

УДК 551.4.042

## ПРОГНОСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ РАЗВИТИЯ ЭКЗОГЕННЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

© 2017 г. А. С. Викторов, С. А. Садков, О. Н. Трапезникова

*Институт геоэкологии им. Е.М. Сергеева Российской академии наук,  
Уланский пер., д.13, стр. 2, Москва, 101000 Россия.  
E-mail: vic\_as@mail.ru*

Поступила в редакцию 01.03.2017 г.

Цель работы – показать возможности использования вероятностных моделей математической морфологии ландшафта для решения различных задач, относящихся к изучению экзогенных геологических процессов. Рассмотрены задачи прогнозирования развития размеров очагов термокарстовых, просадочных и суффозионных процессов и пораженности территории этими процессами на примерах ландшафтов эрозионно-термокарстовых равнин и равнин с широким их развитием. В основу решения задач положены два результата математической морфологии ландшафта. Изменение размеров термокарстовых очагов (озер) и очагов просадочных и суффозионных процессов (понижений) при их свободном росте может быть описано винеровским случайным процессом по отношению к логарифмам диаметров понижений, а изменение их числа может быть представлено как пуассоновский случайный процесс.

Получено выражение для плотности распределения радиуса очага термокарстового процесса (растущего термокарстового озера), позволяющее определить вероятность увеличения его размеров за заданное время. Используя модель морфологической структуры эрозионно-термокарстовых равнин, удается получить аналогичное решение в усложненных условиях – когда развиты эрозионные процессы, способные остановить рост озера и трансформировать его в хасырей. Решена задача прогностической оценки пораженности территории с развитием просадочных и суффозионных процессов. В основу положена полученная взаимосвязь, с одной стороны – пораженности, и средней плотности расположения понижений и средней площади понижения – с другой.

Сделан вывод, что вероятностные модели могут быть применены для прогностической оценки развития экзогенных геологических процессов, для этого могут быть использованы подходы математической морфологии ландшафта.

**Ключевые слова:** опасные геологические процессы, термокарстовый процесс, эрозионно-термокарстовая равнина, просадочный процесс, суффозионный процесс, математическая морфология ландшафтов, вероятностная модель.

Цель работы – показать возможности прогностических оценок развития экзогенных геологических процессов на основе вероятностных моделей. Задача прогнозирования развития экзогенных процессов может иметь разную постановку [1, 9, 10]. В настоящей работе рассматривается ситуация, когда процесс уже начался развиваться с увеличением числа очагов и ростом их размеров. В этом случае наиболее насущными задачами являются:

- прогностическая оценка размеров очага процесса,
- прогностическая оценка пораженности территории развивающимся процессом.

Покажем возможности решения этих задач с использованием вероятностных моделей на основе подходов математической морфологии ландшафта.

Математическая морфология ландшафта представляет собой новое научное направление, занимающееся исследованием ландшафтных рисунков (морфологических структур) – мозаик, образованных на земной поверхности природно-территориальными комплексами ([2–4, 6] и др.). Ядро направления – математические модели развития морфологических структур разного генезиса, базирующиеся на теории случайных процессов.

## ПРОГНОСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РАЗМЕРОВ ОЧАГА ПРОЦЕССА

Покажем решение задачи прогностической оценки размеров очага процесса на примере термокарстовых процессов в пределах эрозионно-термокарстовых равнин. Рассмотрим эрозионно-термокарстовую равнину, например, такую как на космическом снимке (рис. 1), где развились термокарстовые процессы, и идет рост понижений за счет термоабразионных процессов. Причем рост озера может быть остановлен при его спуске эрозионными процессами. Пусть мы располагаем двумя сроками повторных дистанционных съемок на рассматриваемую территорию. Задача состоит в том, чтобы получить прогностическую оценку достижения термокарстовым очагом (озером), имеющим радиус  $r$ , через время  $t$  размера (радиуса)  $x$ .

Для решения задачи можно воспользоваться моделью развития морфологической структуры озерно-термокарстовых равнин [2, 3]. Согласно модели, изменение размеров термокарстового очага (озера) при его свободном росте может быть описано винеровским случайным процессом по отношению к логарифмам диаметров озер.

