

## **Астрономическая олимпиада-2015**

**О.С. УГОЛЬНИКОВ**

кандидат физико-математических наук  
Институт космических исследований РАН  
Центральная предметно-методическая комиссия по астро-  
номии Всероссийской олимпиады школьников

---

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии 2015 г. стала уже 22-й по счету (Земля и Вселенная, 2008, № 2; 2012, № 1; 2013, № 3). Можно с уверенностью говорить о том, что к этому рубежу своей истории олимпиада пришла на подъеме. Уровень подготовки участников в последние годы неуклонно рос. Это было очевидно как по собственным ощущениям учителей, авторов заданий и членов жюри, так и по объективным показателям, в частности – улучшению результатов выступления команды России на международных олимпиадах по астрономии.

Особенно сильны были участники возрастной параллели, соответствующей 11 классу в 2014–2015 учебном году. Их высокий уровень был от-

мечен и в два предыдущих года. Эта параллель была также усилена многократным победителем всероссийских и международных олимпиад по астрономии 10-классником Иваном Утешевым, который постоянно выступал на Олимпиаде 2015 г. за более старший класс, неизменно становясь победителем. Задолго до начала нынешней олимпиады стало понятно, что среди 11-классников пойдет очень острая борьба за высокие места и награды. Потом выяснилось, что и в 9–10 классах подготовка участников оставалась на высоте.

Все это накладывало дополнительную ответственность на составителей заданий, так как от них во многом зависела объективность результатов. Задания, разумеется, должны были

быть посильны участникам, однако если бы они оказались слишком просты, все могло зависеть от случайностей. Работа над комплектом заданий заключительного этапа началась в сентябре 2014 г. и продолжалась несколько месяцев.

Олимпиада состоялась с 6 по 11 апреля 2015 г. в Великом Новгороде. Этот прекрасный город уже принимал олимпиаду по астрономии в 2014 г., отмеченную как одну из лучших по организации (Земля и Вселенная, 2015, № 3). Столь же блестяще Оргкомитет работал и в этот раз, несмотря на все финансовые сложности, возникшие в этом сезоне.

Олимпиада проводилась в два тура – теоретический и практический. Оба тура проходили в аудиторном формате, задачи практического тура



Участники Олимпиады 2015 г. у памятника в честь 1000-летия Российского государства. Великий Новгород. Апрель, 2015 г.

были связаны с обработкой результатов наблюдений, анализом большого количества числовых данных. Как и ожидалось, борьба за дипломы победителей и призеров оказалась очень острой. Приятно удивили самые молодые участники (9 класс и моложе), показавшие весьма высокие результаты. Самый высокий уровень оказался у 11-классников, успешно и быстро решавших даже наиболее сложные задачи. Один из них, Кирилл Гришин (г. Тольятти) смог показать абсолютный результат на теоретическом туре, набрав 96 баллов из 96 возможных. В общем зачете очередную победу одержал Иван Утешев. Позже, в августе 2015 г., Иван стал первым российским школьником, взявшим золотую медаль на Международной олимпиаде по астрономии и астрофизике.

Победителями Олимпиады 2015 г. (обладатели золотых медалей) стали:

**Старостин Иван Вадимович**, 8 класс (выступал за 9 класс), средняя общеобразовательная школа № 179 ГАОУ высшего профессионального образования г. Москвы “Московский институт открытого образования”;

**Билич Борис Игоревич**, 9 класс, МОУ лицей № 14, городской округ Жуковский, Московская обл.;

**Долгов Даниил Александрович**, 9 класс, МОУ

Гимназия № 1, городской округ Жуковский, Московская обл.;

**Евсеев Сергей Сергеевич**, 9 класс, МБОУ “Средняя общеобразовательная школа № 56”, г. Чебоксары, Чувашская Республика;

**Автаева Анастасия Андреевна**, 10 класс, ГБНОУ “Республиканский лицей для одаренных детей”; Республика Мордовия;

**Шепелев Алексей Сергеевич**, 10 класс, МОУ лицей № 14, городской округ Жуковский, Московская обл.;

**Утешев Иван Александрович**, 10 класс (выступал за 11 класс), ГБНОУ “Республиканский лицей для одаренных детей”; Республика Мордовия;

