаимодействия сваи с пограничным слоем, оказывающим вязкое сопротивление их взаимному смещению [2, 8].

Пусть на оголовок сваи в течение короткого промежутка времени действует переменная нагрузка p, возрастающая от 0 до p_l (где p_l — максимальная нагрузка) по следующей зависимости:

$$p = p_l\left[1-\exp(-\alpha t)\right], \tag{55}$$

где α — параметр скорости роста нагрузки; t — время от начала приложения нагрузки.

Тогда скорость изменения нагрузки $\dot{p}$ будет определяться зависимостью:

$$\dot{p} = \alpha \cdot p_l \cdot \exp(-\alpha t)\,. \tag{56}$$

В этом случае ищем зависимости скорости осадки сваи на уровнях пяты (z=0) и оголовка (z=l) сваи, а также закономерности распределения напряжений в ее стволе (σ_z) и на контакте его боковой поверхности с грунтом (τ_a=τ_{rz}(r=a)).

В качестве расчетной для тонкого вязкого слоя грунта примем реологическую модель с учетом переменной вязкости [3]:

$$\dot{S} = \frac{\tau_a}{\eta(t)}\,, \tag{57}$$

где $\dot{S}$ — скорость изменения вязкости; $\eta(t)$ — коэффициент вязкости пограничного слоя грунта, $\eta(t)$=$\eta_0 f(t)$; η_0 — начальный коэффициент вязкости; $f(t)$ — функция времени.

Из условия равновесия с грунтом участка сваи элементарной длины (dz) получим:

$$\frac{d\dot{\sigma}_z}{dz}\frac{\delta}{2} = \dot{\tau}_a\,, \tag{58}$$

где $\dot{\sigma}_z$ — изменение нормальных напряжений; $\dot{\tau}_a$ — изменение касательных напряжений; δ — толщина прослойки (контактного слоя) грунта (см. рис. 4).

Кроме того, учитывая, что $\dot{\tau}_a = \dot{S}\cdot\eta(t)$, а также $\varepsilon_z = \dot{\sigma}_z/E_c$, из формулы (58) получим:

$$\frac{d\dot{\sigma}_z}{dz}\frac{\delta}{2} = \frac{aE_c}{2}\frac{d^2\dot{S}}{dz^2}\,. \tag{59}$$

Сравнивая уравнения (58) и (59), с учетом формулы (57) получим:

$$\frac{aE_c}{2}\frac{d^2\dot{S}}{dz^2} = \dot{S}\eta(t)\,; \tag{60}$$

$$\frac{d^2\dot{S}}{dz^2} - \bar{\lambda}^2\dot{S} = 0\,, \tag{61}$$

где

$$\bar{\lambda} = \frac{2\eta}{\delta E_c}\,. \tag{62}$$

Решение дифференциального уравнения (61) относительно скорости изменения вязкости в зависимости от глубины имеет вид:

$$\dot{S}(z) = C_5 e^{\bar{\lambda}z} + C_6 e^{-\bar{\lambda}z}\,. \tag{63}$$

Постоянные интегрирования C_5 и C_6 определяются из граничных условий:

$$\dot{S}(z) = \dot{S}_0 \text{ при } z = 0;\ \sigma_l = \dot{p} = \frac{d\dot{S}}{dz}\cdot E_c \text{ при } z = l; \tag{64}$$

где $\dot{S}_0$ — начальная скорость изменения вязкости; σ_l — максимальная скорость изменения вязкости.

Таким образом, получим:

$$C_5 = \frac{\dot{p}/\bar{\lambda}l + \dot{S}_0 e^{-\bar{\lambda}l}}{e^{\bar{\lambda}l} + e^{-\bar{\lambda}l}};\ C_6 = \frac{\dot{S}_0 e^{\bar{\lambda}l} - \dot{p}/\bar{\lambda}E_c}{e^{\bar{\lambda}l} - e^{-\bar{\lambda}l}} \tag{65}$$

Приведем окончательное выражение для скорости изменения вязкости:

$$\dot{S}(z) = \frac{\dot{p}}{\bar{\lambda}E_c}\frac{e^{\bar{\lambda}z} - e^{-\bar{\lambda}z}}{e^{\bar{\lambda}l} + e^{-\bar{\lambda}l}} + \dot{S}_0\frac{e^{\bar{\lambda}(z-l)} + e^{\bar{\lambda}(l-z)}}{e^{\bar{\lambda}l} + e^{-\bar{\lambda}l}}\,. \tag{66}$$

