

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ИСПЫТАНИЙ НА ПРОЧНОСТЬ ОБРАЗЦОВ ИЗВЕСТНЯКА ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ

INFLUENCE OF UNIAXIAL COMPRESSIVE TEST CONDITIONS ON THE STRENGTH OF LIMESTONE SAMPLES

ФРОЛОВА Ю.В.

Доцент геологического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, skalka@geol.msu.ru

АРАКЧЕЕВА Я.А.

Инженер 000 «Институт "Каналстройпроект"», ynchik44@yandex.ru

Ключевые слова:

прочность на одноосное сжатие; объемный масштабный эффект; поверхностный масштабный эффект; известняк; размер образца; форма образца; торцевой эффект.

Аннотация

Экспериментально полученные значения прочности горных пород зависят не только от геологических факторов — они также во многом определяются режимом и условиями проведения испытаний. В данной работе рассматривается зависимость прочности образцов известняка из Домодедовского карьера при одноосном сжатии от их абсолютного и относительного размеров, формы и трения на контактах между их торцами и загрузочными плитами. Результаты исследований и выводы носят предварительный характер ввиду сложности изучаемого вопроса.

Abstract

Experimental values of rock strength do not only depend on geological factors. They are also determined to a large extent by the regimes and conditions of the tests. This paper considers dependence of uniaxial compressive strength values of limestone samples from the Domodedovo open pit on their absolute and relative sizes, shapes and the friction between their abuts and the loading plates. The research results and conclusions have preliminary character because of complexity of the investigated problem.

FROLOVA JU.V.

An associate professor of the faculty of geology of Lomonosov Moscow State University, skalka@geol.msu.ru

ARAKCHEEVA YA.A.

An engineer of the «Institute "Kanalstroyproekt" » Ltd

Key words:

uniaxial compressive strength; volume size effect; surface size effect; limestone; sample size; sample shape; abut effect.

Введение

Как известно, прочностные свойства скальных грунтов зависят от геологических и структурно-минералогических факторов — состава, структуры, текстуры, пористости, трещиноватости и вторичных преобразований. Помимо этого, экспериментально получаемые значения прочностных характеристик зависят от режимов и условий проведения испытаний, т.е. от так называемых технических факторов.

Существует множество научных публикаций, в которых рассматривается влияние состава и строения различных типов скальных грунтов (т.е. геологических факторов) на их прочность. Зависимость ее величин, получаемых опытным путем, от режимов и условий испытаний изучена в меньшей степени. Этот вопрос не является новым, но в научной литературе в этом отношении до сих пор нет единого мнения.

На результаты испытаний скальных грунтов при одноосном сжатии оказывают влияние различные технические факторы, основными из которых являются: размер образца, его форма, тип загрузочных плит, условия на контакте между ними и поверхностью образца, скорость приложения нагрузки, жесткость испытательного нагрузочного устройства и др. При этом данные о влиянии технических факторов, полученные различными исследователями при испытаниях образцов разных горных пород, нередко весьма противоречивы.

Целью настоящей работы является изучение влияния на прочность образцов известняка при одноосном сжатии таких факторов, как их размер, форма и трение на контактах между их торцевыми гранями и загрузочными плитами.

Современные представления о влиянии условий испытания на прочность образца скального грунта

Влияние абсолютного размера образца

Данные о влиянии размера образца скального грунта на его прочность (сравниваемые для геометрически подобных образцов) весьма проти-



воречивы. Наиболее известной является тенденция ее увеличения при уменьшении размеров образца, что исследователи объясняют так называемым масштабным фактором (эффектом). В соответствии с теорией масштабного эффекта, прочность тела определяется его наиболее крупным дефектом, вероятность наличия которого тем выше, чем больше образец (т.е. при увеличении его размеров следует ожидать уменьшения его прочности) [5, 7, 8, 12, 16–19]. В частности, Е. Хоек и Е.Т. Браун [18], обобщив данные по многим испытаниям, вывели эмпирическую формулу для расчета величины прочности образцов разного диаметра (при h / d = 2):

$$\sigma_{cd} = \sigma_{c50} (50 / d)^{0.18},$$
 (1)

где σ_{cd} — прочность (МПа) на одноосное сжатие цилиндрического образца диаметром d (мм); σ_{c50} — прочность (МПа) на одноосное сжатие цилиндрического образца диаметром 50 мм.

Между тем некоторые исследователи, изучая масштабный эффект на разных породах, наблюдали обратную картину: по мере уменьшения размеров образцов получаемая величина прочности снижалась. Так, в работах М.И. Койфмана было показано, что при одноосном сжатии кубических образцов однородных мелкозернистых песчаников при уменьшении линейных размеров от 70 до 5 мм их прочность значительно снизилась [7, 8]. К такому же заключению пришли: Л.И. Барон и В.М. Курбатов при исследовании прочности на сжатие известняка, мрамора и искусственных образцов из гипса и цемента [2]; Г.Н. Кузнецов при раздавливании кубических и призматических образцов каменной соли Артемовского месторождения [9]; 3.А. Ацагорцян с соавторами при испытании четвертичных туфов Армении [1] и ряд других исследователей. Испытания более 600 образцов туфов одной разновидности из Армении показали интересные результаты: для цилиндрических образцов с постоянным отношением высоты h и диаметра dуменьшение *d* привело к существенному снижению прочности на одноосное сжатие (на 14% при уменьшении диаметра от 70 до 50 мм, на 35% от 70 до 25 мм) [1]. Аналогичные результаты были получены и при испытаниях призматических образцов [1]. Таким образом, при испытаниях различных типов горных пород масштабный фактор может проявляться по-разному, т.е. в зависимости от их структуры, текстуры, минерального состава и других особенностей уменьшение размеров испытываемых образцов может приводить к различным изменениям прочности.

Л.И. Бароном для вычисления прочности на одноосное сжатие кернов разного диаметра, равного их высоте, была получена следующая приближенная эмпирическая формула [2]:

$$R_{c2} = R_{c1} \sqrt[3]{d_2} / d_1, \tag{2}$$

где R_{c1} — прочность (МПа) на одноосное сжатие цилиндрического образца диаметром d_1 (мм) и высотой $h_1 = d_1$ (мм); R_{c2} — прочность (МПа) на одноосное сжатие цилиндрического образца диаметром d_2 (мм) и высотой $h_2 = d_2$ (мм).

Формула (2) основана на результатах испытаний однородных образцов разных диаметров (до 50 мм) при постоянной величине отношения h/d=1. Правильность этой формулы в интервале диаметров от 50 до 200 мм подтвердили данные румынского исследователя М. Стаматиу [13].