**Акметдинов Руслан Рашидович**, 11 класс, Средняя общеобразовательная школа № 179, ГАОУ высшего профессионального образования г. Москвы “Московский институт открытого образования”;

**Гришин Кирилл Алексеевич**, 11 класс, МБОУ лицей № 57, городской округ Тольятти, Самарская обл.;

**Желтоухов Сергей Геннадьевич**, 11 класс, МОУ “Лицей”, г. Дедовск Истринского муниципального района, Московская обл.;

**Соколов Максим Александрович**, 11 класс, МБОУ лицей авиационного профиля № 135, городской округ Самара;

**Тихоненко Илья Сергеевич**, 11 класс, ГБОУ Санкт-Петербургский губернаторский физико-математический лицей № 30, г. Санкт-Петербург;

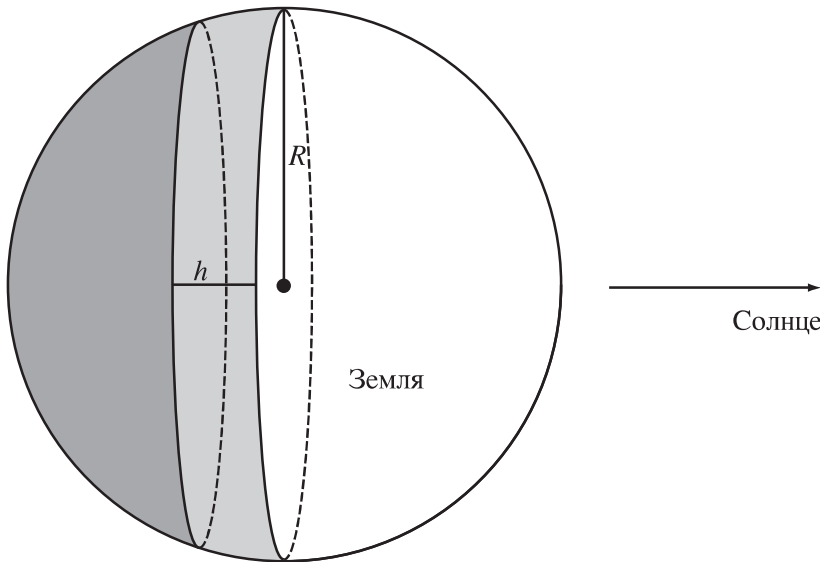
**Федотова Алёна Дмитриевна**, 11 класс, Средняя общеобразовательная школа № 179 ГАОУ высшего профессионального образования г. Москвы “Московский институт открытого образования”.

*Примеры заданий олимпиады (11 класс):*

**1. Сумерки (автор – Е.Н. Фадеев).** Определите, на какой части поверхности Земли сейчас наблюдаются сумерки (в любой их стадии)? Угловыми размерами Солнца и рефракцией пренебречь. Решение дополните рисунком.

**Решение.** По определению, сумерки продолжаются, пока Солнце находится в пределах высот от  $0^\circ$  до  $-18^\circ$ . Будем считать Землю шаром. Тогда сумерки наблюдаются на сферической части поверхности шарового слоя, заключенного между полушарием, где в данный момент день, и сегментом, где ночь. Высота этого шарового слоя равна:  $h = R \sin 18^\circ$ .

Площадь сферической поверхности шарового слоя –  $2\pi Rh$ . Сравнивая ее с площадью всего земного шара, получаем величину части,



К задаче "Сумерки":  $R$  – радиус Земли;  $h$  – высота слоя, где наблюдаются сумерки.

погруженной в сумерки:  

$$S_T = \frac{2\pi R h}{4\pi R^2} = \frac{\sin 18^\circ}{2} \approx 0,15.$$

Площадь поверхности шарового сегмента может быть оценена, если мы заменим сегмент, например, цилиндром или усеченным конусом. В случае цилиндра ответ получается фактически таким же, поскольку площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по той же формуле, что и площадь сферической части шарового слоя.