Справедливость такой модели может быть обоснована эмпирически. Согласно одному из теоретических результатов модели, распределение площадей озер на различных участках, находящихся в разных физико-географических условиях, должно отвечать одному и тому же типу распределений – логнормальному [2, 3]. Этот результат поддается эмпирической проверке.

Для исследования были выбраны 16 участков в различных регионах (рис. 2). В качестве исходных использованы материалы космической съемки с разрешением на местности 5–30 м. Методика обработки включала:

- выбор эталонных участков,
- выделение термокарстовых озер,
- определение площадей озер,
- проверку соответствия распределения площадей озер логнормальному распределению.

Выбор участков осуществлялся визуально по материалам космической съемки, литературным и картографическим данным. Главное требование к участкам – их внутренняя генетическая, ландшафтная и морфологическая однородность,

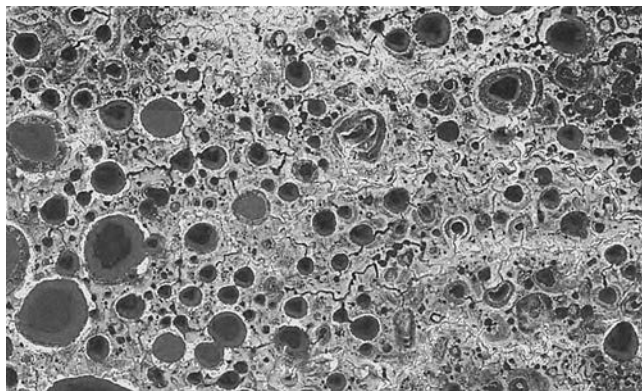


Рис. 1. Типичное изображение эрозионно-термокарстовой равнины на космическом снимке (полуостров Ямал).

соблюдение которого достигалось путем анализа снимков и дополнительных источников информации. Из анализа исключались территории с иным происхождением озер, как правило, выразившимся в их морфологии, территории аллювиальных равнин; территории, где морфология озер подчинялась решетке полигонально-жильных льдов и др.

В итоге выбраны участки, отличающиеся по своим геоморфологическим, геокриологическим и физико-географическим условиям. Так, разные участки расположены в пределах водораздельных равнин, речных террас, морских террас. Одни участки относятся к области сплошного развития многолетнемерзлых пород, другие – к зонам развития прерывистой и островной мерзлоты.

Выделение термокарстовых озер производилось как автоматизированным методом – на основе программных модулей ARCGIS, так и в ручном режиме. В любом случае после выделения выполнялся дополнительный анализ с целью исключения ошибок дешифрирования, например, отчленились впадающие в озеро водотоки, которые часто присоединялись к озерам при автоматизированном оконтуривании последних.

Проверка соответствия эмпирически полученных распределений теоретическим производилась с помощью программного пакета для статистического анализа с использованием критерия Пирсона (хи-квадрат) на основе известной методики при соблюдении условий ее применения (например, [8]). Предварительно по выборке определялись свободные параметры распределения, затем – значение критерия Пирсона, которое сравнивалось с критическим на уровне значимости 0.95 и 0.99.



Рис. 2. Обзорная карта эталонных участков.

Критическое значение определялось числом степеней свободы, которое зависело от количества интервалов, на которые разбивалась выборка при определении значения критерия, и от числа свободных параметров.

Полученные данные включали выборки объема от 74 до 576 озер. Анализ результатов показывает, что для подавляющего большинства участков получено логнормальное распределение площадей озер (12 из 16 на уровне значимости 0.99; таблица). На рис. 3а, б графически отражен пример соответствия эмпирических распределений логнормальному распределению для двух участков, из них наглядно видно соответствие распределения площадей термокарстовых озер теоретическому распределению. Таким образом, используемая модель имеет существенное эмпирическое подтверждение.

Учитывая то, что согласно модели развития морфологической структуры озерно-термокарстовых равнин, изменение размеров термокарстового очага (озера) при свободном росте может быть описано винеровским случайным процессом по отношению к логарифмам диаметров озер, можно рассчитать вероятность того, что озеро, имеющее радиус  $v$ , через время  $t$  будет иметь при свободном росте размер (радиус)  $x$ .