М.И. Койфман [7] обобщил и проанализировал данные о влиянии размеров образцов горных пород на их прочность при одноосном сжатии. Он отметил, что ряд исследователей указывает на уменьшение прочности геометрически подобных друг другу образцов горных пород с увеличением их размеров. Однако другие исследователи, ссылаясь на свои экспериментальные данные, утверждают обратное: с увеличением размеров образцов их прочность на одноосное сжатие увеличивается (табл. 1). Третья группа ученых либо не обнаружила влияния масштабного фактора на прочность образцов горных пород, либо получила противоречивую картину [6]. Следует отметить, что наиболее противоречивые результаты получаются для каменной соли.

Ни одна из теорий о природе масштабного эффекта, проявляющегося при испытаниях различных материалов, не может объяснить таких противоречивых данных для горных пород. Поэтому М.И. Койфман [7] на основе анализа результатов

Таблица 1

(по [1, 6–9, 14])					
Автор	Исследованные породы	Год			
Койфман М.И	Однородные мелкозернистые песчаники, известняки, базальты	1963			
Барон Л.И., Курбатов В.М.	Известняк, мрамор, искусственные образцыиз гипса и цемента, каменная соль	1959			
Пеньков А.М., Вопилкин А.А	Каменная соль	1950			
Кузнецов Г.Н.	Артемовская каменная соль	1947			
Ширко Г.И					
Симура Яторо, Таката Якира	Горные породы				
Иноуэ Масаясу					
Ацагорцян З.А. и др.	Туфы (Q) из Ахтанакского месторождения	1968			
Шапошников Н.А., Залесский Б.В.	Диабазы	1928			

Данные об увеличении предела прочности на одноосное сжатие при увеличении размеров образцов горных пород



своих опытов и исследований других ученых выдвинул гипотезу о существовании не одного, а двух масштабных эффектов — объемного (главного) и поверхностного (дополнительного).

Под влиянием объемного масштабного эффекта, зависящего от наличия дефектов внутри образца, прочность последнего с увеличением его объема уменьшается. При этом под влиянием поверхностного масштабного эффекта прочность образца породы при увеличении его размера возрастает. Этот эффект зависит от повреждения его поверхностного слоя при отборе и обработке (при выбуривании, резании, шлифовании, действии влаги). По мере уменьшения размера образцов площадь нарушенной поверхности, приходящейся на единицу объема, возрастает и, следовательно, повреждение поверхностного слоя на одну и ту же глубину для малых образцов будет относительно большим, чем для крупных. Поэтому поверхностный масштабный эффект приводит к снижению прочности образцов с уменьшением их размеров [7, 8]. Однако если прочность поверхностного слоя не уменьшается, а увеличивается (например, вследствие образования твердой корки на цементных образцах при схватывании), то такой поверхностный масштабный эффект приводит к повышению прочности при уменьшении размера образца и действует аналогично объемному масштабному эффекту.

Подчеркнем, что оба масштабных эффекта — объемный и поверхностный — действуют одновременно.

Теория двух масштабных эффектов позволяет объяснить возможность как увеличения, так и уменьшения прочности геометрически подобных друг другу образцов и разрешить указанные выше противоречия между опытными данными и выводами различных исследователей.

Следует отметить, что размер кубического или цилиндрического образца с высотой, равной диаметру, обычно влияет на его прочность лишь до некоторого предела, после превышения которого она становится примерно постоянной. Величины этих пределов для разных горных пород пока недостаточно хорошо определены. Подчеркнем, что речь здесь идет о лабораторных испытаниях образцов горных пород, а не об исследованиях свойств их массивов.

Влияние соотношения высоты и диаметра (или стороны квадратного сечения) цилиндрических и призматических образцов при постоянном объеме

Прочность образца зависит не только от его абсолютных размеров, но и от отношения его высоты h к диаметру d для цилиндрических образцов (или к стороне квадратного сечения a для призматических образцов). Уменьшение h/d (при постоянном объеме) увеличивает прочность образца. Поскольку объем последнего не меняется, то количество содержащихся в нем дефектов в среднем постоянно, следовательно, масштабный фактор проявляться не должен [5]. Подобное явление объясняется влиянием так называемого торцевого эф-

фекта, т.е. условиями на контактах между загрузочными плитами и торцевыми гранями образца. Согласно принципу Сен-Венана, возникающие там силы трения приводят к сложному распределению напряжений, существенно влияющему на величину прочности при соотношении h / d < 2 [15].

Влияние высоты цилиндрических и призматических образцов при постоянном поперечном сечении

Изучением влияния вертикального размера образца правильной формы на его прочность при сжатии занимались многие исследователи, среди которых Е.И. Ильницкая, Г.Н. Кузнецов, И.Г. Меликадзе, Л.И. Барон, М.Ф. Кунтыш и др. [2, 6, 9, 10]. В своих работах они указывали, что по мере увеличения высоты призматических или цилиндрических (с постоянной площадью сечения) образцов наблюдается уменьшение их прочности. В частности, в Институте горного дела (ИГД) им. А.А. Скочинского были проведены экспериментальные исследования по установлению зависимости прочности на одноосное сжатие цилиндрических образцов с постоянным поперечным сечением от их высоты [10]. Эти испытания проводились на однородных образцах со следующими размерами: d = 30 мм, $h = 10 \div 150$ мм, $h/d = 0.33 \div$ 5,00. Область малых значений $h / d = 0.05 \div 0.50$ исследовалась на образцах в виде дисков (d = 72) мм). Исследовались различные литологические типы горных пород: известняк, ангидрид, каменная соль, мрамор, песчаник. Для всех этих типов была получена общая закономерность — снижение прочности по мере увеличения вертикального размера образца. Причем это снижение проходит более интенсивно при малых значениях h/d (< 1).

По-видимому, увеличение прочности пород в области, где h/d < 2, можно объяснить влиянием неоднородности напряженного состояния за счет трения опорных граней образца о плиты пресса. Трение препятствует свободному расширению сдавливаемых образцов, что искажает механизм однородного напряжения, особенно в частях, близких к опорным торцам, где порода находится в объемном напряженном состоянии.

Очевидно, что влияние неоднородности напряженного состояния за счет трения на величину прочности тем меньше, чем выше образец, и наоборот. При этом разными исследователями на разных материалах и при разном поперечном сечении образца (площадь которого для каждой породы была постоянной, но для разных пород изменялась более чем в 120 раз, т.е. от 7 до 900 см²) было получено, что при отношении $h/d \approx 2$ прочность образца на одноосное сжатие R_c была примерно постоянной. Этот факт указывает на то, что при отношении $h/d \ge 2$ порода при ее сжатии находится в простом (или однородном) напряженном состоянии. Поэтому считается, что раздавливание на прессе образцов с h / d = 2 и будет характеризовать прочность породы.