**2. Звезда на матовом стекле (автор – О.С. Угольников).** Телескоп-рефрактор с относительным отверстием 1 : 5 и прямой каркасной трубой навели на звезду  $0^m$ . Затем с него сняли окуляр и поставили в фокальную плоскость матовую стеклянную пластинку. Какую звездную величину будет иметь

изображение звезды на пластинке, если наблюдатель находится рядом с объективом (сбоку от него, не затеняя ход лучей звезды в телескопе)? Считать, что матовое стекло рассеивает весь свет в обе стороны от себя, причем равномерно во всех направлениях.

**Решение.** Обозначим поток энергии от звезды через  $J$ . Количество энергии, которое за единицу времени попадет в телескоп с диаметром объектива  $D$  и соберется в изображении звезды в фокальной плоскости, составит:  $E = J \frac{\pi D^2}{4}$ .

Матовое стекло отразит этот свет равномерно во всех направлениях. Если наблюдатель находится рядом с объективом, на фокусном расстоянии  $F$  от пластинки, то поток

энергии от изображения звезды около него будет:

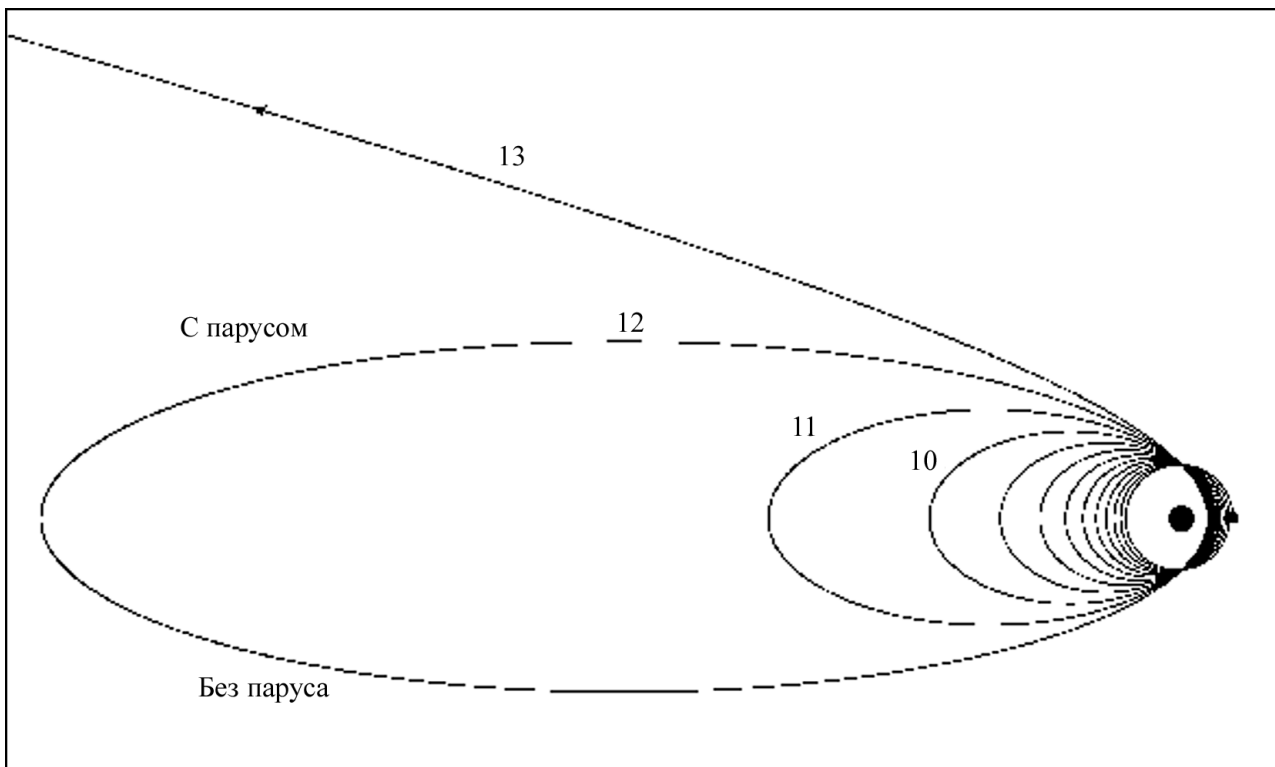
$$j = \frac{E}{4\pi F^2} = \frac{J}{16} \left( \frac{D}{F} \right)^2.$$