Плотность вероятности этого распределения дается выражением:

$$f(v, x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x\sqrt{t}}} e^{-\frac{(\ln \frac{x}{v} - at)^2}{2\sigma^2 t}}, \quad (1)$$

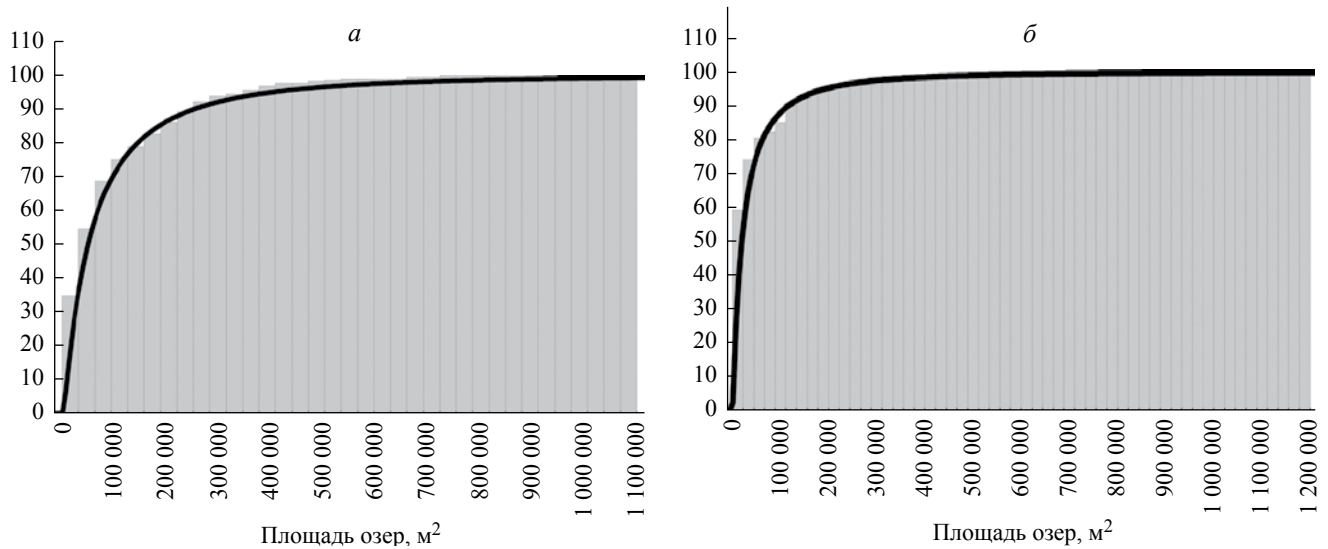


Рис. 3. Пример соответствия эмпирических распределений площади озера теоретическому логнормальному распределению. Участки: а – Таймырский 1, б – Аляскинский 2.

Результаты проверки соответствия распределения площадей термокарстовых озера логнормальному распределению

Название участка	Объем выборки	$p$
Аляскинский 1	100	0.023
Аляскинский 2	108	0.112
Гыданский	74	0.517
Западно-Сибирский 1	78	0.587
Западно-Сибирский 2	84	0.088
Канадский	154	0.127
Колымский 1	154	0.216
Колымский 2	576	0.000
Таймырский 1	345	0.112
Таймырский 2	209	0.631
Усть-Ленский 1–1	145	0.011
Усть-Ленский 1–2	91	0.155
Усть-Ленский 1–3	383	0.000
Усть-Ленский 2	167	0.006
Ямальский 1	209	0.000
Ямальский 2	176	0.012

Примечание: в таблице приведены значения уровня  $p$  (вероятность превышения фактического значения  $\chi^2$ ); эмпирические данные не противоречат теоретическим на уровне значимости 0.99, если  $p > 0.01$ .

где  $a$ ,  $\sigma$  – параметры распределения, которые могут быть определены по материалам повторных дистанционных съемок:

$$a = \frac{M(\ln \xi_2) - M(\ln \xi_1)}{t_2 - t_1},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{D(\ln \xi_2) - D(\ln \xi_1)}{t_2 - t_1}}, \quad (2)$$

где  $t_1, t_2$  – сроки первой и второй съемок,  $M(\ln \xi_i)$  – средний логарифм радиусов озера, а  $D(\ln \xi_i)$  – дисперсия логарифма радиусов озера за соответствующий срок.