Многими исследователями давно установлено, что при испытании хрупких образцов горных по-



род при главных нормальных напряжениях $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ в их объеме возникает неравномерное напряженное состояние, анализ и математическое описание которого затруднены из-за целого ряда причин [6]. Разное напряженное состояние оказывает влияние и на характер разрушения образцов. Так, наличие трения на опорных поверхностях образцов приводит к образованию двух конусов с основаниями, совпадающими с торцами образца, и с вершинами, направленными к его середине. При испытании низкого образца верхний конус накладывается на нижний с образованием между ними «ядра», находящегося в объемном напряженном состоянии. Разрушение низких образцов по сравнению с высокими происходит при больших напряжениях, которые необходимы для разрушения этого «ядра», находящегося в условиях объемного сжатия. Между тем при одноосном сжатии высокого образца его средняя часть, находящаяся в однородном напряженном состоянии, раскалывается под действием полностью развивающихся конусов — и разрушение происходит при более низких напряжениях.

В ГОСТ 21153.2-84 [3] приводятся поправочные коэффициенты для перехода от прочности образов разных размеров к прочности стандартного образца. Величины этих коэффициентов существенны, поэтому их уточнение имеет важное практическое значение.

Влияние формы образца

Влияние формы образцов на их прочность однозначно не установлено, хотя такие исследования проводились.

Во-первых, при сжатии образцов разной формы могут возникать различные картины распределения напряжений. Во-вторых, при одинаковой площади поперечного сечения, но разной его форме длина периметра может быть различной. Из этого следует, что значения прочности, получаемые при испытаниях образцов разной формы, не должны быть одинаковыми.

Н.П. Гришковой была проделана серия опытов над образцами с одинаковой площадью, но различной формой поперечного сечения [4] — квадратной, круглой, треугольной (т.е. на сжатие испытывались кубы, цилиндры и треугольные призмы). При испытаниях между плитами пресса и поверхностью образца возникает трение. Длина периметра торцевой грани образца ограничивает площадь ее соприкосновения с плитой пресса. Чем длиннее линия периметра, тем больше должна быть сила трения. При одной и той же площади, но различной форме поперечного сечения образца длина его периметра различна. Следовательно, образцы с сечением разной формы удерживаются от разрушения разными силами.

Например, периметр треугольного сечения больше периметра квадратного или круглого сечений при одинаковой их площади. Следовательно, силы трения, действующие на контакте между загрузочной плитой и торцевой поверхностью образца, препятствующие его разрушению, должны

быть больше при треугольном основании, чем при квадратном или круглом.

Экспериментальные данные подтвердили, что при треугольном сечении прочность образца больше, чем при другой его форме. Однако разница между пределами прочности образцов различной формы однозначно не установлена.

На основании опытов, проведенных в ИГД им. А.А. Скочинского, при испытании образцов кубической формы предлагается вводить в полученные значения прочности на одноосное сжатие поправочный коэффициент, учитывающий их форму:

$$R_{c \text{ IIMJ}} = 1,05 R_{c \text{ KVG}},$$
 (3)

где $R_{c \text{ цил}}$, $R_{c \text{ куб}}$ — значения прочности (МПа), полученные при одноосном сжатии цилиндрического и кубического образцов соответственно [11].

Влияние условий на контакте между загрузочными плитами и торцевыми гранями образца

Торцевой эффект изучался многими исследователями как теоретически, так и экспериментально. В теоретических работах рассматривается влияние трения, возникающего на контакте между загрузочными плитами и торцевыми гранями образца. Считается, что наличие сил трения в указанной области приводит к сложному распределению напряжений, существенно влияющему на предельное состояние образца.

Результаты экспериментальных исследований позволили установить, что влияние граничных условий проявляется только для образцов с малой величиной отношения высоты к диаметру. Трение на торцах влияет на характер разрушения: из крайних точек верхней грани распространяются трещины, образующие конусы или клинья, направленные к центру (по высоте).

Существует ряд способов для снижения трения на торцевых гранях образца и устранения торцевого эффекта, например смазка контактирующих поверхностей, применение резиновых прокладок, щеточных плит [5]. При испытании на одноосное сжатие образцов со смазкой или прокладками происходит разрушение по магистральным трещинам, параллельным осевой нагрузке.

Отметим, что основные экспериментальные исследования по вопросам влияния условий испытаний на прочностные свойства горных пород в нашей стране проводились в 1950—1960-е гг. В более поздних работах, рассматривающих вопросы масштабного эффекта в горных породах, авторы, как правило, ссылаются на экспериментальные данные более ранних работ.

Литологическая характеристика и физикомеханические свойства исследуемых известняков

Исследования проводились на образцах известняков среднекаменноугольного возраста, отобранных в Домодедовском карьере (в Подмосковье). Были выбраны наиболее однородные и массивные



Физические и физико-механические свойства известняков Домодедовского карьера $(C_2)^*$											
Тексту		ρ		n _{orwn}		V_p ,	км/с	V_s ,		E_{∂} ,	R_c ,
pa	ρ, г/см³	ρ _s ., г/см ³	n, %	$n_{\text{откр}}$.,	W, %	Сухие	Водона сыщ.	км/с	μ	ГПа	МПа
Массив ная	2,08-2,24 2,16	2,71	<u>17–25</u> 21	<u>13–18</u> 16	<u>6–10</u> 7	$\frac{2,7-3,5}{3,2}$	2,8-3,6 3,2	1,5-2,0 1,8	$\frac{0,22-0,31}{0,27}$	13-22 18	<u>26-75</u> 49
Тонко-											
порист	1,73-1,97 1,85	2,72	$\frac{27-37}{32}$	$\frac{16-30}{23}$	$\frac{9-17}{13}$	$\frac{2,3-3,6}{3,1}$	2,4-3,7 3,1	1,6-2,1 1,7	$\frac{0,23-0,33}{0,28}$	<u>9–21</u> 14	$\frac{7-40}{21}$

* ρ — плотность воздушно-сухого грунта, г/см³; ρ_s — плотность твердых частиц, г/см³; n — пористость, %; n — открытая пористость, %; W — водопоглощение, %; V_ρ — скорость распространения продольных волн, км/с; V_s — скорость распространения поперченных волн, км/с; μ — коэффициент Пуассона; E_δ — динамический модуль упругости, ГПа; R_c — прочность на одноосное сжатие воздушно-сухих образцов, МПа; сверху (над чертой) — диапазон значений параметра; снизу (под чертой) — среднее значение параметра.