Диаметр объектива  $D$  и его фокусное расстояние  $F$  неизвестны, но задано их отношение, равное 1 : 5. Звездная величина изображения звезды с блеском  $m_0$  на матовом стекле будет равна

$$\begin{aligned} m &= m_0 - 2,5 \lg \frac{j}{J} = \\ &= m_0 - 5 \lg \frac{D}{4F} = \\ &= m_0 - 5 \lg \frac{1}{20} = 6,5. \end{aligned}$$

**3. Межпланетный парусник (автор – О.С. Угольников).** Космический аппарат вывели на круговую гелиоцентрическую орбиту радиусом 1 а.е. После этого на нем был развернут солнечный парус, постоянно обращенный к Солнцу и уменьшающий эффективную силу его притяжения на 4%. В ходе дальнейшего движения этот парус мгновенно сворачивался, как только аппарат достигал афелия своей текущей орбиты, но вновь раскрывался в каждом перигелии. Сколько целых оборотов вокруг Солнца сделает этот аппарат? Какова его дальнейшая судьба? Взаимодействием аппарата со всеми телами, кроме Солнца и его фотонов, пренебречь.

**Решение.** Как известно, сила фотонного давления на солнечный парус, как и



К задаче "Межпланетный парусник". Траектория космического аппарата с раскрывающимся солнечным парусом.

сила притяжения Солнца, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния до него. Поэтому отношение двух сил при постоянной ориентации паруса к Солнцу будет постоянно, и эффективная сила притяжения при раскрытом парусе будет всегда составлять  $24/25$  от истинной силы притяжения Солнца.

Пусть после  $n$  оборотов, на каждом из которых парус сначала разворачивался в перигелии, а затем сворачивался в афелии, аппарат движется по орбите с большой полуосью  $a_n$  и эксцентриситетом  $e_n$  (до первого раскрытия па-

руса  $a_0 = 1$  а.е. и  $e_0 = 0$ ). В точке перигелия расстояние космического аппарата от Солнца и его скорость составят:  
 $r_n = a_n (1 - e_n)$ ;

$$V_n = \sqrt{\frac{GM}{a_n} \cdot \frac{1+e_n}{1-e_n}} = \sqrt{\frac{GM}{r_n} \cdot (1+e_n)}.$$

В данной точке он раскрывает парус, и его дальнейшее движение будет таким же, как оно было бы в поле тяжести звезды массой  $24/25 M_{\odot}$ . Очевидно, что данная точка будет перигелием и этой орбиты. Для новых параметров орбиты  $A_{n+1}$  и  $E_{n+1}$  справедливы соотношения:  $r_n = A_{n+1} (1 - E_{n+1})$ ;

$$V_n = \sqrt{\frac{24GM}{25A_{n+1}} \cdot \frac{1+E_{n+1}}{1-E_{n+1}}} = \sqrt{\frac{24GM}{25r_n} \cdot (1+E_{n+1})}.$$

Сопоставляя все формулы, мы получаем:

$$\frac{24}{25} \cdot (1+E_{n+1}) = 1+e_n;$$

$$E_{n+1} = \frac{25e_n+1}{24}.$$

По новой траектории аппарату предстоит сделать половину оборота. Когда он достигнет афелия, его расстояние от Солнца и скорость будут равны:

$$R_{n+1} = A_{n+1}(1+E_{n+1});$$

$$v_{n+1} = \sqrt{\frac{24GM}{25A_{n+1}} \cdot \frac{1-E_{n+1}}{1+E_{n+1}}} = \sqrt{\frac{24GM}{25R_{n+1}} \cdot (1-E_{n+1})}.$$

В афелии парус сворачивается, и космический аппарат оказывается в обычном поле тяжести Солнца на орбите с большой полуосью  $a_{n+1}$  и эксцентриситетом  $e_{n+1}$ . Для них справедли-

вы соотношения:  $R_{n+1} = a_{n+1}(1 + e_{n+1});$

$$v_{n+1} = \sqrt{\frac{GM}{a_{n+1}} \cdot \frac{1 - e_{n+1}}{1 + e_{n+1}}} = \sqrt{\frac{GM}{R_{n+1}} \cdot (1 - e_{n+1})}.$$