В случае, если речь идет об эрозионно-термокарстовой равнине, т.е. ситуация осложнена развитием эрозионных процессов, решение видоизменяется. Искомое распределение может быть получено с учетом того, что важным условием достижения

очагом интересующего размера является отсутствие препятствия к его росту в виде эрозионной формы. В силу этого плотность распределения размеров очага дается выражением:

$$f_1(v, x, t) = \frac{1}{I(v, t) \sqrt{2\pi\sigma x} \sqrt{t}} e^{-\frac{(\ln x - \ln v - at)^2}{2\sigma^2 t}} e^{-\pi\epsilon(x^2 - v^2)}, \quad (3)$$

где

$$I(v, t) = \int_v^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x} \sqrt{t}} e^{-\frac{(\ln x - \ln v - at)^2}{2\sigma^2 t}} e^{-\pi\epsilon(x^2 - v^2)} dx, \quad (4)$$

$a, \sigma$  – параметры распределения,  $\epsilon$  – средняя плотность расположения эрозионных форм.

В выражении (3) произведение первых двух сомножителей представляет собой распределение размеров очага при свободном росте,  $I(v, t)$  – нормирующий множитель. Третий сомножитель отражает вероятность того, что в области роста очага от размера  $v$  до размера  $x$  (область – кольцо) нет истока эрозионной формы. Этот сомножитель определяется пуассоновским распределением истоков эрозионных форм в пределах территории относительно однородной по физико-географическим условиям [2]. После упрощения за счет членов, не содержащих переменную интегрирования, получаем:

$$f_1(v, x, t) = \frac{1}{I_1(v, t)} e^{-\pi\epsilon x^2 - \frac{\ln^2 x}{2\sigma^2 t} - \frac{\ln v + a}{\sigma^2 t} - 1}, \quad (5)$$

где 
$$I_1(v, t) = \int_v^{+\infty} e^{-\pi\epsilon x^2 - \frac{\ln^2 x}{2\sigma^2 t} - \frac{\ln v + a}{\sigma^2 t} - 1} dx. \quad (6)$$

Таким образом, получена прогностическая оценка распределения размеров термокарстового очага в пределах эрозионно-термокарстовой равнины.

### ПРОГНОСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПОРАЖЕННОСТИ ТЕРРИТОРИИ

Покажем возможности прогностической оценки пораженности территории на примере просадочных или суффозионных процессов. Рассмотрим площадь, на которой начались и развиваются просадочные или суффозионные процессы, и идет формирование и рост понижений соответствующего генезиса, подобную изображенным на снимке (рис. 4). При этом мы располагаем двумя сроками

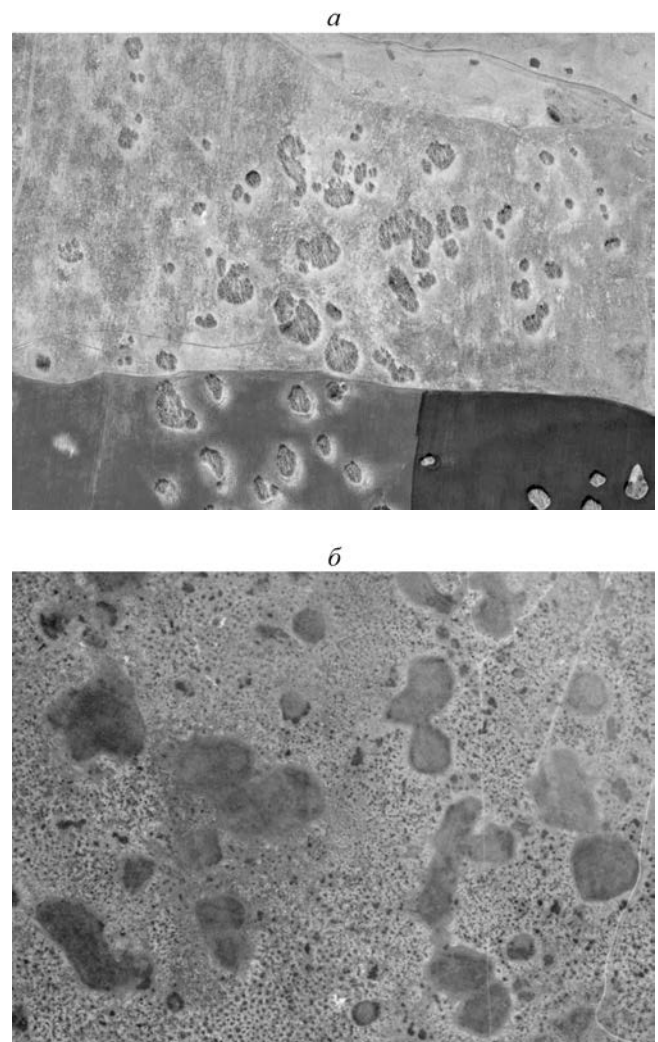
повторных дистанционных съемок. Задача состоит в том, чтобы получить прогностическую оценку пораженности территории названным процессом через время  $t$ .