разности без крупных пор и каверн. Эти известняки относятся к органогенно-обломочному типу, имеют полидетритовую структуру, однородную неслоистую текстуру (массивную или тонкопористую) и плотное сложение. В них в большом количестве присутствуют обломки органических остатков, в т.ч. встречаются целые раковины брахиопод (размером до 3 см), перекристаллизованные остатки криноидей, фораминифер, спикулы губок, иголки морских ежей. Органические остатки сцементированы кальцитовым микрозернистым веществом, образующим цемент порового типа. Данные породы разбиты тонкими трещинами, заполненными микрозернистым кальцитом. Пористость, наблюдаемая в шлифах, связана с наличием полых трубочек, а также с промежутками между обломками.

При микроскопических исследованиях было выделено два типа известняков из вышеназванного карьера. В известняках первого типа содержится больше микритового кальцита, который обусловливает более плотное сложение породы. Известняки второго типа отличаются большим содержанием мелких обломков фауны, формирующих тонкопористую текстуру породы.

Исследуемые известняки практически не содержат примесей, за исключением тонкораспыленного глинистого вещества, неравномерно распределенного по породе. По данным термогравиметрического анализа (проведенного аналитиком М.В. Коптевой-Дворниковой), исследуемая порода на 96% состоит из CaCO₃.

Данные о физических и физико-механических свойствах исследованных известняков представлены в табл. 2.

Методика подготовки образцов и проведения испытаний

Для изучения зависимости экспериментально получаемых величин прочности от геометрических параметров образцов и условий на контактах их торцевых поверхностей и загрузочных плит была подготовлена серия образцов правильной геометрической формы (кубической, призматиче-

ской, цилиндрической). Для каждого вида испытаний (каждой выборки) они готовились из единого и по возможности максимально однородного блока известняка.

Кубические и призматические образцы изготавливались выпиливанием на отрезном станке, цилиндрические выбуривались на буровом станке. Торцевые поверхности образцов делались плоскими, параллельными друг другу и перпендикулярными их боковой поверхности. Для этого все образцы пришлифовывались на шлифовальном станке так, чтобы отклонение от параллельности было не более 0,2 мм, а выпуклость торцов — меньше 0,03 мм. Образующие боковой поверхности образцов выдерживались прямолинейными по всей высоте. Допускаемое отклонение от прямолинейности составляло 0,5 мм [3].

Испытания всех образцов на одноосное сжатие производились на гидравлическом прессе Controls (с максимальным усилием 1500 кН) при постоянной скорости нагружения 1 МПа/с.

Для сравнения величин прочности выбирались образцы одного литологического типа с одинаковой плотностью и пористостью.

Изучение влияния геометрических размеров (абсолютного и относительного) на прочность выполнялось на образцах кубической, призматической и цилиндрической формы.

Таблица 3

		1иолици 3		
Геометрические параметры исследуемых кубических образцов				
Условная длина ребра <i>a</i> , см	Диапазон изменения длины ребра реальных образцов, см	Кол-во образцов		
2,0	2,01–2,05	6		
2,5	2,51–2,57	6		
3,0	2,98–3,07	6		
3,5	3,51–3,61	6		
4,0	4,01–4,04	6		
4,5	4,49–4,62	6		
5,0	4,98–5,14	6		
7,5	7,51–7,56	4		



Геометрические параметры исследуемых на прочность кубических образцов

Исследовались образцы с условной длиной ребра a = 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 7,5 см. Было изготовлено по 6 образцов каждого размера. Отклонение реальных размеров образцов от условно принятой (средней) величины <math>a не превышало 1,4 мм (табл. 3).

Геометрические параметры исследуемых на прочность призматических образцов

Исследовались прямоугольные призматические образцы равного объема (55 см³) с квадратным поперечным сечением и различными величинами отношения высоты h к стороне квадратного основания a, равными: 3,00 / 4,25 = 0,7; 4,0 / 3,7 = 1,1; 5,0 / 3,3 = 1,6; 6,0 / 3,0 = 2,0. Отклонения реальной высоты h от ее условной величины не превышало 0,6 мм, а отклонение реальной длины ребра квадратного сечения призмы a от условной не превышало 0,5 мм (табл. 4).

Таблица 4

Геометрические параметры исследуемых призматических образцов					
Сторона квадратного основания <i>a</i> , см	Высота <i>h</i> ,	h/a	Кол-во образцов		
4,23–4,26	2,98-3,02	0,7	6		
3,98–4,00	3,67–3,73	1,1	6		
5,01-5,02	3,30–3,36	1,6	6		
5,95–6,00	2,98–3,02	2,0	6		

Геометрические параметры исследуемых на прочность цилиндрических образцов

Испытывались образцы цилиндрической формы с диаметром d=3,7 см $(3,65\div3,77$ см). Их высота варьировала от 7,0 до 1,8 см. В результате отношение их высоты h к диаметру d составляло 2,0; 1,5; 1,0; 0,7; 0,5 (табл 5).

Образцы для исследования влияния их формы на прочность

Для исследования влияния формы образов на прочность была подготовлена серия образцов цилиндрической (4 шт.) и призматической (6 шт.) формы. Геометрические параметры образцов: h = 7 см, a = d = 3.7 см.

Таблица 5

Геометрические параметры исследуемых цилиндрических образцов					
Высота <i>h</i> , см	Диаметр <i>d</i> , см	h/d	Кол-во образцов		
6,95–7,07	3,65–3,77	2,0	5		
5,24–5,27		1,5	6		
3,52–3,56		1,0	6		
2,50*		0,7	3		
1,78–1,79		0,5	3		
* Величина <i>h</i> одинакова у всех трех образиов					

Образцы для изучения влияния условий на контактах торцевых поверхностей образца и загрузочных плит пресса

Для изучения влияния условий на контактах торцевых поверхностей образца и загрузочных плит пресса были изготовлены цилиндрические образцы с величиной отношения высоты h к диаметру d=3,7 см, равной 2,0. При этом использовалась либо смазка торцевых граней образцов солидолом, либо резиновые прокладки между ними и нагрузочными плитами.

Согласно ГОСТ 21153.2-84 образцы одной выборки должны иметь одинаковые размеры. Допускаются отклонения значений диаметра d_i и высоты h_i каждого образца от их средних значений d и h по всем образцам выборки: $\left| d - d_i \right| \le 1$ мм $u \mid h - h_i \mid \le 2$ мм. Для всех исследованных авторами выборок эти соотношения выполнялись.





Результаты и их обсуждение

Влияние абсолютного размера образца

На одноосное сжатие испытывались образцы кубической формы с размерами ребер 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 7,5 см (рис. 1). Исследовались известняки с диапазоном изменения плотности $2,10\div 2,24$ г/см³(известняки первого типа), прочность которых варьировала в пределах $26\div 75$ МПа (систематическая ошибка измерений прочности для этих опытов изменялась в интервале $0,06\div 0,20$ МПа).