Отсюда получим:

$$\dot{\sigma}(z) = E_c(d\dot{S}/dz)\,; \tag{67}$$

$$\dot{\sigma}(z) = \dot{p}\frac{e^{\bar{\lambda}z} + e^{-\bar{\lambda}z}}{e^{\bar{\lambda}l} + e^{-\bar{\lambda}l}} + \dot{S}_0 E_c\bar{\lambda}\frac{e^{-\bar{\lambda}(z-l)} - e^{\bar{\lambda}(z-l)}}{e^{\bar{\lambda}l} + e^{-\bar{\lambda}l}}\,. \tag{68}$$

Аналогично, подставляя сюда выражение (30) для $\dot{S}_0$, получим окончательное выражение для неизвестного $\dot{\sigma}_0$:

$$\dot{\sigma}_0 = B\cdot\dot{p}\,, \tag{69}$$

где

$$B = \frac{8G_2}{4G_2(e^{\bar{\lambda}l} + e^{-\bar{\lambda}l}) + (1-\nu_2)\pi a E_c\bar{\lambda}(e^{\bar{\lambda}l} - e^{-\bar{\lambda}l})} \tag{70}$$

На основании формулы (57) получим:

$$\dot{\tau}_a(z) = \dot{S}(z)\cdot\eta(t)\,. \tag{71}$$

Аналогичным образом можно определить перемещения грунта $S(t)$, нормальные напряжения $\sigma_z(t)$, перемещения грунта на уровне пяты сваи $S_0(t)$, перемещения грунта на уровне оголовка сваи $S_l(t)$, касательные напряжения $\tau_z(t)$ в зависимости от времени t, подставляя выражение (56) для скорости изменения нагрузки $\dot{p}$ в формулы (66), (68), (69), (70), (71) и интегрируя полученные выражения по времени от 0 до t, что не представляет сложности.

Заключение

Экспериментальные и теоретические исследования взаимодействий длинной сваи с окружающим грунтом (см. рис. 1, табл.) показывают, что доля нагрузки на ее пяту находится в пределах 20% от общей нагрузки на сваю, несмотря на ее опирание на сравнительно жесткие грунты. Поэтому возникает необходимость увеличения доли нагрузки на пяту путем изменения соотношения диаметра и длины сваи, а также устройства уширения на ее нижнем конце.

Анализ приведенных в настоящей статье решений задач о взаимодействии длинной сваи с окружающим грунтом показывает, что при определенном соотношении диаметра и длины сваи, а также уширения ее пяты можно достичь оптимального распределения общего усилия между боковой поверхностью и пятой сваи, особенно если учитывать сжимаемость ее ствола. Сравнение аналитических и численных решений задач показывает возможность достижения такого оптимального распределения и повышения доли нагрузки на пяту сваи на величину до 30–40% при соблюдении необходимых условий по предельным нагрузкам и осадкам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бартоломей А.А.* Основы расчета свайных фундаментов по предельно допустимым осадкам. М.: Стройиздат, 1982. 223 с.
2. *Вялов С.С.* Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.
3. *Далматов Б.И., Лапшин Ф.К., Россихин Ю.В.* Проектирование свайных фундаментов в условиях слабых грунтов. Л.: Стройиздат, 1975. 240 с.
4. *Катценбах Р.* Последние достижения в области фундаментостроения высотных зданий на сжимаемом основании // Научно-технический журнал МГСУ. 2006. № 1. С. 105–118.
5. *Тер-Мартиросян З.Г.* Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 550 с.
6. *Тер-Мартиросян З.Г.* Напряженно-деформированное состояние в грунтовом массиве при его взаимодействии со сваей и фундаментом глубокого заложения // Вестник МГСУ. 2006. № 1. С. 38–49.
7. *Тер-Мартиросян З.Г., Тер-Мартиросян А.З.* Некоторые проблемы подземного строительства // Жилищное строительство. 2013. № 9. С. 2–5.
8. *Тер-Мартиросян З.Г., Тер-Мартиросян А.З.* Реологические свойства грунтов при сдвиге // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. № 6. С. 9–13.
9. *Цытович Н.А.* Механика грунтов. М.: Госстройиздат, 1963.
10. *Booker J., Poulos H.* Analysis of creep settlement of pile foundations // Journal of the Geotechnical Engineering Division. 1976. V. 102. № 1. P. 1–14.
11. *Seed H.G., Reese L.C.* The action of soft clay along friction piles / Transactions of the American Society of Civil Engineers. 1957. V. 122. № 1. P. 731–754.