Задача может быть решена с использованием подходов математической морфологии ландшафта. В основу решения может быть положено то, что согласно модели, справедливы следующие выводы [3, 5]:

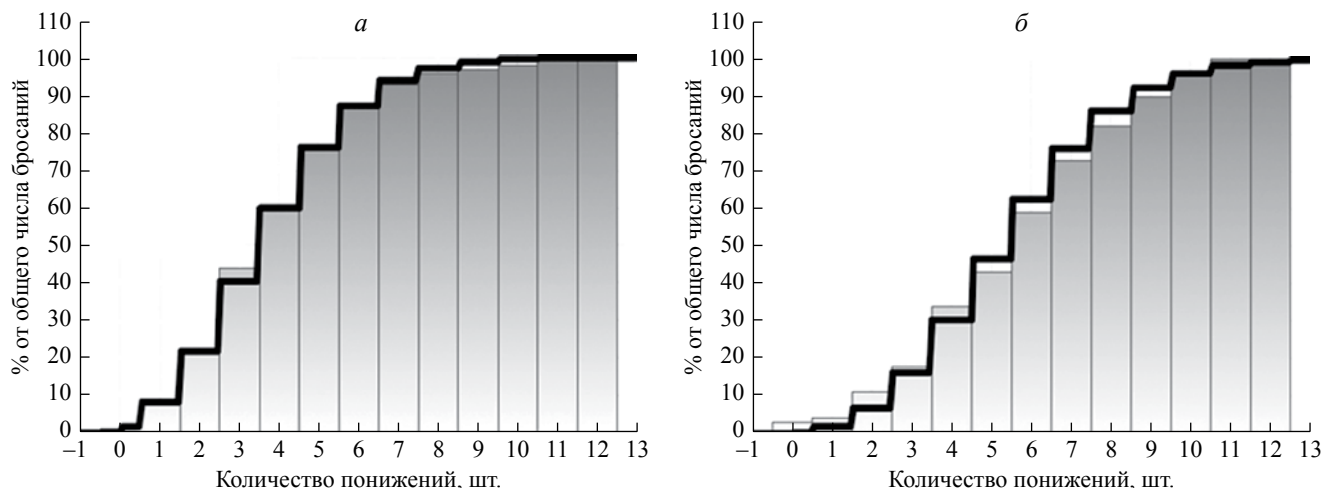
- появление понижений (очагов процесса) может быть представлено как пуассоновский случайный процесс,

- изменение размеров понижений может быть описано винеровским случайным процессом по отношению к логарифмам диаметров.

Этот результат подтверждается эмпирическими данными. Из пуассоновского характера процесса



**Рис. 4.** Типичное изображение равнин с широким развитием просадочных или суффозионных процессов на космическом снимке. Участки: *a* – Обоянь, *б* – Джаныбек-стационар.



**Рис. 5.** Пример соответствия эмпирических распределений числа просадок на случайно выбранной площадке распределению Пуассона. Участки: *a* – Джаныбек-стационар, *б* – Ольшанка-Курск 1. Линия – теоретическое распределение, залитая область – эмпирическое распределение.

вытекает, что распределение числа просадочных или суффозионных понижений на случайно выбранной площадке подчиняется распределению Пуассона – это показано на рис. 5. Примеры соответствия распределения средних радиусов логнормальному распределению, которое вытекает из характера случайного процесса [5], приведены на рис. 6.