В результатах испытаний в целом просматривалась тенденция к повышению значений прочности образцов с увеличением плотности и уменьшением пористости пород (рис. 2), что вполне закономерно для скальных грунтов. Однако, проанализировав диаграмму, представленную на рис. 2, можно заметить, что при одном и том же значении плотности прочность образцов меняется в широких пределах. Было сделано предположение, что именно размер влияет на величину их прочности.

Анализ диаграмм, представленных на рис. 3, показал, что с увеличением длины ребра кубического образца от 2 до 5 см величина его прочности заметно растет — в среднем на 25–35 МПа, т.е. на 60–70%. При этом данная зависимость имеет

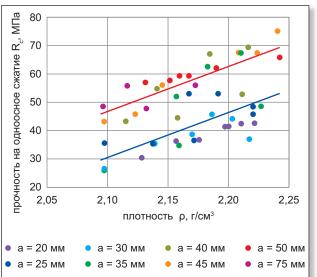


Рис. 2. Диаграмма зависимости прочности на одноосное сжатие R_c от плотности ρ кубических образцов разного размера (с разной длиной ребра a)

ступенчатый характер: наблюдается некоторый скачок прочности при переходе размера ребра от 2–3 см к 4–5 см. При дальнейшем его увеличении до 7,5 см роста прочности не наблюдается.

Корреляционная связь между величиной прочности и размером образца тесная и весьма тесная

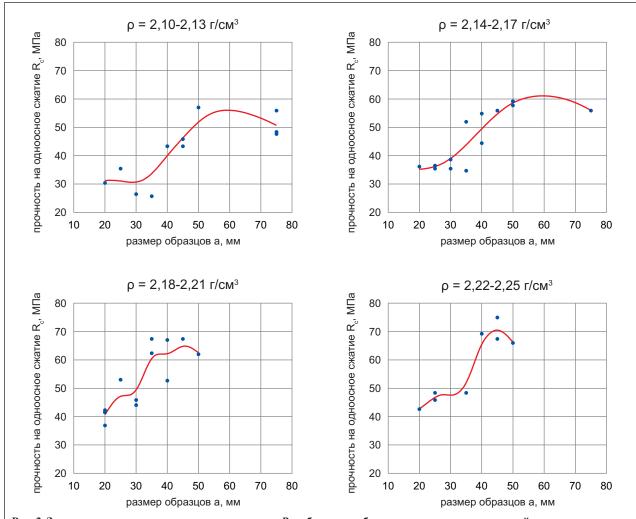


Рис. 3. Зависимость прочности на одноосное сжатие R_c кубических образцов известняка с различной плотностью ρ от длины их ребра a



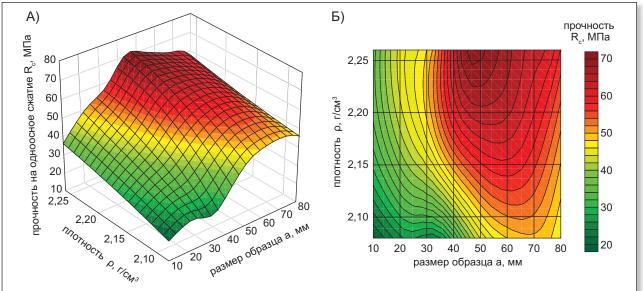


Рис. 4. Зависимость величины прочности на одноосное сжатие R_c от плотности ρ и размера (длины грани a) кубического образца известняка: А — график поверхности; Б — трехмерный контурный график

Таблииа 3

Уравнения регрессии для зависимостей прочности кубических образцов Rc (МПа) от длины ребра а (см) и
плотности ρ (г/см ³)

Зависимость	Условия		Уравнение регрессии	Коэффиц. коррел.
R_c от a	ρ, r/cm ³	2,10-2,13	$R_c = 3,39 + 13,03 \text{ a} - 0,89\text{a}2$	0,76
		2,14–2,17	$R_c = -2,58 + 19,03a - 1,46a2$	0,78
		2,18–2,21	$R_c = -1,70 + 26,15a - 1,46 a2$	0,83
		2,22–2,24	$R_c = 11,62 + 16,48a - 1,90 \text{ a}2$	0,89
R_c от $ ho$	а, см	2,0-3,5	$R_c = 115,4\rho - 210,7$	0,66
		4,0-7,5	$R_c = 167,0\rho - 304,4$	0,82
R_c от a и ρ	$R_c = -2256,1765 +$	-		

(табл. 3). В целом зависимость прочности R_c (МПа) от размера ребра образца a (см) можно описать полиномиальной зависимостью (см. табл. 3).

Вернемся к диаграмме зависимости прочности образца от его плотности (см. рис. 2). На ней также можно отчетливо увидеть два тренда: при одинаковой плотности известняков у образцов с линейными размерами ребер $a = 4 \div 7,5$ см величины прочности заметно выше ($R_c = 40 \div 74 \text{ M}\Pi a$) по сравнению с образцами малого размера с $a = 2 \div$ 3 см ($R_c = 25 \div 55$ МПа). Образцы с ребром a = 3.5см имеют широкий разброс значений прочности и попадают в обе группы. У обеих групп существует корреляционная связь между изучаемыми признаками (плотностью и прочностью) в рамках исследуемых выборок. Коэффициент корреляции для первой группы ($a = 4.5 \div 7.5$ см) равен 0,82, для второй группы ($a = 2 \div 3.5$ см) он составляет 0.66. Рассматривая связь в генеральной совокупности с уровнем значимости 0,05, полученные значения коэффициента корреляции можно считать статистически значимыми. Характер связи между плотностью и прочностью образца для обеих выборок является прямолинейным (см. рис. 2). Для выявления характера корреляционных связей между этими величинами были найдены теоретические линии регрессии (см. табл. 3):

$$R_c = 167,0\rho - 304,4$$
 для $a = 4,0 \div 7,5$ см; (4)

$$R_c = 1115,4\rho - 210,7$$
 для $a = 2,0 \div 3,5$ см. (5)

Обобщенная зависимость величины прочности образца от его плотности и размера, полученная методом наименьших квадратов, показана на рис. 4. Уравнение множественной регрессии можно представить в виде полинома (см. табл. 3):

$$R_c = -2256,1765 + 28,9981a + 1887,3687p - 1,4582a^2 - 4,8866ap - 389,7285p^2$$
. (6)

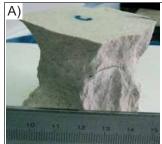
Полученные экспериментальные данные находятся в хорошем соответствии с результатами Л.И. Барона [2]. Для примера возьмем известняки с плотностью 2,18–2,21 г/см³. Образцы с длиной ребра $a_1 = 5$ см имеют среднее значение прочности $R_{c1} = 61$ МПа. Рассчитаем значение прочности R_{c2} для образцов с длиной ребра $a_2 = 2$ см. Подставив эти значения в формулу (2), получим: $R_{c2} = R_{c1} \sqrt[3]{d_2} / d_1 = 61 \cdot \sqrt[3]{2} / 5 = 45$ МПа. Это расчетное значение близко к среднему значению прочности, полученному экспериментальным путем: $R_{c2} = 41$ МПа. С учетом того что природные образцы имеют неоднородное строение, а также учитывая погрешности, связанные с проведением опытов,



можно заключить, что полученные данные в целом подчиняются эмпирической формуле (2) Л.И. Барона [2].