Отсюда мы можем получить:

$$\frac{24}{25} \cdot (1 - E_{n+1}) = 1 - e_{n+1};$$

$$e_{n+1} = \frac{24E_{n+1} + 1}{25} = \frac{25e_n + 2}{25} = e_n + \frac{2}{25} = e_n + 0,08.$$

Приращение эксцентриситета постоянно и не зависит от номера витка. С учетом  $e_0 = 0$ , для траектории без паруса на витке  $n$  мы имеем:  $e_n = 2n/25$ . Для витка с раскрытым парусом:

$$E_n = \frac{25e_{n-1} + 1}{24} = \frac{2n - 1}{24}.$$

Космический аппарат сделает 12 полных оборотов вокруг Солнца с периодически раскрывающимся парусом. 13-й виток уже не будет замкнутым, так как представит из себя гиперболу с эксцентриситетом  $E_{13} = 1,04$ . Раскрыв парус в 13-й раз, аппарат покинет Солнечную систему. В задаче можно учитывать эффект Пойнтинга – Робертсона (см. статью М.Е. Сачкова в этом номере), связанный с тормозящим ускорением от боковых фотонов на движущийся аппарат. Однако он будет очень мал, и уменьшение эксцентриситета на 13-м витке составит примерно 0,0002.

Траектория все равно станет гиперболической.

Нужно также отметить, что с каждым новым витком у аппарата будет уменьшаться перигелийное расстояние. Однако, это не создаст проблем для его работы, так как расстояние в перигелии останется значительно больше радиуса Солнца. Чтобы доказать это, рассмотрим моменты перед раскрытием паруса в перигелии на  $i$ -том витке и запишем формулировку закона сохранения момента импульса (который, безусловно, выполняется для аппарата, так как сила фотонного давления центральная и не создает вращательного момента):

$$mV_i r_i = mV_0 a_0;$$

$$\sqrt{\frac{GM}{r_i}} (1 + e_i) \cdot r_i = \sqrt{\frac{GM}{a_0}} \cdot a_0,$$

здесь  $m$  – масса космического аппарата. Отсюда можно записать выражение для перигелийного