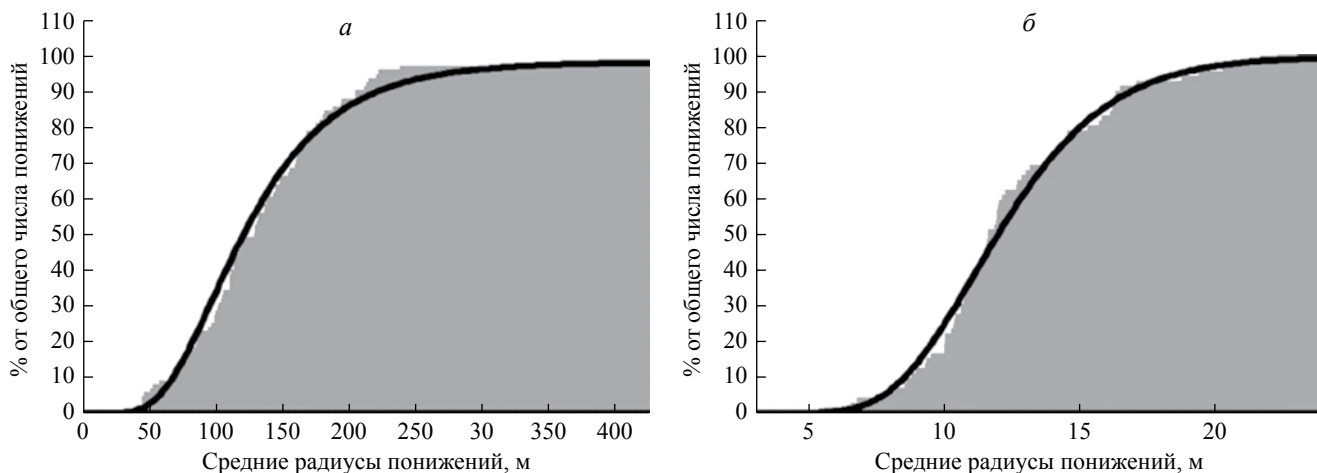
Использование названного результата позволяет получить искомую прогностическую оценку пораженности. Согласно ранее полученным результатам [3], пораженность ( $P_d(t)$ ), средняя плотность расположения понижений и их средняя площадь связаны следующим выражением:

$$P_d(t) = 1 - \exp[-\gamma(t)s(t)] , \quad (7)$$

где  $s(t)$  – средняя площадь активного очага в данный момент времени,  $\gamma(t)$  – средняя плотность расположения понижений в данный момент времени. Полученное выше описание появления понижений как пуассоновского процесса позволяет заключить, что средняя плотность расположения понижений растет линейно со временем:

$$\gamma(t) = \lambda t , \quad (8)$$

где  $\lambda$  – средняя плотность генерации понижений просадочного или суффозионного генезиса [3]. Винеровский характер изменения логарифма площади понижений позволяет получить выражение для средней площади понижений через время  $t$  после начала процесса. Это выражение учитывает одновременность появления понижений путем



**Рис. 6.** Пример соответствия эмпирических распределений средних радиусов понижений теоретическому логнормальному распределению. Участки: *a* – Джаныбек-стационар, *б* – Ольшанка-Курск 1 (линия – теоретическое распределение, залитая область – эмпирическое распределение).

интегрирования по времени ( $u$ ) и логнормальный характер распределения их площадей:

$$s(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}\sqrt{(t-u)}} \times \exp\left[-\frac{[\ln x - a(t-u)]^2}{2\sigma^2(t-u)}\right] dx du, \quad (9)$$

где  $a, \sigma$  – параметры распределения. Учитывая выражение для математического ожидания логнормального распределения (второй интеграл) [7], получаем:

$$s(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \exp\left[\frac{1}{2}\sigma^2(t-u) + a(t-u)\right] du = \frac{1}{(0.5\sigma^2 + a)t} [\exp[(0.5\sigma^2 + a)t] - 1]. \quad (10)$$

В итоге, используя выражение (7), получаем:

$$P_d(t) = 1 - \exp\left[\frac{\lambda(1 - e^{(0.5\sigma^2 + a)t})}{(0.5\sigma^2 + a)}\right]. \quad (11)$$

Необходимые параметры  $a, \sigma$  могут быть получены следующим образом. Математическое ожидание логарифма площади озера растет линейно со временем и с учетом постоянной генерации новых понижений может быть описано выражением:

$$M(\ln \xi) = \frac{1}{t} \int_0^t au du = \frac{at}{2}, \quad (12)$$

где  $t$  – прошедшее время.