Исследования показали, что в зависимости от размеров образцов наблюдаются различия между характером и формой их разрушения (рис. 5). Образцы большего размера в преобладающем числе случаев разрушались с образованием конусов (трещин скалывания) (см. puc. 5A), а образцы малых размеров разрушались по вертикальным трещинам (трещинам отрыва) (см. рис. 5Б). Разрушение образцов большого размера «по конусу» может быть связано с повышенным трением на контактах образца с загрузочными плитами. Влияние трения обычно приводит к тому, что разрушение начинается в крайних точках верхней грани образца по контакту с плитами, а трещины, распространяющиеся из этих точек, образуют конусы или клинья, направленные к центру. Образцы малых размеров соответственно имеют меньшее трение на контактах с загрузочными плитами и разрушаются по вертикальным плоскостям, формирующимся при образовании трещин отрыва.

Таким образом, полученные экспериментальные данные противоречат широко известной теории масштабного эффекта, однако согласуются с результатами, полученными рядом исследователей для разных горных пород. Как уже отмечалось, рост значения прочности с увеличением размера кубического образца можно объяснить влиянием следующих факторов: (1) трения на контактах его торцевых граней с загрузочными плитами (чем больше площадь соприкосновения образца с плитой, тем больше трение, создающее сложное напряженное состояние и соответственно тем выше значение прочности); (2) поверхностного масштабного эффекта, который зависит от нарушения поверхностного слоя образцов при их отборе и обработке (по мере уменьшения размера образца площадь нарушенной поверхности, приходящейся на единицу его объема, возрастает и, следовательно, относительное повреждение поверхностного слоя на одну и ту же глубину для малых образцов будет большим, чем для крупных); (3) кривизны рабочих торцов, влияние которой снижается по мере увеличения размера образца. Рабочие поверхности образцов, подготавливаемых для механических испытаний, часто обладают некоторой выпуклостью. При их испытаниях возникает неравномерное распределение напряжений по площади их торцов. Концентрация разрушающих напряжений на выпуклых участках ведет к искажению результатов испытаний. Особенно большие искажения могут возникнуть при испытаниях крепких горных пород. В частности, М.И. Койфман и С.Е. Чирков изучали микропрофилограммы контактных поверхностей образцов [8]. Ими было показано, что эти поверхности (формально плоские) в действительности по большей части обладают выпуклостью. Кроме того, на них наблюдаются микронеровности — впадины и выступы. Микрорельеф поверхности зависит от плотности, прочности и однородности образца. Но даже не-



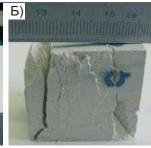


Рис. 5. Характер разрушения образцов известняка при одноосном сжатии: А — разрушение «по конусу» кубического образца с длиной ребра $a=5\,\mathrm{cm}$; Б — разрушение кубического образца с $a=3\,\mathrm{cm}$ по вертикальным трещинам, параллельным направлению сжатия

значительные выступы на контактной поверхности будут воспринимать повышенные сосредоточенные разрушающие нагрузки. Чем меньше размер образца, тем больше относительное отклонение его контактных поверхностей от идеально плоских, т.е. тем больше их кривизна и количество на них микронеровностей.

Следует также отметить, что повышение прочности кубического образца наблюдается с увеличением длины его ребра от 2,0 до 5,0 см, тогда как при дальнейшем увеличении его размера до 7,5 см роста прочности не наблюдается, а, напротив, намечается тенденция к ее снижению. По-видимому, в образцах с длиной ребра более 5 см влияние объемного масштабного эффекта начинает превосходить влияние поверхностного и вследствие этого прочность начинает уменьшаться.

Влияние относительного размера образца

Прямоугольные призмы равного объема. Исследование проводилось на образцах в виде прямоугольных призм равного объема ($V = 55 \text{ см}^3$) с различными величинами отношения высоты h к стороне квадратного основания a, равными: 3,00 / 4,25 = 0,7; 4,0 / 3,7 = 1,1; <math>5,0 / 3,3 = 1,6; 6,0 / 3,0 = 2,0. Плотность испытанных известняков (первого типа) варьировала в пределах $2,08 \div 2,20 \text{ г/см}^3$. Величины прочности их образцов находились в диапазоне $35 \div 75 \text{ МПа}$ (статистическая ошибка измерений изменялась в пределах $0,09 \div 0,15 \text{ МПа}$).

Поскольку объем образцов не менялся, то и количество содержащихся в них дефектов должно было быть приблизительно постоянным, а следовательно, масштабный фактор не должен был проявляться. Однако сравнительный анализ полученных экспериментальных результатов показал, что для известняков с различной плотностью существует общая закономерность — заметное увеличение прочности образцов на одноосное сжатие при уменьшении величины отношения h / а от 2,0 до 0,7 (рис. 6). По-видимому, подобное явление объясняется влиянием торцевого эффекта: с увеличением площади поперечного сечения образца (и уменьшением его высоты) увеличиваются силы трения на контактах между загрузочными плитами и торцевыми гранями образца и, соответственно, высота приторцевых областей



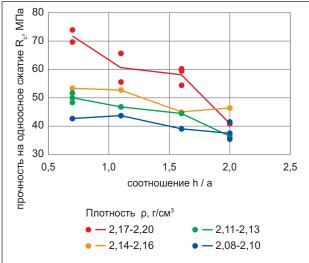


Рис. 6. Диаграмма зависимости прочности на одноосное сжатие R_c образцов в виде прямоугольных призм равного объема от величины отношения их высоты h к длине стороны квадратного основания a

сжатия. В результате простое напряженное состояние превращается в сложное.

Следует отметить, что у более плотных образцов интенсивность изменения прочности с изменением величины отношения h/a выше. Так, при изменении значения h/a от 2,0 до 0,7 у наиболее плотных известняков прочность увеличивается от 40 до 70 МПа, т.е. на 75%, тогда как у наименее плотных образцов прочность повышается только на 13%. Возможно, что трение, возникающее на торцевых поверхностях более плотного образца выше, чем у менее плотного и более пористого.