$$\text{расстояния: } r_i = \frac{a_0}{1 + e_i}.$$

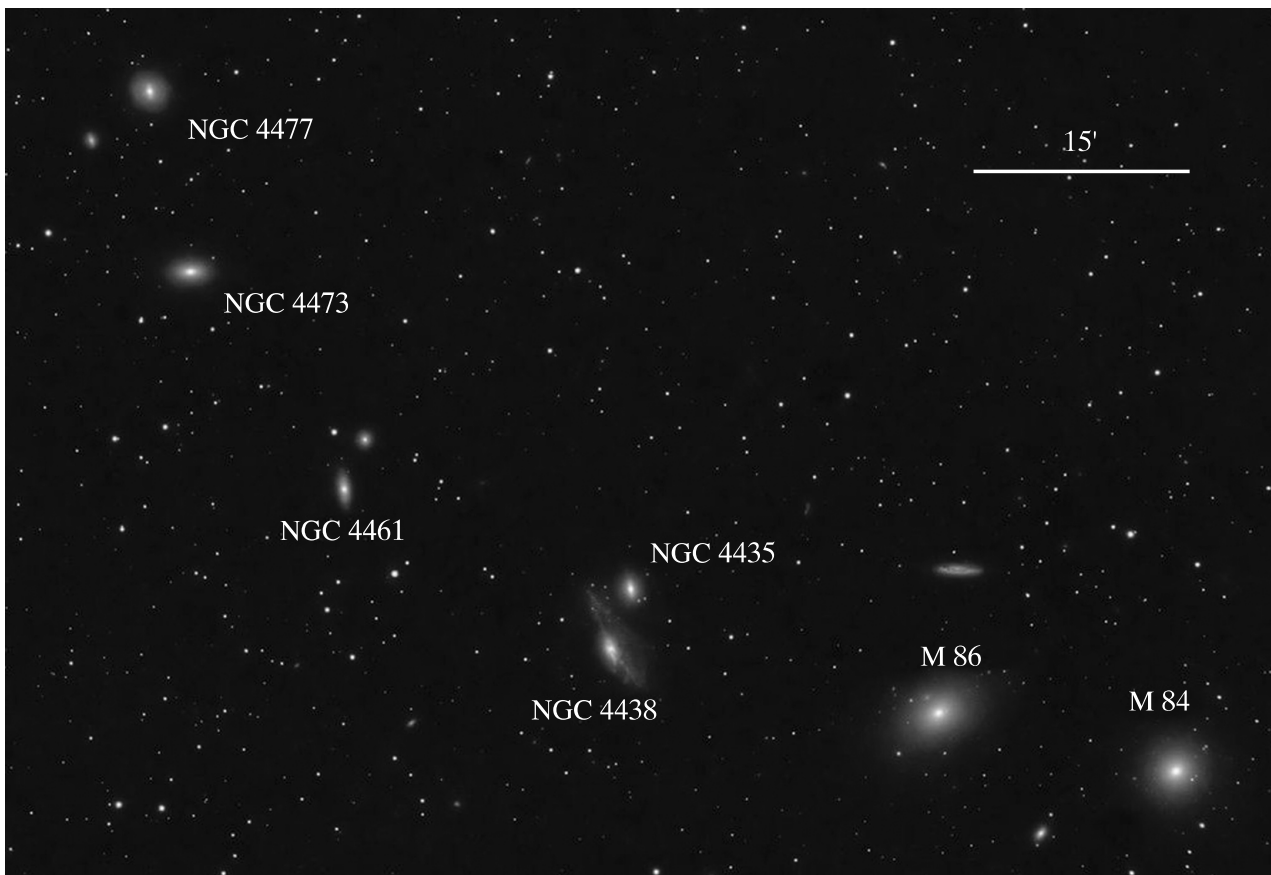
На всех участках витков со свернутым парусом эксцентриситет не превышает единицу, и перигелийные расстояния будут не меньше 0.5 а.е., то есть аппарат будет всегда дальше от Солнца, чем Меркурий.

Описанный маневр – возможное средство разгона тел с парусами, движущимися под действием излучения звезды в ее гравитационном поле. Его суть в чем-то аналогична взмаху кры-

ла птицы и состоит в том, что парус раскрыт, когда аппарат удаляется от Солнца. Тем самым, фотоны сообщают ему ускорение по ходу движения и совершают положительную работу. На другой половине витка парус сворачивается, и фотоны не оказывают тормозящее действие.

**4. Холодное облако (автор – Н.Н. Шахворостова).** Межзвездное облако состоит из молекулярного водорода ( $H_2$ ) и пыли и имеет форму шара с однородным внутренним распределением массы. Блеск далеких звезд, расположенных за центром облака, ослаблен на  $1^m$ . При каком радиусе это облако начнет сжиматься под действием собственного тяготения, если его температура составляет 20К? Массовое соотношение газа и пыли в облаке постоянно и равно 100 : 1, черные пылинки имеют радиус 0,5 мкм, плотность 1 г/см<sup>3</sup> и ослабляют свет по законам геометрической оптики.

**Решение.** Основу массы облака составляет газ, прозрачный для излучения. Ослабление света происходит на пылевых частицах. Пусть  $J_0$  и  $J$  – величины потока излучения, входящего в облако и выходящего из него. Если облако только поглощает излучение и не излучает само, то эти величины связаны уравнением:  $J = J_0 e^{-\tau}$ , где  $\tau$  – оптическая толщина



К задаче “Цепочка Маркаряна”. Изображение части скопления галактик “цепочка Маркаряна” в созвездии Девы.