Отсюда искомый параметр может быть получен с помощью выражения:

$$a = 2 \frac{M(\ln \xi_2) - M(\ln \xi_1)}{t_2 - t_1}, \quad (13)$$

где  $t_1, t_2$  – сроки первой и второй съемок,  $M(\ln \xi_i)$  – средний логарифм площади озера за соответствующий срок. Проведя аналогичный анализ для момента второго порядка логарифма площади озера, получаем:

$$M(\ln^2 \xi) = \frac{a^2 t^2}{3} + \frac{\sigma^2 t}{2}. \quad (14)$$

Отсюда значение параметра  $\sigma$  может быть получено с помощью следующих вычислений:

$$\sigma = \sqrt{2 \frac{M(\ln^2 \xi_2) - M(\ln^2 \xi_1)}{(t_2 - t_1)} - \frac{8 [M(\ln \xi_2)]^2 - M[(\ln \xi_1)]^2}{(t_2 - t_1)}}, \quad (15)$$

где  $t_1, t_2$  – сроки первой и второй съемок,  $M(\ln^2 \xi_i)$  – средний квадрат логарифма площади озера за соответствующий срок.

Таким образом, пораженность территории через время  $t$  на заданном участке задается выражением (11). Именно оно и представляет собой прогностическую оценку пораженности территории исследуемым процессом, полученную на основе вероятностной модели.

Конечно, все полученные результаты следует рассматривать как прогностические и не подтвержденные еще полностью эмпирической проверкой, однако исходные допущения базовой модели, как показано, обоснованы значительным эмпирическим материалом.

## ВЫВОДЫ

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Вероятностные модели могут быть применены для прогностической оценки развития экзогенных геологических процессов, для этого могут быть использованы подходы математической морфологии ландшафта.

2. На основе вероятностного подхода могут быть даны прогностические оценки величины очага процесса, а также величины пораженности территории.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алешин А.С., Торгоев И.А., Шикерук А.Н. и др. Долговременные аспекты оползневого прогнозирования // Сергеевские чтения. Вып. 15. 2013. С. 96–101.
2. Викторов А.С. Математическая модель термокарстовых озерных равнин как одна из основ интерпретации материалов космических съемок // Исследование Земли из космоса. 1995. № 5. С. 42–50.
3. Викторов А.С. Основные проблемы математической морфологии ландшафта. М.: Наука, 2006. 252 с.
4. Викторов А.С. Модель возрастной дифференциации аллювиальных равнин // Геоэкология. 2007. № 4. С. 302–309.
5. Викторов А.С., Садков С.А. Использование вероятностных моделей при изучении экзогенных геологических процессов // Геоэкология. 2017. № 1. С. 58–65.
6. Капралова В.Н. Закономерности развития термокарстовых процессов в пределах озерно-термокарстовых равнин (на основе подходов математической морфологии ландшафта). Автореф. дис. ...канд. геол.-мин. наук. М., 2014. 24 с.
7. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В. и др. Справочник по теории вероятности и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.

8. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.
9. Опасные природные процессы / Под ред. В.И. Осипова. М.: ГЕОС, 1999. 290 с.
10. Хоменко В.П. Закономерности и прогноз суффозионных процессов. М.: ГЕОС, 2003. 216 с.
5. Viktorov, A.S. Sadkov, S.A. *Ispol'zovanie veroyatnostnykh modelei pri izuchenii ekzogennykh geologicheskikh protsessov* [Application of probabilistic models to the study of exogenous geological processes]. *Geoekologiya*, 2017, no 1, pp. 58–65. (in Russian)
6. Kapralova, V.N. *Zakonomernosti razvitiya termokarstovykh protsessov v predelakh ozerno-termokarstovykh ravnin (na osnove podkhodov matematicheskoi morfologii landshafta)* [Thermokarst development regularities within thermokarst lacustrine plains (using the mathematical morphology of landscape approach)]. Extended abstract of Cand. Sci. Dissertation, Moscow, IEG RAS, 2014. 24 p. (in Russian)
7. Korolyuk, V.S., Portenko, N.I., Skorokhod, A.V., et al. *Spravochnik po teorii veroyatnosti i matematicheskoi statistike* [Handbook in the probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Nauka, 1985. 640 p. (in Russian)
8. Cramer, H. *Matematicheskie metody statistiki* [Mathematical methods of statistics]. Moscow, Mir, 1975, 648 p. (in Russian)
9. *Opasnye prirodnye protsessy* [Natural Hazards]. V.I. Osipov, V.M. Kutepov, V.P. Zverev, et al. V.I. Osipov, Ed.-in-Chief, Moscow, GEOS, 1999, 290 p. (in Russian)
10. Khomenko, V.P. *Zakonomernosti i prognoz suffuzionnykh protsessov* [Patterns and forecast of suffusion processes]. Moscow, GEOS, 2003, 216 p. (in Russian)