Образцы цилиндрической формы с равной площадью поперечного сечения. Были испытаны образцы цилиндрической формы с различными значениями отношения высоты h к диаметру торцевой грани d = 37 мм, равными 2,0; 1,5; 1,0; 0,7; 0,5. Однако в отличие от предыдущих испытаний призматических образцов в данном случае объем образцов менялся. Плотность испытанных известняков (второго типа) составляла 1,93÷1,96 г/см³. Величина прочности на одноосное сжатие, в зависимости от величины отношения h / d, изменялась следующим образом: 25÷30 МПа для образцов с h / d = 2,0; 23÷28 МПа — для h / d =1,5; 28÷34 МПа — для h/d = 1.0; 37÷39 МПа для h/d = 0.7; 37÷40 МПа — для h/d = 0.5 (систематическая ошибка измерений составляла $0.05 \div 0.09 \text{ M}\Pi a$).

Самыми высокими значениями прочности обладали цилиндрические образцы с величинами отношений h/d, равными 0,5 и 0,7, а самыми низкими — с h/d=1,5 и 2,0 (рис. 7). Значения прочности при h/d=0,5 и 0,7 были близки между собой. При переходе к h/d=1 прочность снижалась примерно на 20%, а при переходе к h/d=1,5 и 2,0 — на 27–30%. Значения прочности цилиндрических образцов с h/d=1,5 и 2,0 были близки между собой.

Наблюдавшаяся тенденция снижения прочности по мере увеличения вертикального размера цилиндрического образца (при его постоянном диаметре)

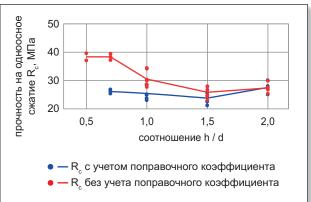


Рис. 7. Зависимость прочности R_c цилиндрических образцов равного диаметра от величины отношения их высоты h к диаметру торцевой грани d (с учетом и без учета поправочного коэффициента)

согласуется с результатами, полученными в ИГД им. А.А. Скочинского [10]. Более высокие значения прочности пород в области малых величин отношения h/d можно объяснить влиянием трения опорных граней образца о плиты пресса и возникновением сложного напряженного состояния в его объеме за счет формирования приторцевых областей сжатия, перекрывающихся друг с другом. При увеличении высоты образца до соотношения $h/d \ge 2$,0 в его центральной части формируется простое напряженное состояние, и она тем самым освобождается для формирования магистральных трещин.

Согласно ГОСТ-21153.2-84 [3] при испытаниях образцов с h/d=2,0 получается истинное значение прочности, которое не требует поправочного коэффициента, а при h/d<2 рекомендуется вводить поправочный коэффициент.

Был осуществлен пересчет экспериментально полученных значений прочности с учетом поправочного коэффициента согласно ГОСТ-21153.2-84 [3]. После этого величины прочности оказались в более узком интервале (22÷30 МПа), т.е. стали более близкими между собой.

Влияние формы образца

Исследовались прочностные свойства образцов в виде прямоугольных призм высотой 7,0 см со стороной торцевой грани 3,7 см и в виде цилиндров высотой 7 см и диаметром 3,7 см. Плотность образцов изменялась в пределах 2,05÷2,24 г/см³. Полученные значения прочности находились в интервале 32÷50 МПа (статистическая ошибка метода варьировала в пределах 0,07÷0,12 МПа для прямоугольных призм и 0,08÷0,12 МПа для цилиндров). Прослеживалась достаточно четкая тенденция увеличения прочности образцов с увеличением их плотности независимо от их формы (рис. 8). Коэффициент корреляции между прочностью и плотностью для данной выборки составил 0,79, что указывает на наличие тесной корреляционной связи.

Влияние условий на контакте между загрузочными плитами и торцевыми гранями образца

Проводились испытания цилиндрических образцов с величиной отношения высоты h к диаметру d = 37 мм, равной 2,0. При этом использо-



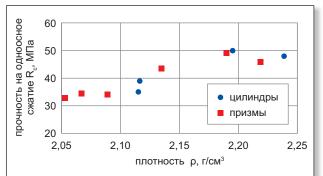


Рис. 8. Диаграмма зависимости прочности на одноосное сжатие R_c от плотности ρ образцов в виде цилиндров и прямоугольных призм

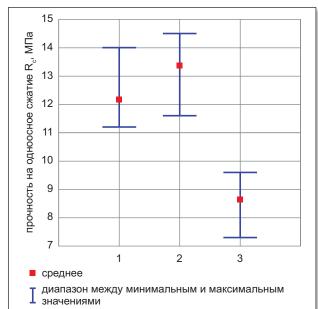


Рис. 9. Значения прочности на одноосное сжатие Rc для образцов, испытанных при различных условиях нагружения: 1 — без смазки и прокладки; 2 — с резиновой прокладкой; 3 — со смазкой

валась либо смазка торцевых граней образцов солидолом, либо резиновые прокладки между ними и нагрузочными плитами. Изучались образцы с одинаковой плотностью ρ , равной 1,74—1,76 г/см³. Полученные значения прочности изменялись в пределах от 7 до 15 МПа (со статистической ошибкой определений 0,02—0,03 МПа) (рис. 9).

Самые низкие величины прочности (7÷10 МПа) получились для образцов, при испытаниях которых использовалась смазка. Это вполне закономерный результат, т.к. смазка уменьшила влияние трения на их торцах, а следовательно, уменьшила и их прочность. Наблюдался четко выраженный характер разрушения таких образцов — по вертикальным трещинам (рис. 10).

Образцы, испытанные в обычных условиях (без смазки и без прокладок) имели значения прочности в пределах 11,0÷12,5 МПа.

Наличие резиновых прокладок между нагрузочными плитами и образцом немного увеличивало прочность — до $11 \div 15~\text{M}$ Па.

Считается, что использование смазок и прокладок для уменьшения трения между торцевыми гранями образцов и нагрузочными плитами не всегда



является эффективным. В первом случае может происходить внедрение смазки в породу, после чего эффект ее действия в значительной степени снижается. Во втором случае часто происходит смятие прокладок, в результате чего характер распределения напряжений вдоль торцевой грани образца становится неоднородным, что также сказывается на получаемой величине прочности.

Выводы

Анализ научных публикаций, посвященных влиянию условий испытаний на величину прочности горных пород, показал, что экспериментальные зависимости и закономерности, полученные разными авторами, весьма неоднозначны, а нередко и противоречивы.

Исследования зависимости прочности образцов известняков каменноугольного возраста из Домодедовского карьера от условий их испытаний на одноосное сжатие позволили сделать следующие выводы.