облака, которую можно трактовать как число частиц на пути луча света. Из закона Погсона, связывающего видимую яркость объекта с его звездной величиной, известно, что  $J = J_0 10^{0,4(m_0 - m)}$ . Сравнивая эти выражения и принимая во внимание, что блеск звезд за облаком ослаблен на  $1^m$ , получаем, что среднее число частиц на пути света равно  $\tau = \ln 2.512 \sim 1$ . Обозначив радиус пылинки как  $r$ , а радиус облака через  $R$ , записываем

выражение:  $2R n \pi r^2 = \tau$ , здесь  $n$  – концентрация пылевых частиц. Отсюда мы выражаем массовую плотность пыли в облаке  $\rho_D$  и полную плотность  $\rho$ :

$$\rho_D = n \cdot \frac{4}{3} \rho_0 \pi r^3;$$

$$\rho = K \rho_D = \frac{2K\tau\rho_0 r}{3R},$$

здесь  $\rho_0$  – плотность одной пылинки,  $K$  – соотношение массы газа и пыли в облаке (учитываем, что оно значительно больше единицы). Запишем формулу для круговой (первой космической) скорости на краю облака:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} \cdot R = \sqrt{\frac{8\pi GK\tau\rho_0 rR}{9}}.$$

Коэффициент  $8/9$  близок к единице, и в дальнейших расчетах мы его опускаем. Облако перестанет быть устойчивым и начнет сжиматься, если характерные скорости частиц (молекул газа) станут меньше первой космической скорости. Среднеквадратичная скорость частицы равна:  $v_T = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ , здесь  $m$  – масса молекулы водорода,  $\mu$  – молярная масса,  $k$  – постоянная Больцмана,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – температура. Отсюда получаем выражение для радиуса:

$$R \geq \frac{3RT}{\pi G \mu K \tau \rho_0 r} \approx \frac{RT}{G \mu K \tau \rho_0 r} = 2,5 \cdot 10^{16} \text{ м} \approx 0,8 \text{ нк.}$$



Таблица

Характеристики галактик “цепочки Маркаряна”

Галактика	$v_R$ , км/с	$m$
NGC 4374 (M84)	1060	9,2
NGC 4406 (M86)	-244	8,9
NGC 4435	801	10,8
NGC 4438	71	10,0
NGC 4461	1931	11,1
NGC 4473	2244	10,2
NGC 4477	1355	10,4

**5. Цепочка Маркаряна (практический тур, автор задачи – Н.Н. Шахворостова).** Перед Вами фотография галактик, входящих в известную “цепочку Маркаряна” – часть скопления галактик в созвездии Девы. Галактики удалены на 16 Мпк от Земли. В предположении, что “цепочка Маркаряна” является гравитационно-связанной системой, оцените массовый вклад темной материи в этой системе. Считать, что светимость галактик равна 1/10 светимости Солнца на солнечную единицу звездной массы. Межзвездным поглощением света пренебречь. В таблице приведены значения лучевой скорости и видимой звездной величины каждой из этих галактик.

**Решение.** Будем считать систему гравитационно-связанной, если ее полная энергия отрицательна. Это не значит, что система останется такой вечно и не потеряет ни одного своего члена, но в этом случае она не сможет распасться полностью.

Чтобы найти величину энергии, нужны данные о массах и скоростях в этой системе. Из наблюдений мы знаем яркости галактик, пропорциональные их звездной массе, и одну компоненту скорости каждой из них. Введем значение яркости галактики, определяемое ее звездной величиной:  $J_i = CM_i = 10^{-0,4m_i}$ , здесь  $m_i$  – видимая звездная величина галактики с номером  $i$ ,  $M_i$  – ее видимая (звездная) масса,  $C$  – некоторая постоянная. Определим лучевую скорость центра видимой массы всей “цепочки Маркаряна”:

$$V_0 = \frac{\sum_i M_i v_i}{\sum_i M_i} = \frac{\sum_i J_i v_i}{\sum_i J_i} = +670 \text{ км/с.}$$

Каждая из галактик движется вдоль луча зрения относительно центра масс со скоростью  $v_i - V_0$ . Среднеквадратичная собственная лучевая скорость галактик составляет:

$$\begin{aligned} \bar{v}_i &= \sqrt{\frac{\sum_i M_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i M_i}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_i J_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i J_i}}. \end{aligned}$$

В действительности, галактики движутся вдоль трех направлений, квадраты компонент скорости складываются друг с другом. Будем считать вклад в энергию от движения по всем трем осям одинаковым. Тогда среднеквадратичная собственная скорость галактик равна:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \sqrt{\frac{3 \sum_i M_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i M_i}} = \\ &= \sqrt{\frac{3 \sum_i J_i (v_i - V_0)^2}{\sum_i J_i}} = \\ &= 1500 \text{ км/с.} \end{aligned}$$