## REFERENCES

1. Aleshin, A.S., Torgoev, I.A., Shikeruk, A.N., et al. *Dolgovremennye aspekty opolzneвого прогноzirovaniya* [Long-term aspects of landslide forecasting]. *Sergeevskie chteniya*, вып. 15, 2013, pp. 96–101. (in Russian)
2. Viktorov, A.S. *Matematicheskaya model' termokarstovykh ozernykh ravnin kak odna iz osnov interpretatsii materialov kosmicheskikh s'yomok* [The mathematical model of thermokarst lakes surface as one of the fundamentals in the space survey interpretation]. *Issledovanie Zemli iz kosmosa*, no 5, 1995, pp.42–50 (in Russian)
3. Viktorov, A.S. *Osnovnye problemy matematicheskoi morfologii landshafta* [Principal problems in the mathematical morphology of landscape]. Moscow, Nauka, 2006, 252 p. (in Russian)
4. Viktorov, A.S. *Model' vozrastnoi differentsiatsii allyuvial'nykh ravnin* [Age differentiation model for alluvial plains]. *Geoekologiya*, 2007, no 4, pp.302–309. (in Russian)

## PROGNOSTIC EVALUATION FOR DEVELOPMENT OF EXOGENOUS GEOLOGICAL PROCESSES BASED ON PROBABALISTIC MODELS

A. S. Viktorov, S. A. Sadkov, O. N. Trapeznikova

*Sergeev Institute of Environmental Geoscience, Russian Academy of Sciences, Ulanskii per., 13, str. 2, Moscow, 101000 Russia. E-mail: vic\_as@mail.ru*

The aim of the work is to show possibilities of probabilistic models of the mathematical morphology of landscape for solving different problems concerning exogenous geological processes. The prognosis tasks for geological hazard impact and changing size of the affected area under thermokarst, soil subsidence, and suffusion processes are discussed. The task is solved on the basis of two results of the mathematical morphology of landscape. In case of free growing size, the change of both termokarst sites (lakes) and subsidence/suffusion sites (depressions) can be described with Wiener stochastic process towards the logarithms of site diameters; whereas the change in their number can be regarded as Poisson random process. The results include expressions for radius distribution density of growing thermokarst lakes and impact factor for plains under soil subsidence and suffusion processes.

According to the model of the morphological pattern of lacustrine thermokarst plains in case of free growing size, the change of termokarst sites (lakes) can be described with Wiener stochastic process towards the logarithms of site diameters, whereas the change in their number can be regarded as Poisson random process.

The mathematical analysis resulted in the equation for the radius density distribution of the thermokarst site (a growing thermokarst lake), which allows us to get the probability of a certain size change for the given time. Using the model of the morphological pattern of thermokarst plains with fluvial erosion, it is possible to find similar decision for the complicated case when fluvial erosion can stop lake growth and transform it into khasyrei (drained thermokarst depression).

The decision for prognostic evaluation of impact probability under subsidence/suffusion process is also suggested. The decision is based on the relationship obtained between an affected area the average size of depressions. The conclusion deals with the possibility of stochastic model application for prognostic evaluation of development of exogenous geological hazards. The mathematical morphology of landscape can be used for this purpose.

**Key words:** *hazardous geological processes, thermokarst process, erosional thermokarst plain, subsidence, suffusion, mathematical morphology of landscapes, probabilistic model.*