1. Чем больше абсолютный размер (объем) образца, тем выше получаемое значение его прочности. В частности, при увеличении длины ребра кубического образца *а* от 2 до 5 см прочность увеличивается в среднем на 60–70%. При этом данная зависимость имеет ступенчатый характер: наблюдается скачкообразное повышение прочности при переходе значения *а* от 2–3 см к 4–5 см. При дальнейшем увеличении *а* до 7,5 см повышения прочности не наблюдается. Также замечено, что образцы больших размеров разрушаются с образованием конусов (с основаниями, совпадающими с их торцами, и вершинами, направленными к их середине), а образцы малых размеров — по верти-



кальным трещинам. Полученные экспериментальные данные противоречат широко известной теории масштабного эффекта, однако согласуются с результатами, полученными рядом исследователей для разных горных пород. Они могут быть объяснены, во-первых, влиянием трения на контактах торцевых граней образцов с загрузочными плитами, во-вторых, влиянием поверхностного масштабного эффекта и, в-третьих, кривизной и микронеровностями рабочих торцов, влияние которых снижается по мере увеличения размера образца.

- 2. Для призматических образцов равного объема при увеличении отношения высоты h к длине стороны квадратной торцевой грани a от 0,7 до 2,0 см величина прочности снижается. Причем у плотных известняков это снижение происходит более интенсивно по сравнению с пористыми разностями. Такая закономерность объясняется влиянием торцевого эффекта, т.е. трением на контактах между загрузочными плитами и образцом, что обусловливает сложную картину распределения напряжений в его объеме при соотношении h/a < 2.
- 3. Прочность цилиндрических образцов равного диаметра зависит от их высоты и соответственно объема. При увеличении отношения высоты к диаметру от 0,5–0,7 до 1,5 наблюдается уменьшение прочности R_c на 30%. При дальнейшем росте высоты уменьшения прочности не происходит. После пересчета экспериментально полученных значений прочности с учетом поправочного коэффициента согласно ГОСТ-21153.2-84 [3] значения R_c для всех образцов становятся более близкими между собой.
- 4. Смазка торцов образца уменьшает значение его прочности на одноосное сжатие почти на 30%, что объясняется снижением трения на контактах между ним и загрузочными плитами. Это подтверждает и характер разрушения образцов со смазкой по вертикальным трещинам, в то время как без смазки они разрушаются «по конусу» или по наклонным трещинам. Резиновые прокладки между нагрузочными плитами и торцевыми поверхностями образцов, напротив, немного увеличивают значения их прочности.

Таким образом, на величину прочности образца, полученную при его одноосном сжатии, существенное влияние оказывают его абсолютный и относительный размеры, а также условия на контактах между поверхностями его торцевых граней и загрузочных плит. Следует отметить, что эти факторы влияют не только на экспериментально получаемое значение прочности образца, но и на характер его разрушения.

Полученные данные о влиянии условий испытаний на прочность образцов известняка могут быть использованы и приняты во внимание при выборе методики проведения испытаний скальных грунтов и способа интерпретации их результатов. Однако результаты исследований и сделанные выводы носят предварительный характер ввиду сложности изучаемого вопроса и требуют дальнейших исследований ведущих факторов, в частности поверхностного масштабного эффекта и

особенностей микрорельефа торцевых поверхностей образцов.

Авторы выражают глубокую благодарность А.В. Аракчееву за помощь в подготовке большого количества образцов правильной геометрической формы и сотрудникам геологического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова В.М. Ладыгину за помощь при отборе образцов в Домодедовском карьере, В.Л. Косорукову за консультации по литологическому описанию известняков и Л.Л. Панасьян за консультации по рассматриваемым в статье вопросам. ❖

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ацагорцян З.А., Далян Г.П., Качапян Г.Б., Назарян Р.А., Хоренян Д.В. Исследования физико-механических свойств изверженных пород Армении // Физико-механические свойства горных пород верхней части земной коры. М.: Наука, 1968. С. 298–306.
- 2. *Барон Л.И*. Влияние высоты образцов крепких горных пород на их временное сопротивление раздавливанию // Заводская лаборатория. М.: Металлургиздат, 1956. Т. 22. С. 1352–1354.
- 3. ГОСТ 21153.2-84. Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии. М.: Госстандарт СССР, 1984.
- 4. *Гришкова Н.П.* Зависимость предела прочности на сжатие от величины и формы образцов // Механические свойства горных пород. М., 1959. С. 71—78.
- 5. *Зерцалов М.Г.* Механика грунтов (введение в механику скальных грунтов). М.: Изд-во АСВ, 2006. 364 с.
- 6. Ильницкая Е.И., Тендер Р.И., Ватолин Е.С., Кунтыш М.Ф. Свойства горных пород и методы их определения. М.: Недра, 1969. 392 с.
- Койфман М.И. О влиянии размеров на прочность образцов горных пород // Исследование физико-механических свойств горных пород применительно к задачам управления горным давлением. М.: Изд-во АН СССР, 1962. С. 6−14.
- 8. Койфман М.И., Чирков С.Е. Профилографические исследования и правильные данные о механических свойствах горных пород // Механические свойства горных пород. М., 1963. С. 15–20.
- 9. *Кузнецов Г.Н.* Механические свойства горных пород. М.: Углетехиздат, 1947. 206 с.
- 10. Кунтыш М.Ф. Исследование методов определения основных физико-механических характеристик горных пород, используемых при решении задач горного давления: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: Изд-во ИГД им. А.А. Скочинского, 1964.
- 11. Методическое пособие по инженерно-геологическому изучению горных пород / под ред. Е.М. Сергеева. М.: Недра, 1984. Т. 2. 438 с.
- 12. Паспорт прочности горных пород и методы их определения / под ред. М.М. Протодьяконова. М.: Наука, 1964. 155 с.
- 13. *Руппенейт К.В.* Механические свойства горных пород. М.: Углетехиздат, 1956. 321 с.
- Свойства горных пород при разных видах и режимах нагружения / под ред. Л.И. Барона. М.: Недра, 1983. 276 с.
- 15. Трощкая М.Н. Пособие к лабораторным работам по механике грунтов. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1961. 303 с.
- 16. *Чирков С.Е.* Исследование влияния масштабного эффекта на прочность углей в условиях различных напряженных состояний: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: ИГД им. А.А. Скочинского, 1965.
- 17. Hoek E. Practical rock engineering: e-book. Toronto: Rocscience (electronic resource), 2007. URL: http://www.rocscience.com/hoek/corner/Practical_Rock_Engineering.pdf.
- 18. Hoek E., Brown E.T. Underground excavations in rock. London: Institution of Mining and Metallurgy press, 1980.
- Hudson J.A., Harrison J.P. Engineering rock mechanics: an introduction to the principles. Pergamon, Oxford: Elsevier Science, 1997.