Для простоты решения мы вполне могли считать массы галактик одинаковыми. В этом случае мы бы получили несколько иное значение сред-



ней лучевой скорости

$$V'_0 = \frac{\sum_i v_i}{7} = +1000 \text{ км/с, но}$$

практически такую же среднеквадратичную скорость:

$$v' = \sqrt{\frac{3 \sum_i (v_i - V'_0)^2}{7}} = 1500 \text{ км/с.}$$

Заметим, что скрытая масса, входящая в “цепочку Маркаряна”, взаимодействует с видимой массой и также движется, и для нее мы предполагаем ту же характерную среднеквадратичную скорость. Чтобы система с такими скоростями была связанной, модуль потенциальной энергии должен превосходить кинетическую энергию. Обозна-

чим характерный радиус системы как  $R$ . Тогда

$$\frac{GM^2}{2R} > \frac{M\bar{v}^2}{2}; M > \frac{\bar{v}^2 R}{G}.$$

Радиус системы нам известен (200 кпк), так как он виден под углом  $40'$  с расстояния 16 Мпк. Это означает, что полная масса системы не меньше  $2 \times 10^{44}$  кг, или  $10^{14} M_\odot$ .

Определим теперь массу видимого вещества в “цепочке Маркаряна”. Вычисляя суммарную видимую звездную величину всех галактик, получаем  $7,7^m$ . Пренебрегая межзвездным поглощением (как в галактиках цепочки, так и в нашей Галактике), получаем абсолютную звездную величину системы:  $m_A = m + 5 - 5 \lg D = -23,3$ , здесь  $D$  – расстояние до системы. Абсолютная звездная ве-

личина системы на  $28^m$  меньше, чем у Солнца. Следовательно, светимость “цепочки Маркаряна” равна 160 миллиардам светимостей Солнца. По условию задачи, одна солнечная светимость в галактиках создается звездной массой  $10 M_\odot$ . В итоге, суммарная видимая масса системы  $M_V$  составит  $1,6 \times 10^{12} M_\odot$ . Предположение о гравитационной связанности системы ведет к величине вклада темного веще-

$$\mu_D = \frac{M - M_V}{M} = 0,984.$$

Это очень большая величина. По-видимому, “цепочка Маркаряна” не гравитационно-связанная система. К подобному выводу пришел советский астроном В.Е. Маркарян (1913–1985) в своей работе 1961 г.

## Информация

### Звездообразование в комплексе Хербига – Аро 24

Недавно получена самая подробная фотография небольшого скопления молодых звезд в области Хербига – Аро 24 (Herbig-Haro 24 Complex), находящейся на расстоянии около 1300 св. лет от нас в молекулярном облаке Орион-В созвездия Орион (см. стр. 3 обложки). Комплекс Хербига – Аро 24 открыт в 1963 г. астрономами Джорджем Хербигом и

Леном Кухи. Изображение этого комплекса сделано с помощью прибора GMOS на 8-м телескопе астрономической обсерватории Джемини в Чили.

На снимке хорошо видно шесть струй газа, извергающихся на сверхзвуковых скоростях из области звездообразования. Это самое большое число джетов у одного объекта из всех известных. Астрофизикам удалось обнаружить динамический беспорядочный процесс рождения звезд и группу убегающих звезд, вытесненных в результате такой активности. Одна струя распалась на фрагменты, по-видимому, на нее воздействовала тесная двойная звезда. Другие

струи исходят из протозвезды SSV63 класса I, которая, судя по ИК-снимку высокого разрешения, содержит минимум пять компонентов. Множество молодых источников звездообразования, расположенных в глубине этой области, обнаружено в субмиллиметровом диапазоне. Все они заключены в плотное ядро молекулярного облака. В ходе поиска тусклых звезд в комплексе Хербига – Аро 24 удалось найти несколько слабых оптических звезд далеко за пределами ядра области звездообразования.

Пресс-релиз Обсерватории Джемини, 25 сентября 2015